1 La materia y sus propiedades

En contexto (Pág. 35)

a) Respuesta sugerida:

Con el fin de introducir la unidad, proponemos responder a estas cuestiones entre todos los alumnos de la clase. Este ejercicio facilitará al profesor, y a la clase en general, información de cuáles son los conocimientos previos sobre el tema.

— La composición isotópica del hidrógeno se refiere a la proporción de los distintos isótopos que contiene. Se conocen tres isótopos naturales del hidrógeno: el protio, ${}^{1}_{1}H$, el deuterio, ${}^{2}_{1}H$, y el tritio, ${}^{3}_{1}H$.

— En los análisis químicos que emplean técnicas destructivas la muestra se destruye o se daña. Esto implica no poder repetir el análisis con la misma muestra. Si hablamos de materiales tan escasos como las rocas lunares, a las que hace referencia la noticia, debemos ser especialmente cuidadosos y precisos a la hora de llevar a cabo el análisis en el laboratorio. Ante procedimientos mal ejecutados, una consecuencia puede ser que se agoten las muestras y no podamos obtener la información deseada.

b) Respuesta sugerida:

— Sí, se trata de una imagen de la superficie lunar.

— En la imagen pequeña observamos rastros de hielo derretido en una roca procedente de la Luna.

— Los alumnos deben desarrollar una puesta en común en clase exponiendo lo que les sugiere la imagen. Es importante valorar todas las aportaciones y darse cuenta de lo difícil que es llegar a la respuesta correcta simplemente viendo la imagen, si no hubiésemos leído antes la noticia.

c) Respuesta sugerida:

— En invierno se echa sal en las carreteras porque la temperatura de congelación de la mezcla sal-hielo es inferior que la del hielo solo, por lo que no se forma hielo. Esto es debido a que a esa temperatura la mezcla no se congela, mientras que el agua sola sí que lo haría.

— Porque al añadirle sal al agua se forma una disolución que tiene una temperatura de ebullición superior que la del agua líquida.

Problemas resueltos (Págs. 44 y 45)

1. Datos: $m(C_6H_{12}O_6) = 500$ g

Incógnitas: $N(C_6H_{12}O_6)$

— Consultamos en la Tabla Periódica las masas atómicas relativas del carbono, del hidrógeno y del oxígeno, y multiplicamos por el número de átomos correspondientes para calcular la masa molecular del $C_6H_{12}O_6$. La masa molar tendrá el mismo valor, pero con unidades $g \cdot mol^{-1}$:

$$M_r(C_6H_{12}O_6) : 6 \cdot 12{,}01 + 12 \cdot 1{,}01 + 6 \cdot 16{,}00 = 180{,}18$$

$$M(C_6H_{12}O_6) : 180{,}18\ g \cdot mol^{-1}$$

— Calcularemos el número de moléculas determinando la cantidad de sustancia a partir de la masa y la masa molar, y, a continuación, aplicando la constante de Avogadro:

$$N(C_6H_{12}O_6) = 500\ \cancel{g\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_6H_{12}O_6}}{180{,}18\ \cancel{g\ C_6H_{12}O_6}} \cdot$$

$$\cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}\ C_6H_{12}O_6}{1\ \cancel{mol\ C_6H_{12}O_6}} =$$

$$= 1{,}67 \cdot 10^{24}\ \text{moléculas}$$

2. Datos: $m(C_{10}H_{14}N_2) = 2{,}0$ g

Incógnitas: N(C)

— Consultamos en la Tabla Periódica las masas atómicas relativas del carbono, del hidrógeno y del nitrógeno, y multiplicamos por el número de átomos correspondientes para calcular la masa molecular del $C_{10}H_{14}N_2$. La masa molar tendrá el mismo valor, pero con unidades $g \cdot mol^{-1}$:

$$M_r(C_{10}H_{14}N_2) : 10 \cdot 12{,}01 + 14 \cdot 1{,}01 + 2 \cdot 14{,}01 = 162{,}26$$

$$M(C_{10}H_{14}N_2) : 162{,}26\ g \cdot mol^{-1}$$

— Calcularemos el número de moléculas determinando la cantidad de sustancia a partir de la masa y la masa molar, y aplicando después la constante de Avogadro.

$$N(C_{10}H_{14}N_2) = 2{,}0\ \cancel{g\ C_{10}H_{14}N_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_{10}H_{14}N_2}}{162{,}26\ \cancel{g\ C_{10}H_{14}N_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}\ C_{10}H_{14}N_2}{1\ \cancel{mol\ C_{10}H_{14}N_2}} =$$

$$= 7{,}4 \cdot 10^{21}\ \text{moléculas}$$

— Para calcular el número de átomos de C, tendremos en cuenta las proporciones de la fórmula $C_{10}H_{14}N_2$: en cada molécula de $C_{10}H_{14}N_2$, hay 10 átomos de C.

$$N(C) = 7{,}4 \cdot 10^{21}\ \cancel{\text{moléculas}\ C_{10}H_{14}N_2} \cdot$$

$$\cdot \frac{10\ \text{átomos de C}}{1\ \cancel{\text{moléculas}\ C_{10}H_{14}N_2}} = 7{,}4 \cdot 10^{22}\ \text{átomos}$$

3. Datos: $c(C_{12}H_{22}O_{11}) = 0{,}5\ mol \cdot L^{-1}$; $V = 500$ mL

Incógnitas: $m(C_{12}H_{22}O_{11})$

— Calculamos la masa molar del $C_{12}H_{22}O_{11}$.

$$M_r(C_{12}H_{22}O_{11}) : 12 \cdot 12{,}01 + 22 \cdot 1{,}01 + 11 \cdot 16{,}00 =$$

$$= 342{,}34$$

$$M(C_{12}H_{22}O_{11}) : 342{,}34\ g \cdot mol^{-1}$$

— Hallamos la masa de $C_{12}H_{12}O_6$ con factores de conversión.

$$m(C_{12}H_{22}O_{11}) = 500\ \cancel{\text{mL dis.}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L dis.}}}{1000\ \cancel{\text{mL dis.}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}5\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{22}O_{11}}}{\cancel{\text{L dis.}}} \cdot \frac{342{,}34\ \text{g } C_{12}H_{22}O_{11}}{1\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{12}O_{11}}} = 86\ \text{g}$$

4. Datos: m (soluto) = 12,0; M (soluto) = 120,0 g · mol^{-1}; m (C_6H_6) = 300,0 g; d (disolución) = 0,879 g · mL^{-1}; K_e (C_6H_6) = 2,6 K · kg · mol^{-1}; T_e (C_6H_6) = 80,10 °C

Incógnitas: % en masa; m; c

— Calculamos el porcentaje en masa.

$$\%\ \text{en masa} = \frac{12{,}0\ \text{g soluto}}{300{,}0\ \text{g benceno} + 12{,}0\ \text{g soluto}} \cdot 100$$

% en masa = 3,85 %

— Calculamos la molalidad, m.

$$n(\text{soluto}) = 12{,}0\ \cancel{\text{g soluto}} \cdot \frac{1\ \text{mol soluto}}{120\ \cancel{\text{g soluto}}} =$$

$$= 0{,}100\ \text{mol}$$

$$m(\text{disolvente}) = 300{,}0\ \cancel{\text{g benceno}} \cdot \frac{1\ \text{mol benceno}}{1000\ \cancel{\text{g benceno}}} =$$

$$= 0{,}300\ \text{kg}$$

$$m = \frac{0{,}100\ \text{mol soluto}}{0{,}300\ \text{kg disolvente}} = 0{,}333\ \text{mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

— Calculamos la concentración de cantidad de sustancia (molaridad), c.

$$m(\text{disolución}) = m(\text{soluto}) + m(\text{disolvente})$$

$$m(\text{disolución}) = (12 + 300)\ \text{g} = 312\ \text{g}$$

$$V(\text{disolución}) = 312\ \cancel{\text{g disolución}} \cdot \frac{1\ \text{m}\cancel{\text{L disolución}}}{0{,}879\ \cancel{\text{g disolución}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \text{L disolución}}{1000\ \cancel{\text{mL disolución}}} = 0{,}355\ \text{L}$$

$$c = \frac{0{,}100\ \text{mol soluto}}{0{,}355\ \text{L disolución}} = 0{,}282\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

— Hallamos la variación de temperatura en la ebullición mediante la propiedad coligativa de ascenso ebulloscópico.

$$\Delta T_e = K_e \cdot m = 2{,}6\ \text{K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 0{,}333\ \text{mol} \cdot \text{kg}^{-1} =$$

$$= 0{,}87\ \text{K}$$

$$\Delta T_e = 0{,}87\ \text{K} = 0{,}87\ °\text{C}$$

— Después sumamos este resultado al punto de ebullición del benceno y obtenemos la temperatura de ebullición de la disolución.

$$T_e = (80{,}10 + 0{,}87)°\text{C} = 80{,}97\ °\text{C}$$

5. Datos: m (C_6H_6) = 120,0 g; K_c ($C_{12}H_{22}O_{11}$) = 5,10 K · kg · mol^{-1}; K_c (H_2O) = 1,86 K · kg · mol^{-1}; ΔT_f = −3,67 K

Incógnitas: m ($C_{12}H_{22}O_{11}$)

— Obtenemos la cantidad de sacarosa necesaria calculando primero la molalidad de la disolución. Para ello debemos hallar la masa molar de la sacarosa y tener en cuenta que: 3,67 °C = 3,67 K.

$$M_r(C_{12}H_{22}O_{11}) : 12 \cdot 12{,}01 + 22 \cdot 1{,}01 + 11 \cdot 16{,}00 =$$

$$= 342{,}34$$

$$M(C_{12}H_{22}O_{11}) : 342{,}34\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta T_f = K_c \cdot m;\ m = \frac{\Delta T_f}{K_c}$$

$$m = \frac{3{,}67\ \text{K}}{5{,}10\ \text{K kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0{,}720\ \text{mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$m(C_{12}H_{22}O_{11}) = 120{,}0\ \cancel{\text{g } C_6H_6} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{kg } C_6H_6}}{1000\ \cancel{\text{g } C_6H_6}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}720\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{22}O_{11}}}{1\ \cancel{\text{kg } C_6H_6}} \cdot \frac{342{,}34\ \text{g } C_{12}H_{22}O_{11}}{1\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{22}O_{11}}} = 29{,}6\ \text{g}$$

— Procedemos del mismo modo para el caso del agua como disolvente.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m;\ m = \frac{\Delta T_f}{K_c}$$

$$m = \frac{3{,}67\ \cancel{\text{K}}}{1{,}86\ \cancel{\text{K}} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1{,}97\ \text{mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$m(C_{12}H_{22}O_{11}) = 120{,}0\ \cancel{\text{g } H_2O} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{kg } H_2O}}{1000\ \cancel{\text{g } H_2O}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1{,}97\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{22}O_{11}}}{1\ \cancel{\text{kg } H_2O}} \cdot \frac{342{,}34\ \text{g } C_{12}H_{22}O_{11}}{1\ \cancel{\text{mol } C_{12}H_{22}O_{11}}} = 80{,}9\ \text{g}$$

— Buscamos información en Internet de los datos de solubilidad de la sacarosa en benceno y en agua.

Nos percatamos de que la sacarosa es insoluble en benceno, ya que el primero es un soluto polar y el segundo, un disolvente apolar. Sin embargo, la sacarosa se disuelve fácilmente en agua, pues en este caso, tanto el soluto como el disolvente son polares.

Por tanto, la primera disolución no se podría llevar a cabo en la práctica.

Ejercicios y problemas (Págs. 46 a 48)

1 LA MATERIA

Págs. 46 y 47

6. Sistemas homogéneos:

a) mezcla de sal y agua;

b) oxígeno;

d) agua; f) hierro

Sistemas heterogéneos:

c) sangre;

e) granito

7. Como esa masa de carbono coincide numéricamente con la masa molar del carbono (12,01 g · mol^{-1}), estos gramos representan un mol de C. Y en un mol de C hay 6,022 · 10^{23} átomos de carbono (la constante de Avogadro).

8. Datos: $V(H_2O) = 150$ mL

Incógnitas: $N(H_2O)$

$$N(H_2O) = 150\ \cancel{mL\ H_2O} \cdot \frac{1\,g\ \cancel{H_2O}}{1\,\cancel{mL\ H_2O}} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\ H_2O}}{18{,}02\ \cancel{g\ H_2O}} \cdot$$

$$\frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}\ H_2O}{1\,\cancel{mol\ H_2O}} = 5{,}01 \cdot 10^{24}\ \text{moléculas}$$

9. Calculamos en primer lugar la masa molar de cada compuesto y en segundo lugar, la composición centesimal.

Incógnitas: M (compuesto); composición centesimal

a) $M_r(HNO_3)$: $1 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 14{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 63{,}02$; $M(HNO_3)$: 63,02 $g \cdot mol^{-1}$

$$\%\,H = \frac{m(H)}{m(HNO_3)} = \frac{(1 \cdot 1{,}01)\,g}{63{,}02\,g} \cdot 100 = 1{,}60\ \%\ H$$

$$\%\,N = \frac{m(N)}{m(HNO_3)} = \frac{(1 \cdot 14{,}01)\,g}{63{,}02\,g} \cdot 100 = 22{,}22\ \%\ N$$

$$\%\,O = \frac{m(O)}{m(HNO_3)} = \frac{(3 \cdot 16{,}00)\,g}{63{,}02\,g} \cdot 100 = 76{,}17\ \%\ O$$

b) $M_r(CuSO_4)$: $1 \cdot 63{,}55 + 1 \cdot 32{,}07 + 4 \cdot 16{,}00 = 159{,}62$; $M(CuSO_4)$: 159,62 $g \cdot mol^{-1}$

$$\%\,Cu = \frac{M(Cu)}{M(CuSO_4)} = \frac{1 \cdot 163{,}55}{159{,}62} \cdot 100 = 39{,}81\ \%\ Cu$$

$$\%\,S = \frac{M(S)}{M(CuSO_4)} = \frac{1 \cdot 32{,}064}{159{,}62} \cdot 100 = 20{,}09\ \%\ S$$

$$\%\,O = \frac{M(O)}{M(CuSO_4)} = \frac{4 \cdot 16{,}00}{159{,}62} \cdot 100 = 40{,}10\ \%\ O$$

c) $M_r(CO_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 44{,}01$; $M(CO_2)$: 44,01 $g \cdot mol^{-1}$

$$\%\,C = \frac{M(Cu)}{M(CO_2)} = \frac{1 \cdot 12{,}01}{44{,}01} \cdot 100 = 27{,}29\ \%\ C$$

$$\%\,O = \frac{M(O)}{M(CO_2)} = \frac{2 \cdot 16{,}00}{44{,}01} \cdot 100 = 72{,}71\ \%\ O$$

d) $M_r(Mg(OH)_2) = 1 \cdot 24{,}31 + 2 \cdot 16{,}00 + 2 \cdot 1{,}01 = 58{,}33$; $M(Mg(OH)_2) = 58{,}33\ g \cdot mol^{-1}$

$$\%\,Mg = \frac{M(Mg)}{M(Mg(OH)_2)} = \frac{1 \cdot 24{,}305}{58{,}33} \cdot 100 = 41{,}68\ \%\ Mg$$

$$\%\,O = \frac{M(O)}{M(Mg(OH)_2)} = \frac{2 \cdot 16{,}00}{58{,}33} \cdot 100 = 54{,}86\ \%\ O$$

$$\%\,H = \frac{M(H)}{M(Mg(OH)_2)} = \frac{2 \cdot 1{,}01}{58{,}33} \cdot 100 = 3{,}46\ \%\ H$$

10. Un análisis químico cualitativo es, por ejemplo, averiguar si una muestra de sal contiene yodo. Cuantificar la concentración de yodo en esta muestra sería un análisis cuantitativo.

Ponemos en común la respuesta con la del resto de compañeros y compañeras de clase, para que puedan surgir así nuevas ideas.

11. Una técnica analítica proporciona información sobre la composición de las sustancias. Sin embargo, el método analítico es un procedimiento más amplio de aplicación de la técnica para resolver un problema analítico. Es decir, el método analítico engloba la técnica analítica o técnicas analíticas, ya que puede incluir varias técnicas.

De este modo, el a) y el d) serían métodos analíticos, y la b) y la c), técnicas analíticas.

12 Datos: $m((NH_2)_2CO) = 150$ g

Incógnitas: $N(N)$

— Calculamos la masa molar de la urea.

$M_r((NH_2)_2CO)$: $2 \cdot 14{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 12{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 60{,}07$

$M((NH_2)_2CO)$: 60,07 $g \cdot mol^{-1}$

— Hallamos el número de átomos de nitrógeno mediante factores de conversión.

$$N(N) = 150\ \cancel{g\ (NH_2)_2CO} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\ (NH_2)_2CO}}{60{,}07\ \cancel{g\ (NH_2)_2CO}} \cdot$$

$$\cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \cancel{\text{moléculas}\ (NH_2)_2CO}}{1\,mol\ \cancel{(NH_2)_2CO}} \cdot$$

$$\cdot \frac{2\ \text{átomos de N}}{1\ \cancel{\text{molécula}\ (NH_2)_2CO}} = 3{,}01 \cdot 10^{24}\ \text{átomos de N}$$

13. No, un mol de átomos de oxígeno (O) tiene la mitad de la masa que un mol de moléculas de oxígeno (O_2).

$$1\ \cancel{\text{mol átomos O}} \cdot \frac{16{,}00\ g\ O}{1\ \cancel{\text{mol átomos O}}} = 16{,}00\ g\ O$$

$$1\ \cancel{\text{mol moléculas}\ O_2} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol átomos O}}}{1\ \cancel{\text{mol moléculas}\ O_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{16{,}00\ g\ O}{1\ \cancel{\text{mol átomo O}}} = 32{,}00\ g\ O$$

14. Datos: M (acetaldehído) = 44 $g \cdot mol^{-1}$; composición centesimal: 54,5 % C, 9,2 % H y 36,3 % O

Incógnitas: fórmula molecular del acetaldehído

— En primer lugar, calculamos la cantidad de cada elemento, teniendo en cuenta las masas molares.

$$n(C) = 54{,}5\ \cancel{g\ C} \cdot \frac{1\ mol\ C}{12{,}01\ \cancel{g\ C}} = 4{,}54\ mol\ C$$

$$n(H) = 9{,}2\ \cancel{g\ H} \cdot \frac{1\ mol\ H}{1{,}01\ \cancel{g\ H}} = 9{,}1\ mol\ H$$

$$n(O) = 36{,}2\ \cancel{g\ O} \cdot \frac{1\ mol\ O}{16{,}00\ \cancel{g\ O}} = 2{,}27\ mol\ O$$

— Buscamos la relación entre la cantidad de átomos, que es igual a la relación molar.

$$\frac{N(\text{átomos de C})}{N(\text{átomos de O})} = \frac{n(C)}{n(O)} = \frac{4{,}54\ mol\ C}{2{,}27\ mol\ O} \approx \frac{2\ mol\ C}{1\ mol\ O}$$

$$\frac{N(\text{átomos de H})}{N(\text{átomos de O})} = \frac{n(H)}{n(O)} = \frac{9{,}1\ mol\ H}{2{,}27\ mol\ O} \approx \frac{4\ mol\ H}{1\ mol\ O}$$

$$\frac{N(\text{átomos de O})}{N(\text{átomos de O})} = \frac{n(O)}{n(O)} = \frac{2{,}27\ mol\ O}{2{,}27\ mol\ O} \approx \frac{1\ mol\ O}{1\ mol\ O}$$

— Determinamos la fórmula empírica y hallamos su masa molar.

Fórmula empírica: C_2H_4O

$M_r\,(C_2H_4O)$: $2 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 44{,}06$

$M\,(C_2H_4O)$: $44{,}06\ g \cdot mol^{-1}$

— Hallamos el coeficiente n por el cual hemos de multiplicar la fórmula empírica.

$$n = \frac{M\,(\text{compuesto})}{M\,(C_2H_4O)} = \frac{44\ g \cdot mol^{-1}}{44\ g \cdot mol^{-1}} = 1$$

Por tanto, la fórmula molecular es C_2H_4O, y coincide con la fórmula empírica.

15. Datos: M (quinina) = $325\ g \cdot mol^{-1}$; composición centesimal: 74,1 % C; 9,9 % O; 8,6 % N y 7,4 % H.

Incógnitas: fórmula molecular de la quinina

— En primer lugar, y conociendo la composición centesimal, calculamos los moles de cada elemento.

$$n(C) = 74{,}1\ g\cancel{C} \cdot \frac{1\ mol\ C}{12{,}01\ \cancel{g\,C}} = 6{,}17\ mol\ C$$

$$n(H) = 7{,}4\ \cancel{g\,H} \cdot \frac{1\ mol\ H}{1{,}01\ \cancel{g\,H}} = 7{,}3\ mol\ H$$

$$n(O) = 9{,}9\ \cancel{g\,O} \cdot \frac{1\ mol\ O}{16{,}00\ \cancel{g\,O}} = 0{,}62\ mol\ O$$

$$n(N) = 8{,}6\ \cancel{g\,N} \cdot \frac{1\ mol\ N}{14{,}01\ \cancel{g\,N}} = 0{,}61\ mol\ N$$

— Buscamos la relación molar.

$$\frac{N(\text{átomos de C})}{N\,(\text{átomos de N})} = \frac{n(C)}{n(N)} = \frac{6{,}17\ mol\ C}{0{,}61\ mol\ N} \approx \frac{10\ mol\ C}{1\ mol\ N}$$

$$\frac{N(\text{átomos de H})}{N\,(\text{átomos de N})} = \frac{n(H)}{n(N)} = \frac{7{,}33\ mol\ H}{0{,}61\ mol\ N} \approx \frac{12\ mol\ H}{1\ mol\ N}$$

$$\frac{N(\text{átomos de O})}{N\,(\text{átomos de N})} = \frac{n(O)}{n(N)} = \frac{0{,}62\ mol\ O}{0{,}61\ mol\ N} \approx \frac{1\ mol\ O}{1\ mol\ N}$$

$$\frac{N(\text{átomos de N})}{N\,(\text{átomos de N})} = \frac{n(N)}{n(N)} = \frac{0{,}61\ mol\ N}{0{,}61\ mol\ N} \approx \frac{1\ mol\ N}{1\ mol\ N}$$

— Determinamos la fórmula empírica: $C_{10}H_{12}NO$ con $M\,(C_{10}H_{12}NO)$: $10 \cdot 12{,}0 + 12 \cdot 1{,}01 + 14{,}01 + 16{,}00 =$ $= 162$; M: $162\ g \cdot mol^{-1}$.

— Hallamos el coeficiente n por el cual hemos de multiplicar la fórmula empírica.

$$n = \frac{M\,(\text{compuesto})}{M\,(C_{10}H_{12}NO)} = \frac{325\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}}{162\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}} = 2$$

Por tanto, la fórmula molecular es: $C_{20}H_{24}N_2O_2$.

16. Datos: M (hidrocarburo) = $72\ g \cdot mol^{-1}$; por cada mol de compuesto hay 60 g de C.

Incógnitas: fórmula molecular del hidrocarburo

— Calculamos la cantidad de cada elemento, teniendo en cuenta las masas molares.

$$n(C) = 60\ \cancel{g\,C} \cdot \frac{1\ mol\ C}{12{,}01\ \cancel{g\,C}} = 5{,}0\ mol\ C$$

$$n(H) = 12\ \cancel{g\,H} \cdot \frac{1\ mol\ H}{1{,}01\ \cancel{g\,H}} = 12\ mol\ H$$

— Buscamos la relación entre la cantidad de átomos, que es igual a la relación molar.

$$\frac{N\ (\text{átomos de H})}{N\ (\text{átomos de O})} = \frac{n(H)}{n(C)} = \frac{12\ mol\ H}{5{,}0\ mol\ C}$$

Obtenemos la fórmula empírica: C_5H_{12}.

— Hallamos el coeficiente n por el cual hemos de multiplicar la fórmula empírica.

$$n = \frac{M\,(\text{compuesto})}{M\,(C_5H_{12})} = \frac{72\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}}{72\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}} = 1$$

La fórmula molecular del compuesto es C_5H_{12}. Por tanto, las fórmulas molecular y empírica coinciden en este caso.

17. Las técnicas espectroscópicas se fundamentan en la espectrometría, que consiste en la medición de la cantidad de energía radiante que absorbe o transmite un sistema químico en función de la longitud de onda.

Las técnicas no espectroscópicas se basan en otras propiedades de la materia, como puede ser la velocidad de migración de los componentes de una mezcla en el caso de la cromatografía, o la medida del potencial eléctrico en las técnicas electroquímicas, por ejemplo.

A la hora de elegir una determinada técnica debemos tener en cuenta diversos criterios: el estado físico de la sustancia que se va a analizar *(analito)*, si se trata de un elemento o un compuesto, si la muestra se puede destruir, el coste económico, etc.

18. Para determinar la cantidad de oro en un mineral debería llevarse a cabo una espectrometría de absorción atómica, ya que el objetivo es analizar la concentración de un elemento en una muestra.

19. Mediante espectrometría de absorción atómica se pueden resolver los problemas analíticos siguientes:

a) Identificación de azufre en una roca.

c) Análisis de la composición química de un veneno.

d) Determinación de la cantidad de plomo contenida en un juguete de plástico.

e) Verificación de la autenticidad de una obra de arte (pintura).

En todas ellas el objetivo es analizar un elemento químico.

Sin embargo, el problema b) (Determinación analítica de compuestos orgánicos) se debería llevar a cabo mediante espectrometría molecular, ya que no se trata de analizar elementos, sino compuestos.

20. Seguimos estos pasos:

— Entramos en Internet y buscamos imágenes de espectrómetros.

— Seleccionamos las imágenes y organizamos la información.

— Descargamos y guardamos las imágenes seleccionadas en el ordenador.

— Accedemos a la siguiente web y elaboramos la presentación en Prezi:

http://prezi.com/

La presentación debe estructurar bien la información, con claridad y orden en la exposición de contenidos.

21. Datos:

Isótopo	Masa isotópica (u)	Abundancia relativa (%)
Cr-50	49,9461	4,35
Cr-52	51,9405	83,79
Cr-53	52,9407	9,50
Cr-54	53,9389	2,36

Incógnitas: $Ar\,(\mathrm{Cr})$

— Calculamos la masa atómica del cromo haciendo un promedio entre las masas isotópicas de sus isótopos naturales, es decir, multiplicamos cada masa isotópica por su abundancia relativa y dividimos entre 100.

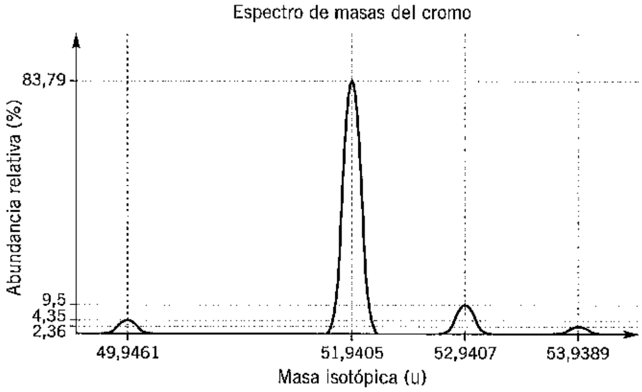
$$A_r(\mathrm{Cr}) = \frac{49{,}9461\ \mathrm{u}\cdot 4{,}35 + 51{,}9405\ \mathrm{u}\cdot 83{,}79 +}{100}$$

$$\frac{+52{,}9407\ \mathrm{u}\cdot 9{,}50 + 53{,}9389\ \mathrm{u}\cdot 2{,}36}{100} = 51{,}99\ \mathrm{u}$$

Verificamos que la masa atómica obtenida es más cercana a la masa del isótopo con mayor abundancia.

— Dibujamos la gráfica que se obtiene con el espectrómetro de masas.

Espectro de masas del cromo



22. Respuesta sugerida: realizamos este ejercicio en clase.

Reflexionamos e investigamos para responder correctamente a las cuestiones planteadas.

a) Un vaso de leche es un sistema material homogéneo porque su composición y propiedades son uniformes en todos sus puntos.

b) La leche está compuesta de agua, materia grasa, proteínas, caseína, albúmina, lactosa, materias minerales y extracto seco.

c) No presentan la misma proporción.

d) Las preguntas que se plantean pueden ser: ¿Cómo podríamos separar los diferentes componentes de la leche? ¿Todas las clases de leche presentan la misma composición? ¿En qué se diferencian la leche desnatada, la semidesnatada y la entera?

e) Investigamos y hablamos de la emulsión, que contiene grasa y agua, de la dispersión, que presenta proteína, y de la suspensión, por presentar calcio.

23. Respuesta sugerida:

Buscamos información en Internet y respondemos a las preguntas. Sugerimos estas fuentes:

http://es.wikipedia.org/wiki/Oro

http://www.lenntech.es/periodica/elementos/au.htm

http://www.metalespreciosos.org/oro/

a) El oro como tal es un elemento químico, por lo que es una sustancia pura. Sin embargo, raras veces se utiliza en estado puro. Generalmente se encuentra mezclado con otros metales como la plata, el platino y el cinc.

b) Una posible definición que se podría dar es que «quilate» designa la ley (pureza) de los metales utilizados en las joyas. En este sentido, un quilate (abreviado K o kt) de un metal precioso representa una veinticuatroava $\left(\frac{1}{24}\right)$ parte de la masa total de la aleación que la compone (aproximadamente el 4,167 %).

— Haremos la presentación con PowerPoint y detallaremos los distintos tipos de oro (tales como oro en polvo, oro blanco, oro rojo, oro coronario, oro verde y oro negro). Explicaremos también la composición de cada uno y sus propiedades.

24. Datos: $m\,(\mathrm{CaCl_2}) = 200\ \mathrm{g}$

Incógnitas: n.° de iones de Ca^{2+} y de Cl^-

— Calculamos la masa molar del $CaCl_2$.

$M_r\,(\mathrm{CaCl_2})$: $1\cdot 40{,}08 + 2\cdot 35{,}45 = 110{,}98$

$M\,(\mathrm{CaCl_2})$: $110{,}98\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$

— Determinamos en número de iones de Ca^{+2}.

$$N(\mathrm{Ca^{2+}}) = 200\ \cancel{\mathrm{g\ CaCl_2}}\cdot\frac{1\ \cancel{\mathrm{mol\ CaCl_2}}}{110{,}98\ \cancel{\mathrm{g\ CaCl_2}}}\cdot$$

$$\cdot\frac{6{,}022\cdot 10^{23}\ \cancel{\mathrm{moléculas\ CaCl_2}}}{1\ \cancel{\mathrm{mol\ CaCl_2}}}\cdot$$

$$\cdot\frac{1\ \text{átomo}\ \cancel{\mathrm{Ca^{+2}}}}{1\ \cancel{\text{moléculas}}\ \mathrm{CaCl_2}} = 1{,}09\cdot 10^{24}$$

— Calculamos el número de iones de Cl^-.

$$N(\mathrm{Cl^-}) = 200\ \cancel{\mathrm{g\ CaCl_2}}\cdot\frac{1\ \cancel{\mathrm{mol\ CaCl_2}}}{110{,}98\ \cancel{\mathrm{g\ CaCl_2}}}\cdot$$

$$\cdot\frac{6{,}022\cdot 10^{23}\ \cancel{\mathrm{moléculas\ CaCl_2}}}{1\ \cancel{\mathrm{mol\ CaCl_2}}}\cdot$$

$$\frac{2\ \text{átomos}\ \cancel{\mathrm{Cl^{-1}}}}{1\ \cancel{\text{moléculas}}\ \mathrm{CaCl_2}} = 2{,}17\cdot 10^{24}$$

25. Respuesta sugerida:

Investigamos en Internet. Proponemos entrar en los siguientes enlaces:

http://www.ecured.cu/index.php/An%C3%A1lisis_gravim%C3%A9trico

http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_gravim%C3%A9trico

El análisis gravimétrico consiste en la determinación de la masa de un elemento o un compuesto pesando la muestra antes y después de una transformación.

Ejemplos:

— Determinación de la masa de sulfato de plomo presente en un mineral por precipitación.

— Cuantificación de la humedad de un alimento por volatización.

— Determinación de la masa de cobre en una aleación por electrodeposición.

Al llevar a cabo estos métodos en el laboratorio, se pueden cometer fallos derivados de la experimentación, como errores en la pesada o errores en la calibración de los instrumentos (balanza analítica, termómetro, etc.).

Estos errores afectarán al resultado del análisis y se deben tener en cuenta en el tratamiento estadístico de los datos.

26. Respuesta sugerida:

Introducimos los nombres de ambos en un buscador y nos informamos. Sugerimos las siguientes páginas web:

http://es.wikipedia.org/wiki/Gustav_Kirchhoff

http://es.wikipedia.org/wiki/Robert_Bunsen

http://www.cnba.uba.ar/sites/default/files/kirchhoff.pdf

http://pendientedemigracion.ucm.es/centros/webs/museogeo/index.php?tp=ESPECTROSCOPIO%20DE%20BUNSEN%20Y%20KIRCHHOFF&a=dir1&d=31332.php

Estos dos científicos inventaron el espectroscopio y desarrollaron y descubrieron el rubidio y el cesio por métodos espectrométricos.

Organizamos la información y redactamos un informe en Word que recoja tanto sus biografías como sus descubrimientos.

27. Respuesta sugerida:

Nos informamos en Internet.

Entre las aplicaciones de la espectroscopia molecular infrarroja podemos citar las siguientes:

— Caracterización e identificación de materiales (polímeros, plásticos, minerales, etc.).

— Análisis de productos farmacéuticos y de síntesis.

— Análisis de contaminantes.

— Ciencia forense (identificación).

— Biomedicina (análisis de tejidos).

— Conservación artística (análisis de pigmentos, materiales utilizados, etc.).

— Industria del reciclaje (identificación de materiales poliméricos).

— Agricultura y alimentación (análisis de la composición de productos agrícolas, calidad de cereales, análisis de suelo, etc.).

— Seguimiento de procesos químicos (polimerizaciones, curado, reacciones catalíticas, etc.).

Buscamos imágenes relacionadas con las aplicaciones anteriores y elaboramos una presentación en PowerPoint, ordenando cada aplicación según el campo de la ciencia donde se emplee. Así tendremos una visión global de la versatilidad de esta técnica analítica.

28. Datos:

Analizamos la gráfica y extraemos los siguientes datos:

Isótopo	Masa isotópica (u)	Intensidad
Si-28	29,9769	100,00
Si-29	28,9765	5,11
Si-30	29,9738	3,35

Incógnitas: a) abundancia isotópica (%); b) A_r

a) Sabiendo que a la señal de mayor intensidad se le asigna el valor 100, hacemos una ponderación para calcular las abundancias isotópicas de los tres isótopos naturales del silicio.

Podemos observar el cálculo en la siguiente tabla:

Isótopo	Masa isotópica (u)	Intensidad	Abundancia isotópica (%)
Si-28	27,9769	100,00	$\frac{100,00}{108,46} \cdot 100 = 92,20$
Si-29	28,9765	5,11	$\frac{5,11}{108,46} \cdot 100 = 4,71$
Si-30	29,9738	3,35	$\frac{3,35}{108,46} \cdot 100 = 3,09$
Total		108,46	100

b) Con las abundancias isotópicas que acabamos de calcular podemos hallar la masa atómica relativa del silicio.

$$A_r(\text{Si}) = \frac{27,9769\ \text{u} \cdot 92,20 + 28,9765\ \text{u} \cdot 4,71 +}{100}$$

$$\frac{+\ 29,9738\ \text{u} \cdot 3,09}{100}$$

$$A_r(\text{Si}) = 28,09\ \text{u}$$

La masa atómica relativa del silicio tiene un valor de 28,09 u.

29. Respuesta sugerida:

Junto con un compañero o compañera, el alumno debe realizar un trabajo de investigación sobre la espectroscopia Raman.

Después, deben plasmar la información en un trabajo monográfico y además elaborar una presentación para la exposición en clase del trabajo. Para la presentación emplearán alguna de las herramientas TIC propuestas en el enunciado del ejercicio.

Pueden resultar de interés los siguientes enlaces:

http://es.wikipedia.org/wiki/Espectroscopia_Raman

http://www.espectrometria.com/espectrometra_raman

http://www.incar.csic.es/espectroscopia-raman

2 DISOLUCIONES

Págs. 47 y 48

30. Este porcentaje indica que por cada 100 mL de vino hay 13,5 mL de alcohol.

31. Datos: V(etanol) = 120 mL; % en volumen (etanol) = 96,0 %; $V(H_2O)$ = 250 mL

Incógnitas: % en volumen

— Calculamos el volumen total de la disolución.

$V_{total} = (120 + 250)\,\text{mL} = 370$ mL disolución

— Calculamos el volumen de etanol.

$$V(\text{etanol}) = 120\ \text{mL}\ \cancel{\text{disolución etanol}} \cdot \frac{96{,}0\ \text{mL etanol}}{100\ \text{mL}\ \cancel{\text{disolución etanol}}} = 115\ \text{mL}$$

— Calculamos el % en volumen.

$$\%\ \text{en volumen} = \frac{115\ \text{mL etanol}}{370\ \text{mL disolución}} \cdot 100 =$$

= 31,1 % de etanol

32. Datos: m(NaCl) = 20 g; $m(MgCl_2)$ = 15 g; $V(H_2O)$ = 400 mL; $d(H_2O)$=1,0 g·mL^{-1}

Incógnitas: % en masa; χ_i ; m

— Calculamos los porcentajes en masa.

$$\%\ \text{en masa (NaCl)} = \frac{20\ \text{g NaCl}}{400\ \text{g}\ H_2O + 20\ \text{g NaCl} + 15\ \text{g}\ MgCl_2} \cdot 100$$

% en masa (NaCl) = 4,6 % NaCl

$$\%\ \text{en masa}\ (MgCl_2) = \frac{15\ \text{g}\ MgCl_2}{400\ \text{g}\ H_2O + 20\ \text{g NaCl} + 15\ \text{g}\ MgCl_2} \cdot 100$$

% en masa ($MgCl_2$) = 3,4 % $MgCl_2$

— Calculamos la cantidad química de cada sustancia.

M_r(NaCl): 1 · 22,99 + 1 · 35,45 = 58,44;

M(NaCl): 58,44 g·mol^{-1}

$M_r(MgCl_2)$: 1 · 24,31 + 2 · 35,45 = 95,21

$M(MgCl_2)$: 95,21 g·mol^{-1}

$M_r(H_2O)$: 2 · 1,01 + 1 · 16,00 = 18,02

$M(H_2O)$: 18,02 g·mol^{-1}

$$n\,(\text{NaCl}) = 20\ \cancel{\text{g NaCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol NaCl}}{58{,}44\ \cancel{\text{g NaCl}}} = 0{,}34\ \text{mol NaCl}$$

$$n\,(MgCl_2) = 15\ \cancel{\text{g}\ MgCl_2} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ MgCl_2}{95{,}21\ \cancel{\text{g}\ MgCl_2}} = 0{,}16\ \text{mol}\ MgCl_2$$

$$n\,(H_2O) = 400\ \cancel{\text{g}\ H_2O} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2O}{18{,}02\ \cancel{\text{g}\ H_2O}} = 22{,}2\ \text{mol}\ H_2O$$

— Calculamos la cantidad total de sustancia.

n (totales) = $(3{,}4 \cdot 10^{-1} + 1{,}6 \cdot 10^{-1} + 22{,}1)$ mol = 22,7 mol

— Hallamos las fracciones molares.

$$\chi(\text{NaCl}) = \frac{n\,(\text{NaCl})}{n\ (\text{totales})} = \frac{0{,}34\ \text{mol NaCl}}{22{,}7\ \text{mol totales}} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$$

$$\chi(MgCl_2) = \frac{n\,(MgCl_2)}{n\ (\text{totales})} = \frac{0{,}16\ \text{mol NaCl}}{22{,}7\ \text{mol totales}} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$$

— Calculamos la molalidad.

$$m = \frac{n\ (\text{soluto})}{m\ (\text{disolvente})} =$$

$$\frac{0{,}16\ \text{mol}\ MgCl_2 + 0{,}34\ \text{mol NaCl}}{0{,}4\ \text{kg}\ H_2O} =$$

= 1,3 mol·kg^{-1}

33. Datos: % en masa = 35 % HCl; d (disolución HCl) = = 1,18 g·mL^{-1}; por preparar: V(disolución HCl) = 300 mL; c (HCl) = 0,30 mol·dm^{-3}

Incógnitas: V(disolución)

— Calculamos, a partir del volumen deseado de 300 mL de HCl 0,30 mol·dm^{-3}, el volumen necesario del HCl comercial.

M_r(HCl): 1 · 1,01 + 1 · 35,45 = 36,46

M(HCl): 36,46 g·mol^{-1}

$$V\,(\text{disolución}) = 300\ \cancel{\text{mL HCl}} \cdot \frac{1\ \text{L}\ \cancel{\text{HCl}}}{1000\ \cancel{\text{mL HCl}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}3\ \cancel{\text{mol HCl}}}{1\ \cancel{\text{L HCl}}} \cdot \frac{36{,}46\ \cancel{\text{g HCl}}}{1\ \cancel{\text{mol HCl}}} \cdot \frac{100\ \text{g}\ \cancel{\text{disolución HCl}}}{35\ \cancel{\text{g HCl}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \text{mL}\ \cancel{\text{disolución HCl}}}{1{,}18\ \text{g}\ \cancel{\text{disolución HCl}}} = 7{,}9\ \text{mL}$$

34. Datos: c = 0,1 mol·L^{-1}; T = 20 °C

Incógnitas: π

— Expresamos la concentración, c, en mol·m^{-3}.

$$0{,}1\ \text{mol} \cdot \cancel{\text{L}^{-1}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L}}}{1\ \cancel{\text{dm}^3}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{dm}^3}}{1\ \text{m}^3} = 1{,}0 \cdot 10^2\ \text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$$

— Calculamos la presión osmótica.

$\pi = c \cdot R \cdot T$

$\pi = 1{,}0 \cdot 10^2\ \cancel{\text{mol}} \cdot \cancel{\text{m}^{-3}} \cdot 8{,}31\ \text{Pa} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot 293\ \cancel{\text{K}}$

$\pi = 2{,}4 \cdot 10^5$ Pa

35. a) Son propiedades características porque son específicas de cada sustancia pura.

b) La temperatura de ebullición aumentará porque al agregar un soluto no volátil o no iónico, la presión de vapor bajará y no hervirá a la misma temperatura, sino a una superior.

La temperatura de fusión disminuirá, porque la congelación se produce cuando la presión de vapor del líquido iguala a la presión de vapor del sólido.

c) La presencia de sustancias iónicas como solutos en disolución influye sobre las propiedades coligativas, como la presión osmótica, ya que esta depende de la concentración de especies en la disolución y no de la concentración de soluto.

Este hecho es relevante porque muchos solutos, al disolverse, se disocian en dos o más especies, por lo que la concentración de las especies disueltas es mayor que la del soluto.

36. Datos: K_e (agua) = 0,52 K · kg · mol^{-1};
K_c (agua) = 1,86 K · kg · mol^{-1}; m = 1,3 mol · kg^{-1}

Incógnitas: T_f; T_e

— Calculamos la temperatura de ebullición a partir de la expresión correspondiente al ascenso ebulloscópico.

$$\Delta T_e = K_e \cdot m = 1{,}3\ \cancel{mol} \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot 0{,}52\ K \cdot \cancel{kg} \cdot \cancel{mol^{-1}} =$$

$$= 0{,}68\ K$$

$$\Delta T_e = 0{,}68\ K = 0{,}68\ °C;\ T_e = (100{,}00 + 0{,}68) = 100{,}68\ °C$$

— Calculamos la temperatura de fusión a partir de la expresión correspondiente al descenso crioscópico.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m = 1{,}3\ \cancel{mol} \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot 1{,}86\ K \cdot \cancel{kg} \cdot \cancel{mol^{-1}} =$$

$$= 2{,}4\ K$$

$$\Delta T_f = 2{,}4\ K = 2{,}4\ °C;\ T_f = (0{,}00 - 2{,}4) = -2{,}4\ °C$$

37. Datos: d (disolución) = 1,020 g · mL^{-1};
V (disolución por preparar) = 100 mL de c = 0,300 mol · L^{-1}

Incógnitas: m ($CaCl_2 \cdot 2\ H_2O$); % en masa; χ_i; m

a) — Calculamos la masa de sal hidratada necesaria.

M_r ($CaCl_2 \cdot 2\ H_2O$): 1 · 40,08 + 2 · 35,45 + 4 · 1,01 + + 2 · 16,00 = 147,02; M ($CaCl_2 \cdot 2\ H_2O$): 147,02 g · mol^{-1}

$$m(CaCl_2 \cdot 2H_2O) = 100\ \cancel{mL\ disolución} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}300\ \cancel{mol\ CaCl_2}}{1000\ \cancel{mL\ disolución}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ CaCl_2 \cdot 2H_2O}}{1\ \cancel{mol\ CaCl_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{147{,}02\ g\ CaCl_2 \cdot 2\ H_2O}{1\ \cancel{mol\ CaCl_2 \cdot 2\ H_2O}} = 4{,}41\ g$$

— Hallamos el porcentaje en masa.

M_r ($CaCl_2$): 1 · 40,08 + 2 · 35,45 = 110,98
M ($CaCl_2$): 110,98 g · mol^{-1}

$$m(CaCl_2) = 100\ \cancel{mL\ disolución} \cdot \frac{1\ \cancel{L\ disolución}}{1000\ \cancel{mL\ disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}300\ \cancel{mol\ CaCl_2}}{1\ \cancel{L\ disolución}} \cdot \frac{110{,}98\ g\ CaCl_2}{1\ \cancel{mol\ CaCl_2}} = 3{,}33\ g$$

$$\%\ en\ masa = \frac{3{,}33\ g\ CaCl_2}{100\ \cancel{mL\ disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mL\ disolución}}{1{,}02\ g\ disolución} \cdot 100$$

% en masa = 3,26 %

— Calculamos la fracción molar teniendo en cuenta que el porcentaje en masa del soluto es de 3,26 %. De modo que por cada 100 g de disolución tenemos 96,74 g de agua.

M_r (H_2O): 2 · 1,01 + 16,00 = 18,02

M (H_2O): 18,02 g · mol^{-1}

$$m(disolución) = 100\ \cancel{mL\ disolución} \cdot$$

$$\cdot \frac{1{,}020\ g\ disolución}{1\ \cancel{mL\ disolución}} = 102\ g\ disolución$$

$$n\ (H_2O) = 102\ \cancel{g\ disolución} \cdot \frac{96{,}74\ \cancel{g\ H_2O}}{100\ \cancel{g\ disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ mol\ H_2O}{18{,}02\ \cancel{g\ H_2O}} = 5{,}48\ mol$$

$$n\ (CaCl_2) = 102\ \cancel{g\ disolución} \cdot \frac{3{,}26\ \cancel{g\ CaCl_2}}{100\ \cancel{g\ disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ mol\ CaCl_2}{110{,}98\ \cancel{g\ CaCl_2}} = 0{,}0300\ mol$$

$$\chi(CaCl_2) = \frac{0{,}0300\ mol\ CaCl_2}{5{,}48\ mol\ H_2O + 0{,}0300\ mol\ CaCl_2}$$

$$\chi(CaCl_2) = 5{,}44 \cdot 10^{-3}$$

— Calculamos la molalidad de la disolución, teniendo en cuenta también el porcentaje en masa del soluto.

$$m = \frac{3{,}26\ \cancel{g\ CaCl_2}}{96{,}74\ \cancel{g\ H_2O}} \cdot \frac{1\ mol\ CaCl_2}{111{,}0\ \cancel{g\ CaCl_2}} \cdot \frac{1000\ \cancel{g\ H_2O}}{1\ kg\ H_2O} =$$

$$= 0{,}304\ mol \cdot kg^{-1}$$

b) En el laboratorio, para pesar la cantidad de sal necesaria, utilizaríamos un vidrio de reloj, una espátula y una balanza electrónica.

Para preparar la disolución disolvemos la sustancia con cierta cantidad de disolvente y trasvasamos el resultado a un matraz aforado.

Seguidamente, añadiríamos agua hasta la línea de enrase del matraz aforado. De esta forma ya tendríamos la disolución preparada.

38. Datos: m (disolución) = 250 g; % en masa = 1,00 %;
d (etanol) = 789 kg · m^{-3}

Incógnitas: m (I_2); V (alcohol)

— Calculamos la masa de soluto.

$$m\ (I_2) = 250\ \cancel{g\ disol} \cdot \frac{1\ g\ I_2}{100\ \cancel{g\ disol}} = 2{,}50\ g$$

— Hallamos el volumen de alcohol (etanol) necesario.

$$V\ (etanol) = 250\ g\ disolución \cdot \frac{99\ \cancel{g\ etanol}}{100\ \cancel{g\ disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{kg\ etanol}}{1000\ \cancel{g\ etanol}} \cdot \frac{1\ \cancel{m^3\ etanol}}{789\ \cancel{kg\ etanol}} \cdot \frac{1000\ \cancel{dm^3\ etanol}}{1\ \cancel{m^3}\ etanol} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{L\ etanol}}{1\ \cancel{dm^3}\ etanol} \cdot \frac{1000\ mL\ etanol}{1\ \cancel{L}\ etanol} = 314\ mL$$

39. Datos: *Pureza* (disolución de HCl) = 32 %; d (disolución) = 1,16 g · mL^{-1}; c (disolución) = 0,30 mol · L^{-1}; V (disolución) = 100 mL = 0,100 L

Incógnitas: V (HCl)

— Calculamos la cantidad de HCl necesaria a partir de la molaridad de la disolución.

$$c = \frac{n_{soluto}}{V_{disolución}(L)}\ ;\ n_{soluto} = c \cdot V_{disolución}(L)$$

$$n(HCl) = 0{,}30\ mol \cdot \cancel{L^{-1}} \cdot 0{,}100\ \cancel{L} = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ mol$$

— Hallamos la masa molar del ácido clorhídrico y calculamos la masa de ácido correspondiente a la cantidad anterior.

M_r (HCl): 1 · 1,01 + 1 · 35,45 = 36,46

M (HCl): 36,46 g · mol^{-1}

$$m(HCl) = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \cancel{mol\ de\ HCl} \cdot \frac{36{,}46\ g\ de\ HCl}{1\ \cancel{mol\ de\ HCl}} = 1{,}1\ g$$

— Calculamos la masa de ácido clorhídrico necesaria teniendo en cuenta la pureza de la disolución de ácido clorhídrico que tenemos en el laboratorio.

$$m(disolución) = 1{,}1\ \cancel{g\ de\ HCl} \cdot \frac{100\ g\ de\ disolución\ de\ HCl}{32\ \cancel{g\ de\ HCl}} = 3{,}4\ g$$

— Determinamos el volumen de disolución necesario mediante la densidad.

$$V(disolución) = 3{,}4\ \cancel{g\ de\ disolución\ de\ HCl} \cdot \frac{1\ mL\ de\ disolución\ de\ HCl}{1{,}16\ \cancel{g\ de\ disolución\ de\ HCl}} =$$

= 2,9 mL de disolución de HCl

— Para llevar a cabo esta disolución en el laboratorio pipetearíamos 2,9 mL de la disolución de 32 % de pureza en ácido clorhídrico, lo verteríamos en un matraz aforado de 100 mL y lo enrasaríamos con agua destilada. Por último, agitaríamos la disolución y corregiríamos el enrase agregando el agua necesaria.

40. Datos: $V(C_2H_4O_2)$ = 0,50 L; $c(C_2H_4O_2)$ = 0,40 mol · L^{-1}; % en masa ($C_2H_4O_2$ comercial) = 99 %, d ($C_2H_4O_2$ comercial) = = 1,05 g · mL^{-1}

Incógnitas: $V(C_2H_4O_2)$

— Calculamos la masa molar del $C_2H_4O_2$.

$M_r(C_2H_4O_2)$: 2 · 12,01 + 4 · 1,01 + 2 · 16,00 = 60,06

$M(C_2H_4O_2)$: 60,06 g · mol^{-1}

— Calculamos el volumen de la disolución comercial de $C_2H_4O_2$ necesario.

$$V(disolución) = 0{,}5\ L\ disolución\ \cancel{C_2H_4O_2} \cdot \frac{0{,}4\ \cancel{mol\ C_2H_4O_2}}{1\ L\ \cancel{disolución\ C_2H_4O_2}} \cdot \frac{60{,}06\ g\ \cancel{C_2H_4O_2}}{1\ \cancel{mol\ C_2H_4O_2}} \cdot \frac{100\ g\ \cancel{disolución\ comercial\ C_2H_4O_2}}{99\ \cancel{g\ C_2H_4O_2}} \cdot \frac{1\ mL\ disolución\ comercial\ C_2H_4O_2}{1{,}05\ \cancel{g\ disolución\ comercial\ C_2H_4O_2}} =$$

= 12 mL disolución comercial $C_2H_4O_2$

41. Datos: % en masa (KCl) = 10,0 %; $V(H_2O)$ = 100 mL; m (disolución) = 400 g

Incógnitas: m

— Hallamos la masa molar del KCl.

M_r (KCl): 1 · 39,10 + 1 · 35,45 = 74,55

M (KCl): 74,55 g · mol^{-1}

— Calculamos los moles de soluto (KCl).

$$m(KCl) = 400\ \cancel{g\ disol} \cdot \frac{10{,}0\ g\ KCl}{100\ \cancel{g\ disol}} = 40{,}0\ g$$

$$n(KCl) = 40{,}0\ \cancel{g\ KCl} \cdot \frac{1\ mol\ KCl}{74{,}55\ \cancel{g\ KCl}} = 0{,}537\ mol\ KCl$$

— Determinamos la masa de disolvente de la disolución.

m(disolución) = m(soluto) + m(disolvente)

m(disolvente) = m(disolución) – m(soluto)

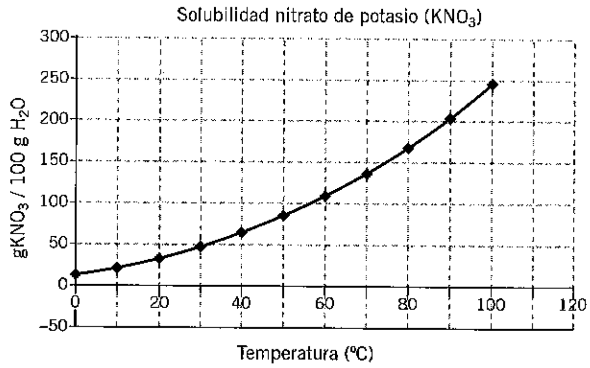
m(disolvente) = (400 – 40) g = 360 g

— Calculamos la molalidad de la nueva disolución.

$m_{total}(H_2O)$ = (360 + 100) = 460 g = 0,460 kg

$$m = \frac{0{,}537\ mol\ KCl}{0{,}460\ kg\ H_2O} = 1{,}17\ mol \cdot kg^{-1}$$

42. a)



b) En este caso el dato de solubilidad es de 110,0 g KNO_3 en 100 g de H_2O, y se debe comparar con 40 % en masa.

% en masa de KNO_3(60 °C) =

$$= \frac{110{,}0\ g\ KNO_3}{(110{,}0 + 100{,}0)\ g\ disolución} \cdot 100$$

% en masa de KNO_3(60 °C) = 52,38 %

La disolución saturada a 60 °C es del 52,38 % en masa, luego una disolución al 40 % m/m a 60 °C no estará saturada.

c) Podremos disolver 138 g de KNO_3 por cada 100 g de H_2O. Por tanto, en 200 g de H_2O podremos disolver 276 g de KNO_3.

d) A 20 °C la solubilidad es de 34,6 g de KNO_3 por cada 100 g de H_2O. Así, en 276 g de KNO_3 podemos disolver 69,2 g de KNO_3. La masa de sal que precipitará será la diferencia entre los 276 g de KNO_3 disueltos a 70 °C en el apartado anterior y los 34,6 g de KNO_3 que podemos disolver ahora a 20 °C. Es decir, precipitarán 206,8 g de KNO_3.

43. Datos: $T = 25$ °C; $p^o(H_2O, 25\ °C) = 23{,}6$ mmHg; $m = 0{,}10\ mol \cdot kg^{-1}$

Incógnitas: m; Δp

— La molalidad nos indica que existen 0,10 moles de soluto por cada 1 000 g de disolvente. Hallamos así la cantidad de soluto y de disolvente presentes en la disolución.

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$;

$M(H_2O)$: $18{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

n(soluto) = 0,10 mol

$$n(\text{disolvente}) = 1\,000\ \cancel{g\,H_2O} \cdot \frac{1\ mol\,H_2O}{18{,}02\ \cancel{g\,H_2O}} =$$

$$= 55{,}49\ mol\,H_2O$$

— Calculamos la fracción molar de soluto.

$$\chi_s = \frac{0{,}10\ mol}{(55{,}49 + 0{,}10)\ mol} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$$

— Determinamos la disminución de la presión de vapor.

$$\Delta p = p^o - p = \chi_s \cdot p^o$$

$$\Delta p = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 23{,}6\ mmHg = 4{,}2 \cdot 10^{-2}\ mmHg$$

La disminución de la presión de vapor de la disolución es de $4{,}2 \cdot 10^{-2}$ mmHg.

44. Datos: $m(C_{12}H_{22}O_{11}) = 68{,}00$ g; $m(H_2O) = 1000$ g; $T = 28$ °C; $p^o(H_2O, 28\ °C) = 28{,}35$ mmHg

Incógnitas: p

— Hallamos la cantidad de soluto y de disolvente presentes en la disolución.

$M_r(C_{12}H_{22}O_{11})$: $12 \cdot 12{,}01 + 22 \cdot 1{,}01 + 11 \cdot 16{,}00 = 342{,}34$

$M(C_{12}H_{22}O_{11})$: $342{,}34\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$;

$M(H_2O)$: $18{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$n(\text{soluto}) = 68{,}00\ \cancel{g\,C_{12}H_{22}O_{11}} \cdot \frac{1\ mol\,C_{12}H_{22}O_{11}}{342{,}34\ \cancel{g\,C_{12}H_{22}O_{11}}}$$

$$n(\text{soluto}) = 0{,}1986\ mol\,C_{12}H_{22}O_{11}$$

$$n(\text{disolvente}) = 1000\ \cancel{g\,H_2O} \cdot \frac{1\ mol\,H_2O}{18{,}02\ \cancel{g\,H_2O}}$$

$$n(\text{disolvente}) = 55{,}49\ mol\,H_2O$$

— Calculamos la fracción molar de soluto.

$$\chi_s = \frac{0{,}1986\ \cancel{mol}}{(55{,}49 + 0{,}1986)\ \cancel{mol}} = 3{,}566 \cdot 10^{-3}$$

— Determinamos la disminución de la presión de vapor.

$$\Delta p = \chi_s \cdot p^o$$

$$\Delta p = 3{,}566 \cdot 10^{-3} \cdot 28{,}35\ mmHg = 0{,}1011\ mmHg$$

— Calculamos la presión de vapor de la disolución.

$$\Delta p = p^o - p$$

$$p = p^o - \Delta p = (28{,}35 - 0{,}1011)\ mmHg$$

$$p = 28{,}25\ mmHg$$

La presión de vapor de la disolución tiene un valor de 28,25 mmHg.

45. Datos: T_c(agua de mar) = −2 °C; K_c(agua) = $1{,}86\ K \cdot kg \cdot mol^{-1}$; K_e(agua) = $0{,}52\ K \cdot kg \cdot mol^{-1}$

Incógnitas: m; T_e

— Calculamos la molalidad de la disolución.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m$$

$$\Delta T_f = 2{,}00\ °C = 2{,}00\ K$$

$$m = \frac{\Delta T_f}{K_c} = \frac{2\ \cancel{K}}{1{,}86\ \cancel{K} \cdot kg \cdot mol^{-1}} = 1{,}08\ mol \cdot kg^{-1}$$

La concentración de agua de mar es de $1{,}08\ mol \cdot kg^{-1}$.

— Calculamos la temperatura de ebullición mediante la expresión correspondiente al ascenso ebulloscópico.

$$\Delta T_e = K_e \cdot m = 0{,}52\ K \cdot \cancel{kg} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot 1{,}08\ \cancel{mol} \cdot \cancel{kg^{-1}} =$$

$$= 0{,}56\ K$$

$$\Delta T_e = 0{,}56\ K = 0{,}56\ °C$$

$$T_e = (100{,}00 + 0{,}56)\ °C = 100{,}56\ °C$$

El agua de mar hervirá a 100,56 °C.

46. Entramos en el *applet* y vamos echando cada sal en el agua con el salero. Observamos cómo se dispersan las partículas de cada una en el agua.

Así, el orden creciente de solubilidad es el siguiente: sulfuro de talio(I), bromuro de mercurio(I), fosfato de estroncio, bromuro de plata, yoduro de cobre y arseniato de plata.

— Desde el punto de vista cinético-molecular, se observa que las partículas disueltas se mueven libremente por el líquido chocando entre ellas, mientras que las partículas que no se disuelven precipitan en el fondo del recipiente y no se mueven.

47. Se utiliza la molalidad, m, porque está referida a magnitudes que no dependen de las condiciones (masa). Sin embargo, la concentración de cantidad de sustancia (conocida también como molaridad) incluye el volumen que cambia con las condiciones, por lo que no podríamos hablar de un valor de la concentración ya que cambiaría a medida que cambiara la temperatura.

48. Datos: T_f(mezcla) = −4,30 °C; K_c(agua) = $1{,}86\ K \cdot kg \cdot mol^{-1}$; m(soluto) = 10,3 g; m(disolvente) = 20,0 g = 0,200 kg

Incógnitas: M(soluto)

— Utilizaremos la expresión del descenso crioscópico combinada con la de la molalidad para llegar a la masa molar de la sustancia.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m \qquad m = \frac{n_{soluto}}{m_{disolvente}} = \frac{\dfrac{m_{soluto}}{M(\text{soluto})}}{m_{disolvente}}$$

— Así, introducimos la expresión de la molalidad en la del descenso crioscópico y despejamos la masa molar de soluto de la ecuación.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m = 1{,}86\ \text{K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot$$

$$\cdot \frac{\frac{10{,}3 \text{ g soluto}}{M \text{ (soluto)}}}{0{,}200 \text{ kg disolvente}} = 4{,}3 \text{ K}$$

$$\frac{1{,}86 \text{ K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 10{,}3 \text{ g soluto}}{0{,}200 \text{ kg disolvente} \cdot M(\text{soluto})} = 4{,}3 \text{ K}$$

$$M(\text{soluto}) = \frac{1{,}86 \cancel{\text{K}} \cdot \cancel{\text{kg}} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 10{,}3 \text{ g soluto}}{0{,}200 \cancel{\text{kg disolvente}} \cdot 4{,}3 \cancel{\text{K}}}$$

$$M(\text{soluto}) = 223 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La sustancia tiene una molar de 223 $g \cdot mol^{-1}$.

49. Respuesta sugerida:

Accedemos a la presentación y la analizamos con atención. Después respondemos a las preguntas propuestas.

a) Al beber agua destilada, que es una disolución de medio hipotónico, nuestras células ganarán agua por ósmosis, se hincharán y pueden explotar.

En el caso del agua de mar, ocurre todo lo contario, al tratarse de una solución hipertónica, la célula perderá agua por ósmosis para compensar la concentración y se «secará».

b) Para evitar problemas de «plasmólisis» o «turgencias», las disoluciones que se inyectan o se ingieren deben ser isotónicas, es decir, de igual concentración respecto al fluido celular, para que la célula se mantenga en su estado normal.

c) Datos: $\pi = 7{,}8.10^5$ Pa; $T = 25$ °C

Incógnitas: c

Despejamos la concentración de la expresión de la presión osmótica:

$$\pi = c \cdot \text{R} \cdot T$$

$$c = \frac{\pi}{\text{R} \cdot T} = \frac{7{,}8 \cdot 10^5 \cancel{\text{Pa}}}{8{,}31 \cancel{\text{Pa}} \cdot \text{m}^3 \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 298 \cancel{\text{K}}}$$

$$c = 314{,}98 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} = 0{,}31 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

d) Nuestro riñón, así como las máquinas de diálisis, se sirven del proceso de ósmosis para purificar la sangre de los desechos del metabolismo. (El alumno puede profundizar con más detalle en el funcionamiento de este proceso buscando información en Internet).

En la ósmosis inversa, el disolvente presenta un flujo desde la disolución más concentrada a la menos concentrada.

Sugerimos los siguientes enlaces:

http://kidney.niddk.nih.gov/Spanish/pubs/yourkidneys/

https://www.friat.es/la-enfermedad-renal/la-hemodialsis/

http://www.quiminet.com/articulos/que-es-la-osmosis-inversa-18669.htm

50. Respuesta sugerida:

Primero vemos el vídeo y, a continuación, respondemos a las preguntas.

a) He observado la ebullición del agua a temperatura ambiente.

b) Sucede que el agua está hirviendo a menos de 100 °C porque la presión también es inferior a 1 atm. (El agua hierve a 100 °C cuando hay 1 atm de presión). Las burbujas corresponden al agua en ebullición.

c) ¿Cómo puede afectar la relación entre la temperatura y la presión a situaciones cotidianas como hervir pasta cerca del mar o en lo alto de una montaña?

d) El agua hierve a menos de 100 °C porque la presión es inferior a 1 atm.

e) Se basa en el principio que indica que la presión de vapor aumenta con la temperatura. En las ollas de presión cuando aumenta la presión del interior también lo hace la temperatura, por lo que los alimentos se cocinan más rápido.

f) Primero ponemos en común nuestra respuesta por parejas, y después con las del resto de compañeros y compañeras.

SÍNTESIS

Pág. 48

51. Cada alumno debe elaborar un mapa conceptual que recoja los contenidos estudiados en la unidad.

El hecho de poner en común todos los mapas de la clase enriquecerá el aprendizaje del alumno, que observará qué conceptos del mapa conjunto no había plasmado en su mapa mental en un principio.

Con todo, cada alumno tendrá una síntesis completa de la unidad.

52. Las disoluciones se utilizan en las técnicas volumétricas. Por ejemplo, en una volumetría se mide el volumen necesario de una sustancia de concentración conocida *(disolución patrón)* que reacciona completamente con la sustancia que hay que analizar. Así, la disolución patrón se debe preparar en el laboratorio antes de aplicar la técnica, y para ello debemos conocer los cálculos relacionados con la concentración de las disoluciones.

Las disoluciones también se emplean en las técnicas espectroscópicas para construir la recta de calibrado. Para ello se deben preparar disoluciones de distintas concentraciones.

— Una dilución consiste en reducir la concentración de una disolución añadiendo más disolvente.

Una situación en la que se emplean diluciones es, por ejemplo, en la elaboración de la curva de calibrado del espectrofotómetro. El objetivo es medir la concentración de una sustancia en una muestra por comparación con una serie de elementos de concentración conocida. Para ello, se efectúan diluciones de una serie de muestras de contenido conocido y se establece una función matemática que relacione ambas. Después, se sustituye la variable independiente en la función anterior y se obtiene la concentración de la muestra problema.

53. Datos: $V(H_2O) = 150$ mL; m (KCl) = 5,00 g;
$p°$ (agua, 25 °C) = $3{,}1 \cdot 10^{-2}$ atm; K_c (agua) = 1,86 K · kg · mol^{-1};
K_e (agua) = 0,52 K · kg · mol^{-1}

Incógnitas: Δp; T_f; T_e

— Hallamos la masa molar del KCl.

M_r (KCl): $1 \cdot 39{,}10 + 1 \cdot 35{,}45 = 74{,}55$

M (KCl): 74,55 g · mol^{-1}

— Calculamos los moles de soluto y de disolvente, y la fracción molar de soluto.

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$

$M(H_2O)$: 18,02 g · mol^{-1}

$$n(\text{KCl}) = 5{,}00 \text{ g } \cancel{\text{KCl}} \cdot \frac{1 \text{ mol KCl}}{74{,}55 \text{ g } \cancel{\text{KCl}}} = 6{,}70 \cdot 10^{-2} \text{ mol KCl}$$

$$n(H_2O) = 150 \text{ m}\cancel{\text{L } H_2O} \cdot \frac{1 \text{ g } \cancel{H_2O}}{1 \cancel{\text{ mL } H_2O}} \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18{,}02 \text{ g } \cancel{H_2O}} =$$

$= 8{,}33$ mol

$$\chi(\text{KCl}) = \frac{n_{\text{soluto}}}{n_{\text{totales}}} = \frac{6{,}70 \cdot 10^{-2} \cancel{\text{ mol}}}{(6{,}70 \cdot 10^{-2} + 8{,}33) \cancel{\text{ mol}}} = 8{,}00 \cdot 10^{-3}$$

— Calculamos la variación de la presión de vapor.

$\Delta p = p° - p = \chi_s \cdot p°$

$\Delta p = 8{,}00 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-2} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ atm

— Calculamos la molalidad de la disolución.

$$m = \frac{n_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolvente}}} = \frac{6{,}70 \cdot 10^{-2} \text{ mol KCl}}{0{,}150 \text{ kg } H_2O} = 0{,}447 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

— Aplicamos la expresión del descenso crioscópico para determinar la temperatura de fusión de la disolución.

$\Delta T_f = K_c \cdot m = 1{,}86 \text{ K} \cdot \cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot 0{,}447 \cancel{\text{ mol}} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}}$

$\Delta T_f = 0{,}831$ K = 0,831 °C

$T_f = (0{,}00 - 0{,}831)$ °C = −0,831 °C

— Aplicamos la expresión del ascenso ebulloscópico para determinar la temperatura de ebullición de la disolución.

$\Delta T_e = K_e \cdot m = 0{,}52 \text{ K} \cdot \cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot 0{,}447 \cancel{\text{ mol}} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}}$

$\Delta T_e = 0{,}23$ K = 0,23 °C

$T_e = (100{,}00 - 0{,}23)$ °C = 100,23 °C

Evaluación (Pág. 50)

1. La opción correcta es la a).

El aire es un sistema material homogéneo, ya que tiene la misma composición química y propiedades en cualquier punto.

2. La opción correcta es la a).

Datos: $n(C_{12}H_{22}O_{11}) = 1{,}00$ mol

Incógnitas: m (C)

A_r (C) = 12 ; M(C) = 12,01 g · mol^{-1}

$$m(\text{C}) = 1{,}00 \text{ mol } \cancel{C_{12}H_{22}O_{11}} \cdot$$

$$\cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \cancel{\text{ moléculas } C_{12}H_{22}O_{11}}}{1 \cancel{\text{ mol } C_{12}H_{22}O_{11}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{12 \cancel{\text{ átomos C}}}{1 \cancel{\text{ moléculas } C_{12}H_{22}O_{11}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{ mol de átomos de C}}}{6{,}022 \cdot 10^{23} \cancel{\text{ átomos C}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{12{,}01 \text{ g C}}{1 \cancel{\text{ mol de átomos de C}}} = 144 \text{ g C}$$

3. a) Datos: n (NaCl) = 2,00 mol

Incógnitas: m (NaCl)

M_r(NaCl) = $1 \cdot 22{,}99 + 1 \cdot 35{,}45 = 58{,}44$

M(NaCl) = 58,44 g · mol^{-1}

$$m(\text{NaCl}) = 2{,}00 \cancel{\text{ mol NaCl}} \cdot \frac{58{,}44 \text{ g NaCl}}{1 \cancel{\text{ mol NaCl}}} = 117 \text{ g}$$

b) Datos: $m_1(C_6H_{12}O_6) = 250$ g; $m_1(C_6H_{12}O_6) = 500$ g

Incógnitas: % C

— Hallamos la masa molar de la glucosa y del carbono.

$M_r(C_6H_{12}O_6)$: $6 \cdot 12{,}01 + 12 \cdot 1{,}01 + 6 \cdot 16{,}00 = 180{,}18$

$M(C_6H_{12}O_6)$: 180,18 g · mol^{-1}

A_r (C): 12; M(C): 12,01 g · mol^{-1}

— Calculamos el % de C en la glucosa fijándonos en su fórmula molecular.

$$\% \text{ C} = \frac{\text{n.° átomos (C)} \cdot M(\text{C})}{M(C_6H_{12}O_6)} \cdot 100$$

$$\% \text{ C} = \frac{6 \cdot 12{,}01}{180{,}18} \cdot 100 = 39{,}99 \%$$

Observamos que la expresión anterior no depende de la masa de glucosa presente. Por tanto, habrá 39,99 % de carbono tanto en 250 g como en 500 g de glucosa.

4. La opción correcta es la a).

Datos: % (Ca) = 38,71 %; % (P) = 20 %; % (O) = 41,29 %

Incógnitas: fórmula empírica

— Hallamos la cantidad química (moles) de cada elemento.

A_r(Ca): 40,08; M (Ca): 40,08 g · mol^{-1}

A_r(P): 39,97; M (P): 30,97 g · mol^{-1}

A_r(O) = 16,00; M (O): 16,00 g · mol^{-1}

$$n(\text{Ca}) = 38{,}71 \text{ g } \cancel{\text{Ca}} \cdot \frac{1 \text{ mol Ca}}{40{,}08 \text{ g } \cancel{\text{Ca}}} = 0{,}9660 \text{ mol}$$

$$n(\text{P}) = 20 \text{ g } \cancel{\text{P}} \cdot \frac{1 \text{ mol P}}{30{,}97 \text{ g } \cancel{\text{P}}} = 0{,}65 \text{ mol}$$

$$n(\text{O}) = 41{,}29 \text{ g } \cancel{\text{O}} \cdot \frac{1 \text{ mol O}}{16{,}00 \text{ g } \cancel{\text{O}}} = 2{,}581 \text{ mol}$$

— Como la relación entre la cantidad de átomos es igual a la relación molar, podemos dividir los moles de cada elemento entre el menor de ellos, en este caso 0,65.

$$\frac{N(\text{átomos de Ca})}{N(\text{átomos de P})} = \frac{n(\text{Ca})}{n(\text{P})} = \frac{0{,}9660 \text{ mol Ca}}{0{,}65 \text{ mol P}} =$$

$$= \frac{1{,}5 \text{ mol Ca}}{1 \text{ mol P}} = \frac{3 \text{ mol Ca}}{2 \text{ mol P}}$$

$$\frac{N(\text{átomos de P})}{N(\text{átomos de P})} = \frac{n(\text{P})}{n(\text{P})} = \frac{0{,}65 \text{ mol P}}{0{,}65 \text{ mol P}} = \frac{1 \text{ mol P}}{1 \text{ mol P}} =$$

$$= \frac{2 \text{ mol P}}{2 \text{ mol P}}$$

$$\frac{N(\text{átomos de O})}{N(\text{átomos de P})} = \frac{n(\text{O})}{n(\text{P})} = \frac{2{,}581 \text{ mol O}}{0{,}65 \text{ mol P}} = \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol P}} =$$

$$= \frac{8 \text{ mol O}}{2 \text{ mol P}}$$

La fórmula empírica del compuesto es: $Ca_3(PO_4)_2$

5. a) Instrumental. La potenciometría consiste en determinar la concentración de una especie electroactiva en una disolución utilizando un electrodo de referencia (un electrodo con un potencial conocido) y un electrodo de trabajo (un electrodo sensible a la especie electroactiva). Además, es necesario un potenciómetro.

b) Instrumental. La espectroscopia de absorción atómica permite medir la concentración de los distintos componentes presentes en una mezcla. Se basa en la absorción de radiación de una longitud de onda determinada.

c) Instrumental. La espectroscopia infrarroja sirve para identificar un compuesto e investigar la composición de una muestra. Se fundamenta en los movimientos de rotación y vibración de las moléculas y los niveles de energía involucrados.

d) Instrumental. La cromatografía de gases permite identificar y determinar los componentes de una mezcla. La muestra se disuelve en una fase móvil, en este caso un gas, y se hace pasar esta fase móvil a través de una fase estacionaria inmiscible, la cual se mantiene fija en una columna o sobre una superficie sólida. Se analizan las diferentes velocidades de migración de dichos componentes.

— Las técnicas clásicas se basan en la estequiometría y sus leyes. Consisten en medir la masa o el volumen de una muestra del material que se desea analizar, sometiéndolo a reacciones químicas completas. Así, en una gravimetría se deduce la masa de un producto de reacción y en una volumetría, el volumen de un reactivo consumido.

Por el contrario, los métodos instrumentales identifican y miden variables físicas, después de haber sometido a la muestra a una interacción con un tipo de energía (técnicas espectroscópicas, electroquímicas, cromatográficas, etc.).

6. Datos:

Isótopo	Masa isotópica (u)	Abundancia relativa (%)
Ne-20	19,992435	98,48
Ne-21	20,993843	0,27
Ne-22	21,991383	9,25

Incógnitas: A_r(Ne)

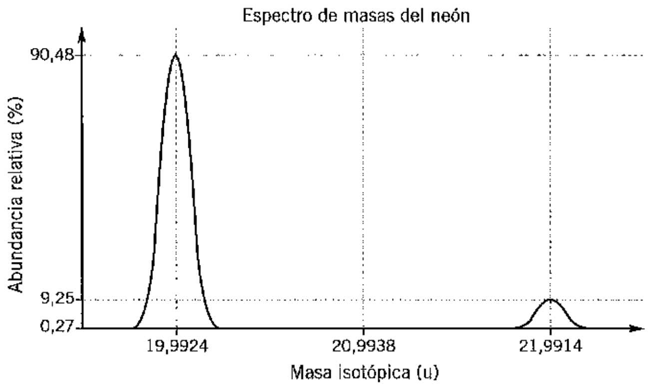
— Calculamos la masa atómica del neón haciendo un promedio entre las masas isotópicas de sus isótopos naturales, es decir, multiplicamos cada masa isotópica por su abundancia relativa y dividimos entre 100.

$$A_r(\text{Ne}) = \frac{19{,}992435\,\text{u} \cdot 98{,}48 + 20{,}993843\,\text{u} \cdot 0{,}27 +}{100}$$

$$\frac{+21{,}991383\,\text{u} \cdot 9{,}25}{100} = 20{,}18\,\text{u}$$

Verificamos que la masa atómica obtenida es más cercana a la masa del isótopo con mayor abundancia.

— Dibujamos la gráfica que se obtiene con el espectrómetro de masas:



— Buscamos en Internet otras aplicaciones del espectrómetro de masas, además de su utilidad en la determinación de la fórmula molecular de un compuesto a partir de la abundancia de sus isótopos que acabamos de ver.

- Detección de contaminantes orgánicos en aire, suelo y alimentos.
- Identificación del uso de fármacos y drogas en deportistas (control *antidoping*).
- Determinación de la composición de materiales.
- Monitorización de reacciones químicas en la industria.
- Detección de venenos en criminología.

7. a) Datos: V(disolución) = 100 mL; c (disolución) = 0,100 mol · L^{-1}

Incógnitas: m (KCl)

— Calculamos la masa molar del KCl.

M_r (KCl): 1 · 39,10 + 1 · 35,45 = 74,55

M (KCl): 74,55 g · mol-1

— Calculamos la cantidad de sustancia de KCl necesaria.

$$m(\text{KCl}) = 100\,\cancel{\text{mL}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{L}}}{1000\,\cancel{\text{mL}}} \cdot \frac{0{,}100\,\cancel{\text{mol KCl}}}{1\,\cancel{\text{L}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{74{,}55 \text{ g KCl}}{1\,\cancel{\text{mol KCl}}} = 0{,}746 \text{ g KCl}$$

b) Datos: $V(C_2H_4O_2)$ = 14,28 mL; $d(C_2H_4O_2)$ = 1,05 g · mL^{-1}

Incógnitas: c

— Calculamos la masa molar del $C_2H_4O_2$.

$M_r(C_2H_4O_2)$ = 2 · 12,01 + 2 · 16,00 + 4 · 1,01 = 60,06

$M(C_2H_4O_2)$ = 60,06 g · mol^{-1}

— Calculamos el número de moles de $C_2H_4O_2$.

$$14{,}28\ \cancel{\text{mL } C_2H_4O_2} \cdot \frac{1{,}05\ \text{g } \cancel{C_2H_4O_2}}{1\ \text{mL } \cancel{C_2H_4O_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \text{mol } C_2H_4O_2}{60{,}06\ \text{g } \cancel{C_2H_4O_2}} = 0{,}250\ \text{mol } C_2H_4O_2$$

— Calculamos la concentración de la mezcla obtenida.

$$c = \frac{0{,}250\ \text{mol } C_2H_4O_2}{0{,}500\ \text{L } H_2O} = 0{,}500\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

8. Datos: V_1 (disolución) = 50,0 mL; c_1 = 0,136 mol · dm^3; V_2 (disolución) = 90,0 mL; c_2 = 0,068 mol · dm^3

Incógnitas: c

— Calculamos los moles totales de H_2SO_4 a partir de los moles de cada una de las disoluciones que se mezclan.

$$n_1(H_2SO_4) = 50{,}0\ \text{mL } \cancel{H_2SO_4} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L } H_2SO_4}}{1000\ \cancel{\text{mL } H_2SO_4}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}136\ \text{mol } H_2SO_4}{1\ \text{L } H_2SO_4} = 6{,}80 \cdot 10^{-3}\ \text{mol}$$

$$n_2(H_2SO_4) = 90{,}0\ \cancel{\text{mL } H_2SO_4} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L } H_2SO_4}}{1000\ \cancel{\text{mL } H_2SO_4}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}068\ \text{mol } H_2SO_4}{1\ \cancel{\text{L } H_2SO_4}} = 6{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{mol}$$

$$n_{totales}(H_2SO_4) = 6{,}80 \cdot 10^{-3} + 6{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}013\ \text{mol}$$

— Hallamos la molaridad de la disolución resultante.

V (disolución) = (50,0 + 90,0) mL

V (disolución) = 140,0 mL = 0,1400 L

$$c = \frac{n(H_2SO_4)}{V(\text{disolución})} = \frac{0{,}013\ \text{mol } H_2SO_4}{0{,}1400\ \text{L}}$$

c = 0,093 mol · L^{-1}

9. Datos: c (HNO_3) = 15,0 mol · dm^{-3} = 15,0 mol · L^{-1}; d (disolución) = 1400 kg · m^{-3} = 1400 g · L^{-1}

Incógnitas: a) % en masa (HNO_3); b) V (disolución)

a) — Hallamos la masa molar de HNO_3.

M_r(HNO_3): 1 · 1,01 + 1 · 14,01 + 3 · 16,00 = 63,02

M (HNO_3): 63,02 g · mol^{-1}

— Calculamos el porcentaje en masa de HNO_3 aplicando factores de conversión consecutivos.

$$\%\ \text{en masa } (HNO_3) = 15{,}0\ \cancel{\text{mol } HNO_3} \cdot \cancel{\text{L}^{-1}\ \text{disolución}} \cdot$$

$$\cdot \frac{63{,}02\ \text{g } HNO_3}{1\ \cancel{\text{mol } HNO_3}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L}^{-1}\ \text{disolución}}}{1400\ \text{g disolución}} \cdot 100 = 67{,}5\ \%$$

La composición de la disolución es de 67,5 % en masa de HNO_3.

b) Datos: V (disolución por preparar) = 10 L; c (disolución por preparar) = 0,05 mol · dm^{-3} = 0,05 mol · L^{-1}

— Calculamos el volumen de HNO_3 necesario para preparar la disolución mediante factores de conversión.

$$10\ \cancel{\text{L disolución}} \cdot \frac{0{,}05\ \cancel{\text{mol } HNO_3}}{1\ \cancel{\text{L disolución}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L disolución}}}{15\ \cancel{\text{mol } HNO_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1000\ \text{mL}}{1\ \cancel{\text{L disolución}}} = 33\ \text{mL disolución } HNO_3$$

Habrá que tomar 33 mL de disolución 15,0 mol · L^{-1} para preparar 10 L de disolución 0,05 mol · L^{-1}.

10. a) Es falsa. Son magnitudes directamente proporcionales.

b) Es falsa. Son magnitudes inversamente proporcionales.

c) Es falsa. La sal y el hielo no forman una disolución, por tanto no se produce ningún efecto.

11. Datos: % masa (NaCl) = 5,00%; $K_{c\,(agua)}$ = 1,86 K · kg · mol^{-1}

Incógnitas: m, T_f

— Calculamos la masa molar de NaCl.

M_r(NaCl): 1 · 22,99 + 1 · 35,45 = 58,44

M (NaCl): 58,44 g · mol^{-1}

— Calculamos la molalidad de la disolución a partir del porcentaje en masa.

$$m = \frac{5{,}00\ \cancel{\text{g NaCl}}}{100\ \cancel{\text{g disol}}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{g disol}}}{1\ \text{kg disol}} \cdot \frac{1\ \text{mol NaCl}}{58{,}44\ \cancel{\text{g NaCl}}} =$$

$= 0{,}856$ mol · kg^{-1}

— Conociendo la molalidad de la disolución y la constante crioscópica del agua, calculamos el descenso crioscópico.

$$\Delta T_f = K_c \cdot m = 1{,}86\ \text{K} \cdot \cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot 0{,}856\ \cancel{\text{mol}} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}}$$

ΔT_f = 1,59 K = 1,59 °C

— Hallamos la temperatura de fusión de la disolución, que se corresponde con la temperatura a la que esta se congelará.

T_f = (0,00 – 1,59) °C = –1,59 °C

12. Datos: V (vermú) = 30 mL; % ($C_2H_4O_2$ en vermú) = 30 %; % ($C_2H_4O_2$ que pasa a sangre) = 15 %; V (sangre en adulto) = = 7 L; límite alcohol en sangre: 0,25 g · L^{-1}; d (CH_3CH_2OH) = = 0,789 g · mL^{-1}

Incógnitas: concentración de CH_3CH_2OH en sangre del conductor (g/L); N (CH_3CH_2OH bebidas); N (CH_3CH_2OH en sangre)

— Hallamos la masa molar del etanol (CH_3CH_2OH).

M_r (CH_3CH_2OH): 2 · 12,01 + 1 · 16,00 + 6 · 1,01 = 46,08

M (CH_3CH_2OH): 46,08 g · mol^{-1}

— Calculamos el volumen de etanol que ha ingerido el conductor.

$$V(CH_3CH_2OH) = 60\ \cancel{\text{mL vermú}} \cdot \frac{30\ \text{mL } CH_3CH_2OH}{100\ \cancel{\text{mL vermú}}} =$$

= 18 mL

— Calculamos el número de moléculas de CH_3CH_2OH que ha bebido.

$$N(CH_3CH_2OH) = 18\ \text{mL}\ \cancel{CH_3CH_2OH} \cdot \frac{0{,}789\ \text{g}\ \cancel{CH_3CH_2OH}}{1\ \text{mL}\ \cancel{CH_3CH_2OH}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\ CH_3CH_2OH}}{46{,}08\ \text{g}\ CH_3CH_2OH} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}\ CH_3CH_2OH}{1\ \cancel{\text{moléculas}\ CH_3CH_2OH}} = 1{,}9 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}$$

— Calculamos el volumen de CH_3CH_2OH que pasa a la sangre, teniendo en cuenta que pasa un 15 % del volumen.

$$V(CH_3CH_2OH) = 18\ \text{mL}\ CH_3CH_2OH \cdot \frac{15}{100} = 2{,}7\ \text{mL}$$

— Calculamos el número de moléculas de CH_3CH_2OH que han pasado a la sangre.

15 % de 18 mL = 2,7 mL CH_3CH_2OH

$$m(CH_3CH_2OH) = 2{,}7\ \cancel{\text{mL}\ CH_3CH_2OH} \cdot \frac{0{,}789\ \text{g}\ CH_3CH_2OH}{1\ \cancel{\text{mol}\ CH_3CH_2OH}} = 2{,}1\ \text{g}\ CH_3CH_2OH$$

$$N(CH_3CH_2OH) = 2{,}13\ \cancel{\text{g}\ CH_3CH_2OH} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\ CH_3CH_2OH}}{46{,}08\ \cancel{\text{g}\ CH_3CH_2OH}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}\ CH_3CH_2OH}{1\ \cancel{\text{mol}\ CH_3CH_2OH}} =$$

$$= 2{,}8 \cdot 10^{22}\ \text{moléculas}\ CH_3CH_2OH$$

— Veamos si puede conducir el coche.

$$\frac{g}{L} = \frac{2{,}1\ \text{g}\ CH_3CH_2OH}{7\ \text{L sangre}} = 0{,}30\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$$

No podrá conducir porque supera el límite permitido de $0{,}25\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

Zona + (Pág. 51)

— *Detección antidopaje*

Respuesta sugerida:

- Antes de introducir la pregunta, comentaremos en clase claros ejemplos de dopaje de deportistas. Posteriormente, los alumnos, individualmente o en grupos, realizarán una búsqueda sobre las cuestiones que se plantean.

  En la siguiente tabla se recogen los agentes dopantes más utilizados, junto con su fórmula química, el deporte con el que se encuentran relacionados y el método de detección:

Agente dopante	Fórmula química	Deporte en que se utilizan	Método detección
Esteroides ejemplo: testosterona	$C_{19}H_{28}O_2$	Culturismo, atletismo, ciclismo	Análisis orina
Hormona del crecimiento	Polipéptido de 191 aminoácidos	Deportes de fuerza	Análisis de sangre
Dopaje genético	Se introducen genes asociados	Atletismo, ciclismo	Análisis de sangre

- Las diferencias principales entre la técnica de HPLC y GC son las siguientes:

  a) La GC se utiliza para sustancias volátiles mientras que el HPLC es mejor para sustancias no volátiles.

  b) Las columnas cromatográficas utilizadas en GC se encuentran localizadas en un horno que permite modificar la temperatura de trabajo mientras las muestras son analizadas. En el caso de HPLC, las columnas se utilizan y se guardan en compartimentos en los que la temperatura no varía.

  c) En la GC, la fase móvil es un gas que se hace pasar a través de una fase estacionaria, mientras que en el HPLC la fase móvil es un líquido que se hace pasar a través de una fase estacionaria.

  En la exposición en clase, además de estos contenidos, sería interesante destacar que estas técnicas de separación se utilizan a diario en los laboratorios de investigación.

— *Anticongelante para el verano*

Respuesta sugerida:

- Las propiedades de los anticongelantes son: a) temperatura de congelación baja; b) elevadas propiedades anticorrosivas; c) capacidad de neutralizar productos ácidos; d) propiedades antiincrustantes; e) propiedades antiespumantes; f) temperatura de ebullición elevada; g) calor específico y conductibilidad térmica aceptables; h) escasa agresividad frente elastómeros; i) viscosidad baja y j) reducida toxicidad.

  El efecto que un anticongelante produce sobre el agua de refrigeración es la disminución del punto de solidificación, por lo que se necesitan temperaturas mucho más bajas para que el agua pase a estado sólido.

  Se trata de una actividad cooperativa de síntesis de la unidad que requiere unos conocimientos previos, un buen trabajo en equipo y una exposición clara y concisa de los resultados. Es importante destacar la importancia de las propiedades coligativas en la vida cotidiana.

— *Organizar para separar*

Respuesta sugerida:

- Proponemos iniciar esta actividad en el aula de informática para que los alumnos se familiaricen con el programa.

  Además, estableceremos las bases de cómo debe ser un mapa conceptual. El objetivo es que el alumno elabore un esquema de los métodos químicos para el análisis de sustancias, aplicando su capacidad de síntesis.

  Organizaremos el mapa conceptual según los criterios indicados: clasificando las técnicas analíticas en instrumentales y clásicas, y enumerando las que componen cada grupo.

  Después, se debe ampliar el mapa reflejando las aplicaciones actuales de cada una de las técnicas en distintos campos de la ciencia. Para ello, el alumno debe hacer una búsqueda en Internet u otras fuentes de información.

2 Leyes fundamentales de la química

En contexto (Pág. 53)

a. — Respuesta sugerida:

La masa de un átomo se denomina masa atómica y se expresa en unidades de masa atómica. Por acuerdo internacional, se definió la unidad de masa atómica como una unidad de masa equivalente a una doceava parte de la masa de un átomo de ^{12}C: 1 u = 1/12 m_a (^{12}C).

La unidad de masa atómica como cantidad física es inmensamente pequeña, de ahí que su utilización no resulte adecuada para expresar cantidades de elementos y compuestos. Entre el gramo y la unidad de masa atómica existe la siguiente relación numérica: 1 g = = $6{,}022 \cdot 10^{23}$ u.

Este factor de conversión entre ambas unidades, por razones históricas, recibe el nombre de constante de Avogadro y su valor más preciso es 6,022 141 79 (30) $\cdot 10^{23}$ mol^{-1} (las cifras que aparecen entre paréntesis son las que están sujetas a la imprecisión de la medida).

El Sistema Internacional de Unidades (SI) propone expresar la cantidad de sustancia mediante una magnitud propia diferente de la masa, aunque relacionada con ella. Se trata de una unidad de medida característica que recibe el nombre de mol.

— Respuesta sugerida:

Las variaciones de temperatura (podrían provocar dilatación) o el efecto de oxidación podrían producir pequeños cambios a lo largo de los años. Por este motivo, la unidad de masa se encuentra en un entorno sumamente controlado; para evitar que se produzcan alteraciones en su estructura que modifiquen su masa.

b. — Respuesta sugerida:

Como se puede ver en las imágenes, los gases tienen un papel clave en nuestra sociedad en ámbitos muy diferentes. Por ejemplo, en la preparación y conservación de alimentos y en el submarinismo (profesional o de ocio).

Además, conocemos la importancia de los gases en la sanidad (p. ej., en respiración asistida), en la metalurgia (p. ej., en la soldadura por llama y en la protección del material fundido), en la investigación meteorológica (p. ej., en los globos de helio de los instrumentos de medición), etc.

De este modo, se puede afirmar que los gases tienen un papel muy importante en nuestra sociedad. Además, son esenciales en nuestra supervivencia ya que necesitamos respirar una mezcla gaseosa cuya composición se encuentre dentro de unos límites bien definidos.

Los alumnos de la clase plasmarán sus opiniones de forma conjunta en un documento, que puede encargarse de elaborar, por ejemplo, un voluntario. Así, al finalizar la unidad, podrán comprobar si opinan o no de la misma forma.

c. — Respuesta sugerida:

Se propone que los alumnos organicen distintas visitas para poder comprobar por ellos mismos la importancia de los gases en la sociedad. De este modo, se propone visitar instalaciones como un hospital, una industria de envasado de carne, fruta y/o pescado, una industria metalúrgica o un laboratorio de investigación química, donde poder observar cómo se usan diferentes gases y el propósito del empleo de cada uno.

También se puede atender a una clase de submarinismo donde aprenderán la importancia crítica que para nuestro organismo tiene el conocer y controlar la mezcla gaseosa que respiramos. Al finalizar la excursión podrán compartir lo que han aprendido en cada visita.

Con la información recabada, cada alumno elaborará un breve informe enumerando los usos y aplicaciones de los gases en casos concretos.

Problemas resueltos (Págs. 70 a 72)

1. Datos: m ($KClO_3$ comercial) = 0,622 g; n (KCl) = $4{,}43 \cdot 10^{-3}$ mol; $V(O_2)$ = 150,7 mL

Incógnitas: Riqueza ($KClO_3$ comercial)

— Obtenemos la cantidad de oxígeno producido en la reacción de descomposición.

Para ello aplicamos la ecuación de los gases ideales, teniendo en cuenta que están medidos en condiciones estándar, 10^5 Pa y 273 K:

$$V(O_2) = 150{,}7\ \cancel{mL\,O_2} \cdot \frac{1\ \cancel{L\,O_2}}{10^3\ \cancel{mL\,O_2}} \cdot \frac{1\ m^3\ O_2}{10^3\ \cancel{L\,O_2}}$$

$$V(O_2) = 1{,}507 \cdot 10^{-4}\ m^3\ O_2$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n\ (O_2) = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n(O_2) = \frac{10^5\ \cancel{Pa} \cdot 1{,}507 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot mol^{-1} \cdot 273\ \cancel{K}} =$$

$$= 6{,}66 \cdot 10^{-3}\ mol$$

— Calculamos la masa total de los productos obtenidos y a partir de ella determinamos la masa de $KClO_3$, teniendo en cuenta que la masa total de los productos obtenidos es igual a la masa de los reactivos que han intervenido en el proceso (ley de conservación de la masa):

$M_r(O_2)$: $2 \cdot 16{,}00 = 32$; $M(O_2)$: 32,00 $g \cdot mol^{-1}$

M_r(KCl): $1 \cdot 39{,}10 + 1 \cdot 35{,}45 = 74{,}55$;

M(KCl): 74,55 $g \cdot mol^{-1}$

$m\ (O_2) = 6{,}66 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol} \cdot 32{,}00\ g \cdot \cancel{mol^{-1}} = 0{,}213\ g$

$m\,(KCl) = 4{,}43 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol} \cdot 74{,}55\ g \cdot \cancel{mol^{-1}} = 0{,}330\ g$

$m\,(\text{reactivos}) = m\,(\text{productos})$

$m\ (KClO_3) = m\ (O_2) + m\,(KCl)$

$m\ (KClO_3) = 0{,}213\,g + 0{,}330\ g = 0{,}543\ g$

— Calculamos la riqueza del $KClO_3$ comercial:

$$\text{Riqueza} = \frac{0{,}543\ g\ KClO_3}{0{,}622\ g\ KClO_3\text{comercial}} \cdot 100 = 87{,}3\,\%$$

La riqueza del $KClO_3$ comercial es del 87,3 %.

2. Datos: m (pirita) = 20 t; porcentaje en masa (FeS_2) = 92 %; porcentaje en masa (H_2SO_4) = 78 %; $d\,(H_2SO_4)$= 1704 kg·m^{-3}

Incógnitas: V (disolución H_2SO_4)

— Obtenemos la cantidad de FeS_2 contenido en la pirita:

$$2{,}0 \cdot 10^7\ \cancel{g\,pirita} \cdot \frac{92\ g\,FeS_2}{100\ \cancel{g\,pirita}} = 1{,}8 \cdot 10^7\ g\,FeS_2$$

— Obtenemos las cantidades de azufre y de ácido sulfúrico que intervienen en la reacción:

$A_r(S)$: 32,06; $M(S)$: 32,06 g·mol^{-1}

$M_r(FeS_2)$:1 · 55,85 + 2 · 32,06 = 119,99;

$M(FeS_2)$: 119,99 g·mol^{-1}

$M_r(H_2SO_4)$:2 · 1,01 + 32,06 + 4 · 16,00 = 98,09;

$M(H_2SO_4)$: 98,09 g·mol^{-1}

$$1{,}8 \cdot 10^7\ \cancel{g\,FeS_2} \cdot \frac{64{,}14\ g\,S}{119{,}99\ \cancel{g\,FeS_2}} = 9{,}6 \cdot 10^6\ g\,S$$

$$9{,}6 \cdot 10^6\ \cancel{g\,S} \cdot \frac{98{,}09\ g\,H_2SO_4}{32{,}07\ \cancel{g\,S}} = 2{,}9 \cdot 10^7\ g\,H_2SO_4$$

— Obtenemos el volumen de ácido sulfúrico que se puede obtener teniendo en cuenta la composición de la mezcla y la densidad:

$$2{,}9 \cdot 10^7\ \cancel{g\,H_2SO_4} \cdot \frac{100\ \cancel{g\,\text{disolución}\,H_2SO_4}}{78\ \cancel{g\,H_2SO_4}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ L\ \text{disolución}\,H_2SO_4}{1704\ \cancel{g\,\text{disolución}\,H_2SO_4}} = 2{,}2 \cdot 10^4\ L\ \text{disolución}\,H_2SO_4$$

Se puede comprobar que si el cálculo se realiza en una sola operación, con factores de conversión encadenados y sin aproximaciones intermedias, el resultado es algo diferente:

$$2{,}0 \cdot 10^7\ \cancel{g\,pirita} \cdot \frac{92\ \cancel{g\,FeS_2}}{100\ \cancel{g\,pirita}} \cdot \frac{2 \cdot 32{,}07\ \cancel{g\,S}}{119{,}99\ \cancel{g\,FeS_2}} \cdot$$

$$\frac{98{,}09\ \cancel{g\,H_2SO_4}}{32{,}07\ \cancel{g\,S}} \cdot \frac{100\ \cancel{g\,\text{disolución}\,H_2SO_4}}{78\ \cancel{g\,H_2SO_4}} \cdot$$

$$\frac{1\ L\ \text{disolución}\,H_2SO_4}{1704\ \cancel{g\,\text{disolución}\,H_2SO_4}} = 2{,}3 \cdot 10^4\ L\ \text{disolución}\,H_2SO_4$$

A partir de 20 t de pirita del 92 % en masa de riqueza, se pueden obtener 2,3·10^4 L de ácido sulfúrico comercial, $H_2SO_4(aq)$, del 78 % en masa.

3. Datos: V_1 = 10 L; T_1= 20 °C; p_{total} = 0,51 atm

Incógnitas: $p\ (SO_2)$; $p\ (O_2)$

— Determinamos la fracción molar de cada gas y su presión parcial. Como se forman dos moles de SO_2 por cada mol de O_2, la fracción molar de cada gas en la mezcla es:

$$\chi(SO_2) = \frac{2\ mol\ SO_2}{3\ mol\ total} = \frac{2}{3}$$

$$\chi(O_2) = \frac{1\ mol\ O_2}{3\ mol\ total} = \frac{1}{3}$$

— A partir de este dato y de la presión total, calculamos la presión parcial de cada gas:

$$p_{total} = 0{,}51\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}01 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 52 \cdot 10^3\ Pa$$

$$p\ (SO_2) = \chi(SO_2) \cdot p_{total}$$

$$p\ (SO_2) = 52 \cdot 10^3\ Pa \cdot \frac{2}{3} = 3{,}5 \cdot 10^4\ Pa$$

$$p\ (O_2) = \chi(O_2) \cdot p_{total}$$

$$p\ (O_2) = 52 \cdot 10^3\ Pa \cdot \frac{1}{3} = 1{,}7 \cdot 10^4\ Pa$$

Las presiones parciales del $SO_2(g)$ y del $O_2(g)$, tras la descomposición de una cierta cantidad de $CaSO_4$, tienen un valor de 3,4 · 10^4 Pa y 1,7 · 10^4 Pa, respectivamente.

4. Datos: V_1 = 2,5 L; $m\ (NH_4NO_3)$ = 500 g; T_1 = 300 °C

Incógnitas: $p\,(N_2)$; $p\,(H_2O)$; $p\,(O_2)$; p_{total}

— Calculamos la cantidad de los gases obtenidos a partir de la cantidad de NH_4NO_3 que reacciona:

$M_r(NH_4NO_3)$: 2 · 14,01 + 4 · 1,01 + 3 · 16,00 = 80,06;

$M(NH_4NO_3)$: 80,06 g·mol^{-1}

$$n(NH_4NO_3) = 500\ \cancel{g\,NH_4NO_3} \cdot \frac{1\ mol\ NH_4NO_3}{80{,}06\ \cancel{g\,NH_4NO_3}} =$$

$$= 6{,}25\ mol$$

$$n\,(N_2) = 6{,}25\ \cancel{mol\,NH_4NO_3} \cdot \frac{2\ mol\ N_2}{2\ \cancel{mol\,NH_4NO_3}} =$$

$$= 6{,}25\ mol$$

$$n\,(H_2O) = 6{,}25\ \cancel{mol\,NH_4NO_3} \cdot \frac{4\ mol\ H_2O}{2\ \cancel{mol\,NH_4NO_3}} =$$

$$= 12{,}5\ mol$$

$$n\,(O_2) = 6{,}25\ \cancel{mol\,NH_4NO_3} \cdot \frac{1\ mol\ O_2}{2\ \cancel{mol\,NH_4NO_3}} = 3{,}13\ mol$$

$$n_{total} = 6{,}25\ mol + 12{,}5\ mol + 3{,}13\ mol = 21{,}9\ mol$$

— Obtenemos la presión total producida en la reacción. Para ello, aplicamos la ecuación de estado de los gases ideales expresando los datos en las unidades apropiadas:

$$V_1 = 2{,}5\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{1000\ \cancel{L}} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$T_1 = (300 + 273)\ K = 573\ K$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

$$p = \frac{21{,}9\ \cancel{mol} \cdot 8{,}31\ Pa \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 573\ \cancel{K}}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3}} = 4{,}2 \cdot 10^7\ Pa$$

$$p = 4{,}2 \cdot 10^7\ \cancel{Pa} \cdot \frac{1\ MPa}{10^6\ \cancel{Pa}} = 42\ MPa$$

— Determinamos la fracción molar de cada gas y su presión parcial. Como se forman dos moles de N_2 y cuatro moles de H_2O por cada mol de O_2, tenemos lo siguiente:

$$\chi\ (N_2) = \frac{2\ mol\ N_2}{7\ mol\ total} = \frac{2}{7};\ p\ (N_2) = 42\ MPa \cdot \frac{2}{7} =$$

$$= 12\ MPa$$

$$\chi\ (H_2O) = \frac{4\ mol\ O_2}{7\ mol\ total} = \frac{4}{7};\ p\ (H_2O) = 42\ MPa \cdot \frac{4}{7} =$$

$$= 24\ MPa$$

$$\chi\ (O_2) = \frac{1\ mol\ O_2}{7\ mol\ total} = \frac{1}{7};\ p\ (O_2) = 42\ MPa \cdot \frac{1}{7} =$$

$$= 6{,}0\ MPa$$

La presión total generada es de 42 MPa y las presiones parciales de cada gas en el interior tienen los siguientes valores: 12 MPa (N_2); 24 MPa (H_2O) y 6,0 MPa (O_2).

— Respuesta sugerida:

Buscamos información en Internet y respondemos a las preguntas. Sugerimos estos enlaces web para la investigación:

http://triplenlace.com/2013/04/19/las-mayores-explosiones-de-nitrato-amonico-en-el-ultimo-siglo/

En este enlace web podemos encontrar información sobre los principales accidentes que se han producido por explosiones de nitrato de amonio en el último siglo.

http://www.nationalgeographic.es/noticias/natural-gas-drilling-linked-to-methane-in-water/la-explosion-de-texas

En el enlace web anterior se puede leer en profundidad la noticia de la explosión de Texas el 17 de abril del 2003.

http://es.wikipedia.org/wiki/Nitrato_de_amonio

En este enlace web podemos encontrar información sobre manejo y almacenamiento, medidas de seguridad e información sobre el transporte.

5. Datos: d (hidruro de silicio) = 2,66 kg·m³, p = 1,013 bar; T = 15 °C; m (hidruro de silicio) = 63,0 mg; m (Si) = 56,8 mg

Incógnitas: fórmula empírica; fórmula molecular

— Hallamos la masa molar del hidruro de silicio gaseoso a partir de su densidad y de la ecuación de estado de los gases ideales. Consideraremos un volumen de 1,0 m³ de compuesto:

$$p = 1{,}013\ \cancel{bar} \cdot \frac{10^5\ Pa}{1\ \cancel{bar}} = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$$

$$T = (15 + 273)\ K = 288\ K$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 1{,}0\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot m^3 \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 288\ \cancel{K}} =$$

$$= 42\ mol\ de\ compuesto$$

$$d\ (compuesto) = \frac{2{,}66\ \cancel{kg}}{1\ m^3} \cdot \frac{1000\ g}{1\ \cancel{kg}} = 2{,}66 \cdot 10^3\ g \cdot m^{-3}$$

Por lo tanto, 1,0 m³ de compuesto gaseoso, medido a $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa y 288 K contiene 42 mol, que equivalen a una masa de $2{,}66 \cdot 10^3$ g. Hallamos entonces la masa molar del compuesto:

$$n = \frac{m}{M(compuesto)};\ 42\ mol = \frac{2{,}66 \cdot 10^3\ g}{M(compuesto)}$$

$$M(compuesto) = \frac{2{,}66 \cdot 10^3\ g}{42\ mol} = 63{,}3\ g \cdot mol^{-1}$$

— Calculamos las masas de hidrógeno y de silicio en el compuesto y a partir de ellas su fórmula empírica:

$$m(H) = 63{,}0\ mg\ hidruro - 56{,}8\ mg\ Si = 6{,}20\ mg\ H$$

$$n(H) = 6{,}20\ \cancel{mg\ H} \cdot \frac{1\ \cancel{g\ H}}{1000\ \cancel{mg\ H}} \cdot \frac{1\ mol\ H}{1{,}01\ \cancel{g\ H}}$$

$$n(H) = 6{,}14 \cdot 10^{-3}\ mol\ H$$

$$n(Si) = 56{,}8\ \cancel{mg\ Si} \cdot \frac{1\ \cancel{g\ Si}}{1000\ \cancel{mg\ Si}} \cdot \frac{1\ mol\ Si}{28{,}09\ \cancel{mg\ Si}}$$

$$n(Si) = 2{,}02 \cdot 10^{-3}\ mol\ Si;$$

$$\frac{átomos\ H}{átomos\ Si} = \frac{n(H)}{n(Si)} = \frac{6{,}14 \cdot 10^{-3}\ mol\ H}{2{,}02 \cdot 10^{-3}\ mol\ Si} \approx \frac{3\ mol\ H}{1\ mol\ Si}$$

Fórmula empírica: SiH_3

— Determinamos la fórmula molecular a partir de los resultados obtenidos:

$M_r(SiH_3)$: $1 \cdot 28{,}09 + 3 \cdot 1{,}01 = 31{,}12$;

$M(SiH_3)$: $31{,}12\ g \cdot mol^{-1}$

$$n = \frac{M(compuesto)}{M(SiH_3)} = \frac{63{,}3\ g \cdot mol^{-1}}{31{,}12\ g \cdot mol^{-1}} \approx 2;$$

Fórmula molecular = 2 · Fórmula empírica

— Como conocemos la fórmula molecular del compuesto, podemos determinar su masa molar a partir de los datos de la Tabla Periódica:

$M_r(Si_2H_6)$: $2 \cdot 28{,}09 + 6 \cdot 1{,}01 = 62{,}24$;

$M(SiH_3)$: $62{,}24\ g \cdot mol^{-1}$

La fórmula molecular del compuesto es Si_2H_6, y su masa molar es $62{,}24\ g \cdot mol^{-1}$.

6. Datos: m (hidrocarburo combustión) = 1,25 g; m (CO_2) = 4,23 g; m (H_2O) = 0,865 g; m (hidrocarburo vaporizado) = 0,758 g; V (hidrocarburo vaporizado) = 273 cm^3, p = 1,32 atm; T = 180 °C

Incógnitas: fórmula empírica; fórmula molecular

— Determinamos las masas de hidrógeno y de carbono en el compuesto:

$$m(\mathrm{H}) = 0{,}865\ \mathrm{g\,H_2O} \cdot \frac{2{,}02\ \mathrm{g\,H}}{18{,}02\ \mathrm{g\,H_2O}} = 0{,}0970\ \mathrm{g\,H}$$

$$m(\mathrm{C}) = 4{,}23\ \mathrm{g\,CO_2} \cdot \frac{12{,}01\ \mathrm{g\,C}}{44{,}01\ \mathrm{g\,CO_2}} = 1{,}15\ \mathrm{g\,C}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$n(\mathrm{H}) = 0{,}0970\ \mathrm{g\,H} \cdot \frac{1\ \mathrm{mol\,H}}{1{,}01\ \mathrm{g\,H}} = 0{,}0960\ \mathrm{mol\,H}$$

$$n(\mathrm{C}) = 1{,}15\ \mathrm{g\,C} \cdot \frac{1\ \mathrm{mol\,C}}{12{,}01\ \mathrm{g\,C}} = 0{,}0958\ \mathrm{mol\,C}$$

$$\frac{\text{átomos de H}}{\text{átomos de C}} = \frac{n(\mathrm{H})}{n(\mathrm{C})} = \frac{0{,}0960\ \mathrm{mol\,H}}{0{,}0958\ \mathrm{mol\,C}} \approx \frac{1\ \mathrm{mol\,H}}{1\ \mathrm{mol\,C}};$$

Fórmula empírica: CH

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$$p = 1{,}32\ \cancel{\mathrm{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}{1\ \cancel{\mathrm{atm}}} = 1{,}34 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$$

$$T = (180 + 273)\,\mathrm{K} = 453\,\mathrm{K}$$

$$V = 273\ \cancel{\mathrm{cm^3}} \cdot \frac{1\,\mathrm{m^3}}{10^6\ \cancel{\mathrm{cm^3}}} = 2{,}73 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3}$$

$$p \cdot V = n \cdot \mathrm{R} \cdot T;\quad n = \frac{p \cdot V}{\mathrm{R} \cdot T};$$

$$n = \frac{1{,}34 \cdot 10^5\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot 2{,}73 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\mathrm{m^3}}}{8{,}31\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot \cancel{\mathrm{m^3}} \cdot \mathrm{mol^{-1}} \cdot \cancel{\mathrm{K^{-1}}} \cdot 453\ \cancel{\mathrm{K}}}$$

$$n = 9{,}72 \cdot 10^{-3}\ \text{mol de compuesto};$$

$$n = \frac{m}{M(\text{compuesto})};$$

$$9{,}72 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mol} = \frac{0{,}758\ \mathrm{g}}{M(\text{compuesto})};$$

$$M(\text{compuesto}) = 77{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

— Calculamos la fórmula molecular a partir de los resultados obtenidos:

$$M_r(\mathrm{CH}){:}\ 1 \cdot 12{,}01 + 1 \cdot 1{,}01 = 13{,}02;$$

$$M(\mathrm{CH}){:}\ 13{,}02\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\mathrm{SiH_3})} = \frac{77{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}}{13{,}02\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \approx 6;$$

Fórmula molecular = 6 · Fórmula empírica

La fórmula empírica del hidrocarburo es CH y su fórmula molecular C_6H_6.

Ejercicios y problemas (Págs. 73 a 76)

1 LEYES FUNDAMENTALES DE LAS REACCIONES QUÍMICAS

Pág. 73

7. Respuesta sugerida:

Lavoisier estudió las reacciones de oxidación de los metales en recipientes cerrados y midió la masa de las sustancias encerradas en el recipiente antes y después del proceso y comprobó que la masa total no experimentaba variación. Este resultado dio lugar a la ley de conservación de la masa.

El hecho de que la masa de la sustancia rojiza sea mayor a medida que aumenta el tamaño del recipiente está relacionado con el volumen de oxígeno presente en el recipiente. A mayor volumen del recipiente, mayor volumen de oxígeno disponible; por lo que la cantidad de sustancia rojiza (el producto de la reacción) también será mayor.

Si bien Lavoisier desconocía la existencia del oxígeno y la naturaleza del proceso que estudió, se dio cuenta de que, aunque variara la cantidad de producto obtenida, la masa total de sustancia en el recipiente era constante.

Hoy sabemos que la masa del producto obtenido debe ser igual a la suma de las masas de mercurio y oxígeno que han intervenido en el proceso; y que el proceso cesará cuando se agote uno de los reactivos, el oxígeno en este caso.

8. Datos: m (bauxita) = 1 t; porcentaje en masa (Al_2O_3) = 51,2 %

Incógnitas: m (Al)

— Obtenemos la cantidad de alúmina (Al_2O_3) contenida en la bauxita:

$$m(\mathrm{Al_2O_3}) = 1 \cdot 10^6\ \cancel{\mathrm{g\ bauxita}} \cdot \frac{51{,}2\ \mathrm{g\ Al_2O_3}}{100\ \cancel{\mathrm{g\ bauxita}}} =$$

$$= 5{,}12 \cdot 10^5\ \mathrm{g\ Al_2O_3}$$

$$M_r(\mathrm{Al_2O_3}){:}\ 2 \cdot 26{,}98 + 3 \cdot 16{,}00 = 101{,}96;$$

$$M(\mathrm{Al_2O_3}){:}\ 101{,}96\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

$$m(\mathrm{Al}) = 5{,}12 \cdot 10^5\ \cancel{\mathrm{g\ Al_2O_3}} \cdot \frac{2 \cdot 26{,}98\ \mathrm{g\ Al}}{101{,}96\ \cancel{\mathrm{g\ Al_2O_3}}} =$$

$$= 2{,}71 \cdot 10^5\ \mathrm{g\ Al}$$

La máxima cantidad de aluminio que se puede obtener a partir de una tonelada de bauxita de riqueza 51,2 % en Al_2O_3 es 271 kg.

9. Respuesta sugerida:

La proporción entre las masas de los elementos que forman un compuesto está definida por la relación entre las masas de los átomos de cada tipo que lo constituyen.

El monóxido de níquel, NiO, y el trióxido de diníquel, Ni_2O_3, tienen la siguiente proporción de masas de níquel que se combinan con 1 g de oxígeno:

A_r(Ni): 58,69; M (Ni): 58,69 $g \cdot mol^{-1}$

A_r(O) : 16,00; M (O): 16,00; $g \cdot mol^{-1}$

$$NiO: \frac{58{,}69 \text{ g Ni}}{16{,}00 \text{ g O}} = \frac{3{,}69 \text{ g Ni}}{1 \text{ g O}}$$

$$Ni_2O_3: \frac{2 \cdot 58{,}69 \text{ g Ni}}{3 \cdot 16{,}00 \text{ g O}} = \frac{2{,}44 \text{ g Ni}}{1 \text{ g O}}$$

Comprobamos que se cumple la ley de las proporciones múltiples, pues las masas del níquel que se combinan con 1 g de oxígeno en cada uno de los compuestos están en relación de números enteros sencillos:

$$\frac{3{,}69 \text{ g Ni}}{2{,}44 \text{ g Ni}} = 1{,}5 = \frac{3}{2}$$

10. Datos: $m_1 = 0{,}357$ g; m_1(N) = 0,113 g; $m_2 = 0{,}407$ g; m_2(N) = 0,128 g

— El primer objetivo es comprobar si los resultados del análisis son aceptables. Cualquier determinación está sujeta a un error, que es variable según el operario, el procedimiento empleado y las condiciones en que se lleva a cabo, entre otros factores.

Según el análisis, el contenido en nitrógeno de la sustancia del frasco es el siguiente:

$$\%\text{N(muestra 1)} = \frac{0{,}113 \text{ g N}}{0{,}357 \text{ g sustancia}} \cdot 100 = 31{,}7\ \%$$

$$\%\text{N(muestra 2)} = \frac{0{,}128 \text{ g N}}{0{,}407 \text{ g sustancia}} \cdot 100 = 31{,}4\%$$

Esto nos sugiere que el análisis es aceptable, ya que los resultados son muy próximos entre sí. No obstante, podremos considerar conveniente realizar alguna repetición más de esta determinación o cambiar el procedimiento de medida por otro más preciso.

Según los resultados, el contenido en N de la sustancia del frasco se encuentra entre 31,4 y 31,7 % m/m.

— El segundo objetivo es discutir el etiquetado del frasco. Para ello debemos conocer el contenido en nitrógeno del nitrato de amonio puro y compararlo con el de la sustancia contenida en el frasco: el contenido en nitrógeno del nitrato de amonio puro, expresado en porcentaje en masa, es:

$$\%N\,(NH_4NO_3) = \frac{2 \cdot 14{,}01 \text{ g N}}{80{,}06 \text{ g } NH_4NO_3} \cdot 100 = 35{,}00\ \%$$

Por lo tanto, se trata de un etiquetado incorrecto, ya que el nitrato de amonio del frasco es impuro.

11. Datos: m (KCl) = 25,0 g; m ($CaCl_2$) = 15,0 g

Incógnitas: porcentaje en masa (KCl); porcentaje en masa ($CaCl_2$)

— Calculamos la masa de cada elemento que interviene en los compuestos de la mezcla:

M_r(KCl): $1 \cdot 39{,}10 + 1 \cdot 35{,}45 = 74{,}55$;

M(KCl): 74,55 g·mol^{-1}

M_r($CaCl_2$): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 35{,}45 = 110{,}98$;

M($CaCl_2$): 110,98 g·mol^{-1}

$$m\,(\text{Cl})_{KCl} = 25{,}0 \text{ g } \cancel{KCl} \cdot \frac{35{,}45 \text{ g Cl}}{74{,}55 \text{ g } \cancel{KCl}} = 11{,}89 \text{ g Cl}$$

$$m\,(\text{K})_{KCl} = 25{,}0 \text{ g } \cancel{KCl} \cdot \frac{39{,}10 \text{ g K}}{74{,}55 \text{ g } \cancel{KCl}} = 13{,}11 \text{ g K}$$

$$m\,(\text{Ca})_{CaCl_2} = 15{,}0 \text{ g } \cancel{CaCl_2} \cdot \frac{40{,}08 \text{ g Ca}}{110{,}98 \text{ g } \cancel{CaCl_2}} =$$

$= 5{,}42$ g Ca

$$m\,(\text{Cl})_{CaCl_2} = 15{,}0 \text{ g } \cancel{CaCl_2} \cdot \frac{2 \cdot 35{,}45 \text{ g Cl}}{110{,}98 \text{ g } \cancel{CaCl_2}} =$$

$= 9{,}58$ g Cl

— Obtenemos los porcentajes de masa de cada elemento:

$m_{total} = m\,(\text{KCl}) + m\,(CaCl_2) = 25 \text{ g} + 15 \text{ g} = 40 \text{ g}$

$$\%\ (\text{K}) = \frac{13{,}11 \text{ g K}}{40 \text{ g total}} \cdot 100 = 32{,}8\ \%$$

$$\%\ (\text{Cl}) = \frac{11{,}89 \text{ g Cl} + 9{,}58 \text{ g Cl}}{40 \text{ g total}} \cdot 100 = 53{,}7\ \%$$

$$\%\ (\text{Ca}) = \frac{5{,}42 \text{ g Ca}}{40 \text{ g total}} \cdot 100 = 13{,}5\ \%$$

Los porcentajes en masa de potasio, calcio y cloro en la mezcla son: 32,8 % de K, 13,5 % de Ca y 53,7 % de Cl.

12. Datos: materia orgánica: $\frac{1}{3}$ en masa; materia mineral: $\frac{2}{3}$ en masa; % masa ($Ca_3(PO_4)_2$) = 85 %

Incógnitas: porcentaje en masa (Ca)

— Calculamos la masa de calcio contenida en la materia mineral de m gramos de hueso:

$$m \text{ g } \cancel{\text{de hueso}} \cdot \frac{2 \text{ g } \cancel{\text{materia mineral}}}{3 \text{ g } \cancel{\text{de hueso}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{85 \text{ g } \cancel{Ca_3(PO_4)_2}}{100 \text{ g } \cancel{\text{materia mineral}}} \cdot \frac{3 \cdot 40{,}08 \text{ g Ca}}{310{,}18 \text{ g } \cancel{Ca_3(PO_4)_2}} =$$

$= (0{,}22 \cdot m)$ g Ca

— Por lo que el porcentaje en masa de calcio en el hueso será:

$$\%(\text{Ca}) = \frac{\text{masa de Ca}}{\text{masa de hueso}} \cdot 100 = \frac{(0{,}22 \cdot m) \text{ g Ca}}{(m) \text{ g de hueso}} \cdot 100$$

%(Ca) = 22 %

El contenido en calcio de un hueso seco típico es del 22 % en masa.

13. Datos: m (latón) = 1,528 g; m ($PbSO_4$) = 0,0120 g; m ($Zn_2P_2O_7$) = 0,2206 g

Incógnitas: porcentaje en masa (Cu), porcentaje de Zn; porcentaje en masa (Pb)

— Calculamos la masa de plomo y cinc contenida en la mezcla y la masa de cobre se calcula por diferencia. A partir de las masas, determinamos la composición centesimal:

$M_r(PbSO_4)$: $1 \cdot 207{,}19 + 1 \cdot 32{,}07 + 4 \cdot 16{,}00 = 303{,}26$;

$M(PbSO_4)$: $303{,}26\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r(Zn_2P_2O_7)$: $2 \cdot 65{,}41 + 2 \cdot 30{,}97 + 7 \cdot 16{,}00 = 304{,}7$;

$M(Zn_2P_2O_7)$: $304{,}7\ g \cdot mol^{-1}$

$$m(Pb) = 0{,}0120\ \cancel{g\ PbSO_4} \cdot \frac{207{,}19\ g\ Pb}{303{,}26\ \cancel{g\ PbSO_4}}$$

$$m(Pb) = 8{,}20 \cdot 10^{-3}\ g\ Pb$$

$$\%(Pb) = \frac{8{,}20 \cdot 10^{-3}\ g\ Pb}{1{,}528\ g\ total} \cdot 100 = 0{,}537\ \%$$

$$m(Zn) = 0{,}2206\ \cancel{g\ Zn_2P_2O_7} \cdot \frac{2 \cdot 65{,}41\ g\ Zn}{304{,}7\ \cancel{g\ Zn_2P_2O_7}}$$

$$m(Zn) = 9{,}471 \cdot 10^{-2}\ g\ Zn$$

$$\%(Zn) = \frac{9{,}471 \cdot 10^{-2}\ g\ Zn}{1{,}528\ g\ total} \cdot 100 = 6{,}198\ \%$$

$$\%(Cu) = 100{,}000 - 6{,}198 - 0{,}537 = 93{,}265\ \%$$

De esta manera, la composición centesimal de un latón rojo sería: 93,265 % de Cu, 6,198 % de Zn, y 0,537 % de Pb.

14. Datos: $d\,(C_2H_6O) = 789{,}00\ kg \cdot m^{-3}$; $V\,(C_2H_6O) = 75{,}0\ L$

Incógnitas: $m\,(CO_2)$; $m\,(H_2O)$

— Calculamos la masa de etanol, $C_2H_6O(l)$, que reacciona:

$$V(C_2H_6O) = 75{,}0\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 7{,}50 \cdot 10^{-2} m^3$$

$$d = \frac{m}{V};\ m = d \cdot V;$$

$$m(C_2H_6O) = 789{,}00\ kg \cdot \cancel{m^{-3}} \cdot 7{,}50 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} = 59{,}2\ kg$$

— Determinamos las masas de $CO_2(g)$ y de $H_2O(g)$ que se producen.

Para ello, relacionaremos la composición de estas sustancias con la de $C_2H_6O(l)$ y tendremos en cuenta que, antes de la combustión, todo el carbono y el hidrógeno componen el $C_2H_6O(l)$ y que, después de la combustión, la totalidad de esos elementos se encuentra en el $CO_2(g)$ y el $H_2O(g)$:

$M_r(C_2H_6O)$: $2 \cdot 12{,}01 + 6 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 46{,}08$

$M(C_2H_6O)$: $46{,}08\ g \cdot mol^{-1}$;

$M_r(CO_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 44{,}01$;

$M(CO_2)$: $44{,}01\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$;

$M(H_2O)$: $18{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$m(C_2H_6O) = 59{,}2\ \cancel{kg} \cdot \frac{10^3 g}{1\ \cancel{kg}} = 5{,}92 \cdot 10^4 g$$

$$m(CO_2) = 5{,}92 \cdot 10^4\ \cancel{g\ C_2H_6O(l)} \cdot \frac{2 \cdot 12{,}01\ \cancel{g\ C}}{46{,}08\ \cancel{g\ C_2H_6O(l)}} \cdot$$

$$\cdot \frac{44{,}01\ g\ CO_2(g)}{1 \cdot 12{,}01\ \cancel{g\ C}} = 1{,}13 \cdot 10^5 g\ CO_2(g)$$

$$m(CO_2) = 1{,}13 \cdot 10^5\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}} = 113\ kg$$

$$m(H_2O) = 5{,}92 \cdot 10^4\ \cancel{g\ C_2H_6O(l)} \cdot \frac{6 \cdot 1{,}01\ \cancel{g\ H}}{46{,}08\ \cancel{g\ C_2H_6O(l)}} \cdot$$

$$\cdot \frac{18{,}02\ g\ H_2O(g)}{2 \cdot 1{,}01\ \cancel{g\ H}} = 6{,}95 \cdot 10^4 g\ H_2O(g)$$

$$m(H_2O) = 6{,}95 \cdot 10^4\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}} = 69{,}5\ kg$$

La combustión de 75,0 L de $C_2H_6O(l)$ de densidad $789{,}00\ kg \cdot m^{-3}$ produce 113 kg de $CO_2(g)$ y 65,5 kg de $H_2O(g)$.

15. Datos: m (mezcla) = 0,525 g; m (Fe(II)) = 0,187 g

Incógnitas: porcentaje en masa ($FeCl_2$); porcentaje en masa ($FeCl_3$)

— Calculamos la cantidad de $FeCl_2$ de la muestra y su porcentaje en masa en la muestra:

$M_r(FeCl_2)$: $1 \cdot 55{,}85 + 2 \cdot 35{,}45 = 126{,}85$;

$M(FeCl_2)$: $126{,}85\ g \cdot mol^{-1}$

$$m(FeCl_2) = 0{,}187\ \cancel{g\ Fe(II)} \cdot \frac{126{,}85\ g\ FeCl_2}{55{,}85\ \cancel{g\ Fe(II)}}$$

$$m(FeCl_2) = 0{,}425\ g\ FeCl_2$$

$$\%(FeCl_2) = \frac{0{,}425\ g\ FeCl_2}{0{,}525\ g\ total} \cdot 100 = 80{,}8\ \%$$

— Por diferencia, obtenemos el porcentaje en masa de $FeCl_3$:

$$\%(FeCl_3) = 100{,}0 - 80{,}8 = 19{,}2\ \%$$

La composición de la mezcla es 80,8 % en masa de $FeCl_2$ y 19,2 % en masa de $FeCl_3$.

16. Datos: compuesto 1 (lubricantes), porcentaje en masa (P) = = 27,86 %; compuesto 2 (industria cerillera), porcentaje en masa (P) = 56,29 %

— Calculamos la proporción de masas de fósforo y azufre en cada una de las muestras:

Muestra 1:

$$\%(S) = 100 - 27{,}86 = 77{,}14\ \%$$

$$\frac{27{,}86\ gP}{77{,}14\ gS} = \frac{0{,}386\ gP}{1\ gS}$$

Muestra 2:

$$\%(S) = 100 - 56{,}29 = 43{,}71\ \%$$

$$\frac{56{,}29\ gP}{43{,}71\ gS} = \frac{1{,}288\ gP}{1\ gS}$$

— Comprobamos que se cumple la ley de las proporciones múltiples, pues las masas del fósforo en cada uno de los compuestos están en relación de números enteros sencillos, relacionados con una cantidad determinada de azufre:

$$\frac{1{,}288\ \mathrm{g\,P}}{0{,}386\ \mathrm{g\,P}} = 3{,}33 = \frac{10}{3}$$

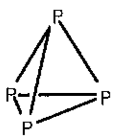
Se trata del P_yS_{3x} en la muestra de la industria cerillera y del P_yS_{10x} en la muestra de la industria de lubricantes.

— Respuesta sugerida:

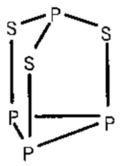
Los sulfuros de fósforo comprenden una familia de compuestos inorgánicos de fórmula P_4S_n (n = 3, 4, 5, 7, 9, 10). Todos ellos son sólidos y amarillos y sus estructuras moleculares son el resultado de la inserción de átomos de S en los tetraedros P_4.

Dos son de importancia comercial y sus fórmulas se ajustan al resultado obtenido: decasulfuro de tetrafósforo (P_4S_{10}), que se utiliza para la producción de otros compuestos orgánicos de azufre, y trisulfuro de tetrafósforo (P_4S_3), empleado en la fabricación de cerillas.

El principal método para la preparación de estos compuestos es la termólisis de mezclas de fósforo y azufre. Las distribuciones de productos pueden ser analizadas por determinación del ^{31}P mediante espectroscopia de resonancia magnética nuclear.

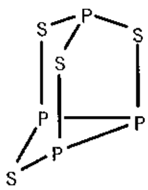


P_4

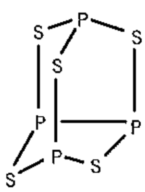


P_4S_3

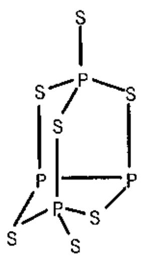
cerillas



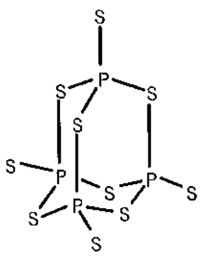
α-P_4S_4



β-P_4S_5



P_4S_7



P_4S_{10}

lubricantes industriales

2 TEORÍA ATÓMICA DE DALTON Pág.73

17. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben buscar evidencias experimentales de la época de Dalton que apoyen cada uno de los principios de la teoría atómica y analizar la validez actual de dichos principios.

Después reflejarán todo este contenido en un informe correctamente estructurado (título, índice, introducción, contenido principal, conclusiones).

El contenido del informe podría incluir la información que se muestra a continuación.

Los postulados básicos de esta teoría atómica son:

— *La materia está formada por átomos, que son unidades muy pequeñas, indivisibles e inalterables de materia.*

Planteó la existencia de los átomos y utilizó símbolos para representar su combinación; usaba círculos negros para los átomos de carbono y círculos blancos para los átomos de oxígeno. Un círculo negro junto a otro blanco simbolizaba el monóxido de carbono.

Actualmente, se sabe que los átomos sí pueden dividirse y alterarse. Los átomos están formados por partículas subatómicas.

— *Los átomos que forman un elemento son todos iguales, tienen la misma masa e idénticas propiedades.*

Actualmente es necesario introducir el concepto de isótopos: átomos de un mismo elemento que tienen distinta masa, y esa es justamente la característica que los diferencia entre sí. No todos los átomos de un mismo elemento tienen la misma masa.

Las plantas de energía nuclear aprovechan la desintegración del núcleo, que libera una enorme cantidad de energía que se transforma en energía eléctrica en los reactores nucleares, para beneficio del ser humano.

— *Los átomos de elementos distintos se diferencian porque tienen distinta masa y distintas propiedades.*

Intentó caracterizar los átomos, como finalmente acabaría llamando a estas partículas, mediante su peso y su tamaño. Para abordar esta tarea, fijó como unidad el peso de un átomo de hidrógeno (la sustancia más ligera que se conocía) y se basó en las leyes ponderales que ya hemos mencionado en un apartado anterior. Se encontró con el problema importante de desconocer el número de átomos que se asociaban para originar la sustancia. Intentó solventar el problema aplicando una «regla de simplicidad». De esta manera, elaboró la primera tabla de pesos atómicos relativos y, a partir de ellos, calculó también los volúmenes y los radios atómicos.

— *Los compuestos se forman cuando los átomos se unen entre sí, en una relación constante y sencilla.*

Al suponer que la relación numérica entre los átomos era la más sencilla posible, Dalton asignó al agua la fórmula HO, al amoníaco la fórmula NH, etc. Sin embargo, las técnicas modernas de medición indican que dos átomos de hidrógeno se combinan con un átomo de oxígeno en el agua, y tres átomos de hidrógeno se combinan con un átomo de nitrógeno en el amoníaco.

18 Respuesta sugerida:

a) (Págs. 211 a 215). La hipótesis manejada por Dalton de considerar los átomos indivisibles e inalterables durante el proceso químico hace que la cantidad de átomos de cada tipo se mantenga constante.

Además, las masas de los elementos que forman un compuesto estarán relacionadas con la cantidad de átomos de cada tipo. En todos los casos, los pesos se expresan en unidades de hidrógeno. Así, representó los elementos con círculos que presentaban diferentes marcas y explicó cómo se combinaban. Dos elementos, A y B, se combinan y el orden de las combinaciones es el más simple:

— 1 átomo de A + 1 átomo de B = 1 átomo de C, binario.

— 1 átomo de A + 2 átomos de B = 1 átomo de D, ternario.

— 2 átomos de A + 1 átomo de B = 1 átomo de E, ternario.

— 2 átomos de A + 2 átomo de B = 1 átomo de F, cuaternario.

— 3 átomos de A + 1 átomo de B = 1 átomo de G, cuaternario.

b) (Págs. 556 a 559). Dalton hace alusión a las observaciones de Gay-Lussac según las cuales una medida de nitrógeno y una medida de oxígeno dan lugar a dos medidas de gas nitroso, o dos medidas de nitrógeno y tres de hidrógeno dan lugar a tres medidas de amoníaco.

Él afirma que Gay-Lussac comete un error y que estas medidas no concuerdan con sus resultados experimentales. Opina que los gases no se unen en medidas iguales o exactas, pues sus experimentos más exactos dan 1,97 unidades de hidrógeno por cada unidad de oxígeno.

c) (Págs. 270 a 276). Mediante la aplicación de la «regla de simplicidad» al caso del agua, supuso que su fórmula sería HO y, teniendo en cuenta que empíricamente ya se había calculado que 87,4 partes en peso de oxígeno se combinaban con 12,6 partes de hidrógeno, obtuvo que los pesos relativos para los átomos de oxígeno e hidrógeno eran de 7 a 1. En la página 276 dejó abierta la posibilidad de que el agua fuera un compuesto ternario.

Los resultados obtenidos por Lavoisier y otros (págs. 272, 273 y 275) y los obtenidos por Humbolt y Gay-Lussac (pág. 274) los toma como válidos, aunque no sean concordantes, pero Dalton los relaciona llegando a la conclusión que más le favorece.

Por último, cabe destacar que se emplearon dos tipos de análisis: descomposición y síntesis. Por este motivo, los resultados podrían ser muy variados y difíciles de interpretar debido a que se partió de hipótesis falsas, como es la de máxima simplicidad.

d) (Págs. 556 a 559). Dalton no consideraba que las moléculas de los elementos gaseosos con los que experimentaba pudieran ser diatómicas. Por ejemplo, en el caso de nitrógeno + hidrógeno para dar amoníaco, un volumen de nitrógeno reacciona con tres volúmenes de hidrógeno y produce dos volúmenes de amoníaco.

Dalton rebate los resultados de Gay-Lussac aduciendo inexactitud en los cálculos, pero en realidad su conclusión no es exacta debido a una premisa inexacta y a la imprecisión de las medidas de masas de sustancias, que daba lugar a un margen de error tan amplio que cabían muchas interpretaciones.

Otro ejemplo: cuando un volumen de oxígeno se une con un volumen de nitrógeno para dar «gas nitroso», experimentalmente se encuentra que se producen dos volúmenes de este último; pero Dalton predecía uno solo, pues entendía que un «átomo de oxígeno» y un «átomo de nitrógeno» engendraban «un átomo de gas nitroso». Y además lo sustentaba basándose en que los resultados obtenidos no contradecían su hipótesis, pero era debido a la imprecisión de las medidas en aquel momento (págs. 558, 274 y 275).

3 TEORÍA ATÓMICA-MOLECULAR Págs.73 y 74

19. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben ir al enlace y leer el artículo sobre la química moderna y la evolución que ha tenido desde el congreso de 1860 en Karlsruhe hasta el 2011, año internacional de la química. Deberán organizar un debate exponiendo los tres aspectos más relevantes del documento según su opinión.

Aspectos que hay que destacar:

— El congreso de Karlsruhe permitió un progreso sin precedentes de la química y fue el germen de la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC, por su sigla en inglés).

— Stanislao Cannizzaro fue el gran triunfador del congreso al clarificar el concepto de masa atómica (peso atómico) relacionándolo correctamente con la masa molecular y sentar las bases a través de la teoría atómica despejando la incertidumbre que imperaba en la época en la definición de los conceptos fundamentales de la química.

— Importancia de la creación del Sistema Periódico.

20. Respuesta sugerida:

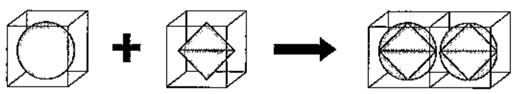
Avogadro:

La cantidad de partículas de gas es proporcional al volumen ocupado, de modo que la cantidad de partículas de cada gas en el proceso es diferente. Cada partícula de cloruro de hidrógeno estaría formada por una porción de partícula de hidrógeno y una porción de partícula de cloro.

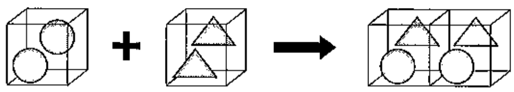
Cannizzaro:

Los gases están formados por agrupaciones de átomos (moléculas). Las moléculas de hidrógeno y cloro son diatómicas y la molécula de cloruro de hidrógeno está formada por un átomo de hidrógeno y un átomo de cloro. Los volúmenes de combinación serían un volumen de hidrógeno que reacciona con un volumen de cloro y produce dos volúmenes de cloruro de hidrógeno.

Modelo Avogadro



Modelo Cannizaro



21. Datos:

$1\ V\ (N_2) + 1\ V\ (O_2) \rightarrow 2\ V\ (N_AO_B)$

$10\ V\ (N_AO_B) + 5\ V\ (O_2) \rightarrow 10\ V\ (N_CO_D)$

Respuesta sugerida:

Según el principio de Avogadro, la cantidad de partículas de gas se encuentra en la misma proporción que los volúmenes, medidos a la misma presión y temperatura. Por lo tanto, se trata de:

$N_2 + O_2 \rightarrow 2\ NO$ (monóxido de nitrógeno)

$10\ NO + 5\ O_2 \rightarrow 10\ NO_2$ (dióxido de nitrógeno)

Buscamos información en Internet acerca de estos compuestos. Sugerimos estos enlaces web para la investigación:

http://es.wikipedia.org/wiki/Lluvia_%C3%A1cida

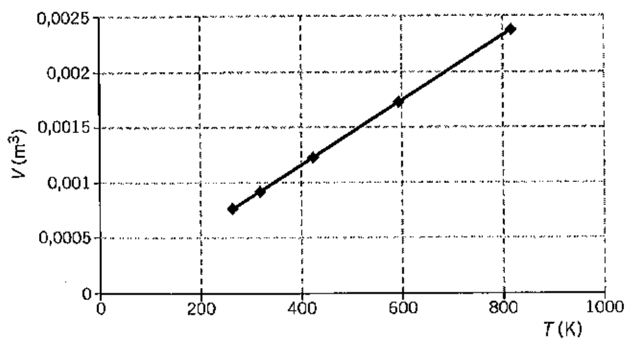
http://www.ceresnet.com/ceresnet/esp/servicios/teleformacion/agroambiente/contaminacion_atmosferica.pdf

Encontramos información sobre las reacciones de formación de monóxido de nitrógeno a partir de las reacciones producidas en los motores térmicos de los automóviles y aviones, donde se alcanzan temperaturas muy altas. Este monóxido de nitrógeno se oxida con el oxígeno atmosférico para dar lugar a dióxido de nitrógeno (NO_2) que a su vez reacciona con el agua (humedad del aire) dando lugar a ácido nítrico (HNO_3). Finalmente, estas sustancias químicas caen a la tierra acompañando a las precipitaciones y constituyen la lluvia ácida.

Los contaminantes atmosféricos primarios que dan origen a la lluvia ácida pueden recorrer grandes distancias al ser trasladados por los vientos cientos o miles de kilómetros antes de precipitar en forma de rocío, lluvia, llovizna, granizo, nieve, niebla o neblina. Cuando la precipitación se produce, puede provocar importantes deterioros en el ambiente. Normalmente, la lluvia presenta un pH de aproximadamente 5.65 (ligeramente ácido) debido a la presencia de CO_2 atmosférico que forma ácido carbónico, H_2CO_3. Se considera lluvia ácida si presenta un pH menor que 5 y puede alcanzar el pH del vinagre (pH = 3). Estos valores de pH se alcanzan por la presencia de ácidos como el ácido nítrico, HNO_3.

4 LEYES DE LOS GASES IDEALES Págs.74 y 75

22. Los alumnos deben representar gráficamente los datos $V–T$ empleando las unidades del SI:



Este experimento refleja la primera ley de Charles y Gay-Lussac, que relaciona el volumen y la temperatura de una cantidad de gas bajo unas condiciones de presión constante.

El volumen de una cantidad de gas es directamente proporcional a la temperatura:

$$\frac{V}{T} = \text{constante}$$

23. Datos: $V_1 = 500$ mL; $T_1 = 37$ °C, $T_2 = 10$ °C

Incógnitas: V_2

— Expresamos las unidades en el SI:

$V_1 = 500 \text{ mL} = 0{,}500 \text{ L} = 5{,}00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

$T_1 = (37 + 273) \text{ K} = 310 \text{ K}$

$T_2 = (10 + 273) \text{ K} = 283 \text{ K}$

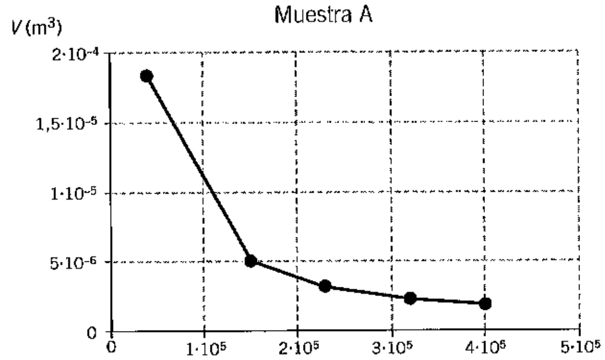
— Calculamos el volumen final aplicando la primera ley de Charles y Gay-Lussac:

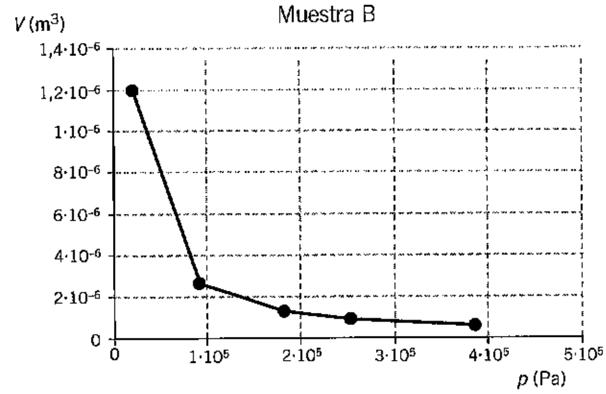
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1}$$

$$V_2 = \frac{5{,}00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 283 \cancel{\text{K}}}{310 \cancel{\text{K}}} = 4{,}56 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

El volumen de aire a 10 °C en una inspiración normal es de $4{,}6 \cdot 10^{-4}$ m³.

24. Los alumnos deben representar gráficamente los datos $V–p$ empleando las unidades del SI:





A la vista de las gráficas podemos pensar en comprobar si se cumple la ley de Boyle y Mariotte: $p \cdot V =$ constante.
Lo hacemos para cada una de las muestras:

Muestra A:

$p_1 \cdot V_1 = 0{,}40 \text{ bar} \cdot 18{,}6 \text{ L} = 7{,}4 \text{ bar} \cdot \text{L}$

$p_2 \cdot V_2 = 1{,}5 \text{ bar} \cdot 4{,}9 \text{ L} = 7{,}4 \text{ bar} \cdot \text{L}$

$p_3 \cdot V_3 = 2{,}3 \text{ bar} \cdot 3{,}2 \text{ L} = 7{,}4 \text{ bar} \cdot \text{L}$

$p_4 \cdot V_4 = 3{,}2 \text{ bar} \cdot 2{,}3 \text{ L} = 7{,}4 \text{ bar} \cdot \text{L}$

$p_5 \cdot V_5 = 3{,}9 \text{ bar} \cdot 1{,}9 \text{ L} = 7{,}4 \text{ bar} \cdot \text{L}$

Muestra B:

$p_1 \cdot V_1 = 0{,}20 \text{ bar} \cdot 12\,019 \text{ mL} \approx 2\,400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$

$p_2 \cdot V_2 = 0{,}9 \text{ bar} \cdot 2671 \text{ mL} \approx 2\,400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$

$p_3 \cdot V_3 = 1{,}8 \text{ bar} \cdot 1335 \text{ mL} \approx 2\,400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$

$p_4 \cdot V_4 = 2{,}5 \text{ bar} \cdot 962 \text{ mL} \approx 2\,400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$

$p_5 \cdot V_5 = 3{,}8 \text{ bar} \cdot 633 \text{ mL} \approx 2\,400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$

Estos resultados indican que se cumple la ley de Boyle y Mariotte.

Para deducir en qué muestra hay mayor cantidad de gas, podemos recurrir al principio de Avogadro y determinar el volumen que ocuparía cada muestra de gas si ambas estuvieran sometidas a la misma presión. La que ocupe mayor volumen será la que tendrá mayor cantidad de moléculas de gas. Tomamos un valor aleatorio de la presión, por ejemplo, 3,2 bar:

Muestra A: $V = 2{,}3$ L.

Muestra B: como no disponemos de ese dato, calculamos el volumen correspondiente aplicando la ley de Boyle y Mariotte: $3{,}2 \text{ bar} \cdot V = 2400 \text{ bar} \cdot \text{mL}$; $V = 750$ mL.

Como la muestra A ocupa mayor volumen que la muestra B (a la misma temperatura y presión) y el principio de Avogadro afirma que en esas condiciones el volumen de un gas es proporcional a la cantidad de moléculas, podemos deducir lo siguiente:

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{2{,}3 \text{ L}}{0{,}75 \text{ L}} = 3 ; \; n_A = 3 \cdot n_B$$

Por lo tanto, en la muestra A hay triple cantidad de gas que en la muestra B.

25. Datos: $p_1 = 2{,}35$ bar; $T_1 = 18$ °C, $T_2 = 47$ °C

Incógnitas: p_2

— Expresamos las unidades en el SI:

$$p_1 = 2{,}35 \cancel{\text{bar}} \cdot \frac{10^5 \text{ Pa}}{1 \cancel{\text{bar}}} = 2{,}35 \cdot 10^5 \text{ Pa};$$

$$T_1 = (18 + 273)\text{K} = 291 \text{ K};$$

$$T_2 = (47 + 273)\text{K} = 320 \text{ K}$$

— Calculamos la presión final aplicando la segunda ley de Charles y Gay-Lussac:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \; p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1};$$

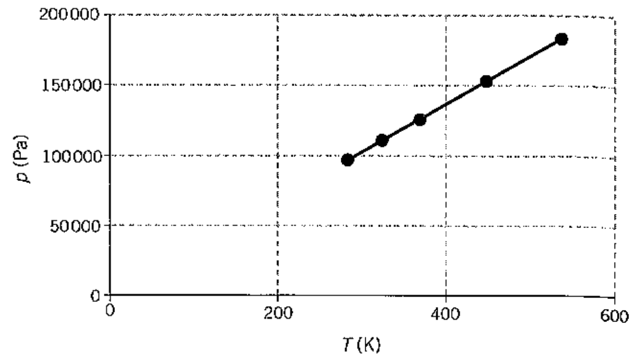
$$p_2 = \frac{2{,}35 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 320 \cancel{\text{K}}}{291 \cancel{\text{K}}} = 2{,}58 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

— Los alumnos deben buscar información en Internet acerca de las consecuencias de la presión inadecuada de los neumáticos. Sugerimos este enlace web para la investigación:

http://www.seguridadvialparajovenes.com/blog/como-saber-la-presion-adecuada-de-los-neumaticos

En este enlace web encontramos información detallada de las consecuencias en la conducción con una presión inadecuada en los neumáticos. La presión de inflado correcta proporciona un mejor control sobre el coche y optimiza su comportamiento y su estabilidad, al tiempo que reduce la distancia de frenado.

26. Los alumnos deben representar gráficamente los datos p–T empleando las unidades del SI:



Este experimento refleja la segunda ley de Charles y Gay-Lussac, que relaciona la presión y la temperatura de una cantidad de gas bajo unas condiciones de volumen constante.

La presión de una cantidad de gas es directamente proporcional a la temperatura:

$$\frac{p}{T} = \text{constante}$$

27. Para resolver este problema nos basamos en la ley de Avogadro que establece que, a presión y temperatura constantes, el volumen de una cantidad de gas es directamente proporcional a la cantidad de moléculas que contiene e independiente de la naturaleza del gas. Los volúmenes de las sustancias gaseosas que participan en la reacción están en la misma proporción que las cantidades de sustancia con que intervienen.

Teniendo en cuenta la ley de Lavoisier y que la combustión de un hidrocarburo —que es la reacción con oxígeno, O_2(g)— da lugar únicamente a CO_2(g) y H_2O(g), podemos deducir fácilmente la cantidad con que interviene cada sustancia en el proceso.

La combustión de 1 mol de C_4H_{10}(g) producirá 4 mol de CO_2(g) y 5 mol de H_2O(g). Y para ello se necesitarán 6,5 mol de O_2. (Recuerda que la cantidad de C, H y O en las sustancias antes de la reacción es idéntica a la que se encuentra en las sustancias después de la reacción: 4 mol de C, 10 mol de H y 13 mol de O).

a) Datos: $V(C_4H_{10}) = 1{,}5$ L; $V(O_2) = 9$ L

La afirmación es falsa, ya que hay menos O_2(g) del necesario para reaccionar totalmente el C_4H_{10}(g) disponible:

$$\frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}(g)}{6{,}5 \text{ moles } O_2(g)} = \frac{1{,}5 \text{ L } C_4H_{10}(g)}{V\,(O_2)};$$

$V\,(O_2) = 9{,}8$ L O_2 (g) necesarios

b) Datos: $V(C_4H_{10}) = 3{,}2$ L; $V(CO_2) = 12$ L; $V(H_2O) = 16$ L

La afirmación es falsa, porque el volumen de CO_2(g) es incorrecto:

$$\frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}(g)}{4 \text{ mol } CO_2(g)} = \frac{3{,}2 \text{ L } C_4H_{10}(g)}{V\,(CO_2)};$$

$V\,(CO_2) = 13$ L CO_2(g) se obtienen

$$\frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}(g)}{5 \text{ mol } H_2O(g)} = \frac{3{,}2 \text{ L } C_4H_{10}(g)}{V\,(H_2O)};$$

$V\,(H_2O) = 16$ L H_2O(g) se obtienen.

c) Datos: $V(C_4H_{10}) = 10$ L; $V(O_2) = 59{,}0$ L; $V(CO_2) = 36{,}3$ L

La afirmación es verdadera, el $C_4H_{10}(g)$ se encuentra en exceso y reacciona la totalidad del $O_2(g)$ disponible, produciendo el volumen de $CO_2(g)$ indicado:

$$\frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}(g)}{6{,}5 \text{ moles } O_2(g)} = \frac{10 \text{ L } C_4H_{10}(g)}{V\,(O_2(g))};$$

$V\,(O_2(g)) = 65$ L $O_2(g)$ necesario.

Reacciona la totalidad del $O_2(g)$ y hay exceso de $C_4H_{10}(g)$:

$$\frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}(g)}{6{,}5 \text{ moles } O_2(g)} = \frac{V\,(C_4H_{10})}{59{,}0 \text{ L } O_2(g)};$$

$V\,(C_4H_{10}) = 9{,}08$ L $C_4H_{10}(g)$ reaccionan.

$$\frac{6{,}5 \text{ moles } O_2(g)}{4 \text{ moles } CO_2(g)} = \frac{59{,}0 \text{ L } O_2(g)}{V\,(CO_2)};$$

$V\,(CO_2) = 36{,}3$ L $CO_2(g)$ se obtienen.

28. Datos: $n\,(N_2) = 0{,}25$ mol; $V(N_2) = V(\text{gas}) = V$; $m\,(\text{gas}) = 1$ g

Incógnitas: M

— Determinamos la cantidad del gas desconocido considerando el principio de Avogadro, que manifiesta que el comportamiento gaseoso depende de la cantidad de moléculas de gas y no de su naturaleza; y aplicando la ley de Avogadro, ya que ambos volúmenes están medidos a la misma presión y temperatura.

A presión y temperatura constantes:

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

Y según el principio de Avogadro:

$$\frac{V\,(N_2)}{n\,(N_2)} = \frac{V\,(\text{gas})}{n\,(\text{gas})}$$

Como $V\,(N_2) = V\,(\text{gas}) = V$; y $n\,(N_2) = 0{,}25$ mol; hallamos la masa molar de gas:

$$n(\text{gas}) = \frac{V\,(\text{gas}) \cdot n\,(N_2)}{V\,(N_2)} = \frac{\cancel{V} \cdot 0{,}25 \text{ mol}}{\cancel{V}} = 0{,}25 \text{ mol};$$

$$n = \frac{m}{M};\ M = \frac{m}{n} = \frac{1 \text{ g}}{0{,}25 \text{ mol}} = 4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

El gas desconocido es el helio, ya que su masa molar es $4 \cdot 10^{-3}$ g·mol^{-1}.

29. Respuesta sugerida:

Los alumnos se deben organizar en grupos de tres o cuatro compañeros y buscar información en Internet acerca de las distintas atmósferas de envasado.

Sugerimos estos enlaces web para la investigación:

http://atmosferaprotectora.es/

http://es.wikipedia.org/wiki/Atm%C3%B3sfera_protectora

En estos enlaces web encontramos información sobre los factores que provocan que la comida se estropee:

El oxígeno del aire puede originar un proceso de descomposición llamado oxidación. Por ejemplo, las grasas y los aceites de la comida pueden oxidarse estropeando los alimentos.

Una de las razones principales de que la comida se estropee es el desarrollo de microbios como bacterias, levaduras y mohos que están presentes por todas partes, incluso en nuestro propio cuerpo.

Existen varias formas de ralentizar estos procesos de descomposición y de mantener la comida atractiva y comestible el mayor tiempo posible. Entre ellas se incluye la refrigeración, o sellar el alimento en un envase que contenga una mezcla de gases (en adecuadas proporciones para reducir el proceso de descomposición y el desarrollo de los microbios). El tipo y proporción de gas utilizado en el envasado depende del tipo de alimento del envase y del tipo de descomposición o cambio que sufra el alimento.

En las **frutas y vegetales frescos,** no se elimina completamente el oxígeno. Este tipo de alimentos sigue respirando después de recolectado. En este caso es mejor reducir mucho el nivel de oxígeno y añadir CO_2, para reducir su metabolismo y disminuir así su degradación.

En las **carnes,** se pueden añadir pequeñas cantidades de monóxido de carbono. Este se combina con la hemoglobina y la mioglobina, al igual que hace el oxígeno, dándole un color más rojizo.

La atmósfera modificada a presión puede ayudar a que la comida o el envase sufra menos daños físicos. Las bolsas de **patatas fritas** llevan una atmósfera de nitrógeno con una leve presión para evitar que se aplasten.

En las latas y botellas de **bebidas carbonatadas,** el CO_2 a presión ayuda a aumentar la resistencia a la compresión del envase. Cuando se trata de bebidas sin gas se puede añadir nitrógeno a presión, que no produce la efervescencia.

Cada grupo debe organizar la información en un informe que contenga la descripción de las técnicas, su fundamento, las ventajas de cada una y ejemplos de productos cotidianos envasados de esa forma.

30. Datos: $V_1 = 4{,}8$ L; $p_2 = 486$ hPa; $p_1 = 1\,012$ hPa; $T_1 = 28$ °C; $T_2 = 16$ °C

Incógnitas: número de veces que debemos llenar los pulmones respecto al nivel del mar

— Expresamos las unidades en el SI:

$$T_1 = (28 + 273)\text{K} = 301 \text{ K};\ T_2 = (16 + 273)\text{K} = 289 \text{ K}$$

$$V_1 = 4{,}8 \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \cancel{\text{L}}} = 4{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

— Calculamos el volumen que ocupa en el puerto de montaña el aire de una inspiración a nivel del mar. Para ello empleamos la ley completa de los gases, ya que varían la presión y la temperatura:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2};$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{1012 \cancel{\text{hPa}} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 289 \text{ K}}{486 \cancel{\text{hPa}} \cdot 301 \text{ K}}$$

$$V_2 = 9{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

— Comparando ambos volúmenes determinamos el número de veces que hay que llenar los pulmones en el puerto de montaña, para tener la misma cantidad de aire que a nivel del mar:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}}{4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}} = 2{,}0$$

En el puerto de montaña deberíamos llenar los pulmones dos veces para que circulara por ellos la misma cantidad de aire que al llenarlos una sola vez a nivel del mar.

31. Datos: $p_1 = 1$ atm; $V_1 = 6{,}3$ L; h = 214 m

Incógnitas: V(pulmones)

— Expresamos las unidades en el SI:

$$V_1 = 6{,}3\ \cancel{\mathrm{L}} \cdot \frac{1\ \mathrm{m^3}}{1000\ \cancel{\mathrm{L}}} = 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

$$p_1 = 1{,}0\ \cancel{\mathrm{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}{1\ \cancel{\mathrm{atm}}} = 1{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$$

— Calculamos la presión a que estará sometido el deportista cuando la profundidad es de 214 m, teniendo en cuenta que la presión hidrostática en esas aguas aumenta 1 atm por cada 10,1 mde profundidad:

$$p_{\mathrm{hidrostática}} = 214\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \frac{1\ \mathrm{atm}}{10{,}1\ \cancel{\mathrm{m}}} = 21{,}2\ \mathrm{atm}$$

$$p_2 = p_1 + p_{\mathrm{hidrostática}} = 1\ \mathrm{atm} + 21{,}2\ \mathrm{atm} = 22{,}2\ \mathrm{atm}$$

— Expresamos la presión anterior en unidades del SI:

$$p_2 = 22{,}2\ \cancel{\mathrm{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}{1\ \cancel{\mathrm{atm}}} = 2{,}25 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa}$$

— Calculamos el volumen cuando el deportista está a 214 m. Para ello aplicamos la ley de Boyle-Mariotte, que relaciona la presión con el volumen, a temperatura constante. Se expresan las unidades en el SI:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2\ ;$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{1{,}0 \cdot 10^5\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}}{2{,}25 \cdot 10^6\ \cancel{\mathrm{Pa}}} =$$

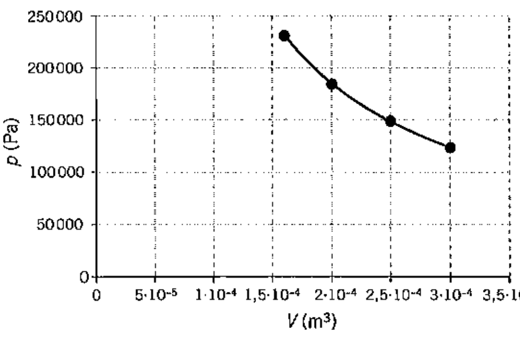
$$= 2{,}8 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3}$$

El volumen de los pulmones de este deportista a la máxima profundidad es $2{,}8 \cdot 10^{-4}$ m³.

32. Datos: m(Al) = 0,270 g; $T_1 = 23$ °C; $p_1 = 101\,000$ Pa; $V = 7{,}17$ L; $n = 0{,}316$ mol; $T_2 = 0$ °C; $p_2 = 10^5$ Pa

Incógnitas: n_2

— Representamos gráficamente los datos p–V empleando las unidades del SI:



— En primer lugar comprobamos la ley de Boyle y Mariotte, $p \cdot V$ = constante:

Ensayo 1:

$$p_1 \cdot V_1 = 122\,984\ \mathrm{Pa} \cdot 300{,}0\ \mathrm{mL} \approx 3{,}690 \cdot 10^7\ \mathrm{Pa \cdot mL}$$

Ensayo 2:

$$p_2 \cdot V_2 = 147581\ \mathrm{Pa} \cdot 250{,}0\ \mathrm{mL} \approx 3{,}690 \cdot 10^7\ \mathrm{Pa \cdot mL}$$

Ensayo 3:

$$p_3 \cdot V_3 = 184\,476\ \mathrm{Pa} \cdot 200{,}0\ \mathrm{mL} \approx 3{,}690 \cdot 10^7\ \mathrm{Pa \cdot mL}$$

Ensayo 4:

$$p_4 \cdot V_4 = 230\,595\ \mathrm{Pa} \cdot 160{,}0\ \mathrm{mL} \approx 3{,}690 \cdot 10^7\ \mathrm{Pa \cdot mL}$$

Observamos que el producto $p \cdot V$ se mantiene constante durante la experiencia. Por lo tanto, se cumple la ley de Boyle y Mariotte.

— Para determinar la cantidad de gas obtenido en la experiencia calculamos primero el volumen que ocupa a 0 °C y 10^5 Pa.

Empleamos la ley completa de los gases:

$$T_1 = (23 + 273)\mathrm{K} = 296\ \mathrm{K}\ ;\ T_2 = (0 + 273)\mathrm{K} = 273\ \mathrm{K}$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}\ ;$$

$$\frac{122\,984\ \mathrm{Pa} \cdot 300{,}0\ \mathrm{mL}}{296\ \mathrm{K}} = \frac{10^5\ \mathrm{Pa} \cdot V_2}{273\ \mathrm{K}}\ ;$$

$$V_2 = \frac{122\,984\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot 300{,}0\ \mathrm{mL} \cdot 273\ \cancel{\mathrm{K}}}{296\ \cancel{\mathrm{K}} \cdot 10^5\ \cancel{\mathrm{Pa}}} = 340\ \mathrm{mL}$$

— A partir de este resultado calculamos la cantidad de gas empleando la ley de Avogadro:

$$V_1 = 7{,}17\ \cancel{\mathrm{L}} \cdot \frac{1000\ \mathrm{mL}}{1\ \cancel{\mathrm{L}}} = 7{,}17 \cdot 10^3\ \mathrm{mL}$$

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}\ ;\ \frac{7{,}17 \cdot 10^3\ \mathrm{mL}}{0{,}316\ \mathrm{mol}} = \frac{340\ \mathrm{mL}}{n_2}\ ;$$

$$n_2 = \frac{0{,}316\ \mathrm{mol} \cdot 340\ \mathrm{mL}}{7{,}17 \cdot 10^3\ \mathrm{mL}} = 1{,}50 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{mol}$$

La cantidad química del gas obtenido es $1{,}50 \cdot 10^{-2}$ mol.

33 Datos: $p_1 = 200$ atm; $V_1 = 0{,}5$ L; $p_2 = 300$ atm; $V_2 = 18$ L

Incógnitas: número de recargas

— Calculamos el número de recargas que se pueden hacer en las condiciones finales. Para ello aplicamos la ley de Boyle-Mariotte que relaciona la presión con el volumen, a temperatura constante:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2\ ;\ 300\ \mathrm{atm} \cdot 18\ \mathrm{L} = 200\ \mathrm{atm} \cdot V_2$$

$$V_2 = 27\ \mathrm{L}$$

— Como disponemos de 27 L de aire a 200 atm, pero la bombona es de 18 L, podremos extraer un máximo de:

$$V_{\mathrm{extraer}} = 27\ \mathrm{L} - 18\ \mathrm{L} = 9\ \mathrm{L},\ \text{a } 200\ \mathrm{atm}$$

— Sabemos que el depósito de la marcadora es de 0,5 L y que lo llenamos de aire a 200 atm, por lo que podemos hacer el siguiente número de recargas:

$$\text{n.º de recargas} = 9\,\cancel{L} \cdot \frac{1\text{ recarga}}{0{,}5\,\cancel{L}} = 18\text{ recargas}$$

Al efectuar la decimoctava recarga, la presión en la bombona de 18 L será de 200 atm, por lo que las recargas sucesivas ya no se podrán efectuar a 200 atm, sino a una presión inferior.

Con la bombona de 18 L a 300 atm podemos recargar 18 veces el depósito de 0,5 L de una marcadora de *paintball*, a una presión de 200 atm, y quedará la bombona llena de aire a 200 atm.

34. Datos: $T_1 = 20\ °C$; $T_2 = 20\ °C$

Incógnitas: porcentaje de variación de d (aire)

— Expresamos las magnitudes en unidades del SI:

$T_1 = (20 + 273)\,K = 293\,K$

$T_2 = (120 + 273)\,K = 393\,K$

— Calculamos la relación entre los volúmenes aplicando la primera ley de Charles y Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};\ V_2 = \frac{V_1 \cdot T_1}{T_2} = \frac{V_1 \cdot 293\,\cancel{K}}{393\,\cancel{K}} = 1{,}34 \cdot V_1$$

— Determinamos la variación de la densidad relacionando los valores en las dos condiciones:

$$V_2 = 1{,}34 \cdot V_1;\ d_1 = \frac{m}{V_1};$$

$$d_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{1{,}34 \cdot V_1} = 0{,}746 \cdot \frac{m}{V_1} = 0{,}746 \cdot d_1$$

La densidad a 120 °C es 0,746 veces la inicial, o lo que es lo mismo, la densidad final ha disminuido un 25,4 %.

5 TEORÍA CINÉTICO-MOLECULAR DE LOS GASES

Págs. 75 y 76

35. Respuesta sugerida:

La ecuación de Boltzmann relaciona las propiedades macroscópicas de la materia con el comportamiento individual de las partículas; así relaciona las magnitudes energía cinética, temperatura y presión:

$$\bar{E}_{\text{cinética}} = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot k \cdot T;\ p \cdot V = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot N \cdot \bar{E}_{\text{cinética}}$$

$$p \cdot V = \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right) \cdot N \cdot \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\right) \cdot k \cdot T;$$

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Como el número de moléculas de gas se puede expresar como $N = n \cdot N_A$; siendo N_A el número de Avogadro.

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T;$$

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k \cdot T$$

Sabemos que $N_A \cdot K = R$, siendo $R = 8{,}31\ Pa \cdot m^3 \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.

Así obtenemos la ecuación de estado de los gases:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

36. Respuesta sugerida:

Por parejas, los alumnos deben redactar un pequeño informe explicando la ley de Boyle y Mariotte y la ley de Avogadro basándose en los principios de la teoría cinético-molecular de los gases.

El contenido del informe podría incluir la siguiente información:

— *Principios del modelo de gas ideal:*

Las partículas de gas se caracterizan por describir trayectorias rectilíneas, hasta colisionar entre ellas o contra las paredes del recipiente, y por tener una velocidad promedio según la temperatura (agitación térmica).

La presión de un gas sobre las paredes del recipiente es proporcional a la cantidad de colisiones por unidad de tiempo de las moléculas de gas contra ellas.

La cantidad de colisiones por unidad de tiempo de las moléculas de gas contra las paredes del recipiente depende de la velocidad promedio de las moléculas (agitación térmica), y de la distancia que puede recorrer sin chocar contra las paredes del recipiente (recorrido libre); siendo directamente proporcional a la agitación térmica e inversamente proporcional al recorrido libre.

— *Ley de Boyle y Mariotte:*

«A temperatura constante, el volumen de una determinada cantidad de gas es inversamente proporcional a la presión del gas».

Explicación según el modelo de gas ideal:

Si aumenta el volumen del recipiente aumenta la distancia entre sus paredes y, consecuentemente, aumenta el recorrido libre.

Si la velocidad promedio de las moléculas se mantiene constante (temperatura constante) y aumenta su recorrido libre, la cantidad de colisiones por unidad de tiempo contra las paredes del recipiente será menor, por lo que la presión del gas también será menor.

Esto explica la ley de Boyle y Mariotte, ya que, a temperatura constante, la presión que ejerce un gas sobre las paredes del recipiente que lo contiene disminuye cuando el volumen del recipiente aumenta, y viceversa.

— *Ley de Avogadro:*

«A presión y temperatura constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a la cantidad de moléculas que contiene».

Explicación según el modelo de gas ideal:

A mayor cantidad de moléculas en las mismas condiciones de temperatura (misma velocidad promedio), la cantidad de choques contra las paredes del recipiente aumentará si se mantiene constante el recorrido libre.

Para que la presión se mantenga constante cuando aumente la cantidad de moléculas de gas, sin variar su temperatura, debe aumentar el recorrido libre de las moléculas de gas. Por tanto la distancia entre las paredes del recipiente debe ser mayor, es decir, debe aumentar su volumen.

Esto explica la ley de Avogadro, ya que la presión de un gas, a temperatura y volumen constantes, aumenta cuando aumenta la cantidad de gas en el recipiente y viceversa.

37. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben redactar un pequeño informe relacionando las características de las moléculas de los gases helio y neón con los modelos de gas ideal y de Van der Waals para un gas real.

El contenido del informe podría incluir la siguiente información:

— La diferencia entre el comportamiento de un gas real, según el modelo de Van der Waals, respecto al modelo de gas ideal, se basa en el volumen de las moléculas de gas y en la interacción entre ellas, que tienen una influencia diferente sobre la presión. Al aumentar el volumen molecular aumentará la presión, ya que disminuye el espacio libre en el recipiente, mientras que cuanto mayor sea la atracción entre las moléculas gaseosas, menor será la presión que ejerzan, puesto que disminuye la velocidad de impacto contra las paredes.

— Como el helio y el neón presentan comportamientos muy similares al del modelo de gas ideal, debemos considerar que sus moléculas son muy pequeñas y que la atracción entre ellas es muy débil.

— Helio y neón son gases nobles, por lo que están constituidos por moléculas monoatómicas, lo que unido a su pequeño número atómico ($Z = 2$ y $Z = 10$, respectivamente) hace que el volumen de sus moléculas sea el menor posible. Así, son lo más parecido al concepto descrito por el modelo de gas ideal, que considera las moléculas de gas como puntos en el espacio de volumen insignificante.

— Como la atracción entre las moléculas de estos gases es muy débil, se pueden asimilar también al modelo de gas ideal, que considera que las moléculas de gas solamente interactúan entre sí cuando colisionan, y lo hacen mediante choques elásticos.

— La explicación de la débil atracción entre las moléculas de estos gases se sustenta en la baja probabilidad de aparición de momento dipolar instantáneo, lo que está relacionado con la pequeña cantidad de electrones de su corteza.

38. Respuesta sugerida:

Por parejas, los alumnos deben buscar información en Internet acerca de las distintas ecuaciones que describen el comportamiento de los gases. Sugerimos estos enlaces web para la investigación:

http://es.wikipedia.org/wiki/Gas_real

http://www.monografias.com/trabajos/gasesreales/gasesreales.shtml

http://www.fisicanet.com.ar/fisica/gases/ap02_gases_reales.php

http://www.fisicanet.com.ar/fisica/gases/ap05_gases_reales.php

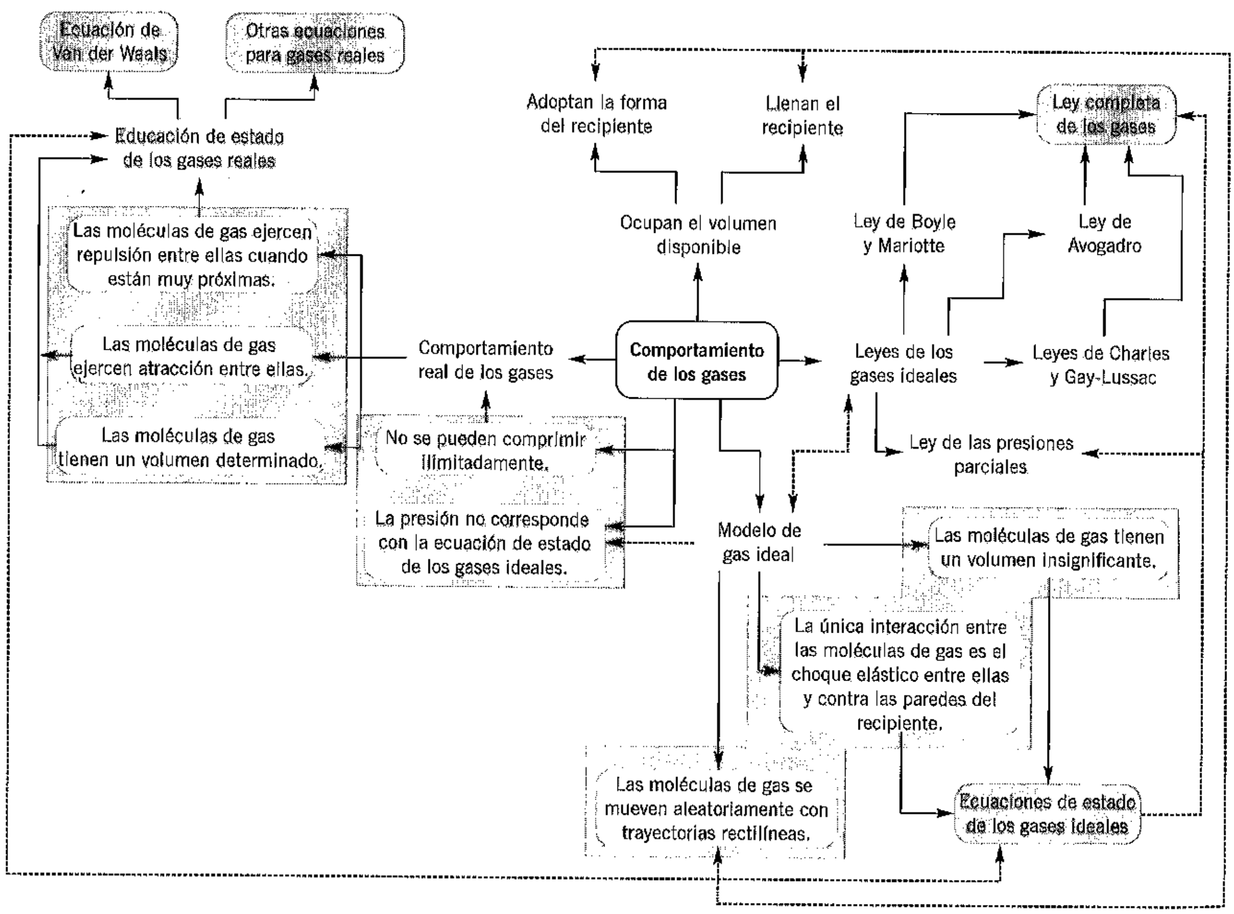
http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_estado

Los alumnos tienen que relacionar entre sí las diferentes ecuaciones, atendiendo a la fiabilidad de los resultados, el rango de condiciones al que se puede aplicar, la cantidad de parámetros, etc.

39. Respuesta sugerida:

Se trata de elaborar un mapa mental en el que se recojan las propiedades de los gases y la explicación de la divergencia entre el comportamiento real y el propuesto por el modelo de gas ideal. Para ello, los alumnos deben tener en cuenta las características de un mapa mental y plasmar en él la información que les parezca más adecuada para responder a la actividad que se plantea.

Una posibilidad es la propuesta siguiente:



Proponemos que cada pareja muestre su mapa mental al resto de la clase y que entre todos elaboren uno conjunto en la pizarra.

40. Datos: $p_1(O_2) = 0{,}170$ atm; $p_2(O_2) = 0{,}500$ atm; porcentaje en volumen (He) = 97,0 %; porcentaje en volumen (O_2) = 3,00 %

Incógnitas: profundidad mínima; profundidad máxima

— Obtenemos las presiones totales que marcan el rango de profundidades con la mezcla de gases empleada en este buceo profundo.

Para ello aplicamos la ley de presiones parciales utilizando el dato de porcentaje en volumen de oxígeno:

$$p\,(O_2) = \chi\,(O_2) \cdot p_t;\ \chi\,(O_2) = \frac{3{,}00}{100} = 0{,}0300$$

$$p_t = \frac{p\,(O_2)}{\chi\,(O_2)}$$

$$p_{t(1)} = \frac{0{,}170 \text{ atm}}{0{,}0300} = 5{,}67 \text{ atm}$$

$$p_{t(2)} = \frac{0{,}500 \text{ atm}}{0{,}0300} = 16{,}7 \text{ atm}$$

— Para evitar la hipoxia, la mezcla de gases debe utilizarse a una profundidad que genere, como mínimo, la presión total de 5,67 atm.

Considerando la presión atmosférica de 1 atm, el agua del mar debe producir una presión de 4,67 atm, que equivale a una profundidad de:

$$\text{Profundidad mínima} = 4{,}67 \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{10{,}1 \text{ atm}}{1 \cancel{\text{atm}}} = 47{,}2 \text{ m}$$

— Para evitar la hiperoxia, la mezcla de gases debe utilizarse a una profundidad que genere, como máximo, una presión total de 16,7 atm.

Considerando la presión atmosférica de 1 atm, el agua del mar debe producir una presión de 15,7 atm, que equivale a una profundidad de:

$$\text{Profundidad máxima} = 15{,}7 \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{10{,}1 \text{ atm}}{1 \cancel{\text{atm}}} = 159 \text{ m}$$

El rango de profundidades a las que puede utilizarse esta mezcla gaseosa sin riesgo de intoxicación es de 47,2 m a 159 m.

41. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben investigar las consecuencias de la hipoxia en nuestro organismo. Sugerimos estos enlaces web:

http://es.wikipedia.org/wiki/Hipoxia

http://es.wikipedia.org/wiki/Efectos_de_la_altitud_en_los_humanos

En estos enlaces encontramos información sobre la hipoxia, causas, síntomas y consecuencias. Por ejemplo, los síntomas de la hipoxia generalizada dependen de la gravedad y la velocidad del ataque. Entre ellos se incluyen dolores de cabeza, fatiga, náuseas, inestabilidad y, a veces, incluso inconsciencia, falta de respiración, falta de respuesta pupilar a la luz y coma.

La hipoxia grave induce una coloración azul de la piel o cianosis (las células sanguíneas desoxigenadas pierden su color rojo y se tornan de color azul). Además, la hipoxia aumenta la producción de eritropoyetina; con lo que aumenta la producción de hematíes (eritrocitos).

— Datos: $p = 33\,000$ Pa; $T = -25$ °C; porcentaje en volumen (O_2) = 21 %

Incógnitas: $p\,(O_2)$

Obtenemos la presión parcial aplicando la ley de presiones parciales:

$$p(O_2) = \chi\,(O_2) \cdot p_t;\ \chi\,(O_2) = \frac{21}{100} = 0{,}21$$

$$p\,(O_2) = 0{,}21 \cdot 33\,000 \text{ Pa} = 6{,}9 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

La presión parcial de oxígeno, considerando que la composición del aire es igual que a nivel del mar (21 % en volumen de O_2), es de $6{,}9 \cdot 10^3$ Pa, es decir, 6,9 kPa.

42. Datos: $p_{int} = 0{,}5$ atm; h = 39 068 m; $T = -8$ °C; $p_{ext} = 3$ mbar; porcentaje en volumen (N_2) = 78 %; porcentaje en volumen (O_2) = 21 %; porcentaje en volumen (Ar) = 1 %

Incógnitas: $p\,(N_2)$; $p\,(O_2)$; p (Ar), en el exterior y en el interior

— Expresamos las presiones en unidades del SI:

$$p_{int} = 0{,}5 \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1 \text{ atm}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$p_{ext} = 3 \cancel{\text{mbar}} \cdot \frac{10^{-3} \cancel{\text{bar}}}{1 \cancel{\text{mbar}}} \cdot \frac{10^5 \text{ Pa}}{1 \cancel{\text{bar}}} = 3 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

— Como el porcentaje en volumen de cada componente de una mezcla coincide numéricamente con la cantidad de cada gas en la mezcla, la fracción molar de cada gas será:

$\chi(N_2) = 0{,}78$; $\chi(O_2) = 0{,}21$; $\chi(\text{Ar}) = 0{,}01$

— Obtenemos la presión parcial aplicando la ley de presiones parciales:

$p_A = \chi_A \cdot p_T$

En el exterior de la cápsula:

$p_{ext}(N_2) = 0{,}78 \cdot 3 \cdot 10^2 \text{ Pa} = 2 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

$p_{ext}(O_2) = 0{,}21 \cdot 3 \cdot 10^2 \text{ Pa} = 6 \cdot 10 \text{ Pa}$

$p_{ext}(\text{Ar}) = 0{,}01 \cdot 3 \cdot 10^2 \text{ Pa} = 3 \text{ Pa}$

En el interior de la cápsula:

$p_{int}(N_2) = 0{,}78 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

$p_{int}(O_2) = 0{,}21 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 1 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

$p_{int}(\text{Ar}) = 0{,}01 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 5 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Las presiones parciales de nitrógeno, oxígeno y argón en el exterior de la cápsula son, respectivamente: $2 \cdot 10^2$ Pa, $6 \cdot 10$ Pa y 3 Pa.

Y en el interior de la cápsula: $4 \cdot 10^4$ Pa, $1 \cdot 10^4$ Pa y $5 \cdot 10^2$ Pa (en el mismo orden).

43. Datos: $T = 380$ °C; $p_T = 0{,}185$ atm

Incógnitas: p (Hg); $p\,(O_2)$

— Fijándonos en la ecuación química observamos que cuando se descomponen *n* moles de HgO(s) se obtienen *2n* mol de Hg(g) y *n* mol de O_2(g):

$$2\,HgO(s) \rightarrow 2\,Hg(g) + O_2(g)$$

Por tanto, las fracciones molares de los gases en la mezcla son:

$$\chi(Hg) = \frac{(2n)\text{ mol Hg(g)}}{(2n+n)\text{ mol total}} = \frac{2}{3}$$

$$\chi(O_2) = \frac{(n)\text{ mol }O_2(g)}{(2n+n)\text{ mol total}} = \frac{1}{3}$$

— Obtenemos la presión parcial aplicando la ley de presiones parciales:

$$p(Hg) = \frac{2}{3} \cdot 1{,}87 \cdot 10^4\text{ Pa} = 1{,}25 \cdot 10^4\text{ Pa}$$

$$p(O_2) = \frac{1}{3} \cdot 1{,}87 \cdot 10^4\text{ Pa} = 6{,}23 \cdot 10^3\text{ Pa}$$

La presión parcial de mercurio es de $1{,}25 \cdot 10^4$ Pa, y la del oxígeno de $6{,}23 \cdot 10^3$ Pa.

44. a) Datos:

Incógnitas: *p* (ideal); *p* (CH_4); *p* (CCl_4)

Parámetros de Van der Waals (*a* y *b*) para los gases CH_4 y CCl_4; $T = 80{,}00$ °C; $V = 10{,}00$ L.

— Expresamos los valores en unidades del SI:

$$T = (80{,}00 + 273)\text{ K} = 353\text{ K}$$

$$V = 10{,}00\,\cancel{L} \cdot \frac{1\text{ m}^3}{10^3\,\cancel{L}} = 1{,}000 \cdot 10^{-2}\text{ m}^3$$

— Aplicamos la ecuación de estado de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V};$$

$$p = \frac{1{,}000\,\cancel{mol} \cdot 8{,}31\text{ Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 353\,\cancel{K}}{1{,}000 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3}}$$

$$p = 2{,}933 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

Nota: Tenemos la precaución de considerar cuatro cifras significativas en la cantidad de sustancia ($n = 1{,}000$ mol), para luego poder comparar los resultados con ambos modelos con mayor precisión.

— Aplicamos la ecuación de estado de Van der Waals para gases reales:

$$\left[p + a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2\right] \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T;$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2$$

Para el CH_4:

$a = 2{,}283 \cdot 10^{-1}\text{ Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}$; $b = 4{,}278 \cdot 10^{-5}\text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$

$$p(CH_4) =$$

$$= \frac{1{,}000\,\cancel{mol} \cdot 8{,}31\text{ Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 353\,\cancel{K}}{1{,}000 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3} - 1{,}000\,\cancel{mol} \cdot 4{,}278 \cdot 10^{-5}\,\cancel{m^3} \cdot \cancel{mol^{-1}}} -$$

$$-2{,}283 \cdot 10^{-1}\text{ Pa} \cdot \cancel{m^6} \cdot \cancel{mol^{-2}} \cdot \left(\frac{1{,}00\,\cancel{mol}}{1{,}000 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3}}\right)^2$$

$$p(CH_4) = 2{,}923 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

Para el CCl_4:

$a = 2{,}067\text{ Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}$; $b = 1{,}380 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$

$$p(CCl_4) =$$

$$= \frac{1{,}000\,\cancel{mol} \cdot 8{,}31\text{ Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 353\,\cancel{K}}{1{,}000 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3} - 1{,}000\,\cancel{mol} \cdot 1{,}380 \cdot 10^{-4}\,\cancel{m^3} \cdot \cancel{mol^{-1}}} -$$

$$-2{,}067\text{ Pa} \cdot \cancel{m^6} \cdot \cancel{mol^{-2}} \cdot \left(\frac{1{,}00\,\cancel{mol}}{1{,}000 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m^3}}\right)^2$$

$$p(CCl_4) = 2{,}768 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

La presión de un mol de gas, según el modelo de gas ideal, a 80,00 °C en un recipiente de 10,00 L sería de $2{,}933 \cdot 10^5$ Pa. Sin embargo, según el modelo de Van der Waals para gases reales, sería de $2{,}923 \cdot 10^5$ Pa para el metano (CH_4) y de $2{,}768 \cdot 10^5$ Pa para el tetraclorometano (CCl_4).

b) Observamos que la presión obtenida según el modelo de Van der Waals es diferente a la obtenida según el modelo de gas ideal.

Esta diferencia debemos atribuirla al volumen molecular y a la atracción entre las moléculas de gas, cuyas influencias sobre la presión que ejerce el gas son antagónicas entre sí y se pueden describir de la manera siguiente:

— El volumen molecular, representado por el parámetro *b*, reduce el espacio libre disponible en el recipiente provocando el aumento de la presión del gas respecto a la del gas ideal.

— El propio volumen de las moléculas de gas hace que el espacio libre en el recipiente sea menor, por lo que la frecuencia de colisiones contra las paredes aumenta y, por lo tanto, la presión del gas sobre ellas es mayor que si se comportara como ideal, es decir, que si las moléculas carecieran de volumen.

— La atracción intermolecular, representada por el parámetro *a*, reduce la velocidad de las moléculas de gas cuando chocan contra las paredes del recipiente, provocando la disminución de la presión del gas respecto a la del gas ideal.

— Cuando una molécula de gas se encuentra cerca de la pared del recipiente, como puede ser antes de la colisión contra la pared, no se encuentra rodeada por moléculas de gas, sino que solamente hay moléculas próximas a ella hacia el interior del recipiente. Como consecuencia, la atracción que existe entre las moléculas de gas sobre una molécula que se encuentra en estas condiciones da lugar a una fuerza resultante hacia el interior, que reduce su velocidad de impacto, por lo que la presión que produce el gas será menor que si se comportara como ideal, es decir, que si no existiera esa atracción entre las moléculas.

Podemos justificar las diferencias analizando las contribuciones de los parámetros de Van der Waals a la presión de cada gas:

$$p\,(\text{gas ideal}) = \frac{n \cdot R \cdot T}{V};$$

$$p\,(\text{gas ideal}) = 2{,}933 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$p\,(\text{gas real}) = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2;$$

$$p(CH_4) = 2{,}946 \cdot 10^5\ \text{Pa} - 2{,}283 \cdot 10^3\ \text{Pa} =$$

$$= 2{,}923 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$p(CCl_4) = 2{,}974 \cdot 10^5\ \text{Pa} - 2{,}067 \cdot 10^4\ \text{Pa} =$$

$$= 2{,}767 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

— Comprobamos que la influencia del volumen molecular incrementa la presión respecto a la del gas ideal, $2{,}946 \cdot 10^5$ Pa y $2{,}974 \cdot 10^5$ Pa respecto a $2{,}933 \cdot 10^5$ Pa, y que el efecto es mayor en CCl_4 debido a su mayor volumen molecular.

— Por otro lado, la influencia de la atracción intermolecular reduce la presión respecto a la del gas ideal, lo que viene reflejado por el sustraendo de la expresión de Van der Waals, $2{,}283 \cdot 10^3$ Pa y $2{,}067 \cdot 10^4$ Pa. El efecto es mayor en el CCl_4 debido a que la atracción entre sus moléculas es más intensa que entre las de CH_4.

— Como en ambos gases la presión es menor que la calculada según el modelo de gas ideal, debemos considerar que en esas condiciones la presión se encuentra más influenciada por la atracción intermolecular que por el volumen molecular.

45. Respuesta sugerida:

El objetivo de este problema es que los alumnos adquieran experiencia en el empleo de una hoja de cálculo, tanto para automatizar los cálculos como para obtener gráficos a partir de los resultados.

— Escribimos la ecuación de Van der Waals:

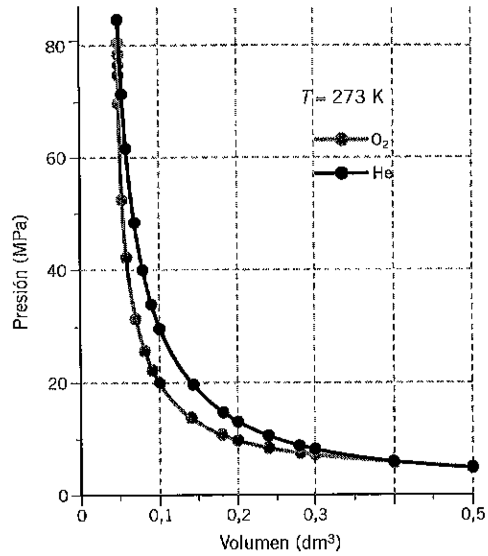
$$\left[p + a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2\right] \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T;$$

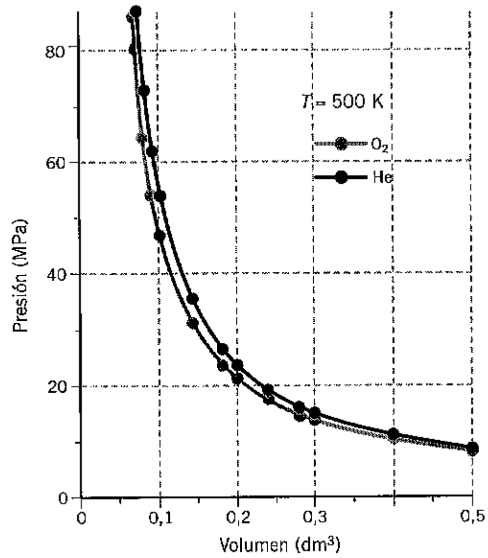
$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2$$

A partir de valores conocidos de temperatura y volumen se puede obtener el valor de la presión para un mol de gas, mediante los parámetros *a* y *b* de Van der Waals que aparecen en la tabla.

— Como en el enunciado no especifica la temperatura, se propone el estudio para dos temperaturas arbitrarias: 273 K y 500 K, de modo que se puedan comparar entre sí los comportamientos de ambos gases a cada temperatura.

— Se trata de obtener de manera sencilla y cómoda el correspondiente valor de *p*, a una temperatura determinada, para cada uno de los valores de *V* de una colección de valores tan amplia como se requiera. A partir de ella plantearemos la representación gráfica *p*–*V* para cada gas:





— Podemos comprobar que ambos gases presentan un comportamiento más próximo entre sí cuando la temperatura es mayor y que cuando la presión es muy pequeña el comportamiento de ambos es muy similar a cualquier temperatura.

— Ambas observaciones están de acuerdo con que los gases presentan menores divergencias con el modelo ideal, y por lo tanto entre ellos, a medida que aumenta la temperatura y disminuye la presión.

— A presiones medias, comprobamos que el oxígeno genera una presión inferior a la del helio, lo que debe atribuirse a que la atracción intermolecular entre las moléculas de oxígeno es mayor que entre las moléculas de helio (lo que se pone de manifiesto en el valor del parámetro *a*).

— Por último, a presiones elevadas los comportamientos son muy similares entre sí a cualquier temperatura, lo que puede atribuirse a que el factor de Van der Waals correspondiente al volumen molecular *(b)* adquiere valores muy parecidos en los dos gases.

46. Datos: $T = 55{,}0$ °C; $p = 21{,}78$ atm; $Z = 0{,}821$; $V = 5{,}00$ L

Incógnitas: $m\,(Cl_2)$; $n\,(Cl_2)$

— Expresamos las variables de estado en unidades del SI:

$$T = (55{,}0 + 273)\,\text{K} = 328\ \text{K}$$

$$V = 5{,}00\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \cancel{\text{L}}} = 5{,}00 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$$

$$p = 21{,}78\ \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 2{,}206 \cdot 10^6\ \text{Pa}$$

— Empleamos la ecuación de los gases reales y calculamos la cantidad de cloro:

$$p_{real} \cdot V_{real} = Z \cdot n \cdot \text{R} \cdot T;$$

$$n = \frac{p_{real} \cdot V_{real}}{Z \cdot \text{R} \cdot T}$$

$$n = \frac{2{,}206 \cdot 10^6\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 5{,}00 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{m}^3}}{0{,}821 \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 328\ \cancel{\text{K}}} =$$

$$= 4{,}93\ \text{mol}$$

A partir de la masa molar hallamos la masa de cloro:

$M_r(Cl_2)$: $2 \cdot 35{,}45 = 70{,}90$; $M(Cl_2)$: $70{,}90\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$m\,(Cl_2) = 4{,}93\ \cancel{\text{mol}\,Cl_2} \cdot \frac{70{,}90\ \text{g}\,Cl_2}{1\ \cancel{\text{mol}\,Cl_2}} = 350\ \text{g Cl}$$

— Si se comportara como gas ideal:

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{\text{R} \cdot T}$$

$$n = \frac{2{,}206 \cdot 10^6\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 5{,}00 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 328\ \cancel{\text{K}}} = 4{,}05\ \text{mol}$$

$$m\,(Cl_2) = 4{,}05\ \cancel{\text{mol}\,Cl_2} \cdot \frac{70{,}90\ \text{g}\,Cl_2}{1\ \cancel{\text{mol}\,Cl_2}} \approx 287\ \text{g}\,Cl_2$$

La cantidad de cloro almacenada a 55,0 °C y 21,78 atm es de 4,93 mol, que equivale a una masa de 350 g.

Si el cloro se comportara como gas ideal, la cantidad almacenada en las mismas condiciones de presión y temperatura sería de 4,05 mol, equivalente a 287 g.

El comportamiento real del gas a 55,0 °C y 21,78 atm supone un beneficio en la práctica, ya que se puede almacenar más cantidad de gas que si se comportara según el modelo de gas ideal.

47. Datos: m_1 (hidrocarburo) = 254 mg; V_1 (CO_2) = 678 mL; p_1 = 735 mmHg; T_1 = 150 °C; d (hidrocarburo) = 1,616 kg · m^{-3}; p_2 = 1 atm; T_2 = 60 °C

— Obtenemos la masa molar del hidrocarburo a partir de la densidad:

$$T_2 = (60 + 273)\,\text{K} = 333\ \text{K}$$

$$p_2 = 1\ \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$d = 1{,}616\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T$$

Como $n = \dfrac{m}{M}$ y $p \cdot V = \dfrac{m}{M} \cdot \text{R} \cdot T \rightarrow M = \dfrac{m \cdot \text{R} \cdot T}{p \cdot V}$

Como además: $d = \dfrac{m}{V} \rightarrow M = \dfrac{d \cdot \text{R} \cdot T}{p}$;

$$M = \frac{1{,}616\ \text{kg} \cdot \cancel{\text{m}^{-3}} \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 333\ \cancel{\text{K}}}{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}}}$$

$$M = 0{,}0441\ \text{kg}\cdot\text{mol}^{-1} = 44{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

— Como se trata de un hidrocarburo saturado, su fórmula general es C_nH_{2n+2}:

$M_r(C_nH_{2n+2})$: $n \cdot 12{,}01 + (2n + 2) \cdot 1{,}01$;

$M_r(C_nH_{2n+2})$: $n \cdot 12{,}01 + n \cdot 2{,}02 + 2{,}02 =$

$= n \cdot 14{,}03 + 2{,}02$;

$M(C_nH_{2n+2})$: $(n \cdot 14{,}03 + 2{,}02)\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

— Como la masa molar del hidrocarburo es 44,1 g · mol^{-1}:

$$n \cdot 14{,}03 + 2{,}02 = 44{,}1;\ n = \frac{44{,}1 - 2{,}02}{14{,}03} \approx 3$$

Por tanto, podemos considerar que se trata del C_3H_8.

— Comprobamos si el volumen de CO_2 obtenido por la combustión de 254 mg del hidrocarburo es coherente con la fórmula propuesta:

$$m_1 = 254\ \cancel{\text{mg}} \cdot \frac{1\ \text{g}}{10^3\ \cancel{\text{mg}}} = 2{,}54 \cdot 10^{-1}\ \text{g}$$

$M_r(C_3H_8)$: $3 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 44{,}11 = 44{,}11\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$n_1 = 2{,}54 \cdot 10^{-1}\ \cancel{\text{g}} \cdot \frac{1\ \text{mol}}{44{,}11\ \cancel{\text{g}}} =$$

$= 5{,}76 \cdot 10^{-3}$mol hidrocarburo

La combustión completa de un hidrocarburo lo transforma en CO_2 y H_2O. Si se tratase de C_3H_8, la combustión completa de un mol produciría tres moles de CO_2 y cuatro moles de H_2O. Por tanto, la combustión de 254 mg de C_3H_8 daría lugar a:

$$5{,}76 \cdot 10^{-3}\text{mol}\ C_3H_8 \cdot \frac{3\ \text{mol}\ CO_2}{1\ \text{mol}\ C_3H_8} = 1{,}73 \cdot 10^{-2}\ \text{mol de}\ CO_2$$

Calculamos el volumen que ocuparía el CO_2 obtenido, a T_1 y p_1:

$$T_1 = (150 + 273)\,\text{K} = 423\ \text{K}$$

$$p_1 = 735\ \cancel{\text{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\text{Pa}}{760\ \cancel{\text{mmHg}}} = 9{,}80 \cdot 10^4\ \text{Pa}$$

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T; V = \frac{n \cdot \text{R} \cdot T}{p};$$

$$V = \frac{1{,}73 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{mol}} \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \text{m}^3 \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 423\ \cancel{\text{K}}}{9{,}80 \cdot 10^4\ \cancel{\text{Pa}}}$$

$$V = 6{,}21 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$$

$$V = 6{,}21 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{m}^3} \cdot \frac{10^3\ \cancel{\text{L}}}{1\ \cancel{\text{m}^3}} \cdot \frac{10^3\text{mL}}{1\ \cancel{\text{L}}} = 621\ \text{mL}$$

El volumen de CO_2 calculado (621 mL) no coincide con el volumen medido (678 mL), por lo que debemos considerar que los resultados de nuestro cuaderno corresponden a ensayos realizados con hidrocarburos diferentes.

48. Datos:

Hidrocarburo gaseoso: $V = 1{,}77$ L; $T = 20$ °C; $p = 1{,}11$ atm

CO_2 producido en la combustión: $V(CO_2) = 5{,}48$ L; $T = 0$ °C; $p = 10^5$ Pa

Incógnitas: porcentaje en masa (C); porcentaje en masa (H)

— Determinamos la cantidad de carbono en el compuesto que ha reaccionado:

$$V(CO_2) = 5{,}48\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 5{,}48 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$T = (0 + 273)\,K = 273\ K$$

$$p = 10^5\ Pa;$$

$$n(CO_2) = \frac{p \cdot V(CO_2)}{R \cdot T} =$$

$$= \frac{10^5\ \cancel{Pa} \cdot 5{,}48 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 273\ \cancel{K}}$$

$$n(CO_2) = 0{,}242\ mol$$

$$n(C) = n(CO_2) \cdot \frac{1\ mol\ C}{1\ mol\ CO_2};$$

$$0{,}242\ \cancel{mol\ CO_2} \cdot \frac{1\ mol\ C}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} = 0{,}242\ mol\ C$$

— La cantidad de compuesto que reacciona es:

$$V = 1{,}77\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 1{,}77 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$T = (20 + 273)\,K = 293\ K$$

$$p = 1{,}11\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 1{,}12 \cdot 10^5\ Pa$$

$$n(\text{hidrocarburo}) = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} =$$

$$= \frac{1{,}12 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 1{,}77 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 293\ \cancel{K}}$$

$$n(\text{hidrocarburo}) = 0{,}0814\ mol$$

— Como la fórmula general es C_nH_{2n+2} significa que por cada mol de hidrocarburo hay n mol de C y $(2n + 2)$ mol de H; se calcula la cantidad de carbono en 1 mol de compuesto:

$$\frac{0{,}242\ mol\ C}{0{,}0814\ mol\ compuesto} = \frac{2{,}97\ mol\ C}{1\ mol\ compuesto} \approx$$

$$\approx \frac{3\ mol\ C}{1\ mol\ compuesto}$$

— Por lo tanto, la fórmula del compuesto es C_3H_8. Con este resultado se puede calcular su composición centesimal:

$M_r(C_3H_8)$: $3 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 44{,}11$;

$M(C_3H_8)$: $44{,}11\ g \cdot mol^{-1}$

$$\%C = \frac{m(C)}{m(C_3H_8)} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 12{,}01\ g\ C}{44{,}11\ g\ C_3H_8} \cdot 100 = 81{,}68\ \%C$$

$$\%H = \frac{m(H)}{m(C_3H_8)} \cdot 100 = \frac{8 \cdot 1{,}01\ g\ H}{44{,}11\ g\ C_3H_8} \cdot 100 = 18{,}32\ \%H$$

Se trata del C_3H_8, cuya composición centesimal en masa es 81,68 % en masa de C y 18,32 % en masa de H.

49. Datos: $m_1 = 5{,}312$ g; $T_1 = 32$ °C; $p_1 = 2{,}443$ atm; $V_1 = 27{,}01$ L; $m_2 = 4{,}897$ g; $T_2 = 32$ °C; $p_2 = 2{,}288$ atm; $V_2 = 26{,}57$ L

Incógnitas: M

— Expresamos las variables anteriores en unidades del SI:

$$T_1 = (32 + 273) = 305\ K$$

$$p_1 = 2{,}443\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 Pa}{1\ \cancel{atm}} = 2{,}475 \cdot 10^5\ Pa$$

$$V_1 = 27{,}01\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 27{,}01 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$T_2 = (32 + 273) = 305\ K$$

$$p_2 = 2{,}288\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 2{,}318 \cdot 10^5\ Pa$$

$$V_2 = 26{,}54\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 26{,}54 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

— Obtenemos la masa molar en cada uno de los resultados experimentales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{m}{M} \rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T;$$

$$M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V}$$

$$M_1 = \frac{5{,}312\ g \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 305\ \cancel{K}}{2{,}475 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 27{,}01 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3}}$$

$$M_1 = 2{,}01 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot mol^{-1};\ 2{,}01\ g \cdot mol^{-1}$$

$$M_2 = \frac{4{,}897\ g \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 305\ \cancel{K}}{2{,}318 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 26{,}54 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3}}$$

$$M_2 = 2{,}02 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot mol^{-1};\ 2{,}02\ g \cdot mol^{-1}$$

La masa molar de la sustancia gaseosa es $2{,}02\ g \cdot mol^{-1}$, por lo que debe tratarse del hidrógeno, $H_2(g)$.

50. Datos: $n = 0{,}356$ mol

Comprobamos si los valores de p, T y V son coherentes con la ecuación de estado de los gases ideales:

— Primera serie de valores:

$$p_1 = 650\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{760\ \cancel{mmHg}} \approx 8{,}66 \cdot 10^4\ Pa$$

$$V_1 = 51\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ m^3;\ T = 1221\ K$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{8{,}66 \cdot 10^4\ \cancel{Pa} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 1221\ \cancel{K}} \approx$$

$$\approx 0{,}44\ mol$$

No corresponde con el dato del problema.

— Segunda serie de valores:

$$p_2 = 1{,}2\ \cancel{bar} \cdot \frac{10^5\ Pa}{1\ \cancel{bar}} = 1{,}2 \cdot 10^5\ Pa;$$

$$T_2 = (600 + 273)\ K = 873\ K$$

$$V_2 = 2{,}15 \cdot 10^4\ \cancel{cm^3} \cdot \frac{1\ m^3}{10^6\ \cancel{cm^3}} = 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 873\ \cancel{K}} =$$

$$= 0{,}36\ mol$$

En este caso, los valores son coherentes con el dato inicial (0,356 mol). Por lo tanto, podremos emplear esta serie de datos como referencia para comprobar y completar los valores de p, T y V del resto de la tabla. Para ello aplicaremos la ley completa de los gases.

A partir de su densidad, podemos determinar la masa de gas y su masa molar:

$$d_2 = \frac{m}{V_2};\ m = d_2 \cdot V_2$$

$$m = 7{,}28 \cdot 10^{-1} kg \cdot \cancel{m^{-3}} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \approx$$

$$\approx 1{,}57 \cdot 10^{-2}\ kg$$

$$m = 1{,}57 \cdot 10^{-2}\ \cancel{kg} \cdot \frac{10^3\ g}{1\ \cancel{kg}} = 15{,}7\ g$$

$$M = \frac{m}{n} = \frac{15{,}7\ g}{0{,}356\ mol} = 44{,}1\ g \cdot mol^{-1}$$

— Podemos corregir la primera serie de valores:

$$d_1 = \frac{m}{V_1};$$

$$m = d_1 \cdot V_1 = 307{,}2\ g \cdot m^{-3} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ m^3 = 16\ g$$

Lo que es coherente con el resultado anterior, por lo que el volumen y la densidad de esta serie debemos considerarlos correctos. El valor erróneo será el de presión o el de volumen, o ambos, ya que deben cumplir:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1 \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2} m^3}{T_1} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3}{873\ K}$$

Si $p_1 = 8{,}66 \cdot 10^4 Pa$:

$$T_1 = \frac{8{,}66 \cdot 10^4\ \cancel{Pa} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \cdot 873\ K}{1{,}2 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3}} \approx 1500\ K$$

Si $T_1 = 1221$ K:

$$p_1 = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \cdot 1221\ \cancel{K}}{873\ \cancel{K} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3}} =$$

$$= 7{,}1 \cdot 10^4\ Pa$$

— Completamos la tercera serie de valores:

$$p_3 = 3{,}0\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 3{,}0 \cdot 10^5\ Pa$$

$$\frac{p_3 \cdot V_3}{T_3} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$\frac{3{,}0 \cdot 10^5\ Pa \cdot V_3}{462{,}5\ K} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3}{873\ K};$$

$$V_3 = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3 \cdot 462{,}5\ \cancel{K}}{3{,}0 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 873\ \cancel{K}} =$$

$$= 4{,}6 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

Por lo tanto, la densidad será:

$$d_3 = \frac{15{,}7\ \cancel{g}}{4{,}6 \cdot 10^{-3}\ m^3} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}} = 3{,}4\ kg \cdot m^{-3}$$

— Completamos la cuarta serie de valores:

$$d_4 = \frac{m}{V_4};\ V_4 = \frac{m}{d_4}$$

$$V_4 = \frac{15{,}7\ \cancel{g}}{626{,}7\ \cancel{g} \cdot \cancel{L^{-1}}} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 2{,}51 \cdot 10^{-5}\ m^3$$

$$T_4 = (250 + 273)\ K = 523\ K$$

$$\frac{p_4 \cdot V_4}{T_4} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2};$$

$$\frac{p_4 \cdot 2{,}51 \cdot 10^{-5}\ m^3}{523\ K} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3}{873\ K};$$

$$p_4 = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \cdot 523\ \cancel{K}}{2{,}51 \cdot 10^{-5}\ \cancel{m^3} \cdot 873\ \cancel{K}} =$$

$$= 6{,}2 \cdot 10^7\ Pa$$

— Completamos la quinta serie de valores:

$$d_5 = \frac{m}{V_5};\ V_5 = \frac{m}{d_5}$$

$$V_5 = \frac{15{,}7\ \cancel{g}}{0{,}3072\ \cancel{kg} \cdot m^{-3}} \cdot \frac{1\ \cancel{kg}}{10^3\ \cancel{g}} = 5{,}11 \cdot 10^{-2}\ m^3$$

$$p_5 = 173\,319\ Pa$$

$$\frac{p_5 \cdot V_5}{T_5} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2};$$

$$\frac{173\,319\ Pa \cdot 5{,}11 \cdot 10^{-2}\ m^3}{T_5} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ m^3}{873\ K};$$

$$T_5 = \frac{173\,319\ \cancel{Pa} \cdot 5{,}11 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3} \cdot 873\ K}{1{,}2 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{m^3}} \approx 3000\ K$$

— Completamos la sexta serie de valores:

$$d_6 = \frac{m}{V_6} = \frac{15{,}7\ \cancel{g}}{6{,}45 \cdot 10^{-3}\ m^3} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}} = 2{,}43\ kg \cdot m^{-3}$$

$$\frac{p_6 \cdot V_6}{T_6} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2};$$

$$\frac{p_6 \cdot 6{,}45 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{2619{,}5\ \text{K}} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3}{873\ \text{K}};$$

$$p_6 = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot 2{,}15 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3} \cdot 2619{,}5\ \cancel{\text{K}}}{6{,}45 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{m}^3} \cdot 873\ \cancel{\text{K}}} =$$

$$= 1{,}2 \cdot 10^6\ \text{Pa}$$

51. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben ir al enlace y consultar los conceptos de condiciones estándar de los gases, condiciones normales, cantidad de sustancia y moles según la IUPAC. Además deben consultar los mismos conceptos en Internet para comparar y extraer conclusiones.

Condiciones estándar de los gases

— *Standard conditions for gases: Temperature, 273.15 K (0 °C) and pressure of 10^5 pascals. IUPAC recommends the former use of the pressure of 1 atm as standard pressure (equivalent to 1,01325 · 10^5 Pa) should be discontinued.*

http://goldbook.iupac.org/S05910.html

— En química, el estado estándar de un material (sustancia pura, mezcla o solución) es un estado de referencia utilizado para calcular sus propiedades bajo diferentes condiciones. En principio, la elección del estado de referencia es arbitraria, aunque la IUPAC recomienda un conjunto convencional de estados estándar para su uso general. La IUPAC recomienda usar una presión estándar de 10^5 Pa.

http://es.wikipedia.org/wiki/Condiciones_est%C3%A1ndar_(qu%C3%ADmica)

Condiciones normales

— La IUPAC define las condiciones normales como un término cualitativo, en función de la preferencia del investigador, que usualmente implica la presión ambiental y la temperatura del lugar. Preferiblemente, las variables de temperatura y presión deberían ser tomadas como valores representativos de las condiciones reales (o rango de condiciones) empleadas en el estudio. Un ejemplo en el que se cita claramente este concepto es el punto de ebullición normal, referido a 1 atm: *evaporation.*

http://goldbook.iupac.org/E02227.html

Cantidad de sustancia

— *Base quantity in the system of quantities upon which SI is based. It is the number of elementary entities divided by the Avogadro constant. Since it is proportional to the number of entities, the proportionality constant being the reciprocal Avogadro constant and the same for all substances, it has to be treated almost identically with the number of entities. Thus the counted elementary entities must always be specified. The words 'of substance' may be replaced by the specification of the entity, for example: amount of chlorine atoms, amount of chlorine molecules. The quantity had no name prior to 1969 and was simply referred to as the number of moles.*

http://goldbook.iupac.org/A00297.html

— El SI define la cantidad de sustancia como una unidad fundamental que es proporcional al número de entidades elementales presentes. La constante de proporcionalidad depende de la unidad elegida para la cantidad de sustancia; sin embargo, una vez hecha esta elección, la constante es la misma para todos los tipos posibles de entidades elementales. La identidad de las «entidades elementales» depende del contexto y debe indicarse; por lo general estas entidades son: átomos, moléculas, iones, o partículas elementales como los electrones. La cantidad de sustancia a veces se denomina como cantidad química. La unidad SI para la cantidad de sustancia, que es una de las unidades fundamentales del SI, es el mol.

http://es.wikipedia.org/wiki/Cantidad_de_sustancia

Mol

— *SI base unit for the amount of substance (symbol: mol). The mole is the amount of substance of a system which contains as many elementary entities as there are atoms in 0.012 kilogram of carbon–12. When the mole is used, the elementary entities must be specified and may be atoms, molecules, ions, electrons, other particles or specified groups of such particles.*

http://goldbook.iupac.org/M03980.html

— El mol (símbolo: mol) es la unidad con que se mide la cantidad de sustancia, una de las siete magnitudes físicas fundamentales del SI. El número de unidades elementales (átomos, moléculas, iones, electrones, radicales u otras partículas o grupos específicos de estas) existentes en un mol de sustancia es, por definición, una constante que no depende del material ni del tipo de partícula considerado. Esta cantidad se denomina número de Avogadro (N_A).

http://es.wikipedia.org/wiki/Mol

52. Datos: $T = 300$ K; $V_1 = 12$ L; $p_1 = 250$ bar; $Z_1 = 1{,}0669$; $V_2 = 10$ L; $p_2 = 300$ bar; $Z_2 = 1{,}1089$

Incógnitas: n_1; n_2

— Calculamos la cantidad de aire que puede contener cada bombona a partir de la ecuación para gases reales basada en el factor de compresibilidad, Z:

$$p_{real} \cdot V_{real} = Z \cdot n \cdot \text{R} \cdot T \rightarrow n = \frac{p_{real} \cdot V_{real}}{Z \cdot \text{R} \cdot T}$$

Bombona 1:

$$p_1 = 250\ \cancel{\text{bar}} \cdot \frac{10^5\text{Pa}}{1\ \cancel{\text{bar}}} = 2{,}50 \cdot 10^7\ \text{Pa}$$

$$V_1 = 12{,}0\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \cancel{\text{L}}} = 1{,}20 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

$$n_1 = \frac{2{,}50 \cdot 10^7\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 1{,}20 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3}}{1{,}0669 \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 300\ \cancel{\text{K}}} =$$

$$= 113\ \text{mol}$$

Bombona 2:

$$p_2 = 300\ \cancel{\text{bar}} \cdot \frac{10^5\text{Pa}}{1\ \cancel{\text{bar}}} = 3{,}00 \cdot 10^7\ \text{Pa}$$

$$V_2 = 10{,}0\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \cancel{\text{L}}} = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

$$n_2 = \frac{3{,}00 \cdot 10^7\,\cancel{\text{Pa}} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-2}\,\cancel{\text{m}^3}}{1{,}1089 \cdot 8{,}31\,\cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 300\,\cancel{\text{K}}} =$$

$= 109$ mol

Si se considera el aire como un gas ideal:

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T \rightarrow n = \frac{p \cdot V}{\text{R} \cdot T};$$

$$n_1 = \frac{2{,}50 \cdot 10^7\,\cancel{\text{Pa}} \cdot 1{,}20 \cdot 10^{-2}\,\cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\,\cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 300\,\cancel{\text{K}}} = 120 \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{3{,}00 \cdot 10^7\,\cancel{\text{Pa}} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-2}\,\cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\,\cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 300\,\cancel{\text{K}}} = 120 \text{ mol}$$

En la bombona de 12,0 L a 250 bar y 300 K podemos transportar mayor cantidad de aire que en la bombona de 10,0 L a 300 bar y 300 K, 113 mol y 109 mol de aire respectivamente.

— Se debe destacar que entre los aficionados al buceo con escafandra autónoma es habitual estimar la cantidad de aire que contiene una bombona mediante el resultado de multiplicar su capacidad por la presión de carga (que equivale a considerar que el aire se comporta como gas ideal en esas condiciones).

Según esa regla, la cantidad de aire contenido en ambas bombonas sería la misma. En esta situación, elegir una u otra dependería solamente de variables como la comodidad de uso y el precio.

Pero como el aire no presenta un comportamiento ideal, la cantidad real de aire almacenado en cada bombona es diferente entre ellas e inferior a la estimación como gas ideal, siendo mayor en la de 12,0 L a 250 bar que en la de 10 L a 300 bar. Por tanto, la elección entre una u otra debe valorar también esta circunstancia, ya que a mayor cantidad de aire almacenado mayor podrá ser la duración de la inmersión o la profundidad a la que se realice.

53. Datos: $a = 0{,}4530$ Pa·m^6·mol^{-1}; $b = 5{,}714 \cdot 10^{-5}$ m^3·mol^{-1}; $T_1 = 300$ K; $T_2 = 600$ K; $T_3 = 900$ K

El objetivo de este problema es que los alumnos adquieran experiencia en el empleo de una hoja de cálculo, tanto para automatizar los cálculos como para obtener gráficos a partir de los resultados.

Como ejemplo se presentan los gráficos realizados mediante una hoja de cálculo *Excel*.

Se trata de obtener una aproximación del valor del factor de compresibilidad a través de los resultados obtenidos empleando la ecuación de Van der Waals para gases reales:

— Factor de compresibilidad:

$$Z = \frac{p_{\text{real}} \cdot V_{\text{real}}}{p_{\text{ideal}} \cdot V_{\text{ideal}}}$$

— Ecuación de estado de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T$$

Donde p y V se corresponden con p_{ideal} y V_{ideal}.

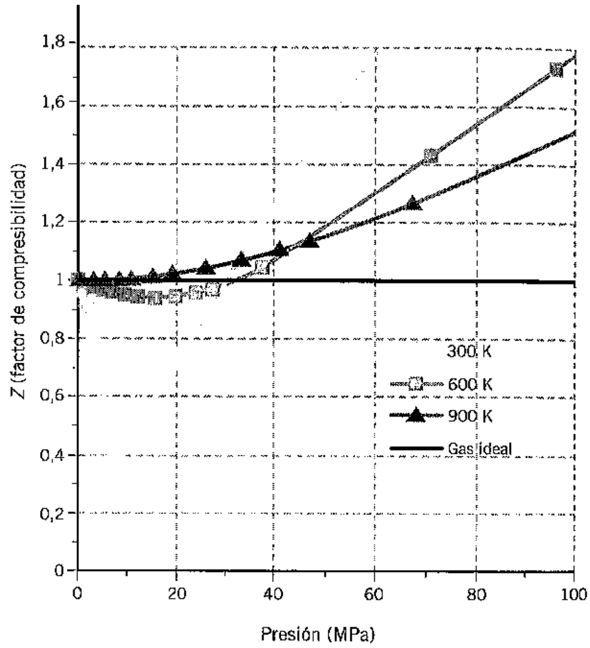
— Ecuación de estado de Van der Waals para gases reales:

$$\left[p + a \cdot \left(\frac{n}{V}\right)^2\right] \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot \text{R} \cdot T$$

Donde p y V se corresponden con p_{real} y V_{real}.

Para realizar el cálculo de Z tomaremos como referencia una cantidad determinada de gas (p. ej., 1 mol). De modo que se trata de automatizar el cálculo de p para diferentes valores de V empleando la ecuación de estado de los gases ideales y la ecuación de estado de Van der Waals para gases reales.

Por último, se debe calcular el valor de Z en todos los casos y plantear la representación gráfica Z–p para cada valor de T:



Comprobamos que el comportamiento del eteno es más próximo al comportamiento ideal a medida que aumenta la temperatura.

A presiones bajas (inferior a 10^6 Pa), el comportamiento es muy similar al ideal, mientras la temperatura no sea cercana a la de condensación (que para el eteno es inferior a 200 K).

SÍNTESIS

Pág. 76

54. Datos: m ($CaCO_3$) = 0,3 g; c (HCl) = 10^{-2} mol·dm^{-3}; V_1 (HCl) = 20 mL; V_1 (gas) = 2,4 mL; V_2 (HCl) = 40 mL; V_2 (gas) = 4,8 mL; V_3 (HCl) = 60 mL; V_3 (gas) = 7,1 mL; V_4 (HCl) = 70 mL; V_4 (gas) = 7,1 mL; T = 18 °C; p = 1 atm

Incógnitas: n (CO_2); m (CO_2)

— Debemos calcular la cantidad y masa de CO_2 en cada uno de los ensayos.

Primero calculamos la masa molar del CO_2 y expresamos las variables de estado de los gases en unidades del SI:

$M_r(CO_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 44{,}01$;

$M(CO_2)$: $44{,}01\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$T = (18 + 273)\text{K} = 291\ \text{K}$

$$p = 1\ \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$V_1\,(\text{gas}) = 2{,}4\ \cancel{\text{mL}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L}}}{1000\ \cancel{\text{mL}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{dm}^3}}{1\ \cancel{\text{L}}} \cdot \frac{10^{-3}\ \text{m}^3}{1\ \cancel{\text{dm}^3}} =$$

$= 2{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$

$$V_2\,(\text{gas}) = 4{,}8\ \cancel{\text{mL}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L}}}{1000\ \cancel{\text{mL}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{dm}^3}}{1\ \cancel{\text{L}}} \cdot \frac{10^{-3}\ \text{m}^3}{1\ \cancel{\text{dm}^3}} =$$

$= 4{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$

$$V_3\,(\text{gas}) = 7{,}1\ \cancel{\text{mL}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L}}}{1000\ \cancel{\text{mL}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{dm}^3}}{1\ \cancel{\text{L}}} \cdot \frac{10^{-3}\ \text{m}^3}{1\ \cancel{\text{dm}^3}} =$$

$= 7{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$

$V_1\,(\text{gas}) = V_3\,(\text{gas}) = 7{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$

A continuación aplicamos la ley de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n_1 = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-6}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 291\ \cancel{\text{K}}}$$

$n_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}$

$$n = \frac{m}{M};\ m = n \cdot M;$$

$m_1 = n_1 \cdot M = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{mol}} \cdot 44{,}01\ \text{g} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} =$

$m_1 = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{g}$

$$n_2 = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-6}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 291\ \cancel{\text{K}}}$$

$n_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}$

$m_2 = n_2 \cdot M = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{mol}} \cdot 44{,}01\ \text{g} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}}$

$m_2 = 8{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{g}$

$$n_3 = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-6}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 291\ \cancel{\text{K}}}$$

$n_3 = 3{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}$

$m_3 = n_3 \cdot M = 3{,}0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{mol}} \cdot 44{,}01\ \text{g} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}}$

$m_3 = 1{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{g}$

$n_4 = n_3 = 3{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}$

$m_4 = m_3 = 1{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{g}$

Los resultados son coherentes con la ley de Avogadro que dice que, a presión y temperatura constantes, el volumen de un gas es directamente proporcional a la cantidad de moléculas que contiene, o lo que es lo mismo, es proporcional a la cantidad química. La cantidad de gas producido es proporcional a la cantidad de HCl que se añade a una cantidad determinada de $CaCO_3$, mientras haya exceso de $CaCO_3$, como se aprecia en los ensayos 1, 2 y 3.

A partir de una determinada cantidad de HCl se produce la misma cantidad de CO_2, lo que debe sugerir que ha reaccionado la totalidad del $CaCO_3$ disponible y se ha producido la máxima cantidad de CO_2. Así, aunque se añada mayor cantidad de ácido, la cantidad de CO_2 producida será la misma; tal como se aprecia en los ensayos 3 y 4.

— Respuesta sugerida:

Los alumnos deben ver el vídeo que se les propone y consultar la obra de Stephen Hales, *Vegetable Staticks*, según las indicaciones del enunciado. Resulta llamativo que en ambos documentos aparecen montajes similares, a pesar de encontrarse separados en el tiempo más de trescientos años.

El montaje propuesto por Stephen Hales en 1727 es muy común hoy en día para recoger los gases obtenidos mediante cualquier procedimiento.

— Respuesta sugerida:

No se cumplen las medidas de seguridad, pues se trabaja fuera de una campana extractora de gases, sin guantes y sin gafas de seguridad.

55. Datos: Porcentaje en masa (F) = 75,98; porcentaje en masa (F) = 24,02 %; m_1 = 625 mg; V_1 = 90 mL; T_1 = 20 °C; p_1 = 0,835 atm

a) — Consideramos una base de cálculo de 100 g de compuesto. Así, tenemos las siguientes masas de flúor y carbono:

$m\,(\text{F}) = 75{,}98$ g; $m\,(\text{C}) = 24{,}02$ g

— Hallamos la masa molar del flúor y del carbono y determinamos la cantidad de sustancia:

A_r (F): 19,00; M (F): 19,00 $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

A_r (C): 12,01; M (C): 12,01 $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$n(\text{F}) = 75{,}98\ \cancel{\text{g F}} \cdot \frac{1\ \text{mol F}}{19{,}00\ \cancel{\text{g F}}} \approx 3{,}999\ \text{mol F}$$

$$n(\text{C}) = 24{,}02\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} = 2{,}000\ \text{mol C}$$

— Determinamos la fórmula empírica del Freón C318:

$$\frac{\text{átomos de F}}{\text{átomos de C}} = \frac{n(\text{F})}{n(\text{C})} = \frac{3{,}999\ \text{mol F}}{2{,}000\ \text{mol C}} \approx \frac{2\ \text{mol F}}{1\ \text{mol C}}$$

Fórmula empírica (Freón C318): CF_2

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$$p = 0{,}835\ \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 8{,}46 \cdot 10^4\ \text{Pa}$$

$T = (20 + 273)\text{K} = 293\ \text{K}$

$$m = 625\ \cancel{\text{mg}} \cdot \frac{1\ \text{g}}{10^3\ \cancel{\text{mg}}} = 0{,}625\ \text{g}$$

$$V = 90\ \cancel{mL} \cdot \frac{1\ \cancel{L}}{10^3\ \cancel{mL}} \cdot \frac{1\ \cancel{dm^3}}{1\ \cancel{L}} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{dm^3}} =$$

$$= 9{,}0 \cdot 10^{-5}\ m^3$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n = \frac{8{,}46 \cdot 10^4\ \cancel{Pa} \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-5}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 293\ \cancel{K}} =$$

$$= 3{,}1 \cdot 10^{-3} mol$$

$$n = \frac{m}{M(\text{Freón C318})};$$

$$M(\text{Freón C318}) = \frac{m}{n} = \frac{0{,}625\ g}{3{,}1 \cdot 10^{-3} mol} \approx 200\ g \cdot mol^{-1}$$

— Determinamos la fórmula molecular del compuesto:

$M_r(CF_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 19{,}00 = 50{,}01$;

$M(CF_2) = 50{,}01\ g \cdot mol^{-1}$;

$$n = \frac{M(\text{Freón C318})}{M(CF_2)} = \frac{200\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}}{50{,}01\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}} \approx 4$$

Fórmula molecular = 4 · fórmula empírica;

Fórmula empírica (Freón C318): C_4F_8

La fórmula molecular del Freón C318 es C_4F_8.

— Respuesta sugerida:

Los alumnos deben buscar información acerca de esta sustancia. En primer lugar podrían indagar en la nomenclatura, relacionando el nombre con la molécula. En este caso se trata del octafluorociclobutano. Sugerimos consultar el siguiente enlace:

http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/FichasTecnicas/NTP/Ficheros/101a200/ntp_118.pdf

Los alumnos deberían asociar este compuesto con los refrigerantes y conocer las propiedades de estas sustancias, sus consecuencias medioambientales y sus posibles sustitutos. Proponemos estos enlaces web:

http://www.fenercom.com/pdf/publicaciones/Manual-de-manipulacion-de-gases-refrigerantes-fenercom-2013.pdf

http://www.ipcc.ch/pdf/special-reports/sroc/sroc_spmts_sp.pdf

Para recabar más información sobre el tema, los alumnos puede introducir las palabras clave «gases refrigerantes» en un buscador web.

b) Con la información anterior, cada alumno debe elaborar una presentación en formato digital (p. ej., en PowerPoint o en Prezi) para exponerla después en clase.

56. Datos: a) $T_2 = 2000$ °C; $m(N_2H_4) = 100$ g; b) $T_3 = 1700$ °C; $p = 18$ atm

$$3\ N_2H_4(l) + N_2O_4(g) \rightarrow 4\ N_2(g) + 2\ H_2(g) + 4\ H_2O\ (g)$$

Incógnitas: a) p; b) V

a) — Calculamos la cantidad de gas producida, teniendo en cuenta la ecuación química de la reacción.

Observamos que tres moles de hidracina producen diez moles de gas:

$$n(\text{gas}) = 3{,}12\ \cancel{mol\ N_2H_4} \cdot \frac{10\ \text{mol gas}}{3\ \cancel{mol\ N_2H_4}} =$$

$$= 10{,}4\ \text{mol gas}$$

— Hallamos el volumen que ocupa el gas producido, a 273 K y 10^5 Pa (condiciones estándar).

Como el volumen que ocupa un gas, medido a p y T determinadas, es proporcional a la cantidad de moléculas de gas (principio de Avogadro), tenemos el siguiente volumen de gas en condiciones estándar:

$$V_1 = 10{,}4\ \cancel{mol\ gas} \cdot \frac{22{,}7\ L}{1\ \cancel{mol\ gas}} = 236\ L$$

— Calculamos la presión que ejercerán los gases producidos en la combustión en el interior de la cámara, cuya capacidad es de 6 L, a 2 000 °C.

Para ello aplicamos la ecuación completa de los gases:

$$T_2 = (2\,000 + 273)\,K = 2\,273\ K$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2};\ \frac{10^5\ Pa \cdot 236\ L}{273\ K} = \frac{p_2 \cdot 6{,}0\ L}{2\,273\ K};$$

$$p_2 = 3{,}3 \cdot 10^7\ Pa$$

La presión que ejercerán los gases producidos por la reacción en el interior de la cámara es de $3{,}3 \cdot 10^7$ Pa.

b) — Obtenemos el volumen a la salida de la tobera aplicando de nuevo la ecuación completa de los gases:

$$T_2 = 2\,273\ K;\ p_2 = 3{,}3 \cdot 10^7\ Pa$$

$$V_2 = 6{,}0\ \cancel{L} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$T_3 = (1700 + 273)\ K = 1973\ K$$

$$p_3 = 18\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 1{,}8 \cdot 10^6\ Pa;$$

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p_3 \cdot V_3}{T_3};\ V_3 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_3}{p_3 \cdot T_2};$$

$$V_3 = \frac{3{,}3 \cdot 10^7\ \cancel{Pa} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3 \cdot 1973\ \cancel{K}}{1{,}8 \cdot 10^6\ \cancel{Pa} \cdot 2273\ \cancel{K}}$$

$$V_3 = 9{,}5 \cdot 10^{-2}\ m^3$$

El volumen que ocuparán los gases a la salida de la tobera, si la temperatura es de 1700 °C y la presión de 18 atm, será de $9{,}5 \cdot 10^{-2}$ m³.

Evaluación (Pág. 78)

1. a) La afirmación es verdadera.

La ley de Proust de proporciones definidas determina que los elementos que forman un compuesto presentan una proporción fija en masa que es característica del compuesto e independiente de cómo se prepare o de su procedencia. Hay excepciones como los compuestos que no presentan una fórmula empírica constante debido a anomalías en su cristalización y no al proceso de obtención (compuestos bertólidos).

b) La afirmación es falsa.

La teoría atómica de Dalton es consecuencia de las leyes de las reacciones químicas, ya que Dalton propuso sus hipótesis para explicarlas, no al contrario.

c) La afirmación es falsa.

La ecuación de los gases ideales se obtiene a partir de las ecuaciones de Boltzmann surgidas de la teoría cinético-molecular de los gases, sustituyendo la expresión de la energía cinética promedio de las partículas de gas.

d) La afirmación es verdadera.

Los gases presentan un comportamiento diferente según el volumen molecular y la atracción intermolecular, por lo que dicho comportamiento se encuentra directamente relacionado con su composición y su estructura molecular.

2. Datos: $p_1 = 150\,000$ Pa; $V_1 = 0{,}0216$ m^3; $T_1 = 300$ K

— Datos: $p_2 = 0{,}9$ bar; $V_2 = 50$ L

Expresamos primero las unidades en el SI:

$$p_2 = 0{,}9\ \cancel{\text{bar}} \cdot \frac{10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{bar}}} = 9 \cdot 10^4\ \text{Pa}$$

$$V_2 = 50\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \cancel{\text{L}}} = 5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

Aplicamos a continuación la ley completa de los gases para determinar la temperatura:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{T_1 \cdot p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1}$$

$$T_2 = \frac{300\ \text{K} \cdot 9 \cdot 10^4\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3}}{1{,}5 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 2{,}16 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3}} \approx 417\ \text{K}$$

— Datos: $p_3 = 1\,125$ mm Hg; $T_3 = -15$ °C

Expresamos primero las unidades en el SI:

$$p_3 = 1125\ \cancel{\text{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{760\ \cancel{\text{mmHg}}} = 1{,}500 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$T_3 = (-15 + 273)\text{K} = 258\ \text{K}$$

Como la presión no cambia, podemos aplicar la primera ley de Charles y Gay Lussac para hallar el volumen:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_3}{T_3} \rightarrow V_3 = \frac{T_3 \cdot V_1}{T_1}$$

$$V_3 = \frac{258\ \cancel{\text{K}} \cdot 2{,}16 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3}{300\ \cancel{\text{K}}} = 1{,}86 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

$$V_3 = 1{,}86 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3} \cdot \frac{10^3\ \text{L}}{1\ \cancel{\text{m}^3}} = 18{,}6\ \text{L}$$

— Datos: $T_4 = 854$ K; $V_4 = 32{,}55$ L

Expresamos primero las unidades en el SI:

$$V_4 = 32{,}5\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \cancel{\text{L}}} = 3{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

Aplicamos a continuación la ley completa de los gases para determinar la presión:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_4 \cdot V_4}{T_4} \rightarrow p_4 = \frac{T_4 \cdot p_1 \cdot V_1}{T_1 \cdot V_4}$$

$$p_4 = \frac{854\ \cancel{\text{K}} \cdot 1{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot 2{,}16 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3}}{300\ \cancel{\text{K}} \cdot 3{,}25 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}^3}} \approx$$

$$\approx 2{,}84 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$p_4 = 2{,}84 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \frac{1\ \text{atm}}{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}}} = 2{,}80\ \text{atm}$$

Completamos la tabla con los resultados obtenidos.

3. Datos: $V_1 = 6{,}0$ m^3; $p_1 = 300$ kPa L; $T_1 = 10$ °C; $p_2 = 2{,}5$ bar; $T_2 = 20$ °C; $V_{bombona} = 3{,}0$ L

Incógnitas: número de bombonas

— Expresamos las variables de estado en unidades del SI:

$$p_1 = 300\ \cancel{\text{kPa}} \cdot \frac{10^3\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{kPa}}} = 3{,}00 \cdot 10^5\text{Pa}$$

$$p_2 = 2{,}5\ \cancel{\text{bar}} \cdot \frac{10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{bar}}} = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$T_1 = (10 + 273)\text{K} = 283\ \text{K};\ T_2 = (20 + 273)\text{K} = 293\ \text{K}$$

— Obtenemos el volumen aplicando la ley completa de los gases:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{T_2 \cdot p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot T_1}$$

$$V_2 = \frac{293\ \cancel{\text{K}} \cdot 3{,}00 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 6{,}0\ \text{m}^3}{2{,}5 \cdot 10^5\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 283\ \cancel{\text{K}}} = 7{,}5\ \text{m}^3$$

— Determinamos el número de bombonas que se pueden rellenar:

$$V_2 = 7{,}5\ \cancel{\text{m}^3} \cdot \frac{10^3\ \text{L}}{1\ \cancel{\text{m}^3}} = 7{,}5 \cdot 10^3\ \text{L}$$

$$7{,}5 \cdot 10^3\ \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{bombona}}{3{,}0\ \cancel{\text{L}}} = 2{,}5 \cdot 10^3\ \text{bombonas}$$

Se pueden llenar $2{,}5 \cdot 10^3$ bombonas de 3,0 L.

4. a) La afirmación es verdadera.

b) La afirmación es falsa.

La teoría cinético-molecular se aplica a los gases ideales, mientras que los gases reales tienen una ecuación de estado, propuesta por Van der Waals en 1873, donde se considera el volumen real de las moléculas (insignificante en la teoría cinético-molecular) y las fuerzas de atracción entre ellas (el choque elástico es la única interacción en la teoría cinético-molecular).

c) La afirmación es falsa.

La divergencia entre los valores obtenidos mediante la ecuación de estado de los gases ideales y los obtenidos con la ecuación de Van der Waals para gases reales depende del tipo de gas y de las condiciones a las que se determina. Cuando la presión es pequeña y la temperatura es elevada, las diferencias entre los resultados obtenidos con ambas ecuaciones son muy similares.

d) La afirmación es falsa.
La presión de un gas está influenciada por el tamaño de las moléculas de gas y por la atracción intermolecular entre ellas. Además, la atracción intermolecular también se encuentra relacionada, entre otros factores, con el volumen molecular.

5. Datos: m_1 (compuesto) = 1,03 g; m_1 (CO_2) = 1,51 g; m_1 (H_2O) = = 0,62 g; m_2 (compuesto) = 0,270 g; V_2 = 140,7 mL; T_2 = 80 °C

Incógnitas: porcentaje en masa (C); porcentaje en masa (H); porcentaje en masa (O); fórmula molecular

— Deducimos la masa de carbono, hidrógeno y oxígeno:

$M_r\,(CO_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 44{,}01$;

$M(CO_2)$: $44{,}01\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$M_r\,(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$;

$M(H_2O)$: $18{,}02\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$1{,}51\ \cancel{\text{g}\,CO_2} \cdot \frac{12{,}01\ \text{g C}}{44{,}01\ \cancel{\text{g}\,CO_2}} = 0{,}412\ \text{g C}$$

$$0{,}620\ \cancel{\text{g}\,H_2O} \cdot \frac{2 \cdot 1{,}01\ \text{g H}}{18{,}02\ \cancel{\text{g}\,H_2O}} = 6{,}95 \cdot 10^{-2}\ \text{g H}$$

$$m\,(\text{O}) = (1{,}03 - 0{,}412 - 6{,}95 \cdot 10^{-2})\ \text{g} = 0{,}549\ \text{g O}$$

— Obtenemos la composición centesimal del compuesto:

$$\%\,(\text{C}) = \frac{0{,}412\ \text{g C}}{1{,}03\ \text{g total}} \cdot 100 = 40{,}0\ \%$$

$$\%\,(\text{H}) = \frac{6{,}95 \cdot 10^{-2}\ \text{g H}}{1{,}03\ \text{g total}} \cdot 100 = 6{,}75\ \%$$

$$\%\,(\text{O}) = \frac{0{,}549 \cdot 10^{-2}\text{g O}}{1{,}03\ \text{g total}} \cdot 100 = 53{,}3\%$$

— Calculamos la fórmula empírica:

$$n(\text{C}) = 0{,}412\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} = 3{,}43 \cdot 10^{-2}\ \text{mol C}$$

$$n(\text{H}) = 6{,}95 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1\ \text{mol H}}{1{,}01\ \cancel{\text{g H}}} = 6{,}88 \cdot 10^{-2}\ \text{mol H}$$

$$n(\text{O}) = 0{,}549\ \cancel{\text{g O}} \cdot \frac{1\ \text{mol O}}{16{,}00\ \cancel{\text{g O}}} = 3{,}43 \cdot 10^{-2}\ \text{mol O}$$

$$\frac{\text{átomos C}}{\text{átomos O}} = \frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{3{,}43 \cdot 10^{-2}\ \text{mol C}}{3{,}43 \cdot 10^{-2}\ \text{mol O}} \approx \frac{1\ \text{mol C}}{1\ \text{mol O}}$$

$$\frac{\text{átomos H}}{\text{átomos O}} = \frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{6{,}88 \cdot 10^{-2}\ \text{mol H}}{3{,}43 \cdot 10^{-2}\ \text{mol O}} \approx \frac{2\ \text{mol H}}{1\ \text{mol O}}$$

Fórmula empírica: CH_2O

— Determinamos la masa molecular del compuesto:

$$V = 140{,}7\ \text{mL} \cdot \frac{1\ \text{L}}{10^3\ \text{mL}} \cdot \frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \text{L}} = 1{,}407 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$$

$$T = (80 + 273)\,\text{K} = 353\ \text{K}$$

$$p = 703\ \cancel{\text{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\text{Pa}}{760\ \cancel{\text{mmHg}}} = 9{,}37 \cdot 10^4\ \text{Pa}$$

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T;\quad n = \frac{p \cdot V}{\text{R} \cdot T}$$

$$n = \frac{9{,}37 \cdot 10^4\ \cancel{\text{Pa}} \cdot 1{,}407 \cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 353\ \cancel{\text{K}}} = 4{,}49 \cdot 10^{-3}\text{mol}$$

$$n = \frac{m}{M(\text{compuesto})};$$

$$M(\text{compuesto}) = \frac{m}{n} = \frac{0{,}270\ \text{g}}{4{,}49 \cdot 10^{-3}\text{mol}} = 60{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

— Determinamos la fórmula molecular del compuesto:

$M_r(CH_2O)$: $12{,}01 + 2 \cdot 1{,}01 + 16{,}00 = 30{,}03$;

$M(CH_2O)$: $30{,}03\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(CH_2O)} = \frac{60{,}1\ \cancel{\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}}}{30{,}03\ \cancel{\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}}} \approx 2$$

Fórmula molecular = 2 · Fórmula empírica

La fórmula molecular del compuesto es $C_2H_4O_2$.

Por tanto, la composición centesimal del compuesto es: 40,0 % en masa de C; 6,75 % en masa de H, y 53,3 % en masa de O. Su fórmula molecular es $C_2H_4O_2$.

6. Respuesta sugerida:

La ley de conservación de la masa, ley de conservación de la materia o ley de Lomonósov-Lavoisier es una de las leyes fundamentales en todas las ciencias naturales. Se puede enunciar así: «En una reacción química ordinaria la masa permanece constante, es decir, la masa consumida de los reactivos es igual a la masa obtenida de los productos».

Sin embargo, en las reacciones nucleares sí se modifica la masa, debido a que la gran cantidad de energía que se libera influye significativamente en la masa del conjunto, por lo que en estos casos debe tenerse en cuenta la equivalencia entre masa y energía según la expresión propuesta por Albert Einstein, $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

En las reacciones nucleares, la energía liberada se puede relacionar con una masa apreciable y la ley de conservación de la masa se funde con la de conservación de la energía en un solo principio. La ley de Lavoisier, generalizada con la importante aportación de Einstein, puede escribirse de esta forma:

$$\sum\left(\text{masa} + \frac{\text{energía}}{c^2}\right) = \text{constante}$$

Así se indica que, en un sistema cerrado, la masa incrementada en el término equivalente de energía se mantiene constante.

7. Datos: $V_1 = 800\ \text{m}^3$; $T_{int} = 130\ °\text{C}$, $T_{ext} = 30\ °\text{C}$

Incógnitas: V_2

— Expresamos los datos en unidades del SI:

$T_1 = (130 + 273) = 403\ \text{K}$; $T_2 = (30 + 273) = 303\ \text{K}$

— Calculamos el volumen final aplicando la primera ley de Charles y Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1}$$

$$V_2 = \frac{800\ \text{m}^3 \cdot 303\ \cancel{\text{K}}}{403\ \cancel{\text{K}}} = 600\ \text{m}^3$$

El volumen de aire sería de 600 m^3 si la temperatura exterior es de 30 °C.

8. Respuesta sugerida:

Los gases propuestos tienen un volumen molecular diferente y se puede sugerir que, atendiendo a la cantidad y tipo de átomos que constituyen cada molécula, el volumen molecular de NH_3 puede ser menor que el de CH_3OH.

Según este razonamiento se debería asignar el menor valor del parámetro *b* a la sustancia NH_3, por lo que los parámetros de Van der Waals correspondientes a cada sustancia serían:

CH_3OH: $a = 0{,}9649\ Pa \cdot m^6 \cdot mol^{-2}$; $b = 6{,}702 \cdot 10^{-5}\ m^3 \cdot mol^{-1}$

NH_3: $a = 0{,}4225\ Pa \cdot m^6 \cdot mol^{-2}$; $b = 3{,}707 \cdot 10^{-5}\ m^3 \cdot mol^{-1}$

Observamos que el valor del parámetro *a* para CH_3OH es mayor que para NH_3, lo que sugiere que la atracción entre las moléculas de CH_3OH debe ser más intensa que entre las moléculas de NH_3.

9. Basándonos en la ley de conservación de la masa, sabemos que para obtener 1 mol de $H_2O(g)$ a partir de $H_2(g)$ y $O_2(g)$ se necesitan 1 mol de $H_2(g)$ y 0,5 mol de $O_2(g)$ ya que la cantidad de H y O en el proceso se debe mantener constante y, con esas cantidades, encontramos 2 mol de H y 1 mol de O antes y después de la reacción química.

Analizando esos valores en otro sentido, podemos concluir que en el proceso de formación de $H_2O(g)$ a partir de $H_2(g)$ y $O_2(g)$ disminuye la cantidad total de gas; ya que 1,5 mol de gas, $H_2(g)+O_2(g)$, se transforma en 1 mol de gas, $H_2O(g)$.

Según estas consideraciones:

a) La afirmación es verdadera.

Un total de gases de 1,5 mol se transforma en 1 mol de gas, por lo que disminuye la cantidad de sustancia gaseosa y, por lo tanto, disminuirá también la presión total del sistema.

b) La afirmación es verdadera.

Produce 1 mol de agua y sobra 0,5 mol de oxígeno, que está en exceso.

c) La afirmación es verdadera.

Produce cuatro moles de agua y sobra un mol de hidrógeno.

d) La afirmación es verdadera.

La presión parcial de cada gas es directamente proporcional a la cantidad de gas, por lo que podemos deducir que la cantidad inicial de hidrógeno es la misma que la de oxígeno. Cuando el hidrógeno y el oxígeno reaccionan entre sí, se necesita el doble de hidrógeno que de oxígeno y produce una cantidad de agua igual a la cantidad de hidrógeno que ha reaccionado. Por lo tanto, el hidrógeno se agota y da lugar a una cantidad de agua que ejerce 3 atm de presión, y el oxígeno se consume en parte y queda la cantidad que ejerce 1,5 atm de presión, por lo que el resultado final (oxígeno y agua) ejerce una presión total de 4,5 atm.

10. Respuesta sugerida:

Los alumnos deben justificar las leyes de Charles y Gay-Lussac basándose en los principios de la teoría cinético-molecular de los gases.

— Principios del modelo de gas ideal:

Las partículas de gas se caracterizan por describir trayectorias rectilíneas, hasta colisionar entre ellas o contra las paredes del recipiente, y por tener una velocidad promedio según la temperatura (agitación térmica).

La presión de un gas sobre las paredes del recipiente es proporcional a la cantidad de colisiones por unidad de tiempo de las moléculas de gas contra ellas.

La cantidad de colisiones por unidad de tiempo de las moléculas de gas contra las paredes del recipiente depende de la velocidad promedio de las moléculas (agitación térmica), y de la distancia que puede recorrer sin chocar contra las paredes del recipiente (recorrido libre), siendo directamente proporcional a la agitación térmica e inversamente proporcional al recorrido libre.

— Primera ley de Charles y Gay-Lussac:

A presión constante, el volumen de una determinada cantidad de gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

— Explicación según el modelo de gas ideal:

Al aumentar la temperatura, aumenta la velocidad promedio de las partículas de gas; y si la cantidad de colisiones por unidad de tiempo no varía (presión constante) es porque ha aumentado el recorrido libre medio entre las paredes del recipiente, es decir, ha aumentado su volumen.

Lo que explica la primera ley de Charles y Gay-Lussac, ya que, a presión constante, el volumen y la temperatura varían del mismo modo, aumentando o disminuyendo a la vez.

— Segunda ley de Charles y Gay-Lussac:

A volumen constante, la presión de una determinada cantidad de gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

— Explicación según el modelo de gas ideal:

Al aumentar la temperatura, aumenta la velocidad promedio de las partículas de gas. Si además el recorrido libre medio entre las paredes del recipiente no varía (volumen constante), se producirá un aumento de la cantidad de colisiones por unidad de tiempo contra las paredes del recipiente, es decir, aumentará la presión.

Lo que explica la segunda ley de Charles y Gay-Lussac, ya que, a volumen constante, la presión y la temperatura varían del mismo modo, aumentando o disminuyendo a la vez.

11. Respuesta sugerida:

Como no disponemos de la ecuación química ajustada, debemos basar el razonamiento en las leyes ponderales de las reacciones químicas: ley de las proporciones definidas y ley de conservación de la masa.

En este proceso químico es importante destacar que la totalidad del hierro y del carbono se encuentran formando parte de un solo reactivo y de un solo producto, cada uno de ellos. Por tanto, la cantidad de hierro en el $Fe_2O_3(s)$ que reacciona se encontrará en el $Fe(s)$ formado y la cantidad de carbono en el $CO(g)$ que reacciona se encontrará en el $CO_2(g)$ formado.

En el caso del oxígeno, la cantidad de este elemento en el $CO_2(g)$ producido será la suma de las cantidades que se encuentren formando el $Fe_2O_3(s)$ y el $CO(g)$ que reaccionan.

Primera serie de valores:

Datos: $m\ (Fe_2O_3) = 1\,000$ kg; $m\ (Fe) = 699$ kg; $V(CO_2) = 426{,}3\ m^3$; $p = 1$ atm; $T = 0$ °C

Tomamos como valor de referencia la cantidad de $CO_2(g)$ producido. A partir de ella deducimos la cantidad de CO(g) que debería haber reaccionado y con este resultado calculamos la cantidad necesaria de $Fe_2O_3(s)$ y, consecuentemente, la cantidad de Fe(s) que se debería obtener.

— Expresamos la presión y la temperatura en unidades del SI:

$$p = 1\ \cancel{atm} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 Pa}{1\ \cancel{atm}} = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$$

$$T = (0 + 273)K = 273\ K$$

— Calculamos la cantidad de $CO_2(g)$ mediante la ecuación de estado de los gases ideales:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n\ (CO_2) = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 426{,}3\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 273\ \cancel{K}}$$

$$n\ (CO_2) = 1{,}904 \cdot 10^4\ mol$$

— A partir de la cantidad de $CO_2(g)$ hallamos la de CO(g):

$$n\ (CO) = 1{,}904 \cdot 10^4\ \cancel{mol\ CO_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C}}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} \cdot \frac{1\ mol\ CO(g)}{1\ \cancel{mol\ C}}$$

$$n\ (CO) = 1{,}904 \cdot 10^4\ mol$$

— Determinamos las cantidades de oxígeno en el $CO_2(g)$ y en el CO(g):

$$n\,(O)_{productos} = n\,(O)_{CO_2}$$

$$n\,(O)_{CO_2} = 1{,}904 \cdot 10^4\ \cancel{mol\ CO_2} \cdot \frac{2\ mol\ O}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} = 3{,}808 \cdot 10^4\ mol$$

$$n\,(O)_{CO} = 1{,}904 \cdot 10^4\ \cancel{mol\ CO} \cdot \frac{1\ mol\ O}{1\ \cancel{mol\ CO}} = 1{,}904 \cdot 10^4\ mol$$

— A partir de los resultados anteriores obtenemos la cantidad correspondiente al otro reactivo, $Fe_2O_3(s)$:

$$n\,(O)_{reactivos} = n\,(O)_{productos}$$

$$n\,(O)_{reactivos} = n\,(O)_{Fe_2O_3} + n\,(O)_{CO}$$

$$3{,}808 \cdot 10^4\ mol\ O = n\,(O)_{Fe_2O_3} + 1{,}904 \cdot 10^4\ mol\ O$$

$$n\,(O)_{Fe_2O_3} = 1{,}904 \cdot 10^4\ mol\ O$$

$$n\,(Fe_2O_3) = 1{,}904 \cdot 10^4\ \cancel{mol\ O} \cdot \frac{1\ mol\ Fe_2O_3}{3\ \cancel{mol\ O}}$$

$$n\,(Fe_2O_3) = 6{,}347 \cdot 10^3 mol$$

— Finalmente, hallamos la masa de $Fe_2O_3(s)$ que debe reaccionar:

$$M_r(Fe_2O_3): 2 \cdot 55{,}84 + 3 \cdot 16{,}00 = 159{,}68;$$

$$M(Fe_2O_3):\ 159{,}68\ g \cdot mol^{-1}$$

$$m\,(Fe_2O_3) = 6{,}347 \cdot 10^3\ \cancel{mol\ Fe_2O_3} \cdot \frac{159{,}68\ g\,Fe_2O_3}{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}}$$

$$m\,(Fe_2O_3) = 1{,}013 \cdot 10^6\ g$$

$$m\,(Fe_2O_3) = 1{,}013 \cdot 10^6\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}} = 1013\ kg$$

Comprobamos que los datos son incorrectos, ya que para obtener 426,3 m^3 de $CO_2(g)$, a 1 atm y 0 °C, se necesitan 1 013 kg de $Fe_2O_3(s)$.

La masa de Fe(s) que se formaría es:

$$n\,(Fe) = 6{,}347 \cdot 10^3\ \cancel{mol\ Fe_2O_3} \cdot \frac{2\ mol\ Fe}{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}}$$

$$n\,(Fe) = 1{,}269 \cdot 10^4\ mol$$

$$M_r(Fe): 55{,}84;\ M(Fe): 55{,}84\ g \cdot mol^{-1}$$

$$m\,(Fe) = 1{,}269 \cdot 10^4\ \cancel{mol} \cdot \frac{55{,}84\ \cancel{g}}{1\ \cancel{mol}} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ \cancel{g}}$$

$$m\,(Fe) = 708{,}6\ kg$$

Para obtener 426,3 m^3 de $CO_2(g)$, a 1 atm y 0 °C, deben reaccionar 1013 kg de $Fe_2O_3(s)$ con $1{,}904 \cdot 10^4$ mol de CO(g) y se producirían, además, 708,6 kg de Fe(s).

Segunda serie de valores:

Datos: m (reactivos) = 228,9 kg; m (Fe) = 104,9 kg; $p\,(CO_2) = 850$ mm Hg; $T = 25$ °C

— En primer lugar deducimos la masa de $Fe_2O_3(s)$ que debe reaccionar para obtener 104,9 kg de Fe(s):

$$m\,(Fe) = 104{,}9\ \cancel{kg} \cdot \frac{10^3\ g}{1\ \cancel{kg}} = 1{,}049 \cdot 10^5\ g$$

$$m\,(Fe_2O_3) = 1{,}049 \cdot 10^5\ \cancel{g\,Fe} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Fe}}{55{,}84\ \cancel{g\,Fe}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}}{2\ \cancel{mol\ Fe}} \cdot \frac{159{,}68\ \cancel{g\,Fe_2O_3}}{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}} \cdot \frac{1\ kg\,Fe_2O_3}{10^3\ \cancel{g\,Fe_2O_3}} = 150{,}0\ kg\ Fe_2O_3$$

— Con este resultado podemos determinar la masa de CO(g) correspondiente a los datos del problema:

$$m\,(Fe_2O_3) + m\,(CO) = 228{,}9\ kg$$

$$m\,(CO) = 228{,}9\ kg - m\,(Fe_2O_3)$$

$$m\,(CO) = 228{,}9\ kg - 150{,}0\ kg\ Fe_2O_3 = 78{,}9\ kg$$

— Por último deducimos el volumen de $CO_2(g)$ que debería producirse:

$$n\,(CO) = 79{,}5\ \cancel{kg\,CO} \cdot \frac{10^3\ \cancel{g\,CO}}{1\ \cancel{kg\,CO}} \cdot \frac{1\ mol\ CO}{28{,}01\ \cancel{g\,CO}}$$

$$n\,(CO) = 2{,}84 \cdot 10^3\ mol$$

$$n(CO_2) = 2{,}84 \cdot 10^3\ \cancel{mol\ CO} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C}}{1\ \cancel{mol\ CO}} \cdot \frac{1\ mol\ CO_2}{1\ \cancel{mol\ C}}$$

$$n(CO_2) = 2{,}84 \cdot 10^3\ mol$$

$$p = 850\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{10^5\ Pa}{760\ \cancel{mmHg}} = 1{,}12 \cdot 10^5\ Pa$$

$$T = (25 + 273)\,K = 298\ K$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p};$$

$$V(CO_2) = \frac{2{,}84 \cdot 10^3\ \cancel{mol} \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot m^3 \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 298\ \cancel{K}}{1{,}12 \cdot 10^5\ \cancel{Pa}}$$

$$V(CO_2) = 62{,}8\ m^3$$

$$V(CO_2) = 62{,}8\ \cancel{m^3} \cdot \frac{10^3 L}{1\ \cancel{m^3}} = 6{,}28 \cdot 10^4\ L$$

Como comprobación confirmamos que la cantidad de oxígeno antes y después del proceso químico sea la misma:

$$n(O)_{reactivos} = n(O)_{Fe_2O_3} + n(O)_{CO};$$

$$n(Fe_2O_3) = 150{,}0\ \cancel{kg\ Fe_2O_3} \cdot \frac{10^3\ \cancel{g\ Fe_2O_3}}{1\ \cancel{kg\ Fe_2O_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ mol\ Fe_2O_3}{159{,}68\ \cancel{g\ Fe_2O_3}}$$

$$n(Fe_2O_3) = 939{,}4\ mol$$

$$n(O)_{Fe_2O_3} = 939{,}4\ \cancel{mol\ Fe_2O_3} \cdot \frac{3\ mol\ O}{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}}$$

$$n(O)_{Fe_2O_3} = 2\,818\ mol\ O$$

$$n(O)_{CO} = 2\,818\ \cancel{mol\ CO} \cdot \frac{1\ mol\ O}{1\ \cancel{mol\ CO}} = 2\,818\ mol\ O$$

$$n(O)_{reactivos} = (2\,818 + 2\,818)\,mol\ O = 5\,636\ mol\ O$$

$$n(O)_{productos} = n(O)_{CO_2}$$

$$n(O)_{productos} = 2\,818\ \cancel{mol\ CO_2} \cdot \frac{2\ mol\ O}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} = 5\,636\ mol\ O$$

No hay diferencia entre las cantidades de oxígeno en los reactivos y en los productos.

Se obtienen $6{,}27 \cdot 10^4$ L de CO_2(g), a 25 °C y 850 mmHg.

12. Datos: $T = 114$ °C; $p = 30$ mmHg; $V = 250$ mL

Incógnitas: $n(I_2)$; $m(I_2)$

— Expresamos los datos en unidades del SI:

$$T = (114 + 273)\,K = 387\ K$$

$$p = 30\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{760\ \cancel{mmHg}} = 4{,}0 \cdot 10^3\ Pa$$

$$V = 250\ \cancel{mL} \cdot \frac{1\ \cancel{L}}{10^3\ \cancel{mL}} \cdot \frac{1\ m^3}{10^3\ \cancel{L}} = 2{,}50 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

— Aplicamos la ecuación de estado de los gases ideales para determinar la cantidad de yodo gaseoso, I_2(g):

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T};$$

$$n(I_2) = \frac{4{,}0 \cdot 10^3\ \cancel{Pa} \cdot 2{,}50 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot mol^{-1} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot 387\ \cancel{K}} =$$

$$= 3{,}1 \cdot 10^{-4}\ mol$$

— Posteriormente calculamos la masa de I_2(g):

$M_r(I_2)$: $2 \cdot 126{,}90 = 253{,}8$; $M(I_2)$: $253{,}8\ g \cdot mol^{-1}$

$$m(I_2) = 3{,}1 \cdot 10^{-4}\ \cancel{mol\ I_2} \cdot \frac{253{,}8\ g\ I_2}{1\ \cancel{mol\ I_2}} = 7{,}9 \cdot 10^{-2}\ g\ I_2$$

La cantidad de yodo en estado gaseoso, I_2(g), es de $3{,}1 \cdot 10^{-4}$ mol, que equivale a una masa de $7{,}9 \cdot 10^{-2}$ kg.

Zona + (Pág. 79)

— *Pocas, pero importantes…*

Los alumnos buscarán en Internet las biografías y descubrimientos destacados de estas mujeres científicas y harán una ficha con los datos de cada una. Después, el profesor puede organizar un debate en la clase.

El contenido del trabajo podría incluir la siguiente información:

- **Hypathia de Alejandría.** Se considera la primera mujer en la historia humana que hace importantes contribuciones al campo de las matemáticas, así como a la astronomía. Enlace web sugerido:

  http://www.ojocientifico.com/3933/hipatia-de-alejandria-primera-mujer-cientifica-de-la-historia

- **Mileva Maric.** Fue una matemática serbia y la primera esposa de Albert Einstein, del que fue compañera, colega y confidente. El grado de participación en sus descubrimientos es muy discutido fuera del ámbito científico. Enlaces web sugeridos:

  http://es.wikipedia.org/wiki/Mileva_Mari%C4%87

  http://inmaculadaperdomo.blogspot.com.es/2013/11/mileva-maric-la-sombra-del-genio.html

- **Irène Joliot-Curie.** Era hija de Pierre Curie (Nobel de Física en 1903) y de Marie Curie (Nobel de Física en 1903 y de Química en 1911). Tras estudiar física y química, inició junto a su marido sus investigaciones en el campo de la física nuclear y la estructura del átomo, en particular en la estructura y proyección del núcleo, hecho que fue fundamental para el posterior descubrimiento del neutrón en 1934, año en el que consiguieron producir artificialmente elementos radiactivos. En 1935, ambos científicos fueron galardonados con el Premio Nobel de Química «por sus trabajos en la síntesis de nuevos elementos radiactivos». Enlace web sugerido:

  http://es.wikipedia.org/wiki/Ir%C3%A8ne_Joliot-Curie

- **Dorothy Hodgkin.** Fue una química y profesora universitaria inglesa galardonada con el Premio Nobel de Química del año 1964 por la determinación de la estructura de muchas sustancias biológicas mediante los rayos X, lo que la convirtió en la tercera mujer que consiguió este galardón después de Marie Curie e Irène Joliot–Curie.

Enlace web sugerido:

http://es.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Crowfoot_Hodgkin

- **Rosalind Frankin.** Fue una química y cristalógrafa inglesa autora de importantes contribuciones a la comprensión de la estructura del ADN, los virus, el carbón y el grafito. Se la recuerda principalmente por la llamada «Fotografía 51», la imagen del ADN obtenida mediante difracción de rayos X que sirvió como fundamento para la hipótesis de la estructura doble helicoidal del ADN en la publicación del artículo de James Watson y Francis Crick de 1953 y que, tras su publicación, constituyó una prueba crítica para la hipótesis. Enlace web sugerido:

  http://es.wikipedia.org/wiki/Rosalind_Franklin

- **Margarita Salas.** Es licenciada en Ciencias Químicas por la Universidad Complutense de Madrid y ha publicado más de 200 trabajos científicos. Fue discípula de Severo Ochoa, con el que trabajó en los Estados Unidos después de haber trabajado con Alberto Sols en Madrid. Ha dado gran impulso a la investigación española en el campo de la bioquímica y de la biología molecular.

  http://es.wikipedia.org/wiki/Margarita_Salas

— *¿Cómo influye la investigación científica en la sociedad?*

Los alumnos deben organizarse en grupos de cuatro o cinco. Deben informarse sobre los avances científicos en el conocimiento de la materia y el comportamiento de los gases y, de forma simultánea, los avances sociales y tecnológicos.

Cada grupo se encargará de una franja de 50 años aproximadamente, de forma que ningún grupo repita la misma franja. Sugerimos plasmar la información en forma de póster, para que el día de la exposición se consiga un eje cronológico que se pueda colgar en la pared.

Se pueden consultar los siguientes enlaces web para obtener información:

http://es.wikipedia.org/wiki/Cronolog%C3%ADa_de_los_descubrimientos_cient%C3%ADficos

http://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_qu%C3%ADmica#Qu.C3.ADmica_cu.C3.A1ntica

3 Reacciones químicas

En contexto (Pág. 83)

a.

— Respuesta sugerida:

La química es una ciencia esencial para solucionar los problemas de la sociedad. Los avances de la química permiten mejorar nuestra calidad de vida y repercuten directamente sobre la salud, el transporte y las comunicaciones.

Gracias a la química, somos capaces de obtener nuevos fármacos para combatir enfermedades, desarrollar materiales mejorados para nuestras infraestructuras y elementos de transporte (como nuevos conductores que permiten instrumentos electrónicos más rápidos y livianos), o usar combustibles respetuosos con el medio ambiente en nuestros medios de locomoción.

— Respuesta sugerida:

Un día sin reacciones químicas sería un día sin calefacción, sin alimentos cocinados o sin energía eléctrica. Sería un día sin coche, sin ropa que no se arruga, sin ordenador y sin teléfono móvil.

No podemos sobrevivir sin reacciones químicas, ya que todo lo que conforma nuestro mundo son constantes transformaciones de materia y energía. Un día sin reacciones químicas supondría la aniquilación de un ser vivo, ya que nuestra propia vida está regida por reacciones químicas: el movimiento de nuestro cuerpo, nuestra temperatura corporal, la actividad cerebral, etc.

b.

— En las imágenes vemos una cerilla ardiendo, una hoguera, una planta y un biocombustible.

— Reacciones de combustión y fotosíntesis.

— Respuesta sugerida:

Las reacciones químicas son esenciales para la vida. Las plantas crecen gracias a la luz solar y las reacciones de combustión nos permiten cocinar y poder calentar nuestras casas.

c.

— Respuesta sugerida:

El hierro se oxida al entrar en contacto con el aire por medio de una reacción química.

Para producir fuego, necesitamos un combustible y un comburente.

Los alimentos cambian de color al ser cocinados porque sufren una reacción química.

El airbag del coche se infla gracias a otra reacción química que produce gran cantidad de gas en un corto período de tiempo.

Las patatas se oscurecen después de ser peladas porque sufren un proceso de oxidación al entrar la pulpa en contacto con la atmósfera (la piel impedía este contacto y, por tanto, el proceso químico).

— Respuesta sugerida:

Comprobaremos de nuevo estas respuestas al finalizar la unidad y observaremos si han variado.

Amplía (Pág. 89)

— Las etapas del proceso de respiración celular son las siguientes:

Glucólisis. En esta etapa, se rompe la molécula de la glucosa en dos moléculas de un compuesto denominado ácido pirúvico.

Ciclo de Krebs. Ocurre dentro de las mitocondrias y completa la ruptura de la glucosa, al descomponer un derivado del ácido pirúvico a dióxido de carbono.

Cadena de transporte de electrones. Se trata de una serie sucesiva de reacciones. Es una serie de transportadores de electrones que se encuentran en la membrana plasmática de bacterias, en la membrana mitocondrial o en las membranas tilacoides. Producen trifosfato de adenosina (ATP) mediante reacciones bioquímicas. El ATP es el compuesto que utilizan los seres vivos para obtener energía.

Problemas resueltos (Págs. 101 y 102)

1. Datos:

V (KI) = 25 mL; c (KI) = 0,30 mol · L^{-1}

V ($Pb(NO_3)_2$) = 15 mL; c ($Pb(NO_3)_2$) = 0,40 mol · L^{-1}

Incógnitas: m (PbI_2)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$2\ KI(aq) + 2\ Pb(NO_3)_2(aq) \rightarrow PbI_2(s)\downarrow + 2\ KNO_3(aq)$$

— Calculamos la cantidad de cada reactivo, en moles, contenida en el volumen de disolución que nos dan, teniendo en cuenta la concentración de cada disolución:

$$25\ \cancel{mL\ KI} \cdot \frac{1\ \cancel{L\ KI}}{1000\ \cancel{mL\ KI}} \cdot \frac{0{,}30\ mol\ KI}{1\ \cancel{L\ KI}} =$$

$$= 7{,}5 \cdot 10^{-3}\ mol\ KI$$

$$15\ \cancel{mL\ Pb(NO_3)_2} \cdot \frac{1\ \cancel{L\ Pb(NO_3)_2}}{1000\ \cancel{mL\ Pb(NO_3)_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{0{,}40\ mol\ Pb(NO_3)_2}{1\ \cancel{L\ Pb(NO_3)_2}} = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ mol\ Pb(NO_3)_2$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$7{,}5 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{mol KI}} \cdot \frac{1\ \text{mol Pb(NO}_3)_2}{2\ \cancel{\text{mol KI}}} =$$

$$= 3{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{mol Pb(NO}_3)_2$$

— Hacen falta $3{,}8 \cdot 10^{-3}$ moles de $Pb(NO_3)_2$ para que reaccione todo el KI. Como tenemos más cantidad de $Pb(NO_3)_2$, $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ moles, el $Pb(NO_3)_2$ está en exceso, y el reactivo limitante es el KI.

— Calculamos la masa de precipitado de yoduro de plomo formada a partir de la cantidad de reactivo limitante, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción:

M_r (PbI_2): $1 \cdot 207{,}2 + 2 \cdot 126{,}90 = 461{,}0$

M (PbI_2): $461{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$7{,}5 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{mol KI}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol PbI}_2}}{2\ \cancel{\text{mol KI}}} \cdot \frac{461{,}0\ \text{g PbI}_2}{1\ \cancel{\text{mol PbI}_2}} =$$

$$= 1{,}7\ \text{g PbI}_2$$

Obtendremos 1,7 g de precipitado.

2. Datos:

m ($Ca(ClO)_2$) = 50 g; V (HCl) = 275 mL; c (HCl) = $6{,}0\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Incógnitas: m (Cl_2), m (exceso)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$Ca(ClO)_2(aq) + 4\ HCl(aq) \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\ Cl_2(g) \uparrow + CaCl_2(aq) + 2\ H_2O(l)$$

— Calculamos la cantidad de cada reactivo contenido en el volumen de disolución que nos dan, teniendo en cuenta la concentración de cada disolución:

M_r ($Ca(ClO)_2$): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 35{,}45 + 2 \cdot 16{,}00 = 142{,}98$;

M ($Ca(ClO)_2$): $142{,}98\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$50\ \cancel{\text{g Ca(ClO)}_2} \cdot \frac{1\ \text{mol Ca(ClO)}_2}{142{,}98\ \cancel{\text{g Ca(ClO)}_2}} = 0{,}35\ \text{mol Ca(ClO)}_2$$

$$275\ \cancel{\text{mL HCl}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L HCl}}}{1000\ \cancel{\text{mL HCl}}} \cdot \frac{6{,}0\ \text{mol HCl}}{1\ \cancel{\text{L HCl}}} = 1{,}7\ \text{mol HCl}$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$0{,}35\ \cancel{\text{mol Ca(ClO)}_2} \cdot \frac{4\ \text{mol HCl}}{1\ \cancel{\text{mol Ca(ClO)}_2}} = 1{,}4\ \text{mol HCl}$$

Hacen falta 1,4 moles de HCl para que reaccione todo el $Ca(ClO)_2$. Como tenemos más cantidad de HCl, 1,7 moles, el HCl está en exceso, y el reactivo limitante es el $Ca(ClO)_2$.

— Calculamos la masa de cloro gaseoso formada a partir de la cantidad de reactivo limitante, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción:

M_r (Cl_2): $2 \cdot 35{,}45 = 70{,}9$; M (Cl_2): $70{,}9\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$0{,}35\ \cancel{\text{mol Ca(ClO)}_2} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol Cl}_2}}{1\ \cancel{\text{mol Ca(ClO)}_2}} \cdot \frac{70{,}9\ \text{g Cl}_2}{1\ \cancel{\text{mol Cl}_2}} =$$

$$= 50\ \text{g Cl}_2$$

Obtendremos 50 g de cloro gaseoso.

— Determinamos el exceso de HCl que quedará al final de la reacción:

Exceso (HCl) = (1,7 − 1,4) mol = 0,3 mol HCl

M_r (HCl): $1 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 35{,}45 = 36{,}46$

M (HCl): $36{,}46\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$m\ (\text{exceso HCl}) = 0{,}3\ \cancel{\text{mol HCl}} \cdot \frac{36{,}46\ \text{g HCl}}{1\ \cancel{\text{mol HCl}}} = 1 \cdot 10\ \text{g HCl}$$

3. Datos: m (blenda) = 13,0 g; V (SO_2) = 2,5 L

$p = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa; T = 273 K

Incógnitas: *pureza* (ZnS)

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$2\ ZnS(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ ZnO(s) + 2\ SO_2(g)$

— Calculamos la masa de ZnS que teóricamente se necesita para obtener 2,50 L de SO_2, teniendo en cuenta el volumen molar:

M_r (ZnS): $1 \cdot 65{,}38 + 1 \cdot 32{,}07 = 97{,}45$

M (ZnS): $97{,}45\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$2{,}50\ \cancel{\text{L SO}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol SO}_2}}{22{,}7\ \cancel{\text{L SO}_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol ZnS}}}{2\ \cancel{\text{mol SO}_2}} \cdot \frac{97{,}45\ \text{g ZnS}}{1\ \cancel{\text{mol ZnS}}} =$$

$$= 10{,}7\ \text{g ZnS}$$

— Determinamos la pureza de la muestra en ZnS:

$$\text{Pureza} = \frac{10{,}7\ \text{g ZnS}}{13{,}0\ \text{g muestra}} \cdot 100 = 82{,}3\ \%$$

4. Datos:

Riqueza ($CaCO_3$) = 92,00 %; m ($CaCl_2$) = 2,500 kg

$$p = 770\ \cancel{\text{mmHg}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{atm}}}{760\ \cancel{\text{mmHg}}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 1{,}03 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

T = (25 + 273) K = 298 K

Incógnitas: m (caliza), V (CO_2)

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$CaCO_3(s) + 2\ HCl(aq) \rightarrow CO_2(g) + CaCl_2(aq) + H_2O(l)$$

— Calculamos la masa de $CaCO_3$ necesaria para obtener 2,500 kg de $CaCl_2$:

M_r ($Ca(ClO)_2$): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 35{,}45 + 2 \cdot 16{,}00 = 110{,}98$;

M ($Ca(ClO)_2$): $110{,}98\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

M ($Ca(ClO)_3$): $1 \cdot 40{,}08 + 1 \cdot 12{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 100{,}9$;

M ($Ca(ClO)_2$): $110{,}09\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$2{,}500\ \cancel{\text{kg CaCl}_2} \cdot \frac{1000\ \text{mol g CaCl}_2}{1\ \cancel{\text{kg CaCl}_2}} \cdot \frac{1\ \text{mol CaCl}_2}{110{,}98\ \text{g CaCl}_2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol CaCl}_3}}{1\ \cancel{\text{mol CaCl}_2}} \cdot \frac{100{,}09\ \text{g CaCl}_3}{1\ \cancel{\text{mol CaCl}_3}} = 2\,255\ \text{g CaCl}_3$$

— Calculamos la masa de caliza necesaria teniendo en cuenta su riqueza:

$$m\ (\text{caliza}) = 2\,255\ \cancel{\text{g CaCO}_3\ \text{puros}} \cdot$$

$$\cdot \frac{100\ \text{g caliza}}{92{,}00\ \cancel{\text{g CaCO}_3\ \text{puros}}} = 2\,451\ \text{g caliza} = 2{,}451\ \text{kg}$$

— Determinamos la cantidad de CO_2 producida en la reacción:

$$2\,500\ \cancel{g\,CaCl_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\,CaCl_2}}{110{,}98\ \cancel{g\,CaCl_2}} \cdot \frac{1\ mol\,CO_2}{1\ \cancel{mol\,CaCl_2}} =$$

$$= 22{,}53\ mol\,CO_2$$

— Hallamos el volumen de CO_2 obtenido, a $1{,}03 \cdot 10^5$ Pa y 298 K:

$$V\,(CO_2) = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$V\,(CO_2) = \frac{22{,}53\ \cancel{mol} \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot m^3 \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot 298\ \cancel{K}}{1{,}03 \cdot 10^5\ \cancel{Pa}} =$$

$$= 0{,}542\ m^3\ SO_2 = 542\ L\ SO_2$$

Ejercicios y problemas (págs. 103 a 106)

1 CONCEPTO DE REACCIÓN QUÍMICA Pág. 103

5. Respuesta sugerida:

a) Reacción de fotosíntesis:

— Veo una transformación de energía lumínica en energía química. Las plantas absorben luz y dióxido de carbono, y desprenden oxígeno y vapor de agua.

— Digo esto porque existe una evidencia de crecimiento de las plantas gracias a esta transformación. Es decir, las plantas obtienen su alimento gracias a la reacción de fotosíntesis, que constituye una de las etapas de su metabolismo.

b) Reacción de combustión (fuego):

— Veo una transformación de unos productos en otros. Por ejemplo, si acercamos una chispa a la madera, esta se transforma en dióxido de carbono y vapor de agua al entrar en contacto con el oxígeno del aire. Además, queda un residuo de cenizas.

— Digo esto porque podemos observar cómo va desapareciendo la madera y se van generando estos gases y las cenizas.

c) Respiración:

— Veo una transformación de oxígeno en dióxido de carbono.

— Digo esto porque la respiración forma parte de nuestro metabolismo, gracias al cual podemos obtener energía.

6. a) Cambio físico. No se modifica la naturaleza de la sal ni del agua.

b) Cambio químico. El azúcar del mosto se transforma en una sustancia diferente, el alcohol del vino (etanol).

c) Cambio físico. No se modifican las propiedades de la sustancia que interviene. Se trata de agua, en un caso en estado sólido y en el otro en estado líquido.

d) Cambio químico. Al arder la cerilla, se forman sustancias distintas con propiedades diferentes. El fósforo y la madera de la cerilla se transforman en un residuo negro (cenizas) y en gases emitidos (dióxido de carbono y vapor de agua).

7. a) Reactivos: CaO y H_2O. Productos: $Ca(OH)_2$.

Se rompen los enlaces Ca^{2+}–O^{2-} y se forman enlaces Ca^{2+}–OH^{-}.

b) Reactivos: NH_3 y O_2. Productos: NO y H_2O.

Se rompen los enlaces N–H y O–O, para formar enlaces N–O y O–H.

c) Reactivos: HgO. Productos: Hg y O_2.

Se rompen los enlaces Hg^{2+}–O^{2-} y se forman enlaces Hg–Hg y enlaces O–O.

8. Reactivos: CH_4 y O_2. Productos: CO_2 y H_2O.

Se rompen enlaces C–H y O–O y se forman enlaces C–O y H–O.

Esquema a nivel molecular:

$$\begin{array}{ccccccl} & & H & & & & \\ & & | & & & & \\ H & - & C & - & H & + & O{=}O \rightarrow O{=}C{=}O + H{-}O{-}H \\ & & | & & & & \\ & & H & & & & \end{array}$$

9. Reactivos: metal y oxígeno gaseoso. Productos: óxido del metal correspondiente.

Se trata de un cambio químico porque unas sustancias se transforman en otras diferentes, con propiedades distintas.

10. Respuesta sugerida:

a) El globo se infla.

b) Porque se produce una reacción química en el interior de la botella, que libera gas.

c) El hidrogenocarbonato de sodio y el vinagre reaccionan entre sí y se libera dióxido de carbono gaseoso, que infla el globo al aumentar la presión dentro de la botella.

2 ECUACIONES QUÍMICAS Pág. 103

11. $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ NO(g)$

El nitrógeno, en estado gaseoso, reacciona con el oxígeno, también en estado gaseoso, y se forma monóxido de nitrógeno gaseoso.

12. a) Método del sistema de ecuaciones:

$a\ HCl(aq) + b\ Fe(s) \rightarrow c\ FeCl_3(aq) + d\ H_2(g)$

H) $a = 2\,d$

Cl) $a = 3\,c$

Fe) $b = c$

Como tenemos un sistema con más incógnitas que ecuaciones, asignamos un valor arbitrario a una de ellas. Por ejemplo, $c = 1$.

Entonces, obtenemos: $b = 1$, $a = 3 \cdot 1 = 3$, $d = \dfrac{3}{2}$.

Para evitar los coeficientes fraccionarios, multiplicamos todos por 2 y el resultado es el siguiente:

$6\ HCl(aq) + 2\ Fe(s) \rightarrow 2\ FeCl_3(aq) + 3\ H_2(g)$

b) Método del sistema de ecuaciones:

$a\ C_4H_{10}(g) + b\ O_2(g) \rightarrow c\ CO_2(g) + d\ H_2O(g)$

C) $4\ a = c$

H) $10\ a = 2\ d$

O) $2\ b = 2\ c + d$

Como tenemos un sistema con más incógnitas que ecuaciones, asignamos un valor arbitrario a una de ellas. Por ejemplo, $a = 1$.

Entonces, obtenemos: $c = 4$.

$$d = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5;\ b = \frac{2 \cdot 4 + 5}{2} = \frac{13}{2}$$

Para evitar los coeficientes fraccionarios, multiplicamos todos por 2 y el resultado es el siguiente:

$2\ C_4H_{10}(g) + 13\ O_2(g) \rightarrow 8\ CO_2(g) + 10\ H_2O(g)$

c) Método de tanteo:

Ajustamos cada tipo de átomo por separado:

$4\ Ag(s) + O_2(g) \rightarrow 2\ Ag_2O(s)$

d) Método de tanteo:

Ajustamos cada tipo de átomo por separado:

$Na_2CO_3(aq) + 2HCl(aq) \rightarrow 2\ NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$

e) Método del sistema de ecuaciones:

$a\ C_2H_5OH(g) + b\ O_2(g) \rightarrow c\ CO_2(g) + d\ H_2O(g)$

C) $2\ a = c$

H) $6\ a = 2\ d$

O) $a + 2\ b = 2\ c + d$

Como tenemos un sistema con más incógnitas que ecuaciones, asignamos un valor arbitrario a una de ellas. Por ejemplo, $a = 1$.

Entonces, obtenemos: $c = 2$.

$$d = \frac{6 \cdot 1}{2} = 3;\ b = \frac{2 \cdot 2 + 3}{2} = \frac{7}{2}$$

$C_2H_5OH(g) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ CO_2(g) + 3\ H_2O(g)$

13.

a) Método de tanteo:

$PCl_3(l) + 3\ H_2O(l) \rightarrow H_3PO_3(aq) + 3\ HCl(aq)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de cloruro de fósforo(III) reacciona con tres entidades moleculares de agua, y producen una entidad molecular de ácido fosforoso y tres entidades moleculares de cloruro de hidrógeno.

Interpretación molar: un mol de cloruro de fósforo(III) reacciona con tres moles de agua, y producen un mol de ácido fosforoso y tres moles de cloruro de hidrógeno.

b) Método de tanteo:

$PdCl_2(aq) + 2\ HNO_3(aq) \rightarrow Pd(NO_3)_2(s) + 2\ HCl(aq)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de cloruro de paladio(II) reacciona con dos entidades moleculares de ácido nítrico, y producen una entidad molecular de nitrato de paladio(II) y dos entidades moleculares de cloruro de hidrógeno.

Interpretación molar: un mol de cloruro de paladio(II) reacciona con dos moles de ácido nítrico, y producen un mol de nitrato de paladio(II) y dos moles de cloruro de hidrógeno.

c) Método de tanteo:

$2\ SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ SO_3(g)$

Interpretación atómico-molecular: dos entidades moleculares de dióxido de azufre reaccionan con una entidad molecular de oxígeno y producen dos entidades moleculares de trióxido de azufre.

Interpretación molar: dos moles de dióxido de azufre reaccionan con un mol de oxígeno y producen dos moles de trióxido de azufre.

d) Método de tanteo:

$Al_4C_3(s) + 12\ H_2O(l) \rightarrow 4\ Al(OH)_3(s) + 3\ CH_4(g)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de carburo de aluminio reacciona con doce entidades moleculares de agua, y produce cuatro entidades moleculares de hidróxido de aluminio y tres entidades moleculares de metano.

Interpretación molar: un mol de carburo de aluminio reacciona con doce moles de agua, y produce cuatro moles de hidróxido de aluminio y tres moles de metano.

e) Método de tanteo:

$2\ Na(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2\ NaCl(s)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de sodio reacciona con una entidad molecular de cloro y produce dos entidades moleculares de cloruro de sodio.

Interpretación molar: un mol de sodio reacciona con un mol de cloro y produce dos moles de cloruro de sodio.

f) Método de tanteo:

$2\ Cr_2O_3(s) + 3\ Si(s) \rightarrow 4\ Cr(s) + 3\ SiO_2(s)$

Interpretación atómico-molecular: dos entidades moleculares de óxido de cromo(III) reaccionan con tres entidades moleculares de silicio, y producen cuatro entidades moleculares de cromo y tres entidades moleculares de óxido de silicio.

Interpretación molar: dos moles de óxido de cromo(III) reaccionan con tres moles de silicio, y producen cuatro moles de cromo y tres moles de óxido de silicio.

14.

a) $(NH_4)_2CO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2\ NH_3(g) + CO_2(g) + H_2O(g)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de carbonato de amonio se descompone en dos entidades moleculares de amoníaco, una entidad molecular de dióxido de carbono y una entidad molecular de agua.

Interpretación molar: un mol de carbonato de amonio se descompone en dos moles de amoníaco, un mol de dióxido de carbono y un mol de agua.

b) $Zn(s) + H_2O(g) \rightarrow ZnO(s) + H_2(g) \uparrow$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de cinc reacciona con una entidad molecular de agua, y produce una entidad molecular de óxido de cinc y una entidad molecular de hidrógeno.

Interpretación molar: un mol de cinc reacciona con un mol de agua, y produce un mol de óxido de cinc y un mol de hidrógeno.

c) $H_2CO_3(s) \xrightarrow{\Delta} CO_2(g) + H_2O(g)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de ácido carbónico se descompone en una entidad molecular de dióxido de carbono y una entidad molecular de agua.

Interpretación molar: un mol de ácido carbónico se descompone en un mol de dióxido de carbono y un mol de agua.

d) $C_3H_8(g) + 5\ O_2(g) \rightarrow 3\ CO_2(g) + 4\ H_2O(l)$

Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de propano reacciona con cinco entidades moleculares de oxígeno, y produce tres entidades moleculares de dióxido de carbono y cuatro entidades moleculares de agua.

Interpretación molar: un mol de propano reacciona con cinco moles de oxígeno, y produce tres moles de dióxido de carbono y cuatro moles de agua.

3 TIPOS DE REACCIONES QUÍMICAS

Págs. 103 y 104

15. a) $2\ NaI(aq) + Cl_2(g) \rightarrow 2\ NaCl(aq) + I_2(s)$

Reacción de desplazamiento o sustitución.

b) $2\ Ag_2O(s) \rightarrow 4\ Ag(s) + O_2(g)$

Reacción de descomposición.

c) $2\ Na(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2\ NaCl(aq)$

Reacción de síntesis.

16. a) $Mg(s) + Cl_2(g) \rightarrow MgCl_2(aq)$

Reacción redox.

b) $2\ AgNO_3(aq) + K_2CrO_4(aq) \rightarrow Ag_2CrO_4(s)\downarrow + 2\ KNO_3(aq)$

Reacción de precipitación.

c) $HNO_3(aq) + KOH(aq) \rightarrow KNO_3(aq) + H_2O(l)$

Reacción ácido-base o de neutralización.

17. $3\ H_2SO_4(aq) + 2\ Al(OH)_3(s) \rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq) + 6\ H_2O(l)$

Sí, es de doble desplazamiento, ya que tanto el hidrógeno como el aluminio intercambian sus posiciones.

18. $2\ Al(s) + 3\ Cl_2(g) \rightarrow 2\ AlCl_3(aq)$

El reductor es el aluminio (se oxida, ya que aumenta su número de oxidación) y el oxidante es el cloro (se reduce, ya que disminuye su número de oxidación).

Se trata de una reacción de síntesis, ya que dos reactivos se combinan para formar un solo producto.

19. $2\ C_8H_{18}(l) + 25\ O_2(g) \rightarrow 16\ CO_2(g) + 18\ H_2O(g)$

Combustible: $C_8H_{18}(l)$. Comburente: $O_2(g)$.

20. Basándonos en los datos del enunciado, hay dos reacciones posibles, según se forme sulfato de hierro(II) o sulfato de hierro(III):

$Fe(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow FeSO_4(aq) + Cu(s)\downarrow$

$2\ Fe(s) + 3\ CuSO_4(aq) \rightarrow Fe_2(SO_4)_3(aq) + 3\ Cu(s)\downarrow$

— Según el mecanismo de intercambio, en ambos casos se trata de una reacción de desplazamiento o sustitución.

— Si atendemos a las partículas intercambiadas, en ambos casos clasificaremos la reacción como redox.

21. Combustión completa del papel:

$C_6H_{10}O_5(s) + 6\ O_2(g) \rightarrow 6\ CO_2(g) + 5\ H_2O(g)$

Combustión incompleta del papel:

$$C_6H_{10}O_5(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow$$
$$\rightarrow 2\ CO_2(g) + 2\ CO(g) + 2\ C(s) + 5\ H_2O(g)$$

22. a) La mitad de la manzana que tiene limón se ha oxidado mucho más lentamente que la que no tiene.

b) El limón ralentiza la reacción de oxidación de los componentes de la manzana al entrar en contacto con el aire del ambiente.

c) ¿Por qué el limón ralentiza la reacción de oxidación? ¿Será por alguna de sus propiedades?

d) El limón actúa como inhibidor, ralentizando la reacción de oxidación en la mitad de la manzana que lo incorpora.

e) Discutimos la respuesta con nuestros compañeros y comprobamos si estamos en lo cierto con el profesor/a.

23. Buscamos en Internet aplicaciones de los biocombustibles estudiados en la unidad:

— Biomasa: generación de calor en estufas, calderas y hornos.

— Bioetanol: para combustión en motores de gasolina, que se aplican en automoción, generadores eléctricos, bombeo, etc.

— Biodiésel: para combustión en motores diésel, que se utilizan en automoción, generadores eléctricos, bombeo, etc.

— Biogás: producción de electricidad, uso en motores de gas, etc.

4 ESTEQUIOMETRÍA DE LAS REACCIONES QUÍMICAS

Pág. 104

24. Datos: $m\ (NH_4NO_3) = 8{,}00\ g$; $T = 400\ °C = 673\ K$

Incógnitas: $m\ (H_2O)$

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$NH_4NO_3(s) \rightarrow N_2O(g) + 2\ H_2O(l)$$

— Calculamos la masa de agua formada mediante factores de conversión, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción:

M_r (NH_4NO_3): $2 \cdot 14{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 80{,}06$

M (NH_4NO_3): $80{,}06\ g \cdot mol^{-1}$

M_r (H_2O): $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$; M (H_2O): $18{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$8{,}00\ \cancel{g\ NH_4NO_3} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ NH_4NO_3}}{80{,}06\ \cancel{g\ NH_4NO_3}} \cdot \frac{2\ \cancel{mol\ H_2O}}{1\ \cancel{mol\ NH_4NO_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{18{,}02\ g\ H_2O}{1\ \cancel{mol\ H_2O}} = 3{,}60\ g\ H_2O$$

25. Datos: n (NO) = 16,5 mol

Incógnitas: m (NH_3)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente: $6\ NO(g) + 4\ NH_3 \rightarrow 5\ N_2(g) + 6\ H_2O(l)$

— Calculamos la masa de amoníaco necesaria mediante factores de conversión, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción:

M_r (NH_3): $1 \cdot 14{,}01 + 3 \cdot 1{,}01 = 17{,}04$

M (NH_3): $17{,}04\ g \cdot mol^{-1}$

M_r (H_2O): $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$

$$16{,}4\ \cancel{mol\ NO} \cdot \frac{4\ \cancel{mol\ NH_3}}{6\ \cancel{mol\ NO}} \cdot \frac{17{,}04\ g\ NH_3}{1\ \cancel{mol\ NH_3}} =$$

$$= 187\ g\ NH_3$$

26. Datos: m (C_2H_5OH) = 30 g; $p = 10^5$ Pa; T = 273 K

Incógnitas: V (CO_2)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$2\ C_2H_5OH(l) + 6\ O_2(g) \rightarrow 4\ CO_2(g) + 6\ H_2O(l)$$

— Calculamos el volumen de CO_2 desprendido, teniendo en cuenta el volumen molar en condiciones estándar y la estequiometría de la reacción:

M_r (C_2H_5OH): $2 \cdot 12{,}01 + 6 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 46{,}08$

M (C_2H_5OH): $46{,}08\ g \cdot mol^{-1}$

$$30\ \cancel{g\ C_2H_5OH} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_2H_5OH}}{46{,}08\ \cancel{g\ C_2H_5OH}} \cdot \frac{4\ \cancel{mol\ CO_2}}{2\ \cancel{mol\ C_2H_5OH}} \cdot$$

$$\cdot \frac{22{,}7\ L\ CO_2}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} = 30\ L\ CO_2 \text{ en condiciones estándar.}$$

27. Datos: n (H_2SO_4) = 0,92 mol; n (NaCl) = 1,49 mol

Incógnitas: m ($NaSO_4$), m (exceso reactivo)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente: $H_2SO_4(l) + 2\ NaCl(s) \rightarrow Na_2SO_4(s) + 2\ HCl(g)$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$0{,}92\ \cancel{mol\ H_2SO_4} \cdot \frac{2\ mol\ NaCl}{1\ \cancel{mol\ H_2SO_4}} = 1{,}8\ mol\ NaCl$$

Se necesitan 1,8 moles de NaCl para que reaccione todo el ácido sulfúrico. Como hay menos, el reactivo limitante es el NaCl y el reactivo en exceso es el H_2SO_4.

— Calculamos los moles de H_2SO_4 que reaccionan y determinamos el exceso de este reactivo, primero, en moles y, después, en gramos:

$$1{,}49\ \cancel{mol\ NaCl} \cdot \frac{1\ mol\ H_2SO_4}{2\ \cancel{mol\ NaCl}} =$$

$$= 0{,}745\ mol\ H_2SO_4 \text{ reaccionan}$$

Exceso (H_2SO_4) = $(0{,}92 - 0{,}745)$ mol = $0{,}18$ mol H_2SO_4

M_r (H_2SO_4): $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 32{,}07 + 4 \cdot 16{,}00 = 98{,}09$

M (H_2SO_4): $98{,}09\ g \cdot mol^{-1}$

$$0{,}18\ \cancel{mol\ H_2SO_4} \cdot \frac{98{,}09\ g\ H_2SO_4}{1\ \cancel{mol\ H_2SO_4}} = 18\ g\ H_2SO_4 \text{ en exceso}$$

— Hallamos la masa de Na_2SO_4 que se obtiene, partiendo de la cantidad de reactivo limitante:

M_r (Na_2SO_4): $2 \cdot 22{,}99 + 1 \cdot 32{,}07 + 4 \cdot 16{,}00 = 141{,}87$

M (Na_2SO_4): $141{,}87\ g \cdot mol^{-1}$

$$1{,}49\ \cancel{mol\ NaCl} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Na_2SO_4}}{2\ \cancel{mol\ NaCl}} \cdot \frac{141{,}87\ g\ Na_2SO_4}{1\ \cancel{mol\ Na_2SO_4}} =$$

$$= 106\ g\ Na_2\ SO_4$$

28. Datos: m (N_2H_4) = 1,0 g. Incógnitas: m (H_2O_2)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$N_2H_4(l) + 2\ H_2O_2(l) \rightarrow N_2(g) + 4\ H_2O(g)$$

— Calculamos la masa de peróxido de hidrógeno requerida para que reaccione 1,0 g de N_2H_4, fijándonos en la estequiometría de la reacción y usando factores de conversión:

M_r (N_2H_4): $2 \cdot 14{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 = 32{,}06$

M (N_2H_4): $32{,}06\ g \cdot mol^{-1}$

M_r (H_2O_2): $2 \cdot 1{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 34{,}02$

M (H_2O_2): $34{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$1{,}0\ \cancel{g\ N_2H_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ N_2H_2}}{32{,}06\ \cancel{g\ N_2H_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{mol\ H_2O_2}}{1\ \cancel{mol\ N_2H_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{34{,}02\ g\ H_2O_2}{1\ \cancel{mol\ H_2O_2}} = 2{,}1\ g\ H_2O_2$$

29. Datos: Consumo (C_8H_{18}) = $9{,}5\ km \cdot L^{-1}$; s = 850 km; $p = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa; T = 273 K; d (C_8H_{18}) = $0{,}69\ g \cdot mL^{-1}$

Incógnitas: V (O_2)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$2\ C_8H_{18}(l) + 25\ O_2(g) \rightarrow 16\ CO_2(g) + 18\ H_2O(g)$$

— Calculamos el volumen de oxígeno que se requiere por litro de gasolina mediante factores de conversión. Tenemos en cuenta la densidad de la gasolina y el volumen molar en condiciones estándar:

$M_r\ (C_8H_{18})$: $8 \cdot 12{,}01 + 18 \cdot 1{,}01 = 114{,}26$

$M\ (C_8H_{18})$: $114{,}26\ g \cdot mol^{-1}$

$$1{,}0\ \cancel{L\ C_8H_{18}} \cdot \frac{1000\ \cancel{mL\ C_8H_{18}}}{1\ \cancel{L\ C_8H_{18}}} \cdot \frac{0{,}69\ \cancel{g\ C_8H_{18}}}{1\ \cancel{mL\ C_8H_{18}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_8H_{18}}}{114{,}26\ \cancel{g\ C_8H_{18}}} \cdot \frac{25\ \cancel{mol\ O_2}}{2\ \cancel{mol\ C_8H_{18}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{22{,}7\ L\ O_2}{1\ \cancel{mol\ O_2}} = 1{,}7 \cdot 10^3\ L\ O_2$$

— Hallamos el volumen de O_2 consumido por km:

$$\text{Consumo}\ (O_2) = \frac{1{,}7 \cdot 10^3\ L\ O_2}{9{,}5\ km} = 1{,}8 \cdot 10^2\ L\ O_2 \cdot km^{-1}$$

— Determinamos el volumen de O_2 que necesita el coche para recorrer los 850 km:

$$V\ (O_2) = 1{,}8 \cdot 10^2\ L\ O_2 \cdot \cancel{km^{-1}} \cdot 850\ \cancel{km} = 1{,}5 \cdot 10^5\ L\ O_2$$

— Fíjate en que también podíamos haber hecho el cálculo en una única operación, utilizando factores de conversión:

$$850\ km \cdot \frac{1\ \cancel{L}}{9{,}5\ km} \cdot \frac{1000\ \cancel{mL}}{1\ \cancel{L}} \cdot \frac{0{,}69\ \cancel{g}}{1\ \cancel{mL}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_8H_{18}}}{114{,}26\ \cancel{g}} \cdot \frac{25\ \cancel{mol\ O_2}}{2\ \cancel{mol\ C_8H_{18}}} \cdot \frac{22{,}7\ L}{1\ \cancel{mol\ O_2}} =$$

$= 1{,}5 \cdot 10^5\ L\ O_2$ en condiciones estándar.

30. Datos: $m\ (N_2) = 100\ g$; $m\ (H_2) = 100\ g$

$$p = 720\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{1\ \cancel{atm}}{760\ \cancel{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} =$$

$$= 9{,}60 \cdot 10^4\ Pa$$

$T = (22 + 273)\ K = 295\ K$

Incógnitas: $V\ (NH_3)$, m (exceso)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente: $N_2(g) + 3\ H_2(g) \rightarrow 2\ NH_3(g)$

— Calculamos la cantidad de cada reactivo:

$M_r\ (N_2)$: $2 \cdot 14{,}01 = 28{,}02$; $M\ (N_2)$: $28{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r\ (H_2)$: $2 \cdot 1{,}01 = 2{,}02$; $M\ (H_2)$: $2{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$100\ \cancel{g\ N_2} \cdot \frac{1\ mol\ N_2}{28{,}02\ \cancel{g\ N_2}} = 3{,}57\ mol\ N_2$$

$$100\ \cancel{g\ H_2} \cdot \frac{1\ mol\ H_2}{2{,}02\ \cancel{g\ N_2}} = 49{,}5\ mol\ H_2$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$3{,}57\ \cancel{mol\ N_2} \cdot \frac{3\ mol\ H_2}{1\ \cancel{mol\ N_2}} = 10{,}7\ mol\ H_2$$

Se necesitan 10,7 mol de H_2 para que reaccione todo el N_2. Como tenemos suficiente cantidad de H_2, el reactivo limitante es el N_2 y el reactivo en exceso es el H_2.

— Hallamos el exceso de H_2:

$$\text{Exceso}\ (H_2) = (49{,}5 - 10{,}7)\ mol\ H_2 = 38{,}8\ mol\ H_2$$

$$m\ (\text{exceso}\ H_2) = 38{,}8\ \cancel{mol\ H_2} \cdot \frac{2{,}01\ g\ H_2}{1\ \cancel{mol\ H_2}} = 78{,}0\ g\ H_2$$

— Calculamos la cantidad de NH_3 formada, a partir de la cantidad de reactivo limitante, fijándonos en la estequiometría de la reacción:

$$3{,}57\ \cancel{mol\ N_2} \cdot \frac{2\ mol\ NH_3}{1\ \cancel{mol\ N_2}} = 17{,}14\ mol\ NH_3$$

— Calculamos el volumen de NH_3 mediante la ecuación de estado de los gases ideales, teniendo en cuenta las condiciones de presión y temperatura ($9{,}60 \cdot 10^4$ Pa y 295 K):

$$V\ (NH_3) = \frac{n\ R\ T}{p}$$

$$V\ (NH_3) = \frac{7{,}14\ \cancel{mol} \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot m^3 \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot 295\ \cancel{K}}{9{,}60 \cdot 10^4\ \cancel{Pa}} =$$

$$= 0{,}182\ m^3\ NH_3 = 182\ L$$

31. Datos: m (AgCl) = 20,0 g; m (AgCl) = 20,0 g

Incógnitas: m (AgCl)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$AgNO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow NaNO_3(aq) + AgCl(s) \downarrow$$

— Calculamos la cantidad de cada reactivo, en moles:

$M_r\ (AgNO_3)$: $1 \cdot 107{,}87 + 1 \cdot 14{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 169{,}88$

$M\ (AgNO_3)$: $169{,}88\ g \cdot mol^{-1}$

M_r (NaCl): $1 \cdot 22{,}99 + 1 \cdot 35{,}45 = 58{,}44$

M (NaCl): $58{,}44\ g \cdot mol^{-1}$

$$20{,}0\ \cancel{g\ AgNO_3}\ \frac{1\ mol\ AgNO_3}{169{,}88\ \cancel{g\ AgNO_3}} = 0{,}118\ mol\ AgNO_3$$

$$20{,}0\ \cancel{g\ NaCl}\ \frac{1\ mol\ NaCl}{58{,}44\ \cancel{g\ NaCl}} = 0{,}342\ mol\ NaCl$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$0{,}118\ \cancel{mol\ AgNO_3} \cdot \frac{1\ mol\ NaCl}{1\ \cancel{mol\ AgNO_3}} = 0{,}118\ mol\ NaCl$$

Se necesitan 0,118 mol de NaCl para que reaccione todo el $AgNO_3$. Como disponemos de mayor cantidad de NaCl, el reactivo limitante es $AgNO_3$ y el reactivo en exceso es el NaCl.

— Calculamos la masa de precipitado de AgCl, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción y partiendo de los moles de reactivo limitante:

M_r (AgCl): $1 \cdot 107{,}87 + 1 \cdot 35{,}45 = 143{,}32$;

M (NaCl): $143{,}32$ g·mol^{-1}

$$0{,}118\ \cancel{\text{mol AgNO}_3} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol AgCl}}}{1\ \cancel{\text{mol AgNO}_3}} \cdot \frac{143{,}32\ \text{g AgCl}}{1\ \cancel{\text{mol AgCl}}} =$$
$$= 16{,}9\ \text{g AgCl}$$

32. Datos: m ($Ca(OH)_2$) = 0,50 g; c (HCl) = 0,10 mol·L^{-1}

Incógnitas: V(HCl)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$Ca(OH)_2(aq) + 2\ HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + 2\ H_2O(l)$$

— Calculamos el volumen de HCl necesario:

M_r ($Ca(OH)_2$): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 16{,}00 + 2 \cdot 1{,}01 = 74{,}10$

M ($Ca(OH)_2$): 74,10 g·mol

$$0{,}50\ \cancel{\text{g Ca(OH)}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol Ca(OH)}_2}}{74{,}10\ \cancel{\text{g Ca(OH)}_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol HCl}}}{1\ \cancel{\text{mol Ca(OH)}_2}} \cdot$$
$$\cdot \frac{1\ \text{L HCl}}{0{,}10\ \cancel{\text{mol HCl}}} = 0{,}13\ \text{L HCl}$$

33. Datos: V (H_2) = 5,0 L; P = 10^5 Pa;

T = 273 K; c (HCl) = 0,50 mol·L^{-1}

Incógnitas: a) m (CaH_2); b) V(HCl)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$CaH_2(s) + 2\ H_2O(l) \rightarrow Ca(OH)_2(aq) + 2\ H_2(g) \uparrow$$

a) Calculamos la masa de CaH_2 necesaria para producir 5,0 L de H_2 en condiciones estándar:

M_r (CaH_2): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 1{,}01 = 42{,}1$;

M (CaH_2): 42,1 g·mol^{-1}

$$5{,}0\ \cancel{\text{L H}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol H}_2}}{22{,}7\ \cancel{\text{L H}_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol CaH}_2}}{2\ \cancel{\text{mol H}_2}} \cdot \frac{42{,}1\ \text{g CaH}_2}{1\ \cancel{\text{mol CaH}_2}} =$$
$$= 4{,}6\ \text{g CaH}_2$$

b) — Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$Ca(OH)_2(aq) + 2\ HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + 2\ H_2O(l)$$

— Hallamos el volumen de HCl requerido para que reaccione todo el $Ca(OH)_2$ formado. Para ello, debemos fijarnos en la estequiometría de las dos reacciones:

M_r ($Ca(OH)_2$): $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 16{,}00 + 2 \cdot 1{,}01 = 74{,}1$

M ($Ca(OH)_2$): 74,1 g·mol

$$5{,}0\ \cancel{\text{L H}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol H}_2}}{22{,}7\ \cancel{\text{L H}_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol Ca(OH)}_2}}{2\ \cancel{\text{mol H}_2}} \cdot$$
$$\cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol HCl}}}{1\ \cancel{\text{mol Ca(OH)}_2}} \cdot \frac{1\ \text{L HCl}}{0{,}50\ \cancel{\text{mol HCl}}} = 0{,}44\ \text{L HCl}$$

Se requieren 0,44 L de HCl(aq) 0,50 M.

34. Datos:

V ($CoCl_2$) = 50 mL; c ($CoCl_2$) = 0,50 mol·L^{-1}

V (Na_2CO_3) = 50 mL; c (Na_2CO_3) = 1,3 mol·L^{-1}

Incógnitas: a) n (exceso); b) m ($CoCO_3$)

Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$CoCl_2(aq) + Na_2CO_3(aq) \rightarrow CoCO_3(s) \downarrow + 2\ NaCl(aq)$$

a) — Calculamos la cantidad de cada reactivo contenida en el volumen de disolución que nos dan, teniendo en cuenta la concentración de cada disolución:

$$50\ \cancel{\text{mL CoCl}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L CoCl}_2}}{1000\ \cancel{\text{mL CoCl}_2}} \cdot \frac{0{,}50\ \text{mol CoCl}_2}{1\ \cancel{\text{L CoCl}_2}} =$$
$$= 0{,}025\ \text{mol CoCl}_2$$

$$50\ \cancel{\text{mL Na}_2\text{CO}_3} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{L Na}_2\text{CO}_3}}{1000\ \cancel{\text{mL Na}_2\text{CO}_3}} \cdot$$
$$\cdot \frac{1{,}3\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3}{1\ \cancel{\text{L Na}_2\text{CO}_3}} = 0{,}065\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$0{,}025\ \cancel{\text{mol CoCl}_2} \cdot \frac{1\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3}{1\ \cancel{\text{mol CoCl}}} = 0{,}025\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3$$

Hacen falta 0,025 moles de Na_2CO_3 para que reaccione todo el $CoCl_2$. Como tenemos más cantidad de Na_2CO_3, 0,065 moles, el Na_2CO_3 está en exceso, mientras que el reactivo limitante es el $CoCl_2$.

— Hallamos el exceso de Na_2CO_3:

$$\text{Exceso (Na}_2\text{CO}_3) = (0{,}065 - 0{,}025)\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3 =$$
$$= 0{,}040\ \text{mol Na}_2\text{CO}_3$$

b) — Calculamos la masa de precipitado de $CoCO_3$ que se obtiene en la reacción:

M_r ($CoCO_3$): $1 \cdot 58{,}93 + 1 \cdot 12{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 118{,}94$

M ($CoCO_3$): 118,94 g·mol^{-1}

$$0{,}025\ \cancel{\text{mol CoCl}_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol CoCO}_3}}{1\ \cancel{\text{mol CoCl}_2}} \cdot \frac{118{,}94\ \text{g CoCO}_3}{1\ \cancel{\text{mol CoCO}_3}} =$$
$$= 3{,}0\ \text{g CoCO}_3$$

5 RENDIMIENTO DE UNA REACCIÓN QUÍMICA

Págs. 104 y 105

35. Datos: m (Fe) = 150 g; m (Fe_2O_3) = 80 g

Incógnitas: rendimiento

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$4\ Fe(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ Fe_2O_3(s)$$

— Calculamos la masa teórica de Fe_2O_3 que se obtendría a partir de la estequiometría de la reacción:

A_r (Fe): 55,85; M (Fe): 55,85 g · mol^{-1}

M_r (Fe_2O_3): 2 · 55,85 + 3 · 16,00 = 159,70

M (Fe_2O_3): 159,70 g · mol^{-1}

$$150\ \cancel{\text{g Fe}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol Fe}}}{55{,}85\ \cancel{\text{g Fe}}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol } Fe_2O_3}}{4\ \cancel{\text{mol Fe}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{159{,}70\text{ g } Fe_2O_3}{1\ \cancel{\text{mol } Fe_2O_3}} = 214\text{ g } Fe_2O_3$$

— Determinamos el rendimiento de la reacción:

$$\text{Rendimiento} = \frac{m\text{ (obtenida)}}{m\text{ (teórica)}} = \frac{80\text{ g}}{214\text{ g}} \cdot 100 = 37\ \%$$

36. a) $Pb(NO_3)_2(aq) + 2\ KI(aq) \rightarrow PbI_2(s) \downarrow + 2\ KNO_3(aq)$

b) Datos: m ($Pb(NO_3)_2$) = 15,0 g; m (PbI_2) = 18,5 g

Incógnitas: rendimiento

— Calculamos la masa teórica de PbI_2 que se obtendría según la reacción:

M_r ($Pb(NO_3)_2$): 1 · 207,2 + 2 · 14,01 + 6 · 16,00 = 331,22

M ($Pb(NO_3)_2$): 331,22 g · mol^{-1}

M_r (PbI_2): 1 · 207,2 + 2 · 126,90 = 461,0

M (PbI_2): 461,0 g · mol^{-1}

$$15{,}0\ \cancel{\text{g } Pb(NO_3)_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } Pb(NO_3)_2}}{331{,}22\ \cancel{\text{g } Pb(NO_3)_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } PbI_2}}{1\ \cancel{\text{mol } Pb(NO_3)_2}} \cdot \frac{461{,}0\text{ g } PbI_2}{1\ \cancel{\text{mol } PbI_2}} = 20{,}9\text{ g } PbI_2$$

— Calculamos el rendimiento de la reacción:

$$\text{Rendimiento} = \frac{m\text{ (obtenida)}}{m\text{ (teórica)}} = \frac{18{,}5\text{ g}}{20{,}9\text{ g}} \cdot 100 = 88{,}5\ \%$$

37. Datos: $V(H_2)$ = 10 L; $p = 10^5$ Pa; T = 273 K

Rendimiento = 70 %; Incógnitas: m (NH_3)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$N_2(g) + 3\ H_2(g) \rightarrow 2\ NH_3(g)$$

— Calculamos la masa de NH_3 obtenida, teniendo presente el volumen molar en condiciones estándar de presión y temperatura y el rendimiento de la reacción:

M_r (NH_3): 1 · 14,01 + 3 · 1,01 = 17,04

M (NH_3): 17,04 g · mol^{-1}

$$10\ \cancel{\text{L } H_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } H_2}}{22{,}7\ \cancel{\text{L } H_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol } NH_3}}{3\ \cancel{\text{mol } H_2}} \cdot \frac{17{,}04\ \cancel{\text{g } NH_3}}{1\ \cancel{\text{mol } NH_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{70\text{ g } NH_3\text{ obtenidos}}{100\ \cancel{\text{g } NH_3}} = 3{,}5\text{ g } NH_3\text{ obtenidos}$$

38. Datos: $V(NH_3)$ = 20,4 L; $p = 10^5$ Pa; T = 273 K

Rendimiento = 30 %; Incógnitas: $V(N_2)$; $V(H_2)$

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$N_2(g) + 3\ H_2(g) \rightarrow 2\ NH_3(g)$$

— Calculamos el volumen de N_2, teniendo presente el volumen molar en condiciones estándar de presión y temperatura y el rendimiento de la reacción:

$$20{,}4\ \cancel{\text{L } NH_3\text{ obtenidos}} \cdot \frac{100\ \cancel{\text{L } NH_3}}{30{,}0\ \cancel{\text{L } NH_3\text{ obtenidos}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } NH_3}}{22{,}7\ \cancel{\text{L } NH_3}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } N_2}}{2\ \cancel{\text{mol } NH_3}} \cdot \frac{22{,}7\text{ L } N_2}{1\ \cancel{\text{mol } N_2}} = 34{,}0\text{ L } N_2$$

— De la misma forma, hallamos el volumen de H_2 necesario:

$$20{,}4\ \cancel{\text{L } NH_3\text{ obtenidos}} \cdot \frac{100\ \cancel{\text{L } NH_3}}{30{,}0\ \cancel{\text{L } NH_3\text{ obtenidos}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } NH_3}}{22{,}7\ \cancel{\text{L } NH_3}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol } H_2}}{2\ \cancel{\text{mol } NH_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{22{,}7\text{ L } N_2}{1\ \cancel{\text{mol } H_2}} = 102\text{ L } H_2$$

39. Datos: m (HNO_3) = 100 g; Rendimiento = 70 %

Incógnitas: m (H_2SO_4)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$2\ NaNO_3(s) + H_2SO_4(aq) + \rightarrow Na_2SO_4(s) + 2\ HNO_3(aq)$$

— Calculamos la masa de H_2SO_4 que debemos emplear, fijándonos en la estequiometría y el rendimiento de la reacción:

M_r (HNO_3): 1 · 1,01 + 1 · 14,01 + 3 · 16,00 = 63,02

M (HNO_3): 63,02 g · mol^{-1}

M_r (H_2SO_4): 2 · 1,01 + 1 · 32,07 + 4 · 16,00 = 98,09

M (H_2SO_4): 98,09 g · mol^{-1}

$$100\ \cancel{\text{g } HNO_3\text{ obtenidos}} \cdot \frac{100\ \cancel{\text{g } HNO_3}}{70{,}0\ \cancel{\text{g } HNO_3\text{ obtenidos}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } HNO_3}}{63{,}02\ \cancel{\text{g } HNO_3}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol } H_2SO_4}}{2\ \cancel{\text{mol } HNO_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{98{,}09\text{ g } H_2SO_4}{1\ \cancel{\text{mol } H_2SO_4}} = 111\text{ g } H_2SO_4$$

40. Datos: m (Fe_2O_3) = 1 000 kg; Rendimiento = 75,2 %

Incógnitas: m (Fe)

— Ajustamos la ecuación química dada en el enunciado (por el método de tanteo o el del sistema de ecuaciones):

$$Fe_2O_3(s) + 3\ CO(g) \rightarrow 2\ Fe(s) + 3\ CO_2(g)$$

— Calculamos la masa de Fe que se obtiene, fijándonos en la estequiometría y el rendimiento de la reacción:

$M_r\ (Fe_2O_3)$: $2 \cdot 55{,}85 + 3 \cdot 16{,}00 = 159{,}70$

$M\ (Fe_2O_3)$: $159{,}70\ g \cdot mol^{-1}$

A_r (Fe): 55,85; M (Fe): $55{,}85\ g \cdot mol^{-1}$

$$1000\ \cancel{kg\ Fe_2O_3} \cdot \frac{1000\ \cancel{g\ Fe_2O_3}}{1\ \cancel{kg\ Fe_2O_3}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}}{159{,}79\ \cancel{g\ Fe_2O_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{2\ \cancel{mol\ Fe}}{1\ \cancel{mol\ Fe_2O_3}} \cdot \frac{55{,}85\ \cancel{g\ Fe}}{1\ \cancel{mol\ Fe}} \cdot \frac{75{,}2\ \cancel{g\ Fe\ obtenidos}}{100\ \cancel{g\ Fe}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ kg\ Fe\ obtenido}{1000\ \cancel{g\ Fe\ obtenidos}} = 526\ kg\ Fe\ obtenidos$$

6 REACTIVOS IMPUROS Y PUREZA DE UNA MUESTRA

Pág. 105

41. Datos: m (muestra) = 39 g; Riqueza ($CaCO_3$) = 70 % m/m

Incógnitas: m (Fe)

Calculamos la masa de Fe puro que hay en la muestra teniendo en cuenta la riqueza:

$$39\ \cancel{g\ muestra} \cdot \frac{70\ g\ Fe}{100\ \cancel{g\ muestra}} = 27\ g\ Fe$$

42. Datos: m (HgO) = 20,5 g; Pureza (HgO) = 80 % m/m

Incógnitas: m (Hg)

— Escribimos la ecuación ajustada:

$$2\ HgO(s) \xrightarrow{\Delta} O_2(g) + 2\ Hg(l)$$

— Calculamos la masa de Hg que reacciona, teniendo en cuenta la pureza del HgO y la estequiometría de la reacción:

M_r (HgO): $1 \cdot 200{,}59 + 1 \cdot 16{,}00 = 216{,}59$;

M (HgO): $216{,}59\ g \cdot mol^{-1}$

A_r (Hg): 200,59; M (Hg): $200{,}59\ g \cdot mol^{-1}$

$$20{,}5\ \cancel{g\ muestra} \cdot \frac{80\ \cancel{g\ HgO}}{100\ \cancel{g\ muestra}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ HgO}}{216{,}59\ \cancel{g\ HgO}} \cdot \frac{2\ \cancel{mol\ Hg}}{2\ \cancel{mol\ HgO}} \cdot \frac{200{,}59\ g\ Hg}{1\ \cancel{mol\ Hg}} =$$

$$= 15\ g\ Hg$$

43. Datos: Riqueza ($CaCO_3$) = 85,3 % m/m

$V(CO_2) = 100\ L = 0{,}0100\ m^3$ (a 752 mmHg y 18 °C)

$$p = 752\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{\cancel{1\ atm}}{760\ \cancel{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{\cancel{1\ atm}} =$$

$$= 1{,}00 \cdot 10^5\ Pa$$

$T = (18 + 273)\ K = 291\ K$

— Escribimos la ecuación ajustada:

$$CaCO_3(s) + 2\ HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) \uparrow + H_2O$$

— Calculamos la cantidad de CO_2 mediante la ecuación de estado de los gases ideales, teniendo en cuenta las condiciones de presión y temperatura:

$$n\ (CO_2) = \frac{p\ V}{R\ T} =$$

$$= \frac{1{,}00 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 0{,}0100\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot mol^{-1} \cdot 291\ \cancel{K}} = 4{,}14\ mol$$

— Determinamos la masa de $CaCO_3$ que se produce en la reacción:

M_r ($CaCO_3$): $1 \cdot 40{,}08 + 1 \cdot 12{,}01 + 3 \cdot 16{,}00 = 100{,}09$

M ($CaCO_3$): $100{,}09\ g \cdot mol^{-1}$

$$4{,}14\ \cancel{mol\ CO_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ CaCO_3}}{1\ \cancel{mol\ CO_2}} \cdot \frac{100{,}09\ g\ CaCO_3}{1\ \cancel{mol\ CaCO_3}} =$$

$$= 414\ g\ CaCO_3$$

— Calculamos la masa de caliza necesaria, teniendo en cuenta la riqueza de la caliza en $CaCO_3$:

$$414\ \cancel{g\ CaCO_3} \cdot \frac{100\ g\ caliza}{85{,}3\ \cancel{g\ CaCO_3}} = 485\ g\ caliza$$

44. Datos:

$V\ (H_2) = 100\ L$; $p = 10^5\ Pa$; $T = 273\ K$; m (muestra) = 400 g

Incógnitas: *riqueza* (K)

— Escribimos la ecuación ajustada:

$$2\ K(s) + 2\ H_2O(l) \rightarrow 2\ KOH(aq) + H_2(g) \uparrow$$

— Calculamos la masa de K necesaria para obtener 100 L de H_2, medido en condiciones estándar. Para ello, aplicaremos el volumen molar en condiciones estándar y nos fijaremos en la estequiometría de la reacción:

A_r (K): 39,10; M (K): $39{,}10\ g \cdot mol^{-1}$

$$100\ \cancel{L\ H_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ H_2}}{22{,}7\ \cancel{L\ H_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{mol\ K}}{1\ \cancel{mol\ H_2}} \cdot \frac{39{,}10\ g\ K}{1\ \cancel{mol\ K}} =$$

$$= 344\ g\ K$$

— Hallamos la riqueza de la muestra en K:

$$\text{Riqueza (K)} = \frac{m\ (K)}{m\ (\text{muestra})} = \frac{344\ g}{400\ g} \cdot 100 = 86{,}0\ \%\ m/m$$

45. Datos:

m (muestra) = 0,50 g; $V\ (H_2S) = 100\ mL = 1{,}00 \cdot 10^{-4}\ m^3$

$$p = 760\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{\cancel{1\ atm}}{760\ \cancel{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{\cancel{1\ atm}} =$$

$$= 1{,}01 \cdot 10^5\ Pa$$

$T = (27 + 273)\ K = 300\ K$

Incógnitas: *pureza* (FeS)

— Escribimos la ecuación ajustada:

$$FeS(s) + 2\ HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2S(g)$$

— Calculamos la cantidad de H_2S mediante la ecuación de estado de los gases ideales, teniendo en cuenta las condiciones de presión y temperatura:

$$n\,(H_2S) = \frac{p\,V}{R\,T} =$$

$$= \frac{1{,}01 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot mol^{-1} \cdot 300\ \cancel{K}} = 4{,}05 \cdot 10^{-3}\ mol$$

— Determinamos la masa de FeS que se produce en la reacción:

M_r (FeS): $1 \cdot 55{,}85 + 1 \cdot 32{,}07 = 87{,}92$

M (FeS): $87{,}92\ g \cdot mol^{-1}$

$$4{,}05 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol\ H_2S} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ FeS}}{1\ \cancel{mol\ H_2S}} \cdot \frac{87{,}92\ g\ FeS}{1\ \cancel{mol\ FeS}} =$$

$$= 0{,}356\ g\ FeS$$

— Hallamos la pureza de la muestra en FeS:

$$\text{Pureza (FeS)} = \frac{m\ (FeS)}{m\ (\text{muestra})} = \frac{0{,}356\ g}{0{,}50\ g} \cdot 100 = 71\ \%\ m/m$$

46. Datos:

m (cinabrio) = 1,00 kg; Riqueza (HgS) = 80 % m/m

d (Hg) = 13 600 $g \cdot L^{-1}$; $p = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa; T = 273 K

Incógnitas: a) V(Hg); b) V(aire)

Escribimos la ecuación ajustada:

$$HgS(s) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + Hg(l)$$

a) Calculamos el volumen de Hg que se forma, teniendo en cuenta la riqueza de la muestra, la densidad del Hg y la estequiometría de la reacción:

M_r (HgS): $1 \cdot 200{,}59 + 1 \cdot 32{,}07 = 232{,}66$

M (HgS): $232{,}66\ g \cdot mol^{-1}$

A_r(Hg): 200,59; A (Hg): $200{,}59\ g \cdot mol^{-1}$

$$1\ \cancel{kg\ cinabrio} \cdot \frac{1000\ \cancel{g\ cinabrio}}{1\ \cancel{kg\ cinabrio}} \cdot \frac{80{,}0\ \cancel{g\ HgS}}{100\ \cancel{g\ cinabrio}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ HgS}}{232{,}66\ \cancel{g\ HgS}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Hg}}{1\ \cancel{mol\ HgS}} \cdot \frac{200{,}59\ \cancel{g\ Hg}}{1\ \cancel{mol\ Hg}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ L\ Hg}{13\,600\ \cancel{g\ Hg}} = 0{,}0507\ L\ Hg = 50{,}7\ mL\ Hg$$

b) Hallamos el volumen de aire requerido, sabiendo que el aire contiene el 21 % v/v de O_2:

$$1\ \cancel{kg\ cinabrio} \cdot \frac{1000\ \cancel{g\ cinabrio}}{1\ \cancel{kg\ cinabrio}} \cdot \frac{80{,}0\ \cancel{g\ HgS}}{100\ \cancel{g\ cinabrio}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ HgS}}{232{,}66\ \cancel{g\ HgS}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ O_2}}{1\ \cancel{mol\ HgS}} \cdot \frac{22{,}7\ \cancel{L\ O_2}}{1\ \cancel{mol\ O_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{100\ \cancel{L\ aire}}{21\ \cancel{L\ O_2}} = 372\ L\ aire$$

7 LA INDUSTRIA QUÍMICA Y EL MEDIO AMBIENTE

Págs. 105 y 106

47. Productos intermedios: amoníaco, cloro, ácido nítrico y carbonato de sodio.

Productos finales: jabón, vidrio, papel y cosméticos.

Los productos intermedios pertenecen a la industria química de base y los productos finales, a la industria de transformación.

48 1.ª imagen: lluvia ácida.

2.ª imagen: efecto invernadero.

3.ª imagen: destrucción de la capa de ozono.

49. Investigamos en Internet. Proponemos el siguiente enlace:

http://links.edebe.com/q38yr

Este proceso corresponde a la industria química de base, ya que el ácido sulfúrico se utiliza como producto intermedio para la fabricación de otros productos destinados al consumo directo. Por ejemplo, se emplea en la fabricación de pinturas, fertilizantes, pilas o baterías para coches.

50. Buscamos en Internet las aplicaciones de los distintos aceros según su composición. Sugerimos consultar este enlace:

http://www.upv.es/materiales/Fcm/Fcm13/fcm13_2.html

A continuación, rellenamos en nuestro cuaderno una tabla como la siguiente y la comparamos con la de los demás compañeros:

Nombre del acero	Composición	Aplicaciones

51. El proceso Solvay es el nombre del proceso de obtención de carbonato de sodio más importante a nivel industrial. Las materias primas son el cloruro de sodio (NaCl), el amoníaco (NH_3) y la caliza ($CaCO_3$). El proceso consta de varias etapas:

- Descomposición de la caliza:

$$CaCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} CaO\,(s) + CO_2(g)$$

- Obtención del hidrogenocarbonato de amonio:

$$CO_2(g) + NH_4OH(aq) \rightarrow NH_4HCO_3(aq)$$

- Precipitación del hidrogenocarbonato de sodio:

$$NH_4HCO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow NaHCO_3(s) + NH_4Cl(aq)$$

- Obtención del carbonato de sodio por calcinación:

$$2\ NaHCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$$

- Reacciones secundarias:

$$CaO(s) + H_2O(l) \rightarrow Ca(OH)_2(aq)$$

$$2\ NH_4Cl(aq) + Ca(OH)_2(aq) \rightarrow 2\ NH_4OH(aq) + CaCl_2(s)$$

La reacción química global que representa al proceso es la siguiente:

$$CaCO_3(s) + 2\ NaCl(aq) \rightarrow Na_2CO_3(aq) + CaCl_2(aq)$$

— Elaboramos una presentación en PowerPoint, incluyendo además un diagrama de flujo del proceso.

52. Entramos en los enlaces propuestos y leemos con atención las noticias que aparecen.

a) El nuevo adhesivo es biocompatible, es decir, se trata de un material que puede ser utilizado en implantes y prótesis para el cuerpo humano. Destaca por dos propiedades: no se disuelve en la sangre y es lo suficientemente elástico como para sellar dos partes de un corazón que late.

b) Funciona mediante un mecanismo físico: el polímero se enreda físicamente con el colágeno y otras proteínas de la superficie del tejido.

c) Este descubrimiento pertenece al campo de la biomedicina.

53. Respuesta sugerida: Estructuramos la presentación con los siguientes puntos y proponemos el contenido básico que debemos ampliar buscando en Internet:

— *Repercusión de la industria química sobre el medio ambiente.*

La industria química contamina el medio ambiente en forma de emisiones a la atmósfera, vertidos al suelo o a aguas superficiales, almacenamientos de residuos industriales y ruidos en el entorno.

Entre las industrias más contaminantes destacan la metalúrgica, la papelera, la industria del cloro y la de los fertilizantes.

— *Tratamiento de desechos y residuos.*

Reciclaje de residuos sólidos, aprovechamiento de emisiones gaseosas, depuración de aguas residuales.

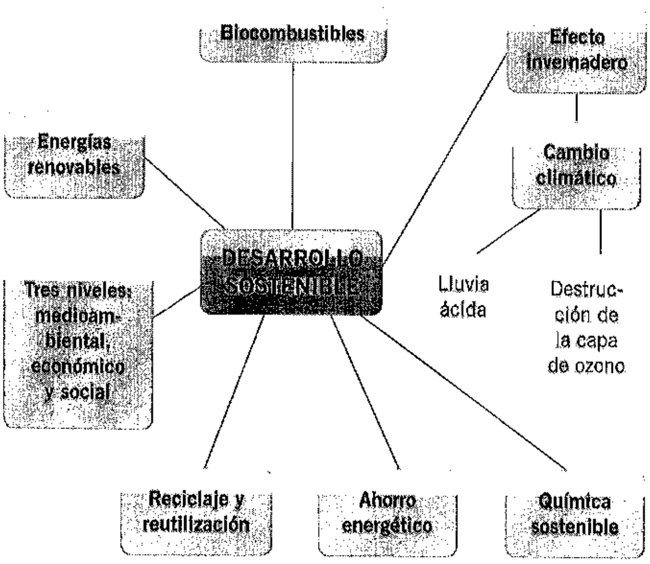
— *Medidas para el desarrollo sostenible.*

Uso de materiales biodegradables, reutilización y reciclaje, valorización de subproductos, mejora de la eficiencia energética de los procesos, etc.

54. Hacen referencia a la *biodegradabilidad:* consiste en crear productos que se puedan integrar en los ciclos de la naturaleza en un plazo más o menos corto.

— En el coloquio, proponemos poner ejemplos de materiales biodegradables junto con su tiempo de descomposición medio. Por ejemplo: el papel, que tarda en descomponerse de dos a cinco meses.

55. Respuesta sugerida:



— Comparamos el mapa con el de nuestros compañeros y lo completamos.

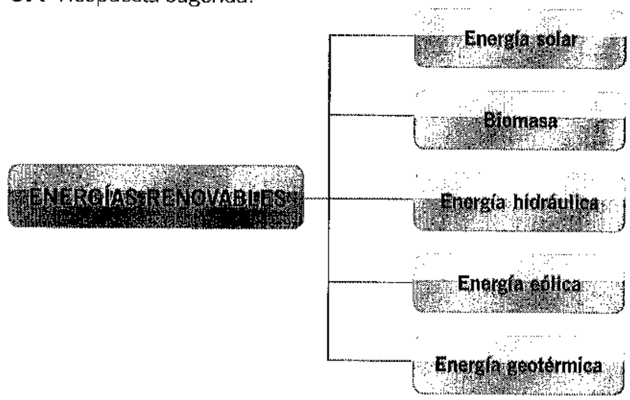
56. Respuesta sugerida:

— El incremento de la temperatura del Ártico producirá que se deshaga la capa de hielo que lo cubre, elevándose el nivel del mar y provocando una mayor evaporación de agua. Habrá, por tanto, más tormentas y nevadas. Este hecho supone un gran riesgo para las personas que viven en zonas costeras y en pequeñas islas.

— Según esta predicción, el aumento de la temperatura media del planeta está directamente relacionado con la frecuencia de huracanes. Además, como el nivel de los océanos se va a elevar, ya que este calentamiento implica el deshielo de los glaciares polares y el incremento de la temperatura del mar, los huracanes tendrán más potencia y serán más destructivos.

— Una consecuencia del cambio climático global es que el hemisferio norte se está volviendo más cálido que el hemisferio sur. Este cambio podría aumentar o disminuir la precipitación estacional, haciendo que algunas zonas sean más húmedas y otras más secas que en la actualidad. Entre estas precipitaciones estacionales están las lluvias tropicales.

57. Respuesta sugerida:



58. Buscamos información en Internet y la estructuramos.

Respuesta sugerida:

Las etapas del proceso de producción de bioetanol son las siguientes:

— *Acondicionamiento y pretratamiento de las materias primas.*

Molienda y secado del cereal o residuo lignocelulósico.

— *Hidrólisis.*

Proceso químico que divide la molécula de celulosa por la acción de la molécula de agua. Las complejas estructuras de la celulosa (celulosa, hemicelulosa y lignina) se convierten en azúcares fermentables, principalmente, glucosa ($C_6H_{12}O_6$).

— *Fermentación.*

La glucosa se transforma en etanol y dióxido de carbono mediante la acción de levaduras en condiciones anaeróbicas, es decir, sin presencia de oxígeno. La reacción química que representa este proceso es la siguiente:

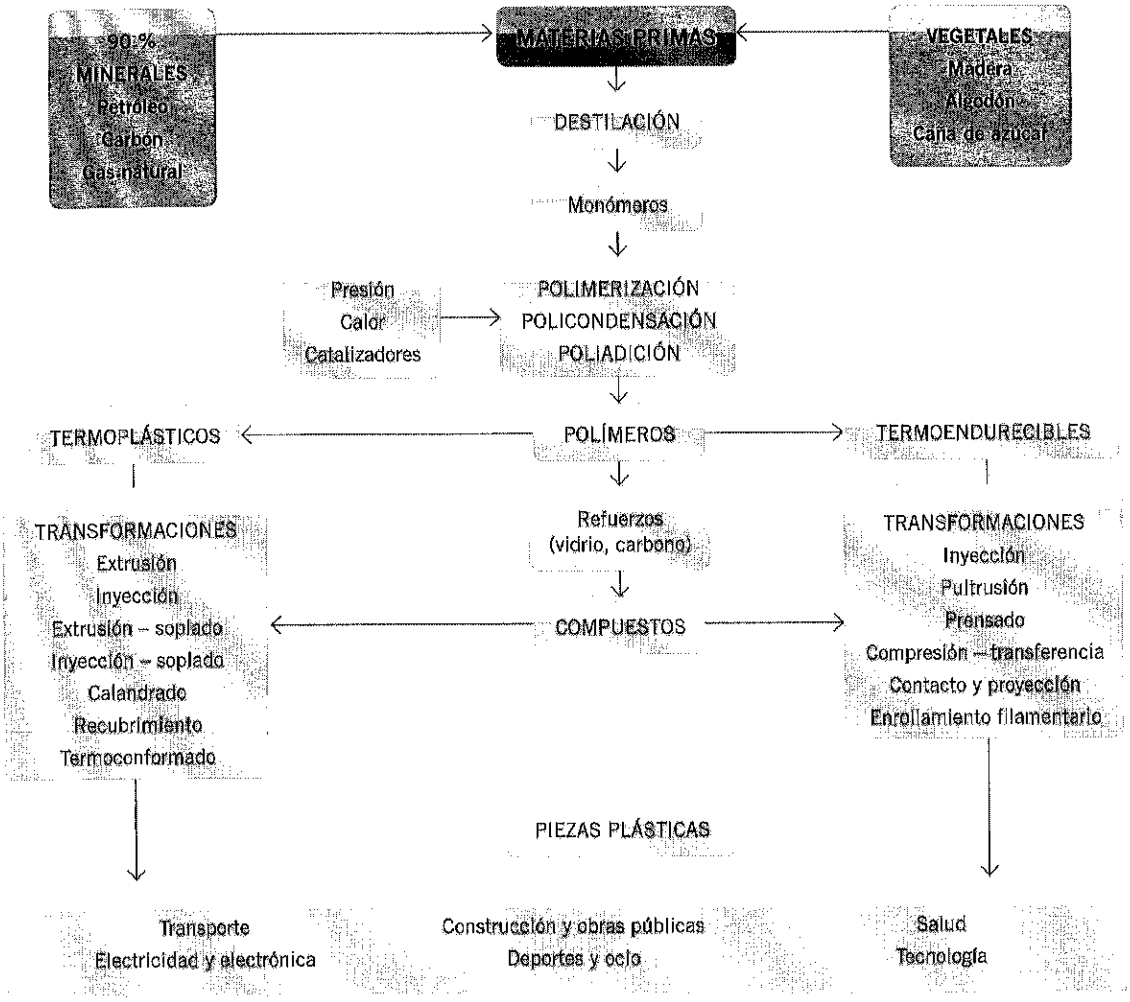
$$C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2\ C_2H_6O(l) + 2\ CO_2(g)$$

— *Destilación.*

Purificación del etanol obtenido, eliminando el agua y aumentando su concentración en alcohol. Se calienta la mezcla, el alcohol se va evaporando (tiene una temperatura de ebullición menor que la del agua) y después se recupera por condensación.

Aplicaciones actuales del bioetanol: combustible renovable para automoción y aditivo para las gasolinas convencionales.

59. Recopilamos información haciendo una búsqueda en Internet y elaboramos un esquema con las etapas del proceso:



A continuación, citamos algunas de las aplicaciones de los polímeros en biomedicina:

- Poliestireno: se utiliza en prótesis de cadera y cajas destinadas a la conservación de sangre y órganos de trasplantes.
- Policarbonato: de este material se fabrican las válvulas de seguridad de máscaras respiratorias.
- C: usado en equipos de anestesia.
- Siliconas: utilizadas para prótesis de pecho.
- Polímero de cristal líquido: utilizado en grapas quirúrgicas o instrumental dental.

Como entre otras propiedades los polímeros destacan por ser materiales ligeros, tienen una amplia gama de aplicaciones en el sector aeronáutico:

- Polimetacrilato de metilo: usado en la fabricación de las ventanas de los aviones.
- Polifluoruro de vinilideno: utilizado en el recubrimiento de cables en los aviones.
- Resinas epoxi: se encuentran en los adhesivos que se usan para fabricar los aviones.
- Poliéter éter cetona (PEEK): se usa en tornillos, tuercas, engranajes, etc.

— Elaboramos una presentación en formato digital (por ejemplo, en Prezi o PowerPoint) en la que estructuramos la información anterior.

60. Respuesta sugerida:

«El cambio climático disparará las temperaturas máximas en España hasta los 55 grados»

http://links.edebe.com/p8

«España será uno de los países más perjudicados por el cambio climático»

http://links.edebe.com/vrzd

«El cambio climático desde 1950 no tiene precedentes durante décadas»

http://links.edebe.com/rmayn

61. Debemos elaborar un trabajo bien estructurado, que recoja los siguientes contenidos:

Definición.

El protocolo de Kioto es un acuerdo internacional sobre cambio climático realizado en Kioto (Japón) donde los gobiernos del planeta acordaron reducir las emisiones de los gases (GEI: gases de efecto invernadero) que producen el calentamiento global.

Objetivo.

Reducir las emisiones de seis GEI que causan el calentamiento global: dióxido de carbono (CO_2), gas metano (CH_4), óxido nitroso (N_2O), hidrofluorocarbonos (HFC), perfluorocarbonos (PFC)h y hexafluoruro de azufre (SF_6), en un porcentaje aproximado de al menos un 5 %, dentro del período que comprendía desde el año 2008 al 2012, en comparación con las emisiones de 1990.

En el año 2012, la decimoctava Conferencia de las Partes sobre cambio climático ratificó el segundo período de vigencia del protocolo de Kioto desde el 1 de enero de 2013 hasta el 31 de diciembre de 2020. Sin embargo, este proceso denotó un débil compromiso de los países industrializados, tales como Estados Unidos, Rusia, Japón y Canadá, los cuales decidieron no respaldar la prórroga.

Ámbito de aplicación.

Los compromisos contraídos varían de un país a otro. Así, el objetivo de recorte global del 5 % sobre los niveles de GEI de 1990 para los países desarrollados oscila entre el recorte del 28 % de Luxemburgo y el 21 % de Dinamarca y Alemania; y un incremento máximo de las emisiones del 25 % en Grecia y de un 27 % en Portugal.

SÍNTESIS

Pág. 106

62. Datos:

$m\,(CaH_2) = 30{,}0\ g$; $m\,(H_2O) = 30{,}0\ g$

$$p = 745\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{1\ \cancel{atm}}{760\ \cancel{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} =$$

$$= 9{,}93 \cdot 10^4\ Pa$$

$T = (20 + 273)\ K = 293\ K$; $V\,(H_2\ \text{obtenido}) = 34{,}0\ L$

Incógnitas: a) m (reactivo exceso); b) $V(H_2)$; c) rendimiento

Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$CaH_2(s) + 2\ H_2O(l) \rightarrow Ca\,(OH)_2(aq) + 2\ H_2(g)\uparrow$$

a) — Calculamos la cantidad de cada reactivo, en moles:

$M_r\,(CaH_2)$: $1 \cdot 40{,}08 + 2 \cdot 1{,}01 = 42{,}10$

$M\,(CaH_2)$: $42{,}10\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r\,(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$

$M\,(H_2O)$: $18{,}02\ g \cdot mol^{-1}$

$$30{,}0\ \cancel{g\ CaH_2} \cdot \frac{1\ mol\ CaH_2}{42{,}10\ \cancel{g\ CaH_2}} = 0{,}713\ mol\ CaH_2$$

$$30{,}0\ \cancel{g\ H_2O} \cdot \frac{1\ mol\ H_2O}{18{,}02\ \cancel{g\ H_2O}} = 1{,}66\ mol\ H_2O$$

— Determinamos qué reactivo es el limitante y cuál está en exceso, aplicando la relación molar entre ambos:

$$0{,}713\ \cancel{mol\ CaH_2} \cdot \frac{2\ mol\ H_2O}{1\ \cancel{mol\ CaH_2}} = 1{,}43\ mol\ H_2O$$

Se necesitan 1,43 mol de H_2O para que reaccione todo el CaH_2. Como tenemos más cantidad de H_2O, el reactivo limitante es el CaH_2 y el reactivo en exceso es el H_2O.

— Determinamos el exceso de H_2O:

Exceso $(H_2O) = (1{,}43 - 1{,}66)\ mol\ H_2O = 0{,}23\ mol\ H_2O$

$$m\,(H_2O) = 0{,}23\ \cancel{mol\ H_2O} \cdot \frac{18{,}02\ g\ H_2O}{1\ \cancel{mol\ H_2O}} = 4{,}1\ g\ H_2O$$

b) — Determinamos la cantidad de H_2 que se genera en la reacción, a partir de la cantidad de reactivo limitante:

$$0{,}713\ \cancel{mol\ CaH_2} \cdot \frac{2\ mol\ H_2}{1\ \cancel{mol\ CaH_2}} = 1{,}43\ mol\ H_2$$

— Calculamos el volumen que ocupa la cantidad de H_2 mediante la ecuación de estado de los gases ideales, teniendo en cuenta las condiciones de presión y temperatura:

$$V\,(H_2) = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$V\,(H_2) = \frac{1{,}43\ \cancel{mol} \cdot 8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot m^3 \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot 293\ \cancel{K}}{9{,}93 \cdot 10^4\ \cancel{Pa}} =$$

$$= 0{,}0351\ m^3\ NH_3 = 35{,}1\ L$$

c) Calculamos el rendimiento de la reacción relacionando el volumen de gas obtenido y el teórico, ambos a las mismas condiciones de presión y temperatura:

$$\text{Rendimiento} = \frac{V\ (\text{obtenido})}{V\ (\text{teórico})} = \frac{34{,}0\ L}{35{,}1\ L} \cdot 100 = 96{,}9\ \%$$

63. Datos:

m (muestra) $= 1{,}0\ t$; Riqueza $(SiO_2) = 93\ \%\ m/m$

$$p = 705\ \cancel{mmHg} \cdot \frac{1\ \cancel{atm}}{760\ \cancel{mmHg}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ Pa}{1\ \cancel{atm}} =$$

$$= 9{,}40 \cdot 10^4\ Pa$$

$T = (20 + 273)\ K = 293\ K$; $V\,(H_2\ \text{obtenido}) = 34{,}0\ L$

Incógnitas: a) $m\,(SiC)$; b) $m\,(C)$; c) $V(CO_2)$

Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$SiO_2(s) + 2\ C(s) \rightarrow SiC(s) + CO_2(g)$$

a) Calculamos la cantidad de SiC aplicando factores de conversión, fijándonos en la estequiometría de la reacción y considerando la riqueza de la muestra en SiO_2:

$M_r\,(SiO_2)$: $1 \cdot 28{,}09 + 2 \cdot 16{,}00 = 60{,}09$;

$M\,(SiO_2)$: $60{,}09\ g \cdot mol^{-1}$;

$M_r\,(SiC)$: $1 \cdot 28{,}09 + 1 \cdot 12{,}01 = 40{,}10$;

$M\,(SiC)$: $40{,}10\ g \cdot mol^{-1}$

$$1{,}0\ \cancel{t\ muestra} \cdot \frac{10^6\ \cancel{g\ muestra}}{1\ \cancel{t\ muestra}} \cdot \frac{93\ \cancel{g\ SiO_2}}{100\ \cancel{g\ muestra}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ SiO_2}}{60{,}09\ \cancel{g\ SiO_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ SiC}}{1\ \cancel{mol\ SiO_2}} \cdot \frac{40{,}10\ g\ SiC}{1\ \cancel{mol\ SiC}} =$$

$$= 6{,}2 \cdot 10^5\ g\ SiC = 0{,}62\ t$$

b) Hallamos la cantidad de C necesaria de la misma manera:

A_r (C): 12,01; M (C): 12,01 g · mol^{-1}

$$1{,}0\ \cancel{\text{t muestra}} \cdot \frac{10^6\ \cancel{\text{g muestra}}}{1\ \cancel{\text{t muestra}}} \cdot \frac{93\ \cancel{\text{g SiO}_2}}{100\ \cancel{\text{g muestra}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol SiO}_2}}{60{,}09\ \cancel{\text{g SiO}_2}} \cdot \frac{2\ \cancel{\text{mol C}}}{1\ \cancel{\text{mol SiO}_2}} \cdot \frac{12{,}01\ \text{g SiC}}{1\ \cancel{\text{mol C}}} =$$

$$= 3{,}7 \cdot 10^5\ \text{g C} = 0{,}37\ \text{t}$$

c) Determinamos la cantidad de CO_2 que se obtiene en la reacción y calculamos el volumen que ocupa mediante la ecuación de estado de los gases ideales:

$$1{,}0\ \cancel{\text{t muestra}} \cdot \frac{10^6\ \cancel{\text{g muestra}}}{1\ \cancel{\text{t muestra}}} \cdot \frac{93\ \cancel{\text{g SiO}_2}}{100\ \cancel{\text{g muestra}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol SiO}_2}}{60{,}09\ \cancel{\text{g SiO}_2}} \cdot \frac{1\ \text{mol CO}_2}{1\ \cancel{\text{mol SiO}_2}} = 1{,}5 \cdot 10^4\ \text{mol CO}_2$$

$$V\ (H_2) = \frac{n\ R\ T}{p}$$

$$V\ (H_2) = \frac{1{,}5 \cdot 10^4\ \cancel{\text{mol}} \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \text{m}^3 \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot 293\ \cancel{\text{K}}}{9{,}40 \cdot 10^4\ \cancel{\text{Pa}}} =$$

$$= 4{,}0 \cdot 10^2\ \text{m}^3$$

64. Datos: m (mineral) = 500 kg; Riqueza ($CuCO_3$) = 20 % m/m
V (HNO_3) = 100 L; d (HNO_3) = 1,390 g · cm^{-3} = 1390 g · L^{-1}

Pureza (HNO_3) = 65 % m/m; Rendimento = 86 %

Incógnitas: a) ecuación química; b) reactivo en exceso; c) m ($Cu(NO_3)_2$)

a) Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente a la reacción que se describe:

$$CuCO_3(s) + 2\ HNO_3(aq) \rightarrow Cu\ (NO_3)_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

b) Determinamos cuál es el reactivo limitante y cuál queda en exceso, aplicando la relación molar entre ellos. Para ello, cuantificaremos antes la cantidad que tenemos de cada reactivo:

M_r ($CuCO_3$): 1 · 63,55 + 1 · 12,01 + 3 · 16,00 = 123,56

M ($CuCO_3$): 123,56 g · mol^{-1}

M_r (HNO_3): 1 · 1,01 + 1 · 14,01 + 3 · 16,00 = 63,02

M (HNO_3): 63,02 g · mol^{-1}

$$500\ \cancel{\text{kg mineral}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{g mineral}}}{1\ \cancel{\text{kg mineral}}} \cdot \frac{20\ \cancel{\text{g CuCO}_3}}{100\ \cancel{\text{g mineral}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \text{mol CuCO}_3}{123{,}56\ \cancel{\text{g CuCO}_3}} = 8{,}1 \cdot 10^2\ \text{mol CuCO}_3$$

$$100\ \cancel{\text{L HNO}_3} \cdot \frac{1390\ \text{g HNO}_3\ \cancel{\text{en disolución}}}{1\ \cancel{\text{L HNO}_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{65\ \cancel{\text{g HNO}_3}}{100\ \text{g HNO}_3\ \cancel{\text{en disolución}}} \cdot \frac{1\ \text{mol HNO}_3}{63{,}02\ \cancel{\text{g HNO}_3}} =$$

$$= 1{,}4 \cdot 10^3\ \text{mol HNO}_3$$

$$8{,}1 \cdot 10^2\ \cancel{\text{mol CuCO}_3} \cdot \frac{2\ \text{mol HNO}_3}{1\ \cancel{\text{mol CuCO}_3}} =$$

$$= 1{,}6 \cdot 10^3\ \text{mol HNO}_3$$

Se necesitan 1,6 · 10^3 moles de HNO_3 para que reaccione todo el $CuCO_3$. Como tenemos menos moles de HNO_3 (1,4 · 10^3 mol), el HNO_3 es el reactivo limitante y el $CuCO_3$ es el reactivo en exceso.

c) Hallamos la cantidad de $Cu(NO_3)_2$ que se forma en la reacción, a partir de los moles de reactivo limitante y teniendo en cuenta la estequiometría y el rendimiento de la reacción:

M_r ($Cu(NO_3)_2$): 1 · 63,55 + 2 · 14,01 + 6 · 16,00 = 187,57

M ($Cu(NO_3)_2$): 187,57 g · mol^{-1}

$$1{,}4 \cdot 10^3\ \cancel{\text{mol HNO}_3} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol Cu(NO}_3)_2}}{2\ \cancel{\text{mol HNO}_3}} \cdot$$

$$\cdot \frac{187{,}57\ \cancel{\text{g Cu(NO}_3)_2}}{1\ \cancel{\text{mol Cu(NO}_3)_2}} \cdot \frac{86\ \text{g Cu(NO}_3)_2\ \text{obtenidos}}{100\ \cancel{\text{g Cu(NO}_3)_2}\ \text{teóricos}} =$$

$$= 1{,}1 \cdot 10^6\ \text{g Cu(NO}_3)_2\ \text{obtenidos} =$$

$$= 1{,}1 \cdot 10^3\ \text{kg Cu (NO}_3)_2\ \text{obtenidos}$$

65. a) $C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2\ C_2H_6O(l) + 2\ CO_2(g)$

b) Interpretación atómico-molecular: una entidad molecular de glucosa produce (en ausencia de oxígeno y bajo la acción de levaduras) dos entidades moleculares de etanol y dos entidades moleculares de dióxido de carbono.

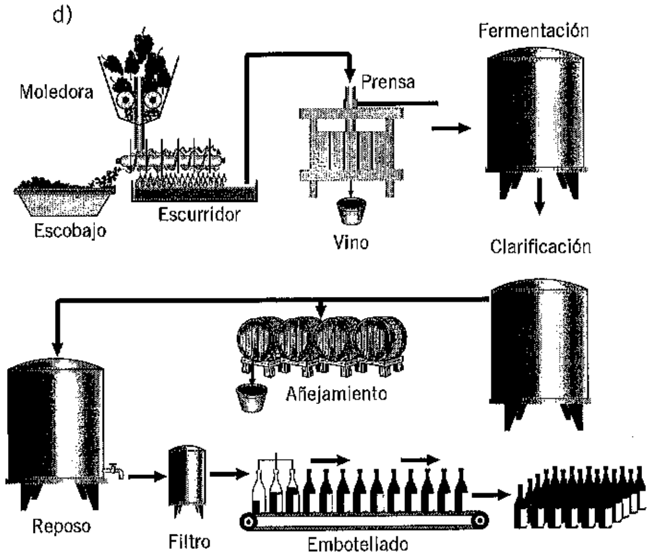
Interpretación molar: un mol de glucosa produce (en ausencia de oxígeno y bajo la acción de levaduras) dos moles de etanol y dos moles de dióxido de carbono.

Según el mecanismo de intercambio, se trata de una reacción de descomposición.

c) Entre las aplicaciones de esta reacción están la elaboración de cerveza y de vino, o la fabricación de bioetanol.

Cuando se aplica este proceso a nivel industrial, se trata de industria química de transformación, ya que el producto obtenido suele estar destinado al consumo directo.

d)



Uno de los principales problemas medioambientales que plantea la industria de elaboración de vinos es la contaminación de las aguas.

Durante el prensado y la limpieza de la maquinaria, se genera una serie de vertidos residuales que contaminan las aguas.

A su vez, la fermentación alcohólica genera una serie de emisiones sobre la atmósfera, como es el caso del dióxido de carbono, uno de los gases del efecto invernadero.

66. a) $CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 3\ H_2(g)$

Según el criterio de las partículas intercambiadas, la reacción anterior es de oxidación-reducción (redox). El carbono se oxida (pasa de estado oxidación –4 a +4) y el hidrógeno se reduce (pasa de estado de oxidación +1 a cero).

b) El gas de síntesis puede contener cantidades variables de monóxido de carbono e hidrógeno, según el método por el que se haya obtenido y la mezcla que se desee. Entre sus numerosas aplicaciones destaca la fabricación de amoníaco y de metanol. En estos casos, el gas de síntesis interviene en la fabricación de productos que, a su vez, servirán como materia prima para la elaboración de otros. Se trata, por tanto, de industria química de base.

67. Datos:

$V\ [H_2O_2(aq)] = 25\ mL = 0{,}025\ L$; $V\ [H_2SO_4(aq)] = 10\ mL$

$c\ (KMnO_4) = 0{,}020\ mol \cdot L^{-1}$;

$V\ [KMnO_4(aq)] = 25\ mL = 0{,}025\ L$

Incógnitas: a) tipo de reacción; b) $c\ (H_2O_2)$; c) $V(O_2)$

La reacción química ajustada es la siguiente:

$$3\ H_2SO_4(aq) + 2\ KMnO_4(aq) + 5\ H_2O_2(aq) \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\ MnSO_4(aq) + 5\ O_2(g) + K_2SO_4(aq) + 8\ H_2O(l)$$

a) Reacción redox. El oxígeno se oxida (pasa de estado de oxidación –2 a cero) y el manganeso se reduce (pasa de estado de oxidación +7 a +2).

b) Para calcular la molaridad de la disolución de H_2O_2, debemos tener en cuenta la estequiometría de la ecuación química ajustada y la definición de molaridad:

$$c\ (KMnO_4) = \frac{n\ (KMnO_4)}{V\ [KMnO_4(aq)]}$$

$$n\ (KMnO_4) = 0{,}020\ mol \cdot \cancel{L^{-1}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ mol$$

$$5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{mol\ KMnO_4} \cdot \frac{5\ mol\ H_2O_2}{2\ \cancel{mol\ KMnO_4}} =$$

$$= 1{,}3 \cdot 10^{-3}\ mol\ H_2O_2\ \text{reaccionan}$$

Como la cantidad de H_2O_2 que reacciona está contenida en 25 mL de disolución:

$$c\ (H_2O_2) = \frac{n\ (H_2O_2)}{V\ [H_2O_2(aq)]} = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-3}\ mol\ H_2O_2}{0{,}025\ L} =$$

$$= 0{,}052\ mol \cdot L^{-1}$$

c) Calculamos el volumen de oxígeno producido en la reacción partiendo de la cantidad de $KMnO_4$, fijándonos en la estequiometría de la reacción y aplicando el volumen molar en condiciones estándar:

$$5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \cancel{mol\ KMnO_4} \cdot \frac{5\ \cancel{mol\ O_2}}{2\ \cancel{mol\ KMnO_4}} \cdot \frac{22{,}7\ L\ O_2}{1\ \cancel{mol\ O_2}} =$$

$$= 0{,}028\ L\ O_2$$

Evaluación (Pág. 108)

1. a) Falso. La digestión constituye un cambio químico, ya que se modifica la naturaleza de los compuestos que intervienen. Los alimentos se transforman en otros compuestos que el cuerpo humano es capaz de absorber.

b) Falso. No se modifica la naturaleza del compuesto, en todos los casos es agua. Se trata de un cambio físico.

c) Verdadero. El gas no se transforma en otro compuesto diferente. Por tanto, es un cambio físico.

d) Verdadero. Las plantas absorben dióxido de carbono y agua, y los transforman en oxígeno y glucosa (otras sustancias de naturaleza distinta).

2. a) No ajustada: $WF_6(g) + H_2O(l) \rightarrow 2\ HF(g) + WOF_4(s)$

b) Ajustada.

c) No ajustada:

$$Fe_2O_3(s) + 6\ HCl(aq) \rightarrow 2\ FeCl_3(aq) + 3\ H_2O(l)$$

3. a) Verdadero. Fijándonos en la estequiometría de la ecuación química ajustada, vemos la relación molar entre ambas sustancias: cuatro moles de cloro producen cuatro moles de dicloruro de diazufre. Por tanto, un mol de cloro producirá un mol de dicloruro de diazufre.

b) Falso, ya que 1 g de Cl_2 reacciona con 1,90 g de S_2Cl_2:

$$\frac{4\ \cancel{mol\ S_2Cl_2}}{4\ \cancel{mol\ Cl_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ Cl_2}}{70{,}9\ g\ Cl_2} \cdot \frac{135{,}04\ g\ S_2Cl_2}{1\ \cancel{mol\ S_2Cl_2}} =$$

$$= \frac{1{,}90\ g\ S_2Cl_2}{1\ g\ Cl_2}$$

c) Verdadero. Si se trata de sustancias gaseosas, medidas en las mismas condiciones de presión y temperatura, la ecuación se puede interpretar también en volumen.

4. La afirmación no contradice la ley de Lavoisier. Debemos tener en cuenta la masa de oxígeno que ha intervenido. Así, la suma de la masa del metal más la del oxígeno es igual a la masa del óxido formado.

5. La opción correcta es la a).

6. La opción correcta es la b).

Datos:

$$V\ (Cl_2) = 112\ \cancel{cm^3} \cdot \frac{1\ m^3}{10^6\ \cancel{cm^3}} = 1{,}12 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

$p = 1{,}5 \cdot 10^5\ Pa$; $T = (30 + 273)\ K = 303\ K$

Incógnitas: m (NaCl)

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente: $2\ Na(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2\ NaCl(aq)$

— Calculamos la cantidad de cloro a partir del volumen que ocupa mediante la ecuación de estado de los gases ideales:

$$n\ (Cl_2) = \frac{P\ V}{R\ T} = \frac{1{,}5 \cdot 10^5\ \cancel{Pa} \cdot 1{,}12 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m^3}}{8{,}31\ \cancel{Pa} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{K^{-1}} \cdot mol^{-1} \cdot 303\ \cancel{K}}$$

$$n\ (Cl_2) = 6{,}7 \cdot 10^{-3}\ mol$$

— Calculamos la masa de NaCl que se obtiene, teniendo en cuenta la estequiometría de la reacción:

M_r (NaCl): $1 \cdot 22{,}93 + 1 \cdot 35{,}45 = 58{,}38$

M (NaCl): $58{,}38\ g \cdot mol$

$$6{,}7 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol\ Cl_2} \cdot \frac{2\ \cancel{mol\ NaCl}}{1\ \cancel{mol\ Cl_2}} \cdot \frac{58{,}38\ g\ NaCl}{1\ \cancel{mol\ NaCl}} =$$

$$= 0{,}78\ g\ NaCl$$

7. La respuesta correcta es la b).

Datos: $m\ (C_3H_8) = 66{,}0\ g$; $m\ (O_2) = 96{,}0\ g$

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente a la combustión del propano:

$$C_3H_8(g) + 5\ O_2(g) \rightarrow 3\ CO_2(g) + 4\ H_2O(l)$$

— Para determinar cuál es el reactivo limitante y cuál es el reactivo en exceso, primero calculamos la cantidad que hay de cada uno y después aplicamos la relación molar entre ellos. Debemos tener en cuenta la estequiometría de la reacción:

$M_r\ (C_3H_8)$: $3 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 44{,}11$

$M\ (C_3H_8)$: $44{,}11\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r(O_2)$: $2 \cdot 16{,}00 = 32{,}00$; $M\ (O_2)$: $32{,}00\ g \cdot mol^{-1}$

$$66{,}0\ \cancel{g\ C_3H_8} \cdot \frac{1\ mol\ C_3H_8}{44{,}11\ \cancel{g\ C_3H_8}} = 1{,}50\ mol\ C_3H_8$$

$$96{,}0\ \cancel{g\ O_2} \cdot \frac{1\ mol\ O_2}{32{,}00\ \cancel{g\ O_2}} = 3{,}00\ mol\ O_2$$

$$1{,}50\ \cancel{mol\ C_3H_8} \cdot \frac{5\ mol\ O_2}{1\ \cancel{mol\ C_3H_8}} = 7{,}5\ mol\ O_2$$

Se necesitan 7,5 mol de O_2 para que reaccione todo el C_3H_8. Como tenemos menos moles de O_2 (3,00 mol), el O_2 es el reactivo limitante y el C_3H_8 está en exceso.

8. La opción correcta es la a).

Datos:

$c\ (H_2SO_4) = 0{,}10\ mol \cdot L^{-1}$; V [NaOH (aq)] $= 40\ mL = 0{,}040\ L$

$c\ (NaOH) = 0{,}10\ mol \cdot L^{-1}$

Incógnitas: $V\ [H_2SO_4(aq)]$

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$H_2SO_4(aq) + 2\ NaOH(g) \rightarrow Na_2SO_4(aq) + 2\ H_2O(l)$$

— Calculamos la cantidad de NaOH que tenemos, aplicando la definición de molaridad:

$$c\ (NaOH) = \frac{n\ (NaOH)}{V\ [NaOH(aq)]}$$

$$n\ (NaOH) = 0{,}10\ mol \cdot \cancel{L^{-1}} \cdot 0{,}040\ \cancel{L} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ mol$$

— Hallamos el volumen de disolución acuosa de H_2SO_4 requerido, teniendo en cuenta la relación molar entre ambas sustancias y la molaridad del H_2SO_4:

$$4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol\ NaOH} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ H_2SO_4}}{2\ \cancel{mol\ NaOH}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ L\ H_2SO_4\ (aq)}{0{,}10\ \cancel{mol\ H_2SO_4}} = 0{,}020\ L\ H_2SO_4 = 20\ mL\ H_2SO_4$$

9. La opción correcta es la c).

Datos: $m\ (C_2H_2) = 20\ g$; Riqueza $(C_2H_2) = 80\ \%$ m/m;

Rendimiento = 70 %

Incógnitas: $m\ (C_2H_6O)$

— Comprobamos que la ecuación química está ajustada:

$$C_2H_2(g) + H_2O(l) \rightarrow C_2H_3OH(l)$$

— Determinamos la masa teórica que se obtiene de C_2H_3OH a partir de la estequiometría de la reacción. Tenemos que considerar la riqueza de la muestra en C_2H_2:

$M_r\ (C_2H_2)$: $2 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 1{,}01 = 26{,}04$

$M\ (C_2H_2)$: $26{,}04\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r(C_2H_3\ OH)$: $2 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 44{,}08$

$M\ (C_2H_3\ OH)$: $44{,}08\ g \cdot mol^{-1}$

$$20\ \cancel{g\ C_2H_2\ muestra} \cdot \frac{80\ \cancel{g\ C_2H_2}}{100\ \cancel{g\ C_2H_2\ muestra}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}}{26{,}04\ \cancel{g\ C_2H_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_2H_3OH}}{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}} \cdot \frac{44{,}08\ g\ C_2H_3OH}{1\ \cancel{mol\ C_2H_3OH}} =$$

$$= 27\ g\ C_2H_3OH$$

— Calculamos la masa de C_2H_3OH obtenida realmente, teniendo en cuenta el rendimiento de la reacción:

$$\text{Rendimiento} = \frac{m\ (C_2H_3OH\ \text{obtenida})}{m\ (C_2H_3OH\ \text{teórica})}$$

$$m\ (C_2H_3OH\ \text{obtenida}) = 27\ g\ C_2H_3OH \cdot 70\ \% = 19\ g\ C_2H_3OH$$

10. Petroquímica: de base. Fabrica productos derivados del petróleo que sirven como materia prima para elaborar otros destinados al consumo directo.

Alimentaria: de transformación. Fabrica alimentos, que son productos finales.

Textil: de transformación. Fabrica productos finales, como puede ser la ropa.

Siderúrgica: de base. Los aceros fabricados sirven como productos intermedios para la elaboración de otros productos.

11. Realizaremos un trabajo de investigación. Buscaremos en Internet noticias y artículos relacionados con el grafeno.

Proponemos también consultar el artículo de Wikipedia sobre el grafeno:

http://es.wikipedia.org/wiki/Grafeno

— Por último, plasmamos en un informe, elaborado en Word, la información sobre el grafeno que hayamos seleccionado. El informe puede contar con los siguientes apartados:

1. Descubrimiento.
2. Composición.
3. Propiedades.
4. Procesos de fabricación.
5. Aplicaciones.

12 CO_2: principal gas de efecto invernadero. Como medidas, proponemos usar combustibles renovables, utilizar vehículos eléctricos, reforestar zonas devastadas por incendios y usar el transporte público.

CFC: gases responsables de la destrucción de la capa de ozono. Para evitar este efecto, sugerimos no usar aerosoles que contengan estos compuestos, sustituir los aparatos de aire acondicionado por ventiladores y recurrir a la arquitectura bioclimática, es decir, utilizar en las viviendas materiales de construcción respetuosos con el medio ambiente a la vez que se aprovechan las condiciones climatológicas de la zona.

SO_2: gas que produce la lluvia ácida. Para prevenirla, se debe reducir el contenido en azufre de los combustibles, tratar y limpiar las emisiones atmosféricas y usar energías renovables.

CH_4: gas de efecto invernadero. Las medidas que deben tomarse son las mismas que para el caso del CO_2.

Zona + (Pág. 109)

— *Fumata blanca*

- Se añaden compuestos químicos distintos a la reacción de combustión.
- Para la fumata blanca se utilizan clorato de potasio, lactosa y colofonia y la quema de papeletas, mientras que para conseguir la fumata negra se queman las papeletas añadiendo perclorato de potasio, antraceno y azufre.
- Tradicionalmente, la fumata blanca se obtenía quemando las papeletas de la votación con paja seca, mientras que la fumata negra se conseguía quemando dichas papeletas con paja húmeda.

— *Científicos en la cocina*

- *Esferificación:* se usa para obtener alimentos líquidos «encapsulados» en esferas y poder decorar los platos. Consiste en la aplicación de un espesante natural procedente de algas (alginato) al líquido que se desea esferificar y que mediante la acción de otra disolución de cloruro de calcio produce la forma de esfera.

  Gelificación: se trata de conseguir que los alimentos tengan la consistencia y la textura de un gel. Para ello, se le añaden agentes gelificantes como el agar (extraído de algas rojas).

  Emulsificación: se mezclan dos alimentos líquidos inmiscibles de forma que una de las fases queda dispersa en la otra. Como las emulsiones son inestables, se añaden emulgentes que estabilizan la mezcla.

- Se logra que los alimentos sometidos a las bajas temperaturas del nitrógeno líquido conserven todas sus características de sabor, color y olor. El nitrógeno líquido cuece los alimentos, igual que el fuego, pero a –196 °C (su temperatura de ebullición).

  El objetivo es acelerar el proceso de cocción de los alimentos.

  La alternativa tradicional es la cocción de los alimentos al fuego.

- Sugerimos los siguientes enlaces:

  http://links.edebe.com/xrfz2

  http://links.edebe.com/chbx

  http://links.edebe.com/enqm

— *Química recreativa*

Los alumnos deben organizarse en grupos de cuatro miembros y elegir entre todos un experimento. Puede resultar de utilidad consultar los enlaces propuestos en el libro del alumno.

Después, cada grupo llevará a cabo el experimento seleccionado en el laboratorio, bajo la supervisión del profesor/a, y grabarán un vídeo.

Por último, los alumnos deben analizar los resultados y discutirlos entre todos los miembros del grupo.

4 Termodinámica

En contexto (Pág. 111)

a. El material necesario es la cerámica, que se coloca sobre el mortero de construcción y, al secar este, ambos materiales quedan unidos. Antoni Gaudí utilizó esta técnica para muchas de sus obras. Por ejemplo, la Sala Hipóstila del Parque Güell y la Casa Batlló.

El deterioro se habría podido prevenir utilizando materiales con coeficientes de dilatación muy similares entre sí.

b. En el vídeo tiene lugar la vaporización. Hay varios cambios de estado: vaporización, condensación, solidificación, fusión y sublimación.

También hay los llamados *cambios de fase*, como son el paso de una estructura cristalográfica a otra, el cambio de un estado magnético a otro, o el paso de material no superconductor a superconductor.

c. En la fotografía pequeña, se podría suponer que hay evaporación del agua que rodea el Palau de les Arts.

Interviene el calor en el frigorífico, el horno, los fogones, las lámparas, las estufas, los radiadores, etc.

La idea principal del frigorífico es extraer en forma de calor la energía térmica que hay en su interior hacia afuera. Es decir, enfocamos la operación de enfriar el recipiente mediante la extracción de la energía térmica de su interior. De esta forma, mantenemos los alimentos de la nevera a una temperatura determinada.

Respuesta según el criterio del estudiante.

Problemas resueltos (Págs. 127 y 128)

1. Datos:

$m_{agua} = 0{,}03$ kg; $c_{agua} = 4180\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;

$c_{etanol} = 2424\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

$T_{0\,agua} = 60\ °\text{C}$; $T_{0\,etanol} = 20\ °\text{C}$; $d_{etanol} = 7{,}89 \cdot 10^2\ \text{km}\cdot\text{m}^{-3}$;

$V_{etanol} = 2{,}0$ mL

— Calculamos la masa del etanol a partir de su densidad:

$$m_{etanol} = 2{,}0 \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \cdot 7{,}89 \cdot 10^2\ \text{km}\cdot\text{m}^{-3} = 0{,}016\ \text{kg}$$

— Hallamos el calor absorbido por el agua:

$$|Q_{agua}| = m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot (T_{0\,agua} - T) =$$

$$= 0{,}03\ \text{kg} \cdot 4180\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (60 - T)\ \text{K}$$

— De la misma forma, calculamos el calor cedido por el etanol:

$$|Q_{etanol}| = m_{etanol} \cdot c_{etanol} \cdot (T - T_{0\,etanol}) =$$

$$= 0{,}0158\ \text{kg} \cdot 2424\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (T - 20)\ \text{K}$$

— Calculamos la temperatura final de equilibrio:

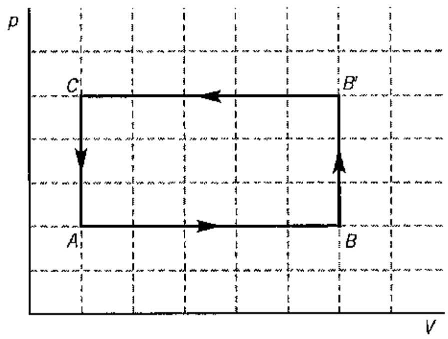
$$0{,}03\ \text{kg} \cdot 4180\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (60 - T)\ \text{K} =$$

$$= 0{,}0158\ \text{kg} \cdot 2424\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (T - 20)\ \text{K};$$

$$125{,}4\,(60 - T) = 38{,}3\,(T - 20) \rightarrow T = 51\ °\text{C}$$

— La temperatura final de la mezcla es de 51 °C.

2. Datos:



Como podemos ver en la figura, los procesos *AB* y *B'C* son procesos isobáricos (a presión constante), mientras que los procesos *BB'* y *CA* son isocóricos (a volumen constante).

Sabemos que el trabajo realizado en los procesos isocóricos es nulo, mientras que el trabajo sobre el sistema en los procesos isobáricos es: $W = -p \cdot \Delta V$.

El trabajo total realizado en el proceso *ABB'CA* es la suma de los trabajos realizados en cada proceso, por lo que solo será la suma del trabajo del proceso *AB* y del proceso *B'C*.

$$W_{ab} = -20\ \text{atm} \cdot (7 - 1{,}5)\text{L} = -110\ \text{atm}\cdot\text{L}$$

$$W_{b'c} = -1\ \text{atm} \cdot (1{,}5 - 7)\text{L} = 5{,}5\ \text{atm}\cdot\text{L}$$

$$W_{total} = W_{ab} + W_{b'c} = -104{,}5\ \text{atm}\cdot\text{L} = -1{,}1 \cdot 10^4\ \text{J}$$

El valor obtenido difiere del resultado del problema resuelto *B* porque, a pesar de que en ambos problemas los estados inicial y final son los mismos, el proceso seguido en cada uno es distinto. Al no ser el trabajo una función de estado, su valor depende del «camino» seguido.

3. Datos: $h = 49{,}5$ m; $c_{agua} = 4180\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \cancel{m} \cdot c \cdot \Delta T \quad \rightarrow \Delta T = \frac{g \cdot h}{c} =$$

$$= \frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 49{,}5\ \text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{K}}{4180\ \text{J}} = 0{,}12\ °\text{C}$$

El mayor incremento posible de temperatura es de 0,12 °C.

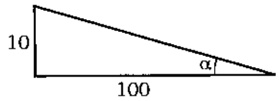
4. Datos:

$$v = 100\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{10^3\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 27{,}78\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$m = 950$ kg; $x = 250$ m

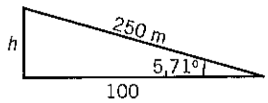
El coche tiene una energía cinética y potencial, la cual se transforma toda en energía calorífica. Por lo tanto, habrá que calcular la energía potencial y cinética del coche antes de que se detenga.

Para determinar la energía potencial tenemos que saber la altura a la que está el coche. En el enunciado nos dicen que el coche baja por una pendiente del 10 %. Mediante la figura siguiente podremos calcular el ángulo de la carretera y, posteriormente, se podrá hallar la altura del coche.



Mediante trigonometría, obtenemos el siguiente ángulo:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{10}{100}\right) = 5{,}71°$$



Con estos datos, procedemos a calcular la altura:

$$h = 250\ \text{m} \cdot \text{sen}(5{,}71°) = 24{,}87\ \text{m}$$

Otra forma más rápida de calcular la altura es también por trigonometría:

$$h = 250 \cdot \frac{10}{100} = 25\,\text{m}$$

La energía potencial será la siguiente:

$$E_p = mgh = 950\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 24{,}87\ \text{m} = 231\,775{,}9\ \text{J} =$$
$$= 2{,}32 \cdot 10^5\ \text{J}$$

La energía cinética será esta:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 950\ \text{kg} \cdot (27{,}78\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 366\,571\ \text{J} =$$
$$= 3{,}67 \cdot 10^5\ \text{J}$$

Por lo que el calor disipado por los frenos será la suma de las energías cinética y potencial:

$$Q = E_p + E_c = 2{,}32 \cdot 10^5\ \text{J} + 3{,}67 \cdot 10^5\ \text{J} = 5{,}99 \cdot 10^5\ \text{J}$$

5. Datos: coef. de rendimiento = η = 1,9

$$\frac{W}{1\,\text{h}} = 0{,}8\ \text{kW}\cdot\text{h} \rightarrow W = \frac{3\,600\ \text{kJ}}{1\ \text{kW}\cdot\cancel{\text{h}}} \cdot 1\ \cancel{\text{h}} = 2{,}88 \cdot 10^6\ \text{J}$$

El calor que se extrae de la habitación en una hora se calculará mediante el coeficiente de rendimiento:

$$\eta = \frac{|Q_b|}{|W|} = \frac{|Q_b|}{2{,}88 \cdot 10^3\ \text{kJ}} \rightarrow |Q_b| = 5{,}5 \cdot 10^6\ \text{J}$$

Hallaremos el calor cedido al exterior mediante la siguiente expresión:

$$|Q_a| = |W| + |Q_b| = 2{,}88 \cdot 10^6\ \text{J} + 5{,}5 \cdot 10^6\ \text{J} = 8{,}4 \cdot 10^6\ \text{J}$$

6. Datos: $|Q_a| = 2{,}10$ kJ; $|W| = 1{,}89$ kJ

Calcularemos el calor cedido por la máquina mediante esta expresión:

$$|Q_a| = |W| + |Q_b|$$

$$2{,}10\ \text{kJ} = 1{,}89\ \text{kJ} + |Q_b| \quad \rightarrow |Q_b| = 0{,}21\ \text{kJ}$$

El coeficiente de rendimiento depende del calor que absorbe la máquina y del trabajo que realiza:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_a|} = \frac{1{,}89\ \cancel{\text{kJ}}}{2{,}10\ \cancel{\text{kJ}}} = 0{,}90 = 90\ \%$$

La variación de energía interna es cero, ya que en una máquina térmica –al ser cíclica– la energía interna no varía, puesto que *U* es una función de estado.

Ejercicios y problemas (Pág. 129 a 132)

1 INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA — Pág. 129

7. Según el *Diccionario de la lengua española,* la termodinámica es la parte de la física en que se estudian las relaciones entre el calor y las restantes formas de energía. Etimológicamente, proviene de los vocablos griegos *thermos* 'caliente, calor' y *dynamis* 'fuerza, potencia'.

8. Dejando la velocidad de las moléculas constante (temperatura constante), podemos apreciar que presión y volumen son inversamente proporcionales (al aumentar la presión, el volumen disminuye) y, además, presión y moléculas son directamente proporcionales (necesitamos ejercitar más presión cuando aumentamos el número de moléculas para mantener el volumen constante). Por lo tanto, podemos afirmar que existe la siguiente relación entre los tres valores:

$$p \cdot V = n \cdot K$$

donde:

p = Presión

V = Volumen

n = Número de moles

K = Constante

9. Algunos sistemas termodinámicos son, por ejemplo, una pompa de jabón, un gas en un recipiente, un virus, una pila eléctrica, el motor de un coche, una caldera, un sólido magnético, un cultivo celular, una probeta que contiene reactivos, etc.

Ejemplos de variables termodinámicas son, entre otros, el volumen, la temperatura, la densidad, la presión y la masa. El volumen y la masa dependen del tamaño del sistema, mientras que la temperatura, la densidad y la presión no dependen del tamaño del sistema.

10. Los estados de equilibrio termodinámico son los estados en los que las variables termodinámicas que describen un determinado sistema están definidos. Por ejemplo, un gas que evoluciona lentamente pasa por sucesivos estados de equilibrio termodinámico.

La ecuación de estado es la ecuación que relaciona variables termodinámicas entre sí. Es una relación característica de cada tipo de sistema.

11. El aire saldrá bruscamente del globo, por lo que no estará en equilibrio termodinámico.

2 EQUILIBRIO TÉRMICO Y TEMPERATURA

Pág. 129

12. El principio cero de la termodinámica fue designado con este nombre por primera vez por Ralph H. Fowler, hacia 1931, cuando la segunda y tercera leyes de la termodinámica ya habían sido establecidas. Y, puesto que se considera la ley más básica de la termodinámica, fue numerada con un número anterior: el 0.

13. Datos: $T(°C) = -67{,}7$ °C

Para pasar un valor de temperatura expresado en grados Celsius a la escala Kelvin, es necesario sumar 273 K y saber que 0 °C = 273,15 K.

Por lo tanto, –67,7 °C son 205,5 K. Y si utilizamos el valor 273, entonces:

$$T(K) = -67{,}7 + 273 = 205{,}3 \text{ K}$$

Por otro lado,

$$T(°F) = T(°C) \cdot \left(\frac{9}{5}\right) + 32 = T(°C) \cdot 1{,}8 + 32$$

En este caso: $T(°F) = -67{,}7 \cdot 1{,}8 + 32 = -89{,}9$ °F

14. Ejemplo donde se cumple la propiedad transitiva: si un número es menor que otro y este otro es menor que un tercero, entonces el primero es menor que el tercero. Asimismo, si un objeto es igual que otro y este otro es igual que un tercero, entonces el primero de ellos es igual que el tercero.

Ejemplo ilustrativo: 3 es menor que 5 y 5 es menor que 6, por lo que 3 es menor que 6.

Ejemplos donde no se cumple: si eres amigo de alguien y este alguien es amigo de otra persona, entonces no tiene por qué ser cierto que tú seas amigo de esta otra persona. Asimismo, si el equipo *A* le gana al equipo *B*, y el equipo *B* al *C*, no quiere decir que el *A* le gane al *C*.

15. Termómetro de alcohol – Longitud de una columna de líquido

Pirómetro – Energía radiada

Termorresistor – Resistencia eléctrica

Termómetro de gas a volumen constante – Presión

16. Tradicionalmente, los termómetros de mercurio han sido los más utilizados para medir la temperatura. Sin embargo, este sencillo y preciso instrumento de medición ha desaparecido de las farmacias europeas a raíz de una directiva comunitaria de 2007 que prohíbe su fabricación y comercialización debido a la toxicidad del mercurio, a los efectos nocivos que puede tener sobre la salud de las personas, y al daño que puede causar si se dispersa en el medio ambiente.

En pequeñas dosis, el mercurio puede afectar al sistema nervioso humano y, en grandes dosis, puede tener efectos fatales para el organismo. El principal problema que plantea este metal es que no se degrada y se dispersa con facilidad por el ambiente, por lo que da lugar a una contaminación muy rápida que, además, se acumula en los seres vivos y se transmite por la cadena alimentaria.

Por este motivo, los termómetros digitales han sustituido a los de mercurio.

17. Se trata de acceder a la web y de realizar las actividades indicadas.

18. Datos: $t_1 = 20°$; $L_1 = 8$ cm; $t_2 = 0°$; $L_2 = 5$ cm; $L_3 = 10$ cm

La temperatura tiene una relación lineal entre *X* (la longitud de la columna de líquido, en este caso *L*) y la temperatura *t*.

$$t = ax + b$$

Sustituyendo los valores proporcionados en el enunciado, obtenemos dos ecuaciones de primer grado.

$$20° = a \cdot 8 \text{ cm} + b$$

$$0° = a \cdot 5 \text{ cm} + b$$

Al tener dos ecuaciones y dos incógnitas, podemos obtener los parámetros *a* y *b* deseados. Estos son:

$$a = 6{,}7° \cdot \text{cm}^{-1}$$

$$b = -33° \cdot \text{cm}^{-1}$$

Al saber los dos parámetros de la relación lineal entre la longitud de la columna de líquido y la temperatura, podemos obtener la temperatura con una longitud de 10 cm.

$$T = 6{,}67° \cdot \text{cm}^{-1} \cdot 10 \text{ cm} + 33° \cdot \text{cm}^{-1} = 34°$$

19. Datos: $p_{tr} = 200$ mmHg; $p = 220$ mmHg

Con la siguiente fórmula podemos obtener la temperatura a la que está el laboratorio:

$$T = 273{,}16 \cdot \frac{p}{p_{tr}}$$

Por lo que obtenemos una temperatura de:

$$T = 273{,}16 \text{ K} \cdot \frac{220 \cancel{\text{mmHg}}}{200 \cancel{\text{mmHg}}} = 300 \text{ K}$$

3 ENERGÍA TRANSFERIDA MEDIANTE CALOR

Pág. 129

20. El calor es una forma de transferencia de energía que tiene lugar entre cuerpos, debido a su diferencia de temperaturas. El calor puede considerarse como la energía térmica que pasa de un cuerpo a otro o al medio. La energía térmica es la parte de la energía interna de un sistema que da lugar a la magnitud termodinámica *temperatura*. La energía térmica corresponde a la energía cinética microscópica y a parte de la energía potencial microscópica. Por otra parte, la temperatura es una magnitud ligada a la distribución energética de las partículas que constituyen un sistema termodinámico, de forma que, si hay suficientes partículas con energía alta, la temperatura resultante es alta. La relación entre ambas magnitudes (temperatura y energía por partícula) no es un simple promedio, sino que viene dada por distribuciones estadísticas especiales, estudiadas por la mecánica estadística.

21. Datos:

$V = 25\ \text{m} \cdot 10\ \text{m} \cdot 1{,}8\ \text{m} = 450\ \text{m}^3 = 450 \cdot 10^3\ \text{dm}^3 =$

$= 450 \cdot 10^3\ \text{kg}$

$T_i = 29\ °\text{C};\ T_f = 30\ °\text{C} \rightarrow \Delta T = 1\ °\text{C}$

$c = 4180\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$

La cantidad de calor necesario está determinada por la siguiente ecuación:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

$Q = 450 \cdot 10^3\ \cancel{\text{kg}} \cdot 4180\ \text{J} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} \cdot 1\ \cancel{°\text{C}} =$

$= 1{,}9 \cdot 10^9\ \text{J}$

22. Datos: $l_0 = 14\ \text{m};\ \Delta T = 40\ °\text{C};\ \lambda = 11 \cdot 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$

Antes de todo, calcularemos la longitud final de los rieles. Al tratarse de una dilatación lineal, lo haremos mediante esta fórmula:

$l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T)$

$l = 14\ \text{m} \cdot (1 + 11 \cdot 10^{-6}\ \cancel{°\text{C}^{-1}} \cdot 40\ \cancel{°\text{C}}) = 14{,}0062\ \text{m}$

A continuación, podemos saber la variación de longitud:

$\Delta l = l - l_0 = 6{,}2\ \text{mm}$

23. Las paredes adiabáticas no permiten el paso de energía térmica a través de ellas. En cambio, las paredes diatérmicas permiten el intercambio de energía por medio de calor.

24. a) La afirmación no es correcta, el calor no sube.

b) Se refiere a que el aire caliente se eleva. El calor es una de las muchas formas de energía; es energía en forma de moléculas en movimiento. Pero no tiene sentido decir que una forma de energía se eleva, desciende o se arrastra de lado. Así que, cuando pensamos en algo que se eleva, queremos decir que se está elevando a través del aire.

25. El agua permanece durante mucho tiempo en nuestra mano, hecho que permite un intercambio de calor prolongado, produciendo graves quemaduras en toda su superficie. Sin embargo, cuando una chispa nos salta en la mano, esta se apaga enseguida y produce una pequeña quemadura sin mayor importancia.

Además, el intercambio de energía entre dos cuerpos no solo viene dado por la diferencia de temperaturas, sino por el valor de la masa en contacto y de los respectivos valores del calor específico. Es decir, además del tiempo de contacto con la mano, hay que tener en cuenta la capacidad calorífica, que es mayor en el caso del agua —al tener más masa— que en la de la chispa de la bengala.

26. Debido al alto valor del calor específico del agua, una cantidad tan grande de agua necesita una transferencia muy alta de energía para poder variar su temperatura unos pocos grados. De esta manera, como el intercambio de calor entre el aire y el agua es constante, el mar y los grandes lagos atenúan las subidas y bajadas de temperatura de las zonas cercanas a ellos.

27. La temperatura fría de la bebida que se transmite al vaso causa el fenómeno de la condensación, que consiste en que un gas pase del estado gaseoso al líquido por disminución de la temperatura. En este caso, la superficie de contacto es el vaso, que actúa como sistema condensador que acumula las gotitas de agua alrededor de la superficie. Estas gotitas provienen del vapor de agua del aire, puesto que siempre hay una cierta cantidad de vapor de agua en el aire.

28. — Al aumentar la presión de un líquido, la temperatura de ebullición de este aumenta.

— La olla a presión es un recipiente hermético para cocinar que puede alcanzar presiones más altas que la atmosférica. Debido a que el punto de ebullición del agua aumenta cuando se incrementa la presión, la presión dentro de la olla permite subir la temperatura de ebullición por encima de 100 °C, en concreto hasta unos 130 °C. La temperatura más alta hace que los alimentos se cocinen más rápidamente, llegando a reducir los tiempos de cocción tradicionales entre tres o cuatro veces.

29. Datos:

$m_{agua} = 0{,}25\ \text{kg};\ m_{term} = 0{,}06\ \text{kg};\ T_{0\,term} = 18\ °\text{C};$

$T_{f\,term} = 47{,}4\ °\text{C}$

$$c = 0{,}225\,\frac{\cancel{\text{cal}}}{\cancel{\text{g}} \cdot °\text{C}} \cdot \frac{10^3\,\cancel{\text{g}}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{1\ \text{J}}{0{,}24\ \cancel{\text{cal}}} = 937{,}5\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$$

Calcularemos la cantidad de energía *(Q)* que se debe intercambiar mediante los datos que sabemos del termómetro:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

$$Q = 0{,}06\ \cancel{\text{kg}} \cdot 937{,}5\,\frac{\text{J}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{°\text{C}}}(47{,}4 - 18)\cancel{°\text{C}} = 1653{,}8\ \text{J}$$

Al saber la cantidad de energía que se intercambia, podemos utilizar la misma ecuación anterior y averiguar la temperatura inicial del agua:

$$1653{,}8 = 0{,}25\ \cancel{\text{kg}} \cdot 4180\,\frac{\text{J}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{°\text{C}}}(T_{0\,agua} - 47{,}4)\cancel{°\text{C}} \rightarrow$$

$\rightarrow T_{0\,agua} = 49\ °\text{C}$

30. Datos: $\lambda_{latón} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1};\ \lambda_{acero} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$

Podemos observar que el coeficiente de dilatación del latón es mayor que el del acero. Esto nos dice que el latón se deformará más que el acero, por lo que la tira de latón quedará en la parte convexa.

Calcularemos el aumento relativo de longitud de ambos metales de la siguiente forma:

$l = l_0 \cdot (1 + \lambda \Delta T)$

$l = l_0 + l_0 \lambda \Delta T$

$$\frac{l - l_0}{l_0} = \lambda \Delta T$$

$$\text{Latón: } \frac{l - l_0}{l_0} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1} \Delta T$$

$$\text{Acero: } \frac{l - l_0}{l_0} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1} \Delta T$$

Para calcular el aumento relativo de longitud de una tira respecto a la otra, únicamente hay que hallar el cociente entre ambas. El resultado obtenido es el siguiente:

$$\frac{1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \cancel{K^{-1}}\,\Delta T}{1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \cancel{K^{-1}}\,\Delta T} = 1{,}5$$

31. Datos: $m = 0{,}3$ kg; $T_0 = 20$ °C; $T_f = 300$ °C

a) En este apartado el proceso se lleva a cabo a presión constante, por lo que habrá que consultar la tabla 1 y obtener el calor específico del aire a presión constante. A partir de ahí, aplicamos la fórmula y obtenemos el siguiente calor transferido:

$$c_p = 1004\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} = 1004\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot°\text{C}^{-1}$$

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$Q = 0{,}3\ \cancel{\text{kg}} \cdot 1004\ \text{J}\cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} \cdot (300 - 20)\cancel{°\text{C}} =$$

$$= 8{,}4 \cdot 10^4\ \text{J}$$

b) Calcularemos del mismo modo el calor necesario si se calienta a volumen constante. En este caso, se utilizará el calor específico del aire a volumen constante:

$$c_v = 717\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} = 717\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot°\text{C}^{-1}$$

$$Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$Q = 0{,}3\ \cancel{\text{kg}} \cdot 717\ \text{J}\cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} \cdot (300 - 20)\ \cancel{°\text{C}} =$$

$$= 6{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}$$

32. Datos:

$m = 3$ kg; $T = 20$ °C; $c_{agua} = 4180 \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot°\text{C}^{-1}$;

$L_{vaporiz} = 2257 \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$

a) El calor necesario para aumentar la temperatura del agua a 100 °C se calculará con esta fórmula:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Sabiendo la masa del agua, su calor específico y la variación de temperatura, obtendremos el siguiente resultado de calor:

$$Q = 3\ \cancel{\text{kg}} \cdot 4180\ \text{J}\cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} \cdot (100 - 20)\cancel{°\text{C}} =$$

$$= 1{,}0 \cdot 10^6 \text{J}$$

b) El calor necesario para evaporar la mitad del agua será el siguiente, utilizando la mitad de masa, ya que solo se evapora la mitad:

$$Q = 1{,}5\ \cancel{\text{kg}} \cdot 2257 \cdot 10^3\ \text{J}\cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} = 3{,}4 \cdot 10^6\ \text{J}$$

33. Datos:

$m_{leche} = 200$ g; $T_{0\,leche} = 20$ °C; $m_{hielo} = 20$ g

$T_{0\,hielo} = -10$ °C; $c_{leche} = 3{,}8$ kJ$\cdot$kg$^{-1}\cdot$K^{-1}

$L_{hielo} = 334$ kJ$\cdot$kg^{-1}; $c_{hielo} = 2{,}1$ kJ$\cdot$kg$^{-1}\cdot$K^{-1}

Hay mucha más leche que hielo, por lo que la temperatura final de la mezcla será superior a la temperatura de fusión del hielo. Es decir, el cubito primero aumentará de temperatura hasta 0 °C y, a continuación, se fundirá y aumentará su temperatura, mientras que la leche disminuirá de temperatura. Al alcanzar el equilibrio térmico, la leche y el agua proveniente del cubito estarán a la misma temperatura final T_f. Además, se cumple que la energía en forma de calor cedida por la leche es igual a la absorbida por el hielo y el agua.

Hallamos primero el calor necesario para elevar la temperatura del hielo de –10 °C a 0 °C:

$$Q_1 = m_{hielo} \cdot c_{hielo} \cdot \Delta T =$$

$$= 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{kg}} \cdot 2{,}1\ \text{kJ}\cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot [0 - (-10)]\ \cancel{\text{K}} =$$

$$= 4{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}$$

Calculamos el calor necesario para fundir el hielo:

$$Q_2 = m_{hielo} \cdot L_{hielo} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot 334\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1} = 6{,}68 \cdot 10^3\ \text{J}$$

Igualamos el valor absoluto del calor cedido por la leche con el calor total absorbido por el hielo y el agua durante el proceso de paso de las temperaturas iniciales respectivas a la temperatura final T_f. La leche cede calor, con lo que este es negativo y, por tanto, añadimos el signo negativo para obtener el valor absoluto:

$$-m_{leche} \cdot c_{leche} \cdot \Delta T_{leche} = Q_1 + Q_2 + m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot \Delta T_{agua}$$

Sustituimos los datos conocidos en la expresión anterior, teniendo en cuenta que los incrementos de temperatura en la escala Celsius y Kelvin coinciden, y que T_f, está expresada en grados Celsius. Además, tomamos como calor específico del agua: 4,18 kJ$\cdot$kg$^{-1}\cdot$K^{-1}.

$$-\left[0{,}200\ \text{kg} \cdot 3{,}8\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (T_f - 20)\text{K}\right] =$$

$$= 4{,}2 \cdot 10^2\ \text{J} + 6{,}68 \cdot 10^3\ \text{J} + 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot$$

$$\cdot\, 4{,}18\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (T_f - 0)\text{K}$$

Operando y cancelando unidades entre sí, se obtiene:

$$15200 - 760\ T_f = 7100 + 83{,}6\ T_f$$

De donde se deduce el valor de la temperatura final de la leche con el cubito diluido en ella: $T_f = 9{,}6$ °C.

34. El punto de fusión del hielo disminuye a medida que la presión aumenta.

El hielo flota en el agua, es decir, el agua es más densa que el hielo. Si aumentamos la presión sobre el hielo, aumentamos también la densidad, con lo cual se facilita el paso de hielo a agua a una temperatura inferior a la habitual. Es decir, no se requiere tanta energía térmica para provocar la fusión de este y, cuando el valor de la presión sobre el hielo es menor, el cambio de estado puede tener lugar a una temperatura inferior a la necesaria.

35. Datos: $\Delta V = 4{,}0$ mL; $d = 0{,}9$ g$\cdot$cm^{-3}; $L_{hielo} = 334 \cdot 10^3$ J$\cdot$kg^{-1}

Al derretirse el hielo la masa se conserva, pero el volumen varía debido a que la densidad del hielo y la del agua líquida son distintas.

Si denominamos V_{agua} al volumen de agua líquida final, y V_{hielo} al volumen inicial de hielo, a partir de los valores de masa y densidad se obtiene:

$$m_{agua} = m_{hielo} \rightarrow V_{agua} \cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} =$$

$$= V_{hielo} \cdot 0{,}9 \cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \rightarrow V_{agua} = 0{,}9\ V_{hielo}$$

Por otra parte, según el enunciado es:

$\Delta V = V_{hielo} - V_{agua} = 4{,}0 \text{ mL} = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

De las dos ecuaciones, hallamos el volumen de hielo derretido:

$V_{hielo} - 0{,}9\, V_{hielo} = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \rightarrow V_{hielo} = 4{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$

Por tanto, la masa de hielo derretido es:

$m_{hielo} = V_{hielo} \cdot d_{hielo} = 4{,}0 \cdot 10^{-5} \cancel{\text{m}^3} \cdot 0{,}9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \cancel{\text{m}^{-3}} =$
$= 3{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

Y el calor necesario para derretir esta masa de hielo es:

$Q = m_{hielo} \cdot L_{hielo} = 3{,}6 \cdot 10^{-2} \cancel{\text{kg}} \cdot 334 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} =$
$= 1{,}2 \cdot 10^4 \text{ J}$

4 ENERGÍA TRANSFERIDA MEDIANTE TRABAJO

Pág. 130

36. El trabajo es la forma de transferir energía de un sistema a otro mediante la acción de fuerzas aplicadas. Su valor numérico se calcula a partir del producto de la fuerza por el desplazamiento del cuerpo en la dirección de la fuerza.

37. Un proceso de expansión es el proceso en el que el volumen de un sistema termodinámico aumenta.

El proceso de compresión es aquel en el que el volumen de un sistema termodinámico disminuye.

38. Datos: $V_i = 1{,}2$ L; $p = 3{,}1$ atm; $W = 150$ J

El valor absoluto del trabajo viene dado por:

$$W = p \cdot |\Delta V|$$

Antes de todo, hay que cambiar las unidades de los datos para poder operar con ellos. Pasaremos los litros a metros cúbicos y las atmósferas a pascales.

$$V_i = 1{,}2 \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \cancel{\text{L}}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$p = 3{,}1 \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1 \cancel{\text{atm}}} = 314\,030 \text{ Pa}$$

A continuación, se sustituyen los valores en la ecuación y se aísla el volumen final.

$150 \text{ J} = 314\,030 \text{ Pa} \cdot (1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - V_{final}) \rightarrow$

$\rightarrow V_{final} = 7{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

39. El trabajo total del proceso *ABCA* será la suma de los trabajos en cada proceso.

$W_{total} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow A}$

Del ejemplo 5 obtenemos los diferentes trabajos, que son los siguientes:

$W_{A \rightarrow B} = -5{,}6 \cdot 10^3 \text{ J}$

$W_{B \rightarrow C} = 2{,}8 \cdot 10^3 \text{ J}$

$W_{C \rightarrow A} = 0 \text{ J}$

El trabajo de *A* a *B* es negativo, ya que se trata de un proceso de expansión, mientras que el de *B* a *C* es de compresión. El proceso de *C* a *A* se lleva a cabo a volumen constante, por lo que no hay trabajo.

$W_{total} = -5{,}6 \cdot 10^3 \text{ J} + 2{,}8 \cdot 10^3 \text{ J} + 0 \text{ J} = -2{,}8 \cdot 10^3 \text{ J}$

40. Estos fenómenos son debidos al intercambio de calor. Cuando lo hinchamos, el globo adquiere la temperatura del aire que le introducimos (el de nuestro cuerpo); pero, con el tiempo, el globo va intercambiando calor con el ambiente hasta llegar al equilibrio térmico con él.

Al expandirse súbitamente, el aire del globo disminuye su energía interna y su temperatura se reduce. En consecuencia, la parte del globo en contacto con el aire en expansión también disminuye de temperatura, aunque ligeramente.

41. Datos:

$p = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $V_0 = 200 \text{ cm}^3 = 200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$;

$V_f = 75 \text{ cm}^3 = 75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

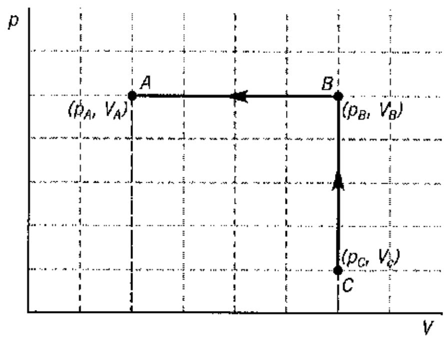
El valor absoluto del trabajo viene dado por:

$|W| = |p \cdot \Delta V|$

$|W| = |1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (75 - 200) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3| = 19 \text{ J}$

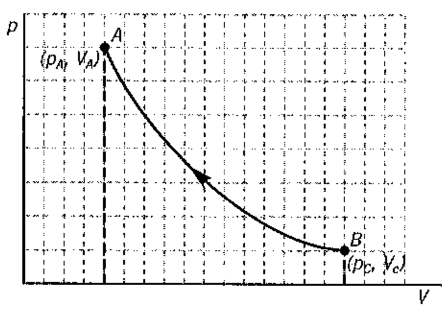
Como se está ejerciendo trabajo sobre el sistema y se trata de una compresión, este será positivo. De esta forma, el trabajo efectuado sobre el aire del fuelle es de 19 J.

42.



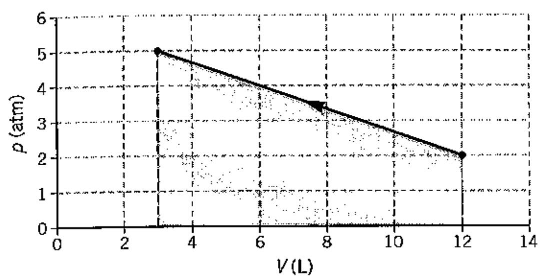
El proceso isobárico está representado por la línea horizontal (de *A* a *C*) en el diagrama *p*–*V*, mientras que el proceso isocórico está representado por una línea vertical (de *C* a *B*). El proceso inverso (de *C* a *A*) también corresponde a un proceso isobárico. Análogamente, el proceso de *B* a *C* correspondería también a un proceso isocórico.

43.



La figura obtenida es una hipérbola, ya que corresponde a la representación de la función $p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$, en la que la temperatura T es constante, por lo que resulta $p = \frac{cte}{V}$.

44. a)



b) El valor absoluto del trabajo vendrá determinado por el área bajo la gráfica del proceso en el diagrama p–V. En este caso, la podemos calcular como la suma del área del triángulo y la del rectángulo:

$$|W| = \frac{1}{2}(5-2)\,\text{atm} \cdot (12-3)\,\text{L} + 2\,\text{atm} \cdot (12-3)\,\text{L} =$$

$$= 31{,}5\,\text{atm} \cdot \text{L} = 3{,}2 \cdot 10^3\,\text{J}$$

Para determinar el signo del trabajo hay que tener en cuenta primero si es un trabajo realizado *por* el sistema o *sobre* el sistema y, segundo, si es una compresión o una expansión. En este caso, es el trabajo realizado por el sistema durante una compresión, por lo que le corresponde un signo negativo. Por tanto, el trabajo es de – 3,2 kJ.

Un procedimiento alternativo, en el caso de que los alumnos ya sepan integrar, es utilizar la siguiente expresión:

$$W_{\text{del sistema}} = \int_{V_0}^{V_f} p \cdot dV = \int_{12}^{3} \frac{18-V}{3}\,dV = -31{,}5\,\text{atm} \cdot \text{L}$$

$$-31{,}5\ \cancel{\text{atm} \cdot \text{L}} \cdot \frac{1\,\text{J}}{0{,}00987\ \cancel{\text{atm} \cdot \text{L}}} = -3{,}19 \cdot 10^3\,\text{J}$$

45. Cuando un gas pasa por estados de no equilibrio, quiere decir que sus variables termodinámicas –y particularmente la presión– no están definidas en estos estados. Y por este motivo no se puede calcular el trabajo como el producto de la presión por la variación de volumen. Para ello, la presión tiene que ser constante y estar definida. Otra posibilidad es que el sistema siga un proceso cuasiestático en el que la presión varía, pero tiene un valor bien definido en cada paso del proceso. Entonces, el trabajo se calcula como suma de trabajos elementales.

46. Datos:

$S = 40{,}5\,\text{cm}^2$; $m_1 = m_2 = 7{,}5\,\text{kg}$; $h_0 = 85{,}9\,\text{cm}$;

$p_{atm} = 1{,}013 \cdot 10^5\,\text{Pa}$; $T_1 = \frac{9 \cdot T_0}{10}$

a) En la situación inicial, la presión en las dos caras del émbolo es la misma. Por tanto, la presión del gas es igual a la presión sobre la cara superior del émbolo, que es igual a la suma de la presión atmosférica más la presión debida al peso de los dos bloques:

$$p_0 = p_{atm} + \frac{2mg}{S} = 1{,}013 \cdot 10^5\,\text{Pa} + \frac{(2 \cdot 7{,}5 \cdot 9{,}8)\,\text{N}}{40{,}5 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2} =$$

$$= 1{,}013 \cdot 10^5\,\text{Pa} + 0{,}363 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 1{,}376 \cdot 10^5\,\text{Pa} \simeq$$

$$\simeq 1{,}4 \cdot 10^5\,\text{Pa}$$

b) Al retirar un bloque, es de esperar que el émbolo suba y el gas se expanda, con lo que la temperatura y la presión disminuyen, mientras que el volumen aumenta. En la situación final, la presión del gas también es igual a la presión sobre la cara superior del émbolo, la cual ahora es menor al haber un bloque menos. Su valor es:

$$p_f = p_{atm} + \frac{mg}{S} = 1{,}013 \cdot 10^5\,\text{Pa} + 0{,}182 \cdot 10^5\,\text{Pa} \simeq$$

$$\simeq 1{,}2 \cdot 10^5\,\text{Pa}$$

Si suponemos que el gas se comporta como un gas ideal, y teniendo en cuenta que la cantidad de materia del gas es constante, la relación entre los valores inicial y final del volumen es:

$$\frac{V_0}{V_f} = \frac{p_f\ \cancel{n}\ \cancel{R}\ T_0}{p_0\ \cancel{n}\ \cancel{R}\ T_f}$$

Escribimos el volumen en términos de la superficie *(S)* del émbolo y de su altura con respecto a la base del recipiente:

$$V_0 = L\,h_0; \quad V_f = L\,h_f$$

Al introducir estas dos expresiones en la expresión de la relación de volúmenes, así como la igualdad $T_f = \frac{9 \cdot T_0}{10}$, resulta la expresión de la altura final del émbolo:

$$\frac{\cancel{L}\,h_0}{\cancel{L}\,h_f} = \frac{p_f\ \cancel{T_0}\ 10}{p_0\ \cancel{T_0}\ 9} \rightarrow h_f = \frac{9}{10}\frac{p_0}{p_f}h_0$$

Por lo que el desplazamiento del pistón es:

$$\Delta h = h_f - h_0 = \left(\frac{9}{10}\frac{p_0}{p_f} - 1\right)h_0$$

Sustituimos los datos conocidos:

$$\Delta h = \left(\frac{9}{10} \cdot \frac{1{,}4 \cdot 10^5\,\text{Pa}}{1{,}2 \cdot 10^5\,\text{Pa}} - 1\right) \cdot 85{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{m} = 4{,}3 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

c) La variación de la energía potencial gravitatoria del bloque sobre el pistón es:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = 7{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 4{,}3 \cdot 10^{-2}\,\text{m} = 3{,}2\,\text{J}$$

El bloque ha ganado energía potencial gravitatoria gracias a la transmisión de energía en forma de trabajo del gas sobre el émbolo. Parte de la energía interna del gas se ha transformado en energía potencial gravitatoria del bloque.

5 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Pág. 131

47. Al frotarnos las manos estamos aumentando la velocidad con la que se mueven los átomos que forman nuestras manos. Tal y como hemos estudiado, a mayor movimiento entre las partículas, mayor temperatura, con lo que, de esta manera, las manos se calientan. Es decir, efectuamos un trabajo que aumenta la energía interna de nuestras manos y, por tanto, su temperatura. También se puede decir que la energía asociada al trabajo de la fuerza de rozamiento entre las manos se disipa en forma de calor que provoca el aumento de la temperatura de estas.

48. Datos: $Q = 120$ kJ; $\Delta U = 210$ kJ

Resolveremos este ejercicio mediante el primer principio de la termodinámica, teniendo en cuenta que el calor es positivo porque es absorbido por el sistema:

$$\Delta U = Q + W$$

$$210 \text{ kJ} = 120 \text{ kJ} + W \rightarrow W = (210 - 120) \text{kJ} = 90 \text{ kJ}$$

49. En la época de Joule, una caloría era la cantidad de calor necesario para pasar 1 g de agua, a la presión estándar, de una temperatura de 14,5 °C a una temperatura de 15,5 °C.

Estas son las soluciones a las actividades propuestas en la simulación de la página web del enunciado:

A1) Se le llama *energía potencial* y equivale al producto de masa, gravedad y altura del cuerpo. Suponiendo que el cuerpo pese 1 kg y esté a una altura de 5 m, su valor será de 49 J. Al poner en marcha la máquina, la energía potencial de la pesa se va transformando progresivamente en energía cinética de las palas, que, debido al rozamiento con el agua, se disipa en forma de calor, incrementando la temperatura del agua, como podemos ver en el *applet*.

A2) $E_{mec} = E_p = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 5 \text{ m} =$

$= 490 \text{J}$

$$c_{agua} = \frac{m \cdot g \cdot h}{m \cdot \Delta T} = \frac{490 \text{ J}}{0{,}100 \text{ kg} \cdot (21{,}17 - 20)°\text{C}} =$$

$= 4188{,}03 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$

$1 \text{ cal} = 0{,}001 \cancel{\text{kg}} \cdot 1 \cancel{°\text{C}} \cdot$

$\cdot\, 4188{,}03 \text{ J} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} \text{ J} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \cancel{°\text{C}^{-1}} = 4{,}188 \text{ J}$

$Q = m \cdot c_{agua} \cdot \Delta T = 0{,}100 \cancel{\text{kg}} \cdot 4188{,}03 \cdot$

$\cdot\, (21{,}17 - 20) \cancel{°\text{C}} = 490 \text{ J}$

Efectivamente, el valor del calor disipado coincide con el de la disminución de energía mecánica del peso.

A3) $m_{peso} \cdot g \cdot h = m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot \Delta T \rightarrow$

$$\rightarrow m_{peso} = \frac{m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot \Delta T}{g \cdot h}$$

$$m_{peso} = \frac{200 \text{ g} \cdot 4{,}18 \cdot 0{,}5 \text{ K}}{9{,}8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 5 \text{ m}} = 8{,}5 \text{ g}$$

En efecto, al realizar la experiencia virtual con estos valores de la altura, de la masa del agua y del peso, se obtiene una variación de temperatura del agua de 0,51 °C.

50. Para incrementar la exactitud del resultado, debemos usar valores de masa que nos den una diferencia de temperaturas elevadas. Y, tal como se explica en la página web, debería repetirse la experiencia varias veces para obtener el valor final de la temperatura resultante de la disipación continuada de calor a lo largo de todas las experiencias. Como esto no es posible en la experiencia virtual, se opta por utilizar una masa de valor elevado. Para ello, en nuestro ejemplo usaremos una masa del peso de 500 kg.

$$c = \frac{m_p \cdot g \cdot h}{m_a \cdot (T_F - T_I)} = \frac{500 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1 \text{ m}}{0{,}1 \text{ kg} \cdot (31{,}7 - 20)°\text{C}} =$$

$= 4188{,}03 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$

$1 \text{ cal} = 0{,}001 \text{ kg} \cdot 1 \cdot 4188{,}03 = 4{,}188 \text{ J}$

Asimismo, se debería repetir el experimento virtual para distintos valores de masa y obtener el valor medio.

51. Al agitar el termo se produce una energía cinética que se va convirtiendo poco a poco en energía térmica, por lo se produce un aumento en la temperatura del refresco.

Al estar el refresco aislado térmicamente (paredes adiabáticas), no habrá transferencia de calor ($Q = 0$) y la transferencia de energía únicamente habrá tenido lugar mediante trabajo.

52. Sabemos que:

$$\Delta U = W + Q = W + 0$$

$$W = -P \cdot \Delta V$$

En la anterior expresión del primer principio, W es el trabajo hecho sobre el sistema. Por lo tanto, como el trabajo hecho sobre el sistema aumenta (porque $\Delta V > 0$, ya que el sistema se está expandiendo), esto significa que la energía interna disminuirá (debido al signo negativo de la expresión de W).

53. Según el *Diccionario de la lengua española*, una frigoría es la unidad de medida de absorción del calor, empleada en la técnica de la refrigeración. Corresponde a la absorción de una kilocaloría.

Buscando en Internet se debería hallar que 1 fg (frigoría) equivale aproximadamente a 4 BTU (unidades térmicas británicas).

54. Una maquina térmica es un dispositivo capaz de efectuar trabajo a partir del calor. También puede trabajar en modo inverso, enfriando o calentando un cuerpo mediante trabajo externo.

Las máquinas térmicas funcionan cíclicamente, de modo que la sustancia que contienen sufre distintas transformaciones hasta regresar a su estado inicial. Por ello, al ser la energía interna una función de estado, su energía interna no varía.

55. Datos: $P = 4{,}5$ kW; $m = 3{,}5$ kg; $\Delta t = 0{,}5$ min $= 30$ s

En la tabla 1 del libro de texto hallamos que el calor específico del cobre es de $385 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. A partir de este dato, operamos:

$W = P \cdot \Delta t = 4{,}5 \cdot 10^3 \text{W} \cdot 30 \text{ s} = 1{,}35 \cdot 10^5 \text{ J}$

$\Delta U = W \rightarrow \Delta U = 1{,}35 \cdot 10^5 \text{ J}$

$\Delta U = Q'$

$$\Delta T = \frac{Q'}{m \cdot c_v} = \frac{135\,000 \cancel{\text{J}}}{3{,}5 \cancel{\text{kg}} \cdot 385 \cancel{\text{J}} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot \text{K}^{-1}} = 100 \text{ K}$$

Hemos supuesto que todo el trabajo del taladro se ha transformado en energía interna de la pieza de cobre (no hay intercambio en forma de calor con el medio). Y, para hallar el incremento de temperatura, hemos utilizado la expresión de la variación de la energía interna para un proceso hipotético con cambio de temperatura a volumen constante.

56. Datos: $W = 3{,}2$ kJ; $Q_b = 19{,}2$ kJ

La bomba de calor es una máquina térmica que debe trabajar en modo inverso para poder cumplir su función.

$|Q_a| = |W| + |Q_b| = 3{,}2 \text{ kJ} + 16 \text{ kJ} = 19{,}2 \text{ kJ}$

Coeficiente de rendimiento: $\dfrac{|Q_a|}{|W|} = \dfrac{19{,}2 \cancel{\text{kJ}}}{3{,}2 \cancel{\text{kJ}}} = 6$

Una estufa eléctrica que reciba 3,2 kJ puede proporcionar como máximo 3,2 kJ en forma de calor. Al comparar este resultado con la energía en forma de calor proporcionada por la anterior bomba de calor (19,2 kJ), podemos concluir que una bomba de calor es mucho más eficiente como sistema de calefacción que una estufa eléctrica convencional.

57. Datos:

$n = 0{,}260$ mol; $\Delta T = 12{,}5$ K; $c_v = 2{,}97$ cal·mol^{-1}·K^{-1}

Sabemos que el calor absorbido por el gas es tres veces el trabajo realizado por el gas.

La energía interna será la siguiente:

$$c_v = 2{,}97 \frac{\cancel{\text{cal}}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot \frac{4{,}1868 \text{ J}}{1 \cancel{\text{cal}}} = 12{,}43 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T = 0{,}260 \cancel{\text{mol}} \cdot 12{,}43 \text{ J}\cdot\cancel{\text{mol}^{-1}}\cdot\cancel{\text{K}^{-1}}\cdot$$

$$\cdot 12{,}5 \cancel{\text{K}} = 40{,}4 \text{ J}$$

Aplicamos el primer principio de la termodinámica y obtenemos el trabajo realizado por el gas *(–W)*. En la expresión del primer principio, *W* es el trabajo hecho *sobre* el gas. Además, según el enunciado propuesto, el calor absorbido es tres veces el trabajo realizado *por* el gas *(–W)*. Y, por tanto: $Q = -3\,W$:

$\Delta U = Q + W$

$40{,}4 \text{ J} = -3\,W + W$

$40{,}4 \text{ J} = -2\,W \rightarrow W = -20{,}2 \text{ J}$

Este resultado es el valor del trabajo realizado sobre el gas.

Sabemos que el calor intercambiado es tres veces mayor que el trabajo realizado por el gas.

$Q = -3\,W = -3 \cdot (-20{,}2) \text{ J} = 60{,}6 \text{ J}$

58. Datos: $v = 300$ m·s^{-1}; $c_{plomo} = 128$ J·kg^{-1}·K^{-1}

Toda la energía cinética que tenía la bala se transforma en energía térmica, obteniendo la siguiente ecuación, de modo que podremos obtener el incremento de temperatura:

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v^2 = \cancel{m} \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\frac{1}{2} \cdot (300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 128 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\Delta T$$

$\rightarrow \Delta T = 352$ grados

59. Datos:

$Q = 0$; $m = 2{,}0$ kg; $p = 1$ atm; $T_0 = 0$ °C; $T_1 = 8$ °C;

$c_V = 7{,}43$ kJ·kg^{-1}·K^{-1}; $V_1 = \dfrac{V_0}{7}$

Por ser un proceso adiabático, se cumple:

$$\Delta U = Q + W = 0 + W \rightarrow W = \Delta U$$

Es decir, el trabajo sobre el gas es igual a su variación de energía interna, la cual, en un gas ideal viene dada por:

$$\Delta U = n \cdot M \cdot c_V \cdot \Delta T = m \cdot c_V \cdot \Delta T$$

En el enunciado se facilitan algunos datos que no son necesarios. Sustituimos en la expresión anterior los que sí lo son:

$$\Delta U = 2{,}0 \text{ kg} \cdot 7{,}43 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot (8 - 0)\text{K} = 1{,}2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El trabajo sobre el gas es $1{,}2 \cdot 10^5$ J.

60. Datos: $n = 0{,}57$ mol; $V_0 = 20$ L; $V_1 = 4{,}0$ L; $T = 293$ K

Como sabemos que la variación de energía interna en los gases ideales depende únicamente de la temperatura, y al ser este un proceso isotérmico (temperatura constante), deducimos que la variación de energía interna en este proceso es cero.

Para hallar el trabajo ejercido sobre el gas, aplicamos la correspondiente expresión de la tabla del apartado 5.3 del libro de texto:

$$W = -\int_{V_0}^{V_f} p \cdot dV = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_0}{V_f}\right) =$$

$$= 0{,}57 \cancel{\text{mol}} \cdot 8{,}31 \frac{\text{J}}{\cancel{\text{K}} \cdot \cancel{\text{mol}}} \cdot 293 \cancel{\text{K}} \cdot \ln\left(\frac{20 \cancel{\text{L}}}{4{,}0 \cancel{\text{L}}}\right) = 2{,}2 \text{ kJ}$$

Para calcular el calor, aplicamos el primer principio:

$$\Delta U = Q + W \rightarrow 0 = Q + W \rightarrow Q = -W = -2{,}2 \text{ kJ}$$

El signo negativo del calor indica que es un calor cedido por el gas.

6 ESPONTANEIDAD Y PROCESOS TERMODINÁMICOS

Pág. 131

61. Un proceso espontáneo es aquel que tiende a producirse naturalmente, sin la necesidad de ser impulsado por una fuerza externa adicional. En general, todo proceso espontáneo es irreversible. Un ejemplo de ello es que, a temperatura ambiente, los cubitos de hielo fusionen y se conviertan en agua.

62. a) Al frotarnos las manos, se enfrían. → Imposible.

b) Por accidente, se vierte petróleo al mar. → Posible e irreversible.

c) Disolvemos sal en agua y obtenemos NaOH y HCl. → Imposible.

d) Se deja un columpio oscilando y se acaba parando. → Posible e irreversible.

e) En verano, una parte del agua de un lago empieza a hervir. → Posible, aunque muy improbable, dado el alto calor específico del agua. Si fuera en invierno, el proceso sería imposible.

f) Un cuerpo aumenta de temperatura al ponerlo en contacto con una sucesión de focos térmicos, cada uno a una temperatura infinitesimalmente superior al anterior. → Posible y reversible.

63. Un proceso espontáneo es irreversible, es decir, por sí solo no puede invertirse. No obstante, en algunos casos, tras un proceso espontáneo es posible devolver el sistema a su estado inicial; pero siempre hay que proporcionar un trabajo externo, esto es, debe haber un aporte energético externo.

64. Algunos ejemplos pueden ser una explosión o un globo que se deshincha cuando lo soltamos sin haberlo anudado, o una taza que se hace añicos al dejarla caer desde cierta altura. En ambos casos, se produce un aumento de la entropía (incrementa el desorden de los sistemas).

65. La calidad de la energía mide la capacidad del sistema para producir trabajo útil. A menor capacidad, menor calidad de energía. Para cuantificar la pérdida de calidad asociada a las transformaciones energéticas se utiliza la entropía.

Los alumnos pueden buscar información en Internet o consultar libros en la biblioteca para hallar referencias a la calidad de los distintos tipos de energía. Las formas de energía de mayor calidad son la energía cinética y la potencial, que pueden aprovecharse íntegramente como trabajo útil. Les siguen, por este orden: la energía eléctrica, que también es de alta calidad, y la energía nuclear y atómica. En cambio, la energía térmica es de menor calidad que la eléctrica y las anteriormente citadas, puesto que no siempre puede usarse para mover todo tipo de máquinas (necesitamos mucha energía térmica para hacerlo). Además, la calidad de la energía térmica es tanto mayor cuanto mayor es la temperatura de la fuente térmica.

66. Las situaciones que son anteriores en el tiempo son:

a) El fajo de leña en un hogar con chimenea. → La entropía ha aumentado al reducirse a cenizas (mayor desorden).

b) El vaso de cristal en el borde de una repisa. → La entropía ha aumentado al romperse el vaso (mayor desorden).

c) El trozo de pan recién horneado. → La entropía ha aumentado al crearse moho (mayor desorden).

d) La presa que retiene el agua. → La entropía ha aumentado al escaparse el agua (mayor desorden).

67. Consideramos que el calor se intercambia de forma reversible y tenemos en cuenta el signo del calor intercambiado en cada fuente térmica (positivo, si la fuente absorbe calor; negativo, si cede calor). La variación de entropía de los focos térmicos del aire acondicionado del problema resuelto *D* es la siguiente:

$$\Delta S_a = \frac{9{,}8 \cdot 10^3\ \text{J}}{(24+273)\text{K}} = 33\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1};\ \Delta S_b = \frac{-7{,}3 \cdot 10^3\ \text{J}}{(37+273)\text{K}} =$$

$$= -24\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

68. Datos: $T_b = 280$ K; $Q_a = -1200$ J; $T_a = 295$ K; $W = 800$ J

En este caso, como la máquina térmica cede calor a un foco a mayor temperatura, sabemos que está trabajando en modo inverso.

Primero hallamos el calor que intercambia con la fuente a baja temperatura:

$$|Q_b| = |Q_a| - |W| = 1200\ \text{J} - 800\ \text{J} = 400\ \text{J}$$

El sistema que constituye la máquina térmica vuelve a su estado inicial después de cada ciclo. Por tanto, al ser la entropía una función de estado, la entropía del sistema es nula y solo hay que calcular la variación de entropía en las fuentes térmicas. Suponemos que el calor intercambiado con cada fuente tiene lugar de forma reversible y tendremos en cuenta el signo del calor desde el punto de vista de cada fuente térmica (positivo, si la fuente absorbe calor; negativo, si la fuente cede calor):

$$\Delta S_{Tb} = \frac{Q_b}{T_b} = \frac{-400\ \text{J}}{280\ \text{K}} = -1{,}43\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{\bar{B}} = \frac{Q_a}{T_a} = \frac{1200\ \text{J}}{295\ \text{K}} = 4{,}07\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{\text{total}} = 4{,}07 - 1{,}43 = 2{,}64\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$$

69. Porque en un ciclo de una máquina térmica el incremento de energía interna siempre vale 0. Por lo tanto, el trabajo máximo generado será igual al calor, y el rendimiento máximo en ese caso sería de 1. Sin embargo, parte del calor se cede a un foco o sumidero a baja temperatura, con lo cual el trabajo nunca llega a ser tan grande como el calor absorbido y el rendimiento siempre acaba siendo menor que 1. El rendimiento solo sería 1 en una máquina ideal que fuera reversible. Pero las máquinas reales son irreversibles, por lo que su rendimiento es menor que 1.

70. No lo contradice, puesto que un ser vivo necesita de un aporte energético exterior para poder crecer, hecho que provoca un aumento de entropía externo que hace que la entropía total del universo aumente. Concretamente, se necesita de la energía del Sol y de la obtenida a partir del metabolismo de los nutrientes. En el Sol, las reacciones que tienen lugar provocan un aumento de la entropía. Asimismo, los productos resultantes del metabolismo (desechos y sustancias excretadas) tienen una entropía mayor que los nutrientes.

71. Supongamos que hubiera un proceso reversible *P1* que provocara un aumento en la entropía global de un sistema y su entorno. Al ser reversible, el proceso *P1* podría ser invertido sin dejar cambios en el sistema ni en el medio a través de un proceso *P2*. En consecuencia, en el proceso *P2* tendría que haber una disminución de entropía en el conjunto sistema-entorno que compensara el aumento de entropía en *P1*, para no dejar ningún cambio. Por tanto, *P2* sería un proceso en el que la entropía del universo disminuiría; hecho que está en contradicción con el segundo principio de la termodinámica.

Nota: Convendría explicar a los alumnos que un enunciado alternativo del segundo principio es el de que la entropía del universo siempre aumenta, tal como aparece en la Zona + de la unidad.

La única posibilidad es que la variación de entropía en un proceso reversible sea cero.

72. La variación de entropía del sistema que constituye la máquina térmica es cero, puesto que el sistema vuelve a su estado inicial, tras cada ciclo, y la entropía es una función de estado.

Por tanto, la variación de entropía total de la máquina es igual a la variación de la entropía en las dos fuentes térmicas:

$\Delta S = \frac{Q_b}{T_b} + \frac{Q_a}{T_a}$, donde $Q_a < 0$, porque la fuente a alta temperatura cede calor, y $Q_b > 0$, ya que la fuente a baja temperatura absorbe calor (recordemos que las temperaturas en la escala Kelvin siempre son positivas). Y podemos escribir:

$$\frac{|Q_b|}{T_b} + \frac{-|Q_a|}{T_a} = \Delta S$$

Teniendo en cuenta el segundo principio de la termodinámica, la variación de entropía total del proceso debe ser mayor o igual que cero. Por tanto:

$$\Delta S \geq 0 \rightarrow \frac{|Q_b|}{T_b} + \frac{-|Q_a|}{T_a} \geq 0 \rightarrow \frac{|Q_b|}{T_b} \geq \frac{|Q_a|}{T_a} \rightarrow \frac{|Q_b|}{|Q_a|} \geq \frac{T_b}{T_a}$$

Por otra parte, la fórmula del rendimiento viene dada por:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_a|} = \frac{|Q_a| - |Q_b|}{|Q_a|} = 1 - \frac{|Q_b|}{|Q_a|}$$

A partir de las dos expresiones anteriores se deduce que:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_b|}{|Q_a|} \leq 1 - \frac{T_b}{T_a} \rightarrow \eta_{máx} = 1 - \frac{T_b}{T_a}$$

Y el rendimiento es máximo cuando en la expresión anterior se cumple la igualdad, es decir, cuando la variación de entropía es nula, lo que corresponde a un proceso reversible:

$$\Delta S = 0 \rightarrow \eta_{rev} = 1 - \frac{T_b}{T_a}$$

SÍNTESIS

Pág. 132

73. Debe comprobarse la presión en los neumáticos cuando estos están fríos, ya que, a mayor temperatura, mayor presión, y la presión recomendada por los fabricantes se mide a temperatura ambiente.

Al estar acumulando grandes cantidades de un gas a un volumen y una temperatura constantes, cuanto más gas se añada al neumático más presión habrá, pudiendo superar así a la presión atmosférica. Además, las paredes de los recipientes donde se almacenan gases –así como las de los neumáticos– son rígidas; de modo que pueden soportar diferencias de presiones en sus caras interior y exterior.

Como hemos explicado antes, la presión recomendada por los fabricantes se mide a temperatura ambiente, por lo que un neumático en caliente necesitará una presión mayor para que, al volver a la temperatura ambiente, la presión sea igual a la recomendada.

74. Porque el trabajo es la transmisión de energía en forma macroscópica, aun cuando su origen pueda ser microscópico. Por ejemplo, cuando un gas empuja un émbolo, las distintas partículas que lo componen actúan en la misma dirección, la del desplazamiento del émbolo. En cambio, el calor es la transmisión de energía en forma microscópica, proveniente de la agitación térmica en todas direcciones, es decir, en forma «desordenada».

75. Joule (1818-1889) era propietario de una fábrica de cerveza y se dedicaba principalmente a la física, como afición. Permitió establecer el equivalente mecánico del calor, gracias a sus célebres experimentos.

El conocido como conde de Rumford, Benjamin Thompson (1753-1814), trabajó gran parte de su vida para el gobierno bávaro. Aunque no era físico, realizó muchos estudios sobre el calor. A partir de la observación del calor producido durante la mecanización de los cañones, dedujo que el calor es un movimiento, no una sustancia.

Mayer (1814-1878) se dedicaba a la medicina y fue uno de los primeros en enunciar el principio de conservación de la energía, aunque su obra no fue reconocida por la comunidad científica.

Helmholtz (1821-1894) estudió medicina, fue cirujano y, posteriormente, obtuvo una cátedra de física. Contribuyó al estudio de distintos campos de la física (calorimetría, acústica, física matemática, de fluidos, etc.) y, en un artículo que publicó en 1847, expuso de forma clara el principio de conservación de la energía.

Colding (1815-1888) fue un ingeniero danés que, como Joule y Mayer, contribuyó a establecer el equivalente mecánico del calor y el principio de conservación de la energía.

Carnot (1796-1832), al igual que Colding, era ingeniero. Estudió científicamente las máquinas de vapor y, aunque admitía la teoría del calórico, sus trabajos permitieron el posterior establecimiento del segundo principio de la termodinámica.

Estos casos ilustran el carácter multidisciplinar de las ciencias y, concretamente, de la física y la química.

76. Datos: m = 65 kg; h = 25 m; Q = –60 kJ

a) La variación de la energía mecánica macroscópica equivale a la variación de la energía potencial gravitatoria:

$$\Delta E_m = m \cdot g \cdot \Delta h = 65 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ m} = 16 \text{ kJ}$$

b) Al coincidir la variación de la energía macroscópica con el trabajo realizado, el efectuado por el sistema es de 16 kJ. Es decir, el trabajo hecho sobre el sistema *(W)* es –16 kJ. Además, el calor es negativo, ya que es disipado por el sistema. Por lo tanto, al aplicar el primer principio de la termodinámica, la variación de energía interna es:

$$\Delta U = W + Q = -16 \text{ kJ} - 60 \text{ kJ} = -76 \text{ kJ}$$

c) Sabiendo que 1 cal = 4,187 J, podemos saber cuántos julios hay en 1 g de pasta y, posteriormente, sabiendo que se transforma el 40 % en trabajo mecánico, podremos saber cuánto trabajo se transformará con 1 g de pasta. A partir de ahí se establecerá la relación entre los 16 kJ que se tienen que quemar y calcularemos los gramos necesarios para ello.

$$4{,}0 \text{ kcal} \cdot 4{,}187 \text{ kJ} \cdot \text{kcal}^{-1} = 1{,}7 \cdot 10 \text{ kJ} = 6\,748 \text{ J}$$

$$1{,}7 \cdot 10 \text{ kJ} \cdot 0{,}4 = 6{,}8 \text{ kJ}$$

$$16 \cancel{\text{kJ}} \frac{1 \text{ g de pasta}}{6{,}8 \cancel{\text{kJ}}} = 24 \text{ g de pasta}$$

77. a) Consiste en dos vasijas de barro de diferentes diámetros, una dentro de la otra. El espacio entre ambas está relleno de arena húmeda. Tras introducir fruta, verdura, etc., en la vasija interior, se cubre con un paño empapado. El agua contenida en la arena entre las dos vasijas recibe calor del contenido de la vasija interior, y se evapora. El vapor se dirige hacia la superficie exterior de la vasija más grande, donde circula el aire exterior seco y donde se halla el paño empapado, causando más evaporación. El proceso de evaporación provoca un descenso de temperatura de varios grados, enfriando el recipiente interno, destruyendo microorganismos y manteniendo los alimentos perecederos.

El barro debe estar húmedo para que se mantengan también húmedas ambas vajillas; es decir, para suministrar el agua líquida cuya evaporación facilita el proceso de enfriamiento.

b) Los materiales tienen que ser porosos a fin de que se pueda filtrar el agua a través de ellos, evaporarse en la superficie exterior y así mantener la toda la estructura fría.

78. Datos: $m = 50$ kg; $L = 334$ kJ·kg^{-1}

a) Sabemos que toda la energía potencial gravitatoria se transformará en calor. Por lo que, a partir del calor de fusión del agua y el máximo de hielo que se derrite al chocar contra el suelo, podemos conocer cuánta energía se desprenderá:

$$E = 334 \text{ kJ·kg}^{-1} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 3{,}34 \text{ kJ} = 3\,340 \text{ J}$$

Igualamos la energía potencial a la que se desprenderá con el choque y obtenemos la altura:

$$m \cdot g \cdot h = E$$

$$50 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m·s}^{-2} \cdot h = 3\,340 \text{ J} \rightarrow h = 6{,}8 \text{ m}$$

b) Aquí el hielo es empujado a una velocidad de 3,5 m·s^{-1}, por lo que la energía cinética que tenga se transformará toda en calor y podremos obtener la masa que se ha derretido.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = L \cdot m_{\text{derretida}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 50 \text{ kg} \cdot (3{,}5 \text{ m·s}^{-1})^2 = 334 \cdot 10^3 \text{ J·kg}^{-1} \cdot m_{\text{derretida}}$$

$$\rightarrow m_{\text{derretida}} = 9{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} = 0{,}92 \text{ g}$$

c) Calculamos la variación de entropía, suponiendo que el calor se intercambia de forma reversible. Al ser un calor absorbido por el sistema, es positivo, por lo que la variación de entropía del sistema es:

$$\Delta S = \frac{Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{L \cdot m}{T} = \frac{334 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}} \cdot 0{,}01 \cancel{\text{kg}}}{273{,}15 \text{ K}} =$$

$$= 12 \text{ J·K}^{-1}$$

79. En la primera etapa, en la que se comprime un gas, el trabajo realizado sobre el gas es positivo; mientras que el trabajo realizado por el gas es negativo. El sistema recibe energía en forma de trabajo.

A continuación, se deja que el gas comprimido recupere la temperatura ambiente. Es decir, el gas que, al ser comprimido, aumenta su temperatura y recupera la temperatura ambiente disipando calor al exterior.

En la segunda etapa, donde el gas se expansiona libremente, el sistema realiza trabajo. Por lo tanto, el trabajo efectuado sobre el gas es negativo, mientras que el trabajo realizado por el gas es positivo. Durante el trabajo de expansión, el gas disminuye su temperatura. Y, al estar en contacto con el interior del frigorífico, la evolución hacia el equilibrio térmico provoca que el gas absorba energía del interior del frigorífico en forma de calor.

En la tercera etapa, el gas se vuelve a comprimir, por lo que el trabajo realizado sobre el gas es positivo, mientras que el trabajo realizado por el gas es negativo. El sistema recibe energía.

80. La planta es una máquina térmica convencional que trabaja transformando la energía calorífica (debido a la diferencia de temperaturas entre las capas superficiales del agua y las de la profundidad) en energía mecánica, que se utilizará para mover una turbina y generar energía eléctrica. Dicho esto, *a priori* se debería escoger la zona *a*, puesto que presenta la mayor diferencia de temperaturas. Veamos si esta suposición es correcta, considerando que el máximo rendimiento teórico para una máquina térmica que opera entre las temperaturas T_a y T_b, donde $T_b < T_a$, es:

$$\eta_{\text{máx}} = 1 - \frac{T_b}{T_a}$$

Calculamos el máximo rendimiento teórico para cada una de las tres zonas, *a*, *b* y *c*:

a) $\eta_a = 1 - \dfrac{4{,}2 + 273}{27{,}5 + 273} = 0{,}078$

b) $\eta_b = 1 - \dfrac{7{,}3 + 273}{29{,}4 + 273} = 0{,}073$

c) $\eta_c = 1 - \dfrac{3{,}5 + 273}{23{,}4 + 273} = 0{,}067$

Efectivamente, el mayor rendimiento se obtiene en la zona *a*. De todas formas, dado el bajo valor del rendimiento obtenido, esta planta sería poco viable. Los proyectos reales para aprovechar la energía térmica de los océanos se emplazan en zonas con diferencias de temperaturas de más de 50 °C, e incluso de 100 °C.

Evaluación (Pág. 134)

1. — En el estado sólido las partículas se encuentran unidas por grandes fuerzas que las mantienen unidas a distancias relativamente pequeñas. Por otro lado, las fuerzas entre las partículas son más débiles en estado líquido, lo que permite que estas tengan cierta libertad de movimiento. Conforme aumenta la temperatura, aumenta la energía cinética de las partículas y la distancia que las separa. A esto se le llama *dilatación*. Por este hecho, el coeficiente de dilatación cúbica de los líquidos es mayor que el de los sólidos, ya que tienen mayor grado de movilidad.

— El calor de vaporización es la energía necesaria para cambiar 1 g de sustancia en estado líquido al estado gaseoso en el punto de ebullición. El calor de fusión es la energía necesaria para cambiar 1 g de sustancia de estado sólido a estado líquido, sin cambiar su temperatura. El calor de vaporización es mayor que el de fusión. Esto se debe a que las partículas en los gases interaccionan muy débilmente entre sí, por lo que, para evaporar una sustancia, hay que proporcionarle una gran cantidad de energía suficiente para romper las uniones entre partículas. Esta energía es mayor que la necesaria para que la sustancia pase de estado sólido a estado líquido, en el que las interacciones entre partículas no son tan fuertes como en el estado sólido, pero son importantes y mucho mayores que en el estado gaseoso.

2. Principio cero – Temperatura

Primer principio – Energía interna

Segundo principio – Entropía

3. — Falso, puesto que también influye la energía potencial que presentan unas partículas respecto a otras.

— Cierto.

— Falso. La magnitud termodinámica calor no es una función de estado, depende del proceso seguido, además de los estados inicial y final.

4. Masa – Magnitud extensiva

Energía interna – Magnitud extensiva

Temperatura – Magnitud intensiva

Entropía – Magnitud extensiva

Volumen – Magnitud extensiva

Presión – Magnitud intensiva

Densidad – Magnitud intensiva

5. El cuerpo humano se encuentra a una temperatura de unos 36 o 37 °C y no está diseñado para grandes pérdidas de calor; es decir, nuestra piel solo es un pequeño aislante, nada más, por lo que es fácil transmitir nuestra energía térmica a otros cuerpos. En el mismo momento que entramos en el agua (p. ej., a 20 °C) nuestro cuerpo empieza a perder energía (a transferírsela al agua), y ocurre lo mismo con el aire. La diferencia está en la cantidad de energía necesaria para calentar el aire que nos rodea o el agua que nos rodea si estamos sumergidos. Para hacernos una idea, 1 L de agua pura tiene una masa de 1 kg. Sin embargo, 1 L de aire (es decir, el que cabe dentro de una botella de 1 L vacía) pesa alrededor de 1,3 g. Además, hay que tener en cuenta el valor del calor específico del agua en comparación con el del aire. Se precisa mayor disipación de calor corporal para llegar al equilibrio térmico cuerpo-medio en el caso de estar en contacto con agua que si se está rodeado por aire.

6. — Cierto. El trabajo no es una función de estado, por lo que depende de los estados inicial y final, así como del proceso seguido. Solo en el caso particular del trabajo asociado a fuerzas conservativas se puede afirmar que depende únicamente de los estados inicial y final.

— Por lo general, es cierto. Si bien hay sistemas termodinámicos en los que la energía interna depende de la temperatura y de otras variables termodinámicas, pero no de forma proporcional.

— Cierto.

— Cierto.

— Cierto.

7. a) El proceso *AB* es un proceso isobárico, mientras que el *BC* es un proceso isocórico.

b) Al tratarse de un ciclo –es decir, el estado final es el mismo que el inicial–, la variación de energía interna es cero, porque *U* es una función de estado. Por otra parte, el valor absoluto del trabajo es el área encerrada por el ciclo en el diagrama *p–V* que, según el enunciado, es de 900 J. Ahora bien, puesto que en el proceso de expansión *(AB)* el área bajo la curva es mayor que en el proceso de compresión *(CA)*, globalmente se trata de un trabajo de expansión. Por ello, el trabajo sobre el sistema es negativo, es decir, el valor del trabajo es de –900 J. A partir de los dos valores anteriores, aplicamos el primer principio de la termodinámica para hallar el calor:

$$Q = \Delta U - W = 0 - (-900\ \text{J}) = 900\ \text{J}$$

c) Sí, cambiaría el signo de los resultados del apartado anterior.

8. Es un proceso irreversible, ya que la rueda no se vuelve a inflar sola.

— Al hinchar la rueda, se produce un aumento en el número de partículas de aire y un aumento de la presión del aire en el interior de la rueda. Este proceso equivale a la realización de un trabajo que da lugar a un aumento en la energía interna solamente, si consideramos que es un proceso adiabático. Por tanto, cabe esperar un aumento de temperatura asociado con el aumento de la energía interna del sistema contenido dentro del neumático.

9. Datos:

$m = 2\ \text{kg};\ T_0 = 20\ °\text{C};\ T_f = 100\ °\text{C}$

$c_{agua} = 4180\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1};\ L_{vaporiz} = 2257\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

$Q = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L$

$$Q = 2\ \cancel{\text{kg}} \cdot 4180 \cdot \frac{\text{J}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{K}}} \cdot (100 - 20)\ \cancel{\text{K}} + 2\ \cancel{\text{kg}} \cdot 2257 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\cancel{\text{kg}}}$$

$Q = 5\,182\,800\ \text{J} \rightarrow 1{,}43966\ \text{kW}\cdot\text{h}$

$$1{,}43966\ \text{kw}\cdot\text{h} \cdot \frac{100}{80} = 1{,}7996\ \text{kW}\cdot\text{h}$$

$$1{,}7996\ \cancel{\text{kw}\cdot\text{h}} \cdot 0{,}16 \frac{€}{\cancel{\text{kw}\cdot\text{h}}} = 0{,}29\ €$$

10. Datos: $m = 2300\ \text{kg};\ v = 50\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Toda la energía cinética se transforma en energía en forma de calor.

Antes de todo, hay que cambiar las unidades de la velocidad a unidades del SI (Sistema Internacional de Unidades).

$$v = 50 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{10^3\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 13{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Por lo tanto, la energía en forma de calor que disiparán los frenos será la siguiente:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2300\ \text{kg} \cdot (13{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 2{,}2 \cdot 10^5\ \text{J}$$

Zona + (Pág. 135)

— *¿Hace falta ahorrar energía?*

- A partir del texto, se llega a la conclusión de que hay que utilizar de forma razonable las fuentes energéticas, especialmente las de mayor calidad, puesto que en las transformaciones energéticas la energía se conserva, pero se va degradando.

- Respuesta sugerida:

  Los procesos no espontáneos pueden tener lugar gracias a la acción de un agente externo que proporciona energía en forma de trabajo.

  De acuerdo con el segundo principio de la termodinámica, los procesos espontáneos conllevan un aumento en la entropía; es decir, en el grado de desorden del conjunto sistema-entorno. En el caso de edificios y construcciones, las reacciones químicas y procesos químicos que tienen lugar de forma espontánea conllevan un aumento del desorden que, a nivel macroscópico, se visualiza como un deterioro. De ahí la importancia de los trabajos de mantenimiento y conservación, ya que las infraestructuras no se mantienen por sí mismas y nunca evolucionan espontáneamente hacia un mayor grado de orden.

- Respuesta sugerida:

  Tras consultar en Internet, en la presentación se podría incluir un esquema simplificado de las principales etapas en la fabricación de un automóvil o de cualquier objeto o construcción. Y en cada una de estas etapas se debería analizar los flujos energéticos y la variación en el grado de orden del conjunto sistema-orden.

  Con relación al segundo principio, una posibilidad es incluir también en la presentación otros enunciados del segundo principio de la termodinámica (enunciados de Kelvin y Clausius), ilustrados con dibujos de máquinas térmicas.

5 Energía y espontaneidad de las reacciones químicas

En contexto (Pág. 137)

a.

— Respuesta sugerida:

Pienso en las reacciones de combustión y en la transferencia de frío y de calor.

Sí que relaciono estas imágenes con hechos cotidianos; se trata del lanzamiento de fuegos artificiales y de la aplicación de frío sobre una superficie caliente.

— Respuesta sugerida:

Hay reacciones que liberan energía (normalmente mediante luz y calor) y se denominan *reacciones exotérmicas*, como es el caso de una combustión. Sin embargo, existen otras reacciones que absorben energía (p. ej., la reacción de fotosíntesis) y reciben el nombre de *endotérmicas*.

La rapidez de una reacción depende de su cinética química.

Para que una reacción tenga lugar es necesario que los reactivos venzan la *energía de activación*, como veremos al estudiar las teorías de las reacciones químicas (apartado 2 de esta unidad).

b.

— Los estromatolitos son asociaciones de algas y bacterias que crecen en capas, formando estratos y atrapando sales como el carbonato de calcio del medio acuático que los rodea.

Hace unos 3500 millones de años, los estromatolitos llevaron a cabo por primera vez la fotosíntesis, obteniendo energía a partir de la luz. Captaron el dióxido de carbono de la antigua atmósfera y lo transformaron en oxígeno, cambiando drásticamente las características de la Tierra.

Así, su papel en la formación de nuestro planeta fue el de «llenarlo» de oxígeno, gas esencial para la respiración de los seres vivos aeróbicos.

— El carbón está formado principalmente de carbono, pero, además, tiene cantidades variables de otros elementos como hidrógeno, azufre, oxígeno y nitrógeno.

La mayor parte del carbón se formó durante el período denominado *Carbonífero*, hace entre 359 y 299 millones de años.

— No, Kelvin hizo una predicción errónea. Consideró que la Tierra, en sus inicios, había sido una esfera fundida que se encontraba a temperatura homogénea. Así, desde aquel momento se habría ido enfriando por la superficie, perdiendo calor exclusivamente por conducción.

A partir de esta suposición estimó que la edad de la Tierra era entre 24 y 100 millones de años, un dato muy alejado de los 4500 millones de años que se aceptan hoy en día.

El error de Kelvin fue considerar que el calor se transporta solo por conducción, cuando principalmente lo hace por convección.

c.

— Una pila de combustible es un dispositivo electroquímico que transforma energía química en energía eléctrica.

— Actualmente se está trabajando en el desarrollo de pilas de combustible de hidrógeno, con las que probablemente funcionarán los coches del futuro El hidrógeno es un combustible limpio y prácticamente inagotable, así que es una buena alternativa a los combustibles de origen fósil. A día de hoy, esta tecnología debe superar todavía obstáculos como la forma de almacenar y transportar el hidrógeno; pero, una vez resueltas estas dificultades, es muy probable que el hidrógeno se consolide como el mejor combustible.

— Respuesta sugerida:

Comprobaremos de nuevo estas respuestas al finalizar la unidad.

d. Accedemos al enlace y visitamos virtualmente el museo.

Problemas resueltos (Págs. 151 y 152)

1. Datos:

(a) $C\ (\text{diamante}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g);\ \Delta H_a = -94{,}5\ \text{kcal}$

(b) $C\ (\text{grafito}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g);\ \Delta H_b = -94{,}05\ \text{kcal}$

Incógnitas: ΔH_r^0

— Como la reacción de obtención del diamante a partir del grafito se puede expresar como suma algebraica de estas ecuaciones termoquímicas dadas, calcularemos la variación de entalpía pedida aplicando la ley de Hess. Operamos con las ecuaciones (a) y (b) para obtener la ecuación buscada:

$$\begin{array}{ll} -(a) & \cancel{CO_2(g)} \rightarrow C\ (\text{diamante}) + \cancel{O_2(g)} \\ (b) & C\ (\text{grafito}) + \cancel{O_2(g)} \rightarrow \cancel{CO_2(g)} \\ \hline & C\ (\text{grafito}) \rightarrow C\ (\text{diamante}) \end{array}$$

El algoritmo buscado en −(a) + (b)

— Teniendo en cuenta este algoritmo, calculamos la variación de entalpía de la reacción pedida:

$\Delta H_r = -\Delta H_a + \Delta H_b$

$\Delta H_r = -(-94{,}5) + (-94{,}05) = 0{,}45\ \text{kcal}$

La entalpía de la reacción de fabricación del diamante es de 0,45 kcal.

2. Datos:

$\Delta H_f^0[C_7H_8\ (g)] = 49{,}95\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[CO_2(g)] = -393{,}14\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[H_2O\ (l)] = -285{,}56\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[O_2\ (g)] = 0\ kJ \cdot mol^{-1}$

Incógnitas: a) ΔH_r^0; b) Q

a) — Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$C_7H_8\ (g) + 9\ O_2(g) \rightarrow 7\ CO_2(g) + 4\ H_2O\ (l)$$

— Calculamos la variación de entalpía estándar de combustión del tolueno, aplicando la expresión siguiente:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 4 \cdot \Delta H_f^0[H_2O] + 7 \cdot \Delta H_f^0[CO_2] -$$

$$\Delta H_f^0[C_7H_8] - 9 \cdot \Delta H_f^0[O_2];$$

$$\Delta H_r^0 = 4 \cdot (-285{,}56) + 7 \cdot (-393{,}14) - (49{,}95) - 9 \cdot (0)$$

$$\Delta H_r^0 = -3\,944{,}3\ kJ$$

La entalpía de combustión del tolueno tiene un valor de $-3\,944{,}3\ kJ \cdot mol^{-1}$.

b) Hallamos la energía desprendida al quemar 23,0 g de tolueno:

$M_r\ (C_7H_8)$: $7 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 92{,}15$

$M\ (C_7H_8)$: $92{,}15\ g \cdot mol^{-1}$

$$Q = 23{,}0\ \cancel{g\ C_7H_8} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ C_7H_8}}{92{,}15\ \cancel{g\ C_7H_8}} \cdot \frac{-3\,944{,}17\ kJ}{1\ \cancel{mol\ C_7H_8}} =$$

$$= -984\ kJ$$

Al quemar 23,0 g de tolueno se desprenden 984 kJ.

3. Datos:

$\Delta H_f^0[NO(g)] = 90{,}40\ kJ \cdot mol^{-1}$

$S^0[N_2(g)] = 190{,}71\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[O_2(g)] = 204{,}82\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[NO(g)] = 210{,}42\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

Incógnitas: $T_{\text{espontánea}}$

— Escribimos la ecuación química ajustada que nos proporciona el enunciado del problema:

$$\frac{1}{2} N_2\ (g) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow NO\ (g)$$

— Calculamos la variación de entalpía estándar de reacción. Para ello, tenemos en cuenta que la ecuación química representa la formación del NO(g).

Por tanto, la variación de entalpía de formación del NO(g) que nos da el enunciado se corresponde justamente con la variación de entalpía estándar de la reacción:

$$\Delta H_f^0[NO(g)] = \Delta H_r^0 = 90{,}40\ kJ \cdot mol^{-1}$$

Observemos que, como $\Delta H_r^0 > 0$, la reacción es endotérmica.

— Hallamos la variación de entropía estándar de reacción con la expresión siguiente:

$$\Delta S_r^0 = \sum n \cdot S^0(\text{productos}) - \sum n \cdot S^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta S_r^0 = 1 \cdot S^0[NO(g)] - \frac{1}{2} \cdot S^0[N_2(g)] - \frac{1}{2} \cdot S^0[O_2\ (g)]$$

$$\Delta S_r^0 = 1\ \cancel{mol} \cdot (210{,}42\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1}) -$$

$$-\frac{1}{2}\ \cancel{mol} \cdot (190{,}71\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1}) -$$

$$-\frac{1}{2}\ \cancel{mol} \cdot (204{,}82\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1})$$

$$\Delta S_r^0 = 12{,}66\ J \cdot K^{-1}$$

— Determinamos la temperatura de equilibrio: $\Delta G^0 = 0$:

$$0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0$$

$$T = \frac{\Delta H^0}{\Delta S^0} = \frac{90{,}40\ \cancel{kJ}}{1{,}266 \cdot 10^{-2}\ \cancel{kJ} \cdot K^{-1}} = 7\,141\ K$$

$$T = (7\,141 - 273)\,°C = 6\,868\ °C$$

— Estudiamos el signo de ΔG en cada intervalo de temperaturas: menores que 7 141 K y mayores que 7 141 K.

Para ello, podemos emplear cualquier temperatura representativa de cada intervalo, por ejemplo, 6000 K (como temperatura inferior a 7 141 K) y 9000 K (como temperatura superior a 7 141 K):

$$\Delta G^0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0$$

$$T = 6\,000\ K \rightarrow \Delta G = 90{,}40\ kJ - 6\,000\ \cancel{K} \cdot$$

$$\cdot 1{,}266 \cdot 10^{-2}\ kJ \cdot \cancel{K^{-1}}$$

$$\Delta G = 14{,}44\ kJ > 0$$

$$T = 9\,000\ K \rightarrow \Delta G = 90{,}40\ kJ - 9\,000\ \cancel{K} \cdot 1{,}266 \cdot$$

$$\cdot 10^{-2}\ kJ \cdot \cancel{K^{-1}}$$

$$\Delta G = -23{,}54\ kJ < 0$$

El proceso es espontáneo cuando la temperatura es superior a 7 141 K (6868 °C).

Ejercicios y problemas (Págs. 153 a 156)

1 INTERCAMBIO DE ENERGÍA EN LAS REACCIONES QUÍMICAS Págs. 153 y 154

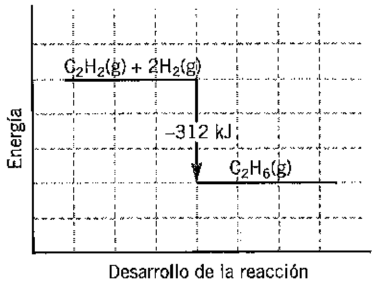
4. a) Una pila voltaica. Genera corriente eléctrica a partir de una reacción redox.

b) Las barras luminosas que se utilizan para ser visto en la montaña y como animación en las verbenas nocturnas. Estas barras contienen unos reactivos separados por una membrana. Al agitar la barra, se rompe la membrana y los reactivos entran en contacto, produciéndose una reacción química acompañada de la emisión de luz.

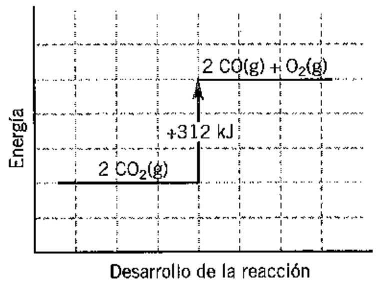
c) El motor de combustión de un coche. Se quema el combustible mediante una reacción de combustión en la que se desprende energía, que la utiliza el motor mediante trabajo.

5. La fusión de un cubito de hielo es un proceso endotérmico, ya que se necesita un aporte de energía para producirse el cambio de estado. (Este cambio de estado corresponde con la ruptura de enlaces de hidrógeno entre moléculas de agua).

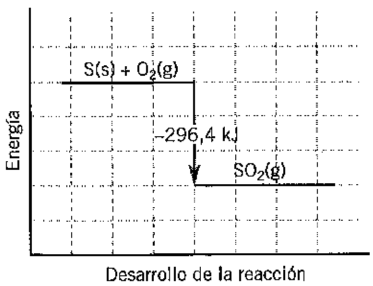
6. a) Exotérmica, el calor de reacción es menor que cero. Como Q es negativo, indica que el sistema libera energía (mediante calor) al entorno, lo que da lugar a un proceso exotérmico.



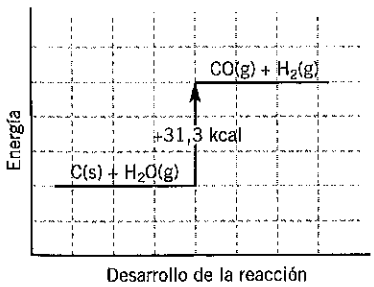
b) Endotérmica, el calor de reacción es mayor que cero. Como Q es positivo, indica que el sistema absorbe energía (mediante calor) del entorno, lo que da lugar a un proceso endotérmico.



7. a)



b)



8. La combustión del butano es una reacción exotérmica, ya que el calor de reacción tiene un valor negativo. Como Q es negativo, indica que el sistema libera energía (mediante calor) al entorno, lo que da lugar a un proceso exotérmico.

9. a) Sí. El oxígeno molecular tiene entalpía estándar de formación nula, pues se encuentra en su estado estándar.

b) No. El agua líquida es un compuesto que se forma a partir de hidrógeno y oxígeno en estado estándar. A estos últimos se les asigna una entalpía estándar de formación nula.

c) No. El hidrógeno se encuentra como hidrógeno molecular en su estado estándar. Por tanto, la entalpía estándar de formación nula correspondería al hidrógeno molecular, no al atómico.

d) Sí. El hierro es un elemento en estado sólido en su estado estándar.

10. La entalpía de formación estándar es la variación de entalpía que acompaña a la formación de un mol de sustancia en su estado estándar a partir de sus elementos, también en estado estándar.

Por tanto, la ecuación termoquímica correspondiente a la reacción de formación de un mol de CO(g) es la siguiente:

$$C\,(s) + \frac{1}{2}\,O_2(g) \rightarrow CO\,(g);\ \Delta H_f^0 = -110{,}5\ \text{kJ}$$

11. Datos: $m\,(C_5H_{12}) = 10$ kg; $Q = -3\,537$ kJ

Incógnitas: Q

— La ecuación termoquímica de combustión del pentano es la siguiente:

$$C_5H_{12}(g) + 8\ O_2(g) \rightarrow 5\ CO_2\ (g) + 6\ H_2O\,(l);\ Q = -3\,537\ \text{kJ}$$

— Calculamos la cantidad de energía que se desprende al quemar 10 kg de C_5H_{12}:

$M_r\,(C_5H_{12})$: $5 \cdot 12{,}01 + 12 \cdot 1{,}01 = 72{,}17$

$M\,(C_5H_{12})$: $72{,}17\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$Q = 10\ \cancel{\text{kg}\,C_5H_{12}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{g}\,C_5H_{12}}}{1\ \cancel{\text{kg}\,C_5H_{12}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_5H_{12}}}{72{,}17\ \cancel{\text{g}\,C_5H_{12}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{-3\,537\ \text{kJ}}{1\ \cancel{\text{mol}\,C_5H_{12}}} = -4{,}9 \cdot 10^5\ \text{kJ}$$

De la combustión de los 10 kg de pentano contenido en una bombona de pentano se desprenden $4{,}9 \cdot 10^5$ kJ.

12. Datos: $UF_4\,(s) + F_2(g) \rightarrow UF_6\,(s)$ $\quad \Delta H_r = -282{,}8$ kJ

Incógnitas: ΔH_r

a) La variación de entalpía de esta reacción tendrá el mismo valor, pero signo opuesto, ya que se trata de la reacción inversa:

$$\Delta H_r = -(-282{,}8)\ \text{kJ} = +282{,}8\ \text{kJ}$$

b) Esta ecuación se obtiene multiplicando por tres los coeficientes estequiométricos de la ecuación termoquímica dada.

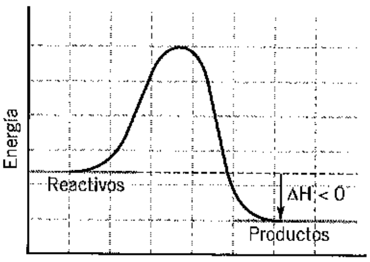
Como la variación de entalpía es una magnitud extensiva, es directamente proporcional a la cantidad de sustancia que interviene en el proceso.

Calculamos la variación de entalpía asociada a la ecuación química pedida multiplicando por tres el valor de la variación de entalpía de la ecuación química propuesta:

$$\Delta H_r = 3 \cdot (-282{,}8)\ \text{kJ} = -848{,}4\ \text{kJ}$$

13. a) Se trata de una reacción exotérmica. La energía de los reactivos es mayor que la de los productos, y se desprende energía en el transcurso de la reacción.

b) La siguiente gráfica representa la variación de entalpía de la reacción:



14. La afirmación es falsa. Para romper un enlace se consume energía, no se libera.

La ruptura de enlaces supone siempre un consumo de energía, mientras que la formación supone un desprendimiento de energía.

Así, los valores de entalpía de enlace tabulados tienen siempre valor positivo, ya que, por definición: la entalpía de enlace es la energía necesaria para separar dos átomos de una sustancia determinada.

Por otro lado, la entalpía de reacción se puede calcular a partir de las entalpías de enlace, según la siguiente expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{formados}}$$

De este modo, el valor y signo final de la entalpía de reacción depende del cómputo entre enlaces rotos y enlaces formados en la reacción química.

15. a) Verdadero. Por definición, la energía de enlace corresponde con la energía necesaria para separar dos átomos de una sustancia. Cuando se lleva a cabo en estado gaseoso, se suele expresar como la energía necesaria para romper un mol de enlaces.

Por este motivo, para calcular la entalpía de una reacción a partir de los valores de las energías de enlace, las sustancias de la reacción deben estar en estado gaseoso.

Si en la reacción interviniese una sustancia en estado no gaseoso, habría que añadir la entalpía de vaporización (si está en estado líquido) o la de sublimación (en caso de que se encontrase en estado sólido) en el cálculo.

b) Verdadero. Los valores de energía de enlace que aparecen en las tablas se corresponden con el promedio de la energía de enlace de un determinado tipo en diferentes sustancias.

Así, por ejemplo, para estimar el valor de la energía del enlace O–H se tienen en consideración las distintas moléculas que presentan este enlace determinado (agua, ácidos carboxílicos, oxoácidos, alcoholes, etc.), y se calcula un valor promedio.

16. Para escribir la ecuación termoquímica pedida, tenemos en cuenta que los 300,5 kJ corresponden a la descomposición de 1 mol de MgO, y que se trata de una reacción endotérmica (necesita energía para producirse).

— Ajustamos entonces la ecuación química para la descomposición de un mol de MgO y ponemos la variación de entalpía con signo positivo:

$$\text{MgO(s)} \rightarrow \text{Mg(s)} + \frac{1}{2}\,\text{O}_2\text{(g)}\,;\ \Delta H = +300{,}5\ \text{kJ}$$

17. Datos: $m(H_2O) = 18$ g

Para comprobar la afirmación, calcularemos la energía desprendida al formarse 18 g de H_2O:

— Calculamos la cantidad de H_2O y, mediante factores de conversión, hallamos la energía desprendida, considerando la ecuación termoquímica dada:

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$

$M(H_2O)$: $18{,}02\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$Q = 18\ \cancel{\text{g}\,H_2O} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,H_2O}}{18{,}02\ \cancel{\text{g}\,H_2O}} \cdot \frac{-483{,}5\ \text{kJ}}{2\ \cancel{\text{mol}\,H_2O}} = -2{,}4 \cdot 10^2\ \text{kJ}$$

La afirmación es falsa, se desprenden $2{,}4 \cdot 10^2$ kJ por cada 18 g de H_2O formados en condiciones estándar.

18. Datos: $m(C_2H_2) = 100{,}0$ g; $Q = -631\ \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}\ C_6H_6$

Incógnitas: Q

Se trata de una reacción exotérmica porque su variación de entalpía tiene un valor negativo, es decir, tiene lugar con desprendimiento de energía.

$$3\,C_2H_2\,\text{(g)} \rightarrow C_6H_6\,\text{(l)}$$

— Calculamos la cantidad de energía que se desprende al reaccionar 100,0 g de C_2H_2, fijándonos en la estequiometría de la reacción química:

$M_r(C_2H_2)$: $2 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 1{,}01 = 26{,}04$

$M(C_2H_2)$: $26{,}04\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$Q = 100{,}0\ \cancel{\text{g}\,C_2H_2} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_2H_2}}{26{,}04\ \cancel{\text{g}\,C_2H_2}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_6H_6}}{3\ \cancel{\text{mol}\,C_2H_2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{-631\ \text{kJ}}{1\ \cancel{\text{mol}\,C_6H_6}} = -808\ \text{kJ}$$

Se desprenden 808 kJ en la reacción de 100,0 g de acetileno.

19. Datos:

(a) $\text{Sn(s)} + 2\,\text{Cl}_2\text{(g)} \rightarrow \text{SnCl}_4\text{(l)}\,;\ \Delta H_a = -130{,}3$ kcal

(b) $\text{Sn(s)} + 2\,\text{Cl}_2\text{(g)} \rightarrow \text{SnCl}_4\text{(g)}\,;\ \Delta H_b = -83{,}6$ kcal

Incógnitas: ΔH_r

— Como la ecuación química de vaporización del tetracloruro de estaño se puede expresar como suma algebraica de estas ecuaciones químicas dadas, calcularemos la entalpía pedida aplicando la ley de Hess. Operamos con las ecuaciones (a) y (b) para obtener la ecuación buscada:

$$\begin{array}{ll} -(a) & \text{SnCl}_4\text{(l)} \rightarrow \cancel{\text{Sn(s)}} + \cancel{2\,\text{Cl}_2\text{(g)}} \\ (b) & \cancel{\text{Sn(s)}} + \cancel{2\,\text{Cl}_2\text{(g)}} \rightarrow \text{SnCl}_4\text{(g)} \\ \hline & \text{SnCl}_4\text{(l)} \rightarrow \text{SnCl}_4\text{(g)} \end{array}$$

El algoritmo buscado en –(a) + (b)

— Teniendo en cuenta este algoritmo, calculamos la variación de entalpía de la reacción pedida:

$$\Delta H_r^0 = -\Delta H_a + \Delta H_b$$

$$\Delta H_r^0 = -(-130{,}3) + (-83{,}6) = 46{,}7 \text{ kcal}$$

— Pasamos la variación de entalpía a kilojulios:

$$\Delta H_r = 46{,}7 \cancel{\text{kcal}} \cdot \frac{4{,}18 \text{ kJ}}{1 \cancel{\text{kcal}}} = 195 \text{ kJ}$$

20. Datos:

$\Delta H_f^0[C(s)] = -393{,}5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

$\Delta H_f^0[H_2(g)] = -285{,}8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

$\Delta H_f^0[C_2H_2(g)] = -1\,300 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Incógnitas: $\Delta H_f^0[C_2H_2(g)]$

— Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente a la reacción de formación del etino a partir de sus elementos en estado estándar:

$$2\,C(s) + H_2(g) \rightarrow C_2H_2(g)$$

— Escribimos ecuaciones termoquímicas que corresponden a los datos del problema, ajustándolas para la combustión de un mol de sustancia:

(a) $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g);\ \Delta H_a^0 = -393{,}5 \text{ kJ}$

(b) $H_2(g) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow H_2O(g);\ \Delta H_b^0 = -285{,}8 \text{ kJ}$

(c) $C_2H_2(g) + \frac{5}{2} O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g);$

$\Delta H_c^0 = -1300 \text{ kJ}$

— Dado que la ecuación química de formación estándar del etino se puede expresar como suma algebraica de las reacciones anteriores, calcularemos la entalpía pedida aplicando la ley de Hess. Operamos con las ecuaciones (a), (b) y (c) para obtener la ecuación buscada:

2 · (a) $\quad 2\,C(s) + \cancel{2\,O_2(g)} \rightarrow \cancel{2\,CO_2(g)}$

(b) $\quad H_2(g) + \cancel{\frac{1}{2} O_2(g)} \rightarrow \cancel{H_2O(g)}$

–(c) $\quad \cancel{2\,CO_2(g)} + \cancel{H_2O(g)} \rightarrow C_2H_2(g) + \cancel{\frac{5}{2} O_2(g)}$

$$2\,C(s) + H_2(g) \rightarrow C_2H_2(g)$$

El algoritmo buscado en 2 · (a) + (b) – (c)

— Teniendo en cuenta este algoritmo, calculamos la variación de entalpía de la reacción pedida:

$$\Delta H_r^0 = 2 \cdot \Delta H_a^0 + \Delta H_b^0 - \Delta H_c^0$$

$$\Delta H_r^0 = 2 \cdot (-393{,}5) + (-285{,}8) - (-1300) = 227{,}2 \text{ kJ};$$

$$\Delta H_f^0[C_2H_2(g)] = 227{,}2 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

La variación de entalpía de la reacción de formación estándar del etino es de 227,2 kJ · mol⁻¹.

21. Datos:

$\Delta H_f^0[C_3H_8(g)] = -526{,}3 \text{ kcal}\cdot\text{mol}^{-1}$

$\Delta H_f^0[CO_2(g)] = -94{,}03 \text{ kcal}\cdot\text{mol}^{-1}$

$\Delta H_f^0[H_2O(g)] = -68{,}30 \text{ kcal}\cdot\text{mol}^{-1}$

$\Delta H_f^0[O_2(g)] = 0 \text{ kcal}\cdot\text{mol}^{-1}$

Rendimiento = 80 %

$m[C_3H_8(g)] = 1 \text{ kg}$

$\Delta H_c^0[C(s)] = 5 \text{ kcal}\cdot\text{g}^{-1}$

Incógnitas: a) $\Delta H_f^0[C_3H_8(g)]\ \Delta H_r^0$; b) $m(C)$

a) — Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente a la combustión del propano:

$$C_3H_8(g) + 5\,O_2(g) \rightarrow 3\,CO_2(g) + 4\,H_2O(g)$$

— Calculamos la entalpía estándar de formación del propano aplicando la expresión siguiente:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 3 \cdot \Delta H_f^0[CO_2(g)] + 4 \cdot \Delta H_f^0[H_2O(g)] -$$

$$- \Delta H_f^0[C_3H_8(g)] - 5 \cdot \Delta H_f^0[O_2(g)];$$

$$-526{,}3 \text{ kcal}\cdot\text{mol}^{-1} = 3 \cdot (-94{,}03) + 4 \cdot$$

$$\cdot (-68{,}30) - \Delta H_f^0[C_3H_8(g)] - 5 \cdot (0);$$

$$\Delta H_f^0[C_3H_8(g)] = -28{,}99 \text{ kcal} = -121{,}2 \text{ kJ}$$

— Como la ecuación anterior está referida a un mol de propano, tenemos:

$$\Delta H_f^0[C_3H_8(g)] = -121{,}2 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

La entalpía de formación del propano tiene un valor de –121,2 kJ · mol⁻¹.

b) — Hallamos la energía que se produce en la combustión de 1 kg de propano:

$M_r(C_3H_8): 3 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 44{,}11$

$M(C_3H_8): 44{,}11 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$\Delta H_r^0 = 1{,}0 \cancel{\text{kg } C_3H_8} \cdot \frac{1000 \cancel{\text{ g } C_3H_8}}{1 \cancel{\text{ kg } C_3H_8}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{ mol } C_3H_8}}{44{,}11 \cancel{\text{ g } C_3H_8}} \cdot$$

$$\cdot \frac{-526{,}3 \text{ kcal}}{1 \cancel{\text{ mol } C_3H_8}} = -1{,}2 \cdot 10^4 \text{ kcal}$$

— Calculamos la masa de carbono que habría que quemar suponiendo un rendimiento del 80 % para producir la misma energía que la generada en la combustión de 1 kg de propano:

$$m(C) = 1{,}2 \cdot 10^4 \cancel{\text{ kcal obtenido}} \cdot \frac{100 \cancel{\text{ kcal teórico}}}{80 \cancel{\text{ kcal obtenido}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1 \text{ g C necesario}}{5 \cancel{\text{ kcal teórico}}} = 3 \cdot 10^3 \text{ g C necesarios}$$

$m(C) = 3$ kg C necesarios

Se necesitan 3 kg de carbono para producir la misma energía que la generada al quemar 1 kg de propano con un rendimiento del 80 %.

22. Datos:

$\Delta H_f^0[H_2O\,(g)] = -241{,}8$ kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[CO_2(g)] = -393{,}5$ kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[C_8H_{18}\,(l)] = -250$ s kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[O_2\,(g)] = 0$ kJ·mol^{-1}

$d\,[C_8H_{18}\,(l)] = 800$ g·L^{-1}

Incógnitas: a) ΔH_r^0; b) Q (kJ · km^{-1})

a) — Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente:

$$C_8H_{18}\,(g) + \frac{25}{2}\,O_2(g) \rightarrow 8\,CO_2(g) + 9\,H_2O\,(g)$$

— Calculamos la entalpía estándar de combustión del octano líquido aplicando la expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 9 \cdot \Delta H_f^0[H_2O] + 8 \cdot \Delta H_f^0[CO_2] -$$

$$\Delta H_f^0[C_7H_8] - \frac{25}{2} \cdot \Delta H_f^0[O_2];$$

$$\Delta H_r^0 = 9 \cdot (-241{,}8) + 8 \cdot (-393{,}5) - (-250) - \frac{25}{2} \cdot (0) =$$

$$= -5\,074 \text{ kJ}$$

b) Calculamos la energía que necesita el automóvil por kilómetro recorrido, teniendo en cuenta el consumo indicado y el valor de la variación de entalpía obtenido en el apartado anterior:

$M_r\,(C_8H_{18})$: $8 \cdot 12{,}01 + 18 \cdot 1{,}01 = 114{,}26$

$M\,(C_8H_{18})$: 114,26 g·mol^{-1}

$$Q = 1{,}0\ \cancel{\text{km}} \cdot \frac{5{,}0\ \cancel{\text{L}}\,C_8H_{18}}{100\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{800\ \cancel{\text{g}\,C_8H_{18}}}{1\ \cancel{\text{L}}\,C_8H_{18}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_8H_{18}}}{114{,}26\ \cancel{\text{g}\,C_8H_{18}}} \cdot \frac{-5\,074\text{ kJ}}{1\ \cancel{\text{mol}\,C_8H_{18}}} = -1{,}8 \cdot 10^3\text{ kJ}$$

El automóvil necesita $1{,}8 \cdot 10^3$ kJ · km^{-1} que recorre.

23. Datos:

$\Delta H_r^0 = -223{,}6$ kJ; $\Delta H_f^0[NaCl\,(aq)] = -407{,}1$ kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[Cl_2\,(g)] = 0$ kJ·mol^{-1}; $\Delta H_f^0[I_2\,(s)] = 0$ kJ·mol^{-1}

Incógnitas: $\Delta H_f^0[NaI\,(aq)]$

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$Cl_2\,(g) + 2\,NaI\,(aq) \rightarrow 2\,NaCl\,(aq) + I_2\,(s)$$

— Calculamos la entalpía estándar de formación del NaI(aq) aplicando la expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 2 \cdot \Delta H_f^0[NaCl(aq)] + 2 \cdot \Delta H_f^0[I_2(s)] -$$

$$- \Delta H_f^0[Cl_2(g)] - 2 \cdot \Delta H_f^0[NaI(aq)];$$

$$-223{,}6 = 2 \cdot (-407{,}1) + 2 \cdot (0) - (0) - 2 \cdot \Delta H_f^0[NaI(aq)]$$

$$\Delta H_f^0[NaI(aq)] = -295{,}3 \text{ kJ·mol}^{-1}$$

La entalpía estándar de formación del NaI(aq) tiene un valor de $-295{,}3$ kJ · mol^{-1}.

24. Datos: $m\,(C_5H_{12}) = 10{,}0$ g; $\Delta H^0 = -398$ kJ

Incógnitas: a) ΔH_r^0; b) $\Delta H_f^0\,[C_5H_{12}\,(l)]$

a) — Escribimos la ecuación química de combustión del pentano líquido:

$$C_5H_{12}(l) + 8\,O_2(g) \rightarrow 5\,CO_2\,(g) + 6\,H_2O\,(l)$$

— Calculamos la variación de entalpía correspondiente a la combustión de un mol de sustancia:

$M_r\,(C_5H_{12})$: $5 \cdot 12{,}01 + 12 \cdot 1{,}01 = 72{,}17$

$M\,(C_5H_{12})$: 72,17 g·mol^{-1}

$$\Delta H_r^0 = \frac{-398{,}0\text{ kJ}}{10{,}00\ \cancel{\text{g}\,C_5H_{12}}} \cdot \frac{72{,}17\ \cancel{\text{g}\,C_5H_{12}}}{1\text{ mol}\,C_5H_{12}}$$

$$\Delta H_r^0 = -2\,872 \text{ kJ·mol}^{-1}$$

b) Datos:

$\Delta H_f^0[H_2O\,(g)] = -241{,}8$ kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[CO_2(g)] = -393{,}5$ kJ·mol^{-1}

$\Delta H_f^0[O_2\,(g)] = 0$ kJ·mol^{-1}

— Calculamos la entalpía estándar de formación del pentano líquido aplicando la expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 6 \cdot \Delta H_f^0[H_2O] + 5 \cdot \Delta H_f^0[CO_2] -$$

$$\Delta H_f^0[C_5H_{12}] - 8 \cdot \Delta H_f^0[O_2];$$

$$\Delta H_r^0 = 6 \cdot (-241{,}8) + 5 \cdot (-393{,}5) - \Delta H_f^0[C_5H_{12}] - 8 \cdot (0) =$$

$$= -2\,872 \text{ kJ}$$

$$\Delta H_f^0[C_5H_{12}] = -547 \text{ kJ·mol}^{-1}$$

La entalpía estándar de formación del pentano líquido tiene un valor de -547 kJ · mol^{-1}.

25. Datos:

$\Delta H^0[H-H] = 436{,}4$ kJ·mol^{-1}; $\Delta H^0[N-H] = 389$ kJ·mol^{-1};

$\Delta H^0[N \equiv N] = 945$ kJ·mol^{-1}

Incógnitas: $\Delta H_f^0[NH_3(g)]$

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$N_2(g) + 3\,H_2(g) \rightarrow 2\,NH_3(g)$$

— Determinamos la entalpía estándar de reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$$

$$\Delta H_r^0 = 1 \cdot \Delta H[N \equiv N] + 3 \cdot \Delta H[H - H] - 6 \cdot \Delta H^0[N - H];$$

$$\Delta H_r^0 = 1 \cancel{mol} \cdot 945 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} + 3 \cancel{mol} \cdot 436{,}4 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} -$$

$$- 6 \cancel{mol} \cdot 389 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} = -80 \text{ kJ}$$

— La variación de entalpía de formación del amoníaco será:

$$\Delta H_f^0[NH_3(g)] = \frac{\Delta H_r^0}{2 \text{ mol } NH_3(g)} = \frac{-80 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } NH_3(g)}$$

$$\Delta H_f^0[NH_3(g)] = -40 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— No podríamos calcular la entalpía de formación del amoníaco en estado líquido con los datos que facilita el problema, ya que deberíamos tener en cuenta la entalpía de vaporización. (Las entalpías de enlace están referidas a las sustancias en estado gaseoso).

26. Datos:

$\Delta H[H - H] = 436{,}4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\Delta H[O = O] = 498{,}7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;

$\Delta H[O - H] = 460{,}0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Incógnitas: $\Delta H_f^0[H_2O(g)]$

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$H_2(g) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$$

— Determinamos la entalpía estándar de reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$$

$$\Delta H_r^0 = 1 \cdot \Delta H[H - H] + \frac{1}{2} \cdot \Delta H[O = O] - 2 \cdot \Delta H^0[O - H];$$

$$\Delta H_r^0 = 1 \cancel{mol} \cdot 436{,}4 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} + \frac{1}{2} \cancel{mol} \cdot 498{,}7 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} -$$

$$- 2 \cancel{mol} \cdot 460{,}0 \text{ kJ} \cdot \cancel{mol^{-1}} = -234{,}2 \text{ kJ}$$

— La variación de entalpía de formación del agua será:

$$\Delta H_f^0[H_2O(g)] = \frac{\Delta H_r^0}{1 \text{ mol } H_2O(g)} = \frac{-234{,}2 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$\Delta H_f^0[H_2O(g)] = -234{,}2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Comparamos el valor obtenido con el que aparece en la tabla de entalpías estándar de formación del apartado 1.2 de la unidad.

El valor de la entalpía de formación del agua tabulado es de $-285{,}8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, mientras que nosotros hemos obtenido $-234{,}2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Esta diferencia se debe a que las entalpías de enlace que nos ofrece el problema como datos son valores promedio.

27. Respuesta sugerida:

El método científico es un método de investigación utilizado para explicar fenómenos observables, establecer relaciones entre hechos o enunciar leyes. Se basa en la observación y la experimentación.

Lo aplicaremos para investigar la reacción de fotosíntesis de las plantas:

1.° Observación

Observamos que las hojas de las plantas son de color verde y que las plantas crecen cuando están expuestas a la luz solar.

2.° Formulación de hipótesis

— Hipótesis 1. Las plantas realizan el proceso químico de fotosíntesis.

— Hipótesis 2. Las hojas de las plantas son de color verde porque contienen un pigmento llamado *clorofila.*

3.° Experimentación

— Probamos las hipótesis anteriores realizando dos experimentos:

1.° Ponemos alcohol en un frasco de vidrio e introducimos hojas de color verde. Calentamos la mezcla.

Observamos que, tras hervir, el alcohol se ha vuelto de color verde, hecho que se debe a la clorofila (pigmento verde) que poseen todos los vegetales verdes. Hemos comprobado, además, que la clorofila es soluble en alcohol. La clorofila es indispensable para realizar la reacción de fotosíntesis, ya que absorbe todas las longitudes de onda del espectro visible, excepto las del color verde, que corresponde con las radiaciones del espectro visible que no absorbe la clorofila.

2.° Mantenemos una planta en ausencia de luz durante unos días.

Observamos que las nuevas hojas no son de color verde, pero que se tornan verdes en cuanto se exponen a la luz solar y realizan la fotosíntesis.

4.° Conclusiones

— Tanto la hipótesis 1 como la 2 son ciertas, ya que las hojas de los vegetales son verdes por la presencia de un pigmento de este color llamado *clorofila*, indispensable para realizar la fotosíntesis.

Mediante la fotosíntesis, las plantas aprovechan la luz solar a fin de producir energía química para su crecimiento. Se trata de un proceso natural beneficioso para el medio ambiente, ya que convierte el dióxido de carbono del aire en carbohidratos y otros compuestos de carbono, y libera oxígeno a la atmósfera.

28. Interpretaremos la figura aplicando esta rutina de pensamiento. Para ello, nos formularemos las siguientes preguntas, a las que iremos dando una respuesta:

— *¿Qué ves?*

— *¿Qué piensas sobre esto?*

— *¿Qué te hace preguntarte?*

Respuesta sugerida:

— *Veo* un coche eléctrico cargando su batería en un punto de recarga.

— *Pienso* que este coche funciona con electricidad y no contamina el medio ambiente. *Pienso* también que los coches eléctricos son una buena alternativa a los coches tradicionales, que funcionan con gasolina o gasóleo (combustibles fósiles).

— *Me pregunto* cuánto tiempo durará la batería, la velocidad que puede llegar a alcanzar y su coste.

El intercambio de energía que sugiere la fotografía consiste en una transformación de energía eléctrica en energía mecánica.

Iremos anotando las respuestas de los alumnos en la pizarra para tener una reflexión común sobre el tema. De esta forma, analizaremos conjuntamente las ventajas y los inconvenientes que hayan ido surgiendo sobre esta tecnología.

29. Respuesta sugerida:

Accedemos al vídeo y lo visionamos. Después, respondemos a las preguntas propuestas:

a) Los objetivos de la práctica son los siguientes:

- Calcular la capacidad calorífica del calorímetro.
- Determinar el calor de disolución del NaOH.
- Determinar el calor de neutralización entre una disolución de NaOH y otra de HCl.
- Determinar el calor de neutralización del NaOH sólido con una disolución de HCl.
- Comprobar si se cumple la ley de Hess.

b) Tienen lugar las siguientes reacciones químicas:

$$NaOH(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_2O(l)$$

c) Elaboramos una lista con el material utilizado:

Vasos de precipitados, probeta, pipeta, calorímetro, soporte metálico, resistencia, termómetro, espátula y balanza.

En el vídeo aparecen las etiquetas con los pasos seguidos durante el procedimiento experimental.

d) Podemos concluir que se cumple la ley de Hess.

e) Por parejas, redactamos un informe de la práctica en Word que contenga los siguientes apartados:

Objetivos

Material

Procedimiento

Conclusiones

30. Respuesta sugerida:

Un caso particular de las reacciones exotérmicas son las explosivas. El fundamento químico de muchas bombas y explosivos consiste en el uso de reacciones exotérmicas muy rápidas.

En muchos casos, se fabrican con derivados del nitrógeno. Se trata de dispositivos muy inestables y que puede estallar con gran facilidad en las condiciones adecuadas. Dan lugar a gran cantidad de productos gaseosos, que son los que producen la onda de choque destructiva.

Debemos utilizar el conocimiento científico para mejorar nuestra calidad de vida, pero nunca con fines bélicos o con el objetico de perjudicar a la sociedad.

Por ejemplo, conocer la cinética y la energía que intervienen en las reacciones químicas nos ha permitido desarrollar tecnologías para combatir el frío o sintetizar nuevos medicamentos. Sin embargo, un mal uso de este conocimiento también nos puede conducir a provocar guerras y accidentes.

Hemos de ser conscientes de la importancia de la paz en la sociedad.

a) Accedemos a la biografía y descubrimientos de Alfred Bernhard Nobel en Internet. Sugerimos los siguientes enlaces:

http://es.wikipedia.org/wiki/Alfred_Nobel

http://www.ecured.cu/index.php/Alfred_Bernhard_Nobel

Alfred Bernhard Nobel fue un químico e ingeniero sueco, que nos dejó más de 350 patentes en inventos. Entre ellos, destaca la invención de la dinamita.

Los premios Nobel se instituyeron en 1895 como último deseo de Alfred Bernhard Nobel. Se entregaron por primera vez en 1901.

b) Nos informamos sobre el tema y, después, bajo la moderación del profesor o profesora, organizamos un debate en clase. Citamos ejemplos de buen uso y de mal uso de este tipo de reacciones químicas.

2 ESPONTANEIDAD DE LAS REACCIONES QUÍMICAS

Pág. 155

31. Desde un punto de vista termodinámico, un proceso espontáneo es aquel que transcurre sin un aporte de energía externo. Es decir, evoluciona en el tiempo liberando energía (normalmente mediante calor) hasta alcanzar un estado energético más estable.

a) Espontáneo.

b) No espontáneo. Para que el agua solidifique a presión atmosférica, la temperatura debe ser igual o inferior a 0 °C.

c) No espontáneo. Se trata de una reacción química que necesita un aporte de energía para que transcurra.

d) Espontáneo.

32. Para predecir la variación de entropía de una reacción química, tenemos en cuenta el orden molecular y el estado físico de las sustancias que intervienen.

a) En este proceso, un mol de hidrógeno gaseoso reacciona con un mol de bromo gaseoso para formar dos moles de bromuro de hidrógeno, también en estado gaseoso.

Todas las sustancias están en estado gaseoso, así que el sistema presenta mucho desorden molecular. Sin embargo, al calcular la variación de la cantidad de sustancia (moles) entre reactivos y productos, el resultado es cero:

$$\Delta n = (2 - 2)\ \text{mol} = 0\ \text{mol} = 0$$

Por tanto, prácticamente no hay variación de entropía: $\Delta S = 0$.

(Como siempre existe cierta variación de entropía, en este caso podemos pensar que disminuye, ya que el sistema formado por elementos tiene mayor grado de libertad que cuando está formado por el compuesto. En el primer caso, los átomos de cada elemento son independientes de los del otro elemento, pero, después del proceso, son dependientes entre sí).

b) Dos moles de sustancias en estado gaseoso (un mol de eteno y un mol de hidrógeno) se unen para dar lugar a un único mol de otra sustancia en estado gaseoso (un mol de etano).

Dado que todas las sustancias están en estado gaseoso, al calcular la variación de la cantidad de sustancia entre reactivos y productos, obtenemos:

$$\Delta n = (1 - 2)\ \text{mol} = -1\ \text{mol} < 0$$

Como la variación es negativa, el desorden del sistema disminuye y tenemos que $\Delta S < 0$.

c) Un mol de sustancia en estado líquido se combina con un mol de sustancia en estado gaseoso para dar un mol de una nueva sustancia en estado sólido. Observamos que, en los reactivos, las sustancias se encuentran en estados más desordenados (líquido y gaseoso) que en productos (sólido). Por tanto, predecimos una disminución de entropía: $\Delta S < 0$.

d) En reactivos, una sustancia está en estado líquido y la otra en estado gaseoso, mientras que, en los productos, las dos sustancias se presentan en estado gaseoso. Así tendrá lugar un aumento del desorden molecular y, por tanto, un aumento de la entropía del sistema: $\Delta S > 0$.

33. Datos:

$S^0[SiO_2(s)] = 46{,}9\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[HF(aq)] = 88{,}7\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[SiF_4(g)] = 282{,}1\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[H_2O(l)] = 69{,}9\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

Incógnitas: ΔS_r^0

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$SiO_2(s) + 4HF(aq) \rightarrow SiF_4(g) + 2H_2O(l)$$

— Determinamos la entropía estándar de reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta S_r^0 = \sum n \cdot S^0(\text{productos}) - \sum n \cdot S^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta S_r^0 = 1 \cdot S^0[SiF_4(g)] + 2 \cdot S^0[H_2O(l)] -$$

$$- 1 \cdot S^0[SiO_2(s)] - 4 \cdot S^0[HF\,(aq)]$$

$$\Delta S_r^0 = 1\ \cancel{mol} \cdot 282{,}1\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} +$$

$$+ 2 \cdot \cancel{mol} \cdot 69{,}9\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} -$$

$$- 1 \cdot \cancel{mol} \cdot 46{,}9\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} -$$

$$- 4 \cdot \cancel{mol} \cdot 88{,}7\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1}$$

$$\Delta S_r^0 = 20{,}2\ J \cdot K^{-1}$$

Se produce un aumento de entropía de $20{,}2\ J \cdot K^{-1}$.

34. a) Falso. La espontaneidad de una reacción química depende tanto de la variación de entalpía como de la variación de entropía y de la temperatura.

b) Falso. En toda reacción química espontánea la variación de energía libre de Gibbs es positiva. La variación de entropía puede tener signo negativo o positivo, según el caso.

c) Verdadero. El sistema pasa de un estado más ordenado (líquido) a otro más caótico (gaseoso).

35. a) Para que un proceso sea espontáneo, la variación de energía libre de Gibbs debe ser negativa: $\Delta G < 0$.

Escribimos la expresión matemática de la energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

Como sabemos que en esta reacción química:

$$\Delta G < 0 \text{ y } \Delta S > 0$$

Podemos deducir fácilmente lo siguiente, fijándonos en la fórmula anterior:

— Si $\Delta H < 0 \rightarrow \Delta G < 0 \rightarrow$ Espontáneo.

— Si $\Delta H > 0 \rightarrow$ El signo de ΔG depende de la temperatura:

- Si $|\Delta H| > |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ No espontáneo.
- Si $|\Delta H| < |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G < 0 \rightarrow$ Espontáneo.

Por tanto, no podemos deducir que la variación de entalpía de la reacción sea negativa.

b) Sí puede ser espontánea una reacción endotérmica. En toda reacción endotérmica se cumple que $\Delta H > 0$. A fin de que la reacción sea espontánea debe cumplirse, además, que la variación de la energía libre de Gibbs sea negativa: $\Delta G < 0$.

Nos fijamos en la expresión matemática de la energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

Así, una reacción endotérmica será espontánea si $\Delta S > 0$ y, además, se cumple que:

$$|\Delta H| < |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G < 0$$

36. Datos:

$\Delta G_f^0[C_2H_2(g)] = 209{,}2\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta G_f^0[O_2(g)] = 0\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta G_f^0[CO_2(g)] = -394{,}4\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta G_f^0[H_2O(l)] = -237{,}2\ kJ \cdot mol^{-1}$

Incógnitas: ΔG_r^0

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$2C_2H_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 2H_2O(l)$$

— Determinamos la entropía estándar de reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta G_r^0 = \sum n \cdot \Delta G_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta G_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta G_r^0 = 4 \cdot \Delta G_f^0[CO_2(g)] + 2 \cdot \Delta G_f^0[H_2O(l)] -$$

$$- 2 \cdot \Delta G_f^0[C_2H_2(g)] - 5 \cdot \Delta G_f^0[O_2(g)]$$

$$4\ \cancel{mol} \cdot (-394{,}4\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) + 2\ \cancel{mol} \cdot (-237{,}2\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$$

$$- 2\ \cancel{mol} \cdot (209{,}2\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) - 5\ \cancel{mol} \cdot (0\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}})$$

$$\Delta G_r^0 = -2\,470{,}4\ kJ$$

Se produce una disminución de energía libre de Gibbs de 2470,4 kJ. Como $\Delta G_r^0 < 0$; la reacción es espontánea.

37. Datos:

	ΔH_f^0(kJ · mol^{-1})	S^0 (J · mol^{-1} · K^{-1})
C_2H_4(g)	52,3	209,0
H_2(g)	0	130,6
C_2H_6(g)	-84,9	229,0

Incógnitas: ΔH_r^0; ΔS_r^0

— Escribimos la ecuación química ajustada:

$$C_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g)$$

— Calculamos la variación de entalpía estándar de reacción a partir de las entalpías estándar de formación:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta H_r^0 = 1 \cdot \Delta H_f^0[C_2H_6(g)] - 1 \cdot \Delta H_f^0[C_2H_4(g)] - $$
$$-1 \cdot \Delta H_f^0[O_2(g)];$$

$$\Delta H_r^0 = 1\, \cancel{mol} \cdot (-84{,}9\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$$
$$-1\, \cancel{mol} \cdot (52{,}3\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}})$$
$$-1\, \cancel{mol} \cdot (0\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}});$$

$$\Delta H_r^0 = -137{,}2\ kJ$$

— Determinamos la variación de entropía estándar de reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta S_r^0 = \sum n \cdot S^0(\text{productos}) - \sum n \cdot S^0(\text{reactivos})$$

$$\Delta S_r^0 = 1 \cdot S^0[C_2H_6(g)] - 1 \cdot S^0[C_2H_4(g)] -$$
$$- 1 \cdot S^0[H_2(g)];$$

$$\Delta S_r^0 = 1\, \cancel{mol} \cdot 229{,}0\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} -$$
$$- 1 \cdot \cancel{mol} \cdot 209{,}0\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} -$$
$$- 1 \cdot \cancel{mol} \cdot 130{,}6\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1};$$

$$\Delta S_r^0 = -110{,}6\ J \cdot K^{-1}$$

— Para evaluar la espontaneidad de la reacción, hallamos la variación de la energía libre de Gibbs estándar:

$$\Delta G_r^0 = \Delta H_r^0 - T \cdot \Delta S_r^0$$

$$\Delta G_r^0 = -137{,}2\ kJ - 298\ \cancel{K} \cdot (-0{,}1106\ kJ \cdot \cancel{K^{-1}})$$

$$\Delta G_r^0 = -104{,}2 < 0$$

Como tiene lugar una disminución de la energía libre de Gibbs estándar, la reacción es espontánea.

38. Analizamos la figura y razonamos si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Extraemos de la gráfica los datos correspondientes a $T = 500$ K:

$T \cdot \Delta S = 70$ kJ

$\Delta H = 30$ kJ

Calculamos el incremento de energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

$$\Delta G = 30\ kJ - 70\ kJ = -40\ kJ < 0$$

Por tanto, la afirmación es verdadera: a 500 K, la reacción es espontánea.

b) Extraemos de la gráfica los datos correspondientes a $T = 200$ K:

$T \cdot \Delta S = 30$ kJ

$\Delta H = 80$ kJ

Calculamos el incremento de energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

$$\Delta G = 80\ kJ - 30\ kJ = 50\ kJ > 0$$

Por tanto, la afirmación es falsa: a 200 K la reacción no es espontánea.

c) Observamos en la gráfica que $T = 400$ K se corresponde con la temperatura de equilibrio. Evaluamos entonces el signo de ΔG a temperaturas mayores y menores que 400 K:

$T > 400$ K $\rightarrow \Delta G < 0 \rightarrow$ Reacción espontánea.

$T < 400$ K $\rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ Reacción no espontánea.

Así, a $T < 400$ K la reacción A $\rightarrow$ B no tiende a producirse. Por tanto, el compuesto A es más estable que el B a esa temperatura, y la afirmación es verdadera.

d) Verdadero. A 400 K el sistema está en equilibrio y el incremento de energía libre de Gibbs a esa temperatura es cero: $\Delta G = 0$:

$T \cdot \Delta S = 50$ kJ

$\Delta H = 50$ kJ

Calculamos el incremento de energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

$$\Delta G = 50\ kJ - 50\ kJ = 0$$

e) Extraemos de la gráfica el dato de incremento de entalpía correspondiente a $T = 600$ K:

$\Delta H = 10$ kJ $> 0 \rightarrow$ Reacción endotérmica.

Por tanto, la afirmación es falsa.

39. Datos:

$\Delta H^0 = 30{,}6$ kJ; $\Delta S^0 = 66{,}04\ J \cdot K^{-1} = 6{,}604 \cdot 10^{-2} kJ \cdot K^{-1}$;

$T = 298$ K

Incógnitas: a) ΔG^0; b) $T_{espontánea}$

a) Calculamos la variación de energía libre de Gibbs a 298 K:

$$\Delta G^0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0$$

$$\Delta G^0 = 30{,}6\ kJ - 298\ \cancel{K} \cdot 6{,}604 \cdot 10^{-2} kJ \cdot \cancel{K^{-1}}$$

$$\Delta G^0 = 10{,}92\ kJ$$

Como $\Delta G^0 > 0$, la reacción no es espontánea.

b) — Determinamos partir de qué temperatura será espontánea. Para ello, hallamos la temperatura de equilibrio igualando ΔG^0 a cero en la ecuación de Gibbs:

$$0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0;$$

$$T = \frac{\Delta H^0}{\Delta S^0} = \frac{30{,}6\ \cancel{kJ}}{6{,}604 \cdot 10^{-2}\ \cancel{kJ} \cdot K^{-1}} = 463{,}4\ K$$

— Estudiamos el signo de ΔG en cada intervalo de temperaturas (inferiores a 463,4 K y superiores a 463,4 K). Para ello, podemos emplear cualquier temperatura representativa de cada intervalo (p. ej., 300 K, como temperatura inferior a 463,4 K, y 1000 K, como temperatura superior a 463,4 K):

$T = 300\,\text{K};$

$\Delta G = 30{,}6\ \text{kJ} - 300\ \cancel{\text{K}} \cdot 6{,}604 \cdot 10^{-2}\ \text{kJ} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} =$

$= 10{,}8\ \text{kJ} > 0$

$T = 1000\ \text{K};$

$\Delta G = 30{,}6\ \text{kJ} - 1000\ \cancel{\text{K}} \cdot 6{,}604 \cdot 10^{-2}\ \text{kJ} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} =$

$= -35{,}4\ \text{kJ} < 0$

La reacción será espontánea cuando la temperatura sea superior a 463,4 K (190,4 °C).

40. Respuesta sugerida:

Accedemos al enlace web y visionamos el vídeo. Después, respondemos a las preguntas propuestas.

a) Tiene lugar una reacción química entre el potasio y el agua.

b) Los reactivos son el potasio y el agua. Los productos hidróxido de potasio e hidrógeno gaseoso.

La ecuación química que representa la reacción es la siguiente:

$$2\,K(s) + 2\,H_2O(l) \rightarrow 2\,KOH(aq) + H_2(g)$$

c) La variación de entalpía de la reacción tendrá signo negativo, $\Delta H < 0$, ya que se trata de una reacción exotérmica. Podemos observar cómo se producen llamas y cómo se desprende el hidrógeno gaseoso.

d) Sí, el proceso es espontáneo porque no requiere un aporte de energía u otro agente externo.

e) Hacemos una puesta en común de las respuestas de los alumnos en clase. Comprobamos si todos han llegado a las mismas conclusiones.

3 USOS Y EFECTOS DE LAS REACCIONES DE COMBUSTIÓN   Pág. 156

41. Las reacciones de combustión tienen múltiples aplicaciones en nuestra vida cotidiana. Por ejemplo:

— Calderas de calefacción.

— Cocinas.

— Hornos.

— Motores de los vehículos.

— Obtención de energía eléctrica en centrales termoeléctricas.

A continuación, buscamos información en Internet sobre los efectos medioambientales de las reacciones de combustión.

Comprobaremos cómo los gases desprendidos contribuyen al efecto invernadero y al calentamiento global.

42. Datos:

Combustible	Emisiones de SO_2 (Planta de 1000 MW, en kg·h^{-1})
Carbón	93000
Fuel	44000
Gas	2000

a) El combustible que más contamina la atmósfera es el carbón, ya que es el que mayor cantidad de dióxido de azufre emite en la producción de la misma cantidad de energía (1000 MW).

b) El dióxido de azufre, que procede de las emisiones de la industria y del transporte, reacciona con el vapor de agua de las nubes y origina ácidos que son arrastrados por la lluvia.

Así, el dióxido de azufre reacciona con el vapor de agua atmosférica y produce ácido sulfuroso, según la ecuación química siguiente:

$$SO_2(g) + H_2O(g) \rightarrow H_2SO_3(aq)$$

Por tanto, el combustible que menos acidifica los suelos es el gas, pues, al producir menos dióxido de azufre, da lugar a menos cantidad de ácido en las aguas de lluvia.

Como hemos estudiado en la unidad 3, los óxidos de azufre constituyen uno de los contaminantes causantes de la lluvia ácida.

c) Sí, en las centrales térmicas se genera dióxido de carbono (CO_2) en el proceso de combustión. Es responsable del efecto invernadero.

El efecto invernadero consiste en el aumento de la temperatura media del planeta, como consecuencia de la acumulación de gases en la atmósfera emitidos cuando se queman combustibles fósiles.

d) Esta medida se tomó para intentar reducir la contaminación atmosférica de las ciudades y núcleos urbanos, ya que el carbón es el combustible fósil más contaminante.

43. Accedemos en Internet al *applet* propuesto. A continuación, realizamos las actividades que se plantean.

a) En el cuadro de texto *Consumption increase / year (%)* introducimos el porcentaje 1 %, y en el de *Number of years of simulation* escribimos 50. Pinchamos en *Calculate* y analizamos qué sucede con las reservas de petróleo *(oil)*, gas natural *(natural gas)* y carbón *(coal)*.

Vemos que solo quedarán reservas de carbón. El petróleo y el gas natural estarán agotados en 50 años, considerando solo un 1 % de incremento en la demanda.

b) En el cuadro de texto *Consumption increase / year (%)* escribimos ahora el valor cero. Analizamos lo que sucede en 50 y 100 años, respectivamente.

Sin aumentar el ritmo de consumo, a los 50 años quedarán reservas de los tres combustibles. Sin embargo, tras 100 años solo quedarán reservas de carbón; el petróleo y el gas natural estarán agotados.

c) Se plantea un escenario con el 100 % de aumento de la demanda energética en los próximos 20 años. Por tanto, cada año aumentará de media el 5 %.

Introducimos este valor en *Consumption increase / year (%)* del *applet*, escribimos 20 años en *Number of years of simulation* y pinchamos en *Calculate* para cada tipo de combustible.

Quedarán reservas de los tres combustibles a los 20 años, pero las de petróleo y gas natural habrán disminuido considerablemente.

44. Respuesta sugerida:

En primer lugar, los alumnos deben organizarse de dos en dos para realizar la actividad:

— A continuación, deben elegir uno de los recursos web propuestos y acceder *online*.

— Pueden buscar información sobre el empleo de las reacciones de combustión en Internet. Se descargarán en el ordenador las imágenes y los vídeos que seleccionen. En el mural no debe aparecer texto.

— Sugerimos estructurar el mural en tres grandes secciones: sociedad, industria y medio ambiente, plasmando la información relativa a cada una de ellas de forma vistosa y resumida. Como no se puede utilizar texto, un icono o imagen será el título de cada sección.

— Una vez finalizado el mural, proponemos una puesta en común en clase, por turnos, utilizando la pizarra digital. De este modo, se logrará una visión global del tema y cada pareja podrá comparar su mural con el del resto de los compañeros.

45. Seguiremos las instrucciones dadas para aplicar la rutina de pensamiento.

Respuesta sugerida:

Posibles puntos de vista que hay que adoptar: medioambiental, económico, social, tecnológico, etc.

Ejemplo:

— *Pienso en este tema desde el punto de vista* medioambiental.

— *Pienso que* la energía nuclear es muy contaminante, y debemos sustituirla por energías limpias. También debemos sustituir los combustibles derivados del petróleo por biocombustibles.

— *Una pregunta que tengo desde el punto de vista...* es si se puede cubrir la demanda energética actual con energías de origen renovable.

Vamos anotando en la pizarra las respuestas de cada grupo y, al finalizar, ponemos en común las diferentes perspectivas.

Cada grupo formulará las preguntas que le hayan ido surgiendo al explorar otros puntos de vista de otros grupos. Entre todos les damos respuesta e intentamos llegar a una conclusión conjunta.

SÍNTESIS

Pág. 156

46. Datos:

$$2HCl(aq) + Sn(s) \rightarrow SnCl_2(aq) + H_2(g) + \text{energía}$$

Fijándonos en la ecuación química anterior, damos respuesta a las cuestiones planteadas.

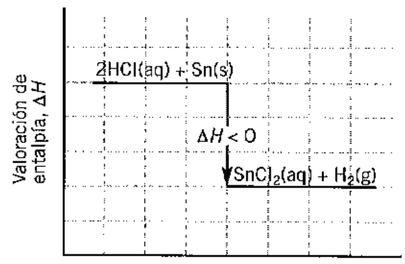
a) Como en el transcurso de la reacción química tiene lugar un desprendimiento de energía en forma de energía térmica, la reacción es exotérmica.

La variación de entalpía se corresponde con el calor de reacción a presión constante:

$$\Delta H = Q_p$$

Como la reacción es exotérmica, el signo de la variación de entalpía es negativo: $\Delta H < 0$.

b) Dibujamos un diagrama que represente la variación de entalpía de la reacción:



c) Para predecir el signo de la variación de entropía, analizamos el orden molecular y el estado físico de las sustancias que intervienen.

Los reactivos están en estado sólido y líquido, respectivamente, mientras que uno de los productos se halla en estado gaseoso y el otro en estado líquido. Así, existe mayor orden molecular en reactivos que en productos.

Por tanto, se produce un desorden del sistema, con lo que la variación de entropía tiene signo positivo: $\Delta S > 0$.

d) Para saber si la reacción es o no espontánea, debemos evaluar el signo de la variación de energía libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

Como $\Delta H < 0$ y $\Delta S > 0 \rightarrow \Delta G < 0$, la reacción es espontánea a cualquier temperatura.

47. Datos:

$\Delta H_f^0[H_2O(g)] = -241{,}82\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[H_2O_2(g)] = -135{,}82\ kJ \cdot mol^{-1}$

$S^0[H_2O(g)] = 188{,}83\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[H_2O_2(g)] = 335{,}67\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$S^0[O_2(g)] = 205{,}14\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$T = 298\ K$

Incógnitas: b) $\Delta H_r^0; \Delta S_r^0$

a) Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente a la descomposición del peróxido de hidrógeno gaseoso, para dar agua y oxígeno, ambos en estado gaseoso:

$$2H_2O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) + O_2(g)$$

b) — Calculamos la variación de entalpía estándar de reacción a partir de las entalpías estándar de formación, aplicando la siguiente expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$\Delta H_r^0 = 2 \cdot \Delta H_f^0[H_2O(g)] + 1 \cdot \Delta H_f^0[O_2(g)] -$

$-2 \cdot \Delta H_f^0[H_2O_2(g)];$

$\Delta H_r^0 = 2\ \cancel{mol} \cdot (-241{,}82\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$

$+1\ \cancel{mol} \cdot (0\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$

$-2\ \cancel{mol} \cdot (-135{,}82\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}});$

$\Delta H_r^0 = -212{,}00\ kJ$

— Determinamos la variación de entropía estándar de reacción a partir de las entropías molares estándar, aplicando la expresión:

$\Delta S_r^0 = \sum n \cdot S^0(\text{productos}) - \sum n \cdot S^0(\text{reactivos})$

$\Delta S_r^0 = 2 \cdot S^0[H_2O(g)] + 1 \cdot S^0[O_2(g)] -$

$-2 \cdot S^0[H_2O_2(g)];$

$\Delta S_r^0 = 2\ \cancel{mol} \cdot 188{,}83\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} +$

$+1 \cdot \cancel{mol} \cdot 205{,}14\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1} -$

$-2 \cdot \cancel{mol} \cdot 335{,}67\ J \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot K^{-1}$

$\Delta S_r^0 = -88{,}54\ J \cdot K^{-1}$

c) Para conocer si el peróxido de hidrógeno es o no estable a 298 K, calculamos la variación de energía libre de Gibbs y evaluamos su signo:

— Si $\Delta G_r^0 < 0$, significa que el peróxido de hidrógeno se descompone espontáneamente en agua y oxígeno. Por tanto, no sería estable.

— Si $\Delta G_r^0 > 0$, significa que el peróxido de hidrógeno no se descompone espontáneamente en agua y oxígeno. Por tanto, sería estable.

Hallamos entonces la variación de la energía libre de Gibbs estándar:

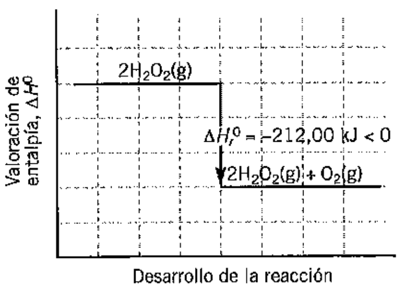
$\Delta G_r^0 = \Delta H_r^0 - T \cdot \Delta S_r^0$

$\Delta G_r^0 = -212{,}00\,kJ - 298\ \cancel{K} \cdot (-8{,}854 \cdot 10^{-2}\ kJ \cdot \cancel{K^{-1}})$

$\Delta G_r^0 = -185{,}62 < 0$

Dado que tiene lugar una disminución de la energía libre de Gibbs estándar, la reacción es espontánea. Como consecuencia, el peróxido de hidrógeno es inestable a 298 K.

d) Representamos gráficamente la variación de entalpía de la reacción:



Como $\Delta H_r^0 = -212{,}00\ kJ < 0$, la reacción es exotérmica y se acompaña de un desprendimiento de energía térmica.

48. Datos:

Incógnitas: rendimiento ($kJ \cdot g^{-1}$)

Hallamos la entalpía de combustión del metano y del metanol a partir de los datos de entalpía de enlace que extraemos de la tabla:

$\Delta H[C-H] = 414\ kJ \cdot mol^{-1}$; $\Delta H[O=O] = 498{,}7\ kJ \cdot mol^{-1}$;

$\Delta H[C=O] = 745\ kJ \cdot mol^{-1}$; $\Delta H[O-H] = 460\ kJ \cdot mol^{-1}$;

$\Delta H[C-O] = 351\ kJ \cdot mol^{-1}$

Incógnitas: Rendimiento

— Escribimos las ecuaciones químicas ajustadas:

$$CH_4(g) + 2\,O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\,H_2O\,(g)$$

$$CH_3OH(l) + \frac{3}{2}O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\,H_2O\,(g)$$

— Determinamos la entalpía estándar de cada reacción mediante la siguiente expresión:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$$

Así, para la combustión del metano obtenemos:

$\Delta H_r^0 \Delta H_r^0(\text{metano}) = 4 \cdot \Delta H[C-H] + 2 \cdot \Delta H[O=O] -$

$-2 \cdot \Delta H^0[C=O] - 4 \cdot \Delta H^0[O-H];$

$\Delta H_r^0(\text{metano}) = 4\ \cancel{mol} \cdot 414\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} + 2\ \cancel{mol} \cdot$

$\cdot\ 498{,}7\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} - 2\ \cancel{mol} \cdot 745\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} -$

$-4\ \cancel{mol} \cdot 460\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}$

$\Delta H_r^0(\text{metano}) = -677\ kJ$

Y para la combustión del metanol:

$\Delta H_r^0(\text{metanol}) = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$

$\Delta H_r^0 = 3 \cdot \Delta H[C-H] + 1 \cdot \Delta H^0[C-O] + 1 \cdot \Delta H^0[O-H]$

$+\frac{3}{2} \cdot \Delta H[O=O] - 2 \cdot \Delta H^0[C=O] - 4 \cdot \Delta H^0[O-H];$

$\Delta H_r^0(\text{metanol}) = 3\ \cancel{mol} \cdot 414\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} + 1\ \cancel{mol} \cdot$

$\cdot\ 351\,kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} + 1\ \cancel{mol} \cdot 460\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} +$

$+\frac{3}{2}\ \cancel{mol} \cdot 498{,}7\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} -$

$-2\ \cancel{mol} \cdot 745\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} - 4\ \cancel{mol} \cdot 460\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}$

$\Delta H_r^0(\text{metanol}) = -529\ kJ$

Como las ecuaciones químicas están referidas a un mol de metano y un mol de metanol, tenemos:

$\Delta H_r^0(\text{metano}) = -677\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_r^0(\text{metanol}) = -529\ kJ \cdot mol^{-1}$

— Hallamos la masa molar de cada combustible y calculamos el rendimiento, expresado en $kJ \cdot g^{-1}$:

$M_r\,(CH_4): 1 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 = 16{,}05;$

$M\,(CH_4): 16{,}05\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r\,(CH_3OH): 1 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 32{,}05;$

$M\,(CH_3OH): 32{,}05\ g \cdot mol^{-1}$

$$\text{Rendimiento}(CH_4) = \frac{-677\ kJ}{1\ \cancel{mol}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol}}{16{,}05\ g} = -42{,}2\ kJ \cdot g^{-1}$$

$$\text{Rendimiento}(CH_3OH) = \frac{-529\ kJ}{1\ \cancel{mol}} \cdot \frac{1\ \cancel{mol}}{32{,}05\ g} =$$

$= -16{,}5\ kJ \cdot g^{-1}$

Tiene mayor rendimiento el metano, ya que desprende más energía por cada grado quemado.

— Respuesta sugerida:

La reacción de combustión del metano tiene lugar según la ecuación química siguiente:

$$CH_4(g) + 2\,O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\,H_2O\,(g)$$

Como podemos observar, al quemar metano se genera dióxido de carbono, uno de los contaminantes gaseosos responsables del efecto invernadero. El efecto invernadero impide que el planeta emita radiación infrarroja al espacio exterior. En consecuencia, al haber menos pérdidas de energía, la energía total aumenta, por lo que la temperatura general también se incrementa.

Un efecto directo es la elevación del nivel del mar debido al deshielo de los casquetes polares. Observa la siguiente simulación:

http://www.consumer.es/web/es/medio_ambiente/naturaleza/2004/08/26/140161.php

— Respuesta sugerida:

Para investigar las aplicaciones y los procesos de extracción y producción del metano, proponemos consultar las siguientes páginas web:

http://es.wikipedia.org/wiki/Metano

http://www.ecured.cu/index.php/Metano

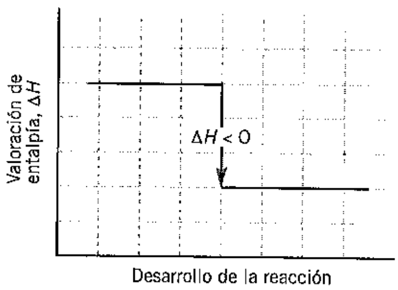
Como hemos leído en la información anterior, sí se puede producir metano de forma alternativa sin recurrir al gas natural. Es el caso del biogás obtenido de residuos agrícolas, forestales o ganaderos.

Evaluación (Pág. 158)

1. La opción correcta es la b).

2. La opción correcta es la b).

Representamos gráficamente la variación de entalpía de la reacción:



3. a) Verdadero.

b) Falso, es negativo.

c) Verdadero.

4. La afirmación es falsa.

La formación del enlace libera energía; la ruptura requiere energía. Se denomina *energía de enlace* a la energía necesaria para romper un mol de dichos enlaces, y se mide en $kJ \cdot mol^{-1}$.

5. a) Aunque todas las sustancias están en estado gaseoso, al calcular la variación de la cantidad de sustancia entre reactivos y productos, obtenemos:

$$\Delta n = (2 - 3)\ mol = -1\ mol < 0$$

Como la variación es negativa, el desorden del sistema disminuye. Por tanto, la variación de entropía será negativa: $\Delta S < 0$.

b) Analizamos el estado físico de las sustancias: los reactivos se encuentran en estado sólido y gaseoso, mientras que el único producto de la reacción está en estado gaseoso. Así, existe mayor orden molecular en los reactivos, y el sistema evoluciona hacia un estado de mayor desorden. La variación de entropía será, por tanto, positiva: $\Delta S > 0$.

6. a) Verdadera.

El mercurio se encuentra en estado líquido en su estado estándar (10^5 Pa y 298 K), y a la entalpía de un elemento en dicho estado se le asigna por convenio el valor cero.

b) Verdadera.

La entropía de una sustancia cristalina perfecta es cero en el cero absoluto de temperatura, 0 K, que se corresponde justamente con −273,15 °C.

c) Falsa.

Todas las reacciones químicas en las que $\Delta G < 0$ son espontáneas. Esto quiere decir que transcurren por sí mismas, sin necesidad de un agente externo como puede ser un aporte de energía. Por tanto, esta variable no tiene nada que ver con la velocidad de reacción.

7. Datos:

$\Delta H_f^0[CH_4(g)] = -74{,}8\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[CH_3Cl(l)] = -82{,}0\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_f^0[HCl(g)] = -92{,}3\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H[C-H] = 414\ kJ \cdot mol^{-1};\ \Delta H[Cl-Cl] = 243\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H[C-Cl] = 339\ kJ \cdot mol^{-1};\ \Delta H[H-Cl] = 432\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta S_r^0 = 11{,}1\ J \cdot K^{-1}$

Incógnitas: a) ΔH_r^0; b) ΔG_r^0

a) — Escribimos y ajustamos la ecuación química correspondiente al proceso:

$$CH_4(g) + Cl_2(g) \rightarrow CH_3Cl(l) + HCl(g)$$

— Calculamos primero la variación de entalpía estándar de la reacción a partir de las entalpías de formación estándar:

$$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{productos}) - \sum n \cdot \Delta H_f^0(\text{reactivos})$$

$\Delta H_r^0 = 1 \cdot \Delta H_f^0[CH_3Cl(l)] + 1 \cdot \Delta H_f^0[HCl(g)] -$

$-1 \cdot \Delta H_f^0[CH_4(g)] - 1 \cdot \Delta H_f^0[Cl_2(g)];$

$\Delta H_r^0 = 1\,\cancel{mol} \cdot (-82{,}0\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$

$+1\,\cancel{mol} \cdot (92{,}3\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$

$-1\,\cancel{mol} \cdot (-74{,}8\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}}) -$

$-1\,\cancel{mol} \cdot (0 \cdot \cancel{mol^{-1}})$

$\Delta H_r^0 = -99{,}5\ kJ$

— Hallamos, a continuación, la variación de entalpía estándar de la reacción a partir de las entalpías de enlace:

$\Delta H_r^0 = \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \sum n \cdot \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$

$\Delta H_r^0 = 4 \cdot \Delta H[C-H] + 1 \cdot \Delta H[Cl-Cl] -$

$-3 \cdot \Delta H^0[C-H] - 1 \cdot \Delta H^0[C-Cl] -$

$-1 \cdot \Delta H^0[H-Cl];$

$\Delta H_r^0 = 4\,\cancel{mol} \cdot 414\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} +$

$+1\,\cancel{mol} \cdot 243\ kJ \cdot \cancel{mol^{-1}} -$

$-3\,\cancel{mol} \cdot 414 \cdot \cancel{mol^{-1}} - 1\,\cancel{mol} \cdot 339 \cdot \cancel{mol^{-1}} -$

$-1\,\cancel{mol} \cdot 432 \cdot \cancel{mol^{-1}};$

$\Delta H_r^0 = -114\ kJ$

Con las entalpías de formación obtenemos un valor para la variación de entalpía de la reacción de –99,5 kJ y, con las entalpías de enlace, un valor de –114 kJ.

Aunque ambos son del mismo orden, se diferencian debido a que las entalpías de enlace son entalpías promedio.

b) Para hallar la variación de la energía libre de Gibbs estándar tenemos en cuenta que se considera temperatura estándar a 298 K. Además, tomaremos para el cálculo el valor de variación de entalpía obtenido a partir de las entalpías de formación por considerarlo más fiable que el obtenido a partir de las entalpías de enlace:

$\Delta G_r^0 = \Delta H_r^0 - T \cdot \Delta S_r^0$

$\Delta G_r^0 = -99{,}5\ kJ - 298\ \cancel{K} \cdot (1{,}11 \cdot 10^{-2}\ kJ \cdot \cancel{K^{-1}})$

$\Delta G_r^0 = -103 < 0$

c) Como $\Delta G_r^0 < 0$, la reacción es espontánea.

8. Datos: $\Delta H^0 < 0$; $\Delta S^0 < 0$

Teniendo en cuenta la ecuación de Gibbs, podemos predecir la espontaneidad de las reacciones químicas según sean las variaciones: de entalpía, de entropía y, en consecuencia, de energía libre de Gibbs:

$$\Delta G^0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0$$

Como $\Delta H^0 < 0$ y $\Delta S^0 < 0$, el signo de ΔG depende de la temperatura:

- Si $|\Delta H| > |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ Espontánea.
- Si $|\Delta H| < |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ No espontánea.

Por tanto, la espontaneidad de la reacción depende de la temperatura. La reacción será espontánea a temperaturas inferiores a la temperatura de equilibrio, cuando $\Delta G = 0$.

9. Datos:

$\Delta H_c^0(C_2H_2) = -1300\ kJ \cdot mol^{-1}$

$\Delta H_c^0(C_3H_8) = -2220\ kJ \cdot mol^{-1}$

a) — Escribimos las ecuaciones químicas que representan la combustión de cada uno de los combustibles:

$2\,C_2H_2(g) + 5\,O_2(g) \rightarrow 4\,CO_2(g) + 2\,H_2O\,(g)$

$C_3H_8(g) + 5\,O_2(g) \rightarrow 3\,CO_2(g) + 4\,H_2O\,(g)$

— Predecimos el signo de la variación de entropía para cada reacción. Para ello, como todas las sustancias se hallan en estado gaseoso, calculamos la variación de cantidad de sustancia:

Combustión del etino:

$$\Delta n = (6 - 7)\ mol = -1\ mol < 0 \rightarrow \Delta S^0 < 0$$

Combustión del propano:

$$\Delta n = (7 - 6)\ mol = 1\ mol > 0 \rightarrow \Delta S^0 > 0$$

— Conociendo el signo de la variación de entropía y que $\Delta H^0 < 0$ en ambos casos, evaluamos el signo de ΔG^0:

$$\Delta G^0 = \Delta H^0 - T \cdot \Delta S^0$$

Combustión del etino:

Como $\Delta H^0 < 0$ y $\Delta S^0 < 0$, el signo de ΔG depende de la temperatura. Por tanto, la espontaneidad de la reacción depende de la temperatura:

- Si $|\Delta H| > |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ Espontánea.
- Si $|\Delta H| < |T \cdot \Delta S| \rightarrow \Delta G > 0 \rightarrow$ No espontánea.

Combustión del propano:

Como $\Delta H^0 < 0$ y $\Delta S^0 > 0 \rightarrow \Delta G < 0$, y la reacción siempre es espontánea.

b) Para elegir un combustible u otro analizamos la variación de entalpía que acompaña a cada reacción.

Ambas son negativas porque se desprende energía durante la combustión. Será más eficiente aquel combustible que libere más kilojulios por cada gramo de combustible:

$M_r\,(C_2H_2): 2 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 1{,}01 = 26{,}04;$

$M\,(C_2H_2): 26{,}04\ g \cdot mol^{-1}$

$M_r\,(C_3H_8): 3 \cdot 12{,}01 + 8 \cdot 1{,}01 = 44{,}11;$

$M\,(C_3H_8): 44{,}11\ g \cdot mol^{-1}$

$\text{Rendimiento}(C_2H_2) = \dfrac{-1300\ kJ}{1\,\cancel{mol}} \cdot \dfrac{1\,\cancel{mol}}{26{,}04\ g} =$

$= -49{,}92\ kJ \cdot g^{-1}$

$\text{Rendimiento}(C_3H_8) = \dfrac{-2220\ kJ}{1\,\cancel{mol}} \cdot \dfrac{1\,\cancel{mol}}{44{,}11\ g} =$

$= -50{,}33\ kJ \cdot g^{-1}$

Por tanto, la eficacia energética es muy similar en ambos casos. Podríamos elegir cualquiera de los dos.

c) Se trata de combustibles fósiles, que producen gases de efecto invernadero y contribuyen al calentamiento global del planeta.

10. Buscamos información en Internet y elaboramos una presentación en formato PowerPoint o Prezi.

Sugerimos incluir los siguientes contenidos, que desarrollaremos investigando en Internet:

— *Características del hidrógeno como combustible.*

— *Descripción de los métodos de producción de hidrógeno.*

— *Tecnologías de almacenamiento y transporte.*

— *Aplicaciones.*

— *Conclusiones.*

El hidrógeno es un recurso renovable, ya que no se agota. Se puede regenerar extrayéndolo del agua, y su combustión produce agua, por lo que se renueva su materia prima.

Zona + (Pág. 159)

— *Aditivos alimentarios*

Cada grupo debe responder a las preguntas propuestas, llevando a cabo un trabajo de investigación. Los alumnos pueden consultar libros en la biblioteca, buscar información en Internet, preguntar en casa, etc.

a) Respuesta sugerida:

El secado se utilizaba ya en la Prehistoria para conservar las frutas, por ejemplo, los higos. Otras opciones son estas: hacer conservas (como el caso de las frutas en almíbar) o la congelación. De esta forma, se aprovecha durante más tiempo la fruta de la cosecha o de temporada.

b) Un aditivo modifica las características organolépticas de los alimentos. Es decir, puede cambiar el color, el olor, el sabor o la textura de los alimentos. Por ejemplo, los emulgentes, espesantes o gelificantes influyen sobre la textura de los alimentos.

Los aditivos alimentarios se pueden clasificar en los siguientes tipos:

- Sustancias que impiden las alteraciones químicas o biológicas (antioxidantes y conservantes).
- Sustancias estabilizadoras de la características físicas (emulgentes, espesantes, gelificantes, antiespumantes, antiapelmazantes, antiaglutinantes, humectantes, reguladores de pH).
- Sustancias correctoras de las cualidades plásticas (para mejorar la panificación, correctores de la vinificación, reguladores de la maduración).
- Sustancias modificadoras de los caracteres organolépticos (colorantes, potenciadores del sabor, edulcorantes artificiales, aromas).

c) *Conservante:* el ácido sórbico o ácido 2,4-hexadienoico ($C_6H_8O_2$).

Potenciador de sabor: el glutamato monosódico ($C_5H_8NO_4Na$).

Antioxidante: el ácido láctico ($C_3H_6O_3$).

Edulcorante: la sacarina ($C_7H_5NO_3S$).

d) Deben cumplir con el reglamento n.º 1331/2008. Proponemos consultar las siguientes páginas oficiales:

http://aesan.msssi.gob.es/AESAN/web/cadena_alimentaria/detalle/aditivos.shtml

http://europa.eu/legislation_summaries/consumers/product_labelling_and_packaging/sa0003_es.htm

e) Respuesta sugerida:

Consultamos las etiquetas de un bote de sacarina y de un paquete de azúcar. Apuntamos las kilocalorías de cada uno y, a continuación, dividimos el número de kilocalorías por la masa en gramos del bote o paquete. Así obtendremos el valor energético de cada uno ($kcal \cdot g^{-1}$).

f) Respuesta sugerida:

Proponemos realizar la encuesta por grupos para conseguir llegar a más personas y obtener más datos para el análisis.

g) Luego, cada grupo elaborará un folleto publicitario y habrá una puesta en común en clase. Una vez reunida toda la información relevante conseguida por la clase, cada grupo completará su folleto.

— *Vaya flash de magnesio*

- La reacción química es la siguiente:

$$3\,Mg(s) + KClO_3(s) \rightarrow 3\,MgO(s) + KCl(s)$$

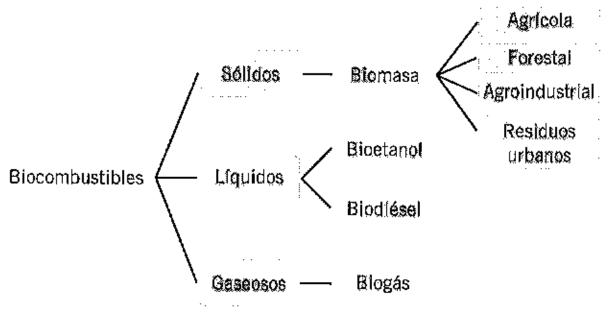
- Sugerimos el siguiente vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=0wHh6GhA0mk

- Tiene aplicación en la industria aeroespacial porque el magnesio da lugar a aleaciones duras y ligeras.

— *Biocarburantes sí, pero no todos*

- Como vimos en la unidad anterior, podemos clasificar los biocombustibles de la siguiente forma:



Organizamos un debate en clase, bajo la moderación del profesor o profesora. Aprovechamos los conocimientos adquiridos en la unidad anterior para realizar un análisis crítico, aportando ventajas e inconvenientes de cada uno de los biocombustibles.

Respuesta sugerida:

Una de las ventajas de todos ellos es que son sostenibles y, por ello, respetuosos con el medio ambiente. Sin embargo, un inconveniente es que el uso de cultivos para su fabricación puede aumentar el precio de los alimentos. Por tanto, una solución a este dilema podría ser la producción de biocombustibles solamente a partir de residuos orgánicos, vegetales y urbanos (los denominados *biocombustibles de segunda generación*).

6 Hidrocarburos

En contexto (Pág. 163)

a.

— Respuesta sugerida:

Una estufa de gas, o brasero en este caso, necesita un combustible y un comburente para poder generar calor. En una combustión completa, todo el carbono se transforma en dióxido de carbono y agua, además de energía (en este caso, energía térmica). Pero, cuando hay deficiencia de oxígeno, se produce una mala combustión y no se genera dióxido de carbono, sino monóxido de carbono.

— Respuesta sugerida:

El monóxido de carbono es un compuesto que tiene más afinidad por el grupo *hemo* de la hemoglobina –proteína que se encarga del transporte y almacenaje de oxígeno en el torrente sanguíneo– que por la molécula de oxígeno, bloqueando así la cadena respiratoria.

b.

— En las imágenes de estas dos páginas podemos observar un paisaje natural con vegetación salvaje, una refinería de petróleo y troncos de árboles talados.

— Respuesta sugerida:

Los recursos fósiles son fuentes de energía no renovables generadas tras un proceso de descomposición anaeróbico de la materia orgánica a lo largo de muchos años.

La extracción masiva de estos recursos fósiles implica su agotamiento. Consecuentemente, es necesario el descubrimiento de nuevas fuentes de energía renovables.

— Respuesta sugerida:

¿Qué otras energías, renovables o no, existen? ¿Cuán contaminante es el uso de recursos fósiles? ¿Qué clase de compuestos se obtienen en una refinería de petróleo? ¿Cuáles son los usos que se dan al petróleo?

c.

— Los productos que se extraen de una refinería de petróleo son, entre otros, los siguientes: gasolina, queroseno, gasoil, productos para la fabricación de neumáticos, aceites, lubricantes, ceras, alquitrán, plásticos...

— Respuesta sugerida:

Las petroquímicas son fábricas contaminantes que emiten gases tóxicos y/o nocivos que perjudican el medio ambiente y al ser humano. Algunos de estos gases son óxidos de azufre, de nitrógeno y de carbono.

Sin embargo, al igual que el resto de industrias, deben cumplir con la normativa medioambiental vigente.

— Respuesta sugerida:

Proponemos consultar el siguiente enlace:

http://bitacora.ingenet.com.mx/2013/09/podremos-vivir-unicamente-con-energia-renovable/

Tal y como se explica en el enlace anterior, es posible vivir usando solamente energías renovables; pero la sociedad actual depende en gran medida de los recursos fósiles para satisfacer sus necesidades. Esto hace que, de momento, una vida sin recursos fósiles no sea viable.

Internet (Pág. 176)

— Respuesta sugerida:

El carbón activado se obtiene a partir de diferentes materias primas carbonizables: carbón mineral, cáscara de coco, madera, lignina, etc., y es utilizado en el ámbito de la medicina, la industria biofarmacéutica y el medio ambiente.

El carbón vegetal se puede activar física o químicamente. El método físico consiste en hacer reaccionar a elevada temperatura el carbón vegetal en atmósfera inerte y saturada de vapor de agua, de modo que, después de un tiempo, algunos átomos de carbono reaccionan y otros se recombinan formando placas grafíticas, creando la estructura carbón-poro.

Por otro lado, la activación química consiste en impregnar el carbón vegetal de diferentes agentes químicos como, por ejemplo, ácido fosfórico, cloruro de cinc, hidróxido de potasio o carbonato de potasio. El carbón impregnado se somete a temperaturas en torno a los 500 °C, de manera que las impurezas volátiles son eliminadas por arrastre, dejando los poros libres.

Se concluye que el mejor método de activación del carbón vegetal es el detallado en este esquema:

Se deben tener en cuenta las siguientes indicaciones:

- Carbonizar a 300 °C durante 1 h.
- El tamaño de partícula para la activación ha de ser inferior a 180 μm, impregnación del agente activante a 110 °C durante 15 h.
- Utilizar ácido fosfórico como agente activante en una relación activante: carbón 2:1.
- La temperatura de activación debe ser de 450 °C durante 1 h.

Por último, reflejamos todos los datos anteriores en un informe.

Amplía (Pág. 177)

— Respuesta sugerida:

Los gases que agravan el efecto invernadero son los que siguen: dióxido de carbono, metano, óxidos de nitrógeno y clorofluorocarbonos.

Las fuentes de emisiones del dióxido de carbono y los óxidos de nitrógeno provienen de la industria y de los automóviles y medios de transporte en general que consuman productos derivados del petróleo. El aumento del gas metano es debido a causas antropogénicas.

Los clorofluorocarbonos (CFC) o halocarbonos, en general, son compuestos de carbono unidos a átomos de flúor, cloro y bromo que se usaban para refrigerar y, posteriormente, para la fabricación de espuma, propulsores de aerosoles, etc. Actualmente está prohibido su uso por su impacto sobre la capa de ozono.

Muchos de estos gases ya existían en la atmósfera, y la acción del ser humano ha incrementado su concentración.

Internet (Pág. 177)

— Respuesta sugerida:

El metano es el hidrocarburo más sencillo, formado por un átomo de carbono y cuatro átomos de hidrógeno distribuidos de forma tetraédrica alrededor del átomo de carbono. El enlace carbono-hidrógeno es un enlace covalente, de manera que cada átomo de hidrógeno comparte el único electrón de la capa de su nivel más externo con un electrón del átomo de carbono.

El metano se encuentra en fase gas a temperatura ambiente, y es incoloro e inodoro.

Una de las maneras de obtener metano es a través del petróleo o de fuentes de gas natural. Estas fuentes de energía no son renovables, pero cabe destacar que el metano, que es un componente del gas natural, sí que es renovable.

El metano se puede producir por la descomposición de la biomasa y de residuos generados en vertederos mediante microorganismos en condiciones anaeróbicas.

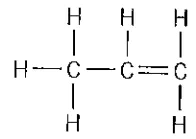
Además, el metano produce menor cantidad de dióxido de carbono que los demás hidrocarburos al ser quemados, disminuyendo las emisiones de dicho gas a la atmósfera y reduciendo el efecto invernadero.

Problemas resueltos (Pág. 178)

1. A partir de las fórmulas de los hidrocarburos, C_nH_{2n+2} (alcano), C_nH_{2n} (alqueno) y C_nH_{2n-2} (alquino), se puede deducir de qué tipo de hidrocarburo se trata.

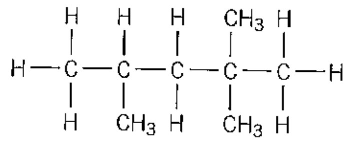
— Aplicamos las fórmulas y escribimos una posible fórmula desarrollada para cada uno de ellos:

C_3H_6 $n = 3$; entonces, $2n = 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow$ Alqueno



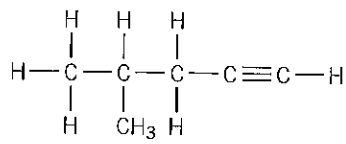
Propeno

C_8H_{18} $n = 8$; entonces, $2n + 2 = 2 \cdot 8 + 2 = 18 \rightarrow$ Alcano



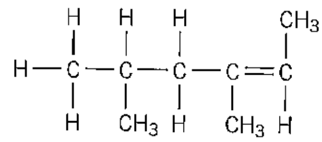
2-metil-4-dimetilpentano

C_6H_{10} $n = 6$; entonces, $2n - 2 = 2 \cdot 6 - 2 = 10 \rightarrow$ Alquino



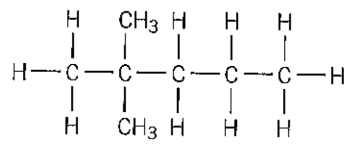
4-metilpent-1-ino

C_8H_{16} $n = 8$; entonces, $2n = 2 \cdot 8 = 16 \rightarrow$ Alqueno



1,2,4-trimetilpent-1-eno

C_7H_{16} $n = 7$; entonces, $2n + 2 = 2 \cdot 7 + 2 = 16 \rightarrow$ Alcano



2-dimetilpentano

— Son hidrocarburos saturados: C_8H_{18}, C_7H_{16}.

— Son hidrocarburos insaturados: C_3H_6, C_6H_{10}, C_8H_{16}.

2. Datos: % en masa (C) = 89,94; % en masa (H) = 10,06 %; M(compuesto) = 80,129 g · mol^{-1}.

— Calculamos las cantidades de sustancia de C y H en el compuesto, tomando como base de cálculo 100 g de compuesto:

$$n(\text{C}) = 89{,}94\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} = 7{,}489\ \text{mol C}$$

$$n(\text{H}) = 10{,}06\ \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1\ \text{mol H}}{1{,}01\ \cancel{\text{g H}}} = 9{,}96\ \text{mol H}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{C})} = \frac{9{,}96 \text{ mol H}}{7{,}489 \text{ mol C}} \approx \frac{1{,}33 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}}$$

Como no se trata de valores enteros, buscamos la fracción equivalente más simple que cumpla este requisito.

Multiplicamos por tres el numerador y el denominador, y obtenemos:

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{C})} \approx \frac{4 \text{ mol H}}{3 \text{ mol C}}$$

Por tanto, la fórmula empírica del compuesto es C_3H_4.

— Determinamos la fórmula molecular:

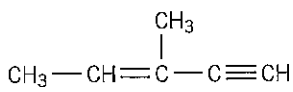
$M_r(C_3H_4)$: $3 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 = 40{,}07$;

$M(C_3H_4)$: $40{,}07 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

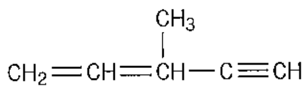
$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(C_3H_4)} = \frac{80{,}129 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{40{,}07 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} = 2$$

La fórmula molecular del compuesto es C_6H_8.

— La fórmula desarrollada y sus posibles nombres son:



3-metilpent-3-en-1-ino



3-metilpent-1-en-4-ino

Ejercicios y problemas (Págs. 179 y 180)

1 LA QUÍMICA DEL CARBONO Pág. 179

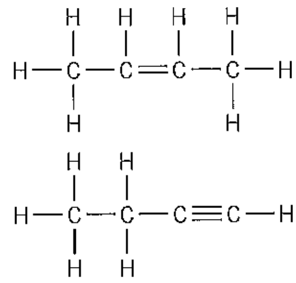
3. La existencia de más compuestos orgánicos que inorgánicos se basa en que el carbono es un elemento tetravalente, al cual se le pueden enlazar hasta cuatro átomos (fundamentalmente de hidrógeno, pero también de otros elementos), formando distintos tipos de enlace. De este modo, podemos obtener infinidad de átomos de carbono unidos entre sí, que contabilizan millones de compuestos; según la American Chemical Society, el 98 % de los compuestos conocidos están basados en el carbono. Basta con fijarnos en la gran cantidad de compuestos orgánicos que intervienen en procesos biológicos. Por este motivo, a la química orgánica también se la conoce con el nombre de *química del carbono.*

La razón de este hecho radica en la configuración electrónica del carbono, que permite formar largas cadenas carbonadas y, a su vez, unirse a otros átomos mediante enlaces suficientemente fuertes para mantener estable la estructura.

El átomo más parecido al de carbono es el de silicio, el cual presenta una configuración electrónica externa también formada por cuatro electrones distribuidos en orbitales del mismo tipo, pero de la tercera capa electrónica, por lo que la energía de los enlaces Si-Si es menor que la de los enlaces C-C, y no es lo suficientemente grande para mantener estables largas cadenas.

En definitiva, la explicación podemos encontrarla en la cantidad y variedad de enlaces covalentes que puede constituir el carbono, y en la energía de estos.

4. Dos átomos de carbono están más próximos entre sí cuando están unidos a través de un enlace triple. Esto es debido a que la mayor cantidad de electrones compartidos, tres pares, aumenta la energía del enlace.

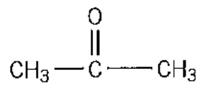


5. Según los elementos que constituyen el compuesto, los compuestos orgánicos se pueden clasificar en cuatro grupos:

— Hidrocarburos:

$$CH_2{=}CH{-}CH_3$$

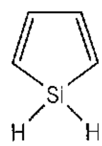
— Compuestos orgánicos oxigenados:



— Compuestos orgánicos nitrogenados:

$$CH_3{-}CH_2{-}NH_2$$

— Otros compuestos:



(Los compuestos orgánicos también se pueden clasificar atendiendo a otras características, como, por ejemplo, el tipo de cadena).

6. a) Falsa. Los compuestos orgánicos pueden ser polares o no. Los que carecen de polaridad (apolares) no son solubles en agua, puesto que el agua es un compuesto polar y los compuestos orgánicos apolares solo se disuelven en disolventes apolares. Por el contrario, los compuestos orgánicos polares sí que se disuelven en agua por ser un disolvente polar. Del mismo modo, un compuesto orgánico polar puede conducir en cierta medida la electricidad, y los polares no son conductores.

b) Falsa. El ángulo de enlace del etino o acetileno es de 180°, ya que corresponde a la unión entre dos átomos de carbono a través de un enlace triple. El ángulo de 120° corresponde al eteno.

c) Falsa. En la fórmula espacial o tridimensional, que es un tipo de fórmula estructural, se puede observar la disposición de los átomos en el espacio; sin embargo, otros tipos de fórmulas estructurales no expresan necesariamente la distribución espacial de los átomos. Es el caso, por ejemplo, de cualquier fórmula desarrollada.

d) Falsa. En química orgánica existen compuestos que, además de contener carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno, también pueden contener fósforo, silicio, halógenos, etc.

e) Cierto. Las fórmulas empírica y molecular del pentano, C_5H_{12}, coinciden, puesto que poseen subíndices primos entre sí. En cambio, en la molécula del hexano, C_6H_{14}, que contiene seis átomos de carbono y catorce átomos de hidrógeno, ambas cantidades son divisibles entre dos, haciendo que sus fórmulas empírica y molecular no coincidan.

7. Las moléculas orgánicas están formadas, como mínimo, por átomos de carbono y de hidrógeno, y por otros átomos en otros casos. El enlace que une estos átomos es el enlace covalente. Este enlace se caracteriza por unir dos átomos mediante la compartición de electrones de la última capa de valencia de dichos átomos.

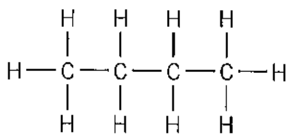
Así, por ejemplo, en una molécula orgánica, dos átomos de carbono pueden estar unidos a través de un enlace sencillo, doble o triple, dependiendo de si cada átomo comparte uno, dos o tres electrones, respectivamente.

8. — Butano

Fórmula empírica: C_2H_5.

Fórmula molecular: C_4H_{10}.

Fórmula desarrollada:

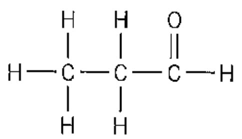


— Propanal

Fórmula empírica: C_3H_6O.

Fórmula molecular: C_3H_6O.

Fórmula desarrollada:

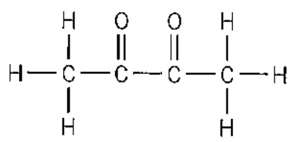


— Butanodiona

Fórmula empírica: C_2H_3O.

Fórmula molecular: $C_4H_6O_2$.

Fórmula desarrollada:



— Acetileno

Fórmula empírica: CH.

Fórmula molecular: C_2H_2.

Fórmula desarrollada:

$$H—C\equiv C—H$$

9. Los compuestos que contienen carbono, pero no se consideran orgánicos, son el ácido carbónico, las sales derivadas de este ácido y los óxidos de carbono. Todos estos compuestos son considerados inorgánicos.

10. Se trata de la fórmula esquemática que está constituida por una línea poligonal, abierta o cerrada, en la que cada lado representa un enlace entre átomos de carbono y cada vértice, un átomo de carbono con los átomos de hidrógeno que le corresponda. Si no hay átomos diferentes a carbono e hidrógeno, se deben representar explícitamente.

En estos casos se abrevia la representación de los átomos; así, la representación de compuestos orgánicos, tanto lineales como ramificados, es más rápida y aporta cierta información tridimensional.

11. Existen cinco fórmulas para representar los compuestos orgánicos: empírica, molecular, semidesarrollada, desarrollada y tridimensional o espacial (además de la esquemática, ya explicada en el ejercicio anterior).

— La fórmula empírica nos indica qué átomos y en qué proporción se encuentran dentro de una molécula.

Por ejemplo, el butano se representa mediante C_2H_5. Esto indica que, por cada dos átomos de carbono, hay cinco átomos de hidrógeno.

— La fórmula molecular señala qué átomos, en qué proporción y en qué cantidad se encuentran dentro de una molécula.

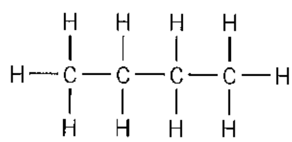
En este caso, la molécula de butano sería C_4H_{10}. Esto indica que, en la molécula, hay cuatro átomos de carbono y diez átomos de hidrógeno.

— La fórmula semidesarrollada nos indica cómo están enlazados los átomos de carbono, pero no cómo están unidos dichos átomos con otros diferentes.

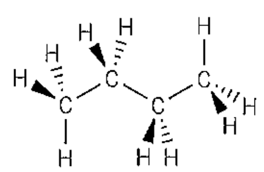
La molécula de butano sería:

$$CH_3—CH_2—CH_2—CH_3$$

— La fórmula desarrollada muestra cómo están enlazados todos los átomos de una molécula entre sí. La fórmula del butano sería:



— La fórmula tridimensional o espacial nos indica cómo están enlazados los átomos de una molécula entre sí y cómo se encuentran en el espacio. La fórmula del butano sería:



2 HIDROCARBUROS

Pág. 179

12. Los hidrocarburos se pueden clasificar según el siguiente esquema:

- Hidrocarburos
  - Abiertos
    - Alcanos, Alquenos, Alquinos
      - Lineales
      - Ramificados
  - Cerrados
    - Cíclicos
    - Aromáticos

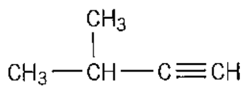
Alcano lineal:

$$CH_3—CH_2—CH_3$$

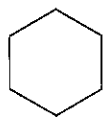
Alqueno lineal:

$$CH_3—CH{=}CH—CH_3$$

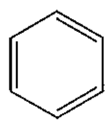
Alquino ramificado:



Cíclico:

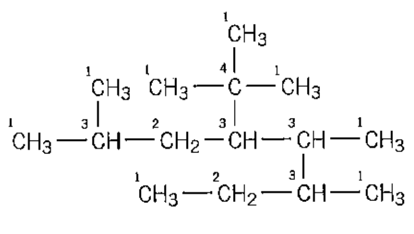


Aromático:



13. Se indica con la siguiente numeración la clase de cada átomo de carbono:

1. Átomo de carbono primario.
2. Átomo de carbono secundario.
3. Átomo de carbono terciario.
4. Átomo de carbono cuaternario.



4-*terc*-butil-2,5,6-trimetiloctano

14. A partir de las fórmulas de los hidrocarburos, C_nH_{2n+2} (alcano), C_nH_{2n} (alqueno) y C_nH_{2n-2} (alquino), se puede deducir de qué tipo de hidrocarburo se trata:

C_6H_{10} $n = 6$; entonces, $2n - 2 = 2 \cdot 6 - 2 = 10$ → Alquino

C_4H_{10} $n = 4$; entonces, $2n + 2 = 2 \cdot 4 + 2 = 10$ → Alcano

$C_{17}H_{36}$ $n = 17$; entonces, $2n + 2 = 2 \cdot 17 + 2 = 36$ → Alcano

C_9H_{18} $n = 9$; entonces, $2n = 2 \cdot 9 = 18$ → Alqueno

C_3H_6 $n = 3$; entonces, $2n = 2 \cdot 3 = 6$ → Alqueno

$C_{13}H_{24}$ $n = 13$; entonces, $2n - 2 = 2 \cdot 13 - 2 = 24$ → Alquino

C_7H_{16} $n = 7$; entonces, $2n + 2 = 2 \cdot 7 + 2 = 16$ → Alcano

C_2H_2 $n = 2$; entonces, $2n - 2 = 2 \cdot 2 - 2 = 2$ → Alquino

15. Respuesta sugerida:

Un hidrocarburo saturado es un compuesto orgánico formado únicamente por átomos de carbono e hidrógeno, donde todos los átomos de carbono están enlazados por enlaces sencillos.

Por otro lado, un hidrocarburo insaturado es aquel compuesto orgánico constituido solamente por átomos de carbono e hidrógeno, donde un enlace entre dos átomos de carbono, como mínimo, es doble o triple.

Un ejemplo de un hidrocarburo saturado es el pentano (arriba); un ejemplo de hidrocarburo insaturado es el pent-2-eno (abajo):

$$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_3$$

$$CH_3—CH{=}CH—CH_2—CH_2—CH_3$$

16. Respuesta sugerida:

Cuanto mayor es la cadena que forma un hidrocarburo, mayor es su punto de fusión. De ahí que, a partir de diecisiete átomos de carbono, los hidrocarburos se presenten en estado sólido a temperatura ambiente y se empleen como combustible sólido, por ejemplo en velas y en otros usos como el alquitrán. Antiguamente, las velas se usaban para iluminar, pero también se empleaba el queroseno, líquido a temperatura ambiente y compuesto por una mezcla de hidrocarburos entre nueve y dieciséis átomos de carbono.

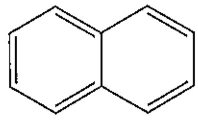
El propano y el butano son empleados como combustibles para cocinar. También se utilizan en las estufas que funcionan con gas y en calderas para calefacción.

Otro ejemplo es el acetileno, que fue muy usado en la iluminación, tanto doméstica como urbana, así como en los faros de automóviles de principios del siglo XX y por parte de mineros y espeleólogos (estos últimos hasta la segunda mitad del siglo XX). Hoy en día es muy empleado en soldadura.

Existen otros hidrocarburos que no se utilizan para calentar, cocinar o iluminar, como por ejemplo la gasolina, una mezcla de hidrocarburos que contienen desde cuatro hasta once átomos de carbono y que se emplea como combustible de automóviles.

17. La naftalina es el nombre comercial del naftaleno. Esta molécula consiste en dos ciclos bencílicos fusionados. Se puede catalogar como un hidrocarburo de cadena cerrada y, dentro de este tipo, como un hidrocarburo aromático.

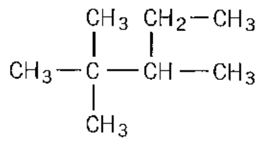
Su nombre, según la IUPAC, es naftaleno; su fórmula es la siguiente:

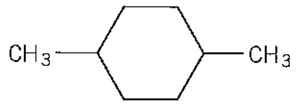


18. Clasificamos estos hidrocarburos en saturados o insaturados:

— Hidrocarburos saturados:

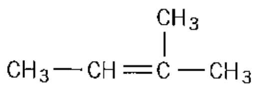
$CH_3—CH_2—CH_3$





Propano, 2,2,3-trimetilpentano y 1,4-dimetilciclohexano

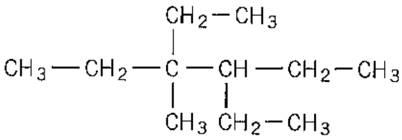
— Hidrocarburos insaturados:



2-metilbut-2-eno

19. Nombramos o formulamos los alcanos propuestos.

3,4-dietil-3-metilhexano



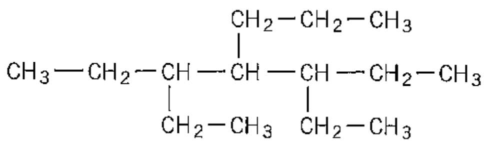
Decano

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$

O también:

$CH_3-[CH_2]_8-CH_3$

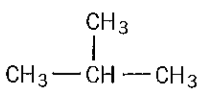
3,5-dietil-4-propilheptano



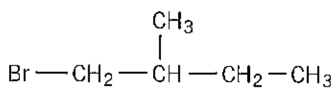
Metano

CH_4

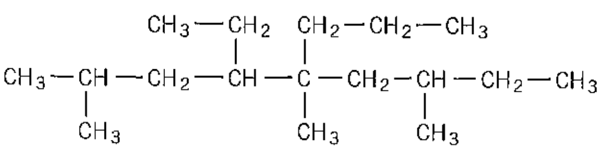
Metilpropano



1-bromo-2-metilbutano

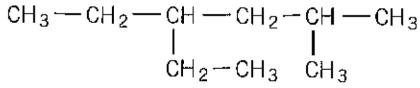


4-etil-2,5,7-trimetil-5-propilnonano

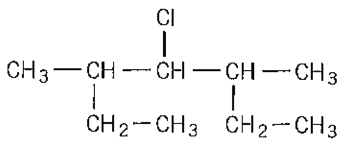


Cloroformo

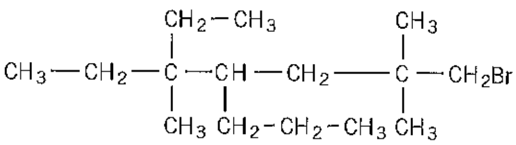
$CHCl_3$



4-cloro-3,5-dimetilheptano



3-cloro-2,4-dietil-pentano



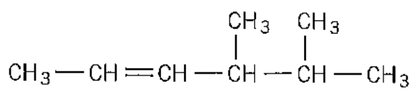
1-bromo-5-etil-2,2,5-trimetil-4-propilheptano

20. Nombramos o formulamos, según el caso, los alquenos y alquinos propuestos.

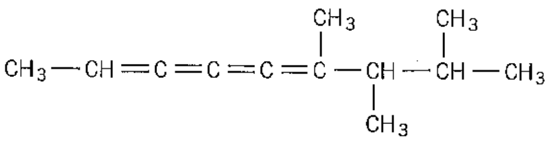
Eteno

$CH_2=CH_2$

4,5-dimetilhex-2-eno



6,7,8-trimetilnona-2,3,4,5-tetraeno



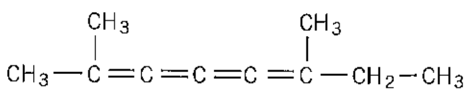
Acetileno

$CH\equiv CH$

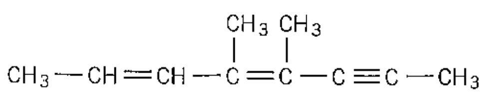
Penta-1,3-dieno

$CH_2=CH—CH=CH—CH_3$

2,6-dimetilocta-2,3,4,5-tetraeno

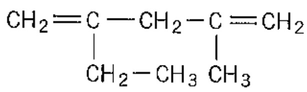


4,5-dimetilocta-2,4-dien-6-ino

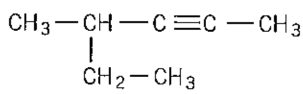


$CH_3—CH=CH—CH=CH_2$

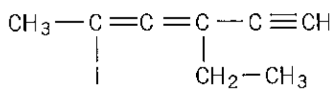
Penta-1,3-dieno



2-metil-4-metilidenhex-1-eno



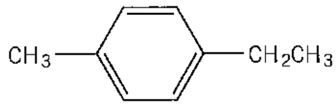
4-metilhex-2-ino



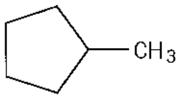
3-etil-5-yodohexa-3,4-dien-1-ino

21. Formulamos los hidrocarburos de cadena cerrada que se proponen.

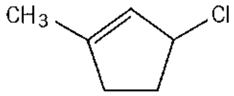
p-etilmetilbenceno



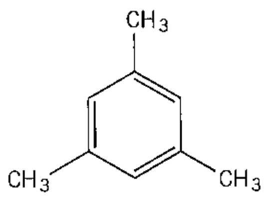
Metilciclopropano



3-cloro-1-metilciclopent-1-eno

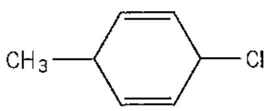


1,3,5-trimetilbenceno



Ciclobuteno

3-cloro-6-metilciclohexa-1,4-dieno

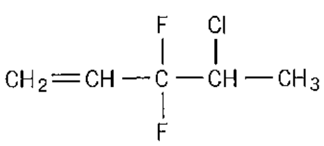


22. a) Falsa. Un hidrocarburo está formado por átomos de carbono e hidrógeno, pero no por átomos de oxígeno. Si una molécula orgánica contiene átomos de oxígeno, entonces ya no hablamos de hidrocarburo, sino de compuesto orgánico oxigenado.

b) Verdadera. El benceno es una molécula plana que contiene seis átomos de carbono enlazados entre sí mediante tres enlaces dobles alternos.

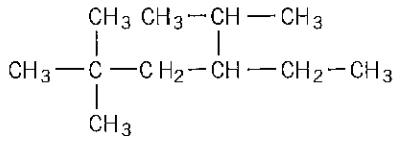
c) Falsa. Entre dos átomos de carbono solo puede haber un máximo de tres emparejamientos de electrones.

d) Falsa. La molécula 4-cloro-3,3-difluoropent-1-eno es una molécula insaturada. Tal y como se muestra a continuación, contiene un doble enlace entre los átomos de carbono 1 y 2:

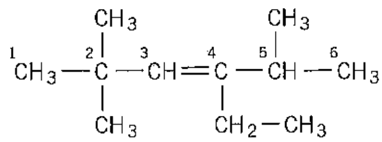


23. Justificamos, en cada caso, por qué el nombre del compuesto es erróneo.

— 2,2-dimetil-4-(propan-2-il)hexano corresponde con:

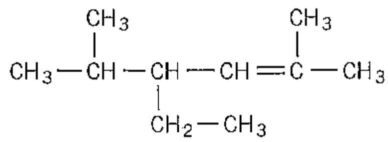


Esta molécula está mal nombrada, ya que no se ha escogido correctamente la cadena principal. La cadena principal no es la más sustituida de las alternativas con seis átomos de carbono. Si asignamos localizadores a los átomos de carbono de la cadena principal correcta, tenemos:

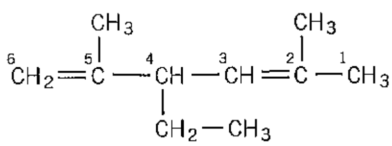


El nombre correcto del compuesto es 4-etil-2,2,5-trimetilhexano.

— 3-etil-2,5-dimetilhex-4-eno corresponde con la siguiente molécula:



El nombre de esta molécula es incorrecto porque, a la hora de numerar o asignar localizadores a un alqueno con un único enlace doble, se le debe asignar el menor localizador a la insaturación, tal y como se muestra a continuación:



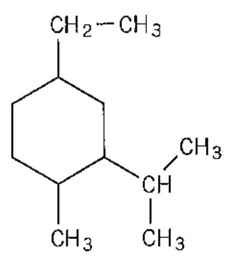
Así pues, el nombre correcto es 4-etil-2,5-dimetilhex-2-eno.

— Buteno equivale a dos compuestos orgánicos (isómeros), según se aprecia abajo:

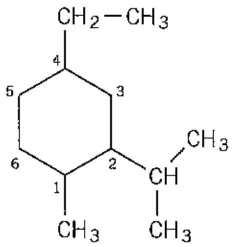
$CH_2{=}CH—CH_2—CH_3$ $\quad$ $CH_3—CH{=}CH—CH_3$

Por tanto, se debe especificar si se trata del but-1-eno o del but-2-eno.

— 1-etil-4-metil-3-(propan-2-il)ciclohexano corresponde con la siguiente molécula:

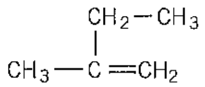


En esta molécula están mal asignados los localizadores, puesto que los localizadores 1, 4 y 3 no son los más pequeños. Asignamos los localizadores correctos a la molécula, según se indica, y la nombramos:

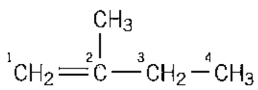


Tenemos 4-etil-1-metil-2-(propan-2-il)ciclohexano.

— 2-etilpropeno corresponde con esta molécula:

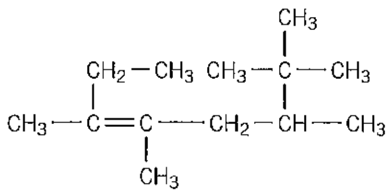


Como se puede apreciar, no se ha escogido correctamente la cadena principal. Si elegimos la cadena principal correcta, tenemos:

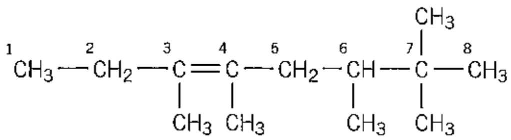


El nombre de la molécula es 2-metilbut-1-eno.

— 2-etil-5-*terc*-butil-3-metilhex-2-eno corresponde con la molécula siguiente:

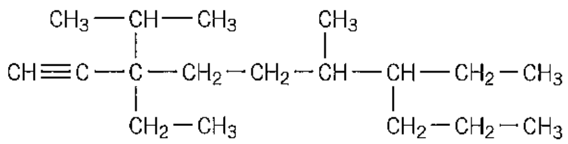


La cadena principal no ha sido escogida correctamente. Si la elegimos de forma correcta, tal y como se muestra a continuación, tenemos:

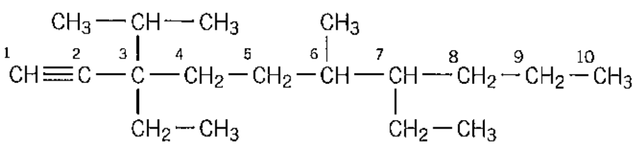


El nombre de la molécula es 3,4,6,7,7-pentametiloct-3-eno.

— 3-etil-6-metil-3-(propan-2-il)-7-propilnon-1-ino corresponde con la molécula que se muestra:



Como se puede observar, no se ha escogido correctamente la cadena principal. Escogemos la cadena principal correcta, según se indica a continuación:

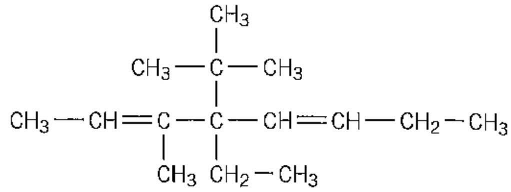


El nombre de la molécula es 3,7-dietil-6-metil-3-(propan-2-il)dec-1-ino.

24. Datos: m (compuesto) = 2,00 g; p = 1 atm; T = 25 °C.

Incógnitas: $V(CO_2)$; $m(H_2O)$.

— En primer lugar, escribimos la fórmula semidesarrollada de 4-etil-4-*terc*-butil-3-metilocta-2,5-dieno:



— Deducimos la fórmula molecular a partir de la fórmula anterior: $C_{15}H_{28}$.

— Escribimos la ecuación química de combustión ajustada:

$$C_{15}H_{28}(g) + 22\,O_2(g) \rightarrow 15\,CO_2(g) + 14\,H_2O(l)$$

— Calculamos la cantidad de sustancia de CO_2 obtenida:

$M_r(C_{15}H_{28})$: $15 \cdot 12{,}01 + 28 \cdot 1{,}01 = 208{,}43$;

$M(C_{15}H_{28})$: $208{,}43\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$n(CO_2) = 2{,}00\ \cancel{\text{g}\,C_{15}H_{28}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_{15}H_{28}}}{208{,}43\ \cancel{\text{g}\,C_{15}H_{28}}} \cdot \frac{15\ \text{mol}\,CO_2}{1\ \cancel{\text{mol}\,C_{15}H_{28}}}$$

$$n(CO_2) = 0{,}144\ \text{mol}\ CO_2$$

— Mediante la ecuación de estado de los gases ideales, determinamos el volumen que ocupa el CO_2 obtenido:

$$p = 1\ \cancel{\text{atm}} \cdot \frac{10^5\ \text{Pa}}{1\ \cancel{\text{atm}}} = 10^5\ \text{Pa};\ T = (25 + 273)\text{K} = 298\ \text{K}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T;\ V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p};$$

$$V(CO_2) = \frac{0{,}144\ \cancel{\text{mol}} \cdot 8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \text{m}^3 \cdot \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 298\ \cancel{\text{K}}}{10^5\ \cancel{\text{Pa}}}$$

$$V(CO_2) = 3{,}57 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$$

En la reacción se producen $3{,}57 \cdot 10^{-3}$ m^3 de CO_2.

— Calculamos la masa de agua que se obtiene de la masa de $C_{15}H_{28}$ de partida:

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 16{,}02$;

$M(H_2O)$: $16{,}02\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$;

$$m(H_2O) = 2{,}00\ \cancel{\text{g}\,C_{15}H_{28}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}\,C_{15}H_{28}}}{208{,}43\ \cancel{\text{g}\,C_{15}H_{28}}} \cdot$$

$$\cdot \frac{14\ \cancel{\text{mol}\,H_2O}}{1\ \cancel{\text{mol}\,C_{15}H_{28}}} \cdot \frac{18{,}01\ \text{g}\,H_2O}{1\ \cancel{\text{mol}\,H_2O}} = 2{,}42\ \text{g}\ H_2O$$

En la reacción se producen 2,42 g de H_2O.

25. Datos: % en masa (C) = 37,83 %; % en masa (H) = 6,35 %; % en masa (Cl) = 55,83 %; M(compuesto) = 127,013 g · mol^{-1}.

— Calculamos las cantidades de sustancia de C, H y Cl en el compuesto, tomando como base de cálculo 100 g de compuesto:

$$n(\text{C}) = 37{,}83\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} = 3{,}150\ \text{mol C}$$

$$n(\text{H}) = 6{,}35\ \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1\ \text{mol H}}{1{,}01\ \cancel{\text{g H}}} = 6{,}29\ \text{mol H}$$

$$n(\text{Cl}) = 55{,}83\ \cancel{\text{g Cl}} \cdot \frac{1\ \text{mol Cl}}{35{,}45\ \cancel{\text{g Cl}}} = 1{,}575\ \text{mol Cl}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{Cl})} = \frac{3{,}150\ \text{mol C}}{1{,}575\ \text{mol Cl}} = \frac{2\ \text{mol C}}{1\ \text{mol Cl}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{Cl})} = \frac{6{,}29\ \text{mol H}}{1{,}575\ \text{mol Cl}} \approx \frac{4\ \text{mol H}}{1\ \text{mol Cl}}$$

Por tanto, la fórmula empírica del compuesto es C_2H_4Cl.

— Determinamos la fórmula molecular:

$M_r\,(C_2H_4Cl)$: $2 \cdot 12{,}01 + 4 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 35{,}45 = 63{,}51$;

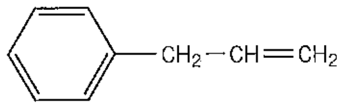
$M\,(C_2H_4Cl)$: $63{,}51\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(C_2H_4Cl)} = \frac{127{,}013\ \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{63{,}51\ \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} \approx 2$$

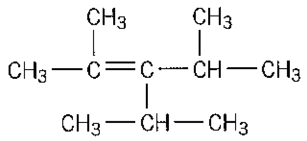
Por tanto, la fórmula molecular del compuesto es $C_4H_8Cl_2$.

26. Nombramos y formulamos los hidrocarburos propuestos.

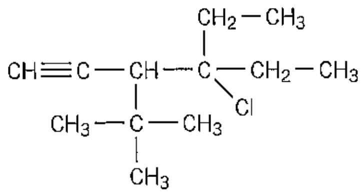
(prop-2-en-1-il)benceno



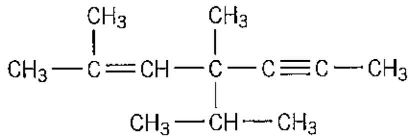
2,4-dimetil-3-(propan-2-il)pent-2-eno

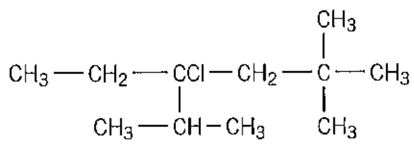


3-*terc*-butil-4-cloro-4-etilhex-1-ino

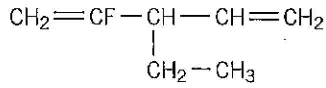


2,4-dimetil-4-(propan-2-il)hept-2-en-5-ino

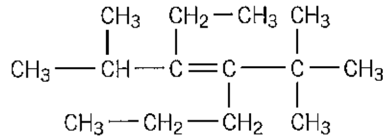




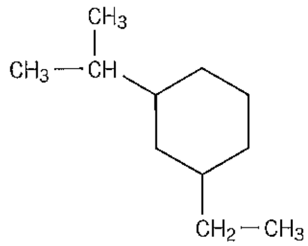
4-cloro-2,2-dimetil-4-(propan-2-il)hexano



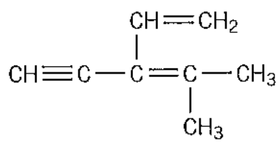
3-etil-2-fluoropenta-1,4-dieno



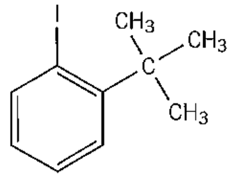
4-*terc*-butil-3-etil-2-metilhept-3-eno



1-etil-3-(propan-2-il)ciclohexano



3-etinil-4-metilpent-1,3-dieno



1-*terc*-butil-2-yodobenceno

27. Respuesta sugerida:

El benceno es un hidrocarburo aromático que se halla constituido por seis átomos de carbono, enlazados entre sí mediante tres enlaces dobles alternados, y seis átomos de hidrógeno. Este compuesto se obtiene a través de la destilación fraccionada del petróleo.

A mediados del siglo XIX se conocía la composición del benceno (C_6H_6), pero no la disposición de sus átomos en el espacio. Cuentan que un día, mientras dormía, Friedrich August Kekulé soñó con serpientes, una de las cuales se mordía la cola formando un círculo. Y así fue como encontró la solución al problema de la estructura del benceno (en forma de anillo) que tanto tiempo le había preocupado.

Entre 1857 y 1858 Friedrich August Kekulé desarrolló una teoría sobre la estructura química orgánica, basada en dos fundamentos: la tetravalencia del carbono (como los átomos de carbono tienen cuatro electrones en su última capa, pueden formar cuatro emparejamientos electrónicos con otros átomos) y la capacidad de sus átomos de formar enlaces entre sí.

El benceno es un líquido incoloro de olor dulce. Su temperatura de fusión es de 5 °C y la de ebullición, de 80 °C. Se trata de un compuesto altamente inflamable que se utiliza para aumentar el octanaje de la gasolina, pues tiene un calor de combustión elevado. También se emplea como disolvente orgánico en la fabricación de explosivos, detergentes, productos farmacéuticos, etc.

28. Respuesta sugerida:

El triángulo que figura debajo de las botellas de plástico es el símbolo internacional del reciclaje. Se trata de una alegoría del anillo de Möbius (o Moebius).

En el interior del triángulo encontramos un número del uno al siete, y debajo de este unas siglas, y todo ello nos indica el tipo de plástico de que se trata.

Por ejemplo, el número 3 corresponde al conocido PVC (cloruro de polivinilo); el 5, al PP (polipropileno). Cuanto más bajo sea el número que aparece en el triángulo de una botella, más fácil será el reciclado de esta.

Estos códigos facilitan la separación de los diferentes plásticos, según su composición química, para los procesos de reciclaje.

Sugerimos consultar los siguientes enlaces:

http://25-horas.com/logo-del-reciclaje/

http://www.consumer.es/web/es/medio_ambiente/urbano/2008/08/04/179032.php

29. Respuesta sugerida:

Para llevar a cabo el trabajo de investigación propuesto, nos organizamos en grupos.

a) William Wallace Carothers, que dirigía un programa de investigación en química orgánica en la empresa DuPont, estudió las propiedades de la seda natural y, consecuentemente, intentó sintetizarla. Sintetizó este compuesto mediante la condensación de una diamina con un diácido.

Aunque efectuó su descubrimiento el día 28 de febrero de 1935, no lo patentó hasta el 20 de septiembre de 1938. Después de la muerte de Carothers, la empresa DuPont conservó la patente.

Proponemos consultar estos enlaces sobre la historia y el descubrimiento del nailon:

http://www.eis.uva.es/~macromol/curso05-06/nylon/Nylon_file/page0001.htm

https://www.youtube.com/watch?v=_XEWrIZ0GdU

Actualmente la síntesis del nailon 6,6 se consigue a través de la policondensación entre el ácido adípico, un diácido, y la hexametilendiamina, hexano-1,6-diamina según las Recomendaciones IUPAC, una diamina.

En el siguiente enlace se puede estudiar todo el proceso de obtención del nailon industrialmente:

http://www.textoscientificos.com/polimeros/nylon/producción

b) El nailon tiene muchas aplicaciones en nuestro entorno. Lo encontramos en las medias, hilos para pescar, redes, paracaídas, cremalleras, tornillos, etc. También se usa en piezas de engranajes, ya que se caracteriza por una gran resistencia, dureza y tenacidad.

Aparte del nailon, a diario nos encontramos con un inmenso número de objetos formados por polímeros orgánicos sintéticos, como, por ejemplo, caucho o neopreno. Pero también existen otros menos conocidos como el tergal, que se utiliza para confeccionar ropa; el *Dorlastan*, que se usa para fabricar ropa de baño, etc.

3 FORMAS ALOTRÓPICAS DEL CARBONO

Pág. 180

30. El diamante y el grafito son dos de las formas alotrópicas del carbono. Ambas se diferencian en la estructura que constituyen los átomos de carbono en el espacio:

— En el diamante, los átomos de carbono se unen tetraédricamente para formar un retículo cristalino de dimensiones infinitas. Esto explica su elevada dureza (se trata del material más duro que existe en la naturaleza), su baja reactividad y su nula conductividad eléctrica.

— En el grafito, los átomos se agrupan en ciclos de seis átomos de carbono unidos entre ellos, pero en dos direcciones. Es decir, la disposición del grafito es plana. Así, el grafito es un sólido con redes en forma de capa. En virtud de esta estructura, el grafito es conductor de la electricidad y del calor, carece de la dureza del diamante y se exfolia fácilmente.

a) Dado que el grafito forma hojas superpuestas, como colmenas, tiene enlaces en planos diferentes, que son más débiles y permiten el movimiento de electrones entre los planos. Esta característica explica que el grafito sea conductor de la electricidad.

Por otro lado, la gran fortaleza de los enlaces en la estructura del diamante permite justificar su elevada dureza.

b) El grafito se utiliza para elaborar la mina de los lápices, para la fabricación de pistones, juntas, etc. Se emplea también como lubricante sólido por su elevada capacidad de exfoliación.

El diamante, dada su dureza, se utiliza para perforar pozos de petróleo, para cortar piedras y gemas, para pulir, en joyería, en la industria del mármol, etc.

31. Respuesta sugerida:

Otros elementos conocidos que presentan formas alotrópicas, aparte del carbono, son el oxígeno, el fósforo y el azufre.

— Las formas alotrópicas del oxígeno son el oxígeno molecular (O_2) y el ozono (O_3). Mientras el oxígeno lo necesitamos para vivir, el ozono se utiliza como desinfectante de aguas, en la depuración de aguas residuales, en tratamientos de olores, etc. Cabe mencionar que el ozono está presente en la denominada *capa de ozono* de la estratosfera, capa esencial para la vida en el planeta, pues absorbe la mayor parte de la radiación ultravioleta de alta frecuencia que llega a la Tierra.

— Se conocen dos variedades del fósforo, el fósforo rojo (P_4) y el fósforo blanco (P_4). El fósforo blanco se dispone formando una estructura tetraédrica en el espacio. Se trata de una sustancia sólida translúcida, que se convierte en amarilla cuando se expone a la luz. Por esta razón, también es llamado *fósforo amarillo*. Brilla de manera verdosa en la oscuridad, es altamente inflamable y tóxico. Por su parte, el fósforo rojo forma una red amorfa. Es de color rojizo y no es tóxico.

Respecto a sus aplicaciones, el fósforo blanco ha tenido un amplio uso militar y se emplea en la actualidad como agente para pantallas de humo. En cuanto al fósforo rojo, cabe decir que se utiliza en cerillas, como agente reductor en algunas reacciones químicas y como compuesto de partida para la síntesis de tricloruro de fósforo, pentacloruro de fósforo o fosfinas.

— El azufre muestra la más alta variedad de alotropía, destacando dos formas alotrópicas que contienen ocho átomos de azufre (S_8): el azufre rómbico o alfa y el azufre monoclínico o beta. El azufre rómbico se presenta en forma de cristales amarillos y transparentes, y el azufre monoclínico como agujas finas y opacas. Este último es menos estable que el rómbico.

El azufre se emplea principalmente en la obtención de dióxido de azufre, pero también se usa para la fabricación de fungicidas, insecticidas, pólvora y productos farmacéuticos.

32. Respuesta sugerida:

Cada grupo debe describir en una presentación en formato digital los métodos de obtención de los nanotubos, sus ventajas y desventajas, así como las aplicaciones futuras de estas estructuras.

Proponemos consultar el siguiente enlace:

http://es.wikipedia.org/wiki/Nanotubo

— Entre todos los métodos para la obtención de nanotubos, los más utilizados son estos: cámara de descarga de arco eléctrico, CVD y ablación láser.

- La cámara de descarga de arco eléctrico consiste en dos electrodos de grafito conectados a una fuente de alimentación y separados un milímetro. Los electrodos están sumergidos en una atmósfera de helio o argón a baja presión. Al hacer circular una corriente eléctrica, salta una chispa y se forma un plasma. El carbono del cátodo se evapora y se deposita en el ánodo en forma de nanotubo. Estos suelen ser cortos y se depositan en forma y tamaño aleatorios.
- El método CVD consiste en la deposición de carbono procedente de la descomposición de un hidrocarburo, como el metano, sobre un sustrato con una capa de partículas de un metal catalítico a altas temperaturas (700 °C). Los nanotubos formados suelen tener pared múltiple y bastantes defectos.
- La última técnica, ablación láser, consiste en el bombardeo de una barra de grafito con pulsos intensos de haz láser en un reactor a alta temperatura y en presencia de un gas inerte. De esta manera, se genera gas caliente de carbono, que se condensa en forma de nanotubo en las paredes del reactor. Los nanotubos resultantes son de pared única. La desventaja de esta técnica es el elevado coste, mientras que las dos anteriores son sencillas y económicas.

— Los nanotubos son ampliamente usados en la electrónica, pues proporcionan mejoras mecánicas, eléctricas, electrónicas y térmicas respecto a los productos ya existentes.

Algunas de las futuras aplicaciones de los nanotubos seguirán siendo en el ámbito de la electrónica, pero también, por ejemplo, en el ámbito del medio ambiente, debido a su capacidad de adsorción.

4 INDUSTRIA QUÍMICA

Pág. 180

33. Los compuestos del carbono podemos encontrarlos en los tres estados de la materia: gaseoso, líquido y sólido. En forma de gas hallamos, entre otros, el metano, el etano, el propano y el butano; en forma líquida, por ejemplo, el pentano, el hexano, etc., y, en forma sólida, las parafinas y los hidrocarburos formados por más de diecisiete átomos de carbono.

34. Indicamos, de temperatura más elevada a temperatura menos elevada, los compuestos que se extraen del petróleo: residuos del petróleo, gasoil, queroseno, nafta, decano y metano.

a) Residuos del petróleo. Se emplean en la fabricación del asfalto, lubricantes, cremas, etc.

Gasoil. Se utiliza como combustible y fuente de alimentación de motores diésel; también para obtener hidrocarburos de cadenas más cortas.

Queroseno. Se usa como combustible para aviación, calefacción, etc.

Nafta. Se usa como carburante para automóviles.

Decano. Es un componente de la gasolina.

Metano. Se utiliza como materia prima para la obtención de otros productos químicos; como fuente de energía para calefacción; es el componente mayoritario del gas natural, etc.

b) Debemos elaborar un mapa conceptual que contenga la información anterior. Para ello, partiendo del petróleo como idea principal, iremos relacionando cada fracción del petróleo con sus respectivas aplicaciones, por medio de cajas de texto y conectores.

35. El gas natural debe estar en la proporción adecuada con el oxígeno (componente del aire) para que la combustión de los hidrocarburos que contiene el gas natural sea completa. De esta manera, los productos resultantes de la combustión completa serán dióxido de carbono y agua, además de proporcionar energía mediante calor.

— En el caso de que hubiese un aumento del gas natural en las mismas condiciones, es decir, la misma cantidad de oxígeno, la combustión del gas no sería completa, sino incompleta. Como resultado de la combustión incompleta se obtendrían monóxido de carbono y agua.

El monóxido de carbono es un gas que tiene una afinidad por la hemoglobina de la sangre. Así pues, la consecuencia sería una intoxicación que podría incluso llegar a ocasionar la muerte.

36. Precisamente porque el gas natural es un gas inodoro e incoloro, se le añade un aditivo, el metilmercaptano, que le otorga un olor característico que asociamos al gas natural.

Así, en el caso de una fuga de gas, seremos capaces de detectarla.

37. El carbón vegetal es fácil de obtener, tiene un poder calorífico elevado y no produce llama, ya que en el proceso de carbonización se han eliminado los componentes que la ocasionan. En cambio, otros tipos de combustible generan llama, lo que daría lugar a que se quemase la comida que se desea cocinar.

Existen otras clases de carbón que no producen llama, como el carbón mineral. Sin embargo, es contraproducente su uso en la cocina, ya que contiene componentes que durante la combustión producirían sustancias nocivas que contaminarían la comida, lo que podría tener consecuencias perniciosas para la salud de quien la consumiera.

38. La propulsión de los cohetes espaciales la produce un motor químico y se fundamenta en una reacción química exotérmica que genera gran cantidad de gases a elevada temperatura. Cuando estos salen por una tobera especial, tobera de Laval, producen el empuje necesario para impulsar el cohete.

Estos son algunos de los reactivos empleados: hidrógeno líquido / oxígeno líquido, queroseno / oxígeno líquido y tetraóxido de dinitrógeno / hidracina. Por eso, es imprescindible que los cohetes se hallen equipados con dos depósitos independientes para almacenar separadamente cada una de las sustancias.

En el caso de un automóvil también se emplea como fuente de energía una reacción exotérmica que produce gases a elevada temperatura. Pero, además de que la propulsión se genera mediante un procedimiento diferente, solamente es necesario un depósito para el combustible, gasolina o gasoil, ya que el comburente es el oxígeno atmosférico del aire, que entra desde el exterior sin necesidad de almacenarlo.

39. Respuesta sugerida:

En los siguientes enlaces podemos ver cómo se obtiene el petróleo, su proceso de refinamiento y sus derivados:

http://elpetroleo.aop.es/Default.aspx?Page=6.%20Refino%20y%20obtenci%C3%B3n%20de%20productos&AspxAutoDetectCookieSupport=1ç

http://es.wikipedia.org/wiki/Petr%C3%B3leo

https://sites.google.com/site/loshidrocarburos/3-el-petroleo-y-sus-aplicaciones

Tras recabar la información, elaboraremos por grupos una presentación en PowerPoint.

5 AHORRO ENERGÉTICO Pág. 180

40. Existen diversos países que producen bioetanol, como Estados Unidos, Brasil o España.

El bioetanol es una fuente de energía alternativa, no de origen fósil. Para su fabricación se utilizan plantas como el maíz o la caña de azúcar, principalmente.

Su combustión es más respetuosa con el medio ambiente que la de los recursos fósiles, puesto que reduce la emisión de gases de efecto invernadero al absorberse dióxido de carbono en el crecimiento de las plantas de las que se obtiene. A su vez, es fácil de producir y almacenar, y es aplicable como combustible de vehículos.

Sin embargo, existe una problemática asociada al uso de bioetanol como combustible, sobre todo si este procede de plantas de las que podemos obtener alimentos (como es el caso del maíz o la caña de azúcar). La producción de bioetanol a partir de estas fuentes encarece el precio de los alimentos, lo que se traduce en pobreza. Por tanto, el bioetanol debería generarse a partir de subproductos o residuos a los que les encontramos así un valor añadido. Es el caso del bioetanol originado a partir de residuos vegetales y agroalimentarios. La desventaja que tienen estos procesos es que su rendimiento se ve disminuido.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que se deben efectuar cambios en los motores y conducciones de los automóviles para poder emplear el bioetanol directamente como combustible.

Sugerimos consultar los siguientes enlaces a fin de ampliar la información sobre este tema:

http://www.fgcsic.es/lychnos/es_es/articulos/produccion_de_nuevos_biocombustibles_para_automocion

http://www.bioetanoldecana.org/es/download/cap2.pdf

41. Respuesta sugerida:

Debemos elaborar un informe sobre las energías renovables, analizando las ventajas y desventajas de cada una de ellas. Primero llevaremos a cabo, por grupos, un trabajo de investigación en Internet; finalmente, organizaremos las ideas en un informe.

Proponemos los siguientes enlaces web para consultar:

http://www.appa.es/01energias/08tiposfuentes.php

http://www.consumer.es/web/es/medio_ambiente/energia_y_ciencia/2012/08/27/212394.php

Uno de los objetivos de la utilización o implementación de las energías renovables es la reducción de emisiones al medio ambiente que son contaminantes y agravan el efecto invernadero.

Encontramos diversos tipos de energías renovables, entre los que destacamos estos: energía eólica, energía hidráulica, energía geotérmica, energía solar y biomasa.

— Una instalación eólica está constituida por un molino con diversas aspas sujeto a un mástil. Al girar las aspas por la acción del viento, se pone en marcha un generador eléctrico.

La ventaja de este tipo de energía es que apenas contamina. Entre las desventajas, destaca que, para que la energía eólica sea eficiente, se ha de construir la instalación en lugares aislados elevados; además, existe una incertidumbre asociada a la intermitencia de este recurso. Por último, las instalaciones eólicas crean impacto visual.

— Para la ubicación de una instalación hidráulica se ha de valorar el caudal del agua y el desnivel que se puede alcanzar. En caso de tener un pequeño desnivel, habrá que construir un embalse para aumentarlo, mientras que un desnivel muy elevado requiere construir grandes canalizaciones. En ambos casos, las conducciones sirven para llevar la corriente de agua, siempre con la máxima energía potencial, hasta un sistema captador para su máxima eficiencia.

Las ventajas de este tipo de energía son que no contamina, no genera residuos y tiene un elevado rendimiento. Pero, por otro lado, algunas desventajas son que las instalaciones hidráulicas poseen un elevado coste de construcción y ubicación; son largos los períodos de construcción y se generan impactos sobre los ecosistemas. Otro impacto digno de mención es el social, ya que es necesaria la reubicación de los habitantes de las poblaciones afectadas, como ha sucedido en muchos embalses de nuestro país, o a gran escala en la presa de las Tres Gargantas en China.

— La energía geotérmica consiste en aprovechar la energía térmica obtenida de la descomposición espontánea y natural de los isótopos radiactivos que existen en todas las rocas naturales. La conducción del calor se suele transmitir a través de los materiales del subsuelo, pero son pésimos para conducir la energía térmica y, consecuentemente, se almacenan de manera natural en el interior de la Tierra.

  Existen zonas donde el gradiente de temperatura desde la zona donde se genera este tipo de energía al exterior es más elevado, por lo que es en estos lugares donde se tiene que emplazar una central geotérmica. Pero, además, estos sitios han de tener una estructura geológica porosa para poder almacenar el agua, ya que el agua recogerá la energía y la transportará hasta la superficie.

  Otra forma de aprovechar las características del terreno es la energía geotérmica de baja temperatura, que se basa en otro principio, y es que a 20 m de profundidad, aproximadamente, el suelo se mantiene a una temperatura estable, en torno a 17 °C, durante todo el año.

  Por lo general, la energía geotérmica presenta más bien inconvenientes que ventajas en la actualidad, ya que existe una dificultad tecnológica importante en la explotación de dicho recurso, y requiere de una cercanía entre consumidor y yacimiento.

— Existen dos tipos de energía solar: la fotovoltaica y la térmica. La energía fotovoltaica se encarga de transformar la radiación solar en energía eléctrica a partir de células solares, mientras que la energía térmica utiliza la capacidad directa de calentamiento de la radiación solar a través de colectores solares.

  Ambas energías permiten dotar de electricidad a núcleos aislados y tienen bajos costes de mantenimiento. Pero, como solo se genera energía en presencia de radiación solar, actualmente es inviable su aplicación a gran escala y aún se encuentran en fases de mejora para aumentar el rendimiento y reducir costes.

— Por último, destacamos la energía obtenida a partir de la biomasa. Para producir esta energía, se utilizan como materias primas residuos de actividades agrícolas y forestales o subproductos de la transformación de la madera.

  Existen distintas modalidades de producción. Una de ellas es la digestión anaerobia para producir biogás, que puede ser empleado después en la obtención de energía eléctrica. Otra opción consiste en realizar una fermentación alcohólica a partir de microorganismos, para finalmente obtener bioetanol, que puede emplearse como combustible de vehículos.

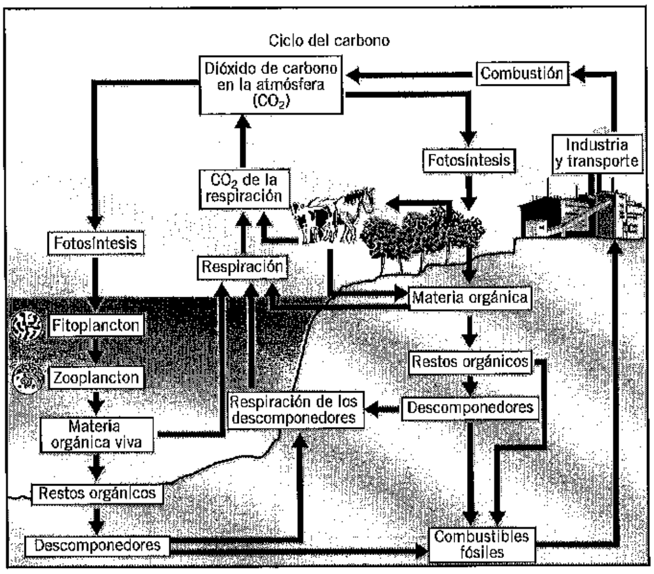
  Las ventajas de este tipo de procesos son que se reduce la dependencia del petróleo y se le atribuye un valor añadido a residuos y subproductos; a su vez, genera empleo en áreas rurales. Pero también presenta desventajas, principalmente el bajo rendimiento de este tipo de instalaciones, así como los grandes espacios de almacenamiento necesarios.

SÍNTESIS

Pág. 180

42. Respuesta sugerida:

a) El ciclo del carbono es fundamental para la vida en el planeta, ya que de él depende la producción de materia orgánica. El carbono es el elemento básico de las moléculas orgánicas que forman parte de los seres vivos.



Como podemos observar en el esquema anterior, por medio de la fotosíntesis, las plantas absorben la energía solar y el dióxido de carbono (CO_2) de la atmósfera, produciendo oxígeno (O_2) e hidratos de carbono (azúcares como la glucosa, $C_6H_{12}O_6$), que sirven de base para el crecimiento de las plantas. Los animales y las plantas utilizan los carbohidratos en el proceso de respiración, emitiendo CO_2 y vapor de agua (H_2O). Acto seguido, tras la descomposición orgánica (forma de respiración de las bacterias y hongos), el proceso de respiración celular, junto con los procesos de combustión, devuelven a la atmósfera el carbono, biológicamente fijado en los reservorios terrestres.

Las ecuaciones químicas que rigen estos dos procesos son:

— Fotosíntesis:

$$6\,CO_2(g) + 6\,H_2O(g) + \text{energía luminosa} \rightarrow$$
$$\rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6\,O_2(g)$$

— Respiración celular:

$$C_6H_{12}O_6(s) + 6\,O_2(g) \rightarrow 6\,CO_2(g) + 6\,H_2O(g) + \text{energía}$$

— Procesos de combustión:

$$\text{Combustible} + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$$

b) No. En el ciclo del carbono todos los compuestos deberían estar en equilibrio, pero la actividad humana está alterando este ciclo. Los procesos de combustión de recursos fósiles hacen que la producción de dióxido de carbono sea tan elevada que la captación de dicho gas por las plantas resulta insuficiente. De esta forma, existe una mayor concentración en el aire de dióxido de carbono de la que debería existir de forma natural.

c) El efecto invernadero reduce la pérdida de energía del planeta al espacio exterior, y es un fenómeno importante que facilita la vida en la Tierra, ya que evita amplitudes térmicas demasiado grandes y mantiene la temperatura media del planeta.

Al aumentar la cantidad de gases de efecto invernadero en la atmósfera, como consecuencia de la combustión de combustibles fósiles, por ejemplo, el efecto invernadero se acentúa y aumenta la temperatura media del planeta, poniendo en peligro muchos ecosistemas. Estos gases son dióxido de carbono (principalmente), metano, óxidos de nitrógeno, vapor de agua, ozono y los clorofluorocarbonos (CFC), los cuales impiden que el planeta emita radiación infrarroja al espacio exterior. En consecuencia, al haber menos pérdidas de energía, la energía total aumenta, por lo que la temperatura general también se incrementa.

d) Se organizará un debate en clase, por grupos, en el que se propondrán medidas para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero.

Evaluación (Pág. 182)

1. La opción correcta es la c).

2. a) Falsa. Si un compuesto tiene enlaces dobles y triples, se numera con los localizadores más bajos posibles, independientemente del tipo de insaturación. Y, en caso de series de localizadores iguales, prevalece el enlace doble frente al enlace triple.

b) Falsa. La cadena principal es la de mayor número de átomos de carbono, que contiene la función principal; no interviene la cantidad de insaturaciones, a menos que haya más de una alternativa con la misma cantidad de átomos de carbono.

c) Falsa. Los hidrocarburos no suelen ser buenos conductores de la electricidad. Pero sí es cierto que son fácilmente inflamables.

d) Verdadera. Es el primer material en la escala de Mohs.

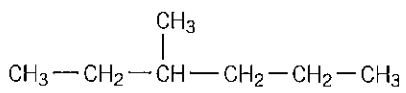
e) Falsa. El biodiésel es una fuente de energía renovable, ya que proviene de aceites vegetales o grasas animales. No procede del petróleo.

3. Formulamos los alcanos propuestos.

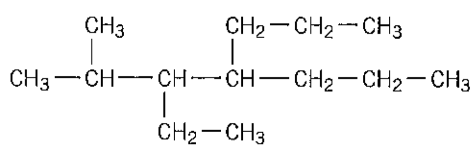
Pentano

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$$

3-metilhexano



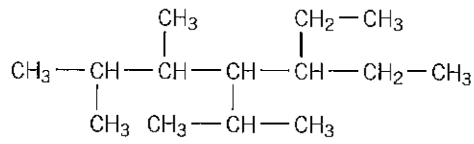
3-etil-2-metil-4-propilheptano



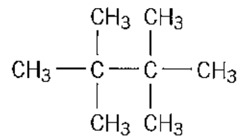
Etano

$$CH_3-CH_3$$

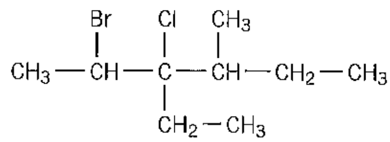
5-etil-2,3-dimetil-4-(propan-2-il)heptano



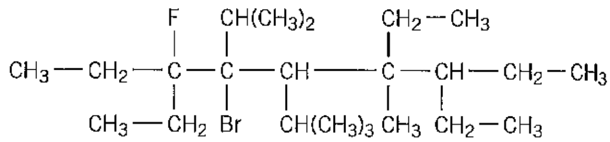
2,2,3,3-tetrametilbutano



2-bromo-3-cloro-3-etil-4-metilhexano



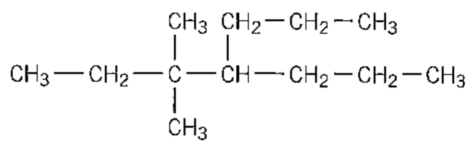
4-bromo-5-*terc*-butil-3,6,7-trietil-3-fluoro-6-metil-4-(propan-2-il)nonano



Metano

$$CH_4$$

3,3-dimetil-4-propilheptano

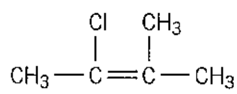


4. Formulamos los alquenos y alquinos propuestos.

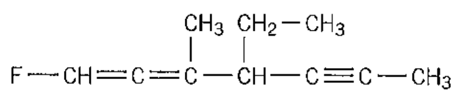
Eteno

$$CH_2=CH_2$$

2-cloro-3-metilbut-2-eno



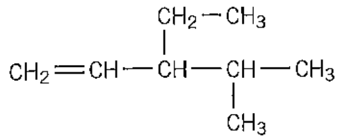
4-etil-1-fluoro-3metilhepta-1,2-dien-5-ino



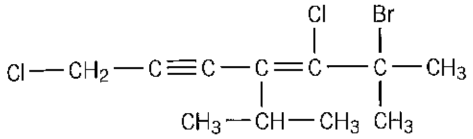
Prop-1-ino

$$CH\equiv C-CH_3$$

3-etil-4-metilpent-1-eno



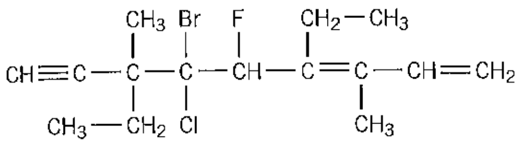
6-bromo-1,5-dicloro-6-metil-4-(propan-2-il)hept-4-en-2-ino



Heptano-2,3,5-trieno

$$CH_3-CH{=}C{=}CH-CH{=}CH-CH_3$$

6-bromo-6-cloro-4,7-dietil-5-fluoro-3,7-dimetilnona-1,3-dien-8-ino



Hept-3-eno-1,5-diino

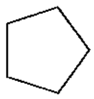
$$CH{\equiv}C-CH{=}CH-C{\equiv}C-CH_3$$

Acetileno

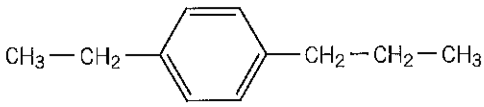
$$CH{\equiv}CH$$

5. Formulamos los hidrocarburos cíclicos propuestos.

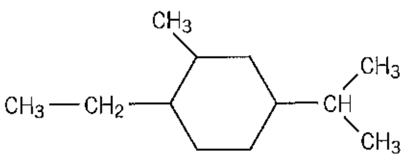
Ciclopentano



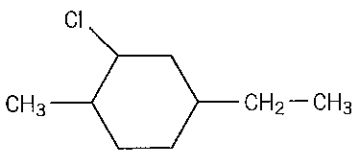
p-etilpropilbenceno



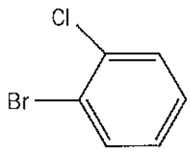
1-etil-2-metil-4-(propan-2-il)ciclohexano



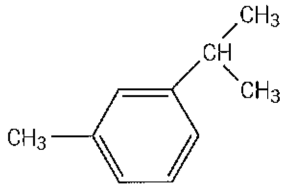
2-cloro-4-etil-1-metilciclohexano



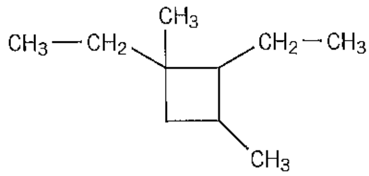
o-bromoclorobenceno



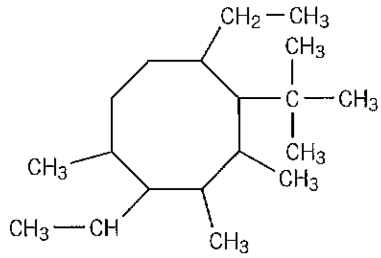
1,3-metil-3-(propan-2-il)benceno



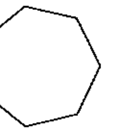
1,2-dietil-1,3-dimetilciclobutano



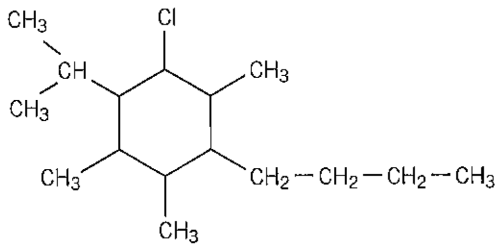
1,5-dietil-2-*terc*-butil-3,4,6-trimetilciclooctano



Cicloheptano

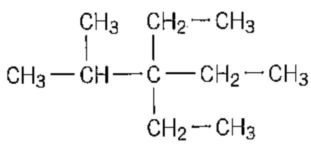


1-butil-3-cloro-2,5,6-trimetil-4-(propan-2-il)ciclohexano

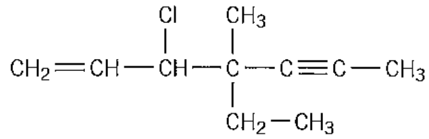


6. Formulamos los hidrocarburos propuestos.

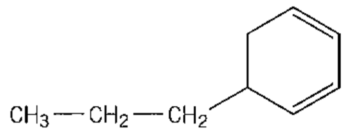
3,3-dietil-2-metilpentano



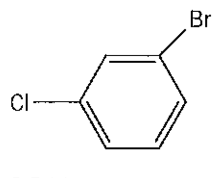
3-cloro-4-etil-4-metilhept-1-en-5-ino



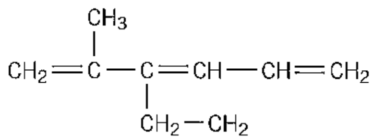
5-propilciclohexa-1,3-dieno



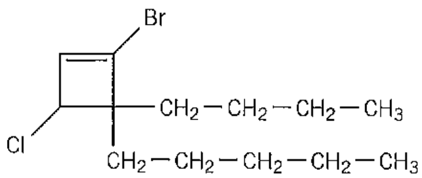
m-bromoclorobenceno



3-etil-2-metilhexa-1,3,5-trieno



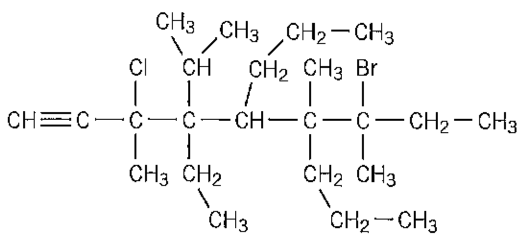
1-bromo-4-butil-3-cloro4-pentilciclobut-1-eno



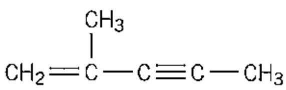
Undecano

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$

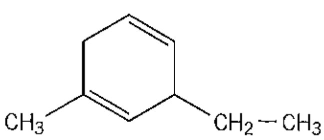
7-bromo-3-cloro-5-*terc*-butil-4-etil-3,6,7-trimetil-4-(propan-2-il)-5,6-dipropilnon-1-ino



2-metilpent-1-en-3-ino



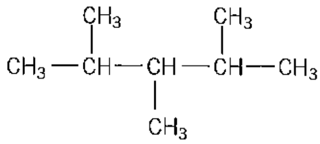
3-etil-1-metilciclohexa-1,4-dieno



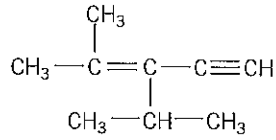
Cloroformo

$CH-Cl_3$

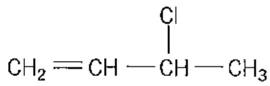
7. Nombramos los hidrocarburos propuestos.



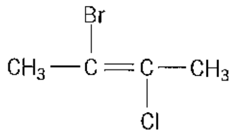
2,3,4-trimetilpentano



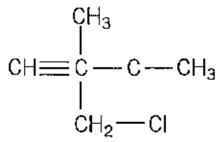
4-metil-3-(propan-2-il)pent-3-en-1-ino



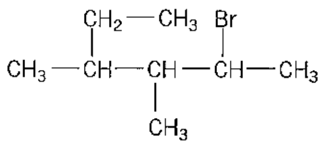
3-clorobut-1-eno



2-bromo-3-cloro-but-2-eno



4-cloro-3,3-dimetilbut-1-ino



2-bromo-3,4-dimetilhexano

8. Datos: m (sustancia combustión) = 1,000 g; $m(CO_2)$ = 3,138 g; $m(H_2O)$ = 1,285 g; m (gas) = 14,704 g; $p = 10^5$ Pa; T = 400 °C; V (gas) = 5 L

— Calculamos las cantidades químicas de C y H en el dióxido de carbono y en el agua:

$M_r(CO_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 44{,}01$;

$M(C_3H_4)$: 44,01 g · mol⁻¹

$M_r(H_2O)$: $2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 18{,}02$;

$M(H_2O)$: 18,02 g · mol⁻¹

$$n(C) = 3{,}138\ \cancel{g\,CO_2} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\,CO_2}}{44{,}01\ \cancel{g\,CO_2}} \cdot \frac{1\ mol\ C}{1\ \cancel{mol\,CO_2}}$$

$n(C) = 0{,}07130$ mol C

$$n(H) = 1{,}285\ \cancel{g\,H_2O} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\,H_2O}}{18{,}02\ \cancel{g\,H_2O}} \cdot \frac{2\ mol\ H}{1\ \cancel{mol\,H_2O}}$$

$n(H) = 0{,}1426$ mol H

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\mathrm{H})}{n(\mathrm{C})} = \frac{0{,}1426 \text{ mol H}}{0{,}07130 \text{ mol C}} = \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}}$$

Por tanto, la fórmula empírica del compuesto es CH_2.

— Para determinar la fórmula molecular de la sustancia, debemos conocer su masa molar. Para ello, calcularemos primero con la ecuación de estado de los gases ideales la cantidad total de sustancia:

$$p = 10^5 \text{ Pa}; \; T = (400 + 273)\text{K} = 673 \text{ K}$$

$$V = 5 \cancel{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ m}^{-3}}{10^3 \cancel{\text{L}}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-3}$$

$$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T; \; n = \frac{p \cdot V}{\text{R} \cdot T};$$

$$n = \frac{10^5 \cancel{\text{Pa}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31 \cancel{\text{Pa}} \cdot \cancel{\text{m}^3} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot 673 \cancel{\text{K}}} = 0{,}09 \text{ mol}$$

— A continuación, determinamos la masa molar del compuesto:

$$M(\text{compuesto}) = \frac{m}{n} = \frac{14{,}704 \text{ g}}{0{,}09 \text{ mol}} \approx 163{,}38 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Determinamos la fórmula molecular:

$M_r(CH_2)$: $1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 1{,}01 = 14{,}03$;

$M(CH_2)$: $14{,}03 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\text{n} = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\mathrm{CH_2})} = \frac{163{,}38 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{14{,}03 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} \approx 12$$

La fórmula molecular del compuesto es $C_{12}H_{24}$.

9. Datos:

% en masa (C) = 22,48 %; % en masa (H) = 2,85 %; % en masa (Br) = 74,71 %; M (compuesto) = 213,90 g · mol^{-1}.

— Calculamos las cantidades químicas de C, H y Br, tomando una base de cálculo de 100 g de compuesto:

$$n(\mathrm{C}) = 22{,}48 \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12{,}01 \cancel{\text{g C}}} = 1{,}872 \text{ mol C}$$

$$n(\mathrm{H}) = 2{,}85 \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1{,}01 \cancel{\text{g H}}} = 2{,}822 \text{ mol H}$$

$$n(\mathrm{Br}) = 74{,}71 \cancel{\text{g Br}} \cdot \frac{1 \text{ mol Cl}}{79{,}90 \cancel{\text{g Br}}} = 0{,}9350 \text{ mol Br}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\mathrm{C})}{n(\mathrm{Br})} = \frac{1{,}872 \text{ mol C}}{0{,}9350 \text{ mol Br}} \approx \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol Br}}$$

$$\frac{n(\mathrm{H})}{n(\mathrm{Br})} = \frac{2{,}822 \text{ mol H}}{0{,}9350 \text{ mol Br}} \approx \frac{3 \text{ mol H}}{1 \text{ mol Br}}$$

Por tanto, la fórmula empírica del compuesto es C_2H_3Br.

— Determinamos la fórmula molecular del compuesto:

$M_r(C_2H_3Br)$: $2 \cdot 12{,}01 + 3 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 79{,}90 = 106{,}95$;

$M(C_2H_3Br)$: $106{,}95 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$\text{n} = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\mathrm{C_2H_4Cl})} = \frac{213{,}90 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{106{,}95 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} = 2$$

Por tanto, la fórmula molecular del compuesto es $C_4H_6Br_2$.

— Un posible compuesto que corresponde con esta fórmula es el siguiente:

$$\mathrm{CH_3{-}\underset{\displaystyle}{\overset{\displaystyle Br}{\overset{|}{C}}}{=}\overset{\displaystyle Br}{\overset{|}{C}}{-}CH_3}$$

10. Relacionamos cada compuesto con su característica:

a) Diamante	7) Compuesto muy duro.
b) Carbón activo	8) Gran capacidad de adsorción.
c) Biodiésel	4) Fuente de energía renovable.
d) Nanotubo	5) Cilíndrico.
e) Grafeno	6) Red hexagonal.
f) Gas natural	2) Fuente de energía limpia.
g) Grafito	1) Exfoliación en capas.
h) Fullereno	3) Combinación de hexágonos y pentágonos de átomos de carbono.

Zona + (Pág. 183)

— *Grafeno, material del futuro*

- Podemos consultar la noticia completa en este enlace:

  http://www.elmundo.es/elmundo/2012/04/13/nanotecnologia/1334331314.html

  El grafeno es un material cuyas aplicaciones están en fase de desarrollo. Tiene muchas aplicaciones electrónicas y tecnológicas, como son las pantallas flexibles y transparentes, las baterías ultrarrápidas, potentes paneles solares, pantallas para televisores, etc. Y, además, se emplea en otros ámbitos como la aeronáutica y la medicina (biosensores), entre otros.

- La técnica de deposición química en fase de vapor consiste en introducir compuestos en fase gaseosa en un reactor (en este caso, gas metano), para formar un material en forma de lámina delgada (grafeno) sobre un sustrato.

  El reactor trabaja a presiones inferiores a 1 torr, donde el gas se descompone en hidrógeno y carbono, y este se deposita en forma de lámina en el sustrato.

- El grafeno ha inspirado otros compuestos como, por ejemplo, el fluorografeno, el nitruro de boro hexagonal, el disulfuro de molibdeno o el siliceno.

— *Fuentes de energía alternativas al petróleo*

- Respuesta sugerida:

  Proponemos consultar los siguientes enlaces:

  http://regiondigital.com/noticias/reportajes/224273-residuos-organicos-y-plasticos-fuentes-de-energia-alternativas-al-petroleo.html

  http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/quimica/article/viewFile/5547/5543

La pirólisis en sí consiste en un proceso en el que se realiza la combustión incompleta de biomasa a 500 °C, en condiciones anaerobias. En este proceso se forman diversos productos, entre los cuales encontramos óxidos de carbono, hidrógeno e hidrocarburos. Estos hidrocarburos, al ser condensados, pueden dar lugar a bioaceites.

En el caso de la pirólisis flash, la temperatura a la cual se lleva la combustión es mayor, 1000 °C. De este modo, la mayoría de la biomasa se transforma en gas.

El producto obtenido se puede utilizar en motores de explosión, que serían menos contaminantes.

- El uso de la biomasa genera compuestos como monóxido y óxido de carbono, pero no produce más gases tóxicos para el medio ambiente. Además, esta técnica es una alternativa a los combustibles fósiles. La combustión de bioaceite origina menos contaminantes que la gasolina, ya que esta, además de generar dióxido de carbono, también produce óxidos de nitrógeno perjudiciales para el medio ambiente.

  Así pues, el uso de la biomasa para obtener combustible es un proceso sostenible y respetuoso con el medio ambiente, siempre y cuando la producción de combustibles a partir de la biomasa no se realice de manera descontrolada.

- El bioaceite, el biodiésel y el bioetanol son biocombustibles renovables y alternativos a los obtenidos a partir del petróleo.

  El petróleo es un recurso fósil no renovable, del que actualmente no podemos prescindir por completo para satisfacer nuestras necesidades energéticas.

  Con el desarrollo de la tecnología se conseguirá aumentar el rendimiento y la eficacia de este tipo de técnicas alternativas, que se irán incorporando paulatinamente a nuestro sistema de generación de energía. Así, poco a poco utilizaremos más fuentes renovables y seremos menos dependientes del petróleo. Esto debe ser así para lograr un desarrollo sostenible.

— *Un nuevo modelo de polímeros biodegradables*

- Leemos la noticia propuesta. Sugerimos ampliar la información consultando estos enlaces:

  http://www.correodelorinoco.gob.ve/investigacion/cientificos-desarrollan-un-nuevo-modelo-polimeros-biodegradables/

  http://www.eis.uva.es/~macromol/curso05-06/medicina/polimeros_biodegradables.htm

7 Grupos funcionales e isomería

En contexto (Pág. 185)

a. — Respuesta sugerida:

El descubrimiento de compuestos orgánicos y organometálicos bioluminiscentes es importante, pues, en general, se trata de moléculas muy útiles como biosensores en el seguimiento y monitorización de sustancias.

Se pueden emplear, por ejemplo, para localizar exactamente en el organismo un determinado tipo de células, como células cancerosas, de modo que se pueda actuar sobre ellas con mayor eficiencia, o bien para seguir el rastro de un medicamento tras su administración y saber dónde actúa la molécula que se ha suministrado.

Además, las características luminiscentes de estas sustancias hacen posible la observación óptica a nivel molecular, lo que permite visualizar moléculas en el interior de la célula viva. La técnica empleada se conoce como *nanoscopia,* y los investigadores que la han desarrollado han sido reconocidos con el Premio Nobel de Química 2014.

Como ejemplo de documentos para la ampliación del tema, pueden consultarse estos enlaces:

http://www.analesranf.com/index.php/aranf/article/view/925/908

https://fundaciondescubre.es/blog/2014/10/08/nobel-de-quimica-2014-para-los-inventores-de-la-microscopia-fluorescente-de-superresolucion/

b. — Respuesta sugerida:

Se puede ver la estructura del ADN, proteínas, aminoácidos y otras moléculas.

Las proteínas son moléculas formadas por la unión de diversos aminoácidos. Las proteínas adquieren conformaciones espaciales determinadas y, de esta manera, pueden desempeñar funciones particulares. Esta es la razón de la existencia de infinidad de proteínas para poder desempeñar la enorme diversidad de funciones biológicas que realiza nuestro organismo.

— Respuesta sugerida:

¿Cómo desempeña cada proteína su función específica?

¿Cómo discrimina, entre todas las sustancias del organismo, aquella sobre la que debe actuar?

¿Qué sucedería si una proteína tuviese un defecto en su estructura?

¿Una proteína puede realizar la función de otra?

c. — Respuesta sugerida:

Una vacuna es un preparado destinado a que nuestro organismo cree inmunidad contra sus componentes, generando anticuerpos que actuarán contra cualquier estructura que los contenga, como bacterias o virus, evitando así el contagio y la propagación de enfermedades.

Los mecanismos de nuestro cuerpo cuando se le introduce una vacuna son estos: activación de las células presentadoras de antígenos; activación de linfocitos T y B, creando células de memoria; reconocimiento de múltiples epítopos por parte del linfocito T, y generación de anticuerpos por parte de los linfocitos B a lo largo del tiempo.

— Respuesta sugerida:

Estamos ante un proceso largo, desde que se produce el descubrimiento de una molécula con actividad farmacológica hasta el lanzamiento al mercado del medicamento que contiene dicha molécula como principio activo. Ahora bien, cabe aclarar que no todas las moléculas descubiertas con actividad farmacológica llegan al mercado; es más, son muchísimas las que se desestiman antes de comercializarse.

El proceso comprende desde el descubrimiento de la molécula, pasando por las fases de ensayos preclínicos y ensayos clínicos, en los que se invierten varios años para comprobar la actividad de la molécula, la eficacia del tratamiento y la seguridad de su empleo, hasta, finalmente, el lanzamiento del medicamento con un seguimiento para verificar que la eficacia y la seguridad en la población general cumplen los estándares requeridos.

Amplía (Pág. 187)

— Respuesta sugerida:

Los alcoholes se utilizan en una amplia gama de sectores. Se emplean principalmente como materia prima en la síntesis de otras sustancias, combustibles, disolventes y desinfectantes.

El metanol se usa fundamentalmente como materia prima para producir otras sustancias de utilidad industrial, como la producción de biodiésel, formaldehído y metil *tert*-butil éter (MTBE), por ejemplo, así como combustible.

El etanol, además de ser un componente de las bebidas alcohólicas y de los perfumes, también se utiliza como desinfectante, al igual que el propanol. Asimismo, este último se usa como disolvente en lacas, cosméticos, tintas de impresión, limpiacristales, etc.

El butanol se emplea como disolvente de resinas naturales y sintéticas, en tintes, perfumes, líquidos hidráulicos de frenos, abrillantadores, etc.

El ciclohexanol y el metilciclohexanol se utilizan en la industria textil y como quitamanchas, etc.

El cloroetanol se usa en productos de limpieza.

Figura (Pág. 188)

— Respuesta sugerida:

Existen diferentes técnicas de obtención de esencias como la vainillina. He aquí algunos ejemplos:

Destilación. Para la obtención de la esencia de lavanda, romero o tomillo se utiliza la destilación, ya sea en agua o por arrastre de vapor.

Expresión. Los aceites de limón o naranja se obtienen por prensado de la corteza de los frutos cítricos (expresión del pericarpio).

Maceración. Consiste en sumergir en aceite o grasa un vegetal a una temperatura de 60 o 70 °C. En este proceso, la esencia es retenida en el aceite; una vez que el aceite se encuentra saturado de esencias, estas se extraen con disolventes.

Extracción. Técnica que consiste en extraer las esencias mediante disolventes orgánicos. Es la más utilizada en la industria y se emplea cuando no es posible realizar la extracción por destilación.

Figura (Pág. 190)

— Respuesta sugerida:

Algunas de las sustancias responsables del aroma a rosa, a jazmín y a pera son las siguientes:

Rosa. El aroma a rosas es el resultado de una mezcla compleja de compuestos, lo que lo hace muy difícil de emular por la industria. Entre sus componentes se encuentran estos: 2-feniletanol, acetato de bencilo y benzaldehído, además de otros como canfeno, limoneno, salicilato de metilo, eucaliptol, geraniol, etc.

Jazmín. Podemos considerar como principal responsable de este aroma el 3-metil-2-[(2Z)-pent-2-en-1-il]ciclopent-2-en-1-ona. Pero, en realidad, al igual que el aroma a rosas y los aromas florales en general, el aroma a jazmín es una mezcla de muchos compuestos, entre los que podemos encontrar los siguientes: acetato de bencilo, benzoato de bencilo, *cis*-3-benzoato de hexenilo, entre otros.

Pera. Los compuestos más empleados como aromatizantes y saborizantes a pera son estos: butanoato de pentilo y butanoato de 3-metilbutilo.

Amplía (Pág. 196)

— Respuesta sugerida:

En el cuerpo humano, así como en todos los organismos, podemos encontrar moléculas quirales. Como ejemplos, destacan el ácido láctico, los aminoácidos, la glucosa, etc.

Entre los medicamentos también hallamos moléculas quirales en aquellos en los que solamente uno de los enantiómeros suele presentar actividad terapéutica, como es el caso del ibuprofeno, en el que solo (S)-ibuprofeno presenta características analgésicas; en otros, uno de los enantiómeros tiene efectos indeseables, como la (S)-talidomida, con efectos teratogénicos, frente a la (R)-talidomida, que tiene efectos sedantes y antidepresivos.

La penicilina también presenta enantiómeros. Pero, al tratarse de una sustancia obtenida a partir del moho Penicillium, se dispone del enantiómero activo, mientras que, si se sintetiza en el laboratorio, se obtiene una mezcla de isómeros.

Medicamentos como ibuprofeno y omeprazol suelen comercializarse en forma de mezcla racémica, lo que debe ser tenido en cuenta al establecer la dosis terapéutica, ya que la mitad del contenido es inactivo.

Si fuera necesario administrar únicamente el isómero activo del medicamento, debería sintetizarse a través de una reacción enantioselectiva, empleando catalizadores que discriminen entre ambas formas, lo que se conoce como *regioselectividad,* con el consiguiente encarecimiento del producto.

En la mayoría de los medicamentos que se comercializan como mezcla racémica no se aprecian beneficios cuando se administra únicamente el isómero activo, por lo que la presentación farmacéutica que contiene la mezcla racémica es más barata y corresponde, en muchos casos, con el denominado *medicamento genérico.*

Problemas resueltos (Pág. 200)

1. Datos: M (compuesto): 174,241 g · mol^{-1}.

— Encontramos la fórmula molecular a partir de la fórmula empírica:

$M_r(C_3H_6O)$: $3 \cdot 12{,}01 + 6 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 58{,}09$

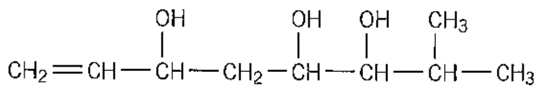
$M(C_3H_6O)$: 58,09 g · mol^{-1}

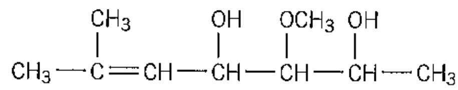
— Hallamos el coeficiente n por el cual tenemos que multiplicar la fórmula empírica:

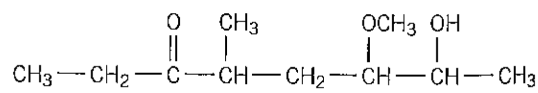
$$n = \frac{174{,}241\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}}{58{,}09\ \cancel{g \cdot mol^{-1}}} = 3$$

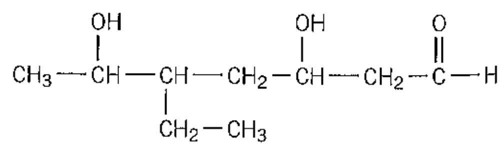
— Fórmula molecular: $C_9H_{18}O_3$.

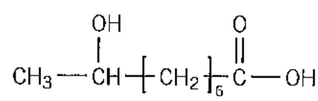
— Algunos isómeros:











2. Datos: m (sustancia combustión) = 1,000 g; $m(CO_2)$ = 1,998 g; $m(H_2O)$ = 0,818 g; m (gas) = 3,936 g; $p = 10^5$ Pa; T = 0 °C; V = 1 L

— Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$1{,}998 \text{ g } CO_2 \cdot \frac{12{,}01 \text{ g C}}{44{,}01 \text{ g } CO_2} \approx 0{,}5452 \text{ g C}$$

$$0{,}818 \text{ g } H_2O \cdot \frac{2 \cdot 1{,}01 \text{ g H}}{18{,}02 \text{ g } H_2O} \approx 0{,}0917 \text{ g H}$$

$$1{,}000 \text{ g compuesto} - (0{,}5452 \text{ g C} + 0{,}0917 \text{ g H}) =$$

$$= 0{,}363 \text{ g O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$0{,}5452 \text{ g C} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12{,}01 \text{ g C}} \approx 0{,}04540 \text{ mol C}$$

$$0{,}0917 \text{ g H} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1{,}01 \text{ g H}} \approx 0{,}0908 \text{ mol H}$$

$$0{,}363 \text{ g O} \cdot \frac{1 \text{ mol O}}{16{,}00 \text{ g O}} \approx 0{,}0227 \text{ mol O}$$

$$\frac{n(C)}{n(O)} = \frac{0{,}04540 \text{ mol C}}{0{,}0227 \text{ mol O}} = \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol O}}$$

$$\frac{n(H)}{n(O)} = \frac{0{,}0908 \text{ mol H}}{0{,}0227 \text{ mol O}} = \frac{4 \text{ mol H}}{1 \text{ mol O}}$$

Fórmula empírica: C_2H_4O.

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8{,}31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K} \cdot \text{mol} \cdot 273 \text{ K}} \approx 0{,}0441 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M};\ M = \frac{m}{n} = \frac{3{,}963 \text{ g}}{0{,}0441 \text{ mol}} \approx 89{,}9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

M (compuesto) = 89,9 g · mol^{-1}.

— Determinamos la fórmula molecular:

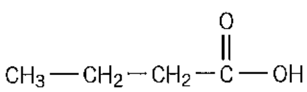
$M_r(C_2H_4O)$: 2 · 12,01 + 4 · 1,01 + 1 · 16,00 = 44,06

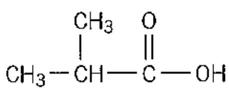
$M(C_2H_4O)$: 44,06 g·mol^{-1}

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(C_2H_4O)} = \frac{89{,}9 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{44{,}06 \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} \approx 2$$

— Fórmula molecular: $C_4H_8O_2$.

— Posibles estructuras:





Ejercicios y problemas (Págs. 201 a 204)

1 GRUPOS FUNCIONALES   Pág. 201

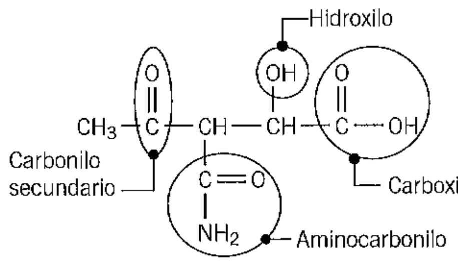
3. Respuesta sugerida:

Un grupo funcional es un átomo o conjunto de átomos enlazados de una determinada manera que confieren las propiedades a la molécula a la cual pertenecen.

Las propiedades que aportan los grupos funcionales son físicas, como pueden ser el estado de agregación, los puntos de fusión y ebullición y la viscosidad, y químicas, como el carácter ácido, la reactividad y la toxicidad.

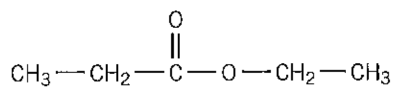
Las propiedades dependerán del tipo y del número de grupos funcionales. Con un solo tipo de grupo funcional, las propiedades se encuentran perfectamente relacionadas con él; en el caso de tener varios tipos, las propiedades dependerán de estos y de la estructura de la molécula.

4. Se muestran los grupos funcionales de la molécula correspondiente en la siguiente imagen:



5. A continuación, se exponen tres posibles moléculas con grupos funcionales diferentes a los del ejercicio anterior:

Grupo oxicarbonilo:



Grupo amino:

$CH_3-CH_2-NH_2$

Grupo oxi:

$CH_3-O-CH_2-CH_3$

6. Existen muchos más grupos funcionales que no han sido explicados en esta unidad. Citamos, entre otros, los siguientes:

Grupo nitro:

CH_3-NO_2

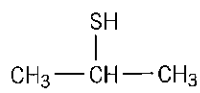
Grupo nitroso:

CH_3-CH_2-NO

Grupo imino:

$CH_2=NH$

Grupo tiol:

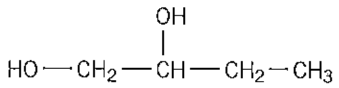


2 COMPUESTOS ORGÁNICOS OXIGENADOS

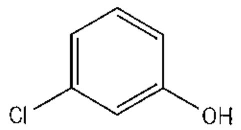
Págs. 201 y 202

7. Formulamos los compuestos propuestos:

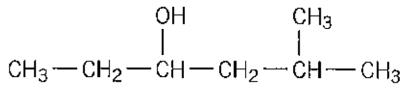
Butano-1,2-diol



m-clorofenol



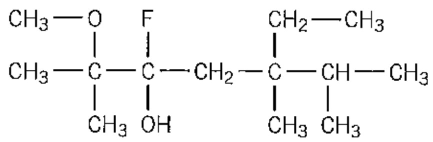
5-metilhexan-3-ol



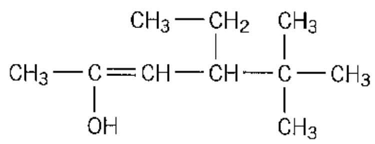
Etil propil éter

$$CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_2-CH_3$$

5-etil-3-fluoro-2,5,6-trimetil-2-metoxiheptan-3-ol



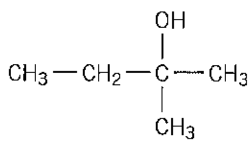
4-etil-5,5-dimetilhex-2-en-2-ol



Metoxipropano

$$CH_3-O-CH_2-CH_2-CH_3$$

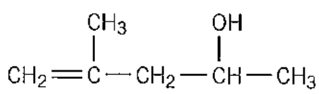
Nombramos los compuestos propuestos:



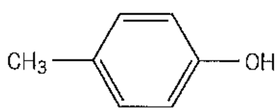
2-metilbutan-2-ol

$$CH_3-O-CH_2-CH_3$$

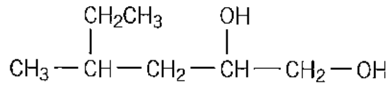
Etil metil éter o metoxietano



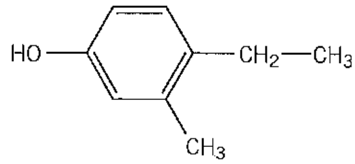
4-metilpent-4-en-2-ol



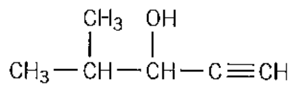
4-metilfenol o *p*-metilfenol



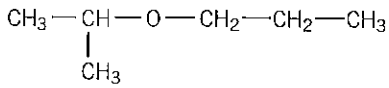
4-etilpentano-1,2-diol



4-etil-3-metilfenol



4-metilpent-1-in-3-ol



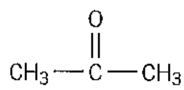
1-(propan-2-iloxi)propano o isopropil propil éter

$$CH_3-O-CH_3$$

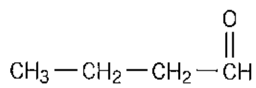
Metoximetano o dimetil éter

8. Formulamos los compuestos propuestos:

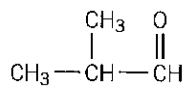
Acetona



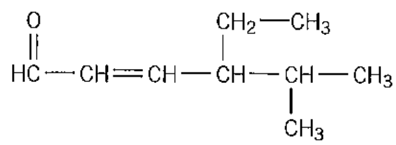
Butanal



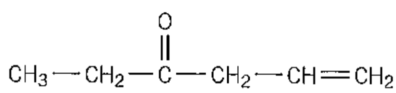
Metilpropanal



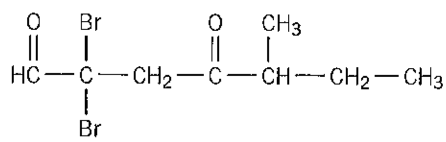
4-etil-5-metilhex-2-enal



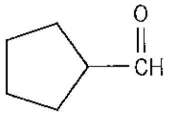
Hex-5-en-3-ona



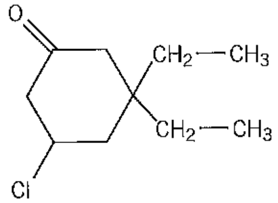
2,2-dibromo-5-metil-4-oxoheptanal



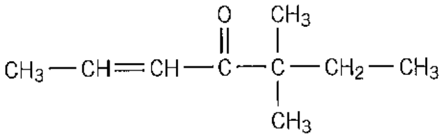
Ciclopentanocarbaldehído



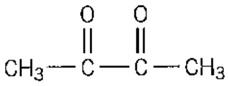
3,3-dietil-5-clorociclohexanona



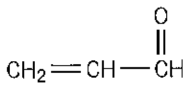
5,5-dimetilhept-2-en-4-ona



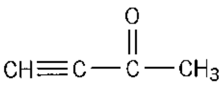
Butanodiona



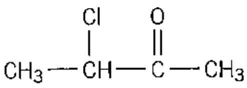
Nombramos los compuestos propuestos:



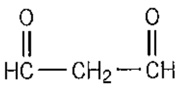
Prop-2-enal



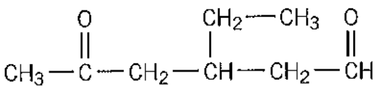
But-3-in-2-ona



3-clorobutan-2-ona



Propanodial



3-etil-5-oxohexanal

9. El grupo funcional carboxilo solo puede situarse al final de una cadena carbonada, pues el átomo de carbono que contiene dicho grupo funcional presenta tres enlaces covalentes entre un átomo de carbono y dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, solo puede realizar un enlace covalente más.

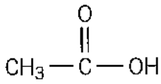
En el caso del grupo funcional carbonilo primario, característico de los aldehídos, el átomo de carbono presente en dicho grupo funcional contiene dos enlaces covalentes con un átomo de oxígeno. Por ello, puede realizar dos enlaces covalentes más. Uno de ellos se realiza con un átomo de hidrógeno y el otro con un átomo de carbono, puesto que, si lo hiciera con dos átomos de carbono, correspondería con un grupo carbonilo secundario, que caracteriza a las cetonas.

Debido a esta misma razón, el grupo funcional característico de las cetonas no puede ocupar el extremo de una cadena carbonada.

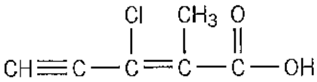
Por último, el grupo hidroxilo puede situarse en cualquier posición de una cadena carbonada, ya que solo necesita realizar un enlace covalente oxígeno-carbono.

10. Formulamos los compuestos propuestos:

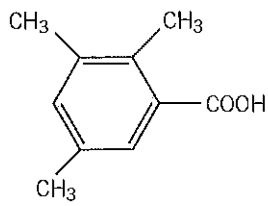
Ácido acético



Ácido 3-cloro-2-metilpent-2-en-4-inoico



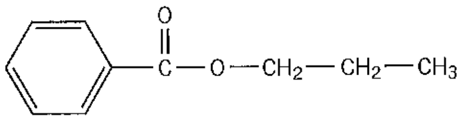
Ácido 2,3,5-trimetilbenzoico



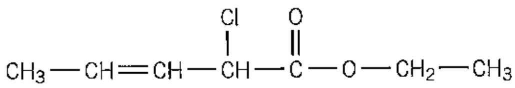
Formiato de sodio

$HCOO^-Na^+$

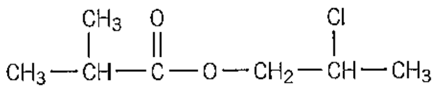
Benzoato de propilo



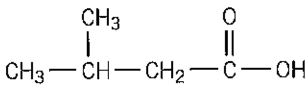
2-cloropent-3-enoato de etilo



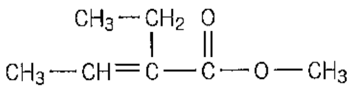
2-metilpropanoato de 2-cloropropilo



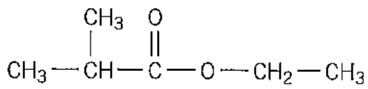
Nombramos los compuestos propuestos:



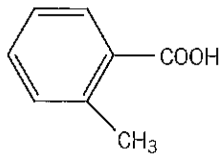
Ácido 3-metilbutanoico



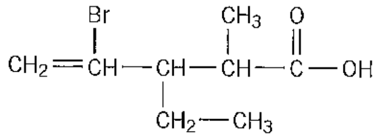
2-etilbut-2-enoato de metilo



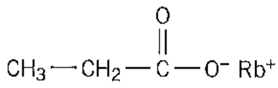
2-metilpropanoato de etilo



Ácido 2-metilbenzoico

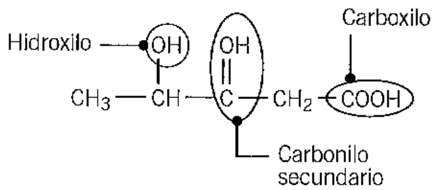


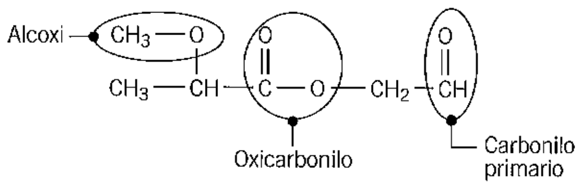
Ácido 4-bromo-3-etil-2-metil-4-pentenoico

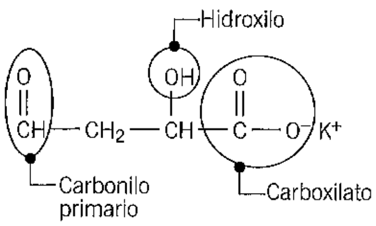


Propanoato de rubidio

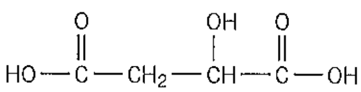
11. A continuación, se muestran tres moléculas con grupos funcionales oxigenados diversos:







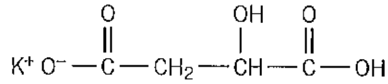
12. El ácido málico es un ácido dicarboxílico que contiene un grupo hidroxilo. Su estructura es la siguiente:



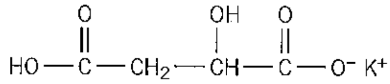
El nombre recomendado por la IUPAC es ácido 2-hidroxibutanodioico.

En caso de que reaccione con una base, dará lugar a la sal correspondiente, y el nombre del compuesto dependerá de si reaccionan ambos grupos carboxilo o solamente uno de ellos. Así, por ejemplo, si reacciona un solo grupo carboxilo, el grupo aniónico es de mayor jerarquía que el grupo carboxilo, que se nombrará como carboxi, de modo que una sal de potasio, por ejemplo, se nombrará dependiendo de la posición del grupo carboxilato:

3-carboxi-3-hidroxipropanoato de potasio

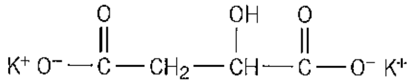


3-carboxi-2-hidroxipropanoato de potasio

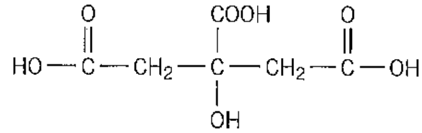


Si intervienen los dos grupos carboxilo, el nombre correspondiente será:

2-hidroxibutanodioato de dipotasio



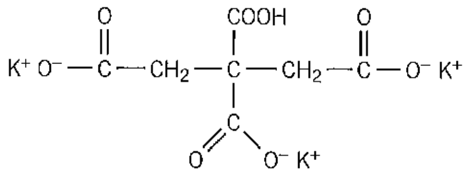
El ácido cítrico es un ácido tricarboxílico que contiene un grupo hidroxilo. Su estructura es la siguiente:



Su nombre, según las recomendaciones de la IUPAC, es ácido 2-hidroxipropano-1,2,3-tricarboxílico.

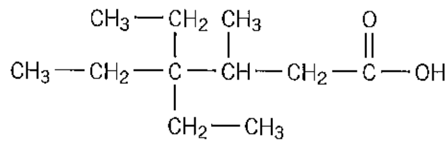
En caso de que reaccione totalmente con una base, dará lugar, por ejemplo, a:

2-hidroxipropano-1,2,3-tricarboxilato de tripotasio

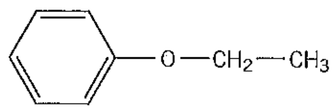


13. La respuesta correcta es la b) ácido 2-etil-3-metilbutanoico.

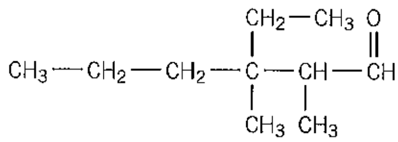
14. Ácido 4,4-dietil-3-metilhexanoico.



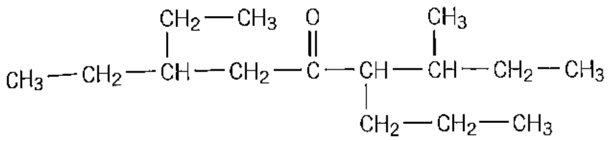
Etil fenil éter



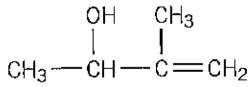
3-etil-2,3-dimetilhexanal



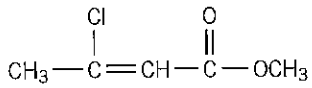
7-etil-3-metil-4-propilnonan-5-ona



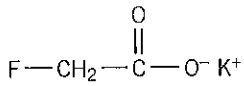
3-metilbut-3-en-2-ol



3-clorobut-2-enoato de metilo



2-fluoroetanoato de potasio



15. El metanol se denomina también *alcohol de madera,* pues antiguamente se obtenía a partir de la destilación de la madera. Asimismo, posee otros nombres, como *alcohol industrial, alcohol de quemar* o *alcohol de limpieza,* entre otros.

El metanol se utiliza como anticongelante en vehículos, solvente de tintas, biocombustibles, disolvente, etc.

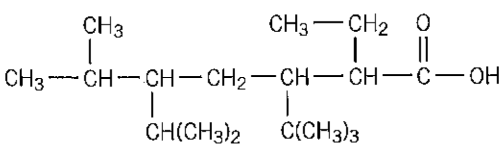
El alcohol puede llegar a nuestro organismo a través de la piel, por vía oral o inhalado, ataca a todos aquellos órganos ricos en agua, como cerebro y riñón, y afecta al sistema nervioso central y ocular.

El metanol es metabolizado en el hígado produciendo formaldehído, que posteriormente se transforma en ácido fórmico (causante del deterioro de los órganos). Los primeros síntomas son dolor de cabeza, gastritis, náuseas y vómitos. A medida que pasa el tiempo, produce visión borrosa, convulsiones, coma y, en casos extremos, la muerte.

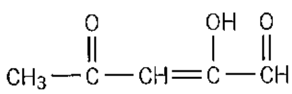
El tratamiento de desintoxicación consiste en la inyección de etanol para que el hígado, en vez de metabolizar el metanol, metabolice antes el etanol. En caso de que el metanol haya sido degradado, se suministra hidrogenocarbonato de sodio intravenoso a fin de neutralizar el ácido fórmico generado. También se puede optar por un lavado gástrico en el hospital.

16. Formulamos los compuestos propuestos:

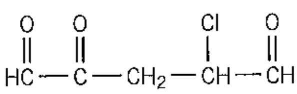
Ácido 3-*terc*-butil-2-etil-6-metil-5-(propan-2-il)heptanoico



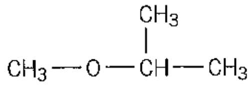
2-hidroxi-4-oxopent-2-enal



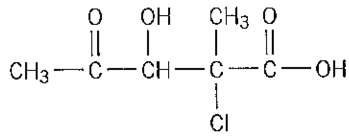
2-cloro-4-oxopentanodial



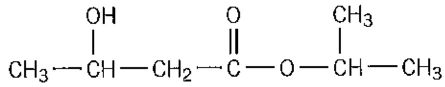
Metil propan-2-il éter



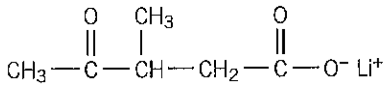
Ácido 2-cloro-3-hidroxi-2-metil-4-oxopentanoico



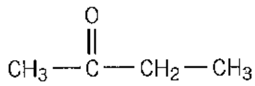
3-hidroxibutanoato de propan-2-ilo



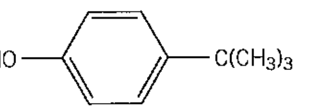
3-metil-4-oxopentanoato de litio



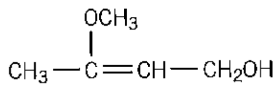
Etil metil cetona



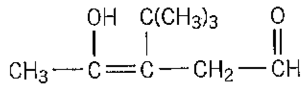
4-*terc*-butilfenol



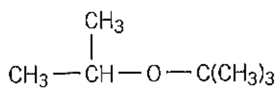
Nombramos los compuestos propuestos:



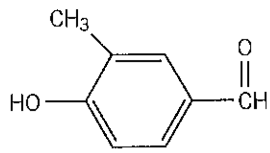
3-metoxibut-2-en-1-ol



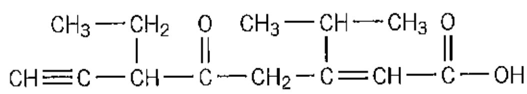
3-*terc*-butil-4-hidroxipent-3-en-1-al



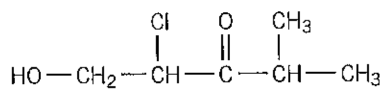
Terc-butil propan-2-il éter



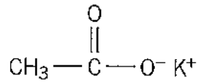
4-hidroxi-3-metilbenzaldehído



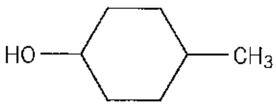
Ácido 6-etil-3-propan-2-il-5-oxooct-2-en-7-inoico



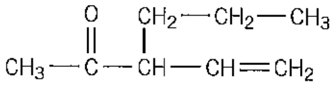
2-cloro-3-hidroxipropanoato de propan-2-ilo



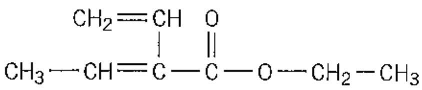
Acetato de potasio o etanoato de potasio



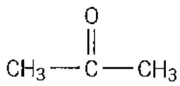
4-metilciclohexanol



3-etenilhexan-2-ona



2-etenilobut-2-enoato de etilo



Acetona o propanona

17.

Grupo funcional	Características familia de compuestos
Hidroxilo	Alcoholes. Grupo funcional polar. Solubles en agua y de olor característico. Puntos de fusión bajos, pero puntos de ebullición variables en función de la cantidad de átomos de carbono que contienen. Son ácidos débiles, reaccionan fácilmente con los ácidos carboxílicos, dando lugar a ésteres, y se emplean como disolventes.
Oxi	Éteres. Muy poco reactivos. Tienen puntos de fusión más bajos que los alcoholes, y son prácticamente insolubles en agua. Presentan olores agradables y se emplean como disolventes inertes.
Carbonilo	Aldehídos y cetonas. Son polares y, consecuentemente, solubles en agua. Los puntos de fusión son inferiores a los alcoholes. Se comportan como ácidos débiles y presentan reacciones de adición. Es habitual la tautomería ceto-enol.
Oxicarbonilo	Ésteres. Los de baja masa molecular tienen olor agradable y son líquidos, mientras que los que poseen alta masa molecular son insolubles en agua e inodoros. La reacción más característica es la saponificación y la hidrólisis básica.
Carboxilo	Ácidos carboxílicos. Grupo funcional polar con características ácidas. Los de baja masa molecular son líquidos y solubles en agua. A partir de 12 átomos de carbono, son sólidos e insolubles en agua. Los puntos de ebullición son elevados. Las reacciones más habituales son la esterificación y reacciones ácido-base.

3 COMPUESTOS ORGÁNICOS NITROGENADOS

Págs. 202 y 203

18. Los grupos funcionales nitrogenados estudiados son los siguientes:

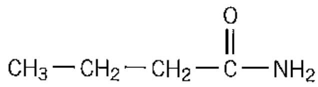
Grupo funcional amino:

$$CH_3-CH_2-CH_2-NH_2$$

Grupo funcional ciano:

$$CH_3-CN$$

Grupo funcional aminocarbonilo:



19. Amina primaria:

$$CH_3-CH_2-NH_2$$

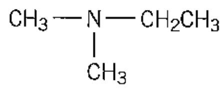
Etanamina o etilamina

Amina secundaria:

$$CH_3-NH-CH_2-CH_3$$

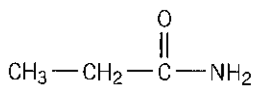
N-metiletanamina o etil(metil)amina

Amina terciaria:



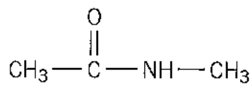
N,N-dimetiletanamina o etil(dimetil)amina

Amida primaria:



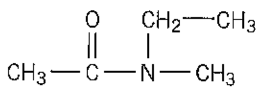
Propanamida

Amida secundaria:



N-metiletanamida

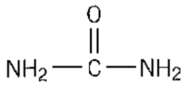
Amida terciaria:



N-etil-*N*-metiletanamida

20. El primer compuesto orgánico sintetizado en un laboratorio fue la urea, nombre recomendado por la IUPAC, compuesto que se encuentra en la orina. La síntesis de esta sustancia, obtenida en 1828 por F. Wöhler a partir de compuestos inorgánicos, supuso el fin de la teoría vitalista de J. J. Berzelius, que basaba el origen de los compuestos orgánicos en una supuesta «fuerza vital».

La urea presenta dos grupos funcionales. Por un lado, dos grupos amino y, por el otro, un grupo carbonilo secundario:



21. La respuesta es b) Secundaria. Una amina puede formar tres enlaces covalentes con tres átomos de carbono. Cuando una amina presenta solo un enlace nitrógeno-carbono se le llama *amina primaria;* si posee dos enlaces nitrógeno-carbono, se conoce como *amina secundaria*, y, si presenta tres enlaces nitrógeno-carbono, se le denomina *amina terciaria.*

22. El nombre *nitrilo,* asignado a la familia de compuestos en química orgánica cuyo grupo funcional principal es ciano, posee otro nombre en química inorgánica: *cianuro.*

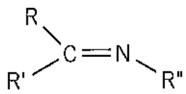
Por ejemplo, el cianuro de potasio es el compuesto KCN, mientras que el propanonitrilo es este compuesto:

$$CH_3-CH_2-CN$$

23. El compuesto mostrado recibe el nombre de:

a) *N*-etilbutanamida

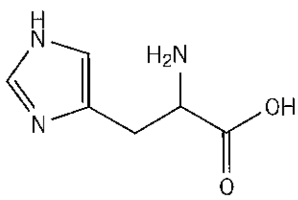
24. Una imina es un tipo de compuesto orgánico que tiene la siguiente fórmula general:



Las iminas se obtienen a partir de la condensación entre el amoníaco o una amina (grupo amino) y un aldehído o una cetona (grupo carbonilo primario o secundario).

Las iminas cíclicas se encuentran en numerosos organismos, muchos de ellos marinos, como toxinas que pueden ser causa de intoxicaciones alimentarias. Por su naturaleza tóxica, tienen utilidad como pesticidas para el control químico de plagas.

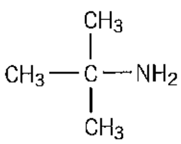
Sin embargo, no todas las iminas cíclicas son tóxicas, como es el caso del aminoácido esencial histidina:



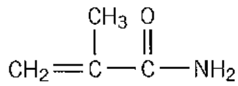
25. Nombramos los compuestos propuestos:

$$CH_3-NH-CH_3$$

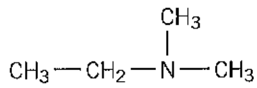
Dimetilamina



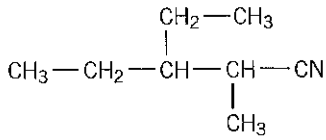
2-metilpropan-2-amina



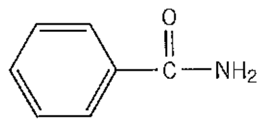
2-metilprop-2-enamida



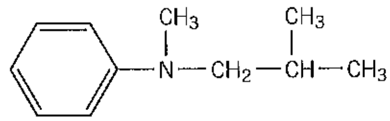
N,*N*-dimetiletanamina



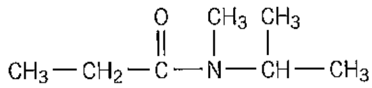
3-etil-2-metilpentanonitrilo



Benzamida



N-metil-*N*-(2-metilpropil)anilina



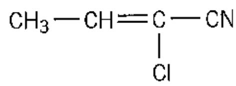
N-(propan-2-il)-*N*-metilpropanamida

Formulamos los compuestos propuestos:

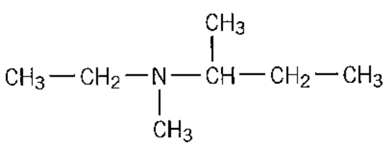
Propanamina o propilamina

$$CH_3-CH_2-CH_2-NH_2$$

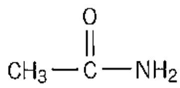
2-clorobut-2-enonitrilo



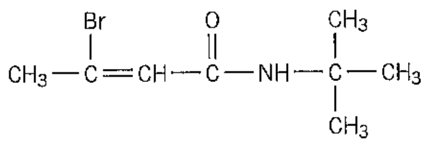
N-etil-*N*-metilbutan-2-amina o (butan-2-il)etil(metil)amina



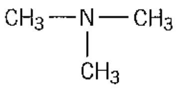
Acetamida o etanamida



N-*terc*-butil-3-bromo-but-2-enamida

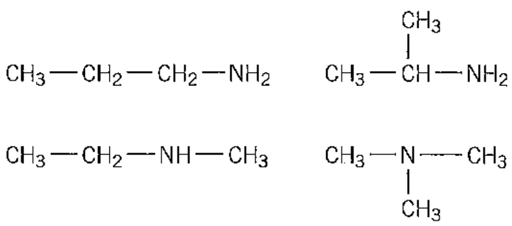


N,N-dimetilmetanamina o trimetilamina



4 ISOMERÍA Pág. 203

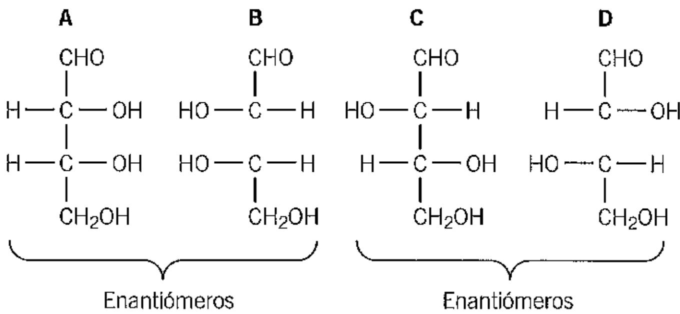
26.



27. Para analizar dos muestras que solamente difieren en la quiralidad de un átomo, se puede utilizar la técnica de rotación óptica. Con esta técnica, podremos ver si los dos compuestos hacen desviar el mismo ángulo y en el mismo sentido el plano de una luz polarizada que pasa a través de la disolución de cada compuesto, o bien si hacen desviar el mismo ángulo, pero en sentido contrario.

En caso de que la desviación de dicho plano sea la misma en ambas sustancias, se tratará del mismo isómero, mientras que, si la desviación se da en sentidos opuestos, se tratará de isómeros diferentes.

28. A continuación, se muestran las representaciones de Fischer de los enantiómeros y diastereómeros del 2,3,4-trihidroxibutanal:



Son diastereómeros aquellos compuestos cuyas configuraciones no sean imagen entre sí, por ejemplo, A es diastereómero de C y de D.

29. Respuesta sugerida:

La isomería es el fenómeno por el cual dos o más compuestos tienen la misma fórmula molecular, pero difieren en su estructura o en su configuración en el espacio.

La isomería se clasifica en dos clases: isomería estructural y estereoisomería.

La isomería estructural es aquella en que dos o más compuestos de misma fórmula molecular difieren en la conectividad de sus átomos. Existen tres tipos:

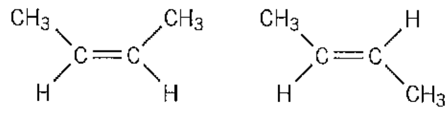
— Isomería de cadena. Propia de aquellos compuestos que tienen diferente cantidad de átomos de carbono en la cadena principal o en las ramificaciones. Como ejemplos, destacan el butano y el metilpropano.

— Isomería de posición. La presentan aquellos compuestos que difieren en la posición de los sustituyentes. Por ejemplo, el pentan-1-ol y el pentan-2-ol.

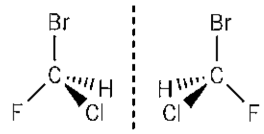
— Isomería de función. Propia de aquellos compuestos que difieren en el grupo funcional. El dimetil éter y el etanol son un ejemplo de este tipo de isomería.

Por su parte, la estereoisomería es aquella en que dos o más compuestos presentan la misma fórmula molecular y la misma conectividad entre átomos, pero difieren en la posición espacial. Existen tres tipos de isómeros:

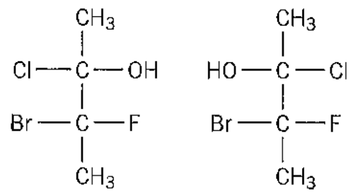
— *cis-trans*. Se produce en aquellos compuestos en que, debido a su rigidez, los sustituyentes tienen una posición fija en el espacio respecto a los demás. Un ejemplo es el but-2-eno:



— Enantiómeros. Se produce entre dos compuestos donde uno es la imagen especular del otro y no se pueden superponer debido a la existencia de un átomo quiral. El bromoclorofluorometano sería un ejemplo:



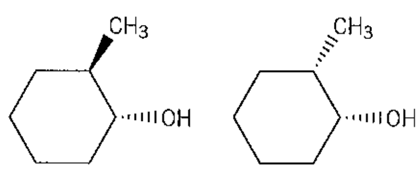
— Diastereoisómeros. Se produce en aquellos compuestos que contienen más de un átomo quiral y no son imagen especular entre ellos. El 3-bromo-2-cloro-3-fluorobutan-2-ol presenta los siguientes diastereoisómeros:



30. La isomería *cis-trans* se produce en aquellos compuestos en los que, debido a su rigidez, los sustituyentes tienen una posición fija respecto a los otros.

Este fenómeno se da en los compuestos que contienen como mínimo un doble enlace, pues, según las posiciones de los sustituyentes de cada doble enlace, generan dos isómeros distintos, o bien se da en los compuestos cíclicos, ya que cada átomo del ciclo puede generar dos isómeros, siempre y cuando dichos átomos no formen parte de un doble enlace.

En el ejercicio 29 hallamos el caso de dos isómeros *cis-trans*; un ejemplo de dos isómeros *cis-trans* cíclicos sería el 2-metilciclohexanol.



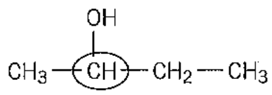
31. Un átomo quiral es aquel en que sus cuatro sustituyentes son diferentes. Si una molécula contiene un solo átomo quiral, su imagen especular no es superponible. Dos compuestos son enantiómeros si uno es la imagen especular del otro y no se pueden superponer.

En cambio, cuando un compuesto presenta dos átomos quirales, puede presentar diferentes isómeros, de manera que todos aquellos isómeros que no sean enantiómeros son diastereoisómeros o diastereómeros.

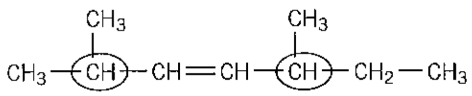
32. Se señala con un círculo rojo el/los átomo/s quiral/es, o el centro quiral de cada compuesto.

Formulamos los compuestos propuestos:

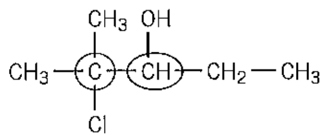
Butan-2-ol



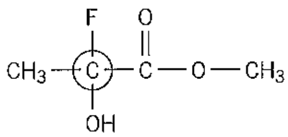
2,5-dimetilhept-3-eno



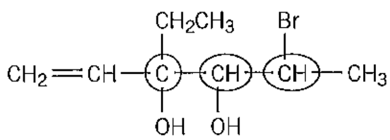
2-cloro-2-metilpentan-3-ol



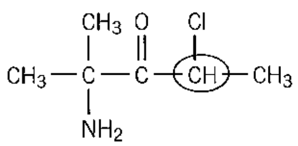
2-fluoro-2-hidroxipropanoato de metilo



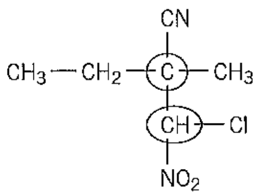
5-bromo-3-etilhex-1-eno-3,4-diol



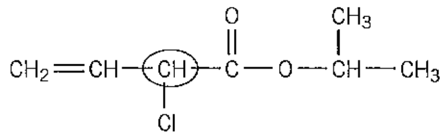
Nombramos los compuestos propuestos:



2-amino-4-cloro-2-metilpentan-3-ona

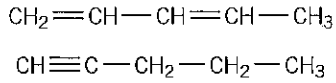


2-[cloro(nitro)metil]-2-metilbutanonitrilo



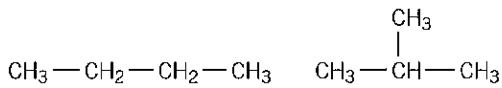
2-clorobut-3-enoato de propan-2-ilo

33. a) Pentano-1,3-dieno y pent-1-ino



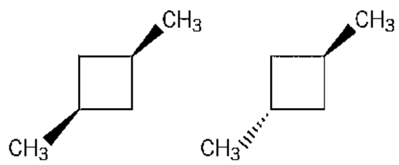
Isómeros de función

b) Butano y metilpropano



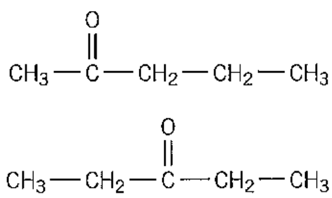
Isómeros de cadena

c) *cis*-1,3-dimetilciclobutano y *trans*-1,3-dimetilciclobutano



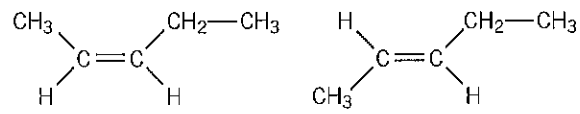
Isómeros *cis-trans*

d) Pentan-2-ona y pentan-3-ona



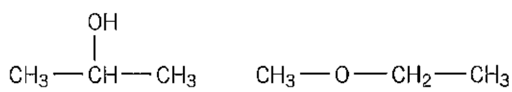
Isómeros de posición

e) *cis*-pent-2-eno y *trans*-pent-2-eno



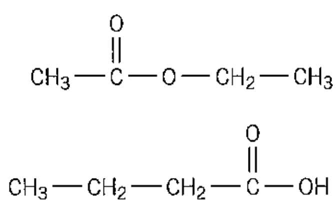
Isómeros *cis-trans*

f) Propan-2-ol y etil metil éter



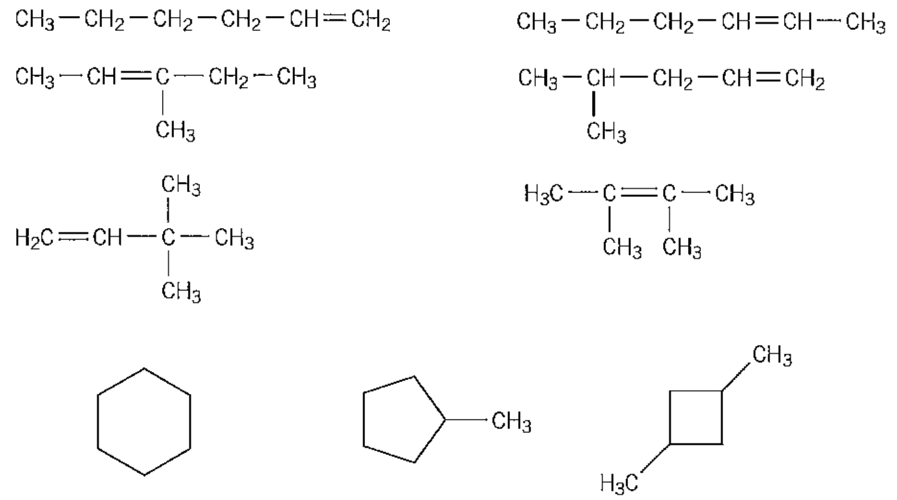
Isómeros de función

g) Etanoato de etilo y ácido butanoico



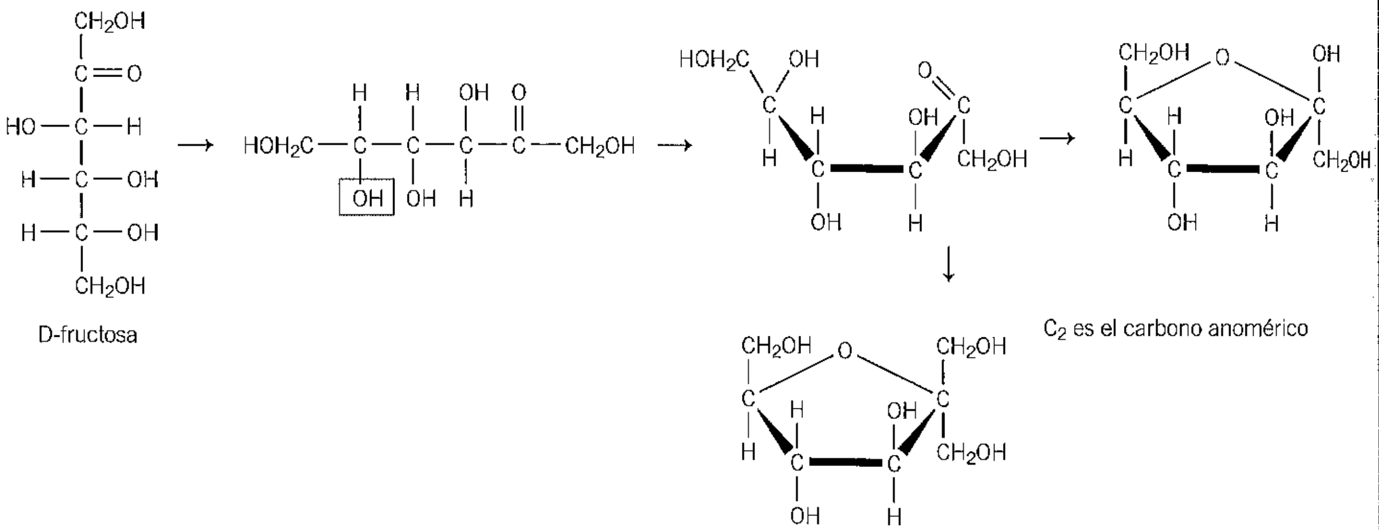
Isómeros de función

34. Los siguientes compuestos son isómeros del hexeno:



35. Un anómero es un isómero de un monosacárido que, tras la ciclación, contiene un carbono quiral adicional llamado *carbono anomérico,* en el que el grupo hidroxilo puede tomar dos posiciones diferentes, α o β, respecto al plano que contiene el ciclo. Por lo tanto, los anómeros son epímeros de un carbohidrato en su forma cíclica.

En la figura aparece la D-fructosa como ejemplo:



D-fructosa

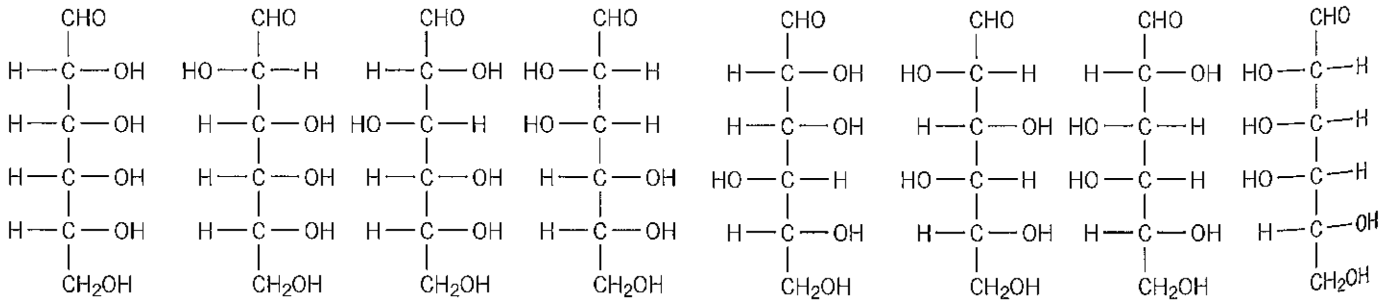
C_2 es el carbono anomérico

Los carbohidratos tienen varios carbonos asimétricos o quirales, y el anómero posee uno más, el carbono anomérico.

En el ejemplo, los carbonos 3, 4 y 5 son quirales en la forma abierta de la D-fructosa; en la forma cíclica, también es asimétrico el carbono 2 (carbono anomérico).

La mezcla equimolar de dos anómeros que sean entre sí enantiómeros dará lugar a una mezcla racémica.

36. Los isómeros D de la glucosa son:



Los nombres, de izquierda a derecha y de arriba abajo, son: D-alosa, D-altrosa, D-glucosa, D-manosa, D-gulosa, D-idosa, D-galactosa, D-talosa y sus respectivos isómeros L.

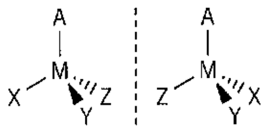
37. En química inorgánica, al igual que en química orgánica, también existen los isómeros. La isomería estructural es poco habitual, pero podemos encontrar algunos ejemplos:

HOCN	ácido ciánico
HONC	ácido fulmínico
HNCO	ácido isociánico
H_3PO_3	ácido fosforoso
H_2PHO_3	ácido fosfónico

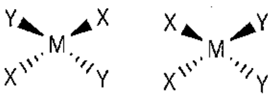
La estereoisomería puede encontrarse en muchos compuestos inorgánicos, entre los que destacan, especialmente, los compuestos de coordinación, que suelen estar relacionados con los metales de transición como átomo central.

Como ejemplos más habituales, podemos citar las geometrías tetraédrica, planocuadrada y octaédrica.

La geometría tetraédrica se presenta cuando el átomo central, M, está unido a cuatro ligandos que se distribuyen en el espacio, ocupando los vértices de un tetraedro. La estereoisomería aparece cuando, al igual que en un átomo de carbono, los cuatro sustituyentes sean diferentes.



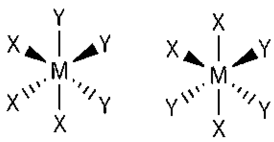
En el caso de la geometría planocuadrada, la estereoisomería requiere que un átomo central esté unido a cuatro ligandos, pero dos de ellos, como mínimo, deben ser iguales entre sí y distribuidos en el mismo plano.



De esta manera, tenemos el isómero *trans-* cuando dos ligandos iguales no están en posiciones adyacentes, y el isómero *cis-* cuando dos ligandos iguales se hallan en posiciones adyacentes.

Por último, cuando el átomo central se encuentra unido a seis ligandos, el compuesto presenta geometría octaédrica; para que haya estereoisomería es necesario que tres de ellos, como mínimo, sean iguales entre sí.

Cuando los tres ligandos iguales están situados en una cara del octaedro, se trata de un isómero *fac-* (facial); cuando no es así, el isómero es *mer-* (meridional).



38. Respuesta sugerida:

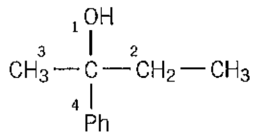
Las reglas CIP sirven para establecer la prioridad de los sustituyentes en un compuesto y diferenciar estereoisómeros. El nombre CIP corresponde con las iniciales de los investigadores que propusieron dichas reglas en el año 1966: R. S. Cahn, C. Ingold y V. Prelog.

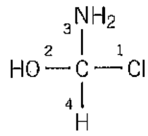
Los sustituyentes se jerarquizan atendiendo al número atómico del átomo directamente enlazado; en caso de átomos iguales, se comparan los átomos directamente enlazados a este, y así sucesivamente hasta encontrar un átomo diferenciador. La jerarquía mayor corresponde al átomo de mayor número atómico.

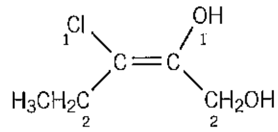
Esto se emplea para asignar el estereodescriptor R o S a un átomo asimétrico y el estereodescriptor E o Z a una configuración relacionada con isomería *cis-trans.*

Respecto a los átomos asimétricos, se numeran los sustituyentes del 1 al 4, otorgando el 1 al de mayor jerarquía, y en la isomería *cis-trans* se numeran como 1 o 2 los sustituyentes de cada átomo.

Como ejemplo, estableceremos el orden de prioridad en el 2-butan-2-ol, en el aminoclorometanol y en el 3-cloro-pent-2-eno-1,2-diol.







39. Datos: % en masa (C) = 63,14 %; % en masa (H) = 8,83 %; % en masa (O) = 28,03 %; m (compuesto) = 5,099 g; $p = 10^5$ Pa; V = 1; L = 10^{-3} m^3

— Calculamos las cantidades químicas de C, H y O en el compuesto:

$$n(\text{C}) = 63{,}14\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} \approx 5{,}257\ \text{mol C}$$

$$n(\text{H}) = 8{,}83\ \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1\ \text{mol H}}{1{,}01\ \cancel{\text{g H}}} \approx 8{,}74\ \text{mol H}$$

$$n(\text{O}) = 28{,}03\ \cancel{\text{g O}} \cdot \frac{1\ \text{mol O}}{16{,}00\ \cancel{\text{g O}}} \approx 1{,}752\ \text{mol O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{5{,}257\ \text{mol C}}{1{,}752\ \text{mol O}} \approx \frac{3\ \text{mol C}}{1\ \text{mol O}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{8{,}74\ \text{mol H}}{1{,}752\ \text{mol O}} \approx \frac{5\ \text{mol H}}{1\ \text{mol O}}$$

Fórmula empírica: C_3H_5O.

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$p \cdot V = n \cdot \text{R} \cdot T$

$$n = \frac{10^5\ \text{Pa} \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{m}^3}}{8{,}31\ \cancel{\text{Pa}} \cdot \text{m}^3 \cdot \cancel{\text{K}^{-1}} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 273\ \cancel{\text{K}}} = 0{,}044\ \text{mol}$$

$$n = \frac{m}{M(\text{compuesto})}; 0{,}044\ \text{mol} = \frac{5{,}099\ \text{g}}{M(\text{compuesto})};$$

$M(\text{compuesto}) = 115{,}9\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

— Determinamos la fórmula molecular:

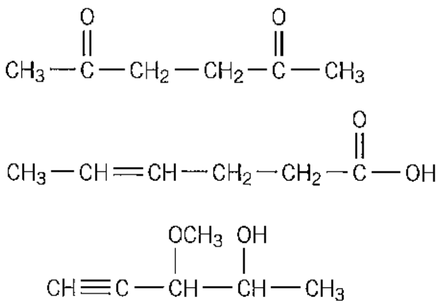
$M_r(C_3H_5O)$: $3 \cdot 12{,}01 + 6 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00 = 57{,}09$

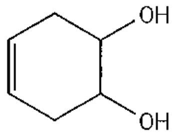
$M(C_3H_5O)$: 57,09 g·mol^{-1}

$$\text{n} = \frac{M(\text{compuesto})}{M(C_2H_4O)} = \frac{115{,}9\ \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{57{,}08\ \cancel{\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}} \approx 2$$

Fórmula molecular: $C_6H_{10}O_2$.

— Se presentan a continuación algunos isómeros estructurales:





5 COMPUESTOS ORGÁNICOS DE INTERÉS

Págs. 203 y 204

40. *Proteína:* Compuesto orgánico formado por aminoácidos unidos entre sí mediante enlaces peptídicos entre los grupos amino y carboxílico con una determinada estructura. Ejemplos: hemoglobina, mioglobina, queratina, miosina, elastina, enzimas, etc.

Polímero natural: Macromolécula orgánica formada por la unión indefinida de moléculas más pequeñas llamadas *monómeros.* Ejemplos: celulosa, algodón, almidón, etc.

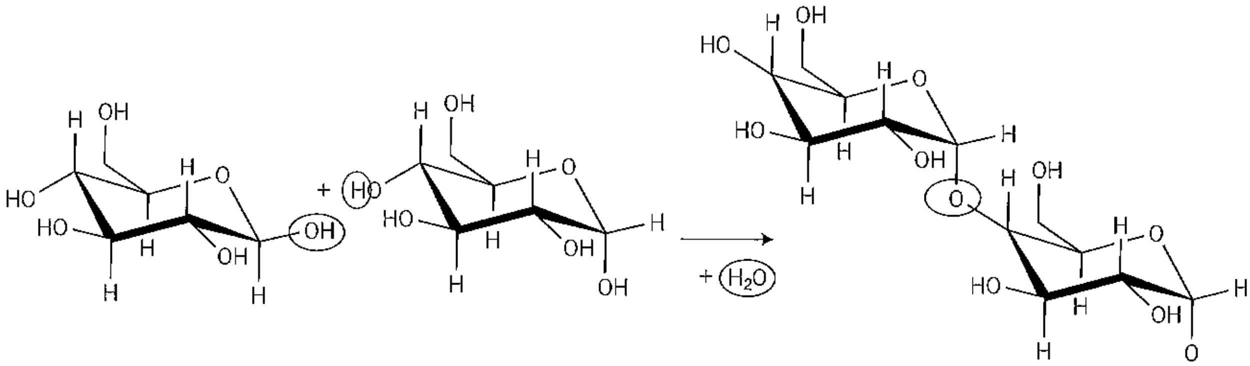
Sacárido: Es equivalente a hidrato de carbono, carbohidrato o glúcido. Los sacáridos pueden clasificarse en monosacáridos y polisacáridos. Los polisacáridos están formados por monosacáridos unidos a través de enlaces glucosídicos. Si un sacárido se hidroliza, se forman monosacáridos, que son compuestos orgánicos constituidos por átomos de carbono, hidrógeno y oxígeno que no se pueden hidrolizar y no se descomponen en azúcares más pequeños. Su función principal es generar energía para los procesos biológicos de los seres vivos. Ejemplos: glucosa, fructosa, ribosa, desoxirribosa, etc.

Aminoácido: Compuesto orgánico en cuya estructura posee un grupo amino y un grupo carboxilo. La combinación de estos mediante enlaces peptídicos da lugar a las proteínas. Ejemplos: leucina, histidina, alanina, etc.

Glúcido: Es equivalente a hidrato de carbono, carbohidrato y sacárido.

Lípido: Sustancia orgánica formada por átomos de carbono e hidrógeno y, en menor medida, por átomos de oxígeno, aunque puede contener otros átomos. Entre sus funciones principales, destacan la estructural y la de reserva de energía. Los lípidos suelen tener una zona de la molécula apolar y otra polar. Ejemplos: ácidos grasos, esteroides, fosfoglicéridos, acilglicéridos, etc.

41. El enlace glucosídico es aquel presente en los glúcidos. Se produce por la condensación entre un grupo hidroxilo de un monosacárido y otro grupo hidroxilo de otro monosacárido, lo que origina un grupo funcional oxi y, como subproducto, una molécula agua.



42. Ambas reacciones del ejercicio anterior son reacciones de condensación. En la primera, participan dos aminoácidos cualesquiera formando un péptido y una molécula de agua.

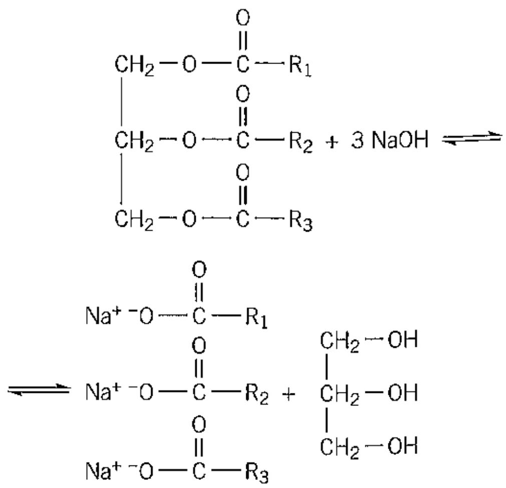
Una reacción de combustión biológica es la producida entre la glucosa y el oxígeno mediante la respiración celular. En esta reacción se obtiene como productos dióxido de carbono, agua y energía.

$$C_6H_{12}O_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

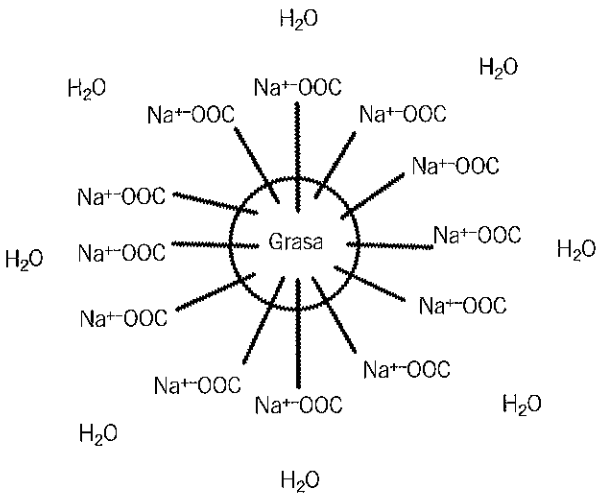
43. Respuesta sugerida:

Los lípidos son sustancias hidrofóbicas debido a que su estructura es básicamente una cadena carbonada apolar, aunque también presentan una parte de su estructura polar, como es el grupo carboxilo de los ácidos grasos o el grupo hidroxilo en los esteroles. Dado que el agua es un compuesto polar, los lípidos se agrupan de modo que se expone la mínima superficie al agua, por lo que son prácticamente insolubles en ella.

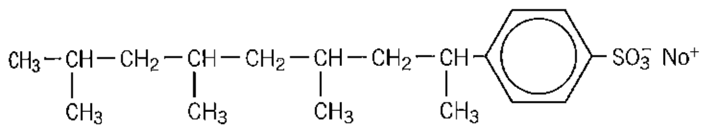
El jabón es un compuesto que procede de la reacción de las grasas con una base, lo que da como consecuencia la hidrólisis del éster y la formación de la sal de un ácido graso, que es lo que conocemos como jabón.



La sal del ácido graso posee una parte no polar, por lo que es soluble en las grasas (liposoluble), y una parte polar, el grupo carboxilato, que es soluble en agua (hidrosoluble). De ahí que el jabón interactúe con las grasas por su parte liposoluble, quedando la partícula de grasa envuelta por moléculas de jabón que exponen al agua su parte polar, transformando el conjunto en una sustancia hidrosoluble que permite retirar la grasa de tejidos y superficies.



El detergente tiene un mecanismo de acción similar al jabón, pero procede de derivados del petróleo, principalmente, y presenta mayor eficacia que el jabón cuando se emplea en aguas duras (con elevado contenido mineral en disolución).



Porción hidrofóbica — Porción hidrofílica

44. Respuesta sugerida:

La hemoglobina y la mioglobina transportan oxígeno en el organismo, para lo cual ambas disponen del grupo hemo en su composición. El grupo hemo está formado por un ion hierro(2+) coordinado con cuatro anillos pirrólicos, como podemos apreciar en la figura de la página 199 del libro del alumno.

El grupo hemo forma uniones de coordinación con diferentes gases en el organismo; la unión a uno u otro depende de la afinidad química que presente en cada entorno, siendo mayoritaria la unión con los gases por los que presenta una afinidad mayor.

La afinidad del grupo hemo por cada gas depende de la naturaleza del gas, de su concentración y de la estructura molecular a la que pertenezca el grupo hemo, mioglobina o hemoglobina.

El oxígeno del aire en los pulmones se une al grupo hemo de la hemoglobina formando oxihemoglobina, que se transporta en el interior de los eritrocitos por la sangre a las células de todo el organismo, y es esencial para el proceso de respiración celular.

En el músculo, el oxígeno pasa de la hemoglobina a la mioglobina, debido a que el grupo hemo de la mioglobina presenta mayor afinidad por el O_2 que el de la hemoglobina, por lo que el oxígeno se transfiere a la mioglobina, que lo almacena y transporta en el músculo.

Por otro lado, la hemoglobina libre de oxígeno une su grupo hemo al CO_2, que se encuentra en la célula como resultado de la respiración celular, originando carbaminohemoglobina, la cual es transportada hasta los pulmones.

En los pulmones, el dióxido de carbono unido al grupo hemo es reemplazado por el oxígeno, debido a que dicho grupo presenta mayor afinidad por este último. Así, la oxihemoglobina formada retorna a las células cerrando el ciclo, y el CO_2 liberado en los pulmones se exhala al exterior.

La eficacia de ambas hemoproteínas se reduce por la presencia de CO, ya que el grupo hemo presenta gran afinidad por este gas, que, al unirse, forma carboxihemoglobina e impide la formación de oxihemoglobina, anulando el transporte del O_2 y, como consecuencia, provocando la muerte celular.

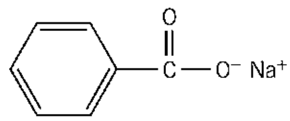
Se diferencian en su estructura y su localización en el organismo. La hemoglobina está formada por cuatro cadenas polipeptídicas, cada una de las cuales con un grupo hemo, y se localiza en el interior de los leucocitos de la sangre, mientras que la mioglobina está formada por una sola cadena polipeptídica con un grupo hemo y se halla localizada en las células musculares.

SÍNTESIS

Pág. 204

45. La actividad propuesta en el enlace es autocorrectiva.

46. El aditivo E-211 se corresponde con el benzoato de sodio.



Una bebida carbonatada contiene ácido carbónico como consecuencia de la disolución del CO_2 en agua, el cual se libera de la disolución generando las características burbujas cuando, al abrir el envase, la presión del interior disminuye hasta la presión atmosférica. Pero el sabor ácido de la bebida se debe principalmente a aditivos ácidos, como ácido fosfórico y ácido cítrico, que actúan, asimismo, como conservantes al mantener el pH en valores lo suficientemente bajos como para impedir la proliferación de microorganismos.

47. Formulamos los compuestos propuestos:

Metanol

$$CH_3-OH$$

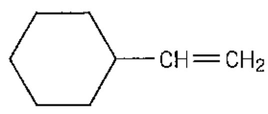
Alcohol

4-metoxihexan-2-ona

$$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-CH_2-\overset{\overset{\displaystyle OCH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_3$$

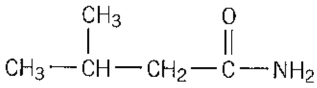
Cetona

Etenilciclohexano



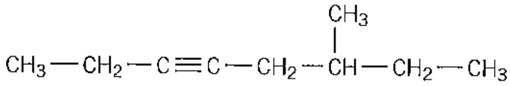
Alqueno cíclico

3-metilbutanamida



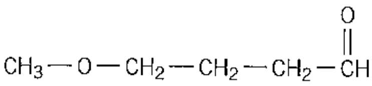
Amida

6-metiloct-3-ino



Alquino

4-metoxibutanal



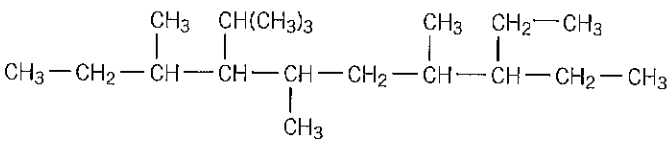
Aldehído

Etil propil éter

$$CH_3-CH_2-CH_2-O-CH_3$$

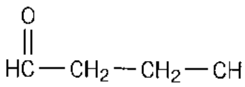
Éter

8-etil-4-isopropil-3,5,7-trimetildecano



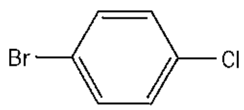
Alcano

Butanodial



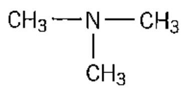
Aldehído

m-bromoclorobenceno



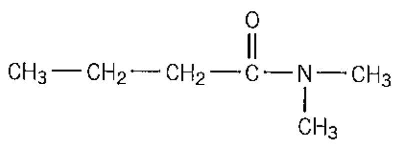
Hidrocarburo aromático halogenado

Trietilamina



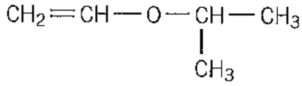
Amina

N,N-dimetilpropanamida



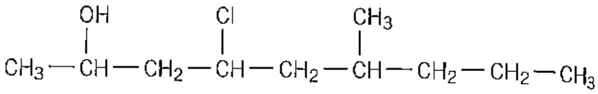
Amida

Etenil propan-2-il éter



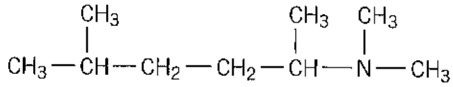
Éter

4-cloro-6-metilnonan-2-ol



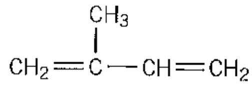
Alcohol

N,N-dietil-5-metilhexan-2-amina



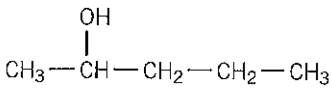
Amina

2-metilbuta-1,3-dieno



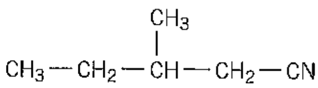
Alqueno

Pentan-2-ol



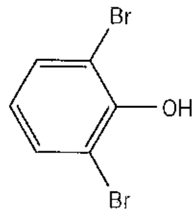
Alcohol

3-metilpentanonitrilo



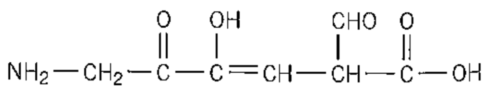
Nitrilo

2,6-dibromofenol



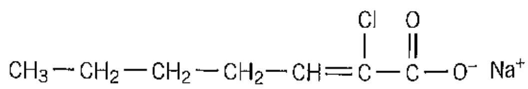
Alcohol

Ácido 6-amino-2-formil-4-hidroxi-5-oxohex-3-enoico



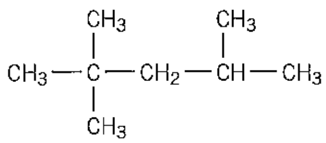
Ácido carboxílico

2-clorohept-2-enoato de sodio



Sal orgánica

2,2,4-trimetilpentano



Alcano

48.

$CH_3-CH_2-CH_3$

Propano

CH_3-CH_2-COOH

Ácido propanoico

$CH_3-COO-CH_3$

Etanoato de metilo

$CH_3-CH_2-COO^- \ Na^+$

Propanoato de sodio

CH_3-CH_2-CHO

Propanal

$CH_3-CO-CH_3$

Propan-2-ona

$CH_3-CH_2-CONH_2$

Propanamida

CH_3-CH_2-CN

Propanonitrilo

$CH_3-CH_2-NH_2$

Etanamina

$CH_3-CH_2-CH_2OH$

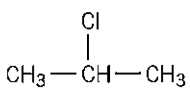
Propan-1-ol

$CH_3-CHOH-CH_3$

Propan-2-ol

CH_3-O-CH_3

Metoximetano



1-cloropropano

$CH_3-CH_2-CH_2-NO_2$

1-nitropropano

49. Datos:

m (sustancia combustión) = 1,000 g; m (CO_2) = 2,273 g; m (H_2O) = 0,931 g; M (compuesto) = 116,180 g · mol^{-1}

— Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$m(\text{C}) = 2{,}273\ \cancel{\text{g CO}_2} \cdot \frac{12{,}01\ \text{g C}}{44{,}01\ \cancel{\text{g CO}_2}} \approx 0{,}6203\ \text{g C}$$

$$m(\text{H}) = 0{,}913\ \cancel{\text{g H}_2\text{O}} \cdot \frac{2 \cdot 1{,}01\ \text{g H}}{18{,}02\ \cancel{\text{g H}_2\text{O}}} \approx 0{,}102\ \text{g H}$$

$$m(\text{O}) = 1{,}000\ \text{g compuesto} - (0{,}6203\ \text{g C} + 0{,}102\ \text{g H}) = $$
$$= 0{,}278\ \text{g O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$n(\text{C}) = 0{,}6203\ \cancel{\text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol C}}{12{,}01\ \cancel{\text{g C}}} \approx 0{,}05165\ \text{mol C}$$

$$n(\text{H}) = 0{,}102\ \cancel{\text{g H}} \cdot \frac{1\ \text{mol H}}{1{,}01\ \cancel{\text{g H}}} \approx 0{,}101\ \text{mol H}$$

$$n(\text{O}) = 0{,}278\ \cancel{\text{g O}} \cdot \frac{1\ \text{mol O}}{16{,}00\ \text{g O}} \approx 0{,}017\ \text{mol O}$$

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{0{,}05165\ \text{mol C}}{0{,}017\ \text{mol O}} \approx \frac{3\ \text{mol C}}{1\ \text{mol O}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{0{,}101\ \text{mol H}}{0{,}017\ \text{mol O}} \approx \frac{6\ \text{mol H}}{1\ \text{mol O}}$$

Fórmula empírica: C_3H_6O.

— Calculamos la fórmula molecular del compuesto:

M_r (C_3H_6O): 3 · 12,01 + 6 · 1,01 + 16,00 = 58,09

M (C_3H_6O): 58,09 g · mol^{-1}

M (compuesto) = 116,180 g · mol^{-1}

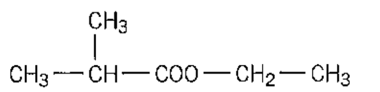
$$\text{n} = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})} = \frac{116{,}180\ \text{g}\cdot\cancel{\text{mol}^{-1}}}{58{,}09\ \text{g}\cdot\cancel{\text{mol}^{-1}}} = 2$$

Fórmula molecular del compuesto: $C_6H_{12}O_2$.

— Las fórmulas y los nombres de sus dos isómeros son:

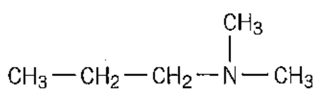
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-COO-CH_3$

Pentanoato de metilo

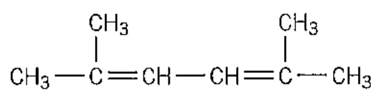


2-metilpropanoato de etilo

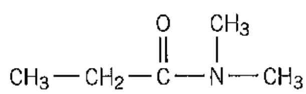
50. Relacionamos cada compuesto con su fórmula:



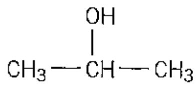
c) *N,N*-dimetilpropan-1-amina



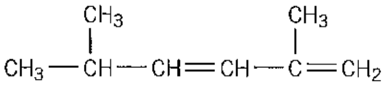
f) 2,5-dimetilhexa-2,4-dieno



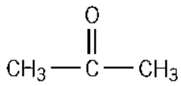
d) *N,N*-dimetilpropanamida



a) Propan-2-ol

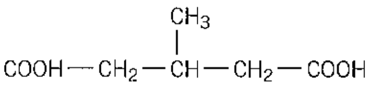


e) 2,5-dimetilhexa-1,3-dieno

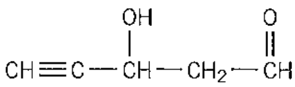


b) Propan-2-ona

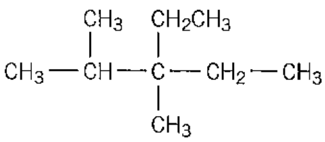
51. Nombramos los compuestos propuestos:



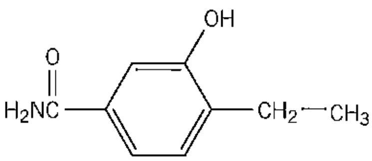
Ácido 3-metilpentanodioico



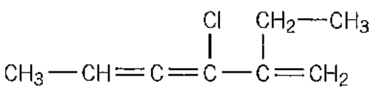
3-hidroxipent-4-inal



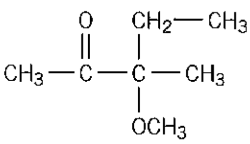
3-etil-2,3-dimetilpentano



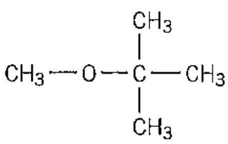
4-etil-3-hidroxibenzamida



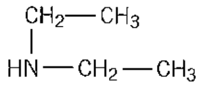
4-cloro-5-metilidenhepta-2,3-dieno



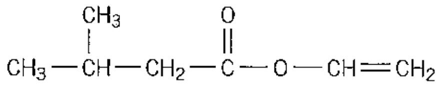
3-metil-3-metoxipentan-2-ona



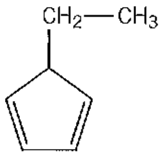
2-metil-2-metoxipropano o *terc*-butil metil éter



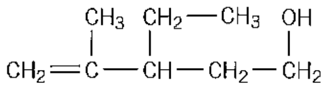
N-etiletan-1-amina o dietilamina



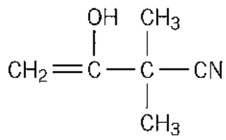
3-metilbutanoato de etenilo



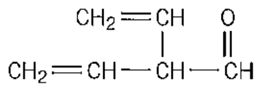
5-etilciclopenta-1,3-dieno



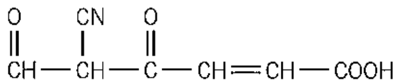
3-etil-4-metilpent-4-en-1-ol



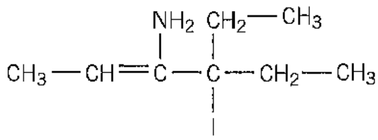
3-hidroxi-2,2-dimetilbut-3-enonitrilo



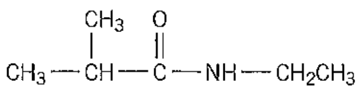
2-etenilbut-3-en-1-ol



Ácido 5-ciano-4,6-dioxohex-2-enoico



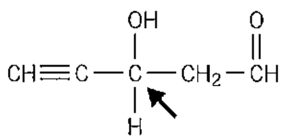
4-etil-4-yodohex-2-en-3-amina

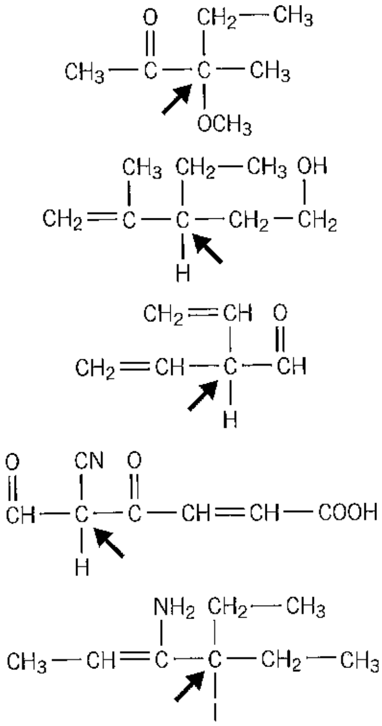


N-etil-2-metilpropanamida

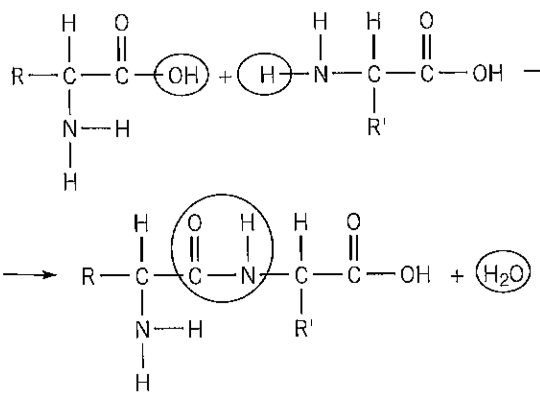
52. Los átomos quirales, o asimétricos, son aquellos que se encuentran unidos a cuatro sustituyentes diferentes.

A continuación, se reproducen las fórmulas de las moléculas aparecidas en el ejercicio 51 que contienen átomos de carbono asimétricos; cada uno de estos átomos se expresa en forma desarrollada y se señala con una flecha:





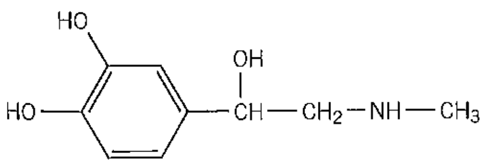
53. El enlace peptídico es el enlace presente en las proteínas y en los péptidos. Se genera por la condensación entre un grupo amino de un aminoácido y el grupo carboxilo de otro aminoácido, dando lugar a la formación de un grupo amino carbonilo y, como subproducto, a una molécula de agua. Esquemáticamente es como se muestra a continuación:



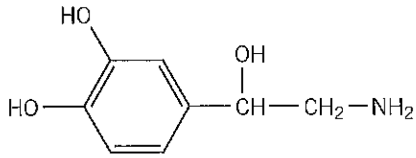
54. Respuesta sugerida:

Las catecolaminas son neurotransmisores cuya composición está constituida por catecol, benceno-1,2-diol, y una cadena carbonada con un grupo amino.

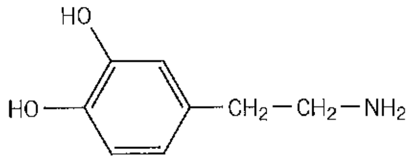
Las más importantes son adrenalina (epinefrina), noradrenalina (norepinefrina) y dopamina, las cuales se producen en la glándula suprarrenal (o adrenal) y las dos últimas también en los nervios simpáticos periféricos.



Adrenalina o 4-[1-hidroxi-2-(metilamino)etil]benceno-1,2-diol



Noradrenalina o 4-(2-amino-1-hidroxietil)benceno-1,2-diol



Dopamina o 4-(2-aminoetil)benceno-1,2-diol

La adrenalina, la noradrenalina y la dopamina actúan como mensajeros químicos en el sistema nervioso de los mamíferos; la dopamina es la catecolamina más importante en el sistema nervioso central (SNC).

Actúan sobre el sistema nervioso simpático, controlando situaciones de estrés. Aumento de la frecuencia cardíaca, vasoconstricción en algunas zonas del organismo, dilatación de las pupilas y acciones metabólicas son algunos de los efectos de las catecolaminas.

Por otro lado, la dopamina actúa sobre el sistema nervioso periférico modulando la función cardíaca y renal, el tono vascular y la motilidad gastrointestinal, entre otras cosas.

55. Respuesta sugerida:

Reseña histórica:

Olefinas es el nombre clásico de los alquenos; en la actualidad, dicho nombre se considera obsoleto, aunque todavía se emplea habitualmente en el ámbito industrial.

Este nombre se remonta a 1794, cuando un grupo de químicos holandeses estudiaron los productos de reacción del alcohol (etanol) con aceite de vitriolo (ácido sulfúrico).

Obtuvieron un gas, compuesto por hidrógeno y carbono, que, al reaccionar con cloro gaseoso, daba lugar a un líquido oleoso constituido por cloro, carbono e hidrógeno, y que se conocería en la época como *líquido* o *aceite de los holandeses (dutch liquid);* de modo que el gas inicialmente recibió el nombre de *gas oleificante (olefiant gas)* o *gas generador de aceite.*

Posteriormente, ese gas fue caracterizado como un compuesto con enlace doble entre los átomos de carbono y se denominó *etileno*, cuyo nombre recomendado en la actualidad es *eteno;* el compuesto oleoso obtenido se llamó *cloruro de etileno*, cuyo nombre hoy recomendado es *1,2-dicloroetano.*

Por este motivo, los hidrocarburos con enlace doble entre átomos de carbono se englobaron, en general, en un grupo denominado *olefinas*, cuyo nombre recomendado actualmente es *alquenos.*

Concepto:

La hidroxilación consiste en una reacción química en la que se obtiene un compuesto con un grupo hidroxilo que no formaba parte del reactivo inicial.

Se puede producir por sustitución, cuando se reemplaza un sustituyente de un átomo de carbono por el grupo hidroxilo, y por adición, cuando el grupo hidroxilo se une a un átomo de carbono que se hallaba unido a otro mediante enlace doble, quedando unido mediante enlace simple al grupo hidroxilo y al otro átomo de carbono.

El último caso es el que corresponde con la hidroxilación olefínica, cuyo nombre recomendado actualmente es *hidroxilación de alquenos.*

Casos:

Sin pretender un estudio exhaustivo, podemos destacar estos casos aplicados al but-1-eno:

a) Formación de compuestos monohidroxilados. Se obtiene por hidratación, adición de H_2O, y se trata de un proceso **regioselectivo,** ya que, dependiendo del reactivo y el medio empleados, se obtiene un isómero concreto.

a1) Se habla de producto con orientación Markovnikov cuando el –OH se une al átomo de carbono más sustituido, por ejemplo, la hidratación en medio ácido:

$$CH_3-CH_2-CH{=}CH_2 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_3$$

Butan-2-ol

a2) Se habla de producto con orientación anti-Markovnikov cuando el –OH se une al átomo de carbono menos sustituido, por ejemplo, la reacción con borano, BH_3, y posterior oxidación con peróxido de hidrógeno, H_2O_2, en medio básico:

$$CH_3-CH_2-CH{=}CH_2 \xrightarrow[THF]{BH_3} \xrightarrow[OH^-]{H_2O_2} CH_3-CH_2-CH_2-CH_2(OH)$$

Butan-1-ol

b) Formación de compuestos dihidroxilados. Se obtiene por hidratación en medio básico en presencia de permanganato de potasio, $KMnO_4$.

$$CH_3-CH_2-CH{=}CH_2 + KMnO_4 \xrightarrow[OH^-]{H_2O}$$

$$\xrightarrow[OH^-]{H_2O} CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_2(OH)$$

Butano-1,2-diol

El alcohol puede oxidarse hasta la formación de aldehído, ácido carboxílico o cetona, según sea primario o secundario el átomo de carbono al que se encuentre unido.

Si el alcohol es primario, podrá originar aldehído o ácido carboxílico según el oxidante empleado. Si se trata de oxidante suave, CrO_3, resultará un aldehído, y, si es oxidante enérgico, H_2CrO_4 o $Na_2Cr_2O_7$, dará un ácido carboxílico, mientras que, si es secundario, el resultado será una cetona. Los aldehídos se oxidan fácilmente dando lugar a ácidos carboxílicos, mientras que las cetonas son bastante resistentes a la oxidación.

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2(OH) \xrightarrow[piridina]{CrO_3} CH_3-CH_2-CH_2-C({=}O)-H$$

Butanal

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2(OH) \xrightarrow[acetona]{H_2CrO_4} CH_3-CH_2-CH_2-C({=}O)-OH$$

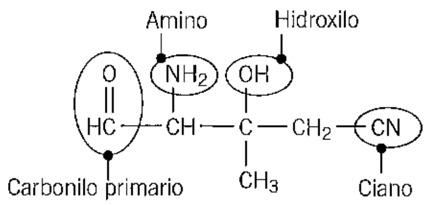
Ácido butanoico

$$CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_3 \xrightarrow[acetona]{Nr_2Cr_2O_7,H^+} CH_3-CH_2-C({=}O)-CH_3$$

Butan-2-ona

Evaluación (Pág 206)

1. Respuesta sugerida:



$$CH_3-CH_2-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3$$

3-metilpentan-3-ol

$$CH_3-CH(NH_2)-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$$

3-metilpentan-2-amina

$$HC({=}O)-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$$

3-metilpentanal

$$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CN$$

3-metilpentanonitrilo

2. a) Falsa. El grupo oxi caracteriza a los éteres y está formado por un solo átomo.

b) Falsa. Es el grupo amino.

c) Verdadera. El carbono solamente puede formar cuatro emparejamientos electrónicos.

d) Falsa. También carbaldehído cuando la cadena es cíclica y cuando haya más de dos grupos carbonilo primario en una cadena abierta y sea la función principal.

e) Falsa. Sí presenta isomería *cis-trans.*

f) Falsa. Tiene que ser imagen no superponible de otra configuración, independientemente de la cantidad de átomos quirales.

g) Falsa. En proporción equimolar.

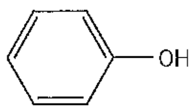
3. La opción correcta es la c).

4. Formulamos los compuestos propuestos:

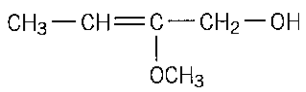
Dimetil éter

$$CH_3—O—CH_3$$

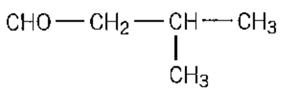
Fenol



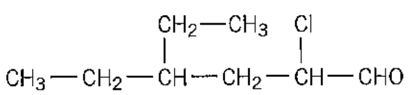
2-metoxibut-2-en-1-ol



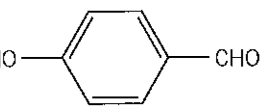
3-metilbutanal



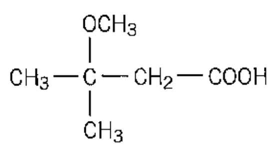
2-cloro-4-etilhexanal



4-hidroxibenzaldehído



Ácido 3-metil-3-metoxibutanoico



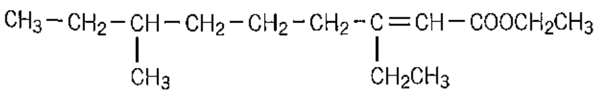
Pentanoato de metilo

$$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—COO—CH_3$$

Propanoato de sodio

$$CH_3—CH_2—COO^- \ Na^+$$

3-etil-7-metilhex-2-enoato de etilo



5. Formulamos los compuestos propuestos:

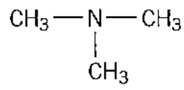
Propanonitrilo

$$CH_3—CH_2—CN$$

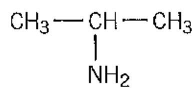
Etanamina

$$CH_3—CH_2—NH_2$$

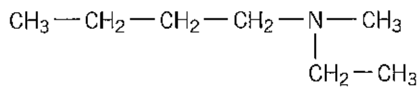
Trimetilamina



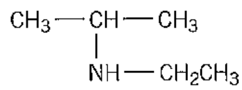
Propan-2-amina



N-etil-*N*-metilbutan-1-amina



N-etilpropan-2-amina



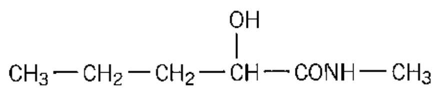
Butanamida

$$CH_3—CH_2—CH_2—CONH_2$$

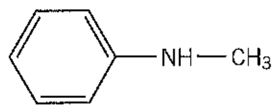
Prop-2-enamida

$$CH_2{=}CH—CONH_2$$

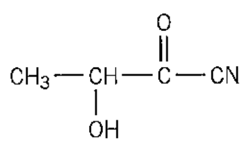
N-metil-2-hidroxipentanamida



N-metilanilina



3-hidroxi-2-oxobutanonitrilo

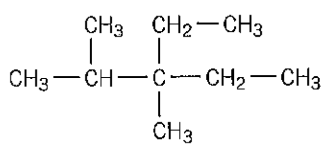


6. La opción correcta es la c), ya que el carbono 3 es asimétrico.

7. Nombramos los compuestos propuestos:

$$CH_3—CH_2—CH_3$$

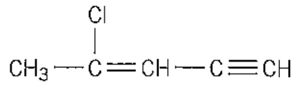
Propano



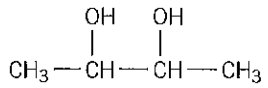
3-etil-2,3-dimetilpentano

$CH_3-CH=CH-CH_3$

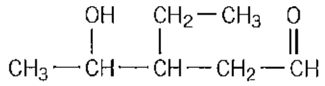
But-2-eno



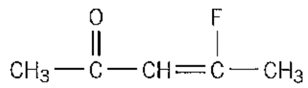
4-cloropent-3-en-1-ino



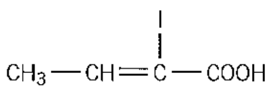
Butano-2,3-diol



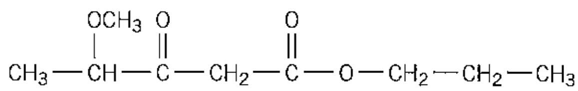
3-etil-4-hidroxipentanal



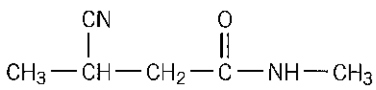
4-fluoropent-3-en-2-ona



Ácido 2-yodobut-2-enoico



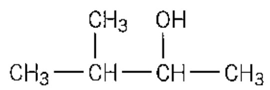
4-metoxi-3-oxopentanoato de propilo



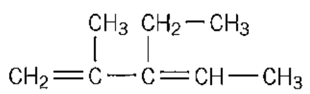
3-ciano-*N*-metilbutanamida

$CH_3-CH_2-NH-CH_3$

N-metiletanamina o etil(metil)amina



2-hidroxi-3-metilbutanonitrilo



3-etil-2-metilpenta-1,3-dieno

8. Datos: m_1 (compuesto) = 2,00 g; m_1 (CO_2) = 2,981 g; m_1 (H_2O) = 0,916 g; V_2 = 2,00 L; m_2 (compuesto) = 10,416 g; p_2 = 10^5 Pa; T_2 = 0 °C.

a) — Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$m(\mathrm{C}) = 2{,}981\ \cancel{\mathrm{g\,CO_2}} \cdot \frac{12{,}01\ \mathrm{g\ C}}{44{,}01\ \cancel{\mathrm{g\,CO_2}}} \approx 0{,}8135\ \mathrm{g\ C}$$

$$m(\mathrm{H}) = 0{,}916\ \cancel{\mathrm{g\,H_2O}} \cdot \frac{2 \cdot 1{,}01\ \mathrm{g\ H}}{18{,}02\ \cancel{\mathrm{g\,H_2O}}} \approx 0{,}103\ \mathrm{g\ H}$$

$$m(\mathrm{O}) = 2{,}00\ \mathrm{g\ compuesto} - (0{,}8135\ \mathrm{g\ C} + 0{,}103\ \mathrm{g\ H}) \approx$$
$$= 1{,}08\ \mathrm{g\ O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$n(\mathrm{C}) = 0{,}8135\ \cancel{\mathrm{g\,C}} \cdot \frac{1\ \mathrm{mol\ C}}{12{,}01\ \cancel{\mathrm{g\,C}}} \approx 0{,}06774\ \mathrm{mol\ C}$$

$$n(\mathrm{H}) = 0{,}103\ \cancel{\mathrm{g\,H}} \cdot \frac{1\ \mathrm{mol\ H}}{1{,}01\ \cancel{\mathrm{g\,H}}} \approx 0{,}102\ \mathrm{mol\ H}$$

$$n(\mathrm{O}) = 1{,}08\ \cancel{\mathrm{g\,O}} \cdot \frac{1\ \mathrm{mol\ O}}{16{,}00\ \cancel{\mathrm{g\,O}}} \approx 0{,}068\ \mathrm{mol\ O}$$

$$\frac{n(\mathrm{O})}{n(\mathrm{C})} = \frac{0{,}068\ \mathrm{mol\ O}}{0{,}06774\ \mathrm{mol\ C}} \approx \frac{1\ \mathrm{mol\ O}}{1\ \mathrm{mol\ C}}$$

$$\frac{n(\mathrm{H})}{n(\mathrm{C})} = \frac{0{,}102\ \mathrm{mol\ H}}{0{,}06774\ \mathrm{mol\ C}} \approx \frac{1{,}51\ \mathrm{mol\ H}}{1\ \mathrm{mol\ C}} \approx \frac{3\ \mathrm{mol\ H}}{2\ \mathrm{mol\ C}}$$

— Fórmula empírica: $C_2H_3O_2$.

— Calculamos la masa molar del compuesto:

$$p \cdot V = n \cdot \mathrm{R} \cdot T$$

$$V = 2{,}00\ \cancel{\mathrm{L}} \cdot \frac{1\ \mathrm{m^3}}{10^3\ \cancel{\mathrm{L}}} = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

$$T = (0 + 273)\ \mathrm{K} = 273\ \mathrm{K}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{\mathrm{R} \cdot T} = \frac{10^5\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\mathrm{m^3}}}{8{,}31\ \cancel{\mathrm{Pa}} \cdot \cancel{\mathrm{m^3}} \cdot \cancel{\mathrm{K}} \cdot \mathrm{mol} \cdot 273\ \cancel{\mathrm{K}}} \approx$$
$$\approx 0{,}0882\ \mathrm{mol}$$

$$n = \frac{m}{M};\ M = \frac{m}{n} = \frac{10{,}416\ \mathrm{g}}{0{,}0882\ \mathrm{mol}} \approx 118\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$$

— Calculamos la fórmula molecular del compuesto:

M_r ($C_2H_3O_2$): $2 \cdot 12{,}01 + 3 \cdot 1{,}01 + 2 \cdot 16{,}00 = 59{,}05$

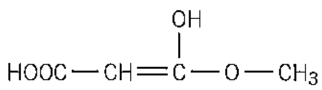
M ($C_2H_3O_2$): 59,05 g·mol^{-1}

M (compuesto): 118 g·mol^{-1}

$$\mathrm{n} = \frac{M\,(\mathrm{compuesto})}{M\,(C_2H_3O_2)} = \frac{118\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}}{58{,}09\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}} \approx 2$$

— Fórmula molecular del compuesto: $C_4H_6O_4$.

b) Respuesta sugerida:



Ácido 3-metoxi-3-hidroxipent-2-enoico

9. a) Isomería estructural de cadena.

b) Isomería estructural de función.

c) Isomería estructural de posición.

d) Estereoisomería *cis-trans*.

10. Respuesta sugerida:

— No es posible, pues, si el compuesto tiene un único átomo de carbono quiral, puede presentar dos configuraciones asimétricas, que serán enantiómeros entre sí y ambos presentarán actividad óptica, una contraria a la otra, por lo que la disolución de uno de ellos deberá desviar el plano de polarización de la luz polarizada.

— Sí es posible, ya que, si el compuesto tiene dos átomos de carbono quirales, puede darse el caso de que la configuración sea simétrica, por lo que se trataría de un compuesto meso, el cual carece de actividad óptica. Por lo tanto, en este caso, la disolución no desviaría el plano de polarización de la luz polarizada.

También se podría dar en otros casos con más de dos átomos quirales, pero debería ser un número par para que pudiera darse la configuración meso.

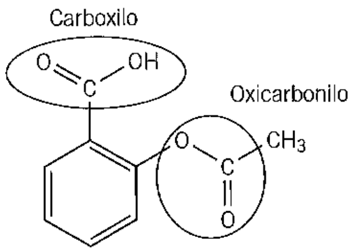
11. Son isómeros entre sí los compuestos a) y b) porque tienen la misma fórmula molecular: $C_{15}H_{32}$. Se trata de isómeros estructurales de cadena. La fórmula molecular del compuesto b) es $C_{16}H_{34}$; la del compuesto d) es $C_{14}H_{30}$.

Zona + (Pág. 207)

— *La aspirina cumple años*

- Respuesta sugerida:

La fórmula del principio activo de la aspirina es:



Ácido 2-(acetiloxi)benzoico

El nombre del compuesto, según las recomendaciones de la IUPAC, es ácido 2-(acetiloxi)benzoico.

Se trata de un derivado del ácido 2-hidroxibenzoico, conocido tradicionalmente como *ácido salicílico.* Por tratarse de un compuesto tan importante y extendido, su nombre tradicional es el más empleado: *ácido acetilsalicílico.*

- Respuesta sugerida:

El desarrollo de un medicamento hoy en día, desde que se descubre el principio activo hasta su comercialización, puede oscilar entre 15 y 20 años.

El proceso consta de diversas etapas: obtención de una nueva molécula, estudios preclínicos y estudios clínicos de fase I, II y III.

Los dos años que tardó Felix Hoffmann en patentar la aspirina es un período muy corto desde la perspectiva actual.

Además, debe mantenerse un protocolo de farmacovigilancia del medicamento para detectar nuevos efectos secundarios y adversos en la población.

La aspirina es un caso excepcional, puesto que, además de seguir siendo eficaz y útil pese a su longevidad, continuamente aparecen nuevos efectos beneficiosos adicionales a sus efectos analgésicos y antiinflamatorios originales, tales como su efecto antiagregante plaquetario y la posible relación entre su consumo y la reducción del riesgo de ciertos tipos de cáncer.

Bajo la supervisión del profesor o profesora, se puede organizar una búsqueda de información, exposición y debate sobre el tema.

— *Las nomenclaturas de compuestos orgánicos*

- Los ejemplos de cada nomenclatura pueden encontrarse en el desarrollo de la unidad y en las respuestas de los ejercicios propuestos.

- Respuesta sugerida:

Respecto a las consecuencias de que haya diferentes nomenclaturas y su utilidad, podría plantearse la respuesta como un debate entre dos grupos: uno de ellos defendería la postura a favor y el otro, la contraria. Asimismo, haría falta un moderador, que podría ser el profesor o profesora, y un grupo que actuara de público. Para finalizar la actividad, el público redactaría un pequeño informe con sus opiniones, que se expondría en clase.

— *Investigan proteínas que se agregan sin perder su estructura*

- Respuesta sugerida:

Las proteínas son compuestos muy importantes en cualquier organismo vivo y desarrollan funciones muy variadas, desde una función estructural (en células y organismos superiores) y locomotora a la función defensiva (anticuerpos), pasando por la función de almacenamiento, regulación, transporte, enzimática, etc.

Debido a esto, la mayoría de los medicamentos actúan directamente sobre alguna proteína que se encuentra involucrada en la patología que se quiere evitar.

- Respuesta sugerida:

Como ejemplo, podemos indagar en recientes investigaciones sobre:

Un tratamiento para reducir las alergias a medicamentos:

http://www.abc.es/agencias/noticia.asp?noticia=1747908

Una posible diana terapéutica contra el herpes:

http://www.dicat.csic.es/rdcsic/index.php/ca/biologia-y-biomedicina-2/106-proyectos/196-descubren-una-posible-diana-terapeutica-contra-los-virus-tipo-herpes

Una posible diana terapéutica contra el párkinson:

http://cuidadoalzheimer.com/avances/descubren-una-nueva-diana-terapeutica-para-el-tratamiento-del-parkinson/

Bajo la supervisión del profesor o profesora, se puede organizar en clase la búsqueda de casos similares o diferentes a los indicados, una exposición posterior y la elaboración de un mural con las conclusiones obtenidas.

8 El movimiento

En contexto (Pág. 211)

a.

— Se espera que los alumnos reflexionen sobre los conceptos velocidad (máxima/promedio/instantánea), aceleración, tiempo de reacción.

— Ver punto anterior.

— El tiempo de reacción es el tiempo que pasa desde que se recibe un estímulo sensorial (sonido, imagen, temperatura, etc.) hasta que se inicia un movimiento de respuesta (por ejemplo, el pequeño instante que se tarda en apartar la mano del fuego después de percibir la alta temperatura o la fracción de segundo que pasa entre que se observa una pelota dirigiéndose hacia nosotros y se inicia el movimiento para esquivarla).

b.

— Mach es una unidad de velocidad relativa que expresa la relación entre una cierta velocidad y la velocidad del sonido en el medio en que nos encontramos. Así pues, se define mediante la ecuación:

$$M = \frac{v}{v_s}$$

Donde V es la velocidad del cuerpo que debe analizarse y V_s, la velocidad del sonido en el medio en el que se mueve el cuerpo.

Una velocidad de mach 7 equivale a 7 veces la velocidad del sonido, que en el aire es de 1234,8 km·h^{-1}. Esto es:

$$v = 7 \cdot v_s = 7 \cdot 1234{,}8 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} =$$
$$= 8\,643{,}6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

— Los límites de la velocidad han evolucionado desde los 9 km·h^{-1} que alcanzaban los animales en el siglo XIX, pasando por la locomotora del siglo XX, que se desplazaba a unos 90 km·k^{-1}, hasta llegar a los 900 km·h^{-1} que alcanza un avión intercontinental en el siglo XXI. Siguiendo esta tendencia, se espera llegar a los 9000 km·k^{-1} en el siglo XXII.

Internet (Pág. 216)

La trayectoria se va dibujando en color azul al paso del punto. La longitud de esta es la **distancia** recorrida.

El vector rojo con origen en el punto inicial y final en el punto que se desplaza es el **vector desplazamiento.**

Se puede observar que la distancia va aumentando a medida que el punto se desplaza, mientras que el vector desplazamiento puede incrementar o disminuir en función de si nos alejamos o acercamos al punto inicial.

Internet (Pág. 217)

Para hallar la velocidad media, basta con conocer los puntos inicial y final y el tiempo total. En cambio, para calcular la rapidez media, debemos conocer toda la trayectoria del cuerpo.

Si la trayectoria es rectilínea y no se efectúa ningún cambio de sentido, entonces la rapidez y la velocidad media coinciden.

INTERNET (Pág. 221)

Se observa que la dirección del vector verde (aceleración tangencial) va variando a causa del efecto de la aceleración normal (vector rojo). De esta forma, se dibuja una trayectoria circular.

Problemas resueltos (Págs. 222 y 223)

1. Datos: $x(t) = 2t^2$, $y(t) = 3t^2 - 1$

Despejamos la variable t de la primera ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{x}{2}}$$

Sustituimos t en la segunda ecuación para obtener la ecuación de la trayectoria:

$$y = 3 \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^2 - 1 = \frac{3 \cdot x}{2} - 1$$

Observamos que no depende del tiempo, como esperábamos. El vector de posición, en cambio, sí que depende del tiempo, ya que determina el punto del espacio en que se encuentra el móvil para un instante de tiempo dado:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = 2t^2\vec{i} + (3t^2 - 1)\vec{j}$$

2. Datos: $\vec{r}(t) = (30t, 40t - 5t^2)$

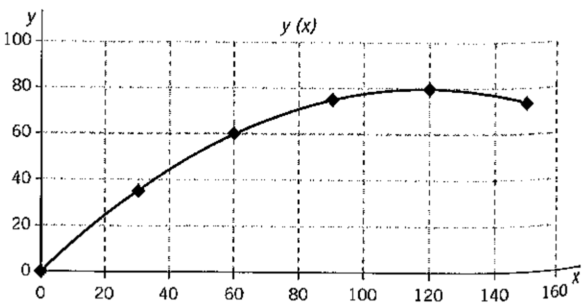
A partir de la ecuación del movimiento dada, podemos expresar las ecuaciones paramétricas del movimiento de la siguiente forma:

$x(t) = 30t$

$y(t) = 40t - 5t^2$

Aislamos la t en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$t = \frac{x}{30} \rightarrow y = 40 \cdot \frac{x}{30} - 5 \cdot \left(\frac{x}{30}\right)^2 = \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{180}$$



3. Datos:

Tiempo (s)	Posición (m)
20	50
30	70
40	60
50	10

La velocidad media se calcula mediante la expresión:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En cada caso, calcularemos los incrementos de x y de t:

a) Entre $t = 20$ s y $t = 30$ s:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = x(30) - x(20) = 70\text{ m} - 50\text{ m} = 20\text{ m}\\ \Delta t = 30\text{ s} - 20\text{ s} = 10\text{ s}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{20\text{ m}}{10\text{ s}} = 2{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Entre $t = 20$ s y $t = 40$ s:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = x(40) - x(20) = 60\text{ m} - 50\text{ m} = 10\text{ m}\\ \Delta t = 40\text{ s} - 20\text{ s} = 20\text{ s}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{10\text{ m}}{20\text{ s}} = 0{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Entre $t = 20$ s y $t = 50$ s:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = x(50) - x(20) = 10\text{ m} - 50\text{ m} = -40\text{ m}\\ \Delta t = 50\text{ s} - 20\text{ s} = 30\text{ s}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-40\text{ m}}{30\text{ s}} = -1{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

d) Entre $t = 30$ s y $t = 40$ s:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = x(40) - x(30) = 60\text{ m} - 70\text{ m} = -10\text{ m}\\ \Delta t = 40\text{ s} - 30\text{ s} = 10\text{ s}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-10\text{ m}}{10\text{ s}} = -1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

e) Entre $t = 40$ s y $t = 50$ s:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = x(50) - x(40) = 10\text{ m} - 60\text{ m} = -50\text{ m}\\ \Delta t = 50\text{ s} - 40\text{ s} = 10\text{ s}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-50\text{ m}}{10\text{ s}} = -5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

4. Datos: $\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$

a) Consideramos la posición del objeto en el instante t y en un instante cercano $t + \Delta t$:

$$\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(t + \Delta t) = [3(t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j}$$

Calculamos la variación de posición entre los dos instantes:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = [3 \cdot (t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j} - (3t^2 + 1)\vec{j} =$$

$$= (3 \cdot \Delta t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t)\vec{j}$$

La velocidad instantánea será:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(3 \cdot \Delta t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t)\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(3 \cdot \Delta t^{\cancel{2}} + 6 \cdot t \cdot \cancel{\Delta t})\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} (3 \cdot \Delta t + 6 \cdot t)\vec{j} = 6 \cdot t\,\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Para calcular la velocidad instantánea, sustituimos el tiempo en la ecuación anterior:

$$\vec{v}(2\text{s}) = 6 \cdot 2\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 12\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Como solo tiene una componente, el módulo es:

$$v = 12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. Datos: $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$

Calculamos los vectores velocidad y aceleración mediante estas expresiones:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad ; \quad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Para calcular la velocidad, consideramos el vector de posición para un instante t y para otro muy próximo $t + \Delta t$:

$$\overline{\Delta\vec{r}(t)} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) =$$

$$= 5(t + \Delta t)\vec{i} + [40 - 5(t + \Delta t)^2]\vec{j} - [5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}] =$$

$$= 5\Delta t\vec{i} - (5\Delta t^2 - 10t\Delta t)\vec{j}$$

Calculamos la velocidad:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{5\cancel{\Delta t}\vec{i} + (5\Delta t^{\cancel{2}} - 10t\cancel{\Delta t})\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} 5\vec{i} + (5\Delta t - 10t)\vec{j} = 5\vec{i} - 10t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Siguiendo un procedimiento análogo, para el cálculo de la aceleración consideramos la variación del vector velocidad de dos instantes muy próximos:

$$\overline{\Delta\vec{v}(t)} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) =$$

$$5\vec{i} - 10(t + \Delta t)\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - (5\vec{i} - 10t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}) =$$

$$= -10\Delta t\,\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Finalmente, utilizando la expresión dada al inicio de la resolución, obtenemos:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-10\cancel{\Delta t}\,\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} = -10\,\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

6. Datos: $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$

a) El desplazamiento entre $t = 6$ s y $t = 3$ s será la variación del vector de posición entre estos instantes:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(6\text{s}) - \vec{r}(3\text{s}) =$$

$$= [(12\text{s})\vec{i} + [1-(6\text{s})^2]\vec{j}] - [(6\text{s})\vec{i} + [1-(3\text{s})^2]\vec{j}] =$$

$$= (12-6)\vec{i} + (-35+8)\vec{j} = 6\vec{i} - 27\vec{j}\ \text{m}$$

b) Para calcular el módulo de la velocidad, calculamos primero el vector velocidad. Para ello, necesitamos conocer la variación de la posición entre el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = [2(t+\Delta t), 1-(t+\Delta t)^2] -$$

$$-(2t, 1-t^2) = (2\Delta t, -\Delta t^2 - 2t\,\Delta t)\ \text{m}$$

Ahora podemos calcular la velocidad y su módulo:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{(2\cancel{\Delta t}, -\Delta t^{\cancel{2}} - 2t\cancel{\Delta t})}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(2, -\Delta t - 2t) = (2, -2t)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\vec{v}(5\text{s}) = (2, -10)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-10)^2} = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Seguimos un procedimiento análogo para calcular el módulo de la aceleración. Primero buscamos la variación de la velocidad en el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t) = [2, -2(t+\Delta t)] - (2, -2t) =$$

$$= (0, -2\Delta t)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Calculamos la aceleración y su módulo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(0, -2\cancel{\Delta t})}{\cancel{\Delta t}} = -2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2} = 2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

7. Datos:

$$R = 20\ \text{cm};\ v = 20t^2\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1};\ |\vec{a}_t| = 40t\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2};\ t = \frac{2}{3}\text{s}$$

Para calcular el módulo de la aceleración total, necesitamos conocer las aceleraciones tangencial y normal.

Calculamos la aceleración tangencial en $t = \frac{2}{3}$ s sustituyendo en la ecuación el enunciado para la aceleración tangencial:

$$\left|\vec{a}_t\left(\frac{2}{3}\text{s}\right)\right| = 40\cdot\frac{2}{3}\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2} = 27\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

Para obtener la aceleración normal, utilizamos el radio de la trayectoria:

$$\left|\vec{a}_n\left(\frac{2}{3}\text{s}\right)\right| = \frac{\left(20\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2}{20\ \text{cm}} = 20\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4\text{cm}\cdot\text{s}^{-2} =$$

$$= 4\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

Ahora podemos calcular la aceleración total:

$$|\vec{a}| = \sqrt{27^2 + 4^2}\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2} = 27\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

Para calcular el ángulo que forma con el vector velocidad, hay que tener en cuenta que este tiene una dirección tangencial a la trayectoria.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{4}{27}\right) = 81°$$

8. Datos: $\vec{v} = 20\vec{i} + (40-10t)\vec{j}$; $t = 1$ s

a) Para calcular el vector velocidad en $t = 1$ s, sustituimos en la expresión dada:

$$\vec{v}(1\ \text{s}) = 20\vec{i} + (40 - 10\cdot 1)\vec{j} = (20, 30)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Para calcular la aceleración, consideramos la variación de velocidad entre el instante $t = 1$ s y un instante inmediatamente posterior.

$$\Delta v = (20, 40 - 10\cdot 1) - (20, 40 - 10\cdot(1+\Delta t)) =$$

$$= (0, -10\Delta t)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

A continuación, podemos calcular la aceleración.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(0, -10\Delta t)}{\Delta t} = (0, -10)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

c) Sabemos que $|\vec{a}_n| = |\vec{a}|\cdot\cos\varphi$, donde φ es el ángulo entre las aceleraciones total y normal.

$$\tan\varphi = \frac{v_y(1\ \text{s})}{v_x(1\ \text{s})} = \frac{30}{20} \rightarrow \varphi = 56°$$

Finalmente, podemos calcular las dos componentes de la aceleración total:

$$a_n = a\cdot\cos(\varphi) = 10\cdot\cos(56°) = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_t = a\cdot\sin(\varphi) = 10\cdot\sin(56°) = 8{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

d) Podemos calcular el radio de curvatura a partir de la aceleración normal.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$$

$$R = \frac{\left(\sqrt{20^2 + 30^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2}{5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 6{,}5\ \text{m}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 224 a 226)

1 MOVIMIENTO Y SISTEMAS DE REFERENCIA

Pág. 224

9. Un sistema de referencia es un punto o conjunto de puntos respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos. Se dice que el movimiento es relativo, ya que depende del sistema de referencia que estemos utilizando para medirlo. Así, si respecto al movimiento de un tren escogemos como sistema de referencia los bancos del andén, el tren se moverá. En cambio, si cogemos como sistema de referencia los asientos del tren, este no se moverá.

Según el principio de relatividad de Galileo, todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes entre sí, y es imposible distinguir mediante experimentos físicos si un sistema de referencia inercial se mueve o está en reposo. Por este motivo, no podemos afirmar que todos los objetos están en movimiento.

10. Respuesta sugerida: estando en el interior de un autobús, podríamos escoger cualquier objeto fijo del exterior (p. ej., una farola). Tomando como sistema de referencia este objeto, si vemos que este se mueve, querrá decir que el autobús está en movimiento.

11. Supongamos que el péndulo oscila en una dirección paralela a la trayectoria del coche, es decir, hacia delante y hacia atrás en lugar de lateralmente.

Desde el interior del coche, el péndulo se desplaza a la misma velocidad hacia delante y hacia atrás. En los dos casos, el péndulo parte del reposo, aumenta su velocidad hasta llegar a un máximo y, seguidamente, se desacelera para llegar al punto más alto y volver a empezar el ciclo en sentido contrario. El observador que se encuentra en el coche ve, pues, que el péndulo avanza y retrocede.

Desde el exterior del vehículo, en cambio, se observan unas velocidades mucho mayores cuando el péndulo se desplaza hacia delante. Esto se debe a que la base del péndulo se desplaza a la velocidad del coche y a que esta se suma a la velocidad que lleva el extremo oscilante.

Cuando el péndulo se desplaza hacia atrás del vehículo, se observa que avanza a velocidad inferior; pero no retrocede. Esto sucede siempre que la velocidad del coche sea superior a la del péndulo.

12. Sabemos que los sistemas de referencia inerciales están en reposo o se mueven en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial. Conociendo esto:

a) Es un sistema de referencia no inercial, ya que la trayectoria es curvilínea.

b) Es un sistema de referencia inercial, ya que se mueve a velocidad constante.

c) Es un sistema de referencia inercial, ya que se encuentra en reposo.

d) Es un sistema de referencia inercial, suponiendo que se mueven a velocidad constante.

e) Es un sistema de referencia no inercial, ya que la atracción se moverá a diferentes velocidades en sus distintos tramos.

f) Es un sistema de referencia no inercial, ya que el transbordador se moverá a diferentes velocidades a lo largo del lanzamiento.

g) Es un sistema de referencia no inercial, puesto que la trayectoria es curvilínea.

13. El saco caerá junto a la base del mástil, pues su velocidad inicial es la misma que la del barco.

14. Para determinar si un objeto se mueve o no, necesitamos fijar un punto de referencia. Es decir, tenemos que preguntarnos respecto a qué se mueve o no el objeto. Siempre se podrá elegir un observador para el cual un objeto tenga un movimiento relativo. Evidentemente, el único objeto que no puede estar en movimiento respecto a un punto es aquel que se halla justo en ese punto en todo momento.

15. a) La pelota se irá alejando en la profundidad con un movimiento totalmente vertical.

b) La pelota se irá acercando con un movimiento totalmente vertical.

c) La pelota se irá acercando progresivamente tanto horizontal como verticalmente.

d) La pelota se irá alejando en el sentido horizontal, pero seguirá acercándose en el eje vertical.

2 TRAYECTORIA, POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Pág. 224

16. Datos: $\vec{r} = (2t+2)\vec{i} + (4t^4 - 3t^2)\vec{j}$

a) Para encontrar la posición en los instantes 0 s y 2 s, sustituimos el tiempo en la expresión del vector de posición:

$$\vec{r}(0\ \text{s}) = (0+2)\vec{i} + (0-0)\vec{j} = 2\vec{i}\ \text{m}$$

$$\vec{r}(2\ \text{s}) = (4+2)\vec{i} + (64-12)\vec{j} = (6\vec{i} + 52\vec{j})\ \text{m}$$

b) El vector desplazamiento es la diferencia entre los vectores de posición final e inicial:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(2\ \text{s}) - \vec{r}(0\ \text{s}) = (6\vec{i} + 52\vec{j}) - 2\vec{i} = (4\vec{i} + 52\vec{j})\ \text{m}$$

17. Datos: $x_1 = (5,0)$; $x_2 = (2,2)$

La diferencia entre el vector de posición inicial y final será:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (2,2) - (5,0) = (-3,2)$$

— Esta diferencia es el desplazamiento que ha efectuado la hormiga. El desplazamiento coincide con el espacio recorrido siempre que la trayectoria tenga la dirección de la recta que une los puntos inicial y final y no se produzcan cambios de sentido.

18. Datos: movimiento rectilíneo; $x = -6 + 2t$ en el Sistema Internacional de Unidades (SI).

a) Inicialmente, es decir, en $t = 0$ s, el niño se encuentra en la posición:

$$x(0\ \text{s}) = -6 + 0 = -6\ \text{m} \rightarrow (-6,0)\ \text{m}$$

b) Se mueve en la dirección del eje X y con sentido positivo, ya que el factor que multiplica a t en la ecuación es positivo y, por lo tanto, a medida que pasa el tiempo, el valor de x crece.

c) Para conocer la posición a los 5 s, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento.

$$x(5\ \text{s}) = -6 + 2 \cdot 5 = 4\ \text{m} \rightarrow (4,0)\ \text{m}$$

d) La distancia recorrida será la diferencia entre la posición inicial y la final, ya que el movimiento es rectilíneo:

$$\Delta\vec{r} = (4,0) - (-6,0) = (4+6,0) = (10,0)\ \text{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left|\Delta\vec{r}\right| = 10\ \text{m}$$

19. Datos: $x = 4t + 2$; $y = 3t$ en unidades del SI

a) Sustituimos los tiempos en las ecuaciones para conocer el vector de posición en cada instante. Para $t = 0$ s:

$$\left.\begin{array}{l} x = 4 \cdot 0 + 2 = 0 \\ y = 3 \cdot 0 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \vec{r}_1(0\ \text{s}) = (2,0)\ \text{m}$$

Y para $t = 5$ s:

$$\left.\begin{array}{l} x = 4 \cdot 5 + 2 = 22 \\ y = 3 \cdot 5 = 15 \end{array}\right\} \rightarrow \vec{r}_2(5\ \text{s}) = (22,15)\ \text{m}$$

b) La distancia al origen es el módulo del vector de posición:

$$\left|\vec{r}(5\ \text{s})\right| = \sqrt{22^2 + 15^2} = 26{,}6\ \text{m}$$

c) Para conocer el vector desplazamiento, restamos las posiciones en el instante final e inicial:

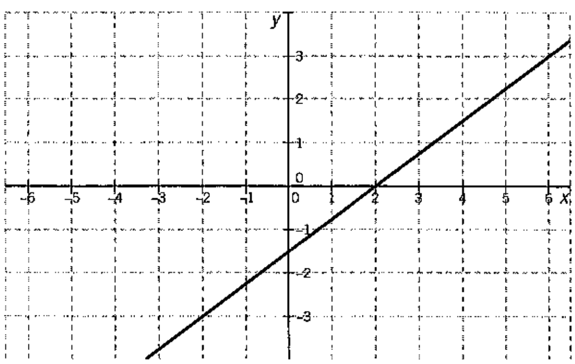
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(5\ \text{s}) - \vec{r}(0\ \text{s}) = (22,15) - (2,0) = (20,15)\ \text{m}$$

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25\ \text{m}$$

d) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de una de las dos ecuaciones paramétricas y sustituimos en la otra. Por ejemplo, aislamos t de la ecuación de x, y sustituimos el valor en la ecuación de y:

$$x = 4t + 2 \rightarrow t = \frac{x-2}{4}$$

$$y(x) = 3 \cdot \frac{x-2}{4}$$



20. Datos: $\vec{r} = 2t\vec{i} + (3t^2 + 2)\vec{j}$

a) En el instante inicial el tiempo es igual a 0. Por tanto, sustituimos este tiempo en la ecuación del movimiento:

$$\vec{r}(0\ \text{s}) = 2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j} = 2\vec{j}\ \text{m}$$

b) Como en el apartado anterior, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento de la pelota:

$$\vec{r}(3\ \text{s}) = 2 \cdot 3 + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j} = (6\vec{i} + 29\vec{j})\ \text{m}$$

c) La ecuación de la trayectoria es la ecuación de y en función de x.

Primero separamos la ecuación del movimiento en las dos componentes, x e y.

$$x(t) = 2t;\ y(t) = 3t^2 + 2$$

La ecuación que queremos obtener no debe estar en función del tiempo. Por tanto, aislamos t de una de las dos expresiones y sustituimos en la otra.

$$x(t) = 2t \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y(t) = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 = \frac{3x^2}{4} + 2$$

La trayectoria de la pelota es parabólica.

d) Calculamos el vector desplazamiento entre los instantes de tiempo 0 s y 3 s, y su módulo:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(3\text{s}) - \vec{r}(0\text{s}) = (2 \cdot 3\vec{i} + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j}) -$$

$$- (2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j}) = (6\vec{i} + 27\vec{j})\text{m}$$

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{6^2 + 27^2} = 28\ \text{m}$$

La distancia recorrida por el objeto será mayor que estos 28 m. En la figura se puede observar su trayectoria curvilínea y el vector desplazamiento rectilíneo.

21. Datos: 300 m oeste, 400 m norte

Si el excursionista vuelve al punto de partida, el origen coincide con el punto final y, por lo tanto, el desplazamiento es nulo (0 m).

Fijamos el origen de coordenadas en el punto A. Escogemos los ejes de tal manera que el sentido positivo de X es hacia el este y el de Y hacia el norte.

Expresamos cada movimiento en forma de vector:

$$\Delta\vec{r_1} = (-300,0)\ \text{m}$$

$$\Delta\vec{r_2} = (0,400)\ \text{m}$$

$$\Delta\vec{r_2} = ?$$

Conocemos los dos primeros movimientos y sabemos que el desplazamiento total tiene que ser cero. Por lo tanto:

$$\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2} + \Delta\vec{r_3} = 0$$

$$\Delta\vec{r_3} = -(\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2}) = -((-300,0) + (0,400)) = (300,-400)\ \text{m}$$

La distancia total será la suma de la distancia recorrida en cada tramo.

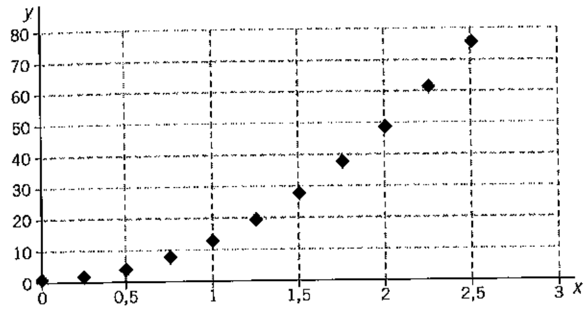
$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \left|\Delta\vec{r_1}\right| + \left|\Delta\vec{r_2}\right| + \left|\Delta\vec{r_3}\right| = 300 + 400 + \sqrt{300^2 + (-400)^2} =$$

$$= 300 + 400 + 500 = 1200\ \text{m}$$

22. Datos: 3 m × 3 m; $\vec{r}(t) = 0{,}05t\vec{i} + (1 + 0{,}03t^2)\vec{j}$ en unidades del SI. Sistema de referencia en la esquina.

Para representar la trayectoria, vamos tomando distintos valores de t y calculamos la posición para cada instante. De esta forma, elaboraremos una tabla con los puntos que tenemos que representar en la gráfica.

t	*x*	*y*
0	0	1
5	0,25	1,75
10	0,5	4
15	0,75	7,75
20	1	13
25	1,25	19,75
30	1,5	28
35	1,75	37,75
40	2	49
45	2,25	61,75
50	2,5	76



En la figura se puede observar que se trata de un movimiento curvilíneo. Puede llegarse a la misma conclusión hallando la ecuación de su trayectoria.

3 VELOCIDAD

Págs. 224 y 225

23. Datos: 100 km; 60 min; v = cte.

Planteamos la velocidad (km·min^{-1}) y aplicamos el cambio de unidades:

$$\vec{v} = \frac{100\ \cancel{\text{km}}}{60\ \cancel{\text{min}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}} = 27{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

24. Datos: $v_m = 90\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Como en el ejercicio anterior, aplicamos el cambio de variables.

$$v_m = 90\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = 25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

25. Datos:

Arriba-en medio→ 2 h a 50 km·h^{-1}

En medio-abajo → 1 h a 80 km·h^{-1}

Para conocer la velocidad media, calculamos el recorrido y la variación de tiempo total.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta r_1 = 50\ \text{km}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot 2\cancel{\text{h}} = 100\ \text{km} \\ \Delta r_2 = 80\ \text{km}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot 1\cancel{\text{h}} = 80\ \text{km} \end{array}\right\} \rightarrow \Delta r_t = 180\ \text{km}$$

$$\Delta t = 2\ \text{h} + 1\ \text{h} = 3\ \text{h}$$

Con estos datos, podemos calcular la velocidad media como:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{180\ \text{km}}{3\ \text{h}} = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

26. La diferencia entre la velocidad media y la instantánea es el intervalo de tiempo que analizan. La primera es la velocidad que deberían llevar los atletas para realizar la carrera en un determinado tiempo si se movieran a velocidad constante. Sin embargo, normalmente la velocidad varía según el momento de la carrera. De esta forma, los dos atletas pueden coincidir en velocidad instantánea en un tiempo determinado y, sin embargo, haber corrido a una velocidad media distinta.

27. Datos:

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (m)	0,0	3,0	12,0	27,0	45,0	75,0

En cada caso, calcularemos el intervalo de tiempo y la distancia recorrida en este intervalo. A partir de estos resultados, calculamos la velocidad media.

a) $\left.\begin{array}{l} \Delta r = 27{,}0\ \text{m} - 3{,}0\ \text{m} = 24\ \text{m} \\ \Delta t = 3\ \text{s} - 1\ \text{s} = 2\ \text{s} \end{array}\right\} \rightarrow v_m = \dfrac{\Delta r}{\Delta t} = \dfrac{24\ \text{m}}{2\ \text{s}} =$

$$= 12\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) $\left.\begin{array}{l} \Delta r = 75{,}0\ \text{m} - 12{,}0\ \text{m} = 63\ \text{m} \\ \Delta t = 5\ \text{s} - 2\ \text{s} = 3\ \text{s} \end{array}\right\} \rightarrow v_m = \dfrac{\Delta r}{\Delta t} = \dfrac{63\ \text{m}}{3\ \text{s}} =$

$$= 21\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

28. Datos: gráfico

a) Entre $t = 2$ s y $t = 5$ s

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(3 - 0{,}5)\,\text{m}}{3\ \text{s}} = 0{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En este caso, la velocidad media y la rapidez media tienen el mismo valor, ya que el recorrido sigue una trayectoria recta, sin cambios de sentido ni de dirección.

b) Entre el instante inicial y el final:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(0 - 0)\,\text{m}}{6\ \text{s}} = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3}{\Delta t} = \frac{3\ \text{m} + 0\ \text{m} + 3\ \text{m}}{6\ \text{s}} = \frac{6\ \text{m}}{6\ \text{s}} =$$

$$= 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En este caso, los dos resultados son distintos, ya que se producen cambios de sentido en la trayectoria.

29. Datos:

$\Delta r_1 = \Delta r_3 = 200$ m; $\Delta r_3 = 0$ m; $v_1 = 1{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;

$v_2 = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_2 = 2$ min; $v_3 = 1{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer el tiempo que ha transcurrido en total y la distancia recorrida.

Calculamos el tiempo que tarda en efectuar el primer tramo hasta la panadería:

$$t_1 = \frac{\Delta r_1}{v_1} = \frac{200\ \cancel{\mathrm{m}}}{1{,}4\ \cancel{\mathrm{m}}\cdot \mathrm{s^{-1}}} = 143\ \mathrm{s}$$

Sabemos que después permanece 2 min más en la panadería y finalmente regresa. Calculamos el tiempo que tarda en hacer el camino de vuelta:

$$t_3 = \frac{\Delta r_3}{v_3} = \frac{200\ \cancel{\mathrm{m}}}{1{,}8\ \cancel{\mathrm{m}}\cdot \mathrm{s^{-1}}} = 111\ \mathrm{s}$$

El tiempo total es:

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 = 143\ \mathrm{s} + 2\ \cancel{\mathrm{min}} \cdot \frac{60\ \mathrm{s}}{1\ \cancel{\mathrm{min}}} + 111\ \mathrm{s} = 374\ \mathrm{s}$$

La velocidad media es:

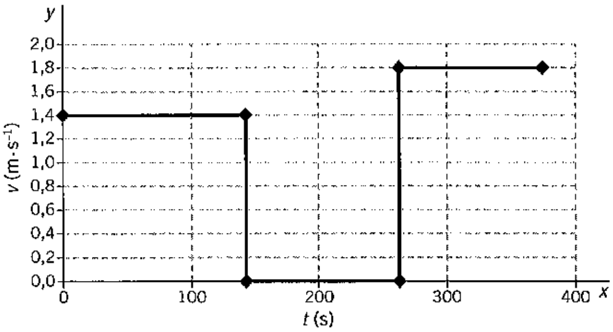
$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(200+200)\,\mathrm{m}}{374\ \mathrm{s}} = 1{,}1\ \mathrm{m\cdot s^{1}}$$

El desplazamiento es cero, ya que el punto inicial y el final son el mismo.

$$\Delta x = 200\ \mathrm{m} + 0\ \mathrm{m} - 200\ \mathrm{m} = 0\ \mathrm{m}$$

La longitud del recorrido es:

$$\Delta s = 200\ \mathrm{m} + 0\ \mathrm{m} + 200\ \mathrm{m} = 400\ \mathrm{m}$$



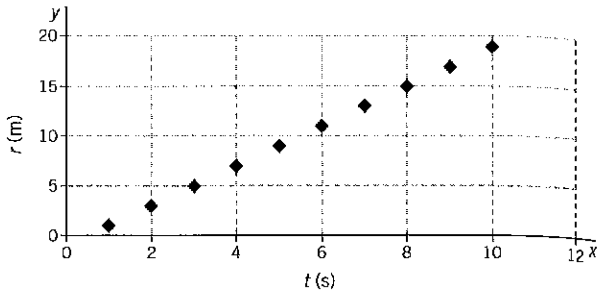
30. El cálculo de la velocidad media se efectuará utilizando la expresión $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$. En el caso de las velocidades medias de cada tramo, la variación de la posición será 10 m y la variación de tiempo será el tiempo registrado en cada control. Para calcular la velocidad media total, dividiremos 50 m entre el tiempo total, es decir, el registrado en el paso por el último control.

En la representación gráfica se podrá observar que los tramos con más pendiente son aquellos para los que hemos calculado velocidades medias mayores.

31. Se deberán reconocer las variaciones de velocidad en la gráfica. El alumno debe identificar las zonas horizontales de la gráfica como momentos en que el coche lleva una velocidad constante.

La velocidad media de un intervalo en que esta no sea constante aparece representada en la gráfica en un punto que puede coincidir o no con una velocidad que haya llevado en algún momento. Si la velocidad es constante en el intervalo, la velocidad media coincidirá con la instantánea.

32. Datos: $\vec{r} = (2t-1)\vec{i}$ en unidades del SI



Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer la variación de la posición del coche entre el instante t y un cierto instante posterior $t + \Delta t$.

$$\Delta\vec{r} = [2(t+\Delta t) - 1 - (2t-1)]\vec{i} = 2\Delta t\vec{i}$$

Ahora podemos calcular la velocidad media como cociente entre la variación de la posición hallada y el incremento de tiempo.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{2\cancel{\Delta t}\vec{i}}{\cancel{\Delta t}} = 2\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hay que hallar el límite de la expresión anterior para un incremento de tiempo que tiende a cero.

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} 2\vec{i} = 2\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Hemos aprovechado el resultado de la velocidad media. Como este no depende de la variación de tiempo, el resultado es el mismo.

33. Datos: $\vec{r}(t) = 6t^2\vec{i}$

a) Podemos calcular el vector velocidad media como cociente entre la variación de posición y el incremento de tiempo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(6\cdot 4^2\ \mathrm{s} - 6\cdot 1^2\ \mathrm{s})\vec{i}}{4\ \mathrm{s} - 1\ \mathrm{s}} = \frac{90}{3}\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} =$$

$$= 30\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) Utilizamos límites para calcular la velocidad instantánea, ya que tenemos que estudiar la variación de posición entre dos instantes infinitesimalmente cercanos:

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}(1\ \mathrm{s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(6(1+\Delta t)^2 - 6\cdot 1^2)\vec{i}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(6\Delta t^{\cancel{2}} + 12\cancel{\Delta t})\vec{i}}{\cancel{\Delta t}} = \lim_{\Delta t\to 0}(6\Delta t + 12)\vec{i} = 12\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

34. Datos: $x = 2t - 2$; $y = t$ unidades del SI

a) Las dos ecuaciones paramétricas son las componentes del vector de posición:

$$\vec{r}(t) = (2t-2)\vec{i} + t\vec{j}$$

b) Para encontrar la velocidad media entre los dos instantes, calculamos la variación de posición y tiempo:

$$\Delta\vec{r} = [(2\cdot 3-2)\vec{i}+3\vec{j}]-[(2\cdot 1-2)\vec{i}+1\vec{j}] = (4\vec{i}+2\vec{j})\text{ m}$$

$$\Delta t = 3\text{ s}-1\text{ s} = 2\text{ s}$$

Finalmente, calculamos la velocidad media:

$$\vec{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(4\vec{i}+2\vec{j})\text{ m}}{2\text{ s}} = (2\vec{i}+\vec{j})\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Calculamos la variación en la posición desde el instante inicial (5 s) hasta un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{r} = [(2\cdot(2+\Delta t)-2)\vec{i}+(2+\Delta t)\vec{j}]-[(2\cdot 2-2)\vec{i}+2\vec{j}] =$$

$$= (2\Delta t\vec{i}+\Delta t\vec{j})\text{ m}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hacemos el siguiente límite para un intervalo de tiempo tendiendo a cero:

$$\vec{v_i}(5\text{ s}) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}(2\text{ s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(2\cancel{\Delta t}\vec{i}+\cancel{\Delta t}\vec{j})\text{m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= (2\vec{i}+\vec{j})\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

35. Datos: $t_1 = 0$ s; $t_2 = 4$ s; véase el gráfico

Para calcular la velocidad media, observamos cuál ha sido el desplazamiento del atleta. En el instante 4, su posición es de 10 m, y se encuentra en el origen inicial. Por lo tanto:

$$\Delta r = 10\text{ m}-0\text{ m} = 10\text{ m}$$

Teniendo en cuenta que han pasado 4 s, la velocidad media es:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{10\text{ m}}{4\text{ s}} = 2{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En este caso, la velocidad media no coincidiría con la rapidez media, ya que el espacio recorrido es mayor que el desplazamiento total. Si calculamos la velocidad media entre los instantes inicial y 5 s, el resultado sería nulo, ya que el desplazamiento total es cero (los puntos inicial y final coinciden).

36. Datos: $x(t) = 3t^2-1$; $y(t) = t^2$

a) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de la ecuación de x y lo sustituimos en la otra ecuación.

$$x(t) = 3t^2-1 \rightarrow t = \sqrt{\frac{x+1}{3}}$$

$$y(x) = \frac{x+1}{3}$$

b) Calculamos la velocidad media entre los instantes 3 s y 1 s. Para ello, necesitamos la variación de posición entre estos dos momentos. El vector de posición será:

$$\vec{r}(t) = (3t^2-1)\vec{i}+t^2\vec{j}$$

Y la variación de posición:

$$\Delta\vec{r} = [(3\cdot 3^2-1)\vec{i}+3^2\vec{j}]-[(3\cdot 1^2-1)\vec{i}+1^2\vec{j}] =$$

$$= (26-2)\vec{i}+8\vec{j} = (24\vec{i}+8\vec{j})\text{ m}$$

La velocidad media será:

$$\vec{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(24\vec{i}+8\vec{j})\text{ m}}{3\text{ s}-1\text{ s}} = \frac{(24\vec{i}+8\vec{j})\text{ m}}{2\text{ s}} =$$

$$= (12\vec{i}+4\vec{j})\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Para conocer la velocidad instantánea, es necesario hallar la variación de posición entre dos instantes t y $t+\Delta t$.

$$\Delta\vec{r} = [(3\cdot(t+\Delta t)^2-1)\vec{i}+(t+\Delta t)^2\vec{j}]-[(3t^2-1)\vec{i}+t^2\vec{j}] =$$

$$= [(3\Delta t^2+6t\Delta t)\vec{i}+(\Delta t^2+2t\Delta t)\vec{j}]\text{ m}$$

Hallamos el límite del cociente de las variaciones de posición y tiempo para una variación de tiempo tendiendo a cero. Después, calculamos el módulo:

$$\vec{v_i} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[(3\Delta t^{\cancel{2}}+6t\cancel{\Delta t})\vec{i}+(\Delta t^{\cancel{2}}+2t\cancel{\Delta t})\vec{j}]\text{ m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}[(3\Delta t+6t)\vec{i}+(\Delta t+2t)\vec{j}]\text{ m}\cdot\text{s}^1 = (6t\vec{i}+2t\vec{j})\text{ m}\cdot\text{s}^1$$

$$v_i = \sqrt{(6t)^2+(2t)^2} = \sqrt{t^2(36+4)} = t\sqrt{40}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

4 ACELERACIÓN

Págs. 225 y 226

37. Datos: $v_1 = 16\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_1 = 28\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t = 3$ s

La aceleración media es la variación de velocidad en un cierto intervalo de tiempo dividida entre este mismo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{28\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}-16\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3\text{ s}} = \frac{12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3\text{ s}} = 4\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

38. Datos: $v_x = t^2$; $v_y = t^2-4t$; $t = 1{,}0$ s

El vector velocidad será:

$$\vec{v}(t) = (t^2, t^2-4t)\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La variación de velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta\vec{v}(t) = [(t+\Delta t)^2, (t+\Delta t)^2-4(t+\Delta t)]-(t^2, t^2-4t) =$$

$$= (\Delta t^2+2t\Delta t, \Delta t^2+2t\Delta t-4\Delta t)\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

A partir de la variación de velocidad, podemos calcular la aceleración de la siguiente manera:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\left(\Delta t^{\cancel{2}}+2t\cancel{\Delta t}, \Delta t^{\cancel{2}}+2t\cancel{\Delta t}-4\cancel{\Delta t}\right)\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta t+2t, \Delta t+2t-4\right)\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = \left(2t, 2t-4\right)\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Calculamos el módulo en $t = 1{,}0$ s:

$$a(1\text{ s}) = \sqrt{(2\cdot 1)^2+(2\cdot 1-4)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

39. La aceleración instantánea es la suma de una componente tangencial y una normal. En un movimiento rectilíneo la aceleración normal es nula (pues no varían ni la dirección ni el sentido de la velocidad) y, por lo tanto, la única componente de la aceleración instantánea será la tangencial.

40. Efectivamente, la dirección de la canica puede variar. La aceleración puede cambiar el módulo de la velocidad (hacer que vaya más rápido o más lento) y también su dirección y sentido. La componente normal (perpendicular a la trayectoria) es la responsable de las variaciones en la dirección de la trayectoria.

41. Datos: véase el gráfico

a) $t = 0$ s y $t = 2$ s.

La aceleración media es el cociente entre las variaciones de velocidad y de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(20-0)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\ \text{s}} = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) $t = 4$ s y $t = 8$ s.

Procedemos de manera análoga al apartado anterior:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(40-30)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{8\ \text{s} - 4\ \text{s}} = \frac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{4\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

42. Es posible que un móvil tenga una cierta aceleración y que, sin embargo, su velocidad sea nula.

Por ejemplo, cuando lanzamos una pelota al aire, esta lleva una velocidad cuyo módulo va decreciendo por la acción de la gravedad. Llega un punto en que la pelota llega a lo más alto de su trayectoria. En este instante su velocidad es nula, pero un instante más tarde vuelve a tener velocidad en sentido contrario. Durante todo el proceso, el movimiento de la pelota está acelerado por la acción de la gravedad.

43. Datos: $\vec{r} = (4-t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}$; $t = 1$ s

Para conocer la aceleración, debemos saber antes la velocidad de la pelota de tenis. Para ello, calculamos primero la variación del vector de posición y después la velocidad:

$$\Delta\vec{r} = [(4-(t+\Delta t))\vec{i} + ((t+\Delta t)^2 + 2(t+\Delta t))\vec{j}] -$$

$$-[(4-t)\vec{i} + (t^2+2t)\vec{j}] = [\Delta t\vec{i} + (2t\Delta t + \Delta t^2 + 2\Delta t)\vec{j}]\,\text{m}$$

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[\cancel{\Delta t}\vec{i} + (2t\cancel{\Delta t} + \Delta t^{\cancel{2}} + 2\cancel{\Delta t})\vec{j}]\,\text{m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}[\vec{i} + (2t + \Delta t + 2)\vec{j}]\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = [\vec{i} + (2t+2)\vec{j}]\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Seguidamente, calculamos la variación del vector velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta\vec{v} = [\vec{i} + (2(t+\Delta t)+2)\vec{j}] - [\vec{i} + (2t+2)\vec{j}] = 2\Delta t\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Finalmente, hallamos la aceleración:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2\cancel{\Delta t}\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} = 2\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Vemos que no depende del tiempo. Por tanto, para cualquier instante (también para 1,0 s), la aceleración es de 2 m·s^{-2} en la dirección del eje *Y*.

44. La aceleración no es constante. En el ejercicio anterior se ha visto que la velocidad depende del tiempo en un grado menos que el vector de posición. De la misma forma, la aceleración depende del tiempo en un grado menos que la velocidad. Así, en este caso, el vector de posición es de grado 3; por tanto, la velocidad será de grado 2 y, finalmente, la aceleración dependerá del tiempo de forma lineal (ecuación de primer grado).

45. Datos: $\vec{r} = 5t\vec{i} + 10t\vec{j}$

El vector de posición depende del tiempo de forma lineal (ecuaciones de grado 1). Sabemos que la velocidad dependerá del tiempo en un grado menos, en este caso, en grado cero. Es decir, la velocidad será independiente del tiempo; en otras palabras, será constante. La aceleración será nula. Por tanto, el movimiento será rectilíneo, ya que no se puede modificar su dirección si no es mediante una aceleración.

46. Datos: $R = 2$ m; $v = 12$ m·s^{-1}

Si la velocidad es constante, la aceleración tangencial será nula. Por tanto, solo tenemos que preocuparnos por la aceleración normal.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{12^2}{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 72\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

47. Datos: $R = 30$ m; $v = 15$ m·s^{-1}

Como en el ejercicio anterior, la velocidad del ciclista es constante. Por lo tanto, su aceleración tangencial es cero.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{30}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 7{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

48. Datos:

$R = 300$ m; $a \neq 0$ hasta $t = 23$ s; $v = 36$ km·h^{-1}

a) $t = 23$ s.

Para calcular la aceleración tangencial, utilizamos la variación de velocidad que ha sufrido el tren. Sabemos que en el instante inicial estaba en reposo y, por lo tanto, el incremento de velocidad será igual a la velocidad que lleva en el instante 23 s.

$$a_t = \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \frac{36\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}}{23\ \text{s}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$= 0{,}43$ m·s^{-2}

Calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}}{300\ \text{m}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$= 0{,}33$ m·s^{-2}

b) $t = 30$ s.

En este instante, la velocidad es constante. Por lo tanto, la aceleración tangencial es nula.

$$a_t = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración normal tiene el mismo valor que en el apartado anterior. Esto se debe a que ninguna de las variables de las que depende (velocidad y radio) se ha modificado.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36\ \cancel{\text{km}} \cdot \cancel{\text{h}^{-1}}}{300\ \text{m}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$$= 0{,}33\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

49. Datos: $R = 30$ m; $s = 10t^3 + 5$; $t = 2$ s

Primero hallamos la velocidad de la partícula:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[10 \cdot (2 + \Delta t)^3 + 5] - (10 \cdot 2^3 + 5)}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} 10\Delta t^2 + 30 \cdot 2^2 + 30 \cdot 2\Delta t = 120\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Finalmente, calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(120\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{30\ \text{m}} = 480\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

50. Datos: $\vec{r} = 5t\vec{i} + 50t^2\vec{j}$

La velocidad será:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[5(t + \Delta t)\vec{i} + 50(t + \Delta t)^2\vec{j}] - (5t\vec{i} + 50t^2\vec{j})}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \vec{i} + (50\Delta t + 100t)\vec{j} = (\vec{i} + 100t\vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y la aceleración:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[\vec{i} + 100(t + \Delta t)\vec{j}] - (\vec{i} + 100t\vec{j})}{\Delta t} =$$

$$= 100\vec{j}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por lo tanto, la velocidad varía según una aceleración de módulo constante; es decir, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

SÍNTESIS

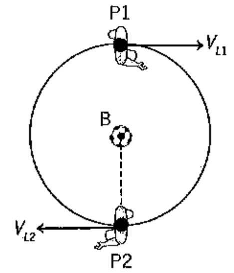
Pág. 226

51. a) En este caso, el movimiento observado será el mismo visto desde un sistema fijo en la plataforma que visto desde un observador ajeno a esta. Al no estar la plataforma en movimiento, en ambos casos se describirá un movimiento rectilíneo.

b) Al girar en sentido horario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la derecha.

c) Al girar en sentido antihorario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la izquierda.

Utilizaremos la siguiente figura para entender el efecto Coriolis a partir de los vectores de velocidad lineal. Como podemos ver, aunque la pelota sea lanzada en línea recta, el movimiento de la plataforma impedirá que esta llegue a su destino.



P1: persona 1
P2: persona 2
B: balón

52. Datos:

$x = a + bt + ct^2$;

$a = 2{,}25$ m; $b = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $c = -1{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

a) Debemos encontrar el instante en el que está parado, es decir, un tiempo que haga que el vector velocidad sea nulo. En primer lugar, hallamos el vector velocidad:

$$\Delta x = a + b(t + \Delta t) + c(t + \Delta t)^2 - (a + bt + ct^2) =$$

$$= b\Delta t + c\Delta t^2 + 2ct\Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{b\cancel{\Delta t} + c\Delta t^{\cancel{2}} + 2ct\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} b + c\Delta t + 2ct = (b + 2ct)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Igualamos la velocidad a cero, despejamos el tiempo y sustituimos las constantes por su valor:

$$b + 2ct = 0 \rightarrow t = \frac{-b}{2c} = \frac{-4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot (-1)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2\ \text{s}$$

b) Cuando pasa por el origen x, es nula. Igualamos la ecuación y despejamos t.

$$x = a + bt + ct^2 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ca}}{2c} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2{,}25 \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} =$$

$$= 4{,}5\ \text{s}$$

Hemos elegido la solución positiva, ya que la negativa no tiene sentido físico en el contexto.

c) El alejamiento máximo se dará cuando la velocidad sea nula, es decir, en el instante 2 s.

$$x(2\ \text{s}) = 2{,}25 + 4{,}0 \cdot 2 + (-1{,}0) \cdot 2^2 = 6{,}3\ \text{m}$$

53. En el contexto de los accidentes de tráfico, la distancia de reacción es el espacio que recorre el coche desde que el conductor percibe un estímulo (p. ej., que el coche de delante frena) hasta que iniciamos un movimiento de respuesta, es decir, pisamos el pedal de freno.

La distancia de frenado es la distancia que recorre el coche a partir del momento en que se pisa el pedal de freno hasta que se detiene.

Finalmente, la distancia de parada es la distancia que recorre el vehículo desde que el conductor percibe el estímulo que le hace frenar, hasta el momento en que el coche se detiene.

a) El alumno debe detectar las coincidencias y diferencias entre sus conocimientos previos y los hallados en Internet.

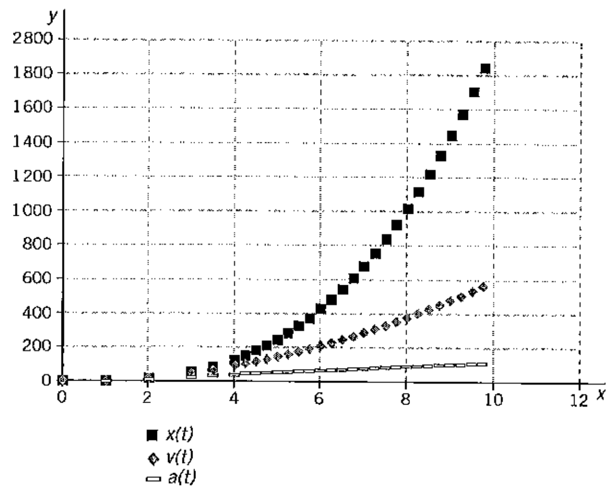
b) Estas distancias son importantes a la hora de tomar medidas para evitar accidentes de tráfico. La distancia entre coches a la que se debe conducir tiene que ser mayor que la de parada. De esta forma, en caso de frenado repentino, el coche se detendrá antes de chocar con el de delante.

La distancia de parada es la suma de la de reacción y la de frenado.

c) Se puede proponer una puesta en común en pequeños grupos de 4 o 5 alumnos en que cada uno exprese sus dudas y preguntas en relación con el asunto.

— Se trata de velocidades instantáneas. Se imponen para minimizar el riesgo de accidente de tráfico. Cuanto mayor es la velocidad, mayor es la distancia de parada, ya que, aunque el tiempo de reacción es el mismo, no lo es el de frenada.

54. Datos: $x(t) = 2t^3 - t + 4$



La trayectoria de la partícula sigue la forma de una ecuación hiperbólica. La velocidad es la de una parabólica, y la aceleración depende linealmente del tiempo.

55. Datos: $\vec{r} = 2t^2\vec{i} - (t-4)\vec{j}$

a) La velocidad media entre 2 s y 4 s será:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{[2 \cdot 4^2, -(4-4)] - [2 \cdot 2^2, -(4-2)]}{(4-2)}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} =$$

$$= \frac{(24,-2)}{2\ \mathrm{s}}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = (12,-1)\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La velocidad instantánea se calcula mediante un límite para un intervalo de tiempo que tiende a cero. Primero calculamos la variación del vector de posición.

$$\Delta\vec{r} = [2(t+\Delta t)^2\vec{i} - ((t+\Delta t)-4)\vec{j}] - [2t^2\vec{i} - (t-4)\vec{j}] =$$

$$= (4t\Delta t + 2\Delta t^2)\vec{i} - \Delta t\vec{j}$$

Finalmente, calculamos la velocidad instantánea.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(4t\cancel{\Delta t} + 2\Delta t^{\cancel{2}})\vec{i} - \cancel{\Delta t}\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0}(4t + 2\Delta t)\vec{i} - \vec{j} = (4t\vec{i} - \vec{j})\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) Calculamos la aceleración de forma parecida al procedimiento que hemos seguido para averiguar la velocidad. Primero, hallamos la variación de velocidad:

$$\Delta\vec{v} = [4 \cdot (t+\Delta t)\vec{i} - \vec{j}] - (4t\vec{i} - \vec{j}) = 4\Delta t\vec{i}$$

Finalmente, calculamos la aceleración, que es constante:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{4\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 4\vec{i}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

d) Dado que se trata de un movimiento rectilíneo, no existe aceleración normal. Por lo tanto, la aceleración total será igual a la tangencial.

$$|\vec{a}_t| = |4\vec{i}|\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Evaluación (Pág. 228)

1. a) Falso. El movimiento de los objetos depende del punto de vista desde el que se observe y, por lo tanto, dependerá del sistema de referencia utilizado.

b) Cierto.

c) Cierto.

d) Falso. Según el principio de relatividad de Galileo, en todos los sistemas de referencia inerciales se cumplen las leyes de la mecánica y, por lo tanto, el movimiento de un móvil será distinto si lo describimos desde dos sistemas de referencia inerciales distintos.

2. a) El nadador verá la piedra a su lado en reposo, puesto que está descendiendo a la misma velocidad y con la misma aceleración que ella. Se trata de un sistema de referencia no inercial, puesto que tiene aceleración.

b) La verá describir un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en el eje vertical. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que está en reposo.

c) La verá caer de manera parabólica, es decir, a medida que caiga estará más cerca de ella tanto horizontal como verticalmente. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que se mueve en línea recta a velocidad constante.

3. La distancia que recorre un coche de Fórmula 1 es la trayectoria. Por tanto, la respuesta correcta es la a).

El vector desplazamiento es la distancia entre el punto inicial y el final. La posición final es el vector con origen en el punto (0, 0) y final en la posición final.

4. Datos: $\vec{r}_1 = (-300, 0)$ m; $\vec{r}_2 = (0, 400)$ m; $\vec{r}_3 = (600, 0)$ m

El desplazamiento será:

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3| = |(-300,0)\ \mathrm{m} + (0,400)\ \mathrm{m} + (600,0)\ \mathrm{m}| =$$

$$= |(300,400)\ \mathrm{m}| = \sqrt{300^2 + 400^2}\ \mathrm{m} = 500\ \mathrm{m}$$

El espacio recorrido:

$$\Delta s = |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| + |\vec{r}_3| = |(-300,0)\ \mathrm{m}| + |(0,400)\ \mathrm{m}| +$$

$$+ |(600,0)\ \mathrm{m}| = (300 + 400 + 600)\ \mathrm{m} = 1300\ \mathrm{m}$$

5. Datos: $\vec r = (t-1)\vec i - 2t\vec j$; $t = 0$ s; $t = 2$ s

Tenemos que calcular la variación del vector de posición:

$$|\Delta\vec r| = |\vec r(2\text{ s}) - \vec r(0\text{ s})| = \left|(2-1)\vec i - 2\cdot 2\vec j - \left[(0-1)\vec i - 2\cdot 0\vec j\right]\right| =$$

$$= |2\vec i - 4\vec j| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 4{,}5\text{ m}$$

6. Datos:

$v_1 = 50\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_2 = 100\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_3 = 120\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

$t_1 = 1$ h; $t_2 = 1$ h; $t_3 = 3$ h

La distancia total recorrida será la suma de las distancias recorridas en cada tramo:

$$\Delta x = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = v_1 = 50\cdot 1 + 100\cdot 1 + 120\cdot 3 =$$

$$= 510\text{ km}$$

La velocidad media será la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{510\text{ km}}{(1+1+3)\text{ h}} = 102\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

7. La aceleración es el cociente entre la variación de velocidad y la de tiempo.

A partir de la gráfica, tomamos dos puntos cualesquiera y calculamos las variaciones de velocidad y tiempo entre los dos puntos. Por ejemplo, tomamos los puntos (0, 7) y (5, 21).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(21-7)\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot\dfrac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\dfrac{1000\text{ m}}{1\ \cancel{\text{km}}}}{(5-0)\text{ s}} =$$

$$= 0{,}78\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

8. Datos: $v = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t = 5$ s; $t = 25$ s

Para empezar, calculamos el espacio recorrido por el atleta más lento en el momento en que es alcanzado por el otro. El tiempo total transcurrido serán los 5 s que tarda en salir más los 25 s que tarda en alcanzarlo.

$$r(25\text{ s}) = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot(5+25)\text{ s} = 180\text{ m}$$

Así pues, sabemos que el segundo atleta tiene que recorrer esta distancia en un tiempo de 25 s. La velocidad que debe llevar será:

$$v_2 = \frac{180\text{ m}}{25\text{ s}} = 7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

9. Datos: $\vec r(t) = (t^2 - 5)\vec i + t\vec j$; $t = 3$ s

— Para empezar, hallamos la expresión de la variación del vector de posición para este instante de tiempo:

$$\Delta\vec r(3\text{ s}) = ((3+\Delta t)^2 - 5)\vec i + (3+\Delta t)\vec j - \left[(3^2-5)\vec i + 3\vec j\right] =$$

$$= (6\Delta t + \Delta t^2)\vec i + \Delta t\vec j$$

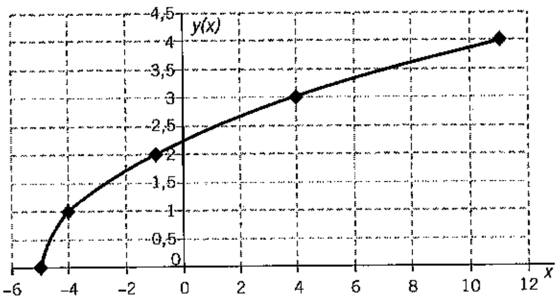
Calculamos la velocidad instantánea y su módulo:

$$\vec v(3\text{ s}) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(6\cancel{\Delta t} + \Delta t^{\cancel{2}})\vec i + \cancel{\Delta t}\vec j}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(6+\Delta t)\vec i + \vec j = (6\vec i + \vec j)\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v(3\text{ s}) = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37} = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Trayectoria



10. Datos: $\Delta v = 334\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\Delta t = 30{,}0$ s

Primero, expresamos los datos en unidades del SI:

$$334\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = 92{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La aceleración media será la variación de velocidad dividida por la variación de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{92{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{30{,}0\text{ s}} = 3{,}09\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

11. Datos: $\vec v(t) = (3t^2 - 2)\vec i + 4t\vec j$; $t = 2$ s

Calculamos la expresión de la variación de velocidad para el instante $t = 2$ s:

$$\Delta\vec v(2\text{ s}) = [3\cdot(2+\Delta t)^2 - 2]\vec i + 4\cdot(2+\Delta t)\vec j -$$

$$-\left[(3\cdot 2^2 - 2)\vec i + 4\cdot 2\vec j\right] = (12\Delta t + 3\Delta t^2)\vec i + 4\Delta t\vec j$$

Hallamos el vector aceleración y su módulo:

$$\vec a(2\text{ s}) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec v(2\text{ s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(12\cancel{\Delta t} + 3\Delta t^{\cancel{2}})\vec i + 4\cancel{\Delta t}\vec j}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(12 + 3\Delta t)\vec i + 4\vec j = 12\vec i + 4\vec j\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$|\vec a(2\text{ s})| = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

12. Datos: $R = 3{,}0$ m; $v = 0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

La aceleración normal será:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{3{,}0\text{ m}} = 5{,}9\cdot 10^{-2}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial, es decir, la que tiene una dirección tangente a la trayectoria, será:

$$a_t = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial es nula, ya que la velocidad del niño es constante y, por lo tanto, su variación es cero. El niño ve que la pelota se desvía de su trayectoria porque se encuentra sometido a una aceleración, tratándose, por tanto, de un sistema de referencia no inercial.

Zona + (Pág. 229)

— *El universo se expande, ¿a qué velocidad?*

- La constante de Hubble (Ho), el factor de proporcionalidad entre velocidad de recesión y distancia de las galaxias, es uno de los parámetros fundamentales del universo y permite, en particular, determinar la edad del universo, como vamos a verlo.

  El valor propuesto en los últimos años para la constante de Hubble es de 71 $km \cdot s^{-1} \cdot Mpc$, al 5 % aproximadamente.

- El fundamento del modelo propuesto es la expansión de todos los espacios de la capa actual un 5 % respecto a la capa original. Este aspecto simula la expansión que ha tenido el universo desde su origen hasta la actualidad. Al unir un punto de la capa actual con la capa original, se aprecia como si el universo se estuviera expandiendo desde ese punto, debido a que todos los demás puntos estarán separados un 5 % respecto a sus originales. Esto sucede de igual forma independientemente del punto de referencia que se escoja.

8 El movimiento

En contexto (Pág. 211)

a.

- Se espera que los alumnos reflexionen sobre los conceptos velocidad (máxima/promedio/instantánea), aceleración, tiempo de reacción.
- Ver punto anterior.
- El tiempo de reacción es el tiempo que pasa desde que se recibe un estímulo sensorial (sonido, imagen, temperatura, etc.) hasta que se inicia un movimiento de respuesta (por ejemplo, el pequeño instante que se tarda en apartar la mano del fuego después de percibir la alta temperatura o la fracción de segundo que pasa entre que se observa una pelota dirigiéndose hacia nosotros y se inicia el movimiento para esquivarla).

b.

- Mach es una unidad de velocidad relativa que expresa la relación entre una cierta velocidad y la velocidad del sonido en el medio en que nos encontramos. Así pues, se define mediante la ecuación:

$$M = \frac{v}{v_s}$$

Donde V es la velocidad del cuerpo que debe analizarse y V_s, la velocidad del sonido en el medio en el que se mueve el cuerpo.

Una velocidad de mach 7 equivale a 7 veces la velocidad del sonido, que en el aire es de 1234,8 km · h^{-1}. Esto es:

$$v = 7 \cdot v_s = 7 \cdot 1234{,}8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} =$$
$$= 8643{,}6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

- Los límites de la velocidad han evolucionado desde los 9 km · h^{-1} que alcanzaban los animales en el siglo XIX, pasando por la locomotora del siglo XX, que se desplazaba a unos 90 km · k^{-1}, hasta llegar a los 900 km · h^{-1} que alcanza un avión intercontinental en el siglo XXI. Siguiendo esta tendencia, se espera llegar a los 9000 km · k^{-1} en el siglo XXII.

Internet (Pág. 216)

La trayectoria se va dibujando en color azul al paso del punto. La longitud de esta es la **distancia** recorrida.

El vector rojo con origen en el punto inicial y final en el punto que se desplaza es el **vector desplazamiento.**

Se puede observar que la distancia va aumentando a medida que el punto se desplaza, mientras que el vector desplazamiento puede incrementar o disminuir en función de si nos alejamos o acercamos al punto inicial.

Internet (Pág. 217)

Para hallar la velocidad media, basta con conocer los puntos inicial y final y el tiempo total. En cambio, para calcular la rapidez media, debemos conocer toda la trayectoria del cuerpo.

Si la trayectoria es rectilínea y no se efectúa ningún cambio de sentido, entonces la rapidez y la velocidad media coinciden.

INTERNET (Pág. 221)

Se observa que la dirección del vector verde (aceleración tangencial) va variando a causa del efecto de la aceleración normal (vector rojo). De esta forma, se dibuja una trayectoria circular.

Problemas resueltos (Págs. 222 y 223)

1. Datos: $x(t) = 2t^2$, $y(t) = 3t^2 - 1$

Despejamos la variable t de la primera ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{x}{2}}$$

Sustituimos t en la segunda ecuación para obtener la ecuación de la trayectoria:

$$y = 3 \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^2 - 1 = \frac{3 \cdot x}{2} - 1$$

Observamos que no depende del tiempo, como esperábamos. El vector de posición, en cambio, sí que depende del tiempo, ya que determina el punto del espacio en que se encuentra el móvil para un instante de tiempo dado:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = 2t^2\vec{i} + (3t^2 - 1)\vec{j}$$

2. Datos: $\vec{r}(t) = (30t, 40t - 5t^2)$

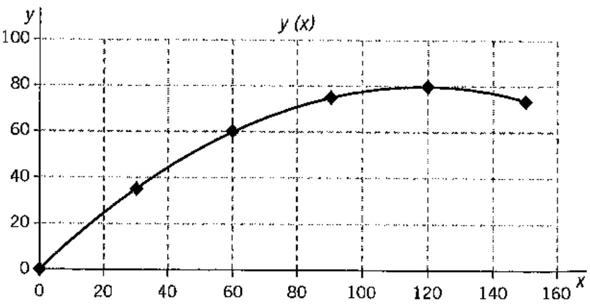
A partir de la ecuación del movimiento dada, podemos expresar las ecuaciones paramétricas del movimiento de la siguiente forma:

$x(t) = 30t$

$y(t) = 40t - 5t^2$

Aislamos la t en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$t = \frac{x}{30} \rightarrow y = 40 \cdot \frac{x}{30} - 5 \cdot \left(\frac{x}{30}\right)^2 = \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{180}$$



3. Datos:

Tiempo (s)	Posición (m)
20	50
30	70
40	60
50	10

La velocidad media se calcula mediante la expresión:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En cada caso, calcularemos los incrementos de x y de t:

a) Entre $t = 20$ s y $t = 30$ s:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= x(30) - x(20) = 70\text{ m} - 50\text{ m} = 20\text{ m}\\ \Delta t &= 30\text{ s} - 20\text{ s} = 10\text{ s}\end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{20\text{ m}}{10\text{ s}} = 2{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Entre $t = 20$ s y $t = 40$ s:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= x(40) - x(20) = 60\text{ m} - 50\text{ m} = 10\text{ m}\\ \Delta t &= 40\text{ s} - 20\text{ s} = 20\text{ s}\end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{10\text{ m}}{20\text{ s}} = 0{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Entre $t = 20$ s y $t = 50$ s:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= x(50) - x(20) = 10\text{ m} - 50\text{ m} = -40\text{ m}\\ \Delta t &= 50\text{ s} - 20\text{ s} = 30\text{ s}\end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-40\text{ m}}{30\text{ s}} = -1{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

d) Entre $t = 30$ s y $t = 40$ s:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= x(40) - x(30) = 60\text{ m} - 70\text{ m} = -10\text{ m}\\ \Delta t &= 40\text{ s} - 30\text{ s} = 10\text{ s}\end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-10\text{ m}}{10\text{ s}} = -1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

e) Entre $t = 40$ s y $t = 50$ s:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x &= x(50) - x(40) = 10\text{ m} - 60\text{ m} = -50\text{ m}\\ \Delta t &= 50\text{ s} - 40\text{ s} = 10\text{ s}\end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-50\text{ m}}{10\text{ s}} = -5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

4. Datos: $\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$

a) Consideramos la posición del objeto en el instante t y en un instante cercano $t + \Delta t$:

$$\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(t + \Delta t) = [3(t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j}$$

Calculamos la variación de posición entre los dos instantes:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = [3\cdot(t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j} - (3t^2 + 1)\vec{j} =$$

$$= (3\cdot\Delta t^2 + 6\cdot t\cdot\Delta t)\vec{j}$$

La velocidad instantánea será:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(3\cdot\Delta t^2 + 6\cdot t\cdot\Delta t)\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(3\cdot\Delta t^{\cancel{2}} + 6\cdot t\cdot\cancel{\Delta t})\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(3\cdot\Delta t + 6\cdot t)\vec{j} = 6\cdot t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Para calcular la velocidad instantánea, sustituimos el tiempo en la ecuación anterior:

$$\vec{v}(2\text{s}) = 6\cdot 2\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 12\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Como solo tiene una componente, el módulo es:

$$v = 12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. Datos: $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$

Calculamos los vectores velocidad y aceleración mediante estas expresiones:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad ; \quad \vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Para calcular la velocidad, consideramos el vector de posición para un instante t y para otro muy próximo $t + \Delta t$:

$$\overline{\Delta r}(t) = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) =$$

$$= 5(t + \Delta t)\vec{i} + [40 - 5(t + \Delta t)^2]\vec{j} - [5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}] =$$

$$= 5\Delta t\vec{i} - (5\Delta t^2 - 10t\Delta t)\vec{j}$$

Calculamos la velocidad:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{5\cancel{\Delta t}\vec{i} + (5\Delta t^{\cancel{2}} - 10t\cancel{\Delta t})\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}5\vec{i} + (5\Delta t - 10t)\vec{j} = 5\vec{i} - 10t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Siguiendo un procedimiento análogo, para el cálculo de la aceleración consideramos la variación del vector velocidad de dos instantes muy próximos:

$$\overline{\Delta v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) =$$

$$5\vec{i} - 10(t + \Delta t)\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - (5\vec{i} - 10t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}) =$$

$$= -10\Delta t\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Finalmente, utilizando la expresión dada al inicio de la resolución, obtenemos:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{-10\cancel{\Delta t}\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} = -10\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

6. Datos: $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$

a) El desplazamiento entre $t = 6$ s y $t = 3$ s será la variación del vector de posición entre estos instantes:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(6s) - \vec{r}(3s) =$$

$$= [(12s)\vec{i} + [1 - (6s)^2]\vec{j}] - [(6s)\vec{i} + [1 - (3s)^2]\vec{j}] =$$

$$= (12 - 6)\vec{i} + (-35 + 8)\vec{j} = 6\vec{i} - 27\vec{j}\ \text{m}$$

b) Para calcular el módulo de la velocidad, calculamos primero el vector velocidad. Para ello, necesitamos conocer la variación de la posición entre el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = [2(t + \Delta t), 1 - (t + \Delta t)^2] -$$

$$- (2t, 1 - t^2) = (2\Delta t, - \Delta t^2 - 2t\,\Delta t)\ \text{m}$$

Ahora podemos calcular la velocidad y su módulo:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(2\cancel{\Delta t}, - \Delta t^{\cancel{2}} - 2t\cancel{\Delta t})}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} (2, - \Delta t - 2t) = (2, - 2t)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{v}(5s) = (2, - 10)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-10)^2} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Seguimos un procedimiento análogo para calcular el módulo de la aceleración. Primero buscamos la variación de la velocidad en el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = [2, - 2(t + \Delta t)] - (2, - 2t) =$$

$$= (0, - 2\Delta t)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Calculamos la aceleración y su módulo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(0, - 2\cancel{\Delta t})}{\cancel{\Delta t}} = -2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2} = 2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

7. Datos:

$$R = 20\ \text{cm};\ v = 20t^2\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1};\ |\vec{a}_t| = 40t\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2};\ t = \frac{2}{3}\ \text{s}$$

Para calcular el módulo de la aceleración total, necesitamos conocer las aceleraciones tangencial y normal.

Calculamos la aceleración tangencial en $t = \frac{2}{3}$ s sustituyendo en la ecuación el enunciado para la aceleración tangencial:

$$\left|\vec{a}_t\left(\frac{2}{3}\text{s}\right)\right| = 40 \cdot \frac{2}{3}\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 27\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para obtener la aceleración normal, utilizamos el radio de la trayectoria:

$$\left|\vec{a}_n\left(\frac{2}{3}\text{s}\right)\right| = \frac{\left(20 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{20\ \text{cm}} = 20 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} =$$

$$= 4\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Ahora podemos calcular la aceleración total:

$$|\vec{a}| = \sqrt{27^2 + 4^2}\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 27\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para calcular el ángulo que forma con el vector velocidad, hay que tener en cuenta que este tiene una dirección tangencial a la trayectoria.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{4}{27}\right) = 81°$$

8. Datos: $\vec{v} = 20\vec{i} + (40 - 10t)\vec{j}$; $t = 1$ s

a) Para calcular el vector velocidad en $t = 1$ s, sustituimos en la expresión dada:

$$\vec{v}(1\ \text{s}) = 20\vec{i} + (40 - 10 \cdot 1)\vec{j} = (20, 30)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Para calcular la aceleración, consideramos la variación de velocidad entre el instante $t = 1$ s y un instante inmediatamente posterior.

$$\Delta v = (20, 40 - 10 \cdot 1) - (20, 40 - 10 \cdot (1 + \Delta t)) =$$

$$= (0, - 10\Delta t)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

A continuación, podemos calcular la aceleración.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(0, -10\Delta t)}{\Delta t} = (0, -10)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) Sabemos que $|\vec{a}_n| = |\vec{a}| \cdot \cos\varphi$, donde φ es el ángulo entre las aceleraciones total y normal.

$$\tan\varphi = \frac{v_y(1\ \text{s})}{v_x(1\ \text{s})} = \frac{30}{20} \rightarrow \varphi = 56°$$

Finalmente, podemos calcular las dos componentes de la aceleración total:

$$a_n = a \cdot \cos(\varphi) = 10 \cdot \cos(56°) = 5{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_t = a \cdot \sin(\varphi) = 10 \cdot \sin(56°) = 8{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

d) Podemos calcular el radio de curvatura a partir de la aceleración normal.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$$

$$R = \frac{\left(\sqrt{20^2 + 30^2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{5{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = 6{,}5\ \text{m}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 224 a 226)

1 MOVIMIENTO Y SISTEMAS DE REFERENCIA — Pág. 224

9. Un sistema de referencia es un punto o conjunto de puntos respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos. Se dice que el movimiento es relativo, ya que depende del sistema de referencia que estemos utilizando para medirlo. Así, si respecto al movimiento de un tren escogemos como sistema de referencia los bancos del andén, el tren se moverá. En cambio, si cogemos como sistema de referencia los asientos del tren, este no se moverá.

Según el principio de relatividad de Galileo, todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes entre sí, y es imposible distinguir mediante experimentos físicos si un sistema de referencia inercial se mueve o está en reposo. Por este motivo, no podemos afirmar que todos los objetos están en movimiento.

10. Respuesta sugerida: estando en el interior de un autobús, podríamos escoger cualquier objeto fijo del exterior (p. ej., una farola). Tomando como sistema de referencia este objeto, si vemos que este se mueve, querrá decir que el autobús está en movimiento.

11. Supongamos que el péndulo oscila en una dirección paralela a la trayectoria del coche, es decir, hacia delante y hacia atrás en lugar de lateralmente.

Desde el interior del coche, el péndulo se desplaza a la misma velocidad hacia delante y hacia atrás. En los dos casos, el péndulo parte del reposo, aumenta su velocidad hasta llegar a un máximo y, seguidamente, se desacelera para llegar al punto más alto y volver a empezar el ciclo en sentido contrario. El observador que se encuentra en el coche ve, pues, que el péndulo avanza y retrocede.

Desde el exterior del vehículo, en cambio, se observan unas velocidades mucho mayores cuando el péndulo se desplaza hacia delante. Esto se debe a que la base del péndulo se desplaza a la velocidad del coche y a que esta se suma a la velocidad que lleva el extremo oscilante.

Cuando el péndulo se desplaza hacia atrás del vehículo, se observa que avanza a velocidad inferior; pero no retrocede. Esto sucede siempre que la velocidad del coche sea superior a la del péndulo.

12. Sabemos que los sistemas de referencia inerciales están en reposo o se mueven en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial. Conociendo esto:

a) Es un sistema de referencia no inercial, ya que la trayectoria es curvilínea.

b) Es un sistema de referencia inercial, ya que se mueve a velocidad constante.

c) Es un sistema de referencia inercial, ya que se encuentra en reposo.

d) Es un sistema de referencia inercial, suponiendo que se mueven a velocidad constante.

e) Es un sistema de referencia no inercial, ya que la atracción se moverá a diferentes velocidades en sus distintos tramos.

f) Es un sistema de referencia no inercial, ya que el transbordador se moverá a diferentes velocidades a lo largo del lanzamiento.

g) Es un sistema de referencia no inercial, puesto que la trayectoria es curvilínea.

13. El saco caerá junto a la base del mástil, pues su velocidad inicial es la misma que la del barco.

14. Para determinar si un objeto se mueve o no, necesitamos fijar un punto de referencia. Es decir, tenemos que preguntarnos respecto a qué se mueve o no el objeto. Siempre se podrá elegir un observador para el cual un objeto tenga un movimiento relativo. Evidentemente, el único objeto que no puede estar en movimiento respecto a un punto es aquel que se halla justo en ese punto en todo momento.

15. a) La pelota se irá alejando en la profundidad con un movimiento totalmente vertical.

b) La pelota se irá acercando con un movimiento totalmente vertical.

c) La pelota se irá acercando progresivamente tanto horizontal como verticalmente.

d) La pelota se irá alejando en el sentido horizontal, pero seguirá acercándose en el eje vertical.

2 TRAYECTORIA, POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Pág. 224

16. Datos: $\vec{r} = (2t + 2)\vec{i} + (4t^4 - 3t^2)\vec{j}$

a) Para encontrar la posición en los instantes 0 s y 2 s, sustituimos el tiempo en la expresión del vector de posición:

$$\vec{r}(0\ \text{s}) = (0 + 2)\vec{i} + (0 - 0)\vec{j} = 2\vec{i}\ \text{m}$$

$$\vec{r}(2\ \text{s}) = (4 + 2)\vec{i} + (64 - 12)\vec{j} = (6\vec{i} + 52\vec{j})\ \text{m}$$

b) El vector desplazamiento es la diferencia entre los vectores de posición final e inicial:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(2\ \text{s}) - \vec{r}(0\ \text{s}) = (6\vec{i} + 52\vec{j}) - 2\vec{i} = (4\vec{i} + 52\vec{j})\ \text{m}$$

17. Datos: $x_1 = (5,0)$; $x_2 = (2,2)$

La diferencia entre el vector de posición inicial y final será:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (2,2) - (5,0) = (-3,2)$$

— Esta diferencia es el desplazamiento que ha efectuado la hormiga. El desplazamiento coincide con el espacio recorrido siempre que la trayectoria tenga la dirección de la recta que une los puntos inicial y final y no se produzcan cambios de sentido.

18. Datos: movimiento rectilíneo; $x = -6 + 2t$ en el Sistema Internacional de Unidades (SI).

a) Inicialmente, es decir, en $t = 0$ s, el niño se encuentra en la posición:

$$x(0\ \text{s}) = -6 + 0 = -6\ \text{m} \rightarrow (-6,0)\ \text{m}$$

b) Se mueve en la dirección del eje X y con sentido positivo, ya que el factor que multiplica a t en la ecuación es positivo y, por lo tanto, a medida que pasa el tiempo, el valor de x crece.

c) Para conocer la posición a los 5 s, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento.

$$x(5\ \text{s}) = -6 + 2 \cdot 5 = 4\ \text{m} \rightarrow (4,0)\ \text{m}$$

d) La distancia recorrida será la diferencia entre la posición inicial y la final, ya que el movimiento es rectilíneo:

$$\Delta\vec{r} = (4,0) - (-6,0) = (4+6,0) = (10,0)\ \text{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow |\Delta\vec{r}| = 10\ \text{m}$$

19. Datos: $x = 4t + 2$; $y = 3t$ en unidades del SI

a) Sustituimos los tiempos en las ecuaciones para conocer el vector de posición en cada instante. Para $t = 0$ s:

$$\left.\begin{aligned} x &= 4 \cdot 0 + 2 = 0 \\ y &= 3 \cdot 0 = 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \vec{r}_1(0\ \text{s}) = (2,0)\ \text{m}$$

Y para $t = 5$ s:

$$\left.\begin{aligned} x &= 4 \cdot 5 + 2 = 22 \\ y &= 3 \cdot 5 = 15 \end{aligned}\right\} \rightarrow \vec{r}_2(5\ \text{s}) = (22,15)\ \text{m}$$

b) La distancia al origen es el módulo del vector de posición:

$$|\vec{r}(5\ \text{s})| = \sqrt{22^2 + 15^2} = 26{,}6\ \text{m}$$

c) Para conocer el vector desplazamiento, restamos las posiciones en el instante final e inicial:

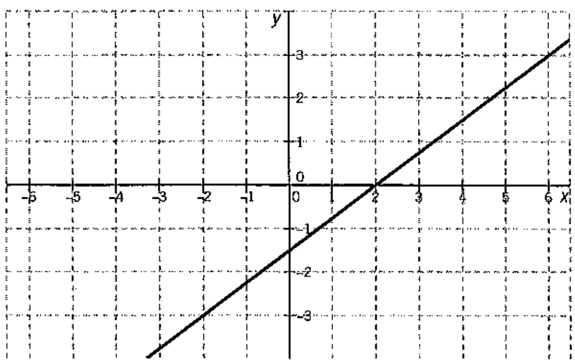
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(5\ \text{s}) - \vec{r}(0\ \text{s}) = (22,15) - (2,0) = (20,15)\ \text{m}$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25\ \text{m}$$

d) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de una de las dos ecuaciones paramétricas y sustituimos en la otra. Por ejemplo, aislamos t de la ecuación de x, y sustituimos el valor en la ecuación de y:

$$x = 4t + 2 \rightarrow t = \frac{x-2}{4}$$

$$y(x) = 3 \cdot \frac{x-2}{4}$$



20. Datos: $\vec{r} = 2t\vec{i} + (3t^2 + 2)\vec{j}$

a) En el instante inicial el tiempo es igual a 0. Por tanto, sustituimos este tiempo en la ecuación del movimiento:

$$\vec{r}(0\ \text{s}) = 2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j} = 2\vec{j}\ \text{m}$$

b) Como en el apartado anterior, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento de la pelota:

$$\vec{r}(3\ \text{s}) = 2 \cdot 3 + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j} = (6\vec{i} + 29\vec{j})\ \text{m}$$

c) La ecuación de la trayectoria es la ecuación de y en función de x.

Primero separamos la ecuación del movimiento en las dos componentes, x e y.

$$x(t) = 2t;\ y(t) = 3t^2 + 2$$

La ecuación que queremos obtener no debe estar en función del tiempo. Por tanto, aislamos t de una de las dos expresiones y sustituimos en la otra.

$$x(t) = 2t \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y(t) = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 = \frac{3x^2}{4} + 2$$

La trayectoria de la pelota es parabólica.

d) Calculamos el vector desplazamiento entre los instantes de tiempo 0 s y 3 s, y su módulo:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(3\text{s}) - \vec{r}(0\text{s}) = (2 \cdot 3\vec{i} + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j}) -$$

$$-(2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j}) = (6\vec{i} + 27\vec{j})\text{m}$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{6^2 + 27^2} = 28\ \text{m}$$

La distancia recorrida por el objeto será mayor que estos 28 m. En la figura se puede observar su trayectoria curvilínea y el vector desplazamiento rectilíneo.

21. Datos: 300 m oeste, 400 m norte

Si el excursionista vuelve al punto de partida, el origen coincide con el punto final y, por lo tanto, el desplazamiento es nulo (0 m).

Fijamos el origen de coordenadas en el punto A. Escogemos los ejes de tal manera que el sentido positivo de X es hacia el este y el de Y hacia el norte.

Expresamos cada movimiento en forma de vector:

$$\Delta\vec{r_1} = (-300,0)\ \text{m}$$

$$\Delta\vec{r_2} = (0,400)\ \text{m}$$

$$\Delta\vec{r_2} = ?$$

Conocemos los dos primeros movimientos y sabemos que el desplazamiento total tiene que ser cero. Por lo tanto:

$$\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2} + \Delta\vec{r_3} = 0$$

$$\Delta\vec{r_3} = -(\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2}) = -((-300,0) + (0,400)) = (300,-400)\ \text{m}$$

La distancia total será la suma de la distancia recorrida en cada tramo.

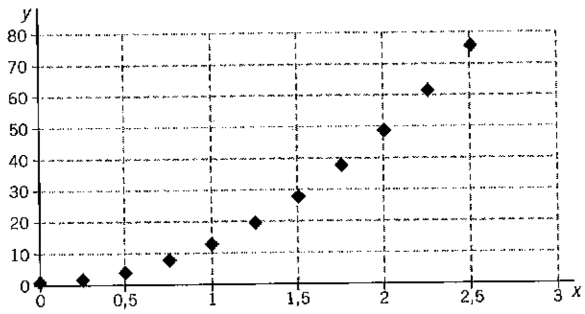
$$|\Delta\vec{r}| = |\Delta\vec{r_1}| + |\Delta\vec{r_2}| + |\Delta\vec{r_3}| = 300 + 400 + \sqrt{300^2 + (-400)^2} =$$

$$= 300 + 400 + 500 = 1200\ \text{m}$$

22. Datos: 3 m × 3 m; $\vec{r}(t) = 0{,}05t\vec{i} + (1 + 0{,}03t^2)\vec{j}$ en unidades del SI. Sistema de referencia en la esquina.

Para representar la trayectoria, vamos tomando distintos valores de t y calculamos la posición para cada instante. De esta forma, elaboraremos una tabla con los puntos que tenemos que representar en la gráfica.

t	x	y
0	0	1
5	0,25	1,75
10	0,5	4
15	0,75	7,75
20	1	13
25	1,25	19,75
30	1,5	28
35	1,75	37,75
40	2	49
45	2,25	61,75
50	2,5	76



En la figura se puede observar que se trata de un movimiento curvilíneo. Puede llegarse a la misma conclusión hallando la ecuación de su trayectoria.

3 VELOCIDAD

Págs. 224 y 225

23. Datos: 100 km; 60 min; v = cte.

Planteamos la velocidad ($km \cdot min^{-1}$) y aplicamos el cambio de unidades:

$$\vec{v} = \frac{100\ \cancel{km}}{60\ \cancel{min}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{min}}{60\ s} = 27{,}8\ m \cdot s^{-1}$$

24. Datos: $v_m = 90\ km \cdot h^{-1}$

Como en el ejercicio anterior, aplicamos el cambio de variables.

$$v_m = 90\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 25\ m \cdot s^{-1}$$

25. Datos:

Arriba-en medio→ 2 h a 50 $km \cdot h^{-1}$

En medio-abajo → 1 h a 80 $km \cdot h^{-1}$

Para conocer la velocidad media, calculamos el recorrido y la variación de tiempo total.

$$\left.\begin{aligned} \Delta r_1 &= 50\ km \cdot \cancel{h^{-1}} \cdot 2\cancel{h} = 100\ km \\ \Delta r_2 &= 80\ km \cdot \cancel{h^{-1}} \cdot 1\cancel{h} = 80\ km \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta r_t = 180\ km$$

$$\Delta t = 2\ h + 1\ h = 3\ h$$

Con estos datos, podemos calcular la velocidad media como:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{180\ km}{3\ h} = 60\ km \cdot h^{-1}$$

26. La diferencia entre la velocidad media y la instantánea es el intervalo de tiempo que analizan. La primera es la velocidad que deberían llevar los atletas para realizar la carrera en un determinado tiempo si se movieran a velocidad constante. Sin embargo, normalmente la velocidad varía según el momento de la carrera. De esta forma, los dos atletas pueden coincidir en velocidad instantánea en un tiempo determinado y, sin embargo, haber corrido a una velocidad media distinta.

27. Datos:

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (m)	0,0	3,0	12,0	27,0	45,0	75,0

En cada caso, calcularemos el intervalo de tiempo y la distancia recorrida en este intervalo. A partir de estos resultados, calculamos la velocidad media.

a) $$\left.\begin{aligned} \Delta r &= 27{,}0\ m - 3{,}0\ m = 24\ m \\ \Delta t &= 3\ s - 1\ s = 2\ s \end{aligned}\right\} \rightarrow v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{24\ m}{2\ s} =$$

$$= 12\ m \cdot s^{-1}$$

b) $$\left.\begin{aligned} \Delta r &= 75{,}0\ m - 12{,}0\ m = 63\ m \\ \Delta t &= 5\ s - 2\ s = 3\ s \end{aligned}\right\} \rightarrow v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{63\ m}{3\ s} =$$

$$= 21\ m \cdot s^{-1}$$

28. Datos: gráfico

a) Entre $t = 2$ s y $t = 5$ s

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(3 - 0{,}5)\,m}{3\ s} = 0{,}8\ m \cdot s^{-1}$$

En este caso, la velocidad media y la rapidez media tienen el mismo valor, ya que el recorrido sigue una trayectoria recta, sin cambios de sentido ni de dirección.

b) Entre el instante inicial y el final:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(0 - 0)\,m}{6\ s} = 0\ m \cdot s^{-1}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3}{\Delta t} = \frac{3\ m + 0\ m + 3\ m}{6\ s} = \frac{6\ m}{6\ s} =$$

$$= 1\ m \cdot s^{-1}$$

En este caso, los dos resultados son distintos, ya que se producen cambios de sentido en la trayectoria.

29. Datos:

$\Delta r_1 = \Delta r_3 = 200\ m$; $\Delta r_3 = 0\ m$; $v_1 = 1{,}4\ m \cdot s^{-1}$;

$v_2 = 0\ m \cdot s^{-1}$; $t_2 = 2$ min; $v_3 = 1{,}8\ m \cdot s^{-1}$

Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer el tiempo que ha transcurrido en total y la distancia recorrida.

Calculamos el tiempo que tarda en efectuar el primer tramo hasta la panadería:

$$t_1 = \frac{\Delta r_1}{v_1} = \frac{200\ \cancel{m}}{1{,}4\ \cancel{m} \cdot s^{-1}} = 143\ s$$

Sabemos que después permanece 2 min más en la panadería y finalmente regresa. Calculamos el tiempo que tarda en hacer el camino de vuelta:

$$t_3 = \frac{\Delta r_3}{v_3} = \frac{200\ \cancel{m}}{1{,}8\ \cancel{m} \cdot s^{-1}} = 111\ s$$

El tiempo total es:

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 = 143\ s + 2\ \cancel{min} \cdot \frac{60\ s}{1\ \cancel{min}} + 111\ s = 374\ s$$

La velocidad media es:

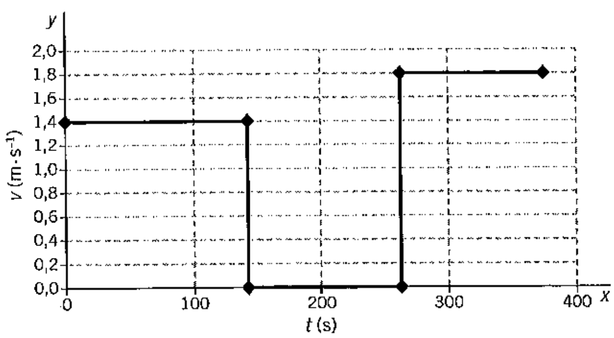
$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(200 + 200)\,m}{374\ s} = 1{,}1\ m \cdot s^1$$

El desplazamiento es cero, ya que el punto inicial y el final son el mismo.

$$\Delta x = 200\ m + 0\ m - 200\ m = 0\ m$$

La longitud del recorrido es:

$$\Delta s = 200\ m + 0\ m + 200\ m = 400\ m$$



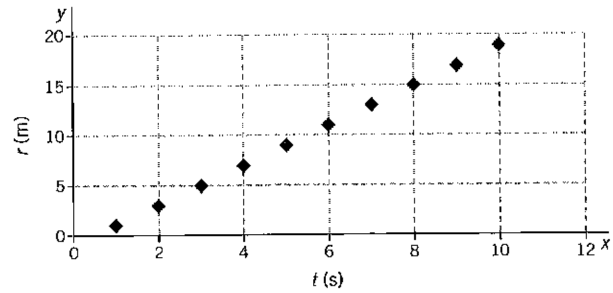
30. El cálculo de la velocidad media se efectuará utilizando la expresión $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$. En el caso de las velocidades medias de cada tramo, la variación de la posición será 10 m y la variación de tiempo será el tiempo registrado en cada control. Para calcular la velocidad media total, dividiremos 50 m entre el tiempo total, es decir, el registrado en el paso por el último control.

En la representación gráfica se podrá observar que los tramos con más pendiente son aquellos para los que hemos calculado velocidades medias mayores.

31. Se deberán reconocer las variaciones de velocidad en la gráfica. El alumno debe identificar las zonas horizontales de la gráfica como momentos en que el coche lleva una velocidad constante.

La velocidad media de un intervalo en que esta no sea constante aparece representada en la gráfica en un punto que puede coincidir o no con una velocidad que haya llevado en algún momento. Si la velocidad es constante en el intervalo, la velocidad media coincidirá con la instantánea.

32. Datos: $\vec{r} = (2t - 1)\vec{i}$ en unidades del SI



Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer la variación de la posición del coche entre el instante t y un cierto instante posterior $t + \Delta t$.

$$\Delta\vec{r} = [2(t + \Delta t) - 1 - (2t - 1)]\vec{i} = 2\Delta t\vec{i}$$

Ahora podemos calcular la velocidad media como cociente entre la variación de la posición hallada y el incremento de tiempo.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{2\cancel{\Delta t}\vec{i}}{\cancel{\Delta t}} = 2\vec{i}\ m \cdot s^{-1}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hay que hallar el límite de la expresión anterior para un incremento de tiempo que tiende a cero.

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} 2\vec{i} = 2\vec{i}\ m \cdot s^{-1}$$

Hemos aprovechado el resultado de la velocidad media. Como este no depende de la variación de tiempo, el resultado es el mismo.

33. Datos: $\vec{r}(t) = 6t^2\vec{i}$

a) Podemos calcular el vector velocidad media como cociente entre la variación de posición y el incremento de tiempo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(6 \cdot 4^2\ s - 6 \cdot 1^2\ s)\vec{i}}{4\ s - 1\ s} = \frac{90}{3}\vec{i}\ m \cdot s^{-1} =$$

$$= 30\vec{i}\ m \cdot s^{-1}$$

b) Utilizamos límites para calcular la velocidad instantánea, ya que tenemos que estudiar la variación de posición entre dos instantes infinitesimalmente cercanos:

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}(1\ s)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(6(1 + \Delta t)^2 - 6 \cdot 1^2)\vec{i}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(6\Delta t^{\cancel{2}} + 12\cancel{\Delta t})\vec{i}}{\cancel{\Delta t}} = \lim_{\Delta t \to 0} (6\Delta t + 12)\vec{i} = 12\vec{i}\ m \cdot s^{-1}$$

34. Datos: $x = 2t - 2$; $y = t$ unidades del SI

a) Las dos ecuaciones paramétricas son las componentes del vector de posición:

$$\vec{r}(t) = (2t - 2)\vec{i} + t\vec{j}$$

b) Para encontrar la velocidad media entre los dos instantes, calculamos la variación de posición y tiempo:

$$\Delta\vec{r} = [(2 \cdot 3 - 2)\vec{i} + 3\vec{j}] - [(2 \cdot 1 - 2)\vec{i} + 1\vec{j}] = (4\vec{i} + 2\vec{j})\ \text{m}$$

$$\Delta t = 3\ \text{s} - 1\ \text{s} = 2\ \text{s}$$

Finalmente, calculamos la velocidad media:

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(4\vec{i} + 2\vec{j})\ \text{m}}{2\ \text{s}} = (2\vec{i} + \vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Calculamos la variación en la posición desde el instante inicial (5 s) hasta un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta\vec{r} = [(2 \cdot (2 + \Delta t) - 2)\vec{i} + (2 + \Delta t)\vec{j}] - [(2 \cdot 2 - 2)\vec{i} + 2\vec{j}] =$$

$$= (2\Delta t\vec{i} + \Delta t\vec{j})\ \text{m}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hacemos el siguiente límite para un intervalo de tiempo tendiendo a cero:

$$\vec{v}_i(5\ \text{s}) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}(2\ \text{s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(2\cancel{\Delta t}\vec{i} + \cancel{\Delta t}\vec{j})\text{m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= (2\vec{i} + \vec{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

35. Datos: $t_1 = 0$ s; $t_2 = 4$ s; véase el gráfico

Para calcular la velocidad media, observamos cuál ha sido el desplazamiento del atleta. En el instante 4, su posición es de 10 m, y se encuentra en el origen inicial. Por lo tanto:

$$\Delta r = 10\ \text{m} - 0\ \text{m} = 10\ \text{m}$$

Teniendo en cuenta que han pasado 4 s, la velocidad media es:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{10\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En este caso, la velocidad media no coincidiría con la rapidez media, ya que el espacio recorrido es mayor que el desplazamiento total. Si calculamos la velocidad media entre los instantes inicial y 5 s, el resultado sería nulo, ya que el desplazamiento total es cero (los puntos inicial y final coinciden).

36. Datos: $x(t) = 3t^2 - 1$; $y(t) = t^2$

a) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de la ecuación de x y lo sustituimos en la otra ecuación.

$$x(t) = 3t^2 - 1 \rightarrow t = \sqrt{\frac{x+1}{3}}$$

$$y(x) = \frac{x+1}{3}$$

b) Calculamos la velocidad media entre los instantes 3 s y 1 s. Para ello, necesitamos la variación de posición entre estos dos momentos. El vector de posición será:

$$\vec{r}(t) = (3t^2 - 1)\vec{i} + t^2\vec{j}$$

Y la variación de posición:

$$\Delta\vec{r} = [(3 \cdot 3^2 - 1)\vec{i} + 3^2\vec{j}] - [(3 \cdot 1^2 - 1)\vec{i} + 1^2\vec{j}] =$$

$$= (26 - 2)\vec{i} + 8\vec{j} = (24\vec{i} + 8\vec{j})\ \text{m}$$

La velocidad media será:

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(24\vec{i} + 8\vec{j})\ \text{m}}{3\ \text{s} - 1\ \text{s}} = \frac{(24\vec{i} + 8\vec{j})\ \text{m}}{2\ \text{s}} =$$

$$= (12\vec{i} + 4\vec{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Para conocer la velocidad instantánea, es necesario hallar la variación de posición entre dos instantes t y $t + \Delta t$.

$$\Delta\vec{r} = [(3 \cdot (t + \Delta t)^2 - 1)\vec{i} + (t + \Delta t)^2\vec{j}] - [(3t^2 - 1)\vec{i} + t^2\vec{j}] =$$

$$= [(3\Delta t^2 + 6t\Delta t)\vec{i} + (\Delta t^2 + 2t\Delta t)\vec{j}]\ \text{m}$$

Hallamos el límite del cociente de las variaciones de posición y tiempo para una variación de tiempo tendiendo a cero. Después, calculamos el módulo:

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[(3\Delta t^{\cancel{2}} + 6t\cancel{\Delta t})\vec{i} + (\Delta t^{\cancel{2}} + 2t\cancel{\Delta t})\vec{j}]\ \text{m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} [(3\Delta t + 6t)\vec{i} + (\Delta t + 2t)\vec{j}]\ \text{m} \cdot \text{s}^1 = (6t\vec{i} + 2t\vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^1$$

$$v_i = \sqrt{(6t)^2 + (2t)^2} = \sqrt{t^2(36 + 4)} = t\sqrt{40}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4 ACELERACIÓN

Págs. 225 y 226

37. Datos: $v_1 = 16\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_1 = 28\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $t = 3$ s

La aceleración media es la variación de velocidad en un cierto intervalo de tiempo dividida entre este mismo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{28\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} - 16\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{3\ \text{s}} = \frac{12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{3\ \text{s}} = 4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

38. Datos: $v_x = t^2$; $v_y = t^2 - 4t$; $t = 1{,}0$ s

El vector velocidad será:

$$\vec{v}(t) = (t^2, t^2 - 4t)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La variación de velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta\vec{v}(t) = [(t + \Delta t)^2, (t + \Delta t)^2 - 4(t + \Delta t)] - (t^2, t^2 - 4t) =$$

$$= (\Delta t^2 + 2t\Delta t, \Delta t^2 + 2t\Delta t - 4\Delta t)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

A partir de la variación de velocidad, podemos calcular la aceleración de la siguiente manera:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\Delta t^{\cancel{2}} + 2t\cancel{\Delta t}, \Delta t^{\cancel{2}} + 2t\cancel{\Delta t} - 4\cancel{\Delta t}\right)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\Delta t + 2t, \Delta t + 2t - 4\right)\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \left(2t, 2t - 4\right)\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Calculamos el módulo en $t = 1{,}0$ s:

$$a(1\ \text{s}) = \sqrt{(2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 1 - 4)^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

39. La aceleración instantánea es la suma de una componente tangencial y una normal. En un movimiento rectilíneo la aceleración normal es nula (pues no varían ni la dirección ni el sentido de la velocidad) y, por lo tanto, la única componente de la aceleración instantánea será la tangencial.

40. Efectivamente, la dirección de la canica puede variar. La aceleración puede cambiar el módulo de la velocidad (hacer que vaya más rápido o más lento) y también su dirección y sentido. La componente normal (perpendicular a la trayectoria) es la responsable de las variaciones en la dirección de la trayectoria.

41. Datos: véase el gráfico

a) $t = 0$ s y $t = 2$ s.

La aceleración media es el cociente entre las variaciones de velocidad y de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(20-0)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\ \text{s}} = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) $t = 4$ s y $t = 8$ s.

Procedemos de manera análoga al apartado anterior:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(40-30)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{8\ \text{s} - 4\ \text{s}} = \frac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{4\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

42. Es posible que un móvil tenga una cierta aceleración y que, sin embargo, su velocidad sea nula.

Por ejemplo, cuando lanzamos una pelota al aire, esta lleva una velocidad cuyo módulo va decreciendo por la acción de la gravedad. Llega un punto en que la pelota llega a lo más alto de su trayectoria. En este instante su velocidad es nula, pero un instante más tarde vuelve a tener velocidad en sentido contrario. Durante todo el proceso, el movimiento de la pelota está acelerado por la acción de la gravedad.

43. Datos: $\vec{r} = (4-t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}$; $t = 1$ s

Para conocer la aceleración, debemos saber antes la velocidad de la pelota de tenis. Para ello, calculamos primero la variación del vector de posición y después la velocidad:

$$\Delta\vec{r} = [(4-(t+\Delta t))\vec{i} + ((t+\Delta t)^2 + 2(t+\Delta t))\vec{j}] -$$

$$-[(4-t)\vec{i} + (t^2+2t)\vec{j}] = [\Delta t\vec{i} + (2t\Delta t + \Delta t^2 + 2\Delta t)\vec{j}]\text{m}$$

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[\cancel{\Delta t}\vec{i} + (2t\cancel{\Delta t} + \Delta t^{\cancel{2}} + 2\cancel{\Delta t})\vec{j}]\text{m}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}[\vec{i} + (2t + \Delta t + 2)\vec{j}]\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = [\vec{i} + (2t+2)\vec{j}]\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Seguidamente, calculamos la variación del vector velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta\vec{v} = [\vec{i} + (2(t+\Delta t)+2)\vec{j}] - [\vec{i} + (2t+2)\vec{j}] = 2\Delta t\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Finalmente, hallamos la aceleración:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2\cancel{\Delta t}\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{\cancel{\Delta t}} = 2\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Vemos que no depende del tiempo. Por tanto, para cualquier instante (también para 1,0 s), la aceleración es de 2 m·s^{-2} en la dirección del eje *Y*.

44. La aceleración no es constante. En el ejercicio anterior se ha visto que la velocidad depende del tiempo en un grado menos que el vector de posición. De la misma forma, la aceleración depende del tiempo en un grado menos que la velocidad. Así, en este caso, el vector de posición es de grado 3; por tanto, la velocidad será de grado 2 y, finalmente, la aceleración dependerá del tiempo de forma lineal (ecuación de primer grado).

45. Datos: $\vec{r} = 5t\vec{i} + 10t\vec{j}$

El vector de posición depende del tiempo de forma lineal (ecuaciones de grado 1). Sabemos que la velocidad dependerá del tiempo en un grado menos, en este caso, en grado cero. Es decir, la velocidad será independiente del tiempo; en otras palabras, será constante. La aceleración será nula. Por tanto, el movimiento será rectilíneo, ya que no se puede modificar su dirección si no es mediante una aceleración.

46. Datos: $R = 2$ m; $v = 12$ m·s^{-1}

Si la velocidad es constante, la aceleración tangencial será nula. Por tanto, solo tenemos que preocuparnos por la aceleración normal.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{12^2}{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 72\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

47. Datos: $R = 30$ m; $v = 15$ m·s^{-1}

Como en el ejercicio anterior, la velocidad del ciclista es constante. Por lo tanto, su aceleración tangencial es cero.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{30}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 7{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

48. Datos:

$R = 300$ m; $a \neq 0$ hasta $t = 23$ s; $v = 36$ km·h^{-1}

a) $t = 23$ s.

Para calcular la aceleración tangencial, utilizamos la variación de velocidad que ha sufrido el tren. Sabemos que en el instante inicial estaba en reposo y, por lo tanto, el incremento de velocidad será igual a la velocidad que lleva en el instante 23 s.

$$a_t = \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \frac{36\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}}{23\ \text{s}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$$= 0{,}43\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}}{300\ \text{m}}\cdot\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$$= 0{,}33\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) $t = 30$ s.

En este instante, la velocidad es constante. Por lo tanto, la aceleración tangencial es nula.

$$a_t = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración normal tiene el mismo valor que en el apartado anterior. Esto se debe a que ninguna de las variables de las que depende (velocidad y radio) se ha modificado.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}}{300\ \text{m}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} =$$

$$= 0{,}33\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

49. Datos: $R = 30$ m; $s = 10t^3 + 5$; $t = 2$ s

Primero hallamos la velocidad de la partícula:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[10\cdot(2+\Delta t)^3 + 5] - (10\cdot 2^3 + 5)}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} 10\Delta t^2 + 30\cdot 2^2 + 30\cdot 2\Delta t = 120\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Finalmente, calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(120\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{30\ \text{m}} = 480\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

50. Datos: $\vec{r} = 5t\vec{i} + 50t^2\vec{j}$

La velocidad será:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[5(t+\Delta t)\vec{i} + 50(t+\Delta t)^2\vec{j}] - (5t\vec{i} + 50t^2\vec{j})}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \vec{i} + (50\Delta t + 100t)\vec{j} = (\vec{i} + 100t\vec{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y la aceleración:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{[\vec{i} + 100(t+\Delta t)\vec{j}] - (\vec{i} + 100t\vec{j})}{\Delta t} =$$

$$= 100\vec{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Por lo tanto, la velocidad varía según una aceleración de módulo constante; es decir, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

SÍNTESIS

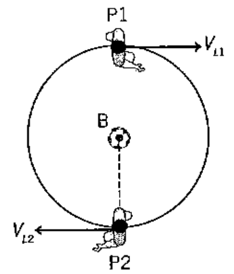
Pág. 226

51. a) En este caso, el movimiento observado será el mismo visto desde un sistema fijo en la plataforma que visto desde un observador ajeno a esta. Al no estar la plataforma en movimiento, en ambos casos se describirá un movimiento rectilíneo.

b) Al girar en sentido horario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la derecha.

c) Al girar en sentido antihorario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la izquierda.

Utilizaremos la siguiente figura para entender el efecto Coriolis a partir de los vectores de velocidad lineal. Como podemos ver, aunque la pelota sea lanzada en línea recta, el movimiento de la plataforma impedirá que esta llegue a su destino.



P1: persona 1
P2: persona 2
B: balón

52. Datos:

$x = a + bt + ct^2$;

$a = 2{,}25$ m; $b = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $c = -1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

a) Debemos encontrar el instante en el que está parado, es decir, un tiempo que haga que el vector velocidad sea nulo. En primer lugar, hallamos el vector velocidad:

$$\Delta x = a + b(t+\Delta t) + c(t+\Delta t)^2 - (a + bt + ct^2) =$$

$$= b\Delta t + c\Delta t^2 + 2ct\Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{b\cancel{\Delta t} + c\Delta t^{\cancel{2}} + 2ct\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} b + c\Delta t + 2ct = (b + 2ct)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Igualamos la velocidad a cero, despejamos el tiempo y sustituimos las constantes por su valor:

$$b + 2ct = 0 \rightarrow t = \frac{-b}{2c} = \frac{-4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\cdot(-1)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 2\ \text{s}$$

b) Cuando pasa por el origen x, es nula. Igualamos la ecuación y despejamos t.

$$x = a + bt + ct^2 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ca}}{2c} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 2{,}25\cdot(-1)}}{2\cdot(-1)} =$$

$$= 4{,}5\ \text{s}$$

Hemos elegido la solución positiva, ya que la negativa no tiene sentido físico en el contexto.

c) El alejamiento máximo se dará cuando la velocidad sea nula, es decir, en el instante 2 s.

$$x(2\ \text{s}) = 2{,}25 + 4{,}0\cdot 2 + (-1{,}0)\cdot 2^2 = 6{,}3\ \text{m}$$

53. En el contexto de los accidentes de tráfico, la distancia de reacción es el espacio que recorre el coche desde que el conductor percibe un estímulo (p. ej., que el coche de delante frena) hasta que iniciamos un movimiento de respuesta, es decir, pisamos el pedal de freno.

La distancia de frenado es la distancia que recorre el coche a partir del momento en que se pisa el pedal de freno hasta que se detiene.

Finalmente, la distancia de parada es la distancia que recorre el vehículo desde que el conductor percibe el estímulo que le hace frenar, hasta el momento en que el coche se detiene.

a) El alumno debe detectar las coincidencias y diferencias entre sus conocimientos previos y los hallados en Internet.

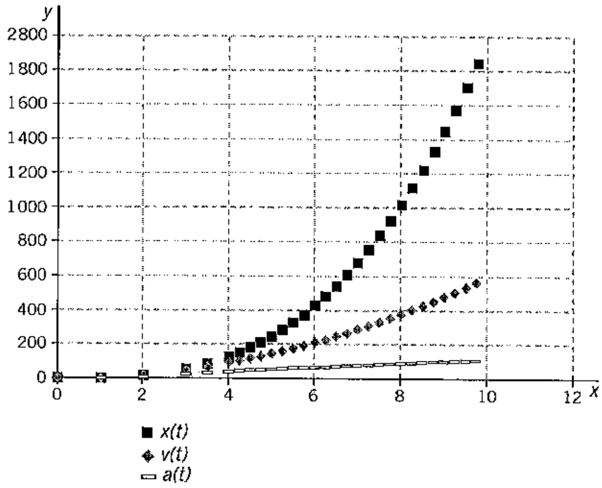
b) Estas distancias son importantes a la hora de tomar medidas para evitar accidentes de tráfico. La distancia entre coches a la que se debe conducir tiene que ser mayor que la de parada. De esta forma, en caso de frenado repentino, el coche se detendrá antes de chocar con el de delante.

La distancia de parada es la suma de la de reacción y la de frenado.

c) Se puede proponer una puesta en común en pequeños grupos de 4 o 5 alumnos en que cada uno exprese sus dudas y preguntas en relación con el asunto.

— Se trata de velocidades instantáneas. Se imponen para minimizar el riesgo de accidente de tráfico. Cuanto mayor es la velocidad, mayor es la distancia de parada, ya que, aunque el tiempo de reacción es el mismo, no lo es el de frenada.

54. Datos: $x(t) = 2t^3 - t + 4$



La trayectoria de la partícula sigue la forma de una ecuación hiperbólica. La velocidad es la de una parabólica, y la aceleración depende linealmente del tiempo.

55. Datos: $\vec{r} = 2t^2\vec{i} - (t - 4)\vec{j}$

a) La velocidad media entre 2 s y 4 s será:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{[2 \cdot 4^2, -(4-4)] - [2 \cdot 2^2, -(4-2)]}{(4-2)}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} =$$

$$= \frac{(24, -2)}{2\ \text{s}}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = (12, -1)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) La velocidad instantánea se calcula mediante un límite para un intervalo de tiempo que tiende a cero. Primero calculamos la variación del vector de posición.

$$\Delta\vec{r} = [2(t + \Delta t)^2\vec{i} - ((t + \Delta t) - 4)\vec{j}] - [2t^2\vec{i} - (t - 4)\vec{j}] =$$

$$= (4t\Delta t + 2\Delta t^2)\vec{i} - \Delta t\vec{j}$$

Finalmente, calculamos la velocidad instantánea.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(4t\cancel{\Delta t} + 2\Delta t^{\cancel{2}})\vec{i} - \cancel{\Delta t}\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} (4t + 2\Delta t)\vec{i} - \vec{j} = (4t\vec{i} - \vec{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Calculamos la aceleración de forma parecida al procedimiento que hemos seguido para averiguar la velocidad. Primero, hallamos la variación de velocidad:

$$\Delta\vec{v} = [4 \cdot (t + \Delta t)\vec{i} - \vec{j}] - (4t\vec{i} - \vec{j}) = 4\Delta t\vec{i}$$

Finalmente, calculamos la aceleración, que es constante:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{4\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 4\vec{i}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

d) Dado que se trata de un movimiento rectilíneo, no existe aceleración normal. Por lo tanto, la aceleración total será igual a la tangencial.

$$|\vec{a}_t| = |4\vec{i}|\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Evaluación (Pág. 228)

1. a) Falso. El movimiento de los objetos depende del punto de vista desde el que se observe y, por lo tanto, dependerá del sistema de referencia utilizado.

b) Cierto.

c) Cierto.

d) Falso. Según el principio de relatividad de Galileo, en todos los sistemas de referencia inerciales se cumplen las leyes de la mecánica y, por lo tanto, el movimiento de un móvil será distinto si lo describimos desde dos sistemas de referencia inerciales distintos.

2. a) El nadador verá la piedra a su lado en reposo, puesto que está descendiendo a la misma velocidad y con la misma aceleración que ella. Se trata de un sistema de referencia no inercial, puesto que tiene aceleración.

b) La verá describir un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en el eje vertical. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que está en reposo.

c) La verá caer de manera parabólica, es decir, a medida que caiga estará más cerca de ella tanto horizontal como verticalmente. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que se mueve en línea recta a velocidad constante.

3. La distancia que recorre un coche de Fórmula 1 es la trayectoria. Por tanto, la respuesta correcta es la a).

El vector desplazamiento es la distancia entre el punto inicial y el final. La posición final es el vector con origen en el punto (0, 0) y final en la posición final.

4. Datos: $\vec{r}_1 = (-300, 0)$ m; $\vec{r}_2 = (0, 400)$ m; $\vec{r}_3 = (600, 0)$ m

El desplazamiento será:

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3| = |(-300, 0)\ \text{m} + (0, 400)\ \text{m} + (600, 0)\ \text{m}| =$$

$$= |(300, 400)\ \text{m}| = \sqrt{300^2 + 400^2}\ \text{m} = 500\ \text{m}$$

El espacio recorrido:

$$\Delta s = |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| + |\vec{r}_3| = |(-300, 0)\ \text{m}| + |(0, 400)\ \text{m}| +$$

$$+ |(600, 0)\ \text{m}| = (300 + 400 + 600)\ \text{m} = 1300\ \text{m}$$

5. Datos: $\vec{r} = (t-1)\vec{i} - 2t\vec{j}$; $t = 0$ s; $t = 2$ s

Tenemos que calcular la variación del vector de posición:

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}(2\text{ s}) - \vec{r}(0\text{ s})| = \left|(2-1)\vec{i} - 2\cdot 2\vec{j} - \left[(0-1)\vec{i} - 2\cdot 0\vec{j}\right]\right| =$$

$$= |2\vec{i} - 4\vec{j}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 4{,}5\text{ m}$$

6. Datos:

$v_1 = 50\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_2 = 100\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_3 = 120\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

$t_1 = 1$ h; $t_2 = 1$ h; $t_3 = 3$ h

La distancia total recorrida será la suma de las distancias recorridas en cada tramo:

$$\Delta x = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = v_1 = 50\cdot 1 + 100\cdot 1 + 120\cdot 3 =$$

$$= 510\text{ km}$$

La velocidad media será la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{510\text{ km}}{(1+1+3)\text{ h}} = 102\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

7. La aceleración es el cociente entre la variación de velocidad y la de tiempo.

A partir de la gráfica, tomamos dos puntos cualesquiera y calculamos las variaciones de velocidad y tiempo entre los dos puntos. Por ejemplo, tomamos los puntos (0, 7) y (5, 21).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(21-7)\,\cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot\dfrac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\dfrac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}}}{(5-0)\text{ s}} =$$

$$= 0{,}78\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

8. Datos: $v = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t = 5$ s; $t = 25$ s

Para empezar, calculamos el espacio recorrido por el atleta más lento en el momento en que es alcanzado por el otro. El tiempo total transcurrido serán los 5 s que tarda en salir más los 25 s que tarda en alcanzarlo.

$$r(25\text{ s}) = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot(5+25)\text{ s} = 180\text{ m}$$

Así pues, sabemos que el segundo atleta tiene que recorrer esta distancia en un tiempo de 25 s. La velocidad que debe llevar será:

$$v_2 = \frac{180\text{ m}}{25\text{ s}} = 7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

9. Datos: $\vec{r}(t) = (t^2 - 5)\vec{i} + t\vec{j}$; $t = 3$ s

— Para empezar, hallamos la expresión de la variación del vector de posición para este instante de tiempo:

$$\Delta\vec{r}(3\text{ s}) = ((3+\Delta t)^2 - 5)\vec{i} + (3+\Delta t)\vec{j} - \left[(3^2-5)\vec{i} + 3\vec{j}\right] =$$

$$= (6\Delta t + \Delta t^2)\vec{i} + \Delta t\vec{j}$$

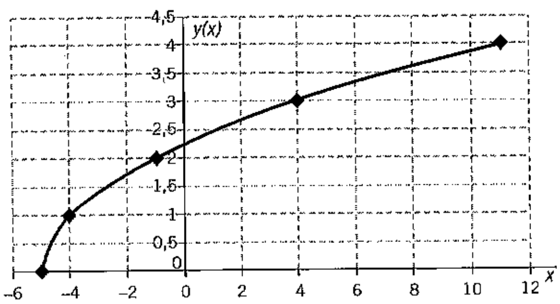
Calculamos la velocidad instantánea y su módulo:

$$\vec{v}(3\text{ s}) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(6\cancel{\Delta t} + \Delta t^{\cancel{2}})\vec{i} + \cancel{\Delta t}\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(6+\Delta t)\vec{i} + \vec{j} = (6\vec{i} + \vec{j})\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v(3\text{ s}) = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37} = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Trayectoria



10. Datos: $\Delta v = 334\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\Delta t = 30{,}0$ s

Primero, expresamos los datos en unidades del SI:

$$334\,\cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} = 92{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La aceleración media será la variación de velocidad dividida por la variación de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{92{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{30{,}0\text{ s}} = 3{,}09\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

11. Datos: $\vec{v}(t) = (3t^2 - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$; $t = 2$ s

Calculamos la expresión de la variación de velocidad para el instante $t = 2$ s:

$$\Delta\vec{v}(2\text{ s}) = [3\cdot(2+\Delta t)^2 - 2]\vec{i} + 4\cdot(2+\Delta t)\vec{j} -$$

$$-\left[(3\cdot 2^2 - 2)\vec{i} + 4\cdot 2\vec{j}\right] = (12\Delta t + 3\Delta t^2)\vec{i} + 4\Delta t\vec{j}$$

Hallamos el vector aceleración y su módulo:

$$\vec{a}(2\text{ s}) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}(2\text{ s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(12\cancel{\Delta t} + 3\Delta t^{\cancel{2}})\vec{i} + 4\cancel{\Delta t}\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} =$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}(12 + 3\Delta t)\vec{i} + 4\vec{j} = 12\vec{i} + 4\vec{j}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$|\vec{a}(2\text{ s})| = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

12. Datos: $R = 3{,}0$ m; $v = 0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

La aceleración normal será:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{3{,}0\text{ m}} = 5{,}9\cdot 10^{-2}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial, es decir, la que tiene una dirección tangente a la trayectoria, será:

$$a_t = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial es nula, ya que la velocidad del niño es constante y, por lo tanto, su variación es cero. El niño ve que la pelota se desvía de su trayectoria porque se encuentra sometido a una aceleración, tratándose, por tanto, de un sistema de referencia no inercial.

Zona + (Pág. 229)

— *El universo se expande, ¿a qué velocidad?*

- La constante de Hubble (Ho), el factor de proporcionalidad entre velocidad de recesión y distancia de las galaxias, es uno de los parámetros fundamentales del universo y permite, en particular, determinar la edad del universo, como vamos a verlo.

  El valor propuesto en los últimos años para la constante de Hubble es de 71 $km \cdot s^{-1} \cdot Mpc$, al 5 % aproximadamente.

- El fundamento del modelo propuesto es la expansión de todos los espacios de la capa actual un 5 % respecto a la capa original. Este aspecto simula la expansión que ha tenido el universo desde su origen hasta la actualidad. Al unir un punto de la capa actual con la capa original, se aprecia como si el universo se estuviera expandiendo desde ese punto, debido a que todos los demás puntos estarán separados un 5 % respecto a sus originales. Esto sucede de igual forma independientemente del punto de referencia que se escoja.

9 Movimiento en una y dos dimensiones

En contexto (Pág. 231)

a. Respuesta sugerida:

— Movimiento rectilíneo constante y acelerado (caída libre), movimiento circular uniforme y uniformemente acelerado.

— En la mayoría de tramos hay movimiento uniformemente acelerado y en las curvas tiene lugar un movimiento circular.

— Desplazado hacia el sentido del movimiento de la parte de arriba de la noria (hacia delante).

b. Respuesta sugerida:

— Da Vinci se interesó por saber cuánto caía un objeto en cada intervalo de tiempo. De aquí, propuso que la distancia recorrida en caída libre seguía la ley de los números enteros (en cada intervalo de tiempo, el objeto recorre una distancia 1, 2, 3... y así sucesivamente).

— Mientras que Galileo propuso que la distancia recorrida era proporcional a los números impares.

— Midió el tiempo de caída de una bola en distintos planos inclinados, fabricados con madera muy pulida para minimizar el efecto del rozamiento.

— Galileo dedujo que la velocidad de caída de un cuerpo en el vacío no dependía de su masa. Es importante remarcar el vacío, ya que en caso contrario la resistencia del aire puede modificar dicha velocidad según la masa y la forma del objeto.

Fíjate (Pág. 65)

— En astronomía se usa para calcular trayectorias, distancias y tiempos de recorrido. En centrifugadora, para separar distintos fluidos.

— El principal factor es el humano (demasiada velocidad, cometer alguna acción imprudente como conductor o peatón, conducir bajo los efectos de las drogas, no usar cinturón o casco, etc.). Asimismo, casi el 80 % de los accidentes tiene lugar en vías secundarias (debido a firmes en mal estado, curvas muy cerradas o de escasa visibilidad, etc.).

Problemas resueltos (Págs. 245 y 246)

1. Datos: $\Delta x = 12$ km; $v_1 = 40$ km·h^{-1}; $t_0 = 2$ min $= 0{,}033$ h

Tomamos como origen de coordenadas el tramo de entrada y como origen de tiempo el instante en el que entra el primer ciclista. Planteamos la ecuación del movimiento de este y calculamos el tiempo:

$$\Delta x = v_1 t \quad \rightarrow \quad t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{12\ \cancel{\text{km}}}{40\ \cancel{\text{km}} \cdot \text{h}^{-1}} = 0{,}3 \text{ h}$$

Y sustituimos este valor en la ecuación del segundo ciclista para hallar la velocidad:

$$\Delta x = v_2(t - t_0) \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{\Delta x}{(t - t_0)} = \frac{12 \text{ km}}{0{,}3 \text{ h} - 0{,}033 \text{ h}} =$$

$$= 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

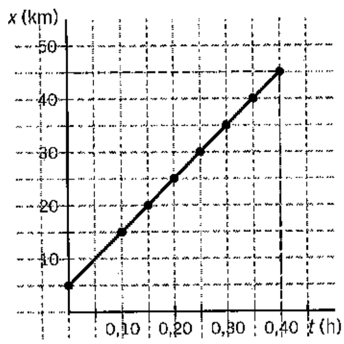
2. Datos:

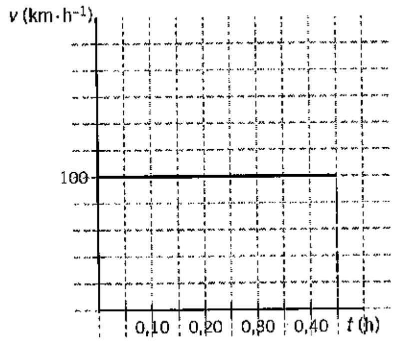
a) Comprobamos que la velocidad es la misma en cada intervalo de tiempo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

x (km)	5	15	20	25	30	35	40	45
t (h)	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
v (km/h)	–	100	100	100	100	100	100	100

b)





c) $x = x_0 + vt = 5 \text{ km} + 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot t$

3. Datos: $a = -20$ m·s^{-2} ; $\Delta x = 100$ m

a) Calculamos la velocidad inicial de la ecuación que relaciona velocidades con la distancia recorrida:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$v_0 = \sqrt{v^2 - 2a\Delta x} =$$

$$= \sqrt{0 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2} - 2 \cdot (-20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot 100 \text{ m}} =$$

$$= 63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Y a partir de la ecuación de la velocidad calculamos el tiempo de frenada:

$$t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 63\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{-20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 3{,}2\ \text{s}$$

4. Datos: $\Delta x_1 = 15$ km; $v_1 = 80$ km·h^{-1}; $\Delta x_2 = 5$ km;

$v_2 = 50$ km·h^{-1}; $t_0 = 2{,}3$ s

Calculamos el tiempo de cada tramo:

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \rightarrow t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{15\ \cancel{\text{km}}}{80\ \cancel{\text{km}}\cdot\text{h}^{-1}} = 0{,}19\ \text{h} = 11\ \text{min}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_2 &= v_1 t_2 + \frac{1}{2}\cdot a\cdot t_2^2 \\ a &= \frac{v_2 - v_1}{t_2} \end{aligned}\right\}$$

$$t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_1 + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)} =$$

$$= \frac{5\ \text{km}}{80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} + \frac{1}{2}\cdot(50 - 80)\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}} = 0{,}08\ \text{h} = 5\ \text{min}$$

$$t_3 = 2{,}3\ \text{s} = 0{,}04\ \text{min}$$

El tiempo total es la suma de los tiempos empleados en recorrer cada tramo:

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 = 11\ \text{min} + 5\ \text{min} + 0{,}04\ \text{min} = 16\ \text{min}$$

Ahora calculamos la distancia recorrida en el último tramo:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_3 &= v_2\cdot t_3 + \frac{1}{2}\cdot a\cdot t_3^2 \\ a &= -\frac{v_2}{t_3} \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta x_3 = \frac{v_2 t_3}{2} = \frac{50\ \text{km}\cdot\cancel{\text{h}^{-1}}\cdot 6{,}4\cdot 10^{-4}\ \cancel{\text{h}}}{2} = 0{,}016\ \text{km}$$

Y finalmente sumamos las distancias recorridas en cada tramo:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 15\ \text{km} + 5\ \text{km} + 0{,}016\ \text{km} = 20\ \text{km}$$

5. Datos: $y_0 = 100$ m; $v_0 = 40$ m·s^{-1}; $\alpha = 30°$

a) Primero calculamos el tiempo de la trayectoria:

$$y = y_0 + v_0\ \text{sen}\ \alpha - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \rightarrow t = 7\ \text{s}$$

Donde hemos desechado la solución negativa por no tener sentido físico. Y ahora ya podemos calcular la velocidad final:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 30° = 35\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y = v_0\ \text{sen}\ \alpha - gt = \\ = 40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 30° - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 7\ \text{s} = -49\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

$$v_f = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (35, -49)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Usamos la ecuación de la trayectoria horizontal para encontrar el alcance máximo:

$$\Delta x_{\text{máx}} = v_{0x}t = 35\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 7\ \text{s} = 245\ \text{m} = 2{,}5\cdot 10^2\ \text{m}$$

6. Datos: $L = 200$ m; $a = 1{,}5$ m·s^{-2}; $\alpha = 20°$; $y_0 = 20$ m

a) Calculamos el tiempo de bajada y luego la velocidad:

$$L = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 200\ \text{m}}{1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 16\ \text{s}$$

$$v = v_0 + at = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 16\ \text{s} = 24\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y finalmente determinamos la velocidad horizontal teniendo en cuenta el ángulo de salto:

$$v_x = v\cos\alpha = 24\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 20° = 23\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Primero hallamos el tiempo de vuelo, interpretando que la velocidad vertical es hacia abajo (negativa):

$$y = 0 = y_0 - v_{0_y}t - \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$t = \frac{-24\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 20° \pm \sqrt{(24\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 20°)^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 20\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 3{,}4\ \text{s};\quad t_2 = -4{,}9\ \text{s}$$

Y calculamos el alcance máximo usando el tiempo positivo:

$$\Delta x = v_x t = 23\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 3{,}4\ \text{s} = 78\ \text{m}$$

c) Calculado en el apartado anterior:

$$t = 3{,}4\ \text{s}$$

7. Datos: $\Delta t = 4{,}0$ min $= 240$ s; $\Delta t_1 = 30$ s;

$\omega_1 = 800$ rpm $= 83{,}8$ rad·s^{-1};

$\Delta t_2 = 30$ s; $\omega_2 = 0$ rad·s^{-1}

Calculamos las aceleraciones angulares inicial y final:

$$\alpha_1 = \frac{\omega_1}{\Delta t_1} = \frac{83{,}3\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{30\ \text{s}} = 2{,}8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t_1} = \frac{0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} - 83{,}3\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{30\ \text{s}} =$$

$$= -2{,}8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

Y determinamos las vueltas dadas en cada ciclo, sabiendo que en el primero y tercero dará el mismo número de vueltas:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{1}{2}\alpha_1(\Delta t_1)^2 = \frac{1}{2}\cdot 2{,}8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(60\ \text{s})^2 = 1260\ \text{rad} =$$

$$= 200\ \text{vueltas}$$

$$\Delta\varphi_2 = \omega_1(\Delta t - t_1 - t_2) = 83{,}3\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot(240 - 60)\ \text{s} =$$

$$= 15\,084\ \text{rad} = 2\,400\ \text{vueltas}$$

$$\Delta\varphi_3 = \omega_1 \Delta t_2 + \frac{1}{2}\alpha_2(\Delta t_2)^2 = \Delta\varphi_1 = 200 \text{ vueltas}$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_1 =$$

$$= (200 + 2\,400 + 200) \text{ vueltas} = 2{,}8 \cdot 10^3 \text{ vueltas}$$

8. Datos: $D = 12 \text{ cm} = 0{,}12 \text{ m}$; $\omega = 500 \text{ rpm} = 52{,}4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$;

$t = 3{,}0 \text{ s}$

a) Calculamos la aceleración angular a partir de la ecuación de la velocidad angular del MCUA:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0{,}0 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} - 52{,}4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}}{3{,}0 \text{ s}} =$$

$$= -17{,}5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) Usamos la ecuación del movimiento del MCUA:

$$\Delta\varphi = \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 52{,}4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 3{,}0 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot$$

$$\cdot\, 17{,}5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (3{,}0 \text{ s})^2 = 78{,}5 \text{ rad} = 12{,}5 \text{ vueltas}$$

Por lo tanto, el DVD dará 12 vueltas completas antes de pararse.

c) $$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \frac{D}{2} = (52{,}4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1})^2 \cdot \frac{0{,}12 \text{ m}}{2} =$$

$$= 165 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_t = \frac{D}{2}\alpha = \frac{0{,}12 \text{m}}{2} \cdot (-17{,}5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}) = -1{,}1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 247 a 250)

1 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU) — Pág. 247

9. Datos: $v = 3{,}0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t = 8 \text{ min} = 480 \text{ s}$

$$\Delta x = vt = 3{,}0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 480 \text{ s} = 1{,}4 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

La distancia que hay desde la Tierra al Sol es de $1{,}4 \cdot 10^{11}$ m.

10. Datos: $\Delta x = 5{,}25 \text{ km} = 5\,250 \text{ m}$; $v_1 = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$;

$v_2 = 300\,000 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) El observador percibe primero la luz porque su velocidad es mucho mayor y, por lo tanto, recorrerá la misma distancia en menor tiempo.

b) $$\left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{5\,250 \text{ m}}{340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 15{,}4 \text{ s} \\ t_2 &= \frac{\Delta x}{v_2} = \frac{5\,250 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = \\ &= 1{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ s} \end{aligned}\right\} \Delta t = t_1 - t_2 = 15{,}4 \text{ s}$$

Por lo tanto, podemos decir que el observador verá la luz del relámpago instantáneamente, mientras que el sonido del trueno tardará más de 15 s.

11. El número 1 porque tiene más pendiente, que corresponde a la velocidad. Otra forma de verlo es que, en un mismo tiempo, el 1 ha recorrido mayor distancia que el 2.

12. Datos: $v_1 = 1100 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1} = 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_1 = 8{,}0 \text{ s}$;

$v_2 = 450 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1} = 4{,}5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_2 = 7{,}0 \text{ s}$

a) El desplazamiento total será la suma de las distancias recorridas en los dos tramos con su respectiva velocidad:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= v_1 t_1 = 11{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 8{,}0 \text{ s} = 88 \text{ m} \\ x_2 &= v_2 t_2 = 4{,}5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 7{,}0 \text{ s} = 32 \text{ m} \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta x = x_1 + x_2 = 88 \text{ m} + 32 \text{ m} = 120 \text{ m}$$

b) $$v_{med} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{11{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + 4{,}5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{2} = 8{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

13. Datos: $v_1 = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $t_1 = 7{,}0 \text{ min} = 0{,}12 \text{ h}$;

$v_2 = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\Delta x = 15 \text{ km}$

Primero hallamos las distancias recorridas con cada velocidad:

$$x_1 = v_1 t = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \cdot 0{,}12 \text{ h} = 11 \text{ km}$$

$$x_2 = \Delta x - x_1 = 15 \text{ km} - 11 \text{ km} = 4 \text{ km}$$

Y ahora ya podemos determinar el tiempo del segundo tramo y averiguar cuánto ha tardado en total:

$$t_2 = \frac{x_2}{v_2} = \frac{4 \text{ km}}{80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} = 0{,}05 \text{ h} = 3 \text{ min}$$

$$\Delta t = t_1 + t_2 = 7 \text{ min} + 3 \text{ min} = 10 \text{ min}$$

14. Datos: $x = 200 \text{ km}$; $x_0 = 15 \text{ km}$; $v_2 = 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$;

$t_0 = 2{,}0 \text{ min} = 0{,}03 \text{ h}$; $v_1 = 55 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

a) Calculamos el tiempo de cada ciclista a partir de su ecuación del movimiento:

$$x = x_0 + v_2 t_2 \rightarrow t_2 = \frac{x - x_0}{v_2} = \frac{200 \text{ km} - 50 \text{ km}}{50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} = 3 \text{ h}$$

$$x = x_0 + v_1(t_1 - t_0) \rightarrow t_1 = \frac{x - x_0}{v_1} + t_0 =$$

$$= \frac{200 \text{ km} - 50 \text{ km}}{55 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} + 0{,}03 \text{ h} = 2{,}7 \text{ h}$$

Y la diferencia de tiempo con que llegan a la meta es:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 \text{ h} - 2{,}7 \text{ h} = 0{,}3 \text{ h}$$

b) Calculamos la distancia que recorre el segundo con el tiempo del primero y luego calculamos la diferencia:

$$x_2 = x_0 + v_2 t_1 = 50 \text{ km} + 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \cdot 2{,}7 \text{ h} = 185 \text{ km}$$

$$\Delta x = x_1 - x_2 = 200 \text{ km} - 185 \text{ km} = 15 \text{ km}$$

15. Calcularemos la velocidad en cada tramo a partir de:

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$v_1 = \frac{20\text{ m} - 0\text{ m}}{2\text{ s}} = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{20\text{ m} - 20\text{ m}}{4\text{ s} - 2\text{ s}} = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_3 = \frac{160\text{ m} - 20\text{ m}}{8\text{ s} - 4\text{ s}} = 35\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_4 = \frac{160\text{ m} - 160\text{ m}}{10\text{ s} - 8\text{ s}} = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_5 = \frac{0\text{ m} - 160\text{ m}}{12\text{ s} - 10\text{ s}} = -80\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

16. Calcularemos la velocidad en cada tramo a partir de:

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$v_1 = \frac{30\text{ m} - 0\text{ m}}{15\text{ s}} = 2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{30\text{ m} - 30\text{ m}}{50\text{ s} - 15\text{ s}} = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_3 = \frac{25\text{ m} - 30\text{ m}}{60\text{ s} - 55\text{ s}} = -0{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_4 = \frac{0\text{ m} - 25\text{ m}}{85\text{ s} - 60\text{ s}} = -1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

17. Datos: $x_1 = 100$ m; $t_1 = 4{,}0$ min $= 240$ s;

$x_2 = 200$ m; $t_2 = 8{,}0$ min $= 480$ s;

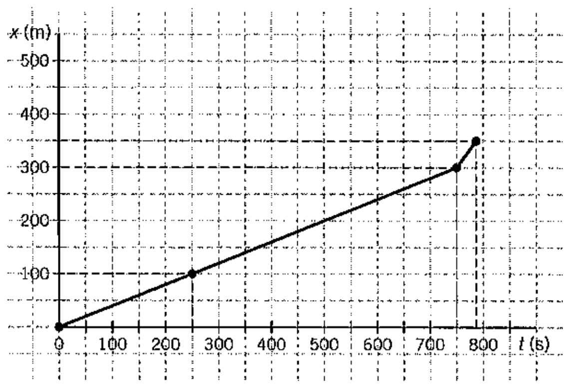
$x_3 = 50$ m; $t_3 = 1{,}0$ min $= 60$ s;

$$v_1 = \frac{x_1}{t_1} = \frac{100\text{ m}}{240\text{ s}} = 0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{x_2}{t_2} = \frac{200\text{ m}}{480\text{ s}} = 0{,}42\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_3 = \frac{x_3}{t_3} = \frac{50\text{ m}}{60\text{ s}} = 0{,}83\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Representamos la gráfica *x-t:*



18. Datos: $x_0 = 6{,}0$ km; $v_1 = 60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_2 = 100\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

En primer lugar, escribimos la ecuación del movimiento para los dos automóviles:

$$x_1 = x_0 + v_1\, t$$

$$x_2 = v_2\, t$$

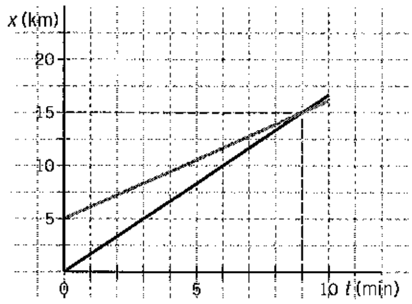
Igualamos las posiciones para saber al cabo de cuánto tiempo se encuentran:

$$x_0 + v_1\, t = v_2\, t$$

$$t = \frac{x_0}{v_2 - v_1} = \frac{6{,}0\text{ km}}{100\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} - 60\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} = 0{,}15\text{ h} = 9{,}0\text{ min}$$

Sustituimos el tiempo en la segunda ecuación para obtener la posición (si lo hiciéramos en la primera nos daría el mismo valor): $x = v_2\, t = 100\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \cdot 0{,}15\text{ h} = 15\text{ km}$

Gráficamente obtenemos los mismos resultados:



19. Datos: $T_1 = 12{:}00$ h; $T_1' = 15{:}00$ h; $x_0 = 650$ km

$T_2 = 12{:}15$ h; $T_2' = 15{:}30$ h

Primero determinamos los tiempos de los respectivos trayectos y la diferencia entre los tiempos de salida (t_0):

$$\Delta t_1 = T_1' - T_1 = 15{:}00\text{ h} - 12{:}00\text{ h} = 3\text{ h}$$

$$\Delta t_2 = T_2' - T_2 = 15{:}30\text{ h} - 12{:}15\text{ h} = 3{,}25\text{ h}$$

$$t_0 = T_2 - T_1 = 12{:}15\text{ h} - 12{:}00\text{ h} = 15\text{ min} = 0{,}25\text{ h}$$

Ahora tenemos que hallar la velocidad de cada tren, que es constante y de sentidos opuestos:

$$v_1 = \frac{x_0}{\Delta t_1} = \frac{650\text{ km}}{3\text{ h}} = 216{,}7\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{-x_0}{\Delta t_2} = \frac{650\text{ km}}{3{,}25\text{ h}} = -200{,}0\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Escribimos la ecuación del movimiento para los dos trenes:

$$x_1 = x_0 + v_1\, t$$

$$x_2 = v_2\,(t - t_0)$$

Igualamos las posiciones y aislamos el tiempo:

$$x_0 + v_1\, t = v_2\,(t - t_0)$$

$$t = \frac{x_0 - v_2\, t_0}{v_1 - v_2} = \frac{650\text{ km} - (-200\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}) \cdot 0{,}25\text{ h}}{216{,}7\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} - (-200\text{ km}\cdot\text{h}^{-1})} = 1{,}68\text{ h}$$

$$1{,}68\text{ h} = 1\text{ h} + 40\text{ min} + 48\text{ s}$$

Por lo tanto, la hora de encuentro será:

$$T = T_1 + t = 12{:}00\text{ h} + 01{:}41\text{ h} = 13{:}41\text{ h}$$

2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

Pág. 247

20. Datos: $v = 360\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 100\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_0 = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;

$a = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

a) $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{100\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 10\ \text{s}$

El tiempo que ha empleado el avión es de 10 s.

b) $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 = 0\ \text{m} + 0\ \text{m} + \dfrac{1}{2}\cdot 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot$

$\cdot (10\ \text{s})^2 = 5\cdot 10^2\ \text{m}$

La distancia recorrida antes de ascender es de $5\cdot 10^2$ m.

21. Datos: $v_0 = 180\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $a = -2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

a) $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{-2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 25\ \text{s}$

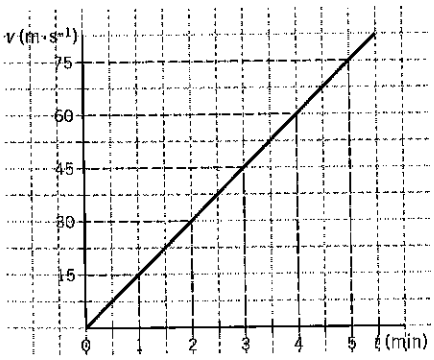
Tarda 25 s en detenerse.

b) $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 = 0\ \text{m} + 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 25\ \text{s} +$

$+\dfrac{1}{2}\cdot(-2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})\cdot(25\ \text{s})^2 = 6{,}3\cdot 10^2\ \text{m}$

22. Datos: $a = 0{,}25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = \dfrac{15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{1\ \text{min}}$; $t = 5{,}0\ \text{min}$

Gráfica *v-t*:



23. Datos: $y_0 = 3\ \text{m}$; $v_0 = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $a = -g = -9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Elegimos el origen en la posición final y definimos el eje hacia arriba como positivo:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$$

$$v = \sqrt{-2g\Delta y} = \sqrt{-2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}(-3\ \text{m})} = 7{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y, de la ecuación de la trayectoria vertical, determinamos el tiempo:

$$y = 0\ \text{m} = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 0{,}78\ \text{s}$$

24. Datos: $v_0 = 70\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_0 = 80\ \text{m}$;

$a = -3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Calculamos la distancia que necesita el coche para detenerse ($v = 0$) a partir de la ecuación que relaciona velocidades con desplazamiento:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{-v_0^2}{2a} = -\frac{(19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2\cdot(-3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})} = 62{,}7\ \text{m} \simeq 63\ \text{m}$$

Como la distancia de frenada es menor que los 80 m, podemos decir que sí se para a tiempo.

Y, utilizando las ecuaciones del movimiento y de la velocidad, elaboramos una tabla de su posición y velocidad cada 0,2 s:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0\ \text{m} + 19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot t -$$

$$-\frac{1}{2}\cdot 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot t^2$$

$$v = v_0 + at = 19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot t$$

t (s)	x (m)	v (m/s)	t (s)	x (m)	v (m/s)
0,0	0,0	19,4	3,4	48,6	9,2
0,2	3,8	18,8	3,6	50,4	8,6
0,4	7,5	18,2	3,8	52,1	8,0
0,6	11,1	17,6	4,0	53,6	7,4
0,8	14,6	17,0	4,2	55,0	6,8
1,0	17,9	16,4	4,4	56,3	6,2
1,2	21,1	15,8	4,6	57,5	5,6
1,4	24,2	15,2	4,8	58,6	5,0
1,6	27,2	14,6	5,0	59,5	4,4
1,8	30,1	14,0	5,2	60,3	3,8
2,0	32,8	13,4	5,4	61,0	3,2
2,2	35,4	12,8	5,6	61,6	2,6
2,4	37,9	12,2	5,8	62,1	2,0
2,6	40,3	11,6	6,0	62,4	1,4
2,8	42,6	11,0	6,2	62,6	0,8
3,0	44,7	10,4	6,4	62,7	0,2
3,2	46,7	9,8			

25. Datos: $v_{0_1} = 50\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 13{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $a_1 = 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$;

$x_{0_2} = 100\ \text{m}$; $a_2 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Escribimos la ecuación del movimiento para el guepardo y el conejo:

$$x_1 = x_{0_1} + v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2$$

$$x_2 = x_{0_2} + v_{0_2}t + \frac{1}{2}a_2 t^2$$

Igualamos las posiciones para hallar el tiempo de encuentro, donde $x_{01} = 0$ y $v_{02} = 0$.

$$v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = x_{0_2} + \frac{1}{2}a_2 t^2$$

$$\frac{1}{2}(a_2 - a_1)t^2 - v_{0_1}t + x_{0_2} = 0$$

$$t = \frac{13{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \pm \sqrt{(13{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 4\cdot\frac{1}{2}(2{,}0-3{,}0)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 100\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}(2{,}0-3{,}0)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 5{,}93\ \text{s}\ ; \quad t_2 = -33{,}71\ \text{s}$$

Desechamos la segunda solución por no tener sentido físico.

Sustituimos el tiempo obtenido en la primera ecuación para calcular la distancia recorrida por el guepardo:

$$x_1 = x_{0_1} + v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = 0\ \text{m} + 13{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot$$

$$\cdot\ 5{,}93\ \text{s} + \frac{1}{2}\cdot 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(5{,}93\ \text{s})^2 = 135\ \text{m}$$

Determinamos la velocidad de los dos animales:

$$v_1 = v_{0_1} + a_1 t = 13{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 5{,}93\ \text{s} =$$

$$= 31{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = v_{0_2} + a_2 t = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 5{,}93\ \text{s} =$$

$$= 11{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

26. Datos: $v_0 = 80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $a = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$;

$x = 150\ \text{m}$

a)
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a t^2$$

$$\frac{1}{2}a t^2 + v_0 t - x = 0 \quad\rightarrow\quad t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{(v_0)^2 + 4\cdot\frac{1}{2}ax}}{2\cdot\frac{1}{2}a}$$

$$t = \frac{-22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \pm \sqrt{(22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 150\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 4{,}8\ \text{s}; \quad t_2 = -15{,}8\ \text{s}$$

Nos quedamos con el valor positivo.

b) Sustituimos el valor del tiempo obtenido en la ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 + at = 22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 4{,}0\cdot 4{,}8\ \text{s} = 41\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

27. Datos: $v_{0_1} = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_{0_2} = 2{,}0\ \text{km}$;

$v_2 = 80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 22{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$;

$a_1 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $x = 5{,}0\ \text{km}$

Primero calculamos el tiempo que tardaría la liebre en recorrer el tramo de 5 km, teniendo en cuenta que su origen está en los 2 km:

$$t = \frac{x - x_0}{v_2} = \frac{5\,000\ \text{m} - 2\,000\ \text{m}}{22{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 135\ \text{s}$$

Este es el tiempo máximo que tiene el galgo para atrapar a la liebre en los 5 km. Por lo tanto, tenemos que calcular la distancia que recorrerá en este tiempo:

$$x_1 = v_{0_1}t + \frac{1}{2}at^2 = 16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 135\ \text{s} + \frac{1}{2}\cdot$$

$$\cdot\ 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(135\ \text{s})^2 = 20\,480\ \text{m}$$

Como esta distancia es mucho mayor que los 5 km de máximo, podemos asegurar que sí lo atrapará. Por eso, ahora determinamos el tiempo de encuentro igualando las ecuaciones del movimiento del galgo y la liebre:

$$v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = x_{0_2} + v_2 t^2$$

$$\frac{1}{2}a_1 t^2 + (v_{0_1} - v_2)t - x_{0_2} = 0$$

$$t = \frac{-(16{,}7 - 22{,}2)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \pm \sqrt{(16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 22{,}2)^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 200\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 47{,}6\ \text{s}; \quad t_2 = -42{,}0\ \text{s}$$

Nos quedamos con el valor positivo y lo sustituimos en la ecuación del movimiento del galgo para hallar la posición en la que atrapa a la liebre respecto al origen (la meta):

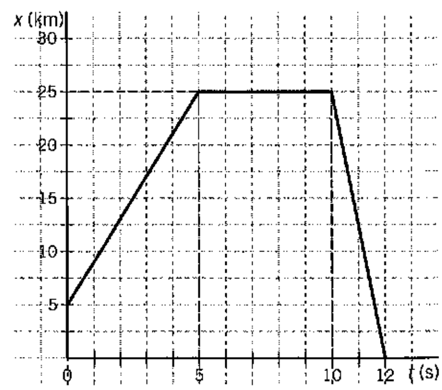
$$x_1 = x_{0_1} + v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = 0\ \text{m} + 16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot$$

$$\cdot\ 47{,}6\ \text{s} + \frac{1}{2}\cdot 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(47{,}6\ \text{s})^2 = 3{,}1\cdot 10^3\ \text{m}$$

28. Datos: $v_0 = 20\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 5{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_1 = 5{,}0\ \text{s}$;

$t_2 = 10{,}0\ \text{s}$; $t_3 = 2{,}0\ \text{s}$

$a_1 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_2 = 0{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_3 = -\text{constante}$

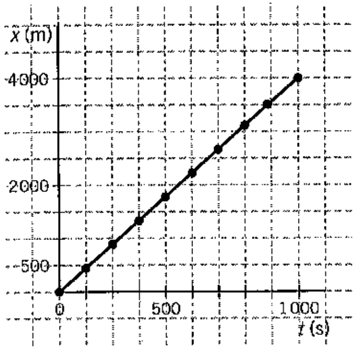


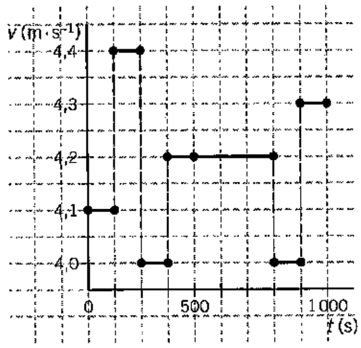
29. Respuesta sugerida: considerando que las aceleraciones de los dos móviles son iguales y del mismo signo, los dos vehículos chocarán en caso de que $x_0 > x_1$ y $v_1 > v_0$ o bien en el caso inverso: $x_1 > x_0$ y $v_0 > v_1$.

30. Calculamos la velocidad con la siguiente expresión:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

x (m)	0	500	1000	1500	2000	3000	3500	4000
t (s)	0	122	237	361	480	718	843	959
v (m · s^{-1})	–	4,1	4,4	4,0	4,2	4,2	4,0	4,3





31. Datos: $\Delta = 7\ \%$; $v_0 = 100\ km \cdot h^{-1} = 27,8\ m \cdot s^{-1}$;

$x_1 = 2,0\ km$; $x_2 = 3,0\ km$; $x_3 = 5,0\ km$

$\Delta v_1 = -30\ \%$; $v_2 = 50\ km \cdot h^{-1} = 13,9\ m \cdot s^{-1}$;

$v_3 = 100\ km \cdot h^{-1} = 27,8\ m \cdot s^{-1}$

Primero calculamos la velocidad a la que tiene que reducir en el primer tramo:

$$v_1 = v_0\left(1 - \frac{30}{100}\right) = 100\ km \cdot h^{-1} \cdot 0,7 =$$

$$= 70\ km \cdot h^{-1} = 19,4\ m \cdot s^{-1}$$

Hallamos las aceleraciones a partir de la siguiente relación:

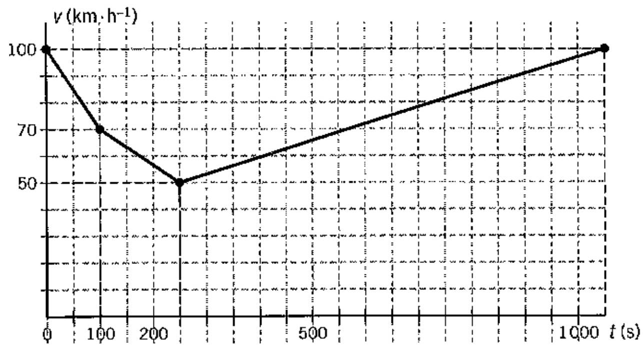
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \ \rightarrow\ a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

$$a_1 = \frac{(19,4\ m \cdot s^{-1})^2 - (27,8\ m \cdot s^{-1})^2}{2 \cdot 2\,000\ m} = -0,11\ m \cdot s^{-2}$$

$$a_2 = \frac{(14\ m \cdot s^{-1})^2 - (19\ m \cdot s^{-1})^2}{2 \cdot 3\,000\ m} = -0,028\ m \cdot s^{-2}$$

$$a_3 = \frac{(27,8\ m \cdot s^{-1})^2 - (14,4\ m \cdot s^{-1})^2}{2 \cdot 5\,000\ m} = 0,059\ m \cdot s^{-2}$$

Representamos *v-t*:



32. A partir de la ecuación del movimiento y de la definición de aceleración, determinamos la distancia recorrida en cada tramo en función de las velocidades inicial y final y el tiempo:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= v_0\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \\ a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2}\Delta v \Delta t = \frac{v_0 + v}{2}\Delta t$$

$$\Delta x_1 = \frac{0\ m \cdot s^{-1} + 20\ m \cdot s^{-1}}{2} \cdot (10 - 0)\ s = 100\ m$$

$$\Delta x_2 = \frac{20\ m \cdot s^{-1} + 10\ m \cdot s^{-1}}{2} \cdot (20 - 10)\ s = 150\ m$$

$$\Delta x_3 = \frac{10\ m \cdot s^{-1} + 10\ m \cdot s^{-1}}{2} \cdot (25 - 20)\ s = 50\ m$$

$$\Delta x_4 = \frac{10\ m \cdot s^{-1} + 0\ m \cdot s^{-1}}{2} \cdot (30 - 25)\ s = 25\ m$$

Y sumamos la distancia de cada tramo:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 =$$

$$= 100\ m + 150\ m + 50\ m + 25\ m = 325\ m$$

33. Datos: $t_1 = 3,0\ s$; $\Delta y_2 = 150\ m$; $v_3 = 25\ m \cdot s^{-1}$;

$\Delta y_4 = 300\ m$

Elegimos y_0 como origen y definimos el eje positivo hacia abajo. A parte, sabemos que $v_0 = 0$.

a) $$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}g t_1^2 =$$

$$= 0\ m + 0\ m \cdot s^{-1} \cdot 3,0\ s + \frac{1}{2} \cdot 9,8\ m \cdot s^{-2} \cdot (3,0\ s)^2 = 44\ m$$

b) $$v^2 = v_0^2 + 2g\Delta y_2$$

$$v = \sqrt{2g\Delta y_2} = \sqrt{2 \cdot 9,8\ m \cdot s^{-2} \cdot 150\ m} = 54\ m \cdot s^{-1}$$

c) $v = v_0 + gt \ \rightarrow\ t = \dfrac{v_3}{g} = \dfrac{25\ m \cdot s^{-1}}{9,8\ m \cdot s^{-2}} = 2,6\ s$

d) $\Delta y_4 = \dfrac{1}{2}gt^2 \ \rightarrow\ t = \sqrt{\dfrac{2\Delta y_4}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 300\ m}{9,8\ m \cdot s^{-2}}} = 7,8\ s$

34. Datos: $v = 8{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $t = 3{,}0\ \mathrm{s}$

Elegimos el eje positivo hacia abajo:

a) $v = v_0 + gt = 8{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} + 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot 3{,}0\ \mathrm{s} = 37\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

b) $\Delta y = v_0 t + \dfrac{1}{2} g t_f^2 = 8{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 3{,}0\ \mathrm{s} + \dfrac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot$

$\cdot (3{,}0\ \mathrm{s})^2 = 68\ \mathrm{m}$

35. Datos: $y_0 = 0{,}50\ \mathrm{m}$; $t = 3{,}0\ \mathrm{s}$

Definimos el eje positivo hacia arriba. Para calcular la velocidad al tocar el suelo utilizamos la ecuación que relaciona velocidades con la distancia vertical, que es negativa:

$$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} =$$

$$= \sqrt{(2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot (-0{,}50\ \mathrm{m})} =$$

$$= -3{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Nos quedamos con el valor negativo, que es el que coincide con nuestra definición de ejes.

Para determinar la altura máxima, primero calculamos el tiempo hasta este punto imponiendo que la velocidad tiene que ser cero y luego lo sustituimos en la ecuación del movimiento:

$$v = 0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = v_0 - gt \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 0{,}2\ \mathrm{s}$$

$$y_{\text{máx}} = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t_f^2 =$$

$$= 0{,}5\ \mathrm{m} + 2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}2\ \mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot (0{,}2\ \mathrm{s})^2 = 0{,}7\ \mathrm{m}$$

Que es la altura respecto el origen $y = 0$ (el suelo).

36. Datos: $y_{0_1} = 4{,}0\ \mathrm{m}$; $y_{0_2} = 0{,}0\ \mathrm{m}$; $v_{0_1} = 0{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$;

$v_{0_2} = 6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Escribimos las ecuaciones del movimiento de cada piedra:

$$y_1 = y_{0_1} + v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_2 = y_{0_2} + v_{0_2} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Las igualamos y aislamos el tiempo, teniendo en cuenta las condiciones iniciales de cada piedra (datos):

$$y_{0_1} + v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2 = y_{0_2} + v_{0_2} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{0_1} = v_{0_2} t$$

$$t = \frac{y_{0_1}}{v_{0_2}} = \frac{4{,}0\ \mathrm{m}}{6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}} = 0{,}7\ \mathrm{s}$$

Sustituimos el tiempo calculado en la ecuación de la segunda piedra:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 =$$

$$= 0\ \mathrm{m} + 6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}7\ \mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot (0{,}7\ \mathrm{s})^2 = 1{,}8\ \mathrm{m}$$

37. Datos: $y_{0_1} = 15\ \mathrm{m}$; $y_{0_2} = 0\ \mathrm{m}$; $v_{0_1} = 0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $v_{0_2} = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Escribimos las ecuaciones del movimiento para cada objeto, las igualamos y aislamos el tiempo de encuentro:

$$\begin{cases} y_1 = y_{0_1} + v_{0_1} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \\ y_2 = y_{0_2} + v_{0_2} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$y_{0_1} + v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2 = y_{0_2} + v_{0_2} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{0_1} = v_{0_2} t$$

$$t = \frac{y_{0_1}}{v_{0_2}} = \frac{15\ \cancel{\mathrm{m}}}{12\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{s^{-1}}} = 1{,}3\ \mathrm{s}$$

38. Datos: $y_0 = 15\ \mathrm{m}$; $y_1 = 9{,}0\ \mathrm{m}$

a) $y = 0\ \mathrm{m} = y_0 + v_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2 y_0}{g}} =$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 15\ \cancel{\mathrm{m}}}{9{,}8\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{s^{-2}}}} = 1{,}8\ \mathrm{s}$$

b)
$$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g(y_1 - y_0)} =$$

$$= \sqrt{0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} - 2 \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot (9{,}0 - 15)\ \mathrm{m}} = 11\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

39. Datos: $\Delta x = 9{,}0\ \mathrm{km}$; $v_1 = 4{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $v_2 = 8{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$

Primero calculamos el tiempo que tarda el perro en llegar al refugio y la distancia que recorre el cazador en este tiempo:

$$t_2 = \frac{\Delta x}{v_2} = \frac{9{,}0\ \cancel{\mathrm{km}}}{8{,}0\ \cancel{\mathrm{km}} \cdot \mathrm{h^{-1}}} = 1{,}1\ \mathrm{h}$$

$$x_1 = v_1 t_2 = 4{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} \cdot 1{,}1\ \mathrm{h} = 4{,}4\ \mathrm{km}$$

Igualamos las dos ecuaciones del movimiento considerando las nuevas posiciones iniciales y obtenemos el tiempo de encuentro:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_{0_1} + v_1 t \\ x_2 &= x_{0_2} - v_2 t \end{aligned}\right\} x_{0_1} + v_1 t = x_{0_2} - v_2 t$$

$$t = \frac{x_{0_2} - x_{0_1}}{v_1 + v_2} = \frac{9{,}0\ \mathrm{km} - 4{,}4\ \mathrm{km}}{4{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} + 8{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}} = 0{,}38\ \mathrm{h}$$

Lo sustituimos en la primera ecuación para calcular el punto de encuentro:

$$x_1 = x_{0_1} + v_1 t = 4{,}4\ \mathrm{km} + 4{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} \cdot 0{,}38\ \mathrm{h} = 6\ \mathrm{km}$$

Para saber la distancia total recorrida por el perro tenemos que repetir el cálculo anterior tantas veces como sea necesario. Y llegamos a que se encuentran 6 veces antes de llegar los dos al refugio, con lo que nos queda la siguiente suma:

$$\Delta x_{2\,\text{total}} = 9{,}0\ \mathrm{km} + 2 \cdot (9{,}0 - 5{,}9)\ \mathrm{km} + 2 \cdot (9{,}0 - 7{,}5)\ \mathrm{km} +$$

$$+ 2 \cdot (9{,}0 - 8{,}0)\ \mathrm{km} + 2 \cdot (9{,}0 - 8{,}7)\ \mathrm{km} +$$

$$+ 2 \cdot (9{,}0 - 8{,}9)\ \mathrm{km} = 20{,}8\ \mathrm{km}$$

Donde entre paréntesis se muestran los distintos tramos que recorre el perro desde el refugio al cazador y viceversa (por eso se multiplica por 2).

40. Datos: $y_0 = 80$ m; $v_{0_2} = 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) Planteamos la ecuación del movimiento para los dos cuerpos e igualamos las posiciones para aislar el tiempo. Teniendo en cuenta que elegimos el eje positivo hacia arriba:

$$\begin{cases} y_1 = y_{0_1} + v_{0_1}t - \dfrac{1}{2}g\,t^2 \\ y_2 = y_{0_2} + v_{0_2}t - \dfrac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$$

$$y_{0_1} + v_{0_1}t - \frac{1}{2}g\,t^2 = y_{0_2} + v_{0_2}t - \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$y_{0_1} = v_{0_2}t$$

$$t = \frac{y_{0_1}}{v_{0_2}} = \frac{80\ \text{m}}{50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1{,}6\ \text{s}$$

b) Sustituimos el tiempo de encuentro en una de las dos ecuaciones:

$$y_2 = y_{0_2} + v_{0_2}t - \frac{1}{2}g\,t^2 =$$

$$= 0\ \text{m} + 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 1{,}6\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1{,}6\ \text{s})^2 = 68\ \text{m}$$

c) Aplicamos la ecuación de la velocidad para cada cuerpo:

$$v_1 = v_{0_1} - gt = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1{,}6\ \text{s} = -16\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = v_{0_2} - gt = 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1{,}6\ \text{s} = 34\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

d) Primero calculamos el tiempo de caída del primer cuerpo:

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{-\frac{2\Delta y_1}{g}} = \sqrt{-\frac{2\cdot(-50\ \text{m})}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 4\ \text{s}$$

Y sustituimos el valor obtenido en la ecuación del movimiento del segundo cuerpo:

$$y_2 = v_{0_2}t - \frac{1}{2}gt^2 = 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot$$

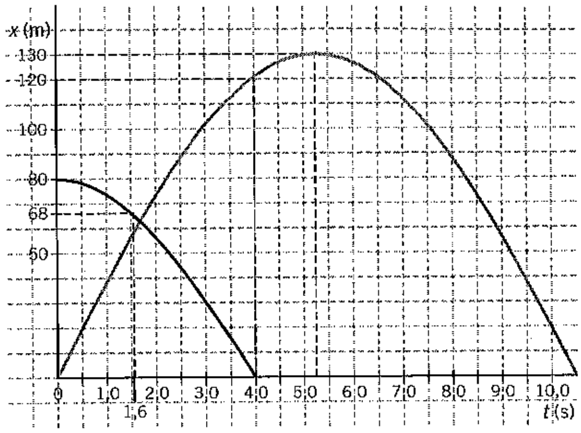
$$\cdot\, 4\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(4\ \text{s}) = 1{,}2\cdot 10^2\ \text{m}$$

e) Para saber la altura máxima tenemos que imponer que la velocidad sea nula, determinar el tiempo del recorrido y sustituirlo en la ecuación del movimiento para calcular $y_{\text{máx}}$.

$$v = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = v_{0_2} - gt \rightarrow t = \frac{v_{0_2}}{g} = \frac{50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 5\ \text{s}$$

$$y_{\text{máx}} = v_{0_2}t - \frac{1}{2}gt^2 = 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 5\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot$$

$$\cdot\, 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(5\ \text{s})^2 = 1{,}2\cdot 10^2\ \text{m}$$



41. a) Para resolver este problema debemos tener en cuenta que el sonido también tarda un cierto tiempo en llegar al oído de Carmen.

Teniendo en cuenta esto, aplicaremos la fórmula del MRU para hallar el tiempo que tarda el sonido y la fórmula del MRUA para hallar la profundidad total del pozo:

$$\text{MRU: } y = 340\cdot t_2 \rightarrow t_2 = \frac{y}{340}$$

$$\text{MRUA: } y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_1^2 = 4{,}9\cdot t_1^2$$

$$340\ t_2 = 4{,}9\ t_1^2 \rightarrow 340(2{,}5 - t_1) = 4{,}9\ t_1^2$$

$$4{,}9\ t_1^2 + 340\ t_1 - 850 = 0 \rightarrow t_1 = 2{,}416\ \text{s}$$

Sustituyendo:

$$y = 4{,}9\cdot 2{,}416^2 = 29\ \text{m}$$

b) Aplicando la formula correcta y considerando una velocidad inicial nula:

$$v^2 = v_0^2 - 2g\,\Delta y \rightarrow v = \sqrt{2g\,\Delta y} \rightarrow v =$$

$$= \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 28{,}6} = 24\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

42. Datos: $v = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $y_0 = 5{,}0$ m

a) $v = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = v_{0_2} - gt \rightarrow t = \dfrac{v_0}{g} = \dfrac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 1\ \text{s}$

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 =$$

$$= 5{,}0\ \text{m} + 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 1\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1\ \text{s})^2 = 10\ \text{m}$$

b) $y = y_0 + v_0t - \dfrac{1}{2}gt^2 = 0\ \text{m} \rightarrow \dfrac{1}{2}gt^2 - v_0t - y_0 = 0$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4\cdot\frac{1}{2}gy_0}}{2\cdot\frac{1}{2}g} =$$

$$= \frac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \pm \sqrt{(10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 5{,}0\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 2{,}4\ \text{s};\quad t_2 = -0{,}4\ \text{s}$$

Nos quedamos con la solución positiva.

3 COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS Pág. 249

43. Datos: $v_1 = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_2 = 45\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

$$v' = v_1 - v_2 = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} - 45\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 15\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

44. Datos: $v_1 = 19\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_2 = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $t = 1\,150\ \text{s} = 0{,}32\ \text{h}$

$$v' = v_2 - v_1 = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} - 19\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 41\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$x = v' t = 41\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} \cdot 0{,}32\ \text{h} = 13\ \text{km}$$

45. Datos: $\alpha = 30°$; $v_0 = 6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $y_0 = 50\ \text{cm} = 0{,}5\ \text{m}$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t = (6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \cos 30°)t \\ y = y_0 + (v_0 \text{sen}\ \alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2 = \\ = 0{,}5\ \text{m} + (6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \text{sen}\ 30°)t - \dfrac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\ t^2 \end{cases}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cos 30° = 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y = v_0 \text{sen}\ \alpha - gt = 6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\ \text{sen}\ 30° - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\ t \end{cases}$$

46. Datos: $t_1 = 90\ \text{s}$; $t_2 = 60\ \text{s}$

Buscamos la relación entre velocidades imponiendo que la distancia recorrida en los dos casos es la misma:

$$\left.\begin{matrix} \Delta x = v_1 t_1 \\ \Delta x = v_2 t_2 \end{matrix}\right\} v_1 t_1 = v_2 t_2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{90\ \text{s}}{60\ \text{s}} = 1{,}5$$

Determinamos la velocidad total de la composición de los dos movimientos y, usando la relación anterior, obtenemos t.

$$v' = v_1 + v_2 = v_1 + 1{,}5v_1 = 2{,}5v_1$$

$$\frac{v'}{v_1} = \frac{t_1}{t'} \rightarrow t' = t_1\frac{v_1}{v'} = 90\ \text{s} \cdot \frac{\cancel{v_1}}{2{,}5 \cdot \cancel{v_1}} = 36\ \text{s}$$

47. Datos: $v_1 = 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_2 = 3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_3 = -3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Primero calculamos la velocidad del pasajero respecto a un observador en reposo que está fuera de la escalera:

$$v' = v_1 + v_2 = 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y ahora determinamos la velocidad respecto a un observador que va en otra cinta que se mueve en sentido opuesto:

$$v'' = v' - v_3 = 7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - (-3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

48. Datos: $\Delta x = 300\ \text{m}$; $v_1 = 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_2 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) $v' = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2} =$
$= 3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

b) $\Delta x = v_1 t \rightarrow t = \dfrac{\Delta x}{v_1} = \dfrac{300\ \cancel{\text{m}}}{3{,}0\ \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-1}} = 1{,}0 \cdot 10^2\text{s}$

c) $y = v_2 t = 2{,}0\ \text{m}\cdot\cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 100\ \cancel{\text{s}} = 200\ \text{m}$

$$d = \sqrt{(\ x)^2 + (\ y)^2} = \sqrt{(300\ \text{m})^2 + (200\ \text{m})^2} = 3{,}6 \cdot 10^2\ \text{m}$$

49. Vemos como para cualquier valor de las dos velocidades y del ángulo siempre acabamos teniendo un movimiento rectilíneo y constante. Ahora bien, el tiempo y las distancias recorridas sí que dependen tanto de la velocidad y del ángulo. También se observa como, por ejemplo, para un ángulo y una velocidad de la moto determinados, si vamos modificando la velocidad de la corriente siempre tarda el mismo tiempo (ya que la distancia de banda a banda siempre es la misma y la velocidad de la corriente, aunque sí que modifica la velocidad resultante, solo afecta en la dirección x).

50. Datos: $\Delta x = 72{,}28\ \text{m}$; $\alpha = 45°$

a) Aislamos el tiempo de la ecuación del movimiento vertical, suponiendo que las posiciones inicial y final de la jabalina son las mismas, y lo sustituimos en la ecuación del movimiento horizontal:

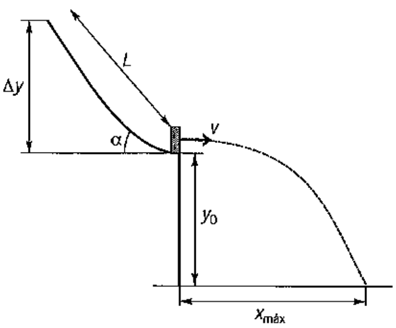
$$\Delta y = 0\ \text{m} = v_{0_y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \frac{2v_{0_y}}{g}$$

$$\Delta x = v_{0_x}t = \frac{2v_0^2 \cos\alpha\ \text{sen}\ \alpha}{g} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g\Delta x}{2\cos\alpha\ \text{sen}\ \alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 72{,}28\ \text{m}}{2 \cdot \cos 45°\ \text{sen}\ 45°}} = 27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) $t = \dfrac{2v_0 \text{sen}\ \alpha}{g} = \dfrac{2 \cdot 26{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \text{sen}\ 45°}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 3{,}8\ \text{s}$

51. Datos: $l = 91\ \text{m}$; $\alpha = 35°$; $v_{0_x} = 33\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_{máx} = 50\ \text{m}$



Primero determinamos el tiempo de vuelo:

$$t = \frac{x_{máx}}{v_{0_x}} = \frac{50\ \text{m}}{33\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1{,}5\ \text{s}$$

Calculamos la altura del salto a partir de la ecuación del movimiento vertical y la altura vertical del trampolín:

$$\left.\begin{matrix} y_0 = \dfrac{1}{2}gt^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (1{,}5\ \text{s})^2 = 11\ \text{m} \\ \Delta y = l\ \text{sen}\ \alpha = 91\ \text{m} \cdot \text{sen}\ 35° = 52\ \text{m} \end{matrix}\right\}$$

$$y = \Delta y + y_0 = 52\ \text{m} + 11\ \text{m} = 63\ \text{m}$$

Por lo tanto, la cima del trampolín se encuentra a 63 m. Y la velocidad de aterrizaje será:

$$v_x = v_{0_x} = 33\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_y = v_{0_y} - gt = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}5\ \text{s} = -15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

52. Datos: $v = 15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 30°$; $\Delta x = 11{,}0$ m; $h = 2{,}44$ m

Primero calculamos el tiempo que tarda en llegar a la portería:

$$\Delta x = v_0 \cos\alpha t \rightarrow t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos\alpha} =$$

$$= \frac{11{,}0\ \text{m}}{15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 30°} = 0{,}9\ \text{s}$$

Y lo sustituimos en la ecuación del movimiento vertical:

$$\Delta y = v_0 \text{sen}\,\alpha t - \frac{1}{2}gt^2 =$$

$$= (15{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\,30°)\cdot 0{,}9\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(0{,}9\ \text{s})^2 =$$

$$= 2{,}87\ \text{m}$$

La pelota va demasiado alta, ya que $\Delta y > h$. En la siguiente tabla vemos el efecto de la altura a la que llega la pelota en función del ángulo inicial:

α (°)	Δy (m)
0	–3,97
5	–2,79
10	–1,62
15	–0,47
20	0,65
25	1,74
30	2,78

53. Datos: $\alpha = 13°$; $l = 50$ m; $t = 6{,}7$ s; $\Delta y = 14$ m

a) Al estar en un plano inclinado, la aceleración será $g\cdot\text{sen}\,\alpha$:

$$v = v_0 + at = 0{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{sen}\,13°\cdot 6{,}7\ \text{s} =$$

$$= 15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Hallamos el tiempo para, posteriormente, poder calcular el desplazamiento horizontal:

$$y = y_0 + v_0\text{sen}\,\alpha\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 14 - 14{,}9\cdot\text{sen}\,13°\cdot t - 4{,}9t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow t = 1{,}38\ \text{s}$$

$$\Delta x = v_0\cos\alpha\cdot t = 14{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 13°\cdot 1{,}38\ \text{s} = 20\ \text{m}$$

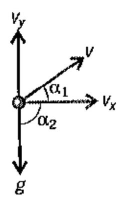
54. Datos: $v_0 = 300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 60°$

a) En el punto más alto la velocidad vertical será nula y la horizontal será siempre la misma:

$v_y = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$v_x = v_{0_x}\cos\alpha = 300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 60° = 1{,}5\cdot 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

b)



Calculamos la velocidad al cabo de 6 s:

$$v_y = v_{0_y} - gt = 300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\,60° - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot$$

$$\cdot 6{,}0\ \text{s} = 201\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(150\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (201\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2} =$$

$$= 251\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y determinamos el ángulo de v respecto a la horizontal, sabiendo que el proyectil aún está subiendo:

Por lo tanto, el ángulo entre a y v es:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 53° + 90° = 143°$$

c) Calculamos el tiempo que necesita para llegar a los 400 m de altura.

$$\Delta y = v_{0_y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0\ \text{m} \rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - (v_0\text{sen}\,\alpha)t + \Delta y = 0$$

$$t = \frac{300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\,60° \pm \sqrt{(300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\,60°)^2 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 400\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 2\ \text{s};\quad t_2 = 51\ \text{s}$$

El primer tiempo es de subida y el segundo de bajada y, por lo tanto, con los dos hemos de obtener el mismo valor del módulo de la velocidad.

$$\begin{cases} v_x = 150\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y = v_0\text{sen}\,\alpha - gt = 300\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\,60° - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2\ \text{s} = 240\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(150\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (240\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 2{,}8\cdot 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

55. Datos: $\Delta x = 38{,}7$ m; $t = 2{,}0$ s

a) $\Delta x = v_{0_x}t \rightarrow v_{0_x} = \dfrac{\Delta x}{t} = \dfrac{38{,}7\ \text{m}}{2{,}0\ \text{s}} = 19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$$\Delta y = 0 = v_{0_y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow v_{0_y} = \frac{1}{2}gt =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2{,}0\ \text{s} = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2} = \sqrt{(19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 21{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\cos\alpha = \frac{v_{0_x}}{v_0} \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{19{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{21{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}\right) = 26{,}7°$$

b) Usamos la ecuación que relaciona velocidades con desplazamiento para determinar la altura máxima, imponiendo que la velocidad vertical se tiene que anular en este punto:

$$v_y^2 = 0 = v_{0_y}^2 - 2g\Delta y \rightarrow \Delta y = \frac{v_{0_y}^2}{2g} = \frac{(9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 4{,}9\ \text{m}$$

56. Datos: $\alpha = 37°$; $y_0 = 30{,}5$ m; $\Delta x = 61$ m

a) Planteamos la ecuación del movimiento para las dos componentes.

$$\begin{cases} \Delta x = v_{0_x} t & \rightarrow \quad t = \dfrac{\Delta x}{v_0} \\ y = y_0 + v_{0_y} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$v_x = v \cos\alpha \rightarrow \alpha = \text{arc cos}\left(\frac{v_x}{v}\right) =$$

$$= \text{arc cos}\left(\frac{150\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{251\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}\right) = 53°$$

Primero hallamos la velocidad inicial y luego calculamos el tiempo:

$$y = 0 = y_0 + \frac{v_0 \text{sen}\,\alpha}{v_0 \cos\alpha}\Delta x - \frac{1}{2} g \left(\frac{\Delta x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g\,(\Delta x)^2}{2\,(\Delta x \text{ tg}\,\alpha + y_0)\cos^2\alpha}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(61\ \text{m})^2}{2\cdot(61\ \text{m}\cdot\text{tg}\,37° + 30{,}5\ \text{m})\cdot\cos 37°}} = 19\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t = \frac{\Delta x}{v_{0_x}} = \frac{61\ \text{m}}{19\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 37°} = 4\ \text{s}$$

b) $$v_y^2 = 0 = v_{0_y}^2 - 2g\Delta y \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta y = \frac{v_{0_y}^2}{2g} = \frac{(19\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\ \text{sen}\,37°)^2}{2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 6{,}66\ \text{m}$$

$$y_{\text{máx}} = y_0 + \Delta y = 30{,}5\ \text{m} + 6{,}66\ \text{m} = 37{,}1\ \text{m}$$

57. Datos: $v_{\text{coche}} = 15\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\alpha = 70°$

a) Buscamos la relación trigonométrica para calcular v_{gota} desde el sistema de referencia del coche, tal y como se indica en el dibujo:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{v_{\text{coche}}}{v_{\text{gota}}} \rightarrow v_{\text{gota}} = \frac{v_{\text{coche}}}{\text{tg}\,\alpha} = \frac{15\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}}{\text{tg}\,70°} = 5{,}5\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

b) Obtenemos la velocidad con la que golpea al parabrisas por composición de velocidades:

$$v = \sqrt{v_{\text{gota}}^2 + v_{\text{coche}}^2} = \sqrt{(5{,}5\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1})^2 + (15\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1})^2} =$$

$$= 16\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

58. Datos: $y_0 = 11$ m; $v_1 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_2 = 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t = 12$ s

a) $$x_1 = v_1 t = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 12\ \text{s} = 48\ \text{m}$$

$$x_2 = v_2 t = 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 12\ \text{s} = 36\ \text{m}$$

$$d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + y_0^2} = \sqrt{(48\ \text{m})^2 + (36\ \text{m})^2 + (11\ \text{m})^2} = 61\ \text{m}$$

b) $\vec{v} = v_1\vec{i} - v_2\vec{j} = (4{,}0\vec{i} - 3{,}0\vec{j})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

c) $a = 0$, ya que los dos vehículos se mueven a velocidad constante.

4 MOVIMIENTO CIRCULAR

Pág. 250

59. Datos: $t = 3$ s; $\omega = 3\ \text{vueltas}\cdot\text{s}^{-1}$;

a) $$\omega = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \cancel{\text{vuelta}}}\cdot 3\ \cancel{\text{vueltas}}\cdot\text{s}^{-1} = 6\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Nº vueltas = 3 vueltas $\cdot\,\text{s}^{-1}\cdot 3$ s = 9 vueltas

60. Datos: $\omega = 300$ rpm; $t = 10$ s

$$\omega_0 = 300\ \text{rpm}\cdot\frac{2\pi\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{0 - 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{10\ \text{s}} = -\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

61. Datos: $h = 135$ m; $T = 30$ min $= 1{,}8\cdot 10^3$ s; $t = 11$ h $= 3{,}96\cdot 10^4$ s

a) $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1800\ \text{s}} = 3{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta\varphi = \omega t = 3{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 3{,}96\cdot 10^4\text{s} =$$

$$= 138{,}6\ \text{rad} = 22\ \text{vueltas}$$

b) $$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = (3{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2\ \cdot$$

$$\cdot\,\frac{135\ \text{m}}{2} = 8{,}2\cdot 10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

62. Datos: $R = 250$ m; $v = 60\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) $$\omega = \frac{v}{R} = \frac{16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{250\ \text{m}} = 6{,}7\cdot 10^{-2}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) $$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(16{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{250\ \text{m}} = 1{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

63. Datos: $R_1 = 400$ km $= 4{,}0\cdot 10^5$ m; $T = 91$ min $= 5\,460$ s

$R_T = 6{,}37\cdot 10^6$ m

a) $$1\ \text{día} = 86\,400\ \text{s}$$

$$\text{Nº vueltas} = \frac{1\ \text{vuelta}}{5\,460\ \text{s}}\cdot 86\,400\ \text{s} = 16\ \text{vueltas}$$

b) $$v = \omega R = \frac{2\pi}{T}(R_1 + R_T) = \frac{2\pi\ \text{rad}}{5460\ \text{s}}\ \cdot$$

$$\cdot\,(4{,}0\cdot 10^3 + 6{,}37\cdot 10^6)\ \text{m} = 7{,}8\cdot 10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

64. Datos: $\omega = 300$ rpm $= 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = -2{,}0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$;

$R = 20$ cm $= 0{,}2$ m

a) $$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} - 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{-2{,}0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}} = 5\pi\ \text{s}$$

b) $$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 =$$

$$= 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 5\pi\ \text{s} + \frac{1}{2}(-2{,}0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2})\cdot(5\pi\ \text{s})^2 = 25\pi^2\ \text{rad}$$

c) $\Delta s = R\Delta\varphi = 0{,}2\ \text{m}\cdot 25\pi^2\ \text{rad} = 5\pi^2$ m

65. Datos: $R = 15\text{ cm} = 0{,}15\text{ m}$; $\omega = 5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $\Delta t = 1\text{ min} = 60\text{ s}$

a) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}}{60\text{ s}} = 0{,}08\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$

b) Primero calculamos la velocidad angular al cabo de $t_2 = 25$ s.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t_2 = 0\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} + 0{,}08\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 25\text{ s} = 2\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = \omega R = 2\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}15\text{ m} = 0{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) $a_t = R\alpha = 0{,}15\text{ m}\cdot 0{,}08\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2} = 0{,}01\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

d) $\Delta\varphi = \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \dfrac{1}{2}\cdot 0{,}08\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(60\text{ s})^2 =$

$$= 144\text{ rad} = 23\text{ vueltas}$$

66. Datos: $R_T = 6{,}37\cdot 10^3$ km; $T = 24$ h

La velocidad lineal de una persona en el ecuador será:

$$v = \frac{2\pi}{T}R = \frac{2\pi}{24\text{ h}}\cdot 6{,}37\cdot 10^3\text{ km} = 1{,}67\cdot 10^3\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Calculamos su velocidad angular y su aceleración centrípeta:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1{,}67\cdot 10^3\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}}{6{,}37\cdot 10^3\text{ km}} = 0{,}26\text{ rad}\cdot\text{h}^{-1} =$$

$$= 6{,}94\cdot 10^{-4}\text{ rpm}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(1{,}67\cdot 10^3\text{ km}\cdot\text{h}^{-1})^2}{6{,}37\cdot 10^3\text{ km}} = 437{,}8\text{ km}\cdot\text{h}^{-2} =$$

$$= 0{,}0337\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

67. Datos: $R = 6{,}0\text{ cm} = 0{,}06\text{ m}$; $\Delta t = 5{,}0\text{ s}$; $v_R = 1{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Primero calculamos la velocidad y la aceleración angular:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{0{,}06\text{ m}} = 21{,}7\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{21{,}7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{5{,}0\text{ s}} = 4{,}3\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

Ahora ya podemos determinar la aceleración tangencial y normal.

$$\left.\begin{aligned} a_t &= R\alpha = 0{,}06\text{ m}\cdot 4{,}3\text{ rad}\cdot\text{s}^{-2} = \\ &= 0{,}26\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_n &= \frac{v^2}{R} = \frac{(1{,}3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{0{,}06\text{ m}} = \\ &= 28{,}2\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\end{aligned}\right\}\ \vec{a} = (0{,}26\,\vec{u}_t + 28{,}2\,\vec{u}_n)\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

5 SÍNTESIS

Pág. 251

68. Datos: $v_1 = 3{,}0\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\Delta x_1 = 200$ m; $\Delta y = 600$ m

$h = -2{,}0$ m; $\Delta x_2 = 0{,}20$ m; $\Delta t_2 = 0{,}50$ s

a) $$\left.\begin{aligned}\Delta y &= v_2 t \\ t &= \frac{\Delta x_1}{v_1}\end{aligned}\right\}\ \Delta y = v_2\frac{\Delta x_1}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x_1}v_1 = \frac{600\text{ m}}{200\text{ m}}\cdot 3{,}0\text{ km} = 9\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

b) $v_m = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \dfrac{0{,}20\text{ m}}{0{,}50\text{ s}} = 0{,}40\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

c) $h = v_0 t - \dfrac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{-\dfrac{2h}{g}} =$

$$= \sqrt{-\frac{2\cdot(-2{,}0\text{ m})}{9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 0{,}64\text{ s}$$

$$\Delta x = v_m t = 0{,}40\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}64\text{ s} = 0{,}26\text{ m}$$

d) $y = h + v_0 t_2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2 = 2{,}0\text{ m} + 0 - \dfrac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot$

$\cdot(0{,}50\text{ s})^2 = 0{,}78$ m

69. Los alumnos deberán realizar una experiencia similar a la vista en el vídeo teniendo en cuenta que, para lograr el correcto funcionamiento de la prueba, los dos objetos deben partir del reposo y empezar a caer desde la misma altura.

70. Respuesta sugerida.

a) Nos pueden simplificar las relaciones y los cálculos. Y además tienen una periodicidad (2π) que puede ser útil.

b) No. Solamente serán más útiles en los casos en que el radio sea constante (p. ej., circunferencia) o cuando la variación del radio siga una función simple (p. ej., un espiral). Es decir, sobre todo nos serán útiles en situaciones de simetría.

c) Entonces no tiene sentido usar las coordenadas polares, ya que en este caso solo tendremos una variable.

71.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(\Delta t)^2$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1\text{ s})^2 = -\frac{9{,}8}{2}\text{m}$$

$$y_2 - y_1 = -\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(2\text{ s})^2 + \frac{9{,}8}{2}\text{m} =$$

$$= -3\cdot\frac{9{,}8}{2}\text{m}$$

$$y_3 - y_2 = -\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(3\text{ s})^2 + \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(2\text{ s})^2 =$$

$$= -5\cdot\frac{9{,}8}{2}\text{m}$$

$$y_n - y_{n-1} = -n\cdot\frac{9{,}8}{2}\text{m}$$

Evaluación (Pág. 252)

1. Datos: $t_1 = 0{,}5$ s; $t_2 = 1{,}5$ s; $x_1 = 3{,}5$ m; $x_2 = 43$ m; $t_3 = 3{,}0$ s

a) $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{43{,}0\text{ m} - 5{,}5\text{ m}}{1{,}5\text{ s} - 0{,}5\text{ s}} = 40\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

b) $x = x_0 + vt_3 = 0\text{ m} + 39{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 3{,}0\text{ s} = 1{,}2 \cdot 10^2\text{ m}$

2. Datos: $v_1 = 90\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_2 = \frac{1}{5}v_1$; $t = 4{,}0\text{ s}$

Primero calculamos la aceleración:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{\frac{1}{5}\cdot 25{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 25{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4{,}0\text{ s}} = -5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Y aplicamos la ecuación del movimiento:

$$x = x_0 + v_1 t + \frac{1}{2}at^2 =$$

$$0\text{ m} + 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 4{,}0\text{ s} + \frac{1}{2}\cdot(-5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2})\cdot(4{,}0\text{ s})^2 = 60\text{ m}$$

3. Datos: $a = 0{,}03\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_2 = 70\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 19\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) Planteamos la ecuación del movimiento para los dos vehículos, sabiendo que uno sigue el MRUA y el otro el MRU:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = x_{0_1} + v_1 t + \frac{1}{2}at^2 \\ x_2 = x_{0_2} + v_2 t \end{array}\right\}$$

Igualamos las posiciones y aislamos el tiempo:

$$x_{0_1} + v_1 t + \frac{1}{2}at^2 = x_{0_2} + v_2 t$$

$$\frac{1}{2}at^2 = v_2 t$$

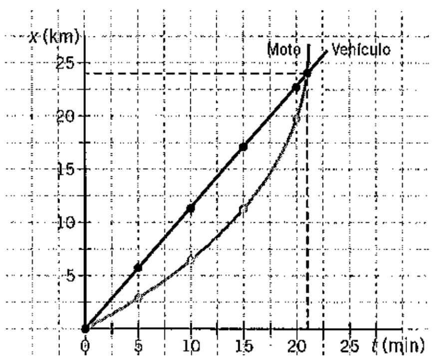
$$t = \frac{2v_2}{a} = \frac{2\cdot 19\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{0{,}03\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 1267\text{ s} = 21\text{ min}$$

b) Sustituimos el tiempo calculado en una de las dos ecuaciones:

$$x_1 = x_{0_1} + v_1 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot$$

$$\cdot\, 0{,}03\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1267\text{ s})^2 = 2{,}4\cdot 10^4\text{ m} = 24\text{ km}$$

Y comprobamos que gráficamente obtenemos los mismos resultados:



4. Datos: $x_0 = 36\text{ m}$; $a_1 = 3{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_2 = 1{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Planteamos la ecuación del movimiento para cada animal e igualamos la posición para hallar el tiempo:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 \\ x_2 = x_0 + \frac{1}{2}a_1 t^2 \end{array}\right\} \frac{1}{2}a_1 t^2 = x_0 + \frac{1}{2}a_1 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x_0}{a_1 - a_2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 36\text{ m}}{3{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} - 1{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 6\text{ s}$$

Y calculamos la velocidad de cada animal en el instante t:

$$v_1 = a_1 t = 3{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 6\text{ s} = 18\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = a_2 t = 1{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 6\text{ s} = 6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. a) Podemos identificar el tipo de movimiento con la pendiente. Si esta es constante y distinta de cero, el movimiento será uniformemente acelerado. Mientras que si es nulo, será uniforme. Por lo tanto, tenemos: MRUA, MRU, MRUA y MRUA.

b) Calculamos la aceleración de cada tramo a partir de:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$a_1 = \frac{15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{10\text{ s} - 0\text{ s}} = 1{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_2 = \frac{15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{25\text{ s} - 10\text{ s}} = 0{,}0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_3 = \frac{25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{30\text{ s} - 25\text{ s}} = 2\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a_4 = \frac{0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{40\text{ s} - 30\text{ s}} = -2{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

c) Usamos la ecuación del movimiento para determinar la distancia recorrida:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x_1 = 0 + \frac{1}{2}\cdot 1{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(10\text{ s})^2 = 75\text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 15\text{ s} + 0 = 225\text{ m}$$

$$\Delta x_3 = 15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 5\text{ s} + \frac{1}{2}\cdot 2\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(5\text{ s})^2 = 100\text{ m}$$

$$\Delta x_4 = 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 10\text{ s} + \frac{1}{2}\cdot(-2{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2})\cdot(10\text{ s})^2 =$$

$$= 125\text{ m}$$

6. Datos: $v = 30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Primero calculamos el tiempo de caída a partir de la ecuación de la velocidad y luego determinamos la altura. Suponemos que la velocidad inicial es cero.

7. Datos: $y_0 = 80$ m; $v_0 = 4{,}0$ m·s^{-1}; $t_2 = 2{,}0$ s

$$v = v_0 + gt \rightarrow t = \frac{v}{g} = \frac{30\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 3\ \text{s}$$

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 0 + \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(3\ \text{s})^2 = 46\ \text{m}$$

Elegimos hacia abajo como eje negativo.

a) $$y = y_0 - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t - y_0 = 0$$

$$t = \frac{-4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \pm \sqrt{(4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 80\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 3{,}7\ \text{s};\quad t_2 = -4{,}5\ \text{s}$$

Nos quedamos con la solución positiva.

b) La velocidad en módulo es:

$$v = v_0 + gt = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(3{,}7\ \text{s})^2 = 40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) $$y = y_0 - v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 =$$

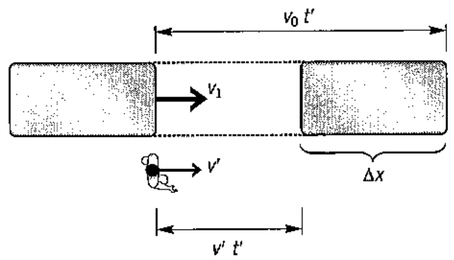
$$= 80\ \text{m} - 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 2{,}0\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot$$

$$\cdot(2{,}0\ \text{s})^2 = 52\ \text{m}$$

8. Datos: $\Delta x = 12$ m; $v_1 = 3{,}0$ m·s^{-1}; $t' = 6{,}0$ s; $v_2 = 5{,}0$ m·s^{-1}

a) $$t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{12\ \text{m}}{3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 4{,}0\ \text{s}$$

b) La distancia que recorre el niño en el tiempo t' es igual a la distancia que recorre el tren en este mismo tiempo menos la longitud del tren:



$$v't' = v_1 t' - \Delta x$$

$$v' = \frac{v_1 t' - \Delta x}{t'} = \frac{3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 6{,}0\ \text{s} - 12\ \text{m}}{6{,}0\ \text{s}} = 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) $$v'' = v_1 + v_2 = 3{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 8{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t = \frac{\Delta x}{v''} = \frac{12\ \text{m}}{8{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1{,}5\ \text{s}$$

9. Datos: $v_0 = 13$ m·s^{-1}; $\alpha = 45°$; $h = 2{,}44$ m; $\Delta x = 13$ m

a) $$\Delta x = v_{0_x} t \rightarrow t = \frac{\Delta x}{v_0\cos\alpha} = \frac{13\ \text{m}}{13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 45°} = 1{,}4\ \text{s}$$

b) $$\Delta y = v_{0_y} t - \frac{1}{2}gt^2 = 13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\ \text{sen}\ 45° - \frac{1}{2}\cdot$$

$$\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(1{,}4\ \text{s})^2 = 3{,}26\ \text{m}$$

No mete gol porque $\Delta y > h = 2{,}44$ m.

c) Para calcular la distancia mínima tenemos que imponer que la altura sea h y hallar el tiempo de esta trayectoria:

$$h = v_{0_y} t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 45° \pm \sqrt{(13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 45°)^2 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2{,}44\ \text{m}}}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

$$t_1 = 0{,}3\ s;\quad t_2 = 1{,}6\ s$$

Nos quedamos con t_2, ya que al ser un movimiento parabólico, t_1 corresponde al instante en que la pelota pasa por h de subida. Mientras que a nosotros nos interesa cuando está cayendo.

$$\Delta x = v_{0_x} t_2 = 13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\cos 45°\cdot 1{,}6\ \text{s} = 15\ \text{m}$$

10. Datos: $R = 4{,}0$ cm $= 0{,}04$ m; 800 vueltas; $t = 2{,}0$ min $= 120$ s

a) $$\omega = \frac{800\ \text{vueltas}}{120\ \text{s}}\cdot\frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{vuelta}} = 42\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) $$v = \omega R = 42\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}04\ \text{m} = 1{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) $$a_c = \omega^2 R = (42\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2\cdot 0{,}04\ \text{m} = 71\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

11. Datos: $\Delta t = 2{,}0$ s; $\Delta\varphi = 3{,}0$ vueltas $= 6\pi$ rad

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \rightarrow \alpha = \frac{2\Delta\varphi}{(\Delta t)^2} = \frac{2\cdot 6\pi\ \text{rad}}{(2{,}0\ \text{s})^2} = 3\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

Y calculamos la velocidad angular final:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} + 3\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2{,}0\ \text{s} = 6\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

12. Datos: $R = 40$ cm $= 0{,}40$ m; $\omega_0 = 30$ rpm; $t = 20$ s

a) $$\omega = \frac{30\ \text{rpm}}{60\ \text{s}}\cdot\frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} = \pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - \pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{20\ \text{s}} = -0{,}05\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) $$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 20\ \text{s} + \frac{1}{2}\cdot$$

$$\cdot(-0{,}05\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1})\cdot(20\ \text{s})^2 = 31{,}42\ \text{rad} = 5\ \text{vueltas}$$

c) $$\omega = \omega_0 + \alpha t = \pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} - 0{,}05\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 5{,}0\ \text{s} =$$

$$= 2{,}36\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = \omega R = 2{,}36\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}40\ \text{m} = 0{,}94\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Zona + (Pág. 253)

— *El movimiento de la Tierra: una composición de movimientos*

La **traslación,** fundamentalmente, es debida a la atracción gravitatoria del Sol con la Tierra; con lo que esta debe seguir una trayectoria con una velocidad (que en nuestro caso no es constante, ya que sigue una elipse) para mantenerse en órbita alrededor del Sol sin caer hacia él.

La **rotación** terrestre se mantiene debido a la conservación del momento angular, ya que la fricción es prácticamente nula en los movimientos de la Tierra.

La **precesión** es debida a la inclinación del eje de rotación sobre el plano de la órbita y también a los efectos gravitatorios de la Luna y el Sol.

La **nutación** es un movimiento que tienen los objetos simétricos que giran sobre su eje. En el caso de la Tierra se debe a las fuerzas externas, como la atracción con el Sol y sobre todo con la Luna.

El origen del **bamboleo de Chandler** no se conoce del todo bien, pero se dice que su causa principal es la variación de la presión y de las corrientes del océano.

10 Fuerzas

En contexto (Pág. 257)

a. Respuesta sugerida:

La actividad parte de una reflexión individual que luego se comparte en pequeños grupos para finalmente exponer las respuestas de cada grupo al resto de la clase. Se recomienda mantener un registro visible de las ideas de los estudiantes, aunque algunas de ellas sean erróneas o simplistas, para después poder revisarlas bajo la luz de nuevos argumentos.

b. Respuesta sugerida:

Los objetos no salen despedidos debido a que la fuerza de gravedad tiene dirección radial y hacia el centro de la Tierra. Según Galileo, los objetos no salen despedidos debido a que su velocidad no es significativa comparada con la velocidad de rotación de la Tierra.

Problemas resueltos (págs. 266 y 267)

1. Datos: $L = 2{,}0$ m; $F = 950$ N

Para calcular el momento de fuerza que ejerce el hércules, aplicamos su definición, considerando que la fuerza es perpendicular al travesaño y que se aplica sobre su extremo.

— El momento de fuerza se calcula de la siguiente forma:

$$M = F \cdot d = F \cdot L = 950\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} = 1{,}9 \cdot 10^3\ \text{N·m}$$

2. Datos: $P_1 = 400$ N; $P_2 = 300$ N; $P_3 = 300$ N; $L = 4$ m

Los pesos de los tres niños tienden a provocar el giro del tablón. El tercer niño deberá colocarse entre el punto de apoyo y el niño de 300 N para poder así contrarrestar el momento de fuerza provocado por el niño de 400 N.

— Tomando momentos con respecto al punto de apoyo del tablón:

$$\vec{M}_{neto} = 0 \rightarrow P_1 \cdot 2 - 300x - 300 \cdot 2 = 0 \rightarrow x = 0{,}67\ \text{m}$$

— Donde x es la distancia entre el punto de aplicación del niño que se coloca entre ambos y el punto de apoyo del tablón. Así pues, el niño deberá colocarse a 67 cm del punto de apoyo, a 1,33 m del niño de 300 N.

3. Datos: $L = 1$m; $x = 0{,}10$ m; $L - x = 0{,}90$ m; $F = 600$ N

El peso $\vec{P}$ del mueble y la fuerza $\vec{F}$ que aplica el hombre ejercen un momento sobre la palanca, produciendo giros en sentidos contrarios. Para que el mueble empiece a levantarse, el momento de $\vec{F}$ debe igualar el momento de $\vec{p}$.

— Calculamos el momento M ejercido por la fuerza considerando como eje de giro el punto de apoyo:

$$M = F \cdot d = F \cdot (L - x) = 600\ \text{N} \cdot 0{,}90\ \text{m} = 540\ \text{N·m}$$

— Dado que el momento de $\vec{F}$ y el de $\vec{P}$ deben coincidir ($M = M'$), despejamos p de la expresión de su momento:

$$P = \frac{M'}{x} = \frac{M}{x} = \frac{540\ \text{N} \cdot \cancel{\text{m}}}{0{,}1\ \cancel{\text{m}}} = 5{,}4 \cdot 10^3\ \text{N}$$

Como vemos, el peso $\vec{P}$ es mucho mayor que la fuerza $\vec{F}$ como corresponde cuando la fuerza $\vec{F}$ se aplica en el brazo mayor de palanca.

4. Datos: $L = 2$ m; $N_1 = 250$ N; $P = 700$ N

Como el estudiante está en equilibrio, tendremos que plantear equilibrio de fuerzas y de momentos. Para plantear el equilibrio de momentos, consideraremos como eje de giro el centro de gravedad del estudiante.

— Planteamos equilibrio de fuerzas:

$$\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 - P = 0 \Rightarrow N_2 = 450\ \text{N}$$

— Planteamos equilibrio de momentos:

$$\vec{M}_{neto} = 0 \Rightarrow M_1 = M_1 \Rightarrow N_2 \cdot d_2 = N_1 \cdot (L - d_2) \Rightarrow d_2 = 0{,}71\ \text{m}$$

Como vemos, la distancia que corresponde a la mayor normal es menor que la correspondiente a la normal más pequeña:

$$d_1 = L - d_2 = 1{,}29\ \text{m}$$

5. Datos: $L = 10$ m; $d_1 = (5 - 2)$ m $= 3$ m; $d_2 = (5 - 4)$ m $=1$ m; $P = 1\,000$ N

Como el tronco está en equilibrio, tendremos que plantear equilibrio de fuerzas y de momentos. Para plantear el equilibrio de momentos, consideraremos como eje de giro el centro de gravedad.

— Planteamos equilibrio de fuerzas:

$$\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 - P = 0 \Rightarrow N_1 = P - N_2$$

— Planteamos equilibrio de momentos:

$$\vec{M}_{neto} = 0 \rightarrow M_1 = M_2$$

$$N_1 \cdot d_1 = N_2 \cdot d_2 \rightarrow (P - N_2) \cdot d_1 = N_2 \cdot d_2$$

— De donde hallamos las soluciones:

$$N_2 = \frac{P \cdot d_1}{(d_1 + d_2)} = \frac{1000\ \text{N} \cdot 3\ \cancel{\text{m}}}{4\ \cancel{\text{m}}} = 750\ \text{N}$$

$$N_1 = P - N_2 = 1\,000\ \text{N} - 750\ \text{N} = 250\ \text{N}$$

Comprobamos que las dos normales anulan el peso p y que la menor corresponde al brazo de palanca mayor ($d_1 = 3$ m).

6. Datos: $L = 1{,}5$ m; $d = 0{,}20$ m; $P = 30$ N

Para que el pescado no caiga de nuevo al mar, el momento M_1 de la fuerza ejercida por el pescador y el momento M_2 del peso del pescado deben cancelarse.

— Planteamos equilibrio de momentos con respecto al punto en que el pescador sujeta la caña:

$$\vec{M}_{neto} = 0 \rightarrow M_1 = M_2$$

$$F \cdot d = P \cdot L \rightarrow F = \frac{P \cdot L}{d} = \frac{30\ N \cdot 1{,}5\ \cancel{m}}{0{,}20\ \cancel{m}} = 225\ N$$

Dado que el brazo de palanca es más de siete veces menor, la fuerza debe ser más de siete veces mayor, como es el caso.

7. Datos: $P_2 = 200$ N; $P_1 = 8$ N

El cable superior soporta una tensión T_1 que cancela la tensión T_2 del cable inferior que «tira» la lámpara superior hacia abajo y el peso p_1. El cable inferior soporta una tensión T_2 que cancela el peso de la lámpara inferior.

— Planteamos equilibrio de fuerzas en la lámpara inferior:

$$\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow T_2 - P_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 200\ N$$

— Planteamos equilibrio de fuerzas en la lámpara superior:

$$\vec{F}_{neta} = 0 \Rightarrow T_1 - T_2 - P_1 = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 + P_1 = 208\ N$$

Dado que las dos lámparas están unidas por un mismo cable (el inferior), las dos tensiones que soporta este cable se cancelan, por lo que se puede considerar que el cable superior soporta el peso de las dos lámparas inferiores.

8. Datos: $P = 5$ N; $\alpha = 70°$; $\beta = 40°$

Como el cuadro está en reposo, aplicaremos equilibrio de fuerzas. Luego, las componentes horizontales de las tensiones deben anularse, mientras que las componentes verticales se oponen al peso del cuadro.

— Planteamos equilibrio de fuerzas en el eje de abscisas:

$$\vec{F}_{x\,neta} = 0$$

$$T_1 \cdot \cos\alpha - T_2 \cdot \cos\beta = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2 \cdot \cos\beta}{\cos\alpha}$$

— Planteamos equilibrio de fuerzas en el eje de ordenadas:

$$\vec{F}_{y\,neta} = 0$$

$$T_1 \cdot \operatorname{sen}\alpha + T_2 \cdot \operatorname{sen}\beta - P = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 \cdot \left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \cdot \operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta\right) = P$$

$$T_2 = \frac{P}{\left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \cdot \operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta\right)} =$$

$$= \frac{5\ N}{\left(\frac{\cos 40}{\cos 70} \cdot \operatorname{sen} 70 + \operatorname{sen} 40\right)} = 1{,}8\ N$$

$$T_1 = \frac{T_2 \cdot \cos\beta}{\cos\alpha} = 4{,}1\ N$$

Comprobamos que, efectivamente, con $T_2 = 1{,}8$ N y $T_1 = 4{,}1$ N se cumplen las ecuaciones del eje de ordenadas y del eje de abscisas.

Ejercicios y problemas (Págs. 268 a 270)

1 LA NATURALEZA DE LAS FUERZAS

Pág. 268

9. En lo que refiere a Descartes, hay que señalar su aportación en geometría analítica, que permitió expresar las leyes de la mecánica en ecuaciones algebraicas. También es importante su ideal matemático de la ciencia que hasta hoy día sigue vigente, a pesar de que él mismo admitió que esa «matematización» de la naturaleza parecía inalcanzable. En cuanto a Leibniz, hay que hacer hincapié en su aportación al cálculo infinitesimal que permitió formular matemáticamente gran parte de los problemas científicos y, en particular, mecánicos. Entre sus aportaciones a la dinámica, destacan el propio nombre de la disciplina y sus disquisiciones acerca de los principios de conservación, no siempre acertados, pero precursores de la conservación de la energía. Por otro lado, sus argumentos no siempre fueron puramente científicos en la medida que mezclaba física y metafísica, y la idea de divinidad como motor o creador aparecía en algunos de sus planteamientos. Finalmente, en cuanto a Euler, hay que mencionar que fijó gran parte de la notación científica como la conocemos hoy día. Siguiendo el ideal de ciencia establecido por Descartes, realizó grandes aportaciones en la resolución de problemas del mundo real a través del análisis matemático. En lo que se refiere a la mecánica, introdujo los conceptos de masa puntual y la notación vectorial.

10. Hay que considerar que cuanto mayor peso tenga el coche, más difícil será cambiar su movimiento (acelerar, desacelerar, girar...). Es decir, un coche ligero es más fácil de controlar y eso es importante en Fórmula 1, donde el vehículo se lleva al límite. También hay que tener en cuenta la relación entre la estabilidad del vehículo y la posición del centro de gravedad, sobre todo, en el paso por curva (cuanto más bajo mejor), pues cuanto menor sea su masa, menor será la fuerza centrípeta necesaria para mantenerse en la curva.

11. Fuerzas a distancia: b), d), e). Fuerzas de contacto: a), c).

12. Interacción electromagnética. Distinguimos los casos a), i), en los que interviene la fuerza electroestática, del caso b), donde interviene la fuerza magnética.

Interacción gravitatoria: c) y h).

Interacción nuclear débil: d).

Interacción nuclear fuerte: g) y j).

13. Nos informamos en Internet y elaboramos la siguiente tabla:

Interacción	Nuclear fuerte	Nuclear débil	Electromagnética	Gravitatoria
Alcance	10^{-15}	10^{-18}	∞	∞
Intensidad relativa	1	10^{25}	10^{36}	10^{38}
Partículas mediadoras	Quarks	Leptones y quarks	Con carga	Con masa
Partículas portadoras	Gluones	Bosones W y Z	Fotones	Gravitones (hipotéticos)
Procesos físicos	Fisión	β y β^-	Disolución de una sal	Caída libre

14. Respuesta sugerida:

a) Cobaltoterapia, esterilización de material quirúrgico, producción de energía eléctrica, armas nucleares, etc.

b) La cobaltoterapia es un tratamiento contra el cáncer basado en la radiación proveniente de la descomposición β del Co-60. Es decir, está relacionada con la interacción débil. El mismo tipo de interacción es la que produce los rayos gamma usados en la esterilización de material quirúrgico. La producción de energía eléctrica en una central nuclear proviene de la fisión, proceso en el que interviene la interacción nuclear fuerte. Igualmente, las armas nucleares se basan en la fisión a gran escala de elementos radiactivos (interacción nuclear fuerte).

c) Para el texto a favor de la radiactividad, se podrían citar algunas de sus aplicaciones más relevantes en el mundo de la medicina, en la industria alimentaria (pasteurización fría) y en la energética, ya que es una energía con residuos de poco volumen, que no contamina apenas el aire y que produce energía en cantidades importantes y a bajo costo. Para el texto en contra de la radiactividad, podrían mencionarse los riesgos que conllevan las centrales nucleares (accidente nuclear de Fukushima, Chernóbil...) y el peligro del desarrollo de armamento nuclear.

15. Respuesta sugerida:

a) Tanto en el Co-60 como en el C-14, la interacción implicada en su radiactividad es la interacción débil, mientras que en el U-235 la radiación es producida por la fisión del núcleo (interacción nuclear fuerte) al ser bombardeado con neutrones.

b) La peligrosidad del Co-60 se debe a que su energía de desintegración es considerable y emitida en rayos γ, que es la radiación más penetrante de todas. Una exposición prolongada a su radiación puede producir cáncer. Su período de semidesintegración es de unos 1925 días, por lo que en poco tiempo emite mucha radiación, aunque esta emisión decrezca rápidamente. El C-14 se encuentra presente incluso en los alimentos que ingerimos y el aire que respiramos. Básicamente, emite radiación β y su energía de desintegración es baja, por lo que el daño producido en nuestras células es mínimo y fácilmente reparado por nuestro organismo. Su período de semidesintegración es de 5570 años, así que su actividad es baja a la vez que sus emisiones son constantes y decrecen lentamente. La energía de desintegración del U-235 es elevada, pero emitida en forma de radiación α, incapaz de penetrar más allá de la fina capa de piel muerta de una persona. Además, su actividad es muy baja (su período de semidesintegración es de 704 millones de años). Aun así, una cierta cantidad ingerida o inhalada puede ser peligrosa.

c) El C-14 se usa en la datación de fósiles y no presenta ningún inconveniente, dado que no es peligroso para nuestra salud ni para el medio ambiente en general. El Co-60 se usa para esterilizar material médico y para algunos tratamientos de cáncer, ya que resulta más económico que otros métodos a la vez que eficaz. Sin embargo, su uso debe realizarse bajo estrictas normas de control y seguridad y, aunque su período de semidesintegración sea de unos 1925 días, incluso transcurrido ese tiempo sigue siendo muy radiactivo. El U-235 es utilizado para mantener la cadena de fisión en los reactores de las centrales nucleares. Las desventajas de las centrales nucleares basadas en el empleo de uranio son la producción de residuos activos durante miles de años y que pueden ocasionar graves catástrofes en caso de accidente. Una alternativa al uso del U-235 es el ciclo del Th-232, que genera muchos menos residuos radiactivos.

2 COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Pág. 268

16. Datos: $\vec{F}_1 = 32\vec{i}$ N; $\vec{F}_2 = -8\vec{i}$ N; $\vec{F}_3 = 18\vec{j}$ N

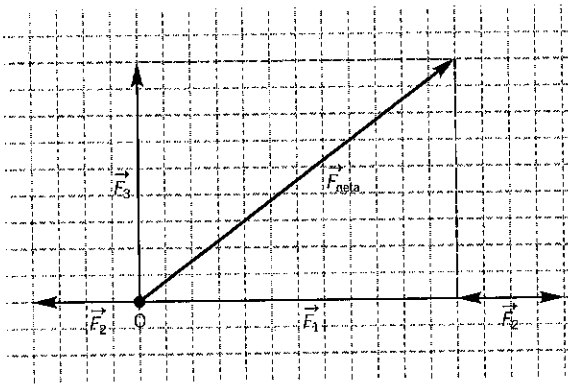
— Para hallar la resultante, aplicaremos la superposición de fuerzas teniendo en cuenta que las fuerzas son vectores:

$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 32\vec{i}\ \text{N} - 8\vec{i}\ \text{N} + 18\vec{j}\ \text{N} = 24\vec{i} + 18\vec{j}\ \text{N}$$

— Para hallar el módulo, podemos aplicar el teorema de Pitágoras:

$$F_{neta} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{24^2 + 18^2}\ \text{N} = 30\ \text{N}$$

— Resolución gráfica:



17. Datos: $F = 2 \cdot 10^6$ N; $\alpha = 30°$

Como solo tenemos que considerar la componente de la fuerza en la dirección del avance, habrá que hallar dicha componente mediante trigonometría.

— Calculamos la componente de la fuerza en la dirección del movimiento, esto es, el lado contiguo. Por lo tanto:

$$F_x = F \cdot \cos 30 = 2 \cdot 10^6\ \text{N} \cdot \cos 30 = 1{,}73 \cdot 10^6\ \text{N}$$

Podemos comprobar que el valor es menor que la fuerza total, pero no mucho menor, dado que el ángulo de 30° es cercano a la horizontal y entonces la mayor parte de la fuerza contribuye al avance del barco.

18. Datos: $\vec{F}_{1neta} = 500$ N y $\vec{F}_{2neta} = 100$ N

Como las fuerzas están aplicadas sobre un mismo cuerpo, aplicaremos la adición de fuerzas concurrentes en ambos casos, teniendo presente que la fuerza es un vector y tomando como positivo el sentido hacia la derecha y negativo hacia la izquierda.

— Considerando los dos casos, establecemos un sistema de ecuaciones:

$$\vec{F}_{1neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 + F_2 = 500\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{2neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 - F_2 = 100\ \text{N}$$

— Si sumamos las dos ecuaciones, hallamos:

$$2F_1 = 600\ \text{N} \Rightarrow F_1 = 300\ \text{N y } F_2 = 200\ \text{N}$$

Fácilmente, podemos comprobar que estos valores dan las fuerzas netas correspondientes a cada situación.

19. Datos: $F_1 = F_2 = 5{\cdot}10^3$ N; $\alpha = 30°$

Como las fuerzas están aplicadas sobre un mismo cuerpo, aplicaremos la adición de fuerzas concurrentes. Por otro lado, como solo tenemos que considerar la componente de la fuerzas en la dirección del avance, habrá que hallar dicha componente mediante trigonometría.

$$\vec{F}_{x\,\text{neta}} = F_1 \cdot \cos\alpha + F_2 \cdot \cos\alpha$$

$$\vec{F}_{x\,\text{neta}} = 5 \cdot 10^3\ \text{N} \cos 30 + 5 \cdot 10^3\ \text{N} \cos 30 = 8\,660\ \text{N}$$

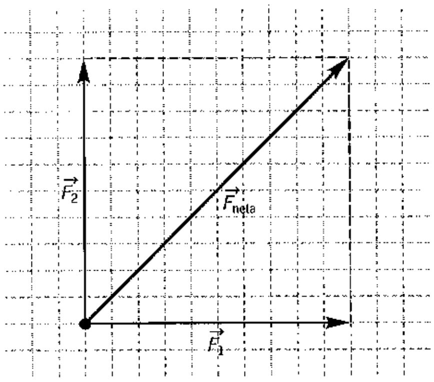
Observemos que como las fuerzas son iguales, pero con ángulos opuestos, las componentes verticales se cancelan.

20. Datos: $F_1 = F_2 = 300$ N; $\alpha = 90°$

Como las dos fuerzas son perpendiculares entre sí, se corresponden con las componentes de la fuerza resultante.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 300\vec{i} + 300\vec{j}\ \text{N} \rightarrow F_{\text{neta}} = \sqrt{300^2 + 300^2}\ \text{N} = 424\ \text{N}$$

Si el ángulo entre ambas fuerzas hubiera sido mayor de 90°, la fuerza resultante habría sido menor, dado que una de las fuerzas tendría una componente que se opondría a la otra fuerza. Resolución gráfica:



21. Datos: $F = 4\,000$ N hacia el norte; $F_{\text{viento}} = 400$ N hacia el este

Dado que el coche avanza hacia el norte gracias a una fuerza de 4000 N y el viento lo empuja al este con una fuerza de 400 N, la resultante llevará dirección nordeste con ángulo α respecto a la normal determinado por estas dos componentes.

$$\tan\alpha = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado contiguo}} = \frac{F_{\text{viento}}}{F} = \frac{400\ \cancel{\text{N}}}{4\,000\ \cancel{\text{N}}} = 0{,}1 \rightarrow a = 5{,}7°$$

La desviación respecto al norte debe ser pequeña, dado que la fuerza de avance del coche es diez veces superior a la del viento, por lo que el conductor solo tiene que corregir ese pequeño ángulo girando 5,7° hacia el noroeste.

22. Datos: $P = 120$ N; $x = 0{,}80$ m; $L = 2$ m; $L - x = 1{,}20$ m

— Tenemos que aplicar la condición de equilibrio de fuerzas en la vertical y equilibrio de momentos.

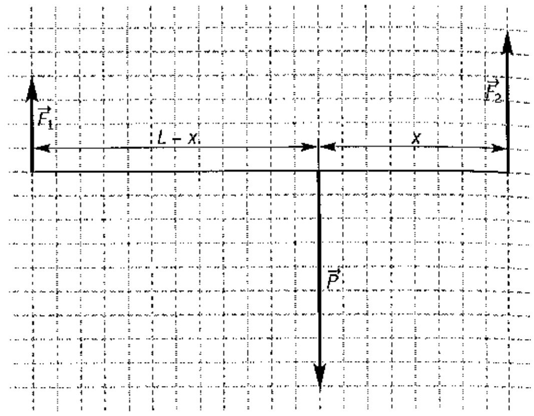
$$\vec{F}_{y\,\text{neta}} = 0 \rightarrow F_1 + F_2 - P = 0 \rightarrow F_1 = P - F_2$$

— Aplicamos momentos desde el punto O de aplicación de F_1:

$$\vec{M}_{O\,\text{neto}} = 0 \rightarrow F_2 \cdot L - P \cdot x = 0$$

$$F_2 = \frac{P \cdot x}{L} = \frac{120\ \text{N} \cdot 0{,}80\ \cancel{\text{m}}}{2\ \cancel{\text{m}}} = 48\ \text{N}$$

— Sustituyendo este valor en la ecuación anterior, obtenemos $F_1 = 72$ N. Podemos comprobar que la suma de ambas fuerzas cancela el peso del cuerpo de 120 N.



23. Datos: $P_1 = 6$ N; $P_2 = 4$ N; $P_3 = 10$ N; $L = 0{,}70$ m

— La fuerza resultante es la suma vectorial de todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = -6\vec{j}\ \text{N} - 4\vec{j}\ \text{N} - 10\vec{j}\ \text{N} = -20\vec{j}\ \text{N}$$

— Para hallar el punto de aplicación, tomaremos como punto de referencia el extremo donde se halla la fuerza de 10 N y calcularemos el momento neto sobre la barra.

$$M_{O\,\text{neto}} = P_1 \cdot L + P_2 \cdot \frac{L}{2}$$

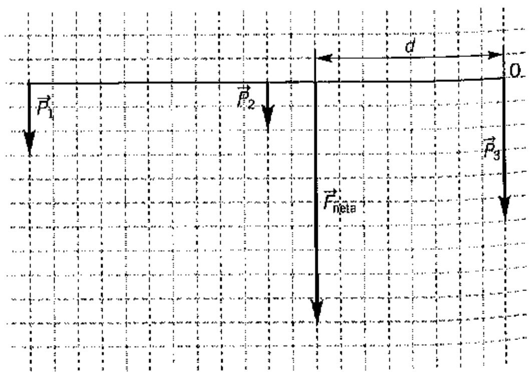
$$M_{O\,\text{neto}} = 6\ \text{N} \cdot 0{,}70\ \text{m} + 4\ \text{N} \cdot 0{,}35\ \text{m} = 5{,}6\ \text{N}{\cdot}\text{m}$$

— Igualando con la expresión que obtenemos del momento de la fuerza neta, podemos calcular la posición del punto de aplicación:

$$M_{O\,\text{neto}} = F_{\text{neta}} \cdot d \rightarrow d = \frac{M_{O\text{neto}}}{F_{\text{neta}}} = \frac{5{,}6\ \cancel{\text{N}} \cdot \text{m}}{20\ \cancel{\text{N}}} = 0{,}28\ \text{m}$$

El punto de aplicación de la resultante se encuentra a 0,28 m del extremo donde se aplica el peso de 10 N.

— La representación del sistema de fuerzas sería la siguiente:



24. Datos: $F_{neta} = 200$ N; $F_2 = 120$ N; $d = 0{,}40$ m

Dado que tenemos el valor de la fuerza resultante y su distancia respecto a otra fuerza, podemos aplicar el principio de superposición de fuerzas y la de momentos.

a) Aplicamos la superposición de fuerzas:

$$F_{neta} = 200 \text{ N} \rightarrow F_1 + F_2 = 200 \text{ N} \rightarrow F_1 = 80 \text{ N}$$

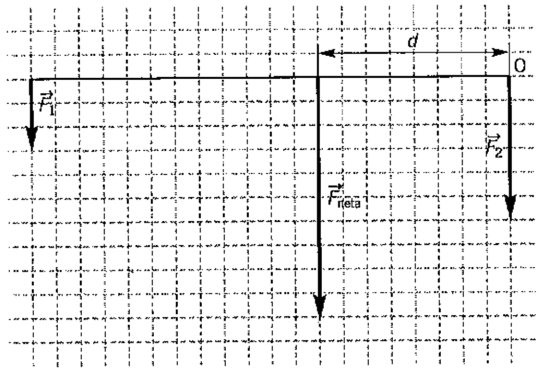
La intensidad de la otra fuerza será de 80 N.

b) Si tomamos momentos desde el punto de aplicación de la fuerza de 120 N, solo nos quedará el momento de la fuerza de 80 N y este deberá ser igual al de la fuerza resultante:

$$M_{neto} = F_{neta} \cdot d \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 = F_{neta} \cdot d$$

$$d_1 = \frac{F_{neta} \cdot d - F_2 \cdot d_2}{F_1} = \frac{(200 \cdot 0{,}40 - 120 \cdot 0)\cancel{N} \cdot m}{80\ \cancel{N}} = 1 \text{ m}$$

Por lo tanto, la distancia de la fuerza de 80 N al punto de aplicación de la fuerza de 120 N es de 1 m.



25. Datos: $F_1 = 60$ N; $F_2 = 40$ N; $d = 0{,}80$ m

Si las dos fuerzas son paralelas y llevan el mismo sentido, la dirección y el sentido de la resultante serán los mismos que los de las fuerzas, y si son paralelas pero de sentido opuesto, la dirección será la misma y el sentido igual al de la fuerza mayor. Entonces, solo nos queda determinar el punto de aplicación y el valor de la resultante.

a) Aplicamos la superposición de fuerzas:

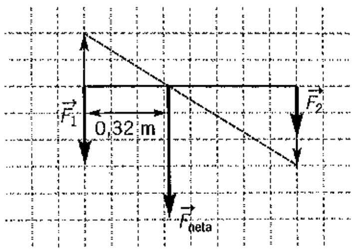
$$\vec{F}_{neta} = F_1 + F_2 = 60 \text{ N} + 40 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

Para hallar el punto de aplicación, tomaremos momentos desde una de las fuerzas. En este caso, desde el punto de aplicación de la fuerza de 60 N.

$$M_{neto} = F_{neta} \cdot d \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 = F_{neta} \cdot d$$

$$d = \frac{F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2}{F_{neta}} = \frac{(60 \cdot 0 + 40 \cdot 0{,}8)\cancel{N} \cdot m}{100\ \cancel{N}} = 0{,}32 \text{ m}$$

La resultante tendrá un valor de 100 N y su punto de aplicación se hallará a 32 cm de la fuerza de 60 N. Como vemos, la distancia de la resultante a la fuerza mayor es más pequeña que la distancia respecto a la fuerza menor.



b) Aplicamos la superposición de fuerzas:

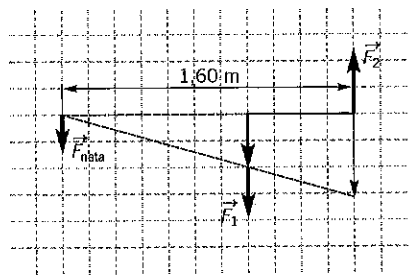
$$\vec{F}_{neta} = F_1 - F_2 = 60 \text{ N} - 40 \text{ N} = 20 \text{ N}$$

Para hallar el punto de aplicación, tomaremos momentos desde una de las fuerzas. En este caso, desde el punto de aplicación de la fuerza de 60 N.

$$M_{neto} = F_{neta} \cdot d \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 = F_{neta} \cdot d$$

$$d = \frac{F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2}{F_{neta}} = \frac{(60 \cdot 0 + 40 \cdot 0{,}8)\cancel{N} \cdot m}{20\ \cancel{N}} = 1{,}60 \text{ m}$$

La resultante tendrá un valor de 20 N y su punto de aplicación se hallará a 160 cm de la fuerza de 60 N. Como vemos, la distancia de la resultante a la fuerza mayor es más pequeña que la distancia respecto a la fuerza menor. Además, el punto de aplicación de la resultante queda fuera del segmento determinado por el punto de aplicación de ambas fuerzas.



26. Datos: $F_1 = 60$ N; $F_2 = 80$ N; $F_3 = 100$ N;
$\alpha = 180° + 36{,}87° = 216{,}87°$

— Para averiguar la fuerza neta que actúa sobre el juguete, aplicaremos la superposición de fuerzas, pero considerando cada eje por separado. Por simplicidad, tomaremos los ejes en las direcciones de las dos fuerzas perpendiculares entre sí y hallaremos las componentes de la tercera fuerza en esas direcciones.

$$\vec{F}_{3x} = F_3 \cdot \cos\alpha = 100 \text{ N} \cdot \cos 216{,}87° = -80 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{3y} = F_3 \cdot \operatorname{sen}\alpha = 100 \text{ N} \cdot \operatorname{sen} 216{,}87° = -60 \text{ N}$$

— Aplicando la superposición de fuerzas en cada eje, obtenemos:

$$\vec{F}_{x\,neta} = \vec{F}_2 + \vec{F}_{3x} = 80 \text{ N} - 80 \text{ N} = 0 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{y\,neta} = \vec{F}_2 + \vec{F}_{3y} = 60 \text{ N} - 60 \text{ N} = 0 \text{ N}$$

La fuerza resultante es nula, por lo que el juguete permanece en equilibrio.

3 MOMENTO DE UNA FUERZA Pág. 269

27. Datos: $F = 100$ N; $d = 50$ cm; $d' = 25$ cm; $\alpha = 90°$

Tomando como eje de giro el eje de las bisagras, podemos aplicar la definición de momento para hallar su valor en cada caso. Como dice que la fuerza es perpendicular al plano de la puerta, en ambos casos el ángulo es de 90°:

$$M_o = F \cdot d \cdot \sin 90 = 100\ \text{N} \cdot 0{,}5\ \text{m} = 50\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$M'_o = F \cdot d' \cdot \sin 90 = 100\ \text{N} \cdot 0{,}25\ \text{m} = 25\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Como podemos ver, en el segundo caso el momento es menor. Eso significa que la puerta gira con más dificultad, lo cual se corresponde con nuestra experiencia diaria.

28. Datos: $F = 2$ N; $d = 90$ cm; $\alpha = 90°$

Tomando como eje de giro el eje de las bisagras, podemos aplicar la definición de momento para hallar su valor y ver si es igual o mayor que 1,5 N·m, en cuyo caso la puerta se abriría. Como dice que la fuerza es perpendicular al plano de la puerta, el ángulo que consideramos es de 90°:

$$M_o = F \cdot d \cdot \sin 90 = 2\ \text{N} \cdot 0{,}9\ \text{m} = 1{,}8\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Como 1,8 N·m > 1,5 N·m, la puerta se abrirá.

29. Datos: $F = 30$ N; $R = 0{,}15$ m

El piloto ejerce un par de fuerzas sobre el volante, por lo que en realidad está ejerciendo dos fuerzas de 30 N paralelas y de sentido contrario. La expresión del momento de un par de fuerzas requiere del radio de giro, que en este caso es el radio del volante, es decir, la mitad de su diámetro.

— Aplicamos directamente la expresión que nos permite calcular el momento del par de fuerzas:

$$M_o = 2 \cdot F \cdot R = 2 \cdot 30\ \text{N} \cdot 0{,}15\ \text{m} = 9\ \text{N}\cdot\text{m}$$

El momento que ejerce el piloto es de 9 N·m.

30. Datos: $M_o = 147$ N·m; $R = 0{,}30$ m

Si se trata de un par de fuerzas, ambas tendrán el mismo valor y sentido contrario. Como cada una se aplica a la misma distancia del centro del volante, contribuyen en la misma medida al momento total.

— Aplicamos la expresión que nos permite calcular el momento del par de fuerzas y despejamos F:

$$M_o = 2 \cdot F \cdot R \Rightarrow F = \frac{M_o}{2 \cdot R} = \frac{147\ \text{N}\cdot\cancel{\text{m}}}{2 \cdot 0{,}30\ \cancel{\text{m}}} = 245\ \text{N}$$

Las fuerzas del par deben ser relativamente grandes, ya que el radio del volante es pequeño (menor que 1 m).

31. Datos: $m_1 = 30$ kg; $m_2 = 20$ kg; $r = 0{,}10$ m

Como las fuerzas son paralelas, pero aplicadas a ambos extremos de la polea, sus momentos se oponen, dando lugar a giros en sentidos contrarios. Dado que la distancia al centro de giro de la polea es el mismo, el momento debido al mayor peso será también mayor y, por tanto, la polea girará hacia donde cuelga la masa de 30 kg.

— Calculemos la fuerza total o neta y, a partir de esta, su momento con respecto al centro de la polea:

$$F_{neta} = P_1 - P_2 = (30 \cdot 9{,}8)\ \text{N} - (20 \cdot 9{,}8)\ \text{N} = 98\ \text{N}$$

$$M_{neto} = F_{neta} \cdot d = 98\ \text{N} \cdot 0{,}10\ \text{m} = 9{,}8\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Observamos que el momento neto es inferior al ejercido por cada uno de los pesos, debido a que el momento que ejerce uno se contrapone al del otro (tienen sentidos contrarios).

32. Datos: $F_2 = 100$ N; $F_1 = 120$ N; $d = 50$ cm; $d' = 25$ cm

La fuerza que hace cada niño produce un momento opuesto al del otro (giros en sentidos contrarios). Entonces, ganará el que produzca mayor momento.

$$M_1 = F_1 \cdot d = 100\ \text{N} \cdot 1{,}50\ \text{m} = 150\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = F_2 \cdot d' = 120\ \text{N} \cdot 1{,}25\ \text{m} = 150\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Los dos momentos tienen el mismo módulo, por lo que ninguno de los dos niños gana el juego.

33. Datos: $r = 30$ cm; $M = 3$ N · m

Si suponemos el caso general en que sobre un volante se aplica un par de fuerzas, sabemos que las direcciones de dichas fuerzas van a ser paralelas y de sentido contrario, así como aplicadas en puntos opuestos.

$$M_o = 2 \cdot F \cdot R \Rightarrow F = \frac{M_o}{2 \cdot R} = \frac{3\ \text{N}\cdot\cancel{\text{m}}}{2 \cdot 0{,}15\ \cancel{\text{m}}} = 10\ \text{N}$$

Cada fuerza tiene un módulo de 10 N. Si calculamos el M_{neto} a partir de este valor de la F_{neta}, obtenemos nuevamente los 3 N·m.

34. Datos: $m = 650$ kg; $d = 20$ cm; $d' = 40$ cm

El bloque empezará a girar en torno a su arista cuando el momento de la fuerza aplicada iguale al momento ejercido por el peso del cuerpo.

a) Para el cálculo de momentos, debemos considerar las distancias perpendiculares de la línea de acción de cada fuerza al eje de giro, en este caso, 20 cm para el peso y 40 cm para la fuerza que aplicamos.

— Hallamos el peso:

$$P = m \cdot g = 650\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 6\,370\ \text{N}$$

— Aplicamos equilibrio de momentos desde la arista:

$$\vec{M}_{o\ neto} = 0$$

$$F \cdot d' - P \cdot d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{P \cdot d}{d'} = \frac{6\,370\ \text{N} \cdot 0{,}20\ \cancel{\text{m}}}{0{,}40\ \cancel{\text{m}}} = 3\,185\ \text{N}$$

b) Al ir girando el bloque, la distancia d de la línea de acción del peso al eje de giro (arista) irá disminuyendo, mientras que la distancia d' de la línea de acción de la fuerza que aplicamos en el centro al eje irá aumentando, ya que el bloque se eleva. Entonces, la fuerza deberá ser menor. Podemos constatar este hecho a partir de la expresión de F en el apartado anterior, ya que d' es inversamente proporcional a F y d, directamente proporcional.

4 EQUILIBRIO

Págs. 269 y 270

35. a) Falsa. La condición de reposo implica que las fuerzas y sus momentos se cancelan entre sí, pero no necesariamente que no se apliquen fuerzas sobre el cuerpo.

b) Falsa. Se hallará en equilibrio dinámico o traslacional. Para que se encuentre en equilibrio estático, su velocidad debe ser cero.

36. Datos: $P = 600$ N; $F = 250$ N

Si se mantiene en reposo, eso significa que la tensión de la cuerda cancela tanto el peso en la vertical como la fuerza que aplicamos en la horizontal. Esto nos da las componentes de la tensión y, mediante el teorema de Pitágoras, podemos hallar su módulo.

— Aplicamos equilibrio de fuerzas en cada eje:

$$\vec{F}_{x\text{neta}} = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow T_x = 250 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{y\text{neta}} = 0 \Rightarrow T_y - P = 0 \Rightarrow T_y = 600 \text{ N}$$

— Aplicando el teorema de Pitágoras, hallaremos el módulo de T:

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{250^2 + 600^2} \text{ N} = 650 \text{ N}$$

A medida que ejerciéramos mayor fuerza en la horizontal, la tensión iría incrementándose hasta que la cuerda se rompiera.

37. Datos: $F_1 = 100$ N; $F_2 = 150$ N

La fuerza que ejerce el niño debe contrarrestar las otras dos. Si cogemos como ejes las direcciones de las fuerzas de los perros (ya que son perpendiculares entre sí) y aplicamos equilibrio de fuerzas, hallaremos las componentes de la fuerza que debe ejercer el niño:

$$\vec{F}_{x\text{neta}} = 0 \Rightarrow F_x - F_1 = 0 \Rightarrow F_x = 100 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{y\text{neta}} = 0 \Rightarrow F_y - F_2 = 0 \Rightarrow F_x = 150 \text{ N}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras, hallaremos el módulo de F:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{100^2 + 150^2} \text{ N} = 180 \text{ N}$$

Podemos comprobar que el módulo de la fuerza se corresponde con la resultante de la fuerza de los perros. Además, la fuerza deberá tener la misma dirección, pero sentido contrario, a esa resultante.

38. Para que tres fuerzas estén en equilibrio, deben estar contenidas en el mismo plano y el módulo de cada una de ellas debe ser inferior al de las otras dos (a no ser que tengan la misma dirección, en cuyo caso el módulo de una podrá ser igual a la suma de módulos de las otras dos). Usando la regla del paralelogramo en un par de fuerzas, obtendremos una fuerza neta igual en módulo y dirección, pero de sentido contrario, a la fuerza restante.

39. Datos: $P = 48$ N; $L = 3{,}6$ m; $d_1 = 0$ m; $d_2 = 2{,}4$ m; $d = 1{,}8$ m

Como el tablero está en reposo, tendrá que cumplir las condiciones de equilibrio de momentos y equilibrio de fuerzas. Para usar el equilibrio de momentos, usaremos estratégicamente como eje de giro uno de los puntos de aplicación de las fuerzas incógnita para tener solo una incógnita. Concretamente, elegiremos como eje el extremo donde se encuentra el caballete. Escribiremos los datos desde ese punto de referencia donde d es la posición del centro de gravedad del tablero:

— Aplicamos equilibrio de momentos desde el extremo donde se encuentra el caballete:

$$\vec{M}_{o\text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 - P \cdot d = 0$$

$$F_2 = \frac{P \cdot d - F_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{(48 \cdot 1{,}80 - F_1 \cdot 0) \text{N} \cdot \cancel{m}}{2{,}4 \cancel{m}} = 36 \text{ N}$$

— Para hallar la fuerza que nos falta, aplicaremos el equilibrio de fuerzas:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 \Rightarrow F_2 + F_1 - P = 0;$$

$$F_1 = P - F_2 = 48 \text{ N} - 36 \text{ N} = 12 \text{ N}$$

Si rehacemos el cálculo de momentos desde cualquier otro punto usando los valores hallados, veremos que el momento neto también se cancela.

40. Datos: $F = 30$ N; $\alpha = 30°$

Si la piñata se encuentra en reposo, entonces la fuerza neta sobre ella debe ser cero. Por otro lado, como su peso está en la vertical y el niño tira de ella horizontalmente, por conveniencia será preciso escoger como ejes X e Y, la horizontal y la vertical respectivamente.

a) Aplicamos equilibrio de fuerzas en el eje X:

$$\vec{F}_{x\text{neta}} = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow T_x = F = 30 \text{ N}$$

A continuación, considerando el ángulo en la vertical, mediante el seno podemos hallar la T:

$$T = \frac{T_x}{\sin\alpha} = \frac{30 \text{ N}}{\sin 30°} = 60 \text{ N}$$

b) Para hallar el peso, podemos usar la tangente:

$$P = \frac{T_x}{\tan\alpha} = \frac{30 \text{ N}}{\tan 30°} = 52 \text{ N}$$

Podemos comprobar aplicando el teorema de Pitágoras:

$$T = \sqrt{30^2 + 52^2} \text{ N} = 60 \text{ N}$$

41. Datos: $P = 2\,000$ N; $d = 1{,}25$ m; $d' = 0{,}25$ m

— Aplicaremos equilibrio de momentos respecto al punto de apoyo, ya que la piedra empezará a moverse justo cuando el momento de F supere el momento ejercido por el peso.

$$\vec{M}_{o\text{ neto}} = 0 \Rightarrow F \cdot d - P \cdot d' = 0$$

$$F = \frac{P \cdot d'}{d} = \frac{2\,000 \text{N} \cdot 0{,}25 \text{N} \cdot \cancel{m}}{1{,}25 \cancel{m}} = 400 \text{ N}$$

Comprobamos que la fuerza que debemos aplicar es 5 veces menor, dado que la distancia de la fuerza al eje de giro es 5 veces mayor que la del peso.

42. Datos: $P = 900$ N; $d_1 = 0$ m; $d = 0{,}90$ m; $d_2 = 1{,}50$ m

Como el atleta se encuentra en reposo, tendrá que cumplir las condiciones de equilibrio de momentos y equilibrio de fuerzas. Para calcular los momentos, usaremos estratégicamente como punto de referencia la posición de los pies, ya que nos piden la fuerza que ejerce el suelo sobre las manos. Escribiremos los datos desde ese punto de referencia donde d es la posición del centro de gravedad del atleta.

— Aplicamos equilibrio de momentos desde los pies:

$$\vec{M}_{o\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 - P \cdot d = 0$$

$$F_2 = \frac{P \cdot d - F_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{(900 \cdot 0{,}90 - F_1 \cdot 0)\,\text{N} \cdot \cancel{\text{m}}}{1{,}50\ \cancel{\text{m}}} = 540\ \text{N}$$

La fuerza es menor que la del peso, ya que la fuerza del suelo sobre las manos más la fuerza del suelo sobre los pies debe equilibrar el peso.

43. Datos: $L = 5$ m; $P = 750$ N; $d = 0{,}60$ m

Como la viga no experimenta ninguna aceleración en el eje vertical, podemos concluir que en esa dirección la resultante es nula. Por otro lado, como no se produce ninguna rotación, el momento neto también debe cancelarse.

— Tomaremos momentos desde el extremo del obrero A, de modo que el momento ejercido por este será 0.

$$\vec{M}_{A\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F_A \cdot d_A + F_B \cdot d_B - P \cdot \frac{L}{2} = 0 \quad (1)$$

— Como ahora el punto de referencia es A, la distancia d_B será:

$$d_B = L - d = 5\ \text{m} - 0{,}60\ \text{m} = 4{,}40\ \text{m}$$

— Despejando F_B de la ecuación (1), hallaremos la fuerza del obrero B:

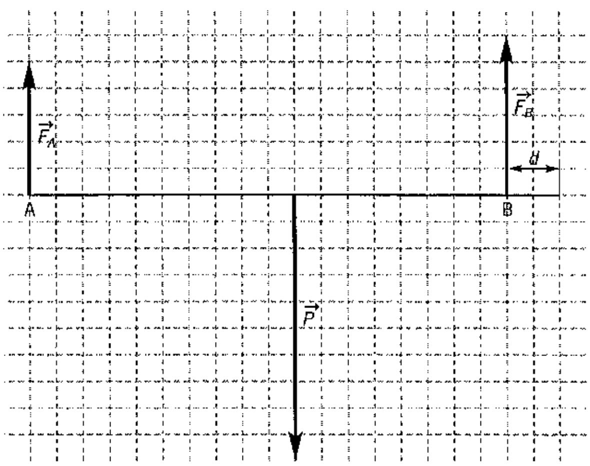
$$F_B = \frac{P \cdot \frac{L}{2} - F_A \cdot d_A}{d_B} = \frac{(250 \cdot 2{,}5 - F_A \cdot 0)\,\text{N} \cdot \cancel{\text{m}}}{4{,}40\ \cancel{\text{m}}} = 142\ \text{N}$$

— Para hallar F_A, podemos tomar momentos desde B o simplemente aplicar el equilibrio en la vertical:

$$\vec{F}_{y\ \text{neta}} = 0 \Rightarrow F_A + F_B - p = 0$$

$$F_A = F_B - P = 250\ \text{N} - 142\ \text{N} = 108\ \text{N}$$

Así, las fuerzas de los obreros A y B serán 108 N y 142 N, respectivamente. Podemos constatar que el obrero que soporta la barra desde una posición más cercana al centro de gravedad es el que ejerce más fuerza.



44. Datos: $F_1 = 400$ N; $F_2 = 445$ N; $d_1 = 0$ m; $d_2 = 1{,}88$ m

Como el hombre está en reposo, tendrá que cumplir las condiciones de equilibrio de fuerzas y equilibrio de momentos. Para el equilibrio de momentos, escogeremos como punto de referencia los pies, de forma que solo tendremos como incógnita la distancia de los pies al centro de gravedad del hombre.

— Aplicamos equilibrio de fuerzas para hallar el peso:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 \Rightarrow F_2 + F_1 - P = 0$$

$$P = F_1 + F_2 = 400\ \text{N} + 445\ \text{N} = 845\ \text{N}$$

— Aplicamos equilibrio de momentos respecto a los pies:

$$\vec{M}_{o\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 - P \cdot d = 0$$

$$d = \frac{F_2 \cdot d_2 + F_1 \cdot d_1}{P} = \frac{(445 \cdot 1{,}88 + F_1 \cdot 0)\ \cancel{\text{N}} \cdot \text{m}}{845\ \cancel{\text{N}}} = 0{,}99\ \text{m}$$

$$d = 99\ \text{cm}$$

Como la fuerza que actúa sobre la cabeza es ligeramente mayor que la que actúa sobre los pies, la posición debía ser más cercana a la cabeza, aunque sin alejarse mucho del punto medio (94 cm).

45. Datos: $F = 600$ N; $P = 3\,000$ N; $L = 10$ m; $d' = x$; $d' = (L/2) - x$

Dado que el borde de la repisa será el eje de giro, tomaremos los momentos del peso de la viga y de la fuerza del niño sobre la viga desde ese punto. El peso de la viga se aplica sobre su centro de masa, que es justo en el punto medio. Entonces, desde el borde de la repisa, esta distancia será la mitad de la longitud de la viga menos la distancia del borde al extremo.

— Aplicamos equilibrio de momentos respecto al borde:

$$\vec{M}_{o\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F \cdot d - P \cdot d' = 0 \Rightarrow F \cdot x - P \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right) = 0$$

$$x = \frac{P \cdot \frac{L}{2}}{F + P} = \frac{P \cdot L}{2(F + P)} = \frac{3\,000\ \cancel{\text{N}} \cdot 10\ \text{m}}{2(600 + 3\,000)\cancel{\text{N}}} = 4{,}17\ \text{m}$$

— La máxima distancia será 4,17 m, ya que si la distancia es mayor el momento ejercido por el niño será mayor que la del peso de la viga y se producirá rotación. Comprobamos que la relación de fuerzas es igual a la relación inversa de las distancias:

$$\frac{P}{F} = \frac{d}{d'} \rightarrow \frac{3\,000}{600} = \frac{4{,}17}{0{,}83} = 5$$

46. Datos: $P = 60$ N; $d' = 0{,}30$ m; $d = 0{,}034$ m

Como el codo será el eje de giro, tomaremos los momentos del peso y de la fuerza del bíceps desde ese punto. Como el peso se sostiene y no hay rotación, aplicaremos la condición de equilibrio de momentos.

— Aplicamos equilibrio de momentos respecto al codo:

$$\vec{M}_{o\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F \cdot d - P \cdot d' = 0$$

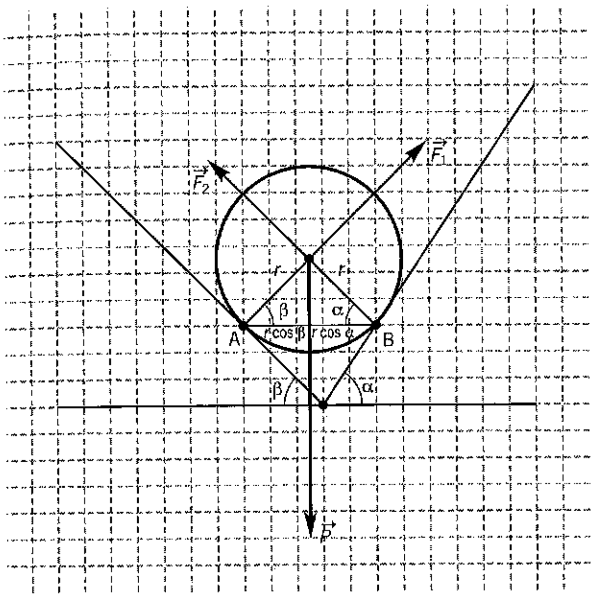
$$F = \frac{P \cdot d'}{d} = \frac{60 \cdot 0{,}30\ \text{N} \cdot \cancel{\text{m}}}{0{,}034\ \cancel{\text{m}}} = 529\ \text{N}$$

— Comprobamos que la relación de fuerzas es igual a la relación inversa de las distancias:

$$\frac{P}{F} = \frac{d}{d'} \rightarrow \frac{60}{529} = \frac{0{,}034}{0{,}30} = 0{,}11\hat{3}$$

47. Datos: $P = 100$ N; $\alpha' = 60°$; $\beta = 30°$

Como el cilindro está en reposo, tendremos que considerar equilibrio de momentos. Escogeremos estratégicamente como eje de giro el punto de apoyo del cilindro sobre el plano de 30° de inclinación. La distancia de la normal ejercida por el otro plano a este punto es el radio del cilindro, mientras que la distancia del peso a este punto es $d = r \cdot \cos 30$, donde r es el radio del cilindro.



— Aplicamos equilibrio de momentos respecto al punto de apoyo sobre el plano de 30° de inclinación:

$$\vec{M}_{A\,\text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot r - P \cdot d = 0$$

$$F_1 = \frac{P \cdot d}{r} = \frac{P \cdot \cancel{r} \cdot \cos\alpha}{\cancel{r}} = P \cdot \cos\alpha = 100 \cdot \cos 30° \text{ N}$$

$$F_1 = 86{,}6 \text{ N}$$

— Podemos rehacer el cálculo desde el otro punto de apoyo, de forma que la distancia del peso a este otro punto será $d' = r \cdot \cos 60$.

$$\vec{M}_{B\,\text{neto}} = 0 \Rightarrow F \cdot r - P \cdot d' = 0$$

$$F_2 = \frac{P \cdot d'}{r} = \frac{P \cdot \cancel{r} \cdot \cos\beta}{\cancel{r}} = p \cdot \cos\beta = 100 \cdot \cos 60° \text{ N}$$

$$F_2 = 50{,}0 \text{ N}$$

— Comprobamos que, dado que las dos fuerzas son perpendiculares, el módulo de su composición es igual al valor del peso:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{86{,}6^2 + 50{,}0^2} = 100 \text{ N}$$

48. Datos: $F_1 = 0{,}42 \cdot P$; $F_2 = 0{,}58 \cdot P$; $d_1 = 8$ m; $d_2 = 0$ m

Dado que el autobús no sufre ninguna rotación, deberá cumplir la condición de equilibrio de momentos. Tomaremos estratégicamente la posición de las ruedas delanteras como punto de referencia para calcular los momentos. Consideramos que si las ruedas delanteras soportan un 58 % del peso, las traseras deberán soportar un 42 % del peso.

— Aplicamos equilibrio de momentos respecto a las ruedas traseras:

$$\vec{M}_{O\,\text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 - P \cdot d = 0$$

$$d = \frac{F_1 \cdot d_1}{P} = \frac{0{,}42 \cdot \cancel{P} \cdot 8 \cdot \text{m}}{\cancel{P}} = 3{,}4 \text{ m}$$

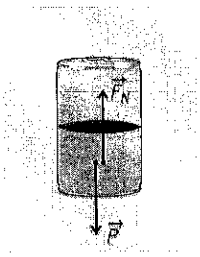
Entonces, el centro de gravedad se encontrará a 3,4 m de las ruedas delanteras. Si miramos los porcentajes, las ruedas delanteras soportan algo más de la mitad del peso del autobús. Por lo tanto, es lógico que su distancia respecto al centro de gravedad sea menor a 4 m, pero cercano a este valor.

SÍNTESIS Pág. 270

49. Respuesta sugerida:

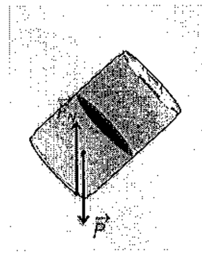
Al inclinar la lata, para que se mantenga en equilibrio, su centro de gravedad debe encontrarse en la vertical que pasa por el punto de apoyo. En ese instante, la fuerza normal y el peso estarán en una misma línea y el momento resultante será nulo, por lo que la lata no girará volviendo a su posición inicial ni tampoco «cayéndose».

a)



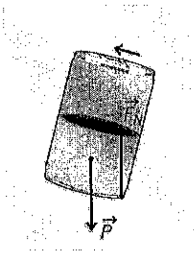
$\vec{M}_{neto} = 0$

c)



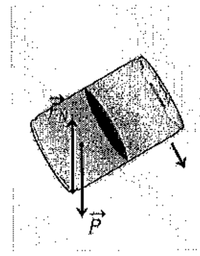
$\vec{M}_{neto} = 0$

b)



$\vec{M}_{neto} \neq 0$

d)



$\vec{M}_{neto} \neq 0$

Evaluación (Pág. 272)

1. a) Falsa. La masa es una propiedad general de la materia en tanto que su valor depende de la cantidad de materia.

b) Falsa. Si actúa una sola fuerza, la resultante no podrá ser nula y, según la segunda ley de Newton, entonces el cuerpo adquirirá una aceleración.

c) Falsa. La única condición necesaria es que la resultante, también llamada fuerza neta, sea nula.

d) Falsa. La dirección y el sentido del movimiento vienen dados por el vector velocidad, el cual no tiene una relación directa con la fuerza. Por ejemplo, al frenar un coche, su movimiento tiene sentido opuesto al de la fuerza neta que actúa sobre él.

2. Interacción electromagnética: a) d) y e)

Interacción gravitatoria: c)

Interacción nuclear débil: b)

Interacción nuclear fuerte: f)

3. Datos: $F_y = 5000$ N; $F_x = 200$ N

a) Dado que el coche avanza gracias a una fuerza de 5000 N y el viento lo empuja en una dirección perpendicular con una fuerza de 200 N, la fuerza total sobre el coche tendrá como componentes estas dos fuerzas. Tomaremos el eje *y* como la dirección de la fuerza que hace que el coche avance:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} = 200\vec{i} + 5\,000\vec{j}$$

$$F = \sqrt{5\,000^2 + 200^2}\ \text{N} = 5\,004\ \text{N}$$

b) Como el viento hace que el coche se desvíe de su dirección, hay que calcular el ángulo de desviación respecto a su trayectoria inicial, es decir, respecto al eje *y*:

$$\tan\alpha = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado contiguo}} = \frac{F_x}{F_y} = \frac{200\ \cancel{\text{N}}}{5\,000\ \cancel{\text{N}}} = 0{,}1 \Rightarrow a = 2{,}3°$$

Para no desviarse, el conductor debe inclinar su trayectoria 2,3° hacia la izquierda (suponiendo que el viento sople hacia la derecha).

4. Cuando el momento total sobre la puerta sea cero. Esto puede deberse a que la fuerza se ejerce en algún punto del eje de giro, o bien a que el rozamiento ejerce un momento opuesto de la misma intensidad.

5. En el bote de tapa grande, la distancia del par de fuerzas que aplicamos al centro de giro es mayor. Por lo tanto, para lograr el mismo momento que en el bote de tapa pequeño, se requiere menos fuerza.

6. Datos: $F = 1$ N; $d = 1$ m; $d_1 = 0{,}50$ m; $d_2 = 0{,}10$ m

A partir de los datos aportados, hallamos el momento de fuerza mínimo necesario para abrir la puerta. A continuación, sabiendo la distancia que en cada caso existe entre la fuerza aplicada y el eje de giro de la puerta, calculamos la fuerza mínima necesaria para abrirla.

Hallamos, en primer lugar, el momento de fuerza mínimo para abrir la puerta:

$$M = F \cdot d = 1\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} = 1\ \text{N·m}$$

a) Si el punto de aplicación de la fuerza dista 50 cm del eje de giro de esta:

$$M = F \cdot d_1 \Rightarrow F = \frac{M}{d_1} = \frac{1\ \cancel{\text{N}}\cdot\text{m}}{0{,}50\ \cancel{\text{m}}} = 2\ \text{N}$$

b) Si el punto de aplicación de la fuerza dista 10 cm del eje de giro de esta:

$$M = F \cdot d_2 \Rightarrow F = \frac{M}{d_2} = \frac{1\ \text{N}\cdot\cancel{\text{m}}}{0{,}10\ \cancel{\text{m}}} = 10\ \text{N}$$

Como era de esperar, hay que ejercer una mayor fuerza cuanto menor sea la distancia entre el punto de aplicación de esta y el eje de giro.

7. Datos: $d_1 = 0{,}40$ m; $d_2 = 1{,}60$ m; $P = 1\,000$ N

— Calculamos la fuerza (F_1 y F_2) que soporta cada trabajador, aplicando equilibrio de fuerzas y de momentos.

— Aplicando equilibrio de fuerzas:

$$F_1 + F_2 = 1\,000$$

— Aplicando equilibrio de momentos con respecto al punto de aplicación del peso de 1000 N:

$$\vec{M}_{\text{neto}} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$$

$$F_1 \cdot 0{,}40 - F_2 \cdot 1{,}60 = 0 \Rightarrow F_1 = 4F_2$$

El primero ejerce una fuerza cuatro veces mayor que el segundo, por lo cual está fatigado.

8. Datos: $P = 10^5$ N; $P' = 10^4$ N; $L = 100$ m; $d = 30$ m

Si tomamos estratégicamente momentos respecto al extremo más cercano al vehículo, podremos hallar la fuerza del soporte opuesto usando el equilibrio de momentos, dado que el puente no rota. A continuación, como el puente está en equilibrio también traslacional, podremos aplicar el equilibrio de fuerzas.

— Aplicamos equilibrio de momentos respecto al codo:

$$\vec{M}_{o\ \text{neto}} = 0 \Rightarrow F \cdot L - P \cdot \frac{L}{2} - P' \cdot d = 0$$

$$F = \frac{P \cdot \frac{L}{2} + P' \cdot d}{L} = \frac{10^5\ \text{N} \cdot 50\ \cancel{\text{m}} + 10^4\ \text{N} \cdot 30\ \cancel{\text{m}}}{100\ \cancel{\text{m}}}$$

$$F = 5{,}3 \cdot 10^4\ \text{N}$$

— Aplicando equilibrio de fuerzas, obtendremos la fuerza del otro soporte:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 \Rightarrow F' + F - P' - P = 0$$

$$F' = P + P' - F = 10^5\ \text{N} + 10^4\ \text{N} - 5{,}3 \cdot 10^4\ \text{N}$$

$$F' = 5{,}7 \cdot 10^4\ \text{N}$$

La suma de las dos fuerzas encontradas, 53000 N y 57000 N, es igual a la suma de los pesos del puente y del vehículo.

9. Datos: $P_1 = 400$ N; $P_2 = 500$ N; $P = 300$ N; $L = 6$ m

Para que la tabla permanezca en equilibrio, el momento total ejercido por los tres pesos (los de los dos niños y el de la propia tabla) debe ser nulo.

— Tomando momentos con respecto al punto de apoyo, situado a una distancia *x* a la izquierda del niño de peso P_2:

$$\vec{M}_{\text{neto}} = 0 \Rightarrow P_1(6 - x) + P(3 - x) - P_2 x = 0$$

$$400(6 - x) + 300(3 - x) - 500\,x = 0 \Rightarrow x = 2{,}75\ \text{m}$$

Así pues, el punto de apoyo deberá estar situado a 2,75 m a la izquierda del niño de 500 N de peso.

10. Datos: $P = 400$ N; $\alpha = 60°$; $L = 3$ m

El peso es la fuerza cuyo momento tiende a hacer que la escalera caiga, y la fuerza que se aplica sobre la base de la escalera (dirigida hacia la izquierda) es la que lo evita.

— Tomando momentos con respecto al punto de contacto entre la parte superior de la escalera y la pared:

$$\overline{M}_{\text{neto}} = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{L}{2}\cos\alpha - F \cdot L \cdot \operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$F = \frac{P}{2} \cdot \operatorname{cotg}\alpha = \frac{200\,\text{N}}{2} \cdot \operatorname{cotg} 60° = 115\ \text{N}$$

Habrá que ejercer 115 N de fuerza sobre la base de la escalera para que esta no resbale.

11. a) Basa su funcionamiento en la ley de Hooke, según la cual el alargamiento unitario que experimenta un material elástico (en el caso del dinamómetro, un muelle o resorte) es proporcional a la fuerza aplicada (siempre que la deformación no sea demasiado grande).

b) Se llama fuerza recuperadora porque su efecto consiste en restituir la forma inicial del resorte. Se trata de una fuerza de contacto.

Zona + (Pág. 273)

— *Comercializa fuerza gravitatoria*

Respuesta sugerida:

- Dado que hay una energía potencial vinculada a la fuerza gravitatoria, puede proponerse la gravedad como «fuente» de energía aprovechable. Un ejemplo popular de la viabilidad de esta idea serían las centrales hidroeléctricas.
- Algunas de las empresas más conocidas que se dedican a la explotación de la energía mareomotriz son Siemens e Iberdrola.
- Las mareas son producidas por la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra y, en menor medida, también por el efecto de la Luna sobre la Tierra. La marea viva y la marea muerta se deben a la diferencia de atracción entre la cara de la Tierra más cercana al Sol y la cara más alejada. Las mareas vivas y las mareas muertas se deben al efecto conjunto de la Luna con el Sol, según los tres astros estén alineados (marea viva) o bien formen un ángulo recto con vértice en la Tierra (marea muerta).
- Existen tecnologías destinadas a aprovechar la energía de las mareas. Los generadores de corriente de marea se centran en la energía cinética de las corrientes producidas por las mareas; en cambio, las presas de mar aprovechan su energía potencial, mientras que las llamadas tecnologías de energía mareomotriz dinámica aprovechan ambas. Para convencer de la viabilidad de esta energía, hay que optar por defender una de estas tres tecnologías y ubicarla en un contexto geográfico favorable.

— *Los geckos: diseño natural inteligente para no caer, la unión hace la fuerza*

Respuesta sugerida:

- Los geckos son una familia de reptiles lagarto de pequeño tamaño que se caracteriza por la emisión de sonidos chirriantes en su comunicación con otros individuos. Muchas de sus especies poseen unas almohadillas adhesivas en las plantas de sus pies.
- La adherencia de sus pies es causada por las denominadas fuerzas de van der Waals que, aunque tienen carácter electroestático, su explicación es algo más complicada, ya que son debidas a la polarización variable de partículas cercanas y dependen de la correlación entre estas polarizaciones.
- La superficie de las almohadillas de los pies de un gecko es de unos 100 mm^2. Se calcula que con esta superficie debería poder ejercer una fuerza de unos 10 N, pero se sabe que en realidad puede llegar a ejercer 100 N. Esto es debido a la estructura de las *setae*, finos cabellos que constituyen las almohadillas de los geckos. Cada seta dispone de ramificaciones que incrementan su superficie de contacto efectiva.

— *Las fuerzas de la naturaleza*

Respuesta sugerida:

Gravedad	Los objetos de los malabaristas sometidos a la gravedad terrestre.
	Los planetas orbitando alrededor del Sol.
	Los satélites orbitando alrededor de los planetas.
Electromagnetismo	La tensión superficial que mantiene las paredes de las burbujas.
	La atracción que ejerce el ámbar sobre trocitos de papel tras ser frotado con un felpudo.
	Las fuerzas de contacto tales como la fricción, o bien empujar o tirar de un objeto.
	La visión.
	La resistencia de los seres y objetos a fundirse unos con otros (hay una cierta impenetrabilidad).
	Fuerzas de atracción y repulsión entre imanes, así como la fuerza de atracción que ejercen los imanes sobre el hierro.
	La electricidad originada al rotar un imán en el interior de una bobina.
Nuclear débil	La tomografía por emisión de positrones (escáner médico PET).
	Las desintegraciones beta que tienen lugar en la desintegración de átomos radiactivos, así como también en los primeros estadios del ciclo de fusión del Sol.
Nuclear fuerte	La estabilidad de los núcleos atómicos.
	La masa en sí misma, dado que es responsable del 98 % de la masa de los átomos.
	La liberación de energía en la fisión nuclear.

- Para la presentación puedes usar tanto los datos de la tabla anterior, así como toda la información contenida en las actividades 13-15 del apartado *1. La naturaleza de las fuerzas.*
- La fuerza electroestática de repulsión entre los electrones de los átomos de mi mano y de la cuchara me permite sostenerla, mientras que los fotones que refleja la cuchara y que impactan contra mi retina me permiten verla. Dado que los fotones son ondas formadas por un campo magnético y eléctrico oscilantes y, además, la información que recibe mi cerebro a través de la retina se transmite por impulsos eléctricos, podemos ver que en todo el proceso está implicada la fuerza electromagnética.

11 Fuerzas y movimiento

En contexto (Pág. 275)

a. Respuesta sugerida:

— «Newton unifica el cielo y la Tierra» o bien, como plantea Ramón Núñez en su artículo de la revista *Muy Interesante* (4/01/2010), «Isaac Newton: así en la Tierra como en el cielo». El titular debe poner énfasis en la universalidad de las leyes de Newton que logran explicar dos mundos, el de la tierra y el del cielo, que hasta entonces habían sido concebidos uno aparte del otro y gobernados por leyes distintas.

— Para escoger el mejor titular, además de cumplir con el contenido esencial expuesto en el apartado anterior, deben tenerse en cuenta criterios periodísticos. Un titular, además de ser conciso, tiene que llamar la atención, y para cumplir estos requisitos puede permitirse ciertas licencias gramaticales. Por ejemplo, en el caso de «Isaac Newton: así en la Tierra como en el cielo», el titular carece de verbo.

— Es preciso comparar el titular inicialmente escrito con el definitivo para darse cuenta de si ha habido un cambio en la forma de ver la revolución newtoniana.

b. Respuesta sugerida:

No podríamos andar ni correr como demuestra nuestra experiencia más cercana a rozamiento cero. Si pensamos en superficies muy pulidas como, por ejemplo, el hielo, sabemos que cuando se intenta andar o correr sobre ellas, resbalamos, de modo que no conseguimos apenas desplazarnos (además del peligro de caernos). La única forma de desplazarnos efectivamente sobre esas superficies se basa en el rozamiento.

— Puedes consultar enlaces como estos:

http://www.taringa.net/posts/imagenes/6308786/Las-super-zapatillas-de-Usain-Bolt.html. http://elpais.com/diario/2009/08/24/deportes/1251064804_850215.html

Las preguntas pueden hacer referencia tanto a la forma, a los materiales, como, sobre todo, a la presencia de clavos en las zapatillas y el hecho de que en algunas sean removibles.

c. Respuesta sugerida:

— La Luna cae constantemente, pero con una velocidad tal que sigue la curvatura de la Tierra, de modo que nunca llega a chocar con ella. En la unidad anterior, vimos que la fuerza que actúa sobre la Luna es debida al campo gravitatorio de la Tierra y que este campo es central. Por lo tanto, la fuerza gravitatoria apunta directamente hacia el centro de la Tierra.

— Para comprender la explicación anterior, Newton expuso el símil del proyectil disparado desde lo alto de un monte. Cuanta más velocidad se le imprima al proyectil tanto más lejos llegará, hasta que habrá un momento en el que no encontrará «suelo» en el que caer debido a que describirá la circunferencia de la Tierra. En cuanto a la relación con el tema anterior, es preciso que las preguntas de los alumnos hallen su respuesta en el transcurso de la unidad.

Problemas resueltos (Págs. 289 a 292)

1. Datos: $m_1 = 2$ kg; $\vec{v}_1 = 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m_2 = 3$ kg; $\vec{v}_2 = 2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Si tomamos el sistema de las dos cajas, en el choque no interviene ninguna fuerza externa, por lo que se cumple la conservación del momento lineal.

— Calculamos el momento lineal inicial:

$$\vec{p}_0 = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = 2\ \text{kg} \cdot 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 3\ \text{kg} \cdot 2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\vec{p}_0 = 4\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Expresamos el momento lineal final teniendo en cuenta que las velocidades de los dos cuerpos van a ser una única $\vec{v}_f$, ya que se mantienen unidos tras el choque:

$$\vec{p}_f = m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f} = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_f = 5\ \text{kg} \cdot \vec{v}_f$$

— Aplicamos la conservación del momento lineal:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow 4\ \cancel{\text{kg}}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 5\ \cancel{\text{kg}} \cdot \vec{v}_f \Rightarrow \vec{v}_f = 0{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Avanzan con 0,8 m·s^{-1} hacia la derecha. La velocidad es mucho menor que cualquiera de las iniciales, ya que estas eran opuestas y además ahora los cuerpos van juntos, por lo que a una mayor masa le corresponde menos velocidad para mantener el balance de momento lineal.

2. Datos: $m_b = 20$ kg; $\vec{v}_b = 110\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 110\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m_c = 890$ kg

Si consideramos el sistema cañón-bala, no actúan fuerzas externas, por lo que el momento lineal debe conservarse. Por otro lado, debemos tener presente que la masa del cañón es 890 kg, ya que los otros 20 kg provienen de la bala u obús.

— Como los dos cuerpos al inicio están en reposo, el momento lineal inicial del sistema es cero.

— Por otro lado, en el momento del disparo ambos cuerpos adquieren una velocidad, pero, por la conservación del momento lineal, la suma vectorial de sus momentos deberá ser 0.

$$\vec{p}_f = \vec{p}_0 \Rightarrow \vec{p}_f = 0 \Rightarrow m_b\vec{v}_b + m_c\vec{v}_c = 0 \Rightarrow \vec{v}_c = \frac{-m_b\vec{v}_b}{m_c}$$

$$\vec{v}_c = \frac{-m_b\vec{v}_b}{m_c} = \frac{-20\ \cancel{\text{kg}} \cdot 110\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{890\ \cancel{\text{kg}}} = -2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

El cañón adquirirá una velocidad de 2,5 m·s^{-1} en sentido opuesto a la velocidad de la bala.

Esto ya podía avanzarse, dado que para lograr un momento lineal total cero, las velocidades de los cuerpos deben tener sentidos contrarios. Por otro lado, al tener el cañón una masa mucho mayor que la del obús, su velocidad debe disminuir en la misma proporción.

3. Datos: $\vec{v}_0 = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\Delta x = 1{,}4\,\text{m}$

— Para encontrar el coeficiente de rozamiento cinético, tendremos que hallar la fuerza de fricción. La fuerza de fricción es la única que actúa sobre el cubo de fregar, por lo que aplicando la segunda ley de Newton podremos hallar su valor.

— Para aplicar la segunda ley de Newton, previamente tendremos que determinar la desaceleración que ha sufrido el cubo. Tomando la siguiente ecuación de cinemática para movimientos rectilíneos uniformemente acelerados, hallamos a.

$$\vec{v}_f^{\,2} = \vec{v}_0^{\,2} + 2\cdot a\cdot \Delta x$$

$$a = \frac{\vec{v}_f^{\,2} - \vec{v}_0^{\,2}}{2\cdot \Delta x} = \frac{0 - \left(2{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2}{2\cdot 1{,}4\ \text{m}} = -2{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Aplicamos la segunda ley de Newton en la horizontal, pues el rozamiento es la única fuerza que actúa sobre el cuerpo en esa dirección.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m\vec{a} \ \text{ si } \ F_r = \mu N \Rightarrow -\mu N = ma \ (1)$$

— Para determinar la fuerza normal, tendremos que acudir a la segunda ley de Newton nuevamente, pero esta vez en el eje de ordenadas.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = m\vec{a} \ \rightarrow \vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = m\,g \ (2)$$

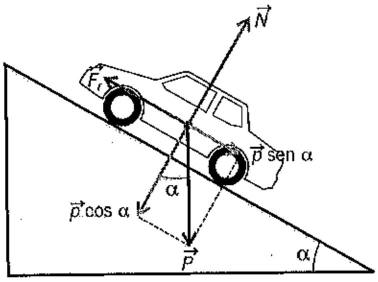
— Si juntamos las expresiones (1) y (2) tenemos que:

$$-\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a \Rightarrow \mu = \frac{-a}{g} = \frac{-(-2{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0{,}2$$

Como vemos, el resultado no depende de la masa del cubo.

4. Datos: $\mu = 0{,}08$

Para que el coche descienda con velocidad constante, la componente del peso paralela al plano y la fuerza de fricción deben cancelarse.



— Aplicamos la segunda ley de Newton en ambos ejes (eje x paralelo al plano, y eje y perpendicular a él).

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = m\vec{a} \ \rightarrow \vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0$$

$$N - P\cdot\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = m\,g\cos\alpha \ (1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m\vec{a} \ \rightarrow \vec{F}_{\text{neta}\,x} = 0$$

$$P\cdot \text{sen}\,\alpha - F_r = 0 \Rightarrow \text{si} \ \ \mu\cdot N = m\,g\,\text{sen}\,\alpha \ (2)$$

— Si juntamos las expresiones (1) y (2), tenemos que:

$$\mu \cancel{m g} \cos\alpha = \cancel{m g}\ \text{sen}\,\alpha$$

$$\mu = \text{tg}\,\alpha \Rightarrow \alpha = \text{arc tg}\ 0{,}08 = 4{,}6°$$

— Como vemos, no depende de la masa del coche. Observamos también como en este problema el valor de la fuerza normal no coincide con el peso, sino con su componente vertical.

5. Datos: $m_1 = 5\,m_2$

— Aplicamos la segunda ley de Newton al sistema de dos masas que constituye la máquina de Atwood, tomando como eje X el eje del movimiento (en este caso, será un eje «torcido» con sentido positivo en el sentido del movimiento).

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m_{\text{total}}\cdot\vec{a} \Rightarrow P_1 - \cancel{T} + \cancel{T} - P_2 = (m_1 + m_2)\cdot a$$

— Despejando la aceleración, tenemos:

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,g = \frac{5m_2 - m_2}{5m_2 + m_2}\,g = \frac{4\cancel{m_2}}{6\cancel{m_2}}\,g$$

$$a = 6{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración debe ser más pequeña que la de la gravedad, dado que hay un pequeño contrapeso que es la masa 2. Si tratamos de resolver el problema como en el problema resuelto correspondiente, es decir, aplicando la segunda ley de Newton a cada masa, obtendremos exactamente el mismo resultado.

6. Datos: $m_1 = 7$ kg; $m_2 = 5$ kg

La masa de 7 kg empieza a moverse debido a que la tensión de la cuerda que tira de ella justamente supera la fuerza de rozamiento estática máxima.

— La tensión de la cuerda tiene su origen en el peso colgante. En el límite en el que el sistema se empieza a mover, la aceleración sigue siendo 0. Entonces, si planteamos la segunda ley de Newton para la m_2, podremos hallar la tensión.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m_2\cdot\vec{a} \rightarrow P_2 - T = 0 \Rightarrow T = P_2 = m_2\cdot g \ (1)$$

— La condición de que el sistema se empiece a mover se plasma en la ecuación de la masa m_1 cuando expresamos la fuerza de rozamiento estática con la fórmula de su valor máximo.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m_1\cdot\vec{a} \rightarrow T - F_{re} = 0 \Rightarrow T - \mu_e N = 0 \ (2)$$

— Para determinar N, planteamos la segunda ley de Newton en la vertical de m_1.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = m_1\cdot\vec{a} \rightarrow N - P_1 = 0 \Rightarrow N = m_1\cdot g \ (3)$$

— Sustituyendo sucesivamente (3) en (2) y (2) en (1), tenemos la siguiente expresión:

$$\mu_e\cdot m_1 \cancel{g} = m_2 \cancel{g} \rightarrow \mu_e = \frac{m_2}{m_1} = \frac{5\,\cancel{\text{kg}}}{7\,\cancel{\text{kg}}} = 0{,}7$$

7. Datos: $m = 3$ kg; $a = 4$ m · s^{-2} (hacia la izquierda); $k = 400$ N · m^{-1}

— Si tiramos del muelle hacia la derecha, la aceleración será hacia la izquierda (negativa), ya que la fuerza de un muelle, según la ley de Hooke, siempre se opone al desplazamiento de este.

— Aplicamos la ley de Hooke, ya que nos da la expresión de la fuerza de un muelle en función del alargamiento, y luego podemos resolver aplicando la segunda ley de Newton.

$$\vec{F}_{\text{Hooke}} = -k \cdot \Delta x$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow -k \cdot \Delta x = m \cdot \vec{a}$$

$$\Delta x = \frac{m \cdot \vec{a}}{-k} = \frac{3\,\cancel{\text{kg}} \cdot (-4\,\cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}})}{-400\,\cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^{-1}} = 0{,}03\ \text{m}$$

— El alargamiento será de 3 cm. Observamos que si el resultado nos hubiera dado negativo, se habría tratado de una compresión y no de un alargamiento.

8. Datos: $m = 2{,}0$ kg; a) $v =$ constante; b) $a = 1{,}0$ m · s^{-2}

La fuerza que señala el dinamómetro es la tensión que se opone al peso del cuerpo de 2,0 kg. Si aplicamos la segunda ley de Newton, podemos comprobar que la aceleración que lleve el sistema (que será la del ascensor) modificará ese valor.

a) Velocidad constante implica que la aceleración es cero.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow T - P = 0 \Rightarrow T = P$$

$$T = m \cdot g = 2{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 20\ \text{N}$$

b) Como la aceleración es hacia arriba, según nuestro sistema de referencia tendrá signo positivo. Planteamos nuevamente la segunda ley de Newton.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow T - P = m \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m \cdot g + m \cdot \vec{a}$$

$$T = 2{,}0\ \text{kg} \cdot (9{,}8 + 1{,}0)\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 22\ \text{N}$$

Observamos que si el ascensor acelera hacia arriba el dinamómetro marca un peso mayor, del mismo modo en que nosotros notamos «una fuerza» hacia abajo cuando el ascensor sube acelerando.

9. Datos: $m = 25$ kg; $T = 1{,}5$ s; $r = 0{,}75$ m

El problema plantea un movimiento circular con un periodo de 1,5 s. Por lo tanto, se trata de un movimiento circular uniforme (es el único en el que se puede definir un periodo). La dinámica determina que la causa de todo movimiento circular uniforme es una fuerza neta central (hacia el centro del círculo) y que la aceleración debida a esta fuerza es únicamente la aceleración normal.

— Partimos de la segunda ley de Newton y, como tanto la fuerza como la aceleración tienen la misma dirección y sentido, podemos obviar el carácter vectorial. Finalmente, usamos la fórmula de la aceleración normal.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F = m \cdot a_n \Rightarrow F = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

— Para encontrar la velocidad angular, aplicamos la fórmula que la define: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y sustituimos en la expresión de la fuerza.

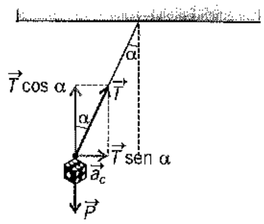
$$F = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = 25\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2\pi}{1{,}5\ \text{s}}\right)^2 \cdot 0{,}75\ \text{m}$$

$$F = 329\ \text{N}$$

Entonces, debe hacer una fuerza de 329 N hacia él. Según la expresión hallada, la fuerza es directamente proporcional al radio e inversamente proporcional al cuadrado del periodo. Esto último implica que cuanto más lentas sean las vueltas menor es la fuerza necesaria, lo cual está de acuerdo con nuestra experiencia.

10. Datos: $\alpha = 5°$; $v = 72$ km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}

Al tomar una curva, el coche está cambiando la dirección de su velocidad (aunque su módulo se mantenga a 72 kmh^{-1}), por lo que existe una aceleración normal que también afecta a todos los objetos que se mueven con el coche (incluido el objeto colgante).



— Planteamos en ambos ejes la segunda ley de Newton.

$$F_{\text{neta}\,x} = m \cdot a \rightarrow T \operatorname{sen}\alpha = m \cdot a_n$$

$$F_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow T\cos\alpha - m\,g = 0 \rightarrow T\cos\alpha = m\,g$$

— Si dividimos una ecuación por la otra y sustituimos a_n por su expresión en función de v:

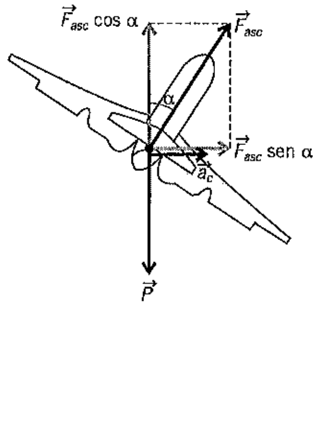
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_n}{g} \rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$r = \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg}\alpha} = \frac{(20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \operatorname{tg} 5°} = 4{,}7 \cdot 10^2\ \text{m}$$

Cuanto mayor sea el radio, tanto más pequeña será la aceleración necesaria para girar y, por lo tanto, el ángulo también será más pequeño.

11. Datos: $\alpha = 40°$; $v = 480$ km · h^{-1} = 133,3 m · s^{-1}

Tomaremos como eje x la dirección de la aceleración centrípeta y como eje y, la del peso. Para ello, tendremos que descomponer la fuerza ascensional, $\vec{F}_{asc}$, tal y como se ve en la figura. Entonces, la aceleración centrípeta vendrá suministrada por la componente $\vec{F}_{asc}$ cos(α).



— Aplicamos el equilibrio de fuerzas en el eje y para hallar la fuerza ascensional en función del peso y luego planteamos la segunda ley de Newton en el eje x.

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow F_{asc} \cos\alpha - P = 0 \rightarrow F_{asc} = \frac{P}{\cos\alpha} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F_{asc} \text{sen}\,\alpha = m \cdot a_c \quad (2)$$

— Sustituimos (1) en (2) y expresamos la aceleración centrípeta en función de v.

$$\frac{\cancel{m}\, g}{\cos\alpha} \text{sen}\,\alpha = \cancel{m} \cdot a_c \rightarrow g \,\text{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{r}$$

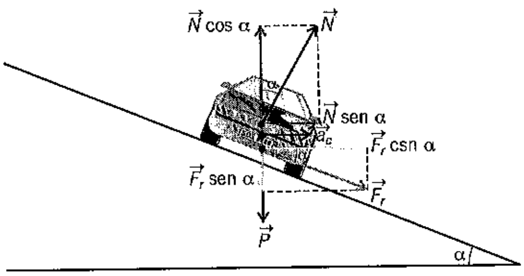
— Despejamos el radio y sustituimos los valores.

$$r = \frac{v^2}{g\,\text{tg}\,\alpha} = \frac{(133,\hat{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{9,8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\ \text{tg}\ 40°} = 2,2 \cdot 10^3\ \text{m}$$

El radio de su trayectoria será de $2,2 \cdot 10^3$ m. Para aumentar dicho radio, basta con incrementar la velocidad del avión y/o disminuir la inclinación de sus alas.

12. Datos: $r = 230$ m; $\mu = 0,28$; $v = 120\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 33,3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

— Como podemos ver en el diagrama de fuerzas, para que el vehículo no se salga de la curva, la componente del rozamiento $\vec{F}_r \cos(\alpha)$ y la componente de la fuerza normal $N \text{sen}(\alpha)$ deben poder suministrar la aceleración centrípeta necesaria al vehículo.



— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje x.

$$\vec{F}_{\text{neta } x} = m\cdot\vec{a} \rightarrow N \,\text{sen}\,\alpha + F_r \cos\alpha = m\cdot a_c$$

$$N \,\text{sen}\,\alpha + \mu N \cos\alpha = m\cdot a_c \quad (1)$$

— Dado que tenemos dos incógnitas, N y a_c, plantearemos el equilibrio de fuerzas en el eje y.

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N\cos\alpha - F_r \,\text{sen}\,\alpha - P = 0$$

$$N\cos\alpha - \mu N \,\text{sen}\,\alpha = m\, g \quad (2)$$

— Podemos despejar en ambas ecuaciones la fuerza normal o, sencillamente, dividir (1) por (2) y llegaremos a la siguiente expresión:

$$\frac{\cancel{N}(\text{sen}\,\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cancel{N}(\cos\alpha - \mu\,\text{sen}\,\alpha)} = \frac{\cancel{m}\, a_c}{\cancel{m}\, g}$$

$$\text{sen}\,\alpha + \mu\cos\alpha = \frac{v^2}{rg}(\cos\alpha - \mu\,\text{sen}\,\alpha)$$

— Una vez expresada la aceleración centrípeta en función de la velocidad del vehículo, para despejar el ángulo, previamente dividiremos ambos miembros de la ecuación por el cosα, para así despejar sencillamente la tangente.

$$\text{tg}\,\alpha + \mu = \frac{v^2}{rg}(1 - \mu\,\text{tg}\,\alpha) \rightarrow \text{tg}\,\alpha + \mu\frac{v^2}{rg}\,\text{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{rg} - \mu$$

— Despejando α:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\frac{v^2}{r} - \mu g}{g - \mu\frac{v^2}{r}} = \frac{\frac{(33,\hat{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{230\ \text{m}} - 0,28\cdot 9,8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{9,8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} - 0,28\cdot\frac{(33,\hat{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{230\ \text{m}}}$$

$$\text{tg}\,\alpha = 0,25 \rightarrow \alpha = 14°$$

Podemos ver que si el ángulo es inferior a 14°, la tangente y el seno disminuirán y el coseno aumentará, por lo que si tomamos la ecuación (1):

$$N \,\text{sen}\,\alpha + \mu\, N\cos\alpha = m\cdot a_c$$

Vemos que la aportación de N disminuirá y aunque la de μN aumente, como $0 < \mu < 1$, el balance global será que no se podrá suministrar la aceleración centrípeta necesaria y el vehículo se saldrá de la pista.

13. Datos: $m = 3,0$ kg; $v = 4,0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $r = 5,0$ m; $\alpha = 90°$

El valor del momento angular de una partícula que gira con respecto a un punto O depende de la distancia entre dicho punto y la masa, de la propia masa, de su velocidad y del ángulo que forman el vector de posición y el vector velocidad, que en este caso es de 90° respecto a lo indicado en el enunciado.

$$L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha = 5,0\ \text{m}\cdot 3,0\ \text{kg}\cdot 4,0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{sen}\ 90°$$

$$L = 60\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$$

Hay que recordar que el momento angular es un vector cuya dirección es perpendicular al plano formado por el vector posición y por el vector velocidad.

14. Si una partícula recorre una trayectoria circular, la magnitud asociada a su giro es el momento angular; el valor de esta magnitud depende de la distancia entre el centro de giro (que en este caso será el centro de la circunferencia), del momento lineal de la partícula y del ángulo que forman el vector de posición y el vector de velocidad, que en este caso es de 90° por tratarse de un movimiento circular:

$$L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha = R\,p\,\text{sen}\ 90° = R\,p$$

a) Si se duplica el momento lineal, el valor del momento angular se hará el doble.

b) Si se duplica el radio de la circunferencia sin variar la velocidad lineal, el valor del momento angular se hará el doble.

15. Datos: $m = 3,0$ kg; $R = 0,1$ m; $F = 15$ N

— El momento de fuerza es la magnitud responsable del giro del cilindro; su valor depende de la fuerza ejercida, de la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el eje de giro (que en este caso coincide con el radio del cilindro) y del ángulo que forman la fuerza y la posición del punto de aplicación de la fuerza con respecto al eje de giro (que en este caso es de 90°, al ser la fuerza aplicada perpendicular al vector de posición del punto de aplicación con respecto al eje de giro).

$$M = r\,F\,\text{sen}\,\alpha = R\,F\,\text{sen}\ 90° = 0,1\ \text{m}\cdot 15\ \text{N} = 1,5\ \text{N}\cdot\text{m}$$

— Debido al momento de fuerza ejercido, el cilindro comenzará a girar con MCUA; su velocidad angular se calculará de la siguiente manera:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

Siendo $\omega_0 = 0$ la velocidad angular inicial, calculamos la aceleración angular teniendo en cuenta la relación entre el momento de fuerza y la aceleración angular.

$$M = mR^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M}{mR^2} = \frac{1{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}}{3\ \text{kg}\cdot(0{,}1\ \text{m})^2} = 50\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

Finalmente, la velocidad angular del cilindro será:

$$\omega = \alpha\cdot t = 50\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 4\ \text{s} = 2{,}0\cdot 10^2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

16. Debemos calcular en primer lugar la aceleración angular con la que el aro gira mientras cae, y a continuación hallar, a partir de ella, la aceleración de caída.

— Hallamos la aceleración angular teniendo en cuenta la relación entre el momento de fuerza y la aceleración angular.

$$M = m\,R^2 \Rightarrow \alpha = \frac{M}{m\,R^2} = \frac{\cancel{m}\,g\,\cancel{R}}{\cancel{m}\,R^{\cancel{2}}} = \frac{g}{R}$$

De este resultado, deducimos que $a = \alpha\cdot R = g$.

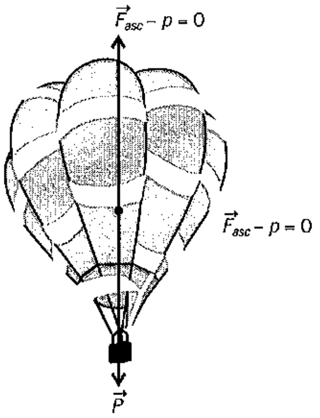
Ejercicios y problemas (Págs. 293 a 296)

1 LEYES DE LA DINÁMICA Págs. 293 y 294

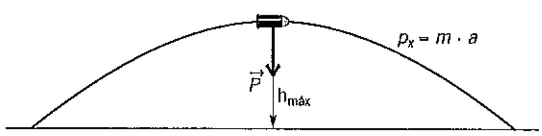
17. En el momento de soltar la piedra, siguen actuando fuerzas sobre ella. La más evidente es la fuerza de la gravedad, pero también actúa el rozamiento de la piedra con el aire.

18.

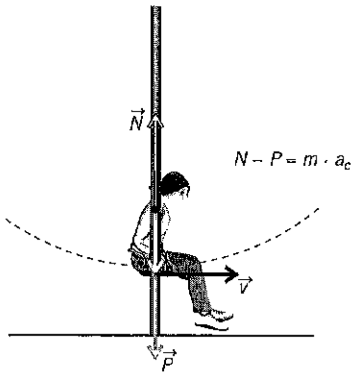
a)



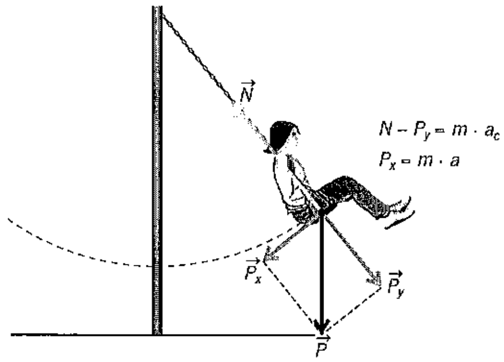
b)



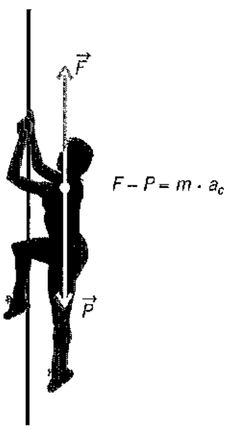
c)



d)



e)



19. Datos: $m = 85$ kg; $v_f = 36\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $t_f = 3$ s

— Determinamos la aceleración a partir de su definición y luego aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{t_f - t_0} = \frac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{3\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 3{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\vec{F} = m\cdot\vec{a} \rightarrow F = 85\ \text{kg}\cdot 3{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 283\ \text{N}$$

Es necesaria una fuerza de 283 N en la dirección y el sentido de la aceleración.

20. Para poder ascender por la cuerda, hay que aplicar una fuerza hacia abajo de forma que, por la ley de acción-reacción, la misma fuerza sea aplicada sobre nosotros hacia arriba permitiéndonos trepar por la cuerda.

21. Para poder detenernos bruscamente, es decir, pasar de cierta velocidad a velocidad 0 en un intervalo de tiempo nulo, la desaceleración tendría que ser infinita.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{t_f - t_0} = \frac{0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - \vec{v}_0}{0\ \text{s}} = \frac{-\vec{v}_0}{0} = \pm\infty\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

($\pm$ dependiendo del sentido de $\vec{v}_0$)

Y, por lo tanto, la fuerza que habría que aplicar, según la segunda ley de Newton, también tendría que ser infinita.

22. Avanzan debido a la expulsión de combustible (gases producto de la combustión).

— Si lo analizamos desde el principio de conservación del momento lineal, vemos que para que el sistema cohete-combustible permanezca con momento lineal 0 (como al inicio) el cohete debe adquirir una velocidad opuesta a la de los gases expulsados.

— Según el principio de acción-reacción, la presión ejercida en la parte superior de la cámara (ya que la presión en los laterales se anula) expulsará los gases de la combustión y estos, al mismo tiempo, empujarán el cohete en sentido contrario.

Ambos razonamientos son, en realidad, equivalentes.

23. Los accidentes con autobuses suelen ser más aparatosos porque, a pesar de moverse a velocidades parecidas a los de un coche o una moto, tienen una masa mayor y, por lo tanto, su momento lineal también es mayor. Esto se traduce en que es más difícil frenarlos, por lo que antes de que esto suceda habrán ocasionado más destrozos.

24. En absoluto, dado que sobre la pelota actúa al menos una fuerza externa, que es la de la gravedad, la cual provoca su aumento de velocidad.

25. Datos: $m_1 = 50$ kg; $m_2 = 70$ kg; $\vec{v}_1 = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\vec{v}_2 = -2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

— Si consideramos el sistema formado por los dos patinadores, podemos aplicar el principio de conservación del momento lineal, dado que no hay ninguna fuerza externa que actúe sobre ellos.

$$\vec{p}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\vec{p}_0 = 50\,\text{kg}\cdot 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} + 70\,\text{kg}\cdot(-2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 10\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Igualamos el momento inicial del sistema con el momento lineal final, teniendo presente que las velocidades de ambos patinadores al final son iguales, dado que van juntos.

$$\vec{p}_f = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} = m_1\vec{v}_f + m_2\vec{v}_f = (m_1 + m_2)\cdot\vec{v}_f$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f$$

$$\vec{p}_0 = (m_1 + m_2)\cdot\vec{v}_f \rightarrow \vec{v}_f = \frac{\vec{p}_o}{m_1 + m_2} = \frac{10\ \cancel{\text{kg}}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{50\,\cancel{\text{kg}} + 70\,\cancel{\text{kg}}}$$

$$\vec{p}_0 = 0{,}083\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Al final, los patinadores se mueven a $0{,}083\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en la misma dirección y sentido en que se movía la patinadora.

26. Como en el proceso no actúa ninguna fuerza externa, simplemente tenemos que aplicar la ley de la conservación del momento lineal.

$$\vec{p}_0 = 0\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1};\ \vec{p}_f = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow 0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2$$

Como vemos, las dos velocidades deben tener misma dirección, pero sentidos opuestos (ya que el momento de uno de los fragmentos debe contrarrestar el del otro).

27. Datos: $a_1 = 20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_2 = 30\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— Aplicando la segunda ley de Newton, podemos establecer un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\vec{F} = m_1\cdot\vec{a}_1 \rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1}$$

$$\vec{F} = m_2\cdot\vec{a}_2 \rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2}$$

$$\vec{F} = (m_1 + m_2)\cdot\vec{a} \rightarrow \vec{F} = \left(\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2}\right)\cdot\vec{a}$$

$$a = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} = 12\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Podemos prescindir del carácter vectorial, dado que lo único que indica es que la fuerza y la aceleración llevan la misma dirección y sentido. Así pues, la aceleración de $12\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ será en la misma dirección y sentido que la fuerza aplicada.

28. Datos: $m_b = 17$ g $= 1{,}7\cdot 10^{-2}$ kg; $m_s = 1{,}5$ kg; $v_f = 0{,}64\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Se trata de un choque completamente inelástico. Por lo tanto, en ausencia de fuerzas externas al sistema bala-saco, debe cumplirse la conservación del momento lineal. Como segunda condición, tenemos que tras el impacto el conjunto saco-bala se mueve con una única velocidad.

$$\vec{p}_0 = m_b\vec{v}_b + m_s\vec{v}_s = m_b\vec{v}_b + 0$$

$$\vec{p}_f = m_b\vec{v}_{bf} + m_s\vec{v}_{sf} = m_b\vec{v}_{bf} + m_s\vec{v}_{sf} = (m_b + m_s)\cdot\vec{v}_f$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow m_b\vec{v}_b = (m_b + m_s)\,\vec{v}_f \rightarrow \vec{v}_b = \frac{(m_b + m_s)\vec{v}_f}{m_b}$$

$$v_b = \frac{(1{,}7\cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{kg}} + 1{,}500\ \cancel{\text{kg}})\cdot 0{,}64\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{1{,}7\cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{kg}}} = 57\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La velocidad de la bala tiene que ser muy elevada, ya que tiene una masa unas noventa veces más pequeña que el saco y es su momento lineal el responsable de la velocidad adquirida por el conjunto saco-bala tras el choque. En una primera estimación, la velocidad de la bala debería ser poco menos que noventa veces la velocidad final del sistema (dado que la masa de la bala es insignificante comparada con la del saco). Comprobamos que este razonamiento: $0{,}64\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 90 = 58\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ nos lleva a una estimación muy cercana al resultado final.

29. Datos: $v_0 = 5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{1f} = 2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $m_1 = m_2 = 0{,}5\ m$ (kg)

Como no actúa ninguna fuerza externa sobre el cuerpo, podemos aplicar la conservación del momento lineal.

$$\vec{p}_0 = m\cdot\vec{v}_0$$

$$\vec{p}_f = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} = \frac{m}{2}\vec{v}_{1f} + \frac{m}{2}\vec{v}_{2f}$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow \cancel{m} \cdot \vec{v}_0 = \frac{\cancel{m}}{2}\vec{v}_{1f} + \frac{\cancel{m}}{2}\vec{v}_{2f} \rightarrow$$

$$\vec{v}_{2f} = 2\vec{v}_0 - \vec{v}_{1f} = 2 \cdot 5\ m \cdot s^{-1} - 2\ m \cdot s^{-1} = 8\ m \cdot s^{-1}$$

La velocidad del fragmento será de 8 $m \cdot s^{-1}$ en la misma dirección y sentido que el otro.

30. Datos: $\vec{v}_{A0} = 0{,}7\ m \cdot s^{-1}$; $\vec{v}_{Af} = 0{,}3\ m \cdot s^{-1}$; $\vec{v}_{B0} = 0{,}5\ m \cdot s^{-1}$

Dado que en la colisión no actúa ninguna fuerza externa, podemos aplicar la conservación del momento lineal para el sistema formado por los dos carros.

$$\vec{p}_0 = m_A \cdot \vec{v}_{A0} + 0;\ \vec{p}_f = m_A\vec{v}_{Af} + m_B\vec{v}_{Bf}$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \rightarrow m_A\vec{v}_{A0} = m_A\vec{v}_{Af} + m_B\vec{v}_{Bf}$$

$$\vec{v}_{A0} = \vec{v}_{Af} + \frac{m_B}{m_A}\vec{v}_{Bf} \rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\vec{v}_{A0} - \vec{v}_{Af}}{\vec{v}_{Bf}}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\vec{v}_{A0} - \vec{v}_{Af}}{\vec{v}_{Bf}} = \frac{0{,}7\ \cancel{m \cdot s^{-1}} - (-0{,}3\ \cancel{m \cdot s^{-1}})}{0{,}5\ \cancel{m \cdot s^{-1}}} = 2$$

La masa del segundo carrito es el doble que la del primer carrito: $m_B = 2\ m_A$.

31. Datos: $m_V + m_B = 4000$ kg; $m_B = 20$ kg

$$\vec{v}_{V0} = 72\ km \cdot h = 20\ m \cdot s^{-1};\ \vec{v}_{Bf} = 320\ m \cdot s^{-1}$$

Si tomamos el sistema vagón-bala, como sobre ese sistema no actúan fuerzas externas, podemos considerar la conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_0 = (m_V + m_B) \cdot \vec{v}_{V0};\ \vec{p}_f = m_V\vec{v}_{Vf} + m_B\vec{v}_{Bf}$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow (m_V + m_B)\vec{v}_{V0} = m_V\vec{v}_{Vf} + m_B\vec{v}_{Bf}$$

$$\vec{v}_{Vf} = \frac{(m_V + m_B)\vec{v}_{V0} - m_B\vec{v}_{Bf}}{m_V}$$

$$\vec{v}_{Vf} = \frac{4\,000\ \cancel{kg} \cdot 20\ m \cdot s^{-1} - 20\ \cancel{kg} \cdot 320\ m \cdot s^{-1}}{3\,980\ \cancel{kg}} =$$

$$= 18{,}5\ m \cdot s^{-1}$$

El vagón sigue moviéndose en la misma dirección y sentido, pero su velocidad es menor, dado que la proyección de la bala en la misma dirección y sentido ha producido una pequeña y súbita desaceleración.

32. Datos: $F = 40$ N; $\Delta t = 0{,}01$ s; $m_1 = m_2 = 0{,}200$ kg; $\vec{v}_{1f} = 0{,}2\ m \cdot s^{-1}$

El impulso proporcionado por el taco sobre la primera bola le imprime un momento lineal que va a conservarse en el choque con la segunda si consideramos el sistema formado por las dos bolas.

— Calculamos el impulso.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{I} = 40\ N \cdot 0{,}01\ s\ \hat{i} = 0{,}4\ N \cdot s\ \hat{i}$$

— Aplicamos el teorema del impulso-momento lineal y tomamos ese momento lineal imprimido a la bola como el momento lineal inicial del sistema formado por las dos bolas.

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \rightarrow \Delta\vec{p} = 0{,}4\ kg \cdot m \cdot s^{-1}\ \hat{i} \Rightarrow \vec{p}_0 = 0{,}4\ kg \cdot m \cdot s^{-1}\ \hat{i}$$

— Aplicamos la conservación del momento lineal.

$$\vec{p}_f = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow \vec{p}_0 = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f} \rightarrow \vec{v}_{2f} = \frac{\vec{p}_0 - m_1\vec{v}_{1f}}{m_2}$$

$$\vec{v}_{2f} = \frac{\vec{p}_0 - m_1\vec{v}_{1f}}{m_2} = \frac{0{,}4\ \cancel{kg} \cdot m \cdot s^{-1} - 0{,}200\ \cancel{kg}(-0{,}2\ m \cdot s^{-1})}{0{,}200\ \cancel{kg}}$$

$$\vec{v}_{2f} = 2{,}2\ m \cdot s^{-1}$$

La velocidad de la segunda bola es de 2,2 $m \cdot s^{-1}$.

33. Datos: $F = 200$ N; $\Delta t = 60$ s; $m = 100$ g $= 0{,}100$ kg; $v_f = 400\ m \cdot s^{-1}$

De acuerdo con la relación entre el impulso y la variación de momento lineal, la cantidad de movimiento suministrada por la ametralladora en un minuto está limitada por la fuerza de sujeción del operario.

— Aplicamos el teorema que relaciona el impulso con el momento lineal y despejamos la variación de momento.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad \vec{I} = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$$

$$\Delta\vec{p} = 200\ N \cdot 60\ s = 12\,000\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

— Como el momento lineal inicial de las balas es 0, podemos hallar el número de balas a partir de la definición de momento lineal.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_0 \rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - 0 \rightarrow \vec{p}_f = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v}_f = n \cdot m \cdot \vec{v}_f$$

$$\vec{p}_f = n \cdot m \cdot \vec{v}_f \rightarrow n = \frac{\vec{p}_f}{m \cdot \vec{v}_f} = \frac{12\,000\ \cancel{kg}\ \cancel{m \cdot s^{-1}}}{0{,}100\ \cancel{kg} \cdot 400\ \cancel{m \cdot s^{-1}}};$$

$$n = 300$$

En un minuto puede disparar hasta 300 balas. Observemos cómo el cociente entre la variación del momento lineal imprimido y el tiempo en el que se produce esta variación nos da la mínima fuerza de sujeción necesaria para disparar. Cuantas más balas dispare por unidad de tiempo, mayor será este cociente y, por lo tanto, habrá que aumentar la fuerza de sujeción.

34. Datos: $m_B = 0{,}008$ kg; $m_{Bl} = 2$ kg; $v_{Bo} = 100\ m \cdot s^{-1}$; $\Delta t = 0{,}01$ s

— Si consideramos el sistema bala-bloque, entonces en el impacto no actúan fuerzas externas y podemos aplicar la ley de conservación del momento lineal. Para determinar la fuerza que ejerce el bloque sobre el proyectil, podemos usar la definición de impulso.

$$\vec{p}_0 = m_B\vec{v}_{Bo}$$

$$\vec{p}_f = m_B\vec{v}_{Bf} + m_{Bl}\vec{v}_{Blf} = (m_B + m_{Bl})\vec{v}_f$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \rightarrow m_B\vec{v}_{Bo} = (m_B + m_{Bl})\vec{v}_f \rightarrow \vec{v}_f = \frac{m_B\vec{v}_{Bo}}{m_B + m_{Bl}}$$

$$\vec{v}_f = \frac{m_B \vec{v}_{Bo}}{m_B + m_{Bl}} = \frac{0{,}008\,\cancel{kg} \cdot 100\ m\cdot s^{-1}}{2{,}008\,\cancel{kg}} = 0{,}4\ m\cdot s^{-1}$$

— El bloque se moverá en la dirección y el sentido en que se movía la bala, a una velocidad de 0,4 m·s⁻¹. Para calcular la fuerza ejercida por el bloque sobre la bala, en base a la ley de acción-reacción, podemos tomar su módulo como el de la fuerza ejercida por la bala sobre el bloque. Entonces, si consideramos el bloque como el sistema sobre el cual actúa una fuerza externa (la de la bala), podemos usar el teorema del impulso.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_0 \rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - 0$$

$$\Delta\vec{p} = m_{Bl} \cdot \vec{v}_{Bl} = 2\ kg \cdot 0{,}4\ m\cdot s^{-1} = 0{,}8\ kg\cdot m\cdot s^{-1}$$

$$\vec{I} = \vec{F}\cdot\Delta t \quad \vec{I} = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F}\cdot\Delta t = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{0{,}8\ kg\cdot m\cdot s^{-1}}{0{,}01\ s} = 80\ N$$

La expresión de la fuerza como variación de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo es equivalente a la segunda ley de Newton cuando la masa del cuerpo sobre el que actúa la fuerza es constante.

35. Datos: $m = 9\cdot 10^{-3}$ kg; $v_f = 1200\ m\cdot s^{-1}$; $\Delta x = 0{,}06$ m

La bala adquiere una velocidad de $1200\ m\cdot s^{-1}$ a lo largo de 6 cm. Podemos usar las fórmulas del MRUA para hallar la aceleración y aplicar la segunda ley de Newton para hallar la fuerza.

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

$$a = \frac{(1\,200\ m\cdot s^{-1})^2}{2\cdot 0{,}06\ m} = 1{,}2\cdot 10^7\ m\cdot s^{-2}$$

$$F = m\cdot a \rightarrow F = 9\cdot 10^{-3}\ kg \cdot 1{,}2\cdot 10^7\ m\cdot s^{-2} = 1\cdot 10^5\ N$$

En la misma dirección y sentido que el movimiento de la bala. La fuerza que se ejerce sobre el fusil tendrá el mismo valor, pero sentido contrario, a la anterior. Esta fuerza da lugar al retroceso del arma.

36. Respuesta sugerida:

Dicha presentación deberá incluir las tres leyes de Newton: la ley de la inercia, la ley de la dinámica y la de acción-reacción. Cada una se acompañará al menos de un ejemplo asociado. En lo que se refiere a la ley de la inercia, sobre todo, habrá que rebatir la asociación de ausencia de fuerzas con el estado de reposo. En la acción-reacción sería interesante señalar que, según esta ley, las fuerzas siempre existen a pares, aunque cada una aplicada en cuerpos distintos.

37. El funcionamiento de los cohetes se basa en el principio de acción-reacción. Los gases del combustible ejercen una gran presión en la cámara, pero como la presión en los laterales se cancela, al salir por la parte inferior ejercen una reacción neta en la parte superior propulsando el cohete hacia arriba. También podemos entender esta situación planteándolo desde la segunda ley de Newton generalizada, es decir, planteando el problema a partir de la variación del momento lineal. En esta situación, recordemos que sí que hay una fuerza externa actuando sobre el cohete: la gravedad.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext} \rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m\,\vec{g}$$

La variación de la cantidad de combustible expulsada por el cohete por unidad de tiempo es aproximadamente constante y negativa, ya que es una masa de la que se desprende. La representaremos por $-Q$.

$$\frac{dm_c}{dt} = -Q \Rightarrow m_c' = m_c - Q\cdot t$$

m_c' es la masa del cohete en cada instante de tiempo (que, como vemos, va disminuyendo porque se desprende $Q\cdot t$ combustible). Entonces m_c es la masa inicial del cohete, esto es, con todo el combustible en su interior. Representaremos por v_g la velocidad del gas. Entonces, la cantidad de movimiento del cohete será:

$$\vec{p} = (m_c - Q\cdot t)v_c + Q\cdot t(-v_g)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m_c\vec{g} \rightarrow \frac{d\left[(m_c - Q\cdot t)v_c + Q\cdot t(-v_g)\right]}{dt} =$$

$$= -(m_c - Q\cdot t)\cdot g$$

Podemos derivar y obtenemos la siguiente expresión:

$$Q\cdot v_c + (m_c - Q\cdot t)\frac{dv_c}{dt} - Q\cdot v_g = -(m_c - Q\cdot t)\cdot g$$

$$(m_c - Q\cdot t)\frac{dv_c}{dt} - Q\cdot(v_g - v_c) = -(m_c - Q\cdot t)\cdot g$$

Donde $v_g - v_c = u$ es la velocidad del gas relativa al cohete.

$$\frac{dv_c}{dt} - \frac{u}{m_c - Q\cdot t}\cdot Q = -g \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = \frac{u}{m_c - Q\cdot t}\cdot Q - g$$

Integrando respecto al tiempo a cada miembro de la igualdad, obtenemos la expresión de la velocidad del cohete en función del tiempo.

$$\int \frac{dv}{dt}\,dt = \int \frac{u\cdot Q}{m_c - Q\cdot t}\,dt + \int g\,dt \rightarrow$$

$$\rightarrow v = -u\ln\left(\frac{m_c - Q\cdot t}{m_c}\right) - g\,t$$

Debemos considerar, eso sí, la gravedad como si fuera constante.

38. Datos: $m = 90$ kg;

a) $\vec{v}$ = constante; b) $\vec{a} = +1\ m\cdot s^{-2}$; c) $\vec{a} = -1\ m\cdot s^{-2}$

La báscula mide la fuerza que el hombre ejerce sobre ella, esto es, la reacción de la fuerza normal. Entonces, para conocer el valor que marca la balanza, hay que calcular el valor de la normal. En todas las situaciones, el esquema de fuerzas sobre el hombre es la fuerza normal hacia arriba y el peso hacia abajo.

Aplicamos la segunda ley de Newton y, para cada caso, sustituimos la aceleración con su debido valor y signo.

a) $\vec{v}$ = constante $\rightarrow \vec{a} = 0\ m\cdot s^{-2}$

$$\vec{F}_{neta} = m\cdot\vec{a} \rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P$$

$$N = m\,g = 90\ kg\cdot 9{,}8\ m\cdot s^{-2} = 8{,}8\cdot 10^2\ N$$

b) $\vec{a} = +1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow N - P = m \cdot \vec{a} \Rightarrow N = P + m \cdot \vec{a}$$

$$N = m\,g + m \cdot \vec{a} = 90\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 90\,\text{kg} \cdot 1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$N = 9{,}7 \cdot 10^2\ \text{N}$$

c) $\vec{a} = -1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow N - P = m \cdot \vec{a} \Rightarrow N = P + m \cdot \vec{a}$$

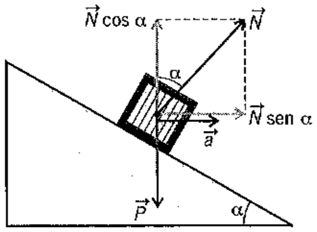
$$N = m\,g + m \cdot \vec{a} = 90\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 90\,\text{kg} \cdot (-1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

$$N = 7{,}9 \cdot 10^2\ \text{N}$$

Observamos que en los tres casos el planteamiento es el mismo. Llegados a la expresión: $N - P = m \cdot \vec{a}$, lo único que hay que hacer es sustituir el valor de la aceleración por el valor y el signo (sentido) adecuado. Hay que prestar atención, porque subir acelerando supone el mismo signo para la aceleración que bajar desacelerando, y lo mismo sucede con bajar acelerando y subir desacelerando.

39. Datos: $\alpha = 60°$; $m = 2$ kg

a) Si planteamos el diagrama de cuerpo libre en el bloque, vemos claramente que las fuerzas que actúan sobre él son la fuerza normal y el peso. Los ejes que tendremos que tomar serán el x en la dirección de la aceleración, y el y en la dirección del peso. Para ello, tendremos que descomponer la normal, tal y como aparece en la figura. Entonces, será la componente de la fuerza normal $N \cdot \operatorname{sen}\alpha$ la que suministrará aceleración al cuerpo.



— Plantearemos la segunda ley de Newton en el eje x y en el eje y. Entonces, tenemos:

$$F_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N\cos\alpha - m\,g = 0 \rightarrow N = \frac{m\,g}{\cos\alpha} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m\,\vec{a} \rightarrow N\operatorname{sen}\alpha = m \cdot a \quad (2)$$

— Introduciendo (1) en (2), obtendremos el valor de la aceleración.

$$\frac{\cancel{m}\,g}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = \cancel{m} \cdot a \rightarrow g \cdot \operatorname{tg}\alpha = a$$

$$a = g \cdot \operatorname{tg}\alpha = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \operatorname{tg}60° = 17\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) Si el plano adquiriese una aceleración mayor, querría decir que este iría más rápido que el bloque, ya que la aceleración del bloque está limitada por la gravedad y la inclinación de la pendiente y, por lo tanto, no puede incrementarse ni disminuirse. Entonces, el bloque se deslizaría hacia arriba por el simple hecho de que se quedaría «atrás» y sería paulatinamente avanzado por la pendiente. Por otro lado, si la aceleración de la pendiente fuera menor, entonces el bloque bajaría por la pendiente, dado que la gravedad le imprime una aceleración mayor.

2 INTERACCIONES DE CONTACTO

Págs. 294 y 295

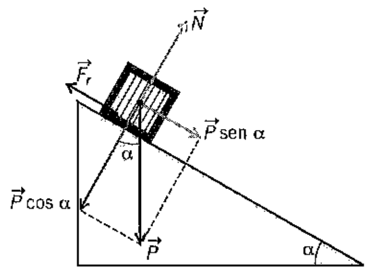
40. Porque, de este modo, una de las componentes de la tensión es vertical y ayuda a que el contacto del trineo con la nieve sea menor, con lo que el rozamiento disminuye aún más.

41. Porque al presionar una mano contra la otra las irregularidades microscópicas de ambas superficies entran más en contacto, por lo que el rozamiento aumenta considerablemente.

Otra explicación equivalente parte del hecho de que al presionar una mano contra la otra estamos aumentando la fuerza de reacción entre ambas superficies, o fuerza normal, por lo que el rozamiento también se incrementa.

42. Datos: $\alpha = 37°$; $\mu = 0{,}10$

Para determinar la aceleración que adquiere un cuerpo, tenemos que aplicar la segunda ley de Newton. En este caso, en la dirección del movimiento actúan el rozamiento y la componente del peso paralela al plano.



— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje del movimiento.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow P\operatorname{sen}\alpha - F_r = m \cdot a \rightarrow P\operatorname{sen}\alpha - \mu N = m \cdot a \quad (1)$$

— Para determinar el rozamiento, necesitamos hallar el valor de la fuerza normal. Con este fin, aplicamos la segunda ley de Newton en el eje perpendicular a la superficie.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha \quad (2)$$

— Sustituyendo (2) en la ecuación (1) y sabiendo que $P = m \cdot g$, podemos hallar la aceleración.

$$P\operatorname{sen}\alpha - \mu \cdot P\cos\alpha = m \cdot a \rightarrow a = \frac{\cancel{m}\,g\operatorname{sen}\alpha - \mu \cdot \cancel{m}\,g\cos\alpha}{\cancel{m}}$$

$$a = g(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)$$

$$a = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}(\operatorname{sen}37° - 0{,}10 \cdot \cos 37°) = 5{,}1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La aceleración es menor que g, dado que solo una componente del peso está actuando sobre el cuerpo. Además, el rozamiento aún disminuye más el valor de la aceleración. Observemos que el resultado no depende de la masa del cuerpo que se desliza.

43. Datos: $v_0 = 36\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\mu = 0{,}2$

La pregunta se refiere al campo de la cinemática, pero para poder aplicar las ecuaciones del MRUA necesitamos hallar previamente la aceleración mediante la segunda ley de Newton.

— En el eje horizontal, tenemos:

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow -F_r = m \cdot \vec{a} \rightarrow -\mu N = m \cdot \vec{a} \quad (1)$$

— Aplicando la segunda ley de Newton en el eje vertical, hallamos la fuerza normal.

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = m \cdot g \ (2)$$

— Sustituyendo (2) en la ecuación (1), podemos hallar la aceleración.

$$-\mu \cancel{m}\, g = \cancel{m} \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = -0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -19{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

— La aceleración será de $-19{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ en sentido contrario a la velocidad. Se trata, pues, de una desaceleración. Entonces, si aplicamos las ecuaciones de la cinemática:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{(-10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 1{,}96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 26 \text{ m}$$

44. No. Si no existiera tensión en la cuerda, las masas caerían con aceleración $9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Otra cosa es que el efecto global de las tensiones sobre el movimiento de la cuerda sea nulo.

45. Datos: $m = 70$ kg; $l_0 = 10$ m; $l_f = 30$ m

En el caso de un cuerpo elástico, podemos usar la ley de Hooke $\vec{F} = -k \cdot \Delta\vec{l}$. En el punto más bajo, el peso y la fuerza elástica se cancelarán.

— Aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow -k\overline{\Delta l} + m \cdot \vec{g} = 0 \rightarrow k = \frac{m \cdot \vec{g}}{\overline{\Delta l}}$$

$$k = \frac{m \cdot \vec{g}}{\overline{\Delta l}} \rightarrow k = \frac{70 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \cancel{\text{m}} \cdot \text{s}^{-2}}{(30 - 10)\cancel{\text{m}}} = 34 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Observamos que en efecto:

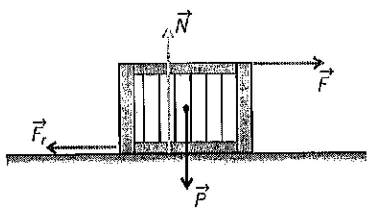
$$\text{N} \cdot \text{m}^{-1} = \text{kg} \cdot \cancel{\text{m}} \cdot \text{s}^{-2} \cancel{\text{m}^{-1}} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

46. Es falso. La aceleración de la gravedad no depende de la masa del cuerpo y, aunque en un plano inclinado solo participa una componente en el movimiento, esta componente solo depende de la inclinación del plano. De hecho, Galileo estudió la caída libre por medio del plano inclinado para disminuir el efecto de la gravedad, ya que estaba limitado por la imposibilidad de medir tiempos cortos.

47. Datos: $F = 100$ N; $\mu = 0{,}1$; $m = 20$ kg; $\alpha = 20°$; $\alpha = -20°$

Según la fuerza se aleje de la dirección del plano, menor será la componente que participe en el movimiento. Además, la componente vertical se incrementará modificando el valor de la fuerza normal y, por lo tanto, el del rozamiento.

a) Aplicamos la segunda ley de Newton. Cuando el baúl se mueve horizontalmente, tenemos en el eje *x:*



$$\vec{F}_{\text{neta } x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F - F_r = m \cdot a \Rightarrow F - \mu N = m \cdot a \ (1)$$

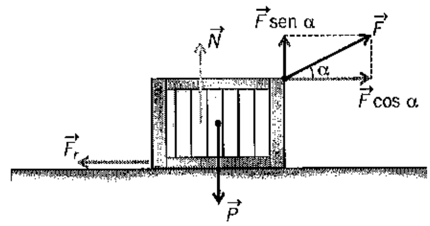
Mientras que en el eje y podemos plantear equilibrio de fuerzas.

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P \ (2)$$

Si sustituimos (2) en (1) y tomamos $P = m \cdot g$, podemos hallar la aceleración.

$$a = \frac{F - \mu\, m\, g}{m} = \frac{100 \text{N} - 0{,}1 \cdot 20 \text{kg} \cdot 9{,}8 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{20 \text{kg}} = 4 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje x, pero esta vez solo la componente $\vec{F} \cos\alpha$ proporciona aceleración.



$$\vec{F}_{\text{neta } x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F \cos\alpha - F_r = m \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cos\alpha - \mu N = m \cdot a \ (1)$$

En el eje y planteamos equilibrio de fuerzas. Vemos que aparece la otra componente $\vec{F} \operatorname{sen}\alpha$:

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N + F \operatorname{sen}\alpha - p = 0 \Rightarrow N = p - F \operatorname{sen}\alpha \ (2)$$

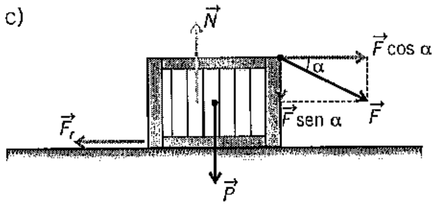
Si sustituimos (2) en (1) y tomamos $p = m\, g$ podemos hallar la aceleración.

$$a = \frac{F \cos\alpha - \mu(m\, g - F \operatorname{sen}\alpha)}{m}$$

$$a = \frac{100 \text{N} \cos 20° - 0{,}1 \cdot (20 \text{kg} \cdot 9{,}8 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} - 100 \text{N} \operatorname{sen} 20°)}{20 \text{kg}}$$

$$a = 3{,}9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c)



En este último caso, el cambio es $\alpha = -20°$, por lo que podemos usar la expresión encontrada en b.

$$a = \frac{100 \text{ N} \cos(-20°) - 0{,}1 \cdot [20 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} - 100 \text{ N} \operatorname{sen}(-20°)]}{20 \text{ kg}}$$

$$a = 3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Al cambiar el ángulo de signo, el coseno no se ve afectado, pero sí cambia el signo de $\vec{F} \operatorname{sen}\alpha$. Si en vez de aprovechar el resultado en b), hubiéramos planteado el problema de nuevo, hubiéramos visto que el único cambio habría sido el sentido de la componente $\vec{F} \operatorname{sen}\alpha$, ahora en contra de la fuerza normal, y de ahí el cambio de signo.

48. Datos: $\mu_e = 0{,}5$; $m = 5{,}0$ kg

Para iniciar el movimiento, tendremos que superar la fuerza de rozamiento máxima. Una vez superada esta fuerza, el objeto comenzará a moverse y el valor de la fuerza de rozamiento decaerá a su valor dinámico (inferior al estático).

— Aplicaremos la segunda ley de Newton para el límite en el que el objeto aún no adquiere aceleración.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = 0 \rightarrow -F_r + F = 0 \rightarrow F = -F_r = \mu_e N \quad (1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = m\,g \quad (2)$$

— Sustituyendo (2) en (1), hallaremos la fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

$$F = \mu_e N = 0{,}5 \cdot 5{,}0\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 24{,}5\,\text{N} \approx 25\,\text{N}$$

— Una vez iniciado el movimiento, la aceleración vendrá dada por la segunda ley de Newton, teniendo en cuenta el rozamiento dinámico.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow -F_r + F = m \cdot a \rightarrow -\mu_d N + F = m \cdot a$$

$$a = \frac{-\mu_d m\,g + F}{m} = \frac{-0{,}20 \cdot 5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 24{,}5\,\text{N}}{5\,\text{kg}}$$

$$a = 2{,}96\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \approx 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Al cabo de dos segundos su velocidad, según la ecuación del MRUA será:

$$v_f = v_0 + a \cdot \Delta t = 0 + 2{,}96\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2\,\text{s} = 6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Observemos que la fórmula de la fuerza de rozamiento estático solo se aplica en su límite superior, ya que en realidad siempre es igual a la fuerza aplicada y en sentido opuesto. En cambio, la fórmula del rozamiento dinámico es válida en todo momento siempre que exista movimiento.

49. Datos: $\mu = 0{,}25$; $\mu' = 0{,}2$; $m_{\text{est}} = 70$ kg; $m_{\text{cajón}} = 120$ kg

Si la fuerza de rozamiento estático entre el estudiante y el suelo es menor que la del cajón y el suelo, el estudiante empezará a deslizarse antes de poder mover el cajón.

— Podemos calcular el valor de ambas fuerzas de rozamiento teniendo en cuenta que, al estar ambos cuerpos (cajón y estudiante) sobre una superficie no inclinada, el módulo de la fuerza normal coincidirá con sus respectivos pesos.

$$F_{r\,\text{est}} = \mu\,N = \mu \cdot m_{\text{est}} \cdot g = 0{,}25 \cdot 70\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$F_{r\,\text{est}} = 171{,}5\,\text{N}$$

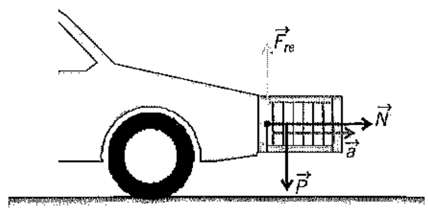
$$F_{r\,\text{cajón}} = \mu'\,N = \mu' \cdot m_{\text{cajón}} \cdot g = 0{,}2 \cdot 120\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$F_{r\,\text{cajón}} = 235{,}2\,\text{N}$$

Dado que $F_{r\,\text{est}} < F_{r\,\text{cajón}}$, el estudiante no podrá mover el cajón.

50. Datos: $\mu = 0{,}7$

Este problema plantea una situación muy poco convencional, tal y como vemos en la figura. La fuerza normal está en la horizontal, ya que es perpendicular a la superficie de contacto entre los dos cuerpos, en este caso una caja y el frontal del coche. Su valor vendrá «suministrado» por la aceleración del vehículo. Además, la fuerza de fricción se encuentra en la vertical, oponiéndose al movimiento natural de la caja, que consiste en caer hacia el suelo por efecto de la gravedad.



— Planteamos la segunda ley de Newton en el eje de las x y el equilibrio de fuerzas en la vertical.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow N = m \cdot a$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow F_r - m\,g = 0 \rightarrow \mu N = m\,g \rightarrow \mu \cancel{m} a = \cancel{m}\,g$$

$$a = \frac{g}{\mu} = \frac{9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{0{,}7} = 14\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Para una aceleración inferior a esta, el rozamiento máximo no podrá igualar el peso y la caja se caerá. Para una aceleración mayor, el rozamiento siempre podrá igualar al peso. Nunca lo excederá, ya que estamos hablando de rozamiento estático y en este caso el valor μN solo determina el máximo al que puede llegar.

51. Datos: $T = 150$ N; $m = 10$ kg

Sobre la cuerda actúan dos fuerzas, la tensión de la cuerda y el peso de 10 kg. Si la cuerda se rompe y puede soportar hasta 150 N, esto quiere decir que la aceleración del ascensor ha aumentado la tensión hasta ese valor.

— Aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow T - P = m \cdot a \rightarrow a = \frac{T - P}{m}$$

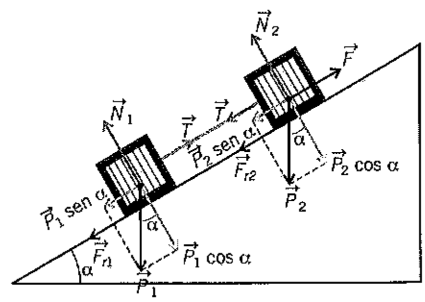
— Tomamos $T = 150$ N, que es la tensión límite a partir de la cual se rompe la cuerda.

$$a = \frac{T - P}{m} = \frac{150\,\text{N} - 10\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{10\,\text{kg}} = 5{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Si la aceleración tiene un valor superior a $5{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, la cuerda se rompe.

52. Datos: $m_1 = 5{,}0$ kg; $m_2 = 10{,}0$ kg; $\mu = 0{,}25$; $\alpha = 20°$

Como el rozamiento se opone al movimiento, la fuerza F tendrá que oponerse a las componentes del peso paralelas al plano de cada bloque y a sus fuerzas de rozamiento.



a) Podemos simplificar el problema considerando el sistema en conjunto (ya que ambos bloques se moverán con la misma aceleración, en este caso 0, y velocidad). Para hacer esto, bastará con considerar que tenemos un único bloque de masa total igual a la suma de las masas. Luego planteamos la segunda ley de Newton en el eje paralelo al movimiento.

$\vec{F}_{neta\,x} = 0 \rightarrow F - P_T \operatorname{sen}\alpha - F_r = 0 \rightarrow$

$\rightarrow F = P_T \operatorname{sen}\alpha + \mu N \quad (1)$

Para hallar el rozamiento, tendremos que plantear la segunda ley de Newton a fin de obtener el valor de la fuerza normal.

$$\vec{F}_{neta\,y} = 0 \rightarrow N - P_T \cos\alpha = 0 \rightarrow N = P_T \cos\alpha \quad (2)$$

Sustituimos (2) en (1) y tomamos $p \cdot T = m \cdot T \cdot g$.

$F = p_T \operatorname{sen}\alpha + \mu\, p_T \cos\alpha = m_T g(\operatorname{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)$

$F = 15\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}(\operatorname{sen}20° + 0{,}25 \cdot \cos 20°) = 85\,\text{N}$

b) Para encontrar la tensión de la cuerda que los une, tomaremos uno de los bloques y plantearemos la segunda ley de Newton solo para ese bloque. Da igual el que escojamos, así que tomaremos el segundo, ya que sobre él actúan menos fuerzas.

$\vec{F}_{neta\,x} = 0 \rightarrow T - P_2 \operatorname{sen}\alpha - \mu P_2 \cos\alpha = 0$

$T = P_2(\operatorname{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)$

$T = 10\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}(\operatorname{sen}20° + 0{,}25 \cdot \cos 20°) = 56\,\text{N}$

Podemos comprobar que, si en vez de tomar las ecuaciones del bloque de 10,0 kg tomamos las del bloque de 5,0 kg, el resultado será el mismo.

53. Datos: $T = 750$ N; $m = 90$ kg

a) Las fuerzas que actúan sobre el hombre son la tensión de la cuerda y su peso. Planteando la segunda ley de Newton con la condición de que T sea igual a su valor límite, podremos hallar la aceleración mínima que debe llevar el actor para evitar que la cuerda se rompa.

— Planteamos la segunda ley de Newton sobre el hombre.

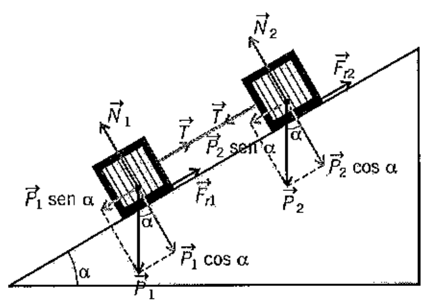
$$\vec{F}_{neta\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow T - P = m \cdot a \rightarrow a = \frac{T - P}{m}$$

$$a = \frac{T - P}{m} = \frac{750\,\text{N} - 90\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{90\,\text{kg}} = -1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b) El signo negativo nos indica que la aceleración debe ser de descenso (hacia abajo). Por otro lado, de llevar una aceleración de descenso menor, la cuerda se rompería. Por esta misma razón, tampoco podría quedarse temporalmente quieto, ya que su peso excede la tensión máxima que puede soportar la cuerda.

54. Datos: $m_1 = 3{,}0$ kg; $m_2 = 4{,}0$ kg; $m_1 = 0{,}20$; $m_2 = 0{,}40$

— Planteamos la segunda ley de Newton para todo el sistema. No podemos simplificar el problema considerando un único bloque de masa total igual a la suma de las masas individuales, debido a que sobre cada una actúa un coeficiente de rozamiento distinto.



$\vec{F}_{neta\,x} = m_T \cdot \vec{a}$

$P_1 \operatorname{sen}\alpha - T_1 - F_{r1} + T_2 + P_2 \operatorname{sen}\alpha - F_{r2} = (m_1 + m_2) \cdot a$

— Las tensiones cumplen $T_1 = T_2$, y para determinar cada fuerza de rozamiento, tenemos que encontrar previamente la fuerza normal de cada cuerpo mediante la segunda ley de Newton en el eje perpendicular al plano inclinado.

$$\vec{F}_{neta\,y} = 0 \rightarrow N_1 - P_1 \cos\alpha = 0 \rightarrow N_1 = P_1 \cos\alpha$$

— Aplicamos la misma expresión al segundo bloque. Entonces, sustituyendo en la ecuación del eje x y despejando la aceleración:

$$a = \frac{m_1 \operatorname{sen}\alpha - \mu_1 m_1 \cos\alpha + m_2 \operatorname{sen}\alpha - \mu_2 m_2 \operatorname{sen}\alpha}{m_1 + m_2} g$$

$$a = \frac{2{,}0(\operatorname{sen}30° - 0{,}20 \cos 30°) + 4{,}0(\operatorname{sen}30° - 0{,}40 \operatorname{sen}30°)}{2{,}0 + 4{,}0} 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$a = 2{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— Para hallar la tensión, aplicamos la segunda ley de Newton para uno de los bloques. En este caso, tomaremos el segundo.

$\vec{F}_{neta\,x} = m_T \cdot \vec{a} \rightarrow T + m_2 g \operatorname{sen}\alpha - \mu m_2 g \cos\alpha = m_2 \cdot a$

$T = m_2 \cdot a - m_2 g \operatorname{sen}\alpha + \mu\, m_2 g \cos\alpha$

$T = 4{,}0\,\text{kg} \cdot (2{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} - 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\operatorname{sen}30° + 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} 0{,}40 \cdot \cos 30°)$

$T = 3{,}0\,\text{N}$

Podemos comprobar que, si tomamos las ecuaciones para el otro bloque, el resultado será el mismo.

55. Datos: $a = 0{,}10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\mu = 0{,}10$; $m_1 = 4{,}0$ kg; $m_2 = 10{,}0$ kg

Podemos simplificar el problema considerando el sistema como una única masa de masa total igual a la suma de las masas, ya que el movimiento de ambas será el mismo debido a la cuerda que las une.

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje del movimiento.

$$\vec{F}_{neta\,x} = m_T \cdot \vec{a} \rightarrow F - F_r = m_T \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow F = F_r + m_T \cdot a = \mu N + m_T \cdot a \; (1)$$

— Para determinar la fuerza de rozamiento, necesitamos conocer el valor de la fuerza normal. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje perpendicular.

$$\vec{F}_{neta\,y} = 0 \rightarrow N - P_T = 0 \rightarrow N = P_T \; (2)$$

— Sustituimos (2) en (1):

$$F = \mu P + m_T \cdot a = m_T(\mu g + a)$$

$$F = 14\ \text{kg}(0{,}10 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}) = 28\ \text{N}$$

— Finalmente, para hallar la tensión de la cuerda que une los dos cuerpos, consideraremos uno cualquiera de ellos y aplicaremos la segunda ley de Newton. Por simplicidad tomaremos el segundo cuerpo, ya que sobre él actúan menos fuerzas.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m_2 \cdot \vec{a} \rightarrow T - F_r = m_2 \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow T = F_r + m_2 \cdot a = \mu N_2 + m_2 \cdot a$$

— Análogamente al caso anterior, como el cuerpo está en una superficie horizontal, su fuerza normal se equipara con su peso, por lo que $N_2 = m_2 \cdot g$.

$$T = \mu \cdot m_2 g + m_2 a$$

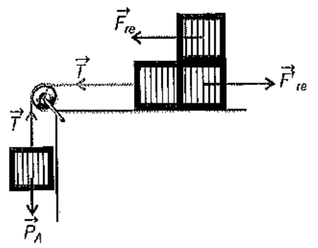
$$T = 10\ \text{kg} \cdot (0{,}1 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}) = 20\ \text{N}$$

Si aplicamos la segunda ley de Newton para el primer cuerpo (el de 4 kg), llegaremos al mismo resultado.

56. Datos: $m_A = 30$ kg; $m_B = 12$ kg; $m_C = 8$ kg

Dado que en el bloque C la única fuerza que actúa es la fuerza de rozamiento, la condición será que este rozamiento estático pueda proporcionar al bloque la misma aceleración que tiene el resto del sistema.

— Calculamos la aceleración del sistema suponiendo que C no se desliza por encima de B, por lo que podemos tomar los bloques B y C como un único bloque de masa igual a la suma de ambos. Como vemos en la figura, el rozamiento estático y su reacción se cancelan.



$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = (m_A + m_B + m_C) \cdot \vec{a} \rightarrow$$

$$\rightarrow P_A - \cancel{T} + \cancel{T} = (m_A + m_B + m_C) \cdot \vec{a}$$

$$a = \frac{P_A}{(m_A + m_B + m_C)} = \frac{m_A g}{m_T} \quad (1)$$

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el bloque C para el caso límite en que el bloque se desplaza con la misma aceleración que el resto del sistema, pero con la fuerza de rozamiento estática máxima.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m_C \cdot \vec{a} \rightarrow F_{r\,\text{máx}} = m_C \cdot a \rightarrow \mu_e N_C = m_C \cdot a \ (2)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N_C - P_C = 0 \rightarrow N_C = m_C \cdot g \ \ (3)$$

— Introducimos (3) en (2) para obtener la condición que debe cumplir el coeficiente de rozamiento estático.

$$\mu_e \cancel{m_C} g = \cancel{m_C} a \rightarrow \mu_e = \frac{a}{g} \ \ (4)$$

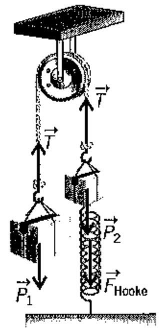
— Finalmente, sustituimos (1) en (4).

$$\mu_e = \frac{a}{g} = \frac{m_A \cdot \cancel{g}}{m_T \cdot \cancel{g}} = \frac{30\ \cancel{\text{kg}}}{50\ \cancel{\text{kg}}} = 0{,}6$$

Entonces, el valor del coeficiente de rozamiento estático necesario para que todos los bloques se muevan con la misma aceleración debe ser $\mu_e \geq 0{,}6$. Observemos que en este caso la fuerza de rozamiento en C tiene la misma dirección y sentido que la aceleración, pues en relación con la superficie de B el bloque C tiende a desplazarse hacia atrás. Entonces, lo que ocurre es que el rozamiento actúa en contra de ese desplazamiento relativo.

57. Datos: $m_A = 10$ kg; $m_B = 5$ kg; $k = 60\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

El sistema se moverá siguiendo el peso de la masa de 10 kg, por lo que el muelle experimentará un alargamiento. Cuando planteemos la fuerza neta sobre el sistema, habrá que tener en cuenta la fuerza de Hooke, que se opondrá a ese alargamiento actuando a su vez en contra del movimiento del sistema.



— Planteamos la segunda ley de Newton tomando la fuerza del resorte según la expresión de Hooke $F_{\text{Hooke}} = k \cdot \Delta x$.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 \rightarrow P_A - \cancel{T} + \cancel{T} - P_B - F_{\text{Hooke}} = 0$$

$$P_A - \cancel{T} + \cancel{T} - P_B - k\Delta x = 0 \rightarrow \Delta x = \frac{P_A - P_B}{k}$$

$$\Delta x = \frac{10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} - 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{60\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} = 0{,}8\ \text{m}$$

Con este resultado, podemos determinar que la fuerza que ejerce el muelle es de 48 N, que como puede comprobarse es igual a la diferencia de ambos pesos.

58. Datos: $m_o = 2$ kg; $m = 4$ kg; $\mu = 0{,}2$; $a = 0{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

A partir de la primera experiencia, podemos determinar la constante k del resorte, y luego, aplicando la segunda ley de Newton, podemos determinar su alargamiento en la segunda experiencia.

— Para determinar la constante del resorte, aplicamos la segunda ley de Newton en el sistema en equilibrio con la masa colgante de 2 kg.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 \rightarrow P - F_{\text{Hooke}} = 0 \rightarrow F_{\text{Hooke}} = P \rightarrow k\Delta y = m_o g$$

$$k = \frac{m_o g}{\Delta y} = \frac{2\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}\text{m}} = 392\ \text{N}\cdot\text{m}^{-2}$$

— Para hallar el alargamiento del muelle, primero tendremos que determinar la fuerza aplicada sobre el sistema, que será la misma fuerza del resorte.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot a \rightarrow F - Fr = m \cdot a \rightarrow F - \mu N = m \cdot a$$

— Dado que el movimiento es paralelo a un plano horizontal, la fuerza normal del objeto de 4 kg tendrá el mismo valor que su peso $N = m \cdot g$.

$$F = \mu \cdot m \cdot g + m \cdot a = m(\mu g + a)$$

$$F = 4 \text{ kg}(0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} + 0{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) = 9{,}44 \text{ N}$$

— Dado que $F = F_{\text{Hooke}}$, podemos usar la fórmula de Hooke y despejar el alargamiento.

$$F_{\text{Hooke}} = k \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{F_{\text{Hooke}}}{k} = \frac{9{,}44 \cancel{\text{N}}}{392 \cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^{-2}} = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

El alargamiento será de 2,4 cm, pues la fuerza aplicada sobre el muelle (9,4 N) es prácticamente la mitad de la aplicada en el ensayo (19,6 N).

59. Datos: $k = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $m = 0{,}300$ kg

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa 0,300 kg son la fuerza del resorte y el peso. La suma de ambas es la causa de su aceleración, que a su vez es la del ascensor.

— Aplicamos la segunda ley de Newton a la masa de 0,300 kg.

$$\vec{F}_{\text{neta}} = m \cdot a \rightarrow F_{\text{Hooke}} - P = m \cdot a \rightarrow F_{\text{Hooke}} = m \cdot g + m \cdot a$$

a) Para el caso en que $a = +\,2{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$F_{\text{Hooke}} = m \cdot (g + a) = 0{,}300 \text{ kg} \cdot (9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} + 2{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$F_{\text{Hooke}} = 3{,}54 \text{ N}$$

$$F_{\text{Hooke}} = k\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{F_{\text{Hooke}}}{k} = \frac{3{,}54 \cancel{\text{N}}}{50 \cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^{-1}} = 7 \cdot 10^{-2} \text{m}$$

Por lo tanto, la longitud del resorte será de 20 cm + 7 cm. Esto es, 27 cm.

b) Para el caso en el que la velocidad sea constante y, por lo tanto, $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$F_{\text{Hooke}} = m \cdot (g + a) = 0{,}300 \text{ kg} \cdot (9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} + 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$F_{\text{Hooke}} = 2{,}94 \text{ N}$$

$$F_{\text{Hooke}} = k\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{F_{\text{Hooke}}}{k} = \frac{2{,}94 \text{ N}}{50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-2} \text{m}$$

Por lo tanto, la longitud del resorte será de 20 cm + 6 cm. Esto es, 26 cm. Observemos que el planteamiento siempre es el mismo y solo hay que sustituir el valor correcto de la aceleración con su signo correcto (positivo, en el caso de acelerar subiendo o desacelerar bajando, y negativo, en el caso de desacelerar subiendo o bajar acelerando).

60. Como el ensayo se hará con el peso de la libreta, primero debo calcular el peso de esta.

$$P = m \cdot g = 0{,}300 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2{,}9 \text{ N}$$

Como el peso de la libreta es superior a 2 N, tendremos que usar el dinamómetro de 3 N. Para calcular la constante, primero dejaremos el dinamómetro colgado en reposo y mediremos la longitud natural del muelle. Luego, colgaremos de él la libreta y mediremos su nueva longitud. El cociente entre el peso de la libreta y la variación de longitud nos dará la constante elástica del dinamómetro.

61. Datos: $m_p = 0{,}250$ kg; $m_m = 0{,}100$ kg; $\mu_e = 0{,}12$

Para que los platos no caigan al suelo, deben deslizarse por encima del mantel, es decir, la aceleración del mantel debe ser superior a la que pueda imprimirle a los platos la fuerza de rozamiento estática máxima.

— Planteamos la segunda ley de Newton para uno de los platos en el límite de rozamiento máximo, para calcular la aceleración que puede alcanzar sin deslizarse por encima del mantel.

$$\vec{F}_{\text{neta } x} = m_p \cdot a \rightarrow F_{\text{re máx}} = m_p \cdot a \rightarrow \mu_e N = m_p \cdot a$$

— En el eje y tenemos:

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P \rightarrow N = m_p \cdot g$$

— Finalmente, sustituyendo N en la ecuación anterior, hallamos la aceleración máxima de los platos.

$$\mu_e \cancel{m_p} g = \cancel{m_p} \cdot a \rightarrow a = \mu_e \cdot g = 0{,}12 \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

— Por lo tanto, la fuerza que tendremos que aplicar tendrá que superar la necesaria para acelerar los platos y el mantel a $1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

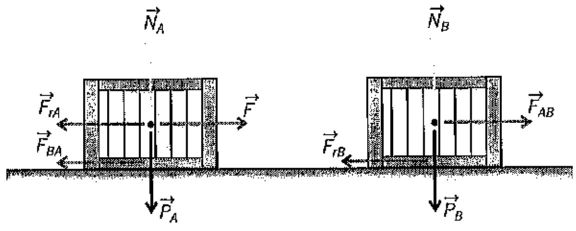
$$F > (4m_p + m_m) \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow F > (4 \cdot 0{,}250 + 0{,}100) \text{kg} \cdot 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow F > 1{,}3 \text{ N}$$

Observemos que en este caso la fuerza de rozamiento de los platos es en la misma dirección y sentido que la aceleración, pues en relación con el mantel los platos tienden a desplazarse hacia atrás.

62. Datos: $m_A = 4$ kg; $m_B = 2$ kg; $\mu_A = 0{,}1$; $\mu_B = 0{,}2$; $F = 12$ N

Como las fuerzas de rozamiento son distintas para cada bloque, no podemos simplificar el sistema considerando que desplazamos un único bloque de masa igual a la suma de las dos masas. Entonces, tendremos que aplicar la segunda ley de Newton considerando las fuerzas que actúan en cada bloque, como se aprecia en la figura. Hay que prestar atención, sobre todo, a la fuerza de contacto de A sobre B y a su reacción, que es la fuerza de B sobre A.



Fuerzas sobre el bloque A:

$$\vec{F}_{A\,x\text{ neta}} = m_A \cdot a \rightarrow F - F_{rA} - F_{AB} = m_A \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow F - \mu_A N_A - F_{AB} = m_A \cdot a$$

Fuerzas sobre el bloque B:

$$\vec{F}_{B\,x\text{ neta}} = m_B \cdot a \rightarrow F_{BA} - F_{rB} = m_B \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{BA} - \mu_B N_B = m_B \cdot a$$

— Para determinar la fuerza normal en A y en B, aplicaremos el equilibrio de fuerzas en la vertical.

$$\vec{F}_{A\,y\text{ neta}} = 0 \rightarrow N_A - m_A \cdot g = 0 \rightarrow N_A = m_A \cdot g$$

$$\vec{F}_{B\,y\text{ neta}} = 0 \rightarrow N_B - m_B \cdot g = 0 \rightarrow N_B = m_B \cdot g$$

— Sustituyendo en las ecuaciones del eje x, podemos determinar la aceleración del sistema y la fuerza F_{AB}.

$$F - \mu_A m_A g - F_{AB} = m_A \cdot a \quad (1)$$

$$F_{BA} - \mu_B m_B g = m_B \cdot a \quad (2)$$

— Sumando ambas ecuaciones y sabiendo que $F_{AB} = F_{BA}$, obtenemos:

$$F - \mu_A m_A g - \mu_B m_B g = (m_B + m_A) \cdot a$$

$$a = \frac{F - \mu_A m_A g - \mu_B m_B g}{m_B + m_A}$$

$$a = \frac{12\text{ N} - 0{,}1 \cdot 4\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} - 0{,}2 \cdot 2\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{6\text{ kg}}$$

$$a = 0{,}7\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Sustituyendo este valor en la ecuación (2), podemos calcular F_{AB}.

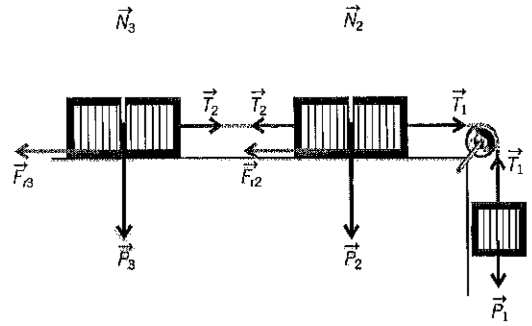
$$F_{BA} = \mu_B m_B g + m_B \cdot a = m_B(\mu_B g + a)$$

$$F_{BA} = 2\text{ kg} \cdot (0{,}2 \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} + 0{,}7\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) = 5{,}3\text{ N}$$

Si en vez de escoger la ecuación (1) hubiéramos usado la ecuación (2), habríamos llegado al mismo resultado, ya que $F_{AB} = F_{BA}$ (aunque, en lo que refiere al sentido, son opuestas).

63. Datos: $m_1 = m_2 = m_3 = m$

— Dado que todos los bloques están unidos por cuerdas, el sistema se mueve conjuntamente con la misma aceleración. En estas condiciones, podemos aplicar la segunda ley de Newton para todo el sistema en el eje del movimiento (un eje torcido, en este caso).



$$\vec{F}_{x\text{ neta}} = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$m_1 g - \cancel{T_1} + \cancel{T_1} - \mu N_2 - \cancel{T_2} + \cancel{T_2} - \mu N_3 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

— Para determinar la fuerza normal en A y en B, aplicaremos el equilibrio de fuerzas en la vertical.

$$\vec{F}_{2\,y\text{ neta}} = 0 \rightarrow N_2 - m_2 \cdot g = 0 \rightarrow N_2 = m_2 \cdot g$$

$$\vec{F}_{3\,y\text{ neta}} = 0 \rightarrow N_3 - m_3 \cdot g = 0 \rightarrow N_3 = m_3 \cdot g$$

— Sustituyendo en la ecuación del eje de las abscisas:

$$m_1 g - \mu \cdot m_2 g - \mu \cdot m_3 g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{m_1 - \mu \cdot (m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} g \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{\cancel{m} - 2\mu \cancel{m}}{3\cancel{m}} g = \frac{1}{3} g(1 - 2\mu)$$

— Para hallar la tensión de la cuerda que une las masas 2 y 3; basta con tomar la segunda ley de Newton en uno de los bloques. Tomaremos el bloque 3.

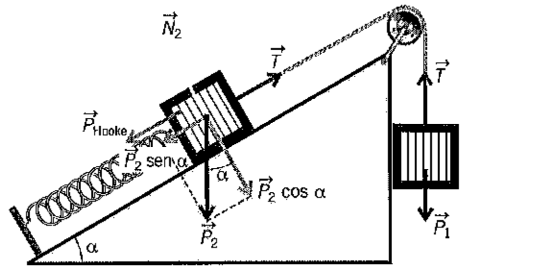
$$T_2 - \mu m_3 g = m_3 \cdot a \rightarrow T_2 = \mu m_3 g + m_3 \cdot a = m g\left(\mu + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\mu\right)$$

$$T_2 = \frac{1}{3} m g(1 + \mu)$$

Según los resultados, en ausencia de rozamiento la aceleración es un tercio de la de la gravedad, lo que se corresponde con el hecho de que la masa que da lugar al movimiento es un tercio de la masa total del sistema.

64. Datos: $m_1 = 12$ kg; $m_2 = 10$ kg; $\alpha = 30°$; $k = 700\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

Aplicamos equilibrio de fuerzas sobre el sistema considerando que la fuerza de Hooke se opone al estiramiento del muelle ocasionado por la masa en suspensión.



— Aplicamos equilibrio de fuerzas en el sistema a lo largo del eje donde se establece el equilibrio.

$$\vec{F}_{A\,x\text{ neta}} = 0 \rightarrow m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \operatorname{sen}\alpha - k\Delta x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \operatorname{sen}\alpha}{k}$$

$$\Delta x = \frac{m_1 - m_2 \operatorname{sen}\alpha}{k} g = \frac{12\text{ kg} - 10\text{ kg} \cdot \operatorname{sen} 30°}{700\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\Delta x = 0{,}1\text{ m}$$

Observamos que, según la expresión de Δx hallada, cuanto menor sea la k del muelle, mayor será la deformación que experimentará y tanto más tardará el sistema en alcanzar el equilibrio.

3 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

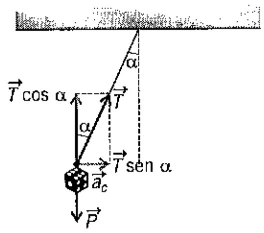
Págs. 295 y 296

65. a) Sí. Ya que la fuerza solo determina la aceleración y no la velocidad, que es la magnitud directamente relacionada con el sentido y la dirección del movimiento. Un ejemplo es el de un cuerpo que se mueve con m.c.u.

b) Porque la aceleración centrípeta es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad e inversamente proporcional al radio de la curva. Si la curva es muy cerrada, significa que el radio es muy pequeño. La aceleración centrípeta necesaria para girar será muy grande, y si el rozamiento con la pista no puede «suministrarla» el vehículo no podrá girar debidamente y se saldrá de la pista. Para evitar esto, se disminuye la velocidad, a fin de mantener así la aceleración centrípeta en un valor no muy grande.

66. Datos: $r = 250$ m; $v = 90$ km·h^{-1} = 25 m·s^{-1}

Al tomar la curva, el vehículo está sometido a una aceleración centrípeta que es la responsable, a su vez, de la inclinación de la masa que cuelga del techo del coche.



— Planteamos las ecuaciones para ambos ejes del cuerpo.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot a_c \rightarrow T\,\text{sen}\,\alpha = m \cdot a_c \rightarrow T\,\text{sen}\,\alpha = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow T\cos\alpha - m \cdot g = 0 \rightarrow T\cos\alpha = m \cdot g$$

— Si dividimos una ecuación por la otra, tenemos:

$$\frac{\cancel{T}\,\text{sen}\,\alpha}{\cancel{T}\cos\alpha} = \frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{m}\,g \cdot r} \rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{g \cdot r} \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = \text{arc tg}\,\frac{(25\,\cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}})^2}{9{,}8\,\cancel{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} \cdot 250\,\cancel{\text{m}}} = 14°$$

El ángulo de inclinación será de 14°. Cuanto más cerrada sea la curva, tanto mayor será la aceleración centrípeta y, por lo tanto, mayor será el ángulo de inclinación.

67. Datos: $v = 108$ km·h^{-1} = 30 m·s^{-1}; $r = 50$ m

— Podemos aplicar directamente la fórmula de la aceleración centrípeta, ya que disponemos de todos los datos necesarios.

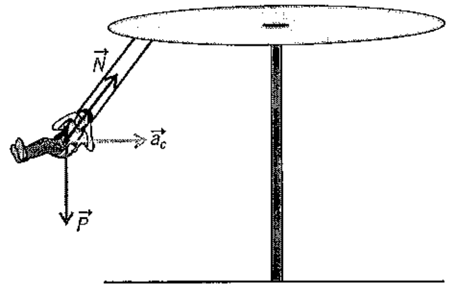
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{50\text{ m}} = 18\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Si aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección radial:

$$\vec{F}_{\text{neta}\,r} = m \cdot a_c \rightarrow F_{re} = m \cdot a_c$$

Entonces, vemos que la única fuerza que puede suministrar la aceleración necesaria es la fuerza de rozamiento estática, cuyo valor máximo viene limitado por el coeficiente de rozamiento. Unos neumáticos con mayor agarre permiten un rozamiento mayor, y de ahí la importancia de los neumáticos en Fórmula 1, donde se toman curvas muy cerradas a velocidades elevadas.

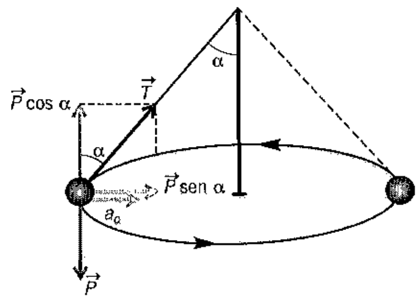
68. Las únicas fuerzas que actúan sobre el niño son el peso y la normal del sillín del columpio. Las fuerzas sobre el sillín son la reacción de la normal, la tensión de las cadenas o cuerdas y el peso del sillín. Si consideramos el sistema sillín y niño como único, la normal y su reacción se anulan y solo nos quedan la tensión y el peso del sistema niño-sillín, como se puede apreciar en la figura.



La masa no influye en el movimiento, pero sí la velocidad de giro. Lógicamente, cuanto mayor sea la velocidad de giro, menor será el tiempo en que se completará una vuelta.

69. Datos: $\omega = 50$ rpm = 5,2 rad·s^{-1}; $l = 1$ m

La única fuerza que actúa sobre el péndulo cónico es la tensión de la cuerda. Debido a la inclinación, una de las componentes de la tensión afecta a la dirección radial y es, por lo tanto, la responsable del giro.



— Planteamos la segunda ley de Newton en la dirección radial y tomamos $v = \omega \cdot r$.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,r} = m \cdot a_c \rightarrow T\,\text{sen}\,\alpha = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow$$

$$\rightarrow T\,\text{sen}\,\alpha = m \cdot \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = m \cdot \omega^2 r \;(1)$$

— Dado que tenemos dos incógnitas, planteamos una segunda ecuación que será el equilibrio de fuerzas en la vertical.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,z} = 0 \rightarrow T\cos\alpha - P = 0 \rightarrow T\cos\alpha = m \cdot g \;(2)$$

— Si dividimos (1) y (2), obtenemos una expresión con el ángulo como única incógnita. Además, podemos expresar el radio de giro en función de la longitud de la cuerda $l = r \cdot \text{sen}\,\alpha$.

$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 r}{g} \rightarrow \frac{\cancel{\text{sen}\,\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 l\,\cancel{\text{sen}\,\alpha}}{g} \rightarrow$$

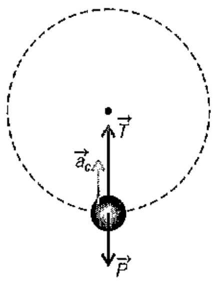
$$\rightarrow \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 l} \rightarrow \alpha = \text{arccos}\,\frac{g}{\omega^2 l}$$

$$\alpha = \text{arccos}\,\frac{g}{\omega^2 l} = \text{arccos}\,\frac{9{,}8\,\cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-2}}{(5{,}2\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1})^2\,1\,\cancel{\text{m}}} = 69°$$

Podemos ver cómo el resultado no depende de la masa del objeto.

70. Datos: $T_{máx} = 10\ P$; $l = 0{,}5$ m

Cuando hacemos girar una piedra en un plano vertical, hay un punto crítico que es en el punto más bajo, donde la tensión es más elevada debido a que, además de suministrar la aceleración centrípeta necesaria, debe vencer el peso que se le opone.



— Planteamos la segunda ley de Newton para el punto más bajo.

$$\vec{F}_{\text{neta}\ r} = m \cdot a_c \rightarrow T - P = m \cdot \omega^2 r \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T-P}{m \cdot r}}$$

— Como la máxima T posible es $T = 10 \cdot P$, sustituimos en la expresión de la velocidad angular.

$$\omega = \sqrt{\frac{T-P}{m \cdot r}} = \sqrt{\frac{10P-P}{m \cdot r}} = \sqrt{\frac{9\cancel{m}\ g}{\cancel{m}\ r}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9 \cdot 9{,}8\cancel{m} \cdot s^{-2}}{0{,}5\cancel{m}}} = 13 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

Las unidades que aparecen tras los cálculos en realidad son s^{-1}, pero como la magnitud es la velocidad angular sabemos que tenemos que incluir radianes. Esto sucede a menudo con los radianes, ya que es un cociente entre la longitud del arco y su radio, por lo que es una magnitud adimensional.

71. Datos: $m = 3{,}0$ kg; $r = 0{,}50$ m; $l = 1$ m

Según la descripción, se trata de un péndulo cónico. La componente de la tensión en la dirección radial será la responsable del giro.

— Planteamos la segunda ley de Newton en el eje radial, así como en el vertical.

$$\vec{F}_{\text{neta}\ r} = m \cdot a_c \rightarrow T \operatorname{sen} \alpha = m \cdot \frac{v^2}{r} \ (1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\ z} = 0 \rightarrow T \cos\alpha - P = 0 \rightarrow T\cos\alpha = m \cdot g \ (2)$$

— Para determinar el ángulo α, podemos usar el radio de la circunferencia.

$$r = l \operatorname{sen}\alpha \rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{r}{l} \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = \operatorname{arc\,sen}\frac{r}{l} = \operatorname{arc\,sen}\frac{0{,}50\cancel{m}}{1\cancel{m}} = 30°$$

— Tomando la ecuación (2), podemos despejar la tensión y, a continuación, despejar en la ecuación (1) la velocidad.

$$T\cos\alpha = m \cdot g \rightarrow T = \frac{m \cdot g}{\cos\alpha}$$

$$T = \frac{3{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot s^{-2}}{\cos 30°} = 34 \text{ N}$$

$$T \operatorname{sen}\alpha = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{T \operatorname{sen}\alpha \cdot r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{34 \text{ N} \cdot \operatorname{sen} 30° \cdot 0{,}50 \text{ m}}{3{,}0 \text{ kg}}} = 1{,}7 \text{ m} \cdot s^{-1}$$

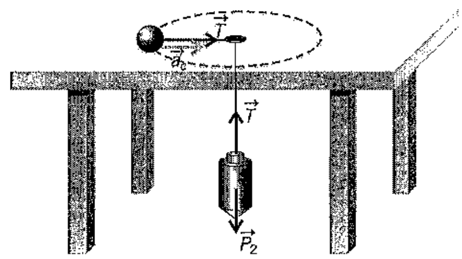
— Podemos comprobar que en este último paso las unidades son las correctas.

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\cancel{\text{kg}} \cdot \text{m} \cdot s^{-2} \cdot \text{m}}{\cancel{\text{kg}}}} = \sqrt{\text{m}^2 \cdot s^{-2}} = \text{m} \cdot s^{-1}$$

La tensión de la cuerda es de 34 N y el módulo de la velocidad del objeto es de 1,7 $\text{m} \cdot s^{-1}$.

72. Datos: $r = 0{,}10$ m; $m_1 = 0{,}5$ kg; $m_2 = 3{,}5$ kg

Lo que mantiene la masa en suspensión en equilibrio es la tensión de la cuerda. Al mismo tiempo, esa tensión es la responsable del giro de la masa sobre la mesa.



— Planteamos la segunda ley de Newton en la masa en suspensión para calcular la tensión necesaria para mantenerla en equilibrio.

$$\vec{F}_{\text{neta}\ 2} = 0 \rightarrow T - P_2 = 0 \rightarrow T = m_2 \cdot g$$

— Luego, planteamos la segunda ley de Newton en la otra masa para determinar la aceleración centrípeta necesaria para suministrar esa tensión.

$$\vec{F}_{\text{neta}\ 1} = m_1 \cdot a_c \rightarrow T = m_1 \cdot a_c \rightarrow a_c = \frac{T}{m_1} = \frac{m_2 \cdot g}{m_1}$$

— La expresión de la aceleración centrípeta en función del módulo de la velocidad nos permitirá hallar dicho módulo.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \rightarrow a_c = \frac{m_2 \cdot g}{m_1} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{m_2 \cdot g}{m_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{m_2 \cdot g \cdot r}{m_1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{m_2 \cdot g \cdot r}{m_1}} = \sqrt{\frac{3{,}5\cancel{\text{kg}} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot s^{-2} \cdot 0{,}10 \text{ m}}{0{,}5\cancel{\text{kg}}}} =$$

$$= 2{,}6 \text{ m} \cdot s^{-1}$$

Si la velocidad fuera menor, la tensión sería también menor y no podría equilibrar el peso de la masa suspendida, por lo que todo el sistema caería a través del agujero de la mesa hacia el suelo (la masa sobre la mesa describiría una espiral hasta llegar al hueco y caer a través de él).

73. Datos: $l = 1{,}0$ m

En el límite en el que la cuerda se mantiene tensa en el punto más alto, la tensión es prácticamente nula, pero sigue habiendo giro, es decir, aceleración centrípeta.

— En el punto más alto, tanto el peso como la tensión toman la dirección radial y hacia el centro, pero en la situación descrita la tensión es prácticamente 0.

$$\vec{F}_{\text{neta }A} = m \cdot a_c \rightarrow P + T = m \cdot \frac{v_A^{\,2}}{r} \rightarrow$$

$$\rightarrow P = m \cdot \frac{v_A^2}{r} \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{\cancel{m}\, g \cdot r}{\cancel{m}}}$$

$$v_A = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}0 \text{ m}} = 3{,}1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En el punto más bajo la velocidad será la misma, ya que se trata de un movimiento con velocidad constante.

74. Datos: r; g; T

La fuerza que permite al paquete girar con el tiovivo es la fuerza de rozamiento. Así, esta fuerza de rozamiento debe poder suministrar al paquete la misma aceleración centrípeta que el tiovivo. De lo contrario, el paquete se deslizará. Para que esto suceda, la fuerza de rozamiento estática máxima ($F_{re\,\text{máx}} = \text{m}_e \cdot N$) debe ser igual o superior a la centrípeta.

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje radial y en el eje vertical. Imponemos que la fuerza estática máxima sea mayor o igual que la centrípeta.

$$\vec{F}_{\text{neta }r} = m \cdot a_c \rightarrow F_{re} = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu_e N \geq m \cdot \omega^2 \cdot r \;(1)$$

$$\vec{F}_{\text{neta }z} = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = m \cdot g \;(2)$$

— Si sustituimos (2) en (1) y expresamos la velocidad angular en función del periodo $\omega = 2\pi\, T^{-1}$, hallaremos una expresión que nos relacione el coeficiente de rozamiento con el resto de los parámetros.

$$\mu_e \cancel{m}\, g \geq \cancel{m}\omega^2 r \rightarrow \mu_e \geq \frac{\omega^2 r}{g} \rightarrow \mu_e \geq \frac{(2\pi)^2 r}{g \cdot rT^2}$$

Mientras el coeficiente de rozamiento estático sea igual o superior a este valor, la fuerza de rozamiento será igual a la fuerza centrípeta (recordemos que la cantidad $\mu_e\, N$ es solo para hallar su máximo; su valor real puede ser cualquiera desde 0 hasta este tope). Si el valor de μ_e es inferior a ese, entonces el paquete se deslizará y el rozamiento que existirá será el dinámico (siempre inferior al estático).

75. Datos: $l = 1{,}2$ m; $T_{\text{máx}} = 50$ N; $h = 6$ m

El punto crítico en el que la tensión es máxima es en el punto más bajo, dado que la tensión debe proporcionar la fuerza centrípeta necesaria oponiéndose al peso.

a) Aplicamos la segunda ley de Newton en el punto más bajo.

$$\vec{F}_{\text{neta }r} = m \cdot a_c \rightarrow T - P = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{(T-P)\cdot r}{m}}$$

En el momento de romperse la cuerda: $T = 50$ N. Sustituyendo, hallaremos la velocidad en dicho momento.

$$v = \sqrt{\frac{(T_{\text{máx}} - P)\cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{(50 \text{ N} - 0{,}200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot 1{,}2 \text{ m}}{0{,}200 \text{ kg}}}$$

$$v = 17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Para calcular el alcance de la piedra, consideraremos las ecuaciones del movimiento parabólico con velocidad inicial $v_0 = v_x = 17$ m·s^{-1}.

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0 = 6 \text{ m} + \frac{1}{2}(-9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \sqrt{\frac{6\cancel{\text{m}}}{4{,}9\cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-2}}} = 1{,}1 \text{ s}$$

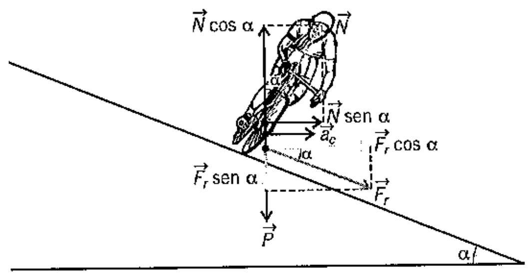
Sustituyendo en la ecuación de las x:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + 17 \text{ m}\cancel{\text{s}^{-1}} \cdot 1{,}1\cancel{\text{s}} = 19 \text{ m}$$

El alcance es de 19 m.

76. Datos: $r = 20$ m; $\mu = 0{,}10$; $v = 40$ km·h^{-1} = 11,1 m·s^{-1}

Como podemos ver en el diagrama de fuerzas, para que el vehículo no se salga de la curva, la componente del rozamiento $\vec{F}_r \cdot \cos\alpha$ y la componente de la fuerza normal $\vec{N}_r \cdot \text{sen}\alpha$ deben poder suministrar la aceleración centrípeta necesaria al vehículo.



— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje x:

$$\vec{F}_{\text{neta }x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow N \,\text{sen}\,\alpha + F_r \cos\alpha = m \cdot a_c \rightarrow$$

$$\rightarrow N \,\text{sen}\,\alpha + \mu N \cos\alpha = m \cdot a_c \;\;(1)$$

— Dado que tenemos dos incógnitas N y a_c, plantearemos el equilibrio de fuerzas en el eje y.

$$\vec{F}_{\text{neta }y} = 0 \rightarrow N\cos\alpha - F_r \text{sen}\,\alpha - P = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow N\cos\alpha - \mu N \,\text{sen}\,\alpha = mg \;\;(2)$$

— Podemos despejar en ambas ecuaciones la fuerza normal o, sencillamente, dividir (1) por (2) y llegaremos a la siguiente expresión:

$$\frac{\cancel{N}(\text{sen}\,\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cancel{N}(\cos\alpha - \mu\,\text{sen}\,\alpha)} = \frac{\cancel{m}\, a_c}{\cancel{m}\, g} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{sen}\,\alpha + \mu\cos\alpha = \frac{v^2}{rg}(\cos\alpha - \mu\,\text{sen}\,\alpha)$$

— Una vez expresada la aceleración centrípeta en función de la velocidad del vehículo, para despejar el ángulo previamente dividiremos ambos miembros de la ecuación por el cos α, para así despejar sencillamente la tangente.

$$\text{tg}\,\alpha + \mu = \frac{v^2}{rg}(1 - \mu\,\text{tg}\,\alpha) \rightarrow \text{tg}\,\alpha + \mu\frac{v^2}{rg}\text{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{rg} - \mu$$

— Despejando α:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\dfrac{v^2}{r} - \mu g}{g - \mu\dfrac{v^2}{r}} = \frac{\dfrac{(11{,}\hat{1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{20\ \text{m}} - 0{,}10\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} - 0{,}10\cdot\dfrac{(11{,}\hat{1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{20\ \text{m}}}$$

$\text{tg}\,\alpha = 0{,}58 \rightarrow \alpha = 30°$

— Podemos ver que si el ángulo es inferior a 30°, la tangente y el seno disminuirán y el coseno aumentará, por lo que si tomamos la ecuación (1):

$$N\,\text{sen}\,\alpha + \mu N\cos\alpha = m\cdot a_c$$

Vemos que la aportación de N disminuirá, y aunque la de μN aumente, como $0 < \mu < 1$, el balance global será que no se podrá suministrar la aceleración centrípeta necesaria y el vehículo se saldrá de la pista.

4 DINÁMICA DE ROTACIÓN

Pág. 296

77. Datos: $r = 1{,}50\cdot 10^{11}$ m; $m = 5{,}98\cdot 10^{24}$ kg; $T = 1$ año $= 31\,536\,000$ s

— El momento angular de la Tierra respecto al Sol es un vector perpendicular al plano formado por el vector de posición de la Tierra con respecto al Sol y por el vector velocidad de la Tierra, y cuyo valor se calcula de la siguiente manera:

$$L = r\,m\,v\,\text{sen}\,\alpha$$

— El ángulo que forman el vector de posición de la Tierra y su velocidad es de 90°, pues nos indican que la órbita de la Tierra es circular. Por otra parte, hallamos la velocidad de la Tierra a partir de su velocidad angular.

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\cdot 1{,}50\cdot 10^{11}\ \text{m}}{31\,536\,000\ \text{s}} = 2{,}99\cdot 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Sustituyendo, obtenemos el siguiente resultado:

$$L = 1{,}50\cdot 10^{11}\ \text{m}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg}\cdot 2{,}99\cdot 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$L = 2{,}68\cdot 10^{40}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$$

78. Datos: $R = 279{,}5$ mm; $m = 3{,}2$ kg; $\omega_0 = 12$ rad·s^{-1}; $\omega = 0$; $t = 320$ s

— El momento de fuerza está relacionado con la aceleración angular de la siguiente manera:

$$M = m R^2\alpha$$

— Hallamos la aceleración angular (negativa) de la rueda porque sabemos que se mueve con MCUA.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{-12\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}{320\ \text{s}} = -3{,}75\cdot 10^{-2}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Sustituyendo, el módulo del momento de fuerza será:

$$M = 3{,}2\ \text{kg}\cdot(0{,}2795\ \text{m})^2\cdot 3{,}75\cdot 10^{-2}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$M = 9{,}4\cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{m}$$

79. Datos: $m = 2{,}94$ kg; $R = 0{,}17$ m; $F = 32$ N

— El momento de fuerza está relacionado con la aceleración angular de la siguiente manera:

$$M = m R^2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{M}{m R^2}$$

— El momento de fuerza se calcula de la siguiente manera:

$$M = R\,F\,\text{sen}\,\alpha = R\,F\,\text{sen}\,90°$$

$$M = 0{,}17\ \text{m}\cdot 32\ \text{N} = 5{,}44\ \text{N}\cdot\text{m}$$

— Sustituyendo, obtenemos el valor de la aceleración angular.

$$\alpha = \frac{M}{mR^2} = \frac{5{,}44\ \text{N}\cdot\text{m}}{2{,}94\ \text{kg}\cdot(0{,}17\ \text{m})^2} = 64\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

80. El principio de conservación del momento angular establece que, en ausencia de un momento de fuerza externo, el momento angular de un sistema permanece constante. Cuando un gato gira la cola mientras cae, disminuye la distancia entre esta y el eje de giro, por lo que aumentará la velocidad a la que gira (pues el momento angular permanece constante), pudiendo de esta manera colocarse sobre sus patas. Es lo mismo que sucede cuando una patinadora gira más rápido sobre sí misma al plegar los brazos sobre su cuerpo.

SÍNTESIS

Pág. 296

81. Respuesta sugerida:

En el *applet* podemos plantear situaciones distintas. Se puede trabajar con o sin rozamiento *(«ice»)*, incluso hay una pantalla que te permite regular el rozamiento estático y dinámico y la masa. También se puede cambiar la inclinación de la pendiente *(«ramp angle»)*, añadir muelles *(«bouncy»)*. En el informe podemos partir de la descripción de situaciones más sencillas hasta llegar a las más complejas. Estos serían los puntos que habría que tratar:

— Superficie sin rozamiento ni inclinación

— Superficie sin rozamiento inclinada

— Superficie con rozamiento sin inclinación

— Superficie con rozamiento inclinada

En todos los casos, es interesante aplicar una misma gradación de fuerzas (por ejemplo, de 10 N, 100 N, 500 N, 1 000 N) para poder hacer un estudio comparativo. También es interesante diferenciar y, por tanto, describir los efectos en el caso en que la fuerza es aplicada puntualmente de los efectos en el caso en que se aplica durante un intervalo de tiempo.

En los casos con rozamiento, además, habría que tomar al menos dos valores distintos de rozamiento y describir lo que sucede cuando se aplica una fuerza inferior al rozamiento estático y lo que sucede cuando se aplica una determinada fuerza superior a la del rozamiento y se suelta el objeto.

En los casos con inclinación, habría que usar dos posiciones: una, en la que el objeto es empujado subiendo por la pendiente, y otra, bajando por la pendiente.

82. Datos: $l = 1{,}0$ m

Para que el agua no se derrame, la velocidad angular del cubo debe ser suficiente como para mantener la aceleración centrípeta en el punto más alto.

— Planteamos la segunda ley de Newton en el punto más alto.

$$\vec{F}_{\text{neta } r} = m \cdot a_c \rightarrow N + P = m \cdot \omega^2 r \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(N+P)}{m \cdot r}}$$

$$\omega_{\text{min}} = \sqrt{\frac{(0 + \cancel{m}\, g)}{\cancel{m} \cdot r}} = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}8\,\cancel{m} \cdot s^{-2}}{1\,\cancel{m}}} =$$

$$= 3{,}1 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

En el caso límite en el que el agua está a punto de caer, es cuando casi pierde contacto con el cubo, por lo que la fuerza normal sobre el agua en ese momento es prácticamente 0.

Si la velocidad angular es inferior a ese valor, la aceleración sobre el agua seguirá siendo g, pero ya no será una aceleración centrípeta, es decir, el efecto de dicha aceleración no será el de hacer girar el agua, sino el de hacer que «caiga hacia abajo» como lo entendemos cotidianamente.

Evaluación (Pág. 298)

1. b) La moneda cae en la base del mástil, dado que lleva la misma velocidad horizontal que llevaba el barco. Así pues, como moneda y mástil llevan la misma velocidad horizontal, lo único que sucede es que la moneda cae a plomo sobre la base del mástil.

2. Soplando, pues al ejercer una fuerza el aire que expulsamos sobre la atmósfera, esta ejercerá sobre nosotros una fuerza de igual valor y de sentido contrario que, por pequeña que sea, permitirá que comencemos a movernos (gracias a que no existe rozamiento).

3. Si consideramos el sistema formado por los dos carros, no hay ninguna fuerza externa que actúe sobre ellos, por lo que se puede aplicar la conservación del momento lineal.

$$\vec{p}_0 = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot v + 2\, m_1 \cdot (-0{,}5v) = 0 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

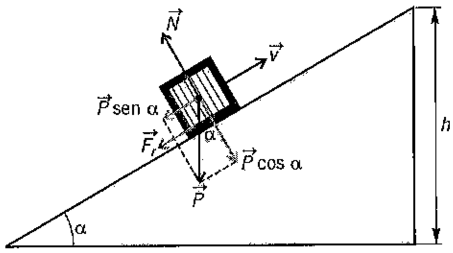
$$\vec{p}_f = m_1 \cdot \vec{v}_f + m_2 \cdot \vec{v}_{2f} = (m_1 + 2\, m_1) \cdot v_f$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \rightarrow v_f = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Al alzar el pájaro el vuelo, la fuerza normal actuará solo contraponiéndose al peso de la caja y, por lo tanto, disminuirá. Dado que la balanza mide la reacción de la fuerza normal, esta marcará un valor más pequeño. En el caso del pez, la lectura no variará. Veamos esto con más detalle. Cuando el pez está en el fondo de la pecera la balanza mide su normal y la de la pecera, con el agua. Cuando el pez está nadando, sobre él actúan el peso y una fuerza de empuje debido al principio de Arquímedes. La reacción del empuje estará entonces en el agua, con lo que la normal de la pecera y el agua sobre la balanza aumentará en una cantidad igual a ese empuje. Como la densidad media del pez es prácticamente la del agua, el empuje y el peso del pez son casi iguales, por lo que la balanza no percibirá ninguna diferencia. En realidad, el mismo argumento valdría para el caso del pájaro, con la diferencia de que la tara de la balanza ya incluye la fuerza del aire sobre su superficie (10^5 Pa × superficie de la balanza) y que el empuje del pájaro, al ser la densidad del aire muy pequeña, es completamente insignificante.

5. Datos: $h = 3{,}0$ m; $v_0 = 43{,}2$ km · h^{-1} = 12 m · s^{-1}; $\alpha = 25°$

Mientras el objeto sube por la pendiente, las fuerzas paralelas al plano inclinado que actúan sobre él son el rozamiento y una componente del peso. Además, ambas se oponen al movimiento. Para poder aplicar la segunda ley de Newton, como desconocemos el rozamiento, tendremos que hallar por cinemática el valor de la aceleración.



— Para aplicar la ecuación que nos relaciona velocidad con aceleración y desplazamiento, antes tendremos que expresar este último en función de la altura.

$$\Delta x = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{3{,}0 \text{ m}}{\text{sen } 25°} = 7{,}1 \text{ m}$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(-12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 7{,}1 \text{ m}}$$

$$a = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

— Aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección del movimiento.

$$\vec{F}_{\text{neta } x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow -P \text{ sen}\,\alpha - F_r = m \cdot (-a) \rightarrow$$

$$\rightarrow -P \text{ sen}\,\alpha - \mu N = -m \cdot a \quad (1)$$

— Para determinar la fuerza normal, aplicamos equilibrio de fuerzas en la dirección perpendicular al movimiento.

$$\vec{F}_{\text{neta } y} = 0 \rightarrow N - P\cos\alpha = 0 \rightarrow N = P\cos\alpha \ (2)$$

— Sustituimos (2) en (1) y despejamos μ.

$$-P \text{ sen}\,\alpha - \mu P \cos\alpha = -m \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow -\cancel{m}\, g \text{ sen}\,\alpha - \mu \cancel{m}\, g \cos\alpha = -\cancel{m} \cdot a$$

$$-g \text{ sen}\alpha - \mu g \cos\alpha = -a \rightarrow \mu = \frac{a - g \text{ sen}\alpha}{g \cos\alpha}$$

$$\mu = \frac{a - g \text{ sen}\,\alpha}{g\cos\alpha} = \frac{10{,}1\ \cancel{\text{ms}^{-2}} - 9{,}8 \text{ sen} 25\ \cancel{\text{ms}^{-2}}}{9{,}8 \cos 25\ \cancel{\text{ms}^{-2}}} = 0{,}68$$

El coeficiente de rozamiento será de 0,68. En este caso, las dos fuerzas que actúan sobre el cuerpo se oponen a su movimiento, lo desaceleran, y de ahí el signo negativo en la aceleración.

6. Datos: $m = 80$ kg; $\alpha = 30°$; $F = 200$ N

Si la fuerza mínima para mantener en equilibrio la caja es de 200 N, significa que tenemos que considerar que el rozamiento estático «nos está ayudando tanto como puede» y, por lo tanto, actúa en contra de la componente paralela al peso con su valor límite.

— Aplicamos equilibrio de fuerzas.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = 0 \rightarrow F_{\text{re máx}} + F - P \,\text{sen}\, \alpha = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu_e N + F - m\,g \,\text{sen}\, \alpha = 0$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N - P \cos \alpha = 0 \rightarrow N = P \cos \alpha$$

$$\mu_e m\,g \cos \alpha + F - m\,g \,\text{sen}\, \alpha = 0 \rightarrow \mu_e = \frac{m\,g \,\text{sen}\, \alpha - F}{m\,g \cos \alpha}$$

$$\mu_e = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \,\text{sen}\, 30° - 200 \text{ N}}{80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cos 30°} = 0{,}28$$

— A medida que vayamos incrementando la fuerza, el rozamiento estático irá disminuyendo hasta que eventualmente tomará sentido contrario a la fuerza que apliquemos. Hasta que no excedamos la suma de su valor máximo y la componente del peso de la caja, no lograremos deslizarla hacia arriba.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = 0 \rightarrow -F_{\text{re máx}} + F - P \,\text{sen}\, \alpha = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu_e m\,g \cos \alpha + F - m\,g \,\text{sen}\, \alpha = 0$$

$$F = \mu_e m\,g \cos \alpha + m\,g \,\text{sen}\, \alpha = m\,g(\mu_e \cos \alpha + \text{sen}\, \alpha)$$

$$F = 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} (0{,}28 \cos 30° - \text{sen}\, 30°) =$$

$$= 5{,}8 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Notemos que, una vez que se alcance esa fuerza, la caja comenzará a deslizar, por lo que el rozamiento tomará un valor menor, el del rozamiento cinético.

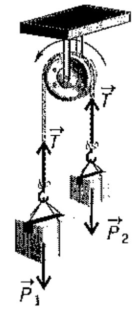
7. Respuesta sugerida:

Estas fuerzas son interacciones electromagnéticas repulsivas entre las partículas que forman parte de las superficies en contacto.

8. Datos: $a = \dfrac{g}{5}$

Una máquina de Atwood no es más que un sistema de dos cuerpos en una polea con una masa que consideraremos despreciable. Si aplicamos la segunda ley de Newton al sistema con las condiciones propuestas, hallaremos la relación de masas.

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje de movimiento.



$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow m_1 \cancel{g} - \cancel{T} + \cancel{T} - m_2 \cancel{g} = (m_1 + m_2) \frac{\cancel{g}}{5}$$

$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow m_1 - m_2 = \frac{m_1 + m_2}{5} \rightarrow 4m_1 = 6m_2 \rightarrow$$

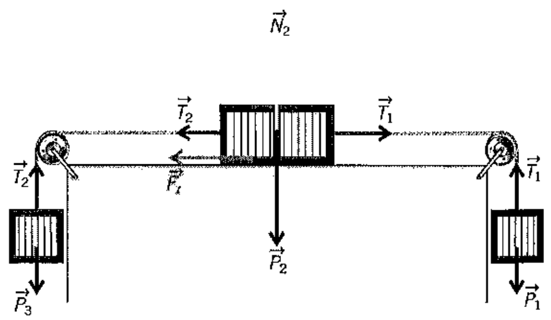
$$\rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 1{,}5 \rightarrow m_1 = 1{,}5\,m_2$$

Lógicamente, la mayor masa es la que marca el sentido del movimiento.

9. Datos: $m_1 = 10$ kg; $m_2 = 4$ kg; $m_3 = 3$ kg; $\mu = 0{,}40$

Como los tres bloques están unidos por una cuerda y experimentan el mismo movimiento, podemos aplicar la segunda ley de Newton a todo el sistema, considerando que se moverá en la dirección y el sentido del peso de la masa mayor. Entonces, la fricción del bloque sobre la mesa será en el sentido opuesto de este movimiento.

— Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje de movimiento.



$$\vec{F}_{\text{neta}\,x} = m \cdot \vec{a}$$

$$m_1\,g - \cancel{T_1} + \cancel{T_1} - \mu N - \cancel{T_2} + \cancel{T_2} - m_3\,g = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

— Para encontrar la normal del cuerpo sobre la mesa, tan solo tenemos que considerar el equilibrio de fuerzas en el eje perpendicular a la mesa.

$$\vec{F}_{\text{neta}\,y} = 0 \rightarrow N - m_2\,g = 0 \rightarrow N = m_2\,g$$

$$m_1\,g - \mu m_2\,g - m_3\,g = (m_1 + m_2 + m_3)a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{m_1\,g - \mu m_2\,g - m_3\,g}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$a = \frac{m_1 - \mu m_2 - m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g =$$

$$= \frac{10\cancel{kg} - 0{,}40 \cdot 4\cancel{kg} - 3\cancel{kg}}{17\cancel{kg}} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$a = 3{,}1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

— Para hallar las tensiones, aplicaremos la segunda ley de Newton en particular para cada uno de los bloques m_1 y m_3.

$$\vec{F}_{\text{neta }1} = m_1 \cdot \vec{a} \rightarrow m_1 g - T = m_1 \cdot a$$

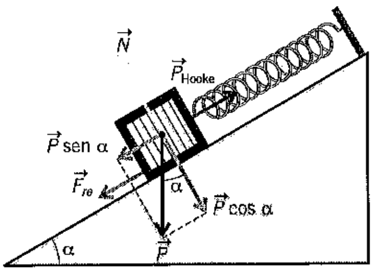
$$T = m_1(g - a) = 10\ \mathrm{kg} \cdot (9{,}8 - 3{,}1)\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 67\ \mathrm{N}$$

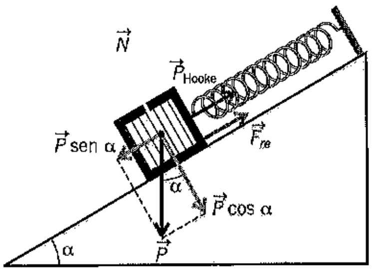
$$\vec{F}_{\text{neta }3} = m_3 \cdot \vec{a} \rightarrow T_2 - m_3\, g = m_3 \cdot a$$

$$T_2 = m_3(g + a) = 3\ \mathrm{kg} \cdot (9{,}8 - 3{,}1)\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 39\ \mathrm{N}$$

10. Datos: $m = 7{,}0$ kg; $\alpha = 60°$; $\Delta x = 16{,}4$ cm; $\mu = 0{,}10$

El bloque se mantiene sobre el plano inclinado debido a la fuerza de Hooke del muelle, mientras que la componente del peso paralela al plano inclinado se le opone. En cuanto a la fricción estática, puede tomar dos sentidos, lo que establece una región de soluciones para el problema, ya que además puede tomar cualquier valor comprendido entre $+\mu_e N$ y $-\mu_e N$.





Aplicamos equilibrio de fuerzas en ambos ejes y resolvemos.

$$\vec{F}_{\text{neta }x} = 0 \rightarrow P \operatorname{sen} \alpha \pm \mu_e N - k\Delta x = 0$$

$$\vec{F}_{\text{neta }y} = 0 \rightarrow N - m\, g \cos \alpha = 0 \rightarrow N = m\, g \cos \alpha$$

$$m\, g \operatorname{sen} \alpha \pm \mu_e m\, g \cos \alpha - k\Delta x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow k = \frac{m\, g \operatorname{sen} \alpha \pm \mu_e m\, g \cos \alpha}{\Delta x}$$

$$k = \frac{m\, g (\operatorname{sen} \alpha \pm \mu_e \cos \alpha)}{\Delta x} =$$

$$= \frac{7\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} (\operatorname{sen} 60° \pm 0{,}10 \cdot \cos 60°)}{16{,}4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

Por lo tanto, los posibles valores de k serán:

$$3{,}4 \cdot 10^2\ \mathrm{N \cdot m} \leq k \leq 3{,}8 \cdot 10^2\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

En la realidad, el valor de la constante del muelle es único (no pueden tener dos o más valores al mismo tiempo) y lo que se establece es una región de equilibrio, es decir, una franja de posiciones (y por ende valores de Δx) en el que el cuerpo se mantendría en equilibrio.

11. Respuesta sugerida:

La importancia de la masa reside en que la ley de Hooke no se cumple exactamente cuando las masas son relativamente elevadas en comparación con la k del muelle. Además, tampoco pueden cogerse masas demasiado parecidas porque luego la precisión de las medidas se ve afectada. En conclusión: hay que usar una variedad de masas, sabiendo que algunas medidas se alejarán de la ley de Hooke y otras van a ser imprecisas por limitaciones físicas y de instrumentos de medida.

12. Datos: $m = 0{,}085$ kg; $R = 0{,}15$ m; $\omega = 33$ rpm $= 3{,}46\ \mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$

El momento angular del aro con respecto a su centro se calcula de la siguiente manera:

$$L = r\, m\, v\ \operatorname{sen} \alpha = r^2 m\, \omega \operatorname{sen} \alpha$$

Donde α es el ángulo formado por el vector de posición de cualquier punto del aro con respecto al centro y la velocidad de cualquier punto de este, que en este caso vale 90°. Sustituyendo los datos proporcionados en el enunciado, queda:

$$L = (0{,}15\ \mathrm{m})^2 \cdot 0{,}085\ \mathrm{kg} \cdot 3{,}46\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

$$L = 6{,}7 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$$

13. Respuesta sugerida:

Este texto puede reunir algún aspecto tratado en la unidad anterior, como es la necesidad de dar estabilidad al coche con un centro de gravedad bajo. Referente a la unidad actual, se debe comentar la necesidad del uso de materiales ligeros para facilitar una mayor velocidad y mejor control del vehículo. Cuanto menor sea la masa, tanto más fácil será imprimirle velocidad. Además, si mantenemos la masa en un valor bajo, la cantidad de movimiento se mantendrá en un valor también manejable. Recordemos que si la cantidad de movimiento es muy elevada, eso significa que va a ser difícil cambiar el movimiento del vehículo.

Por otro lado, hay que tener en cuenta el agarre de los neumáticos para poder tomar las curvas cerradas con seguridad. Cuando la curva es muy cerrada y la velocidad es elevada, necesitamos un mayor agarre, es decir, un coeficiente de rozamiento elevado. Además, si llueve el circuito va a ser más resbaladizo, ya que las finas películas de agua disminuyen mucho el rozamiento.

Zona + (Pág. 299)

— *El primer gravitómetro: la Torre de Pisa*

- Respuesta sugerida:

  Debemos leer detenidamente la noticia y visionar el vídeo propuesto en el enlace.

  Puede comenzarse, tras la lectura y el visionado del vídeo que se propone, comentando que el famoso experimento de Galileo de caída libre desde lo alto de la torre de Pisa es, casi con toda seguridad, una leyenda (al igual que sucede con la conocida manzana de Newton).

  A continuación, debería recordarse por qué todos los objetos se mueven, en las proximidades de la Tierra, con la misma aceleración (independientemente de su masa) y debería introducirse, de una manera muy sencilla, la idea de que en el ámbito microscópico el comportamiento de las partículas debe estudiarse con ayuda de una nueva rama de la física –la mecánica cuántica– cuyas principales ideas chocan con el determinismo imperante en el ámbito macroscópico.

  El funcionamiento del interferómetro debería ser explicado, aunque sea superficialmente, para entender que los átomos deben ser enfriados para disminuir su velocidad y, de esa manera, poder calcular de manera más sencilla el tiempo que tardan en caer. Si la velocidad de los átomos es demasiado grande, es muy difícil realizar mediciones de tiempos, incluso habría que tener en cuenta los posibles efectos relativistas.

— *Los cohetes y las leyes de Newton*

- Respuesta sugerida:

  Tras visionar el vídeo y leer el texto, respondemos a las cuestiones planteadas.

  Un cohete es un típico ejemplo de objeto cuya masa varía (disminuyendo muy rápidamente) conforme aumenta su velocidad al separarse de la Tierra. Por eso, la segunda ley de Newton aplicada a su movimiento difiere de la forma en que se aplica a un objeto cuya masa no varía.

- El enunciado de la segunda ley de Newton aplicada al movimiento del cohete quedaría tal y como aparece en el recuadro de «Amplía» de la página 277.

  Podemos observar en ella que la fuerza que impulsa al cohete contiene dos sumandos, y en uno de ellos aparece la variación de la masa del cohete con respecto al tiempo.

- La tercera ley de Newton aplicada al movimiento del cohete quedaría como sigue: la fuerza que ejercen los gases expulsados procedentes de la combustión del combustible (acción) ejerce una fuerza sobre el aire que lo rodea, de manera que este realizará sobre el cohete una fuerza de igual valor y de sentido contrario (reacción), que es la fuerza ascensional que permite su movimiento.

- Las fuerzas que intervienen en el movimiento del cohete son las siguientes: a favor del movimiento (hacia arriba) se encuentra la fuerza que lo impulsa, que se corresponde con el segundo sumando de la ecuación escrita en el primer punto. Y en sentido contrario al movimiento (hacia abajo) se encuentra su peso, el cual va reduciéndose conforme el cohete asciende debido a la disminución del valor del campo gravitatorio, haciéndose nulo en el espacio exterior (a una distancia muy grande de la Tierra).

- Existen múltiples ejemplos de objetos cuyo movimiento se explica con ayuda de la tercera ley de Newton: el avance de un avión debido al impulso de sus motores, la expulsión de tinta por un calamar que le permite avanzar por el agua, el simple hecho de caminar por el suelo debido a la reacción que este ejerce sobre nuestros pies, la velocidad de retroceso de las armas de fuego, etc.

12 Interacciones gravitatoria y electrostática

En contexto (Pág. 301)

a. Respuesta sugerida:

— Nicolás Copérnico:

Desarrolló su modelo heliocéntrico del universo (Sol en el centro del sistema solar), lo cual fue de carácter muy revolucionario, ya que el ser humano dejaba de ser el centro del universo. También propuso que los planetas seguían círculos perfectos con epiciclos.

— Galileo Galilei:

Aportó mejoras en el telescopio y muchas observaciones astronómicas. Desarrolló la ley de caída de los cuerpos y, consecuentemente, la ley de inercia.

— Johannes Kepler:

Elaboró una teoría del sistema planetario revolucionaria y muy cercana a la actual, en la que describía las órbitas planetarias y proponía que el Sol estaba desplazado del centro. Dio lugar a sus tres leyes.

b. Respuesta sugerida:

— El mejor remedio para evitar descargas es asegurar un buen contacto de las cargas con el suelo. Por lo tanto, como el aire húmedo es mejor conductor que el aire seco, las cargas pasan fácilmente al suelo y desaparecen. Mientras que, con el aire seco, se quedan en distintos objetos y es cuando se pueden originar fenómenos eléctricos (p. ej., pequeñas descargas eléctricas).

Internet (Pág. 303)

— Respuesta sugerida:

Es el área barrida por unidad de tiempo. Tiene sentido hablar de velocidad areolar en movimientos alrededor de un cuerpo.

Problemas resueltos (Pág. 313)

1. Datos: $r_p = 8{,}75 \cdot 10^7$ km; $r_a = 5{,}26 \cdot 10^9$ km

De acuerdo con la segunda ley de Kepler –que nos dice que el satélite debe barrer áreas iguales en un mismo intervalo de tiempo–, se debe mover más rápido cuando esté más cerca del Sol (perihelio).

Lo comprobamos aplicando la conservación del momento angular:

$$L = r\,m\,v = \text{cte.} \Rightarrow r_a m v_a = r_p m v_p$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a = \frac{5{,}26 \cdot 10^9\ \cancel{\text{km}}}{8{,}75 \cdot 10^7\ \cancel{\text{km}}} v_a = 60\, v_a$$

Por lo tanto, la velocidad en el perihelio será 60 veces mayor que en el afelio.

2. Datos: $r_U = 19{,}2\, r_T$

— Aplicamos la tercera ley de Kepler a Urano:

$$T_U^2 = k\, r_U^3$$

— Y procedemos igual con la Tierra:

$$T_T^2 = k\, r_T^3$$

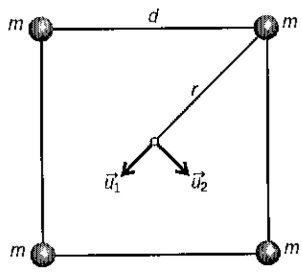
— Como la constante, k, es la misma para los dos planetas, hallamos el cociente para deducir la relación de los dos períodos:

$$\frac{T_U^2}{T_T^2} = \frac{r_U^3}{r_T^3} = \frac{(19{,}2 \cdot r_T)^3}{r_T^3} = 19{,}2^3$$

— Deducimos que el período de revolución de Urano es 84,1 veces mayor que el de la Tierra. Y, dado que sabemos que $T_T = 1$ año, lo calculamos:

$$T_U = (19{,}2)^{\frac{3}{2}} \cdot T_T = 84{,}1 \text{ años}$$

3. Datos: $d = 20$ km; $m = 1000$ kg



— Primero calculamos la distancia entre una masa y el centro del cuadrado, que será la misma para el resto:

$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

— Determinamos la expresión que ejerce cada cuerpo en el centro del cuadrado:

$$\vec{g}_1 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1; \quad \vec{g}_3 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_3 = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1$$

$$\vec{g}_2 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2; \quad \vec{g}_4 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_4 = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2$$

— Sumamos vectorialmente la intensidad del campo en el centro y obtenemos:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \vec{g}_4$$

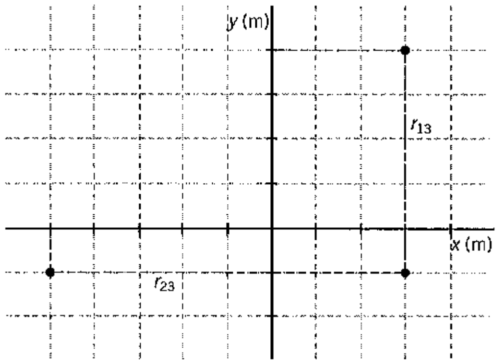
$$\vec{g} = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1 + G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2 - G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1 - G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2 = 0\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$$

El resultado es el esperado, ya que el centro se encuentra a la misma distancia de las cuatro masas, que son iguales, y, por lo tanto, se compensan.

4. Datos:

$M_1 = 3{,}0 \cdot 10^8$ kg; $M_2 = 1{,}5 \cdot 10^9$ kg;

$r_1 = (3{,}0; 4{,}0)$ m; $r_2 = (-5{,}0; -1{,}0)$ m; $r_3 = (3{,}0; -1{,}0)$ m



— Calculamos las distancias entre cada masa y el punto r_3:

$\vec{r}_{13} = \vec{r}_1 - \vec{r}_3 = (3{,}0 - 3{,}0;\ 4{,}0 + 1{,}0)\ \text{m} = (0{,}0;\ 5{,}0)\ \text{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec{r}_{13}| = 5{,}0\ \text{m}$

$\vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 = (-5{,}0 - 3{,}0;\ \ -1{,}0 + 1{,}0)\ \text{m} =$

$= (-8{,}0;\ 0{,}0)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{23}| = 8{,}0\ \text{m}$

— Determinamos el campo gravitatorio generado por cada cuerpo:

$$\vec{g}_1 = G\frac{M_1}{r_{13}^2}\vec{j}$$

$$\vec{g}_1 = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{3{,}0 \cdot 10^8\ \text{kg}}{(5{,}0\ \text{m})^2}\vec{j} =$$

$$= 8{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\,\vec{j}$$

$$\vec{g}_2 = -G\frac{M_2}{r_{23}^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^9\ \text{kg}}{(8{,}0\ \text{m})^2}\vec{i}$$

$$\vec{g}_2 = -1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\,\vec{i}$$

— Y hacemos el módulo para hallar la g resultante:

$$g = \sqrt{\vec{g}_1^{\,2} + \vec{g}_2^{\,2}} =$$

$$= \sqrt{(8{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1})^2 + (-1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1})^2}$$

$$g = 1{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$$

5. Datos:

$M_S = 5{,}69 \cdot 10$ kg; $r = 1{,}86 \cdot 10^8$ m;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

— Calculamos el módulo del campo gravitatorio sobre el satélite *Mimas,* usando la siguiente expresión:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\dfrac{M\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\frac{M}{r^2} =$$

$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{(1{,}86 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = 1{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

6. Datos:

$M_M = \dfrac{1}{9{,}3}M_T$; $R_M = \dfrac{1}{1{,}9}R_T$; $m = 1$ t; $g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— Sabemos que el campo gravitatorio en la superficie de la Tierra es:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y lo usamos para calcular la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte:

$$g_M = G\frac{M_M}{R_M^2} = G \cdot \frac{\dfrac{1}{9{,}3}M_T}{\left(\dfrac{1}{1{,}9}\right)^2 R_M^2} =$$

$$= \frac{1{,}9^2}{9{,}3}\cdot g_T = \frac{1{,}9^2}{9{,}3} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$g_M = 3{,}804\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— El peso, entonces, será la fuerza que hace este campo:

$$P = F = m \cdot g_M = 10^3\ \text{kg} \cdot 3{,}804\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 3\,804\ \text{N}$$

7. Datos:

$m = 10\ \text{g} = 10^{-2}$ kg; $l = 50\ \text{cm} = 0{,}5$ m;

$\alpha = 20°$; $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

— Primero hallamos la distancia de separación entre las dos bolas:

$$r = 2l\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot \text{sen}\left(\frac{20°}{2}\right) = 0{,}17\ \text{m}$$

— A continuación, aplicamos la condición de equilibrio en las direcciones horizontal y vertical, y las relacionamos para aislar la carga:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{T}_x + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow T\,\text{sen}\dfrac{\alpha}{2} = K\dfrac{q^2}{r^2} \\[2ex] \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T\cos\dfrac{\alpha}{2} = mg \end{array}\right\}\ mg \cdot \text{tg}\,\frac{\alpha}{2} = K\frac{q^2}{r^2}$$

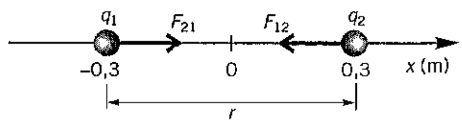
$$q = \sqrt{\frac{mg \cdot \text{tg}\,\dfrac{\alpha}{2}}{K}} \cdot r =$$

$$= \sqrt{\frac{10^{-2}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{tg}\left(\dfrac{20°}{2}\right)}{9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}}} \cdot 0{,}17\ \text{m}$$

$$q = 2{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

8. Datos:

$q_1 = -2 \cdot 10^{-8}$ C; $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ C; $x_1 = -0{,}3$ m; $x_2 = 0{,}3$ m



— Calculamos la separación entre las dos cargas y, posteriormente, aplicamos la ley de Coulomb en módulo:

$$r = x_2 - x_1 = 0{,}3\ \text{m} - (-0{,}3\ \text{m}) = 0{,}6\ \text{m}$$

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{(2 \cdot 10^{-8}\text{C}) \cdot (5 \cdot 10^{-8}\text{C})}{(0{,}6\ \text{m})^2}$$

$$F = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

9. Datos:

$v_0 = 6 \cdot 10^6\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$; $x = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m}$;

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

— Como el electrón describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), usamos las respectivas ecuaciones para calcular la aceleración, que sabemos que es negativa:

$$v = v_0 - at = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = \frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2x}$$

$$a = \frac{(6 \cdot 10^6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})^2}{2 \cdot 0{,}1\ \text{m}} = 1{,}8 \cdot 10^{14}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y aplicamos la segunda ley de Newton para hallar el módulo del campo eléctrico:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a}\\ \vec{F}_e = q\vec{E}\end{array}\right\} qE = m a$$

$$E = \frac{m a}{q} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{14}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}} =$$

$$= 1{,}0 \cdot 10^3\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

El campo va en el mismo sentido que el movimiento inicial del electrón.

10. Datos: $E = 10\,000\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$; $M_{Ca^{2+}} = 5{,}7 M_{Li^+}$

— Aplicamos la segunda ley de Newton para obtener una expresión general de la aceleración:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a}\\ \vec{F}_e = q\vec{E}\end{array}\right\} qE = m a$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

— Realizamos el caso concreto de los dos iones y los relacionamos:

$$\left.\begin{array}{l}a_{Ca^{2+}} = \dfrac{qE}{M_{Ca^{2+}}}\\[2ex] a_{Li^+} = \dfrac{qE}{M_{Li^+}}\end{array}\right\} \quad \frac{a_{Ca^{2+}}}{a_{Li^+}} = \frac{\dfrac{2eE}{5{,}7M_{Li^+}}}{\dfrac{eE}{M_{Li^+}}} = 0{,}35$$

Por lo tanto, el Li^+ adquirirá mayor velocidad, ya que describe un MRUA con una aceleración superior ($v = a \cdot t$).

11. Datos: $E = 100\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$; $q = 250\ e$; $m = 4{,}082 \cdot 10^{-16}$ kg;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}$

Para comprobar si la gota permanece en equilibrio, todas las fuerzas deben estar en equilibrio. En consecuencia, la fuerza eléctrica y el peso se tienen que compensar:

$$F_e - P = qE - m\,g$$

$$F_e = 250 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C} \cdot 100\text{N}\cdot\text{C}^{-1} -$$

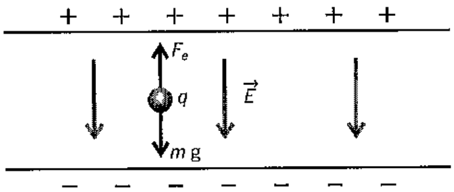
$$- 4{,}082 \cdot 10^{-16}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 0$$

Sí que permanecerá en equilibrio, ya que $\vec{F}_{neta} = 0$.

12. Datos:

$m = 10^{-14}\text{g} = 10^{-17}$ kg; $q = 20\ e$; $E_1 = 30{,}6\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$;

$E_2 = 31{,}3\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}$



Inicialmente, para que esté en equilibrio, el campo eléctrico debe ir hacia abajo. Al aumentar el campo, entonces $F_e > m\,g$ y, por lo tanto, la partícula se moverá hacia arriba. Determinamos el valor de la aceleración, aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_e - m\,g = m\,a \Rightarrow a = \frac{qE - m\,g}{m}$$

$$a = \frac{20 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 31{,}3\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} - 10^{-17}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{10^{-17}\ \text{kg}}$$

$$a = 0{,}22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 316 a 318)

1 LEYES DE KEPLER — Pág. 316

13. El planeta con un período de revolución más grande será Neptuno, ya que es el que tiene un radio de órbita mayor, y tal y como indica la tercera ley de Kepler:

$$T^2 \propto r^3$$

14. Datos: 1 UA = 149 597 870 700 m

Planeta	a (UA)	b (UA)	$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$
Mercurio	0,387	0,379	0,202
Venus	0,724	0,723	0,005
Tierra	1,000	0,999	0,045
Marte	1,524	1,517	0,096
Júpiter	5,203	5,197	0,048
Saturno	9,539	9,524	0,056
Urano	19,182	19,161	0,047
Neptuno	30,058	30,057	0,008

— En general, sí que está justificado suponer que las órbitas son circulares, ya que la excentricidad de las elípticas es prácticamente nula. Solamente podemos decir que Mercurio se desvía de esta aproximación.

15. Elaboramos la tabla:

Planeta	T (días)	$d_{\text{planeta-Sol}}$ (km)	$d_{\text{Sol-afelio}}$ / $d_{\text{Sol-perihelio}}$ (km)	v_{afelio} / $v_{\text{perihelio}}$ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)
Mercurio	88	$5{,}8 \cdot 10^7$	$7{,}0 \cdot 10^7$ $4{,}6 \cdot 10^7$	38,8 59,0
Venus	224,7	$1{,}1 \cdot 10^8$	$1{,}09 \cdot 10^8$ $1{,}07 \cdot 10^8$	34,7 35,3
Tierra	365,3	$1{,}5 \cdot 10^8$	$1{,}52 \cdot 10^8$ $1{,}47 \cdot 10^8$	29,3 30,3
Marte	686,9	$2{,}3 \cdot 10^8$	$2{,}5 \cdot 10^8$ $2{,}1 \cdot 10^8$	22,0 26,2
Júpiter	4332	$7{,}8 \cdot 10^8$	$8{,}2 \cdot 10^8$ $7{,}4 \cdot 10^8$	12,4 13,7
Saturno	10760	$1{,}4 \cdot 10^9$	$1{,}5 \cdot 10^9$ $1{,}4 \cdot 10^9$	9,3 10,0
Urano	30865	$2{,}9 \cdot 10^9$	$3{,}0 \cdot 10^9$ $2{,}8 \cdot 10^9$	6,6 7,0
Neptuno	60190	$4{,}5 \cdot 10^9$	$4{,}6 \cdot 10^9$ $4{,}5 \cdot 10^9$	5,4 5,5

— Constatamos que se cumple la segunda ley de Kepler, pues para todos los planetas se cumple que $v_p > v_a$. Y para que se cumpla la tercera ley, se debe cumplir que:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

16. Partimos de la expresión de la tercera ley de Kepler para efectuar el análisis dimensional:

$$T^2 = k\,r^3$$

$$[\text{T}]^2 = [\text{k}] \cdot [\text{L}]^3 \quad \Rightarrow \quad [\text{k}] = \frac{[\text{T}]^2}{[\text{L}]^3}$$

17. Datos: $T = 76$ años

Aplicamos la tercera ley de Kepler para obtener el radio medio de la órbita y lo relacionamos con el período de la Tierra, sabiendo que es de un año y que la constante, k, es la misma para los dos cuerpos:

$$\left.\begin{aligned} T^2 &= kr^3 \\ T_T^2 &= kr_T^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_T^2} = \frac{r^3}{r_T^3} \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{T^2}{T_T^2}\, r_T^3$$

$$r = \left(\frac{76 \text{ años}}{1 \text{ año}}\right)^{\frac{2}{3}} r_T = 18\, r_T$$

18. Datos: $r = 4r_T$

Aplicamos la tercera ley de Kepler para el planeta hipotético y relacionamos su período con el de la Tierra, que sabemos que es de un año:

$$\left.\begin{aligned} T^2 &= kr^3 \\ T_T^2 &= kr_T^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_T^2} = \frac{r^3}{r_T^3} = \frac{(4r_T)^3}{r_T^3} = 64$$

$$T = \sqrt{64} \cdot 1 \text{ año} = 8 \text{ años}$$

19. Datos: $r = \frac{1}{4} r_L$; $T_L = 28$ días

Usamos la tercera ley de Kepler para relacionar el período hipotético con el de la Luna real:

$$\left.\begin{aligned} T^2 &= kr^3 \\ T_L^2 &= kr_L^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_L^2} = \frac{r^3}{r_L^3} = \frac{\left(\frac{1}{4} r_L\right)^3}{r_L^3} = \frac{1}{64}$$

$$T = \frac{T_L}{\sqrt{64}} = 3{,}5 \text{ días}$$

20. Datos:

$r_{Io} = 421\,600$ km; $T_{Io} = 1{,}53 \cdot 10^5$ s

$r_{\text{Europa}} = 670\,000$ km

Relacionamos los períodos de los dos satélites empleando la tercera ley de Kepler, puesto que la k es la misma en los dos casos:

$$\left.\begin{aligned} T_{\text{Europa}}^2 &= kr_{\text{Europa}}^3 \\ T_{Io}^2 &= kr_{Io}^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T_{\text{Europa}}^2}{T_{Io}^2} = \frac{r_{\text{Europa}}^3}{r_{Io}^3}$$

$$T_{\text{Europa}} = \sqrt{\frac{r_{\text{Europa}}^3}{r_{Io}^3}} \cdot T_{Io} = \sqrt{\left(\frac{670\,000 \cancel{\text{km}}}{421\,600 \cancel{\text{km}}}\right)^3} \cdot 1{,}53 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$T_{\text{Europa}} = 3{,}07 \cdot 10^5 \text{ s}$$

21. Datos: $r = 2r_{\text{geoestacionaria}}$

Una órbita estacionaria se caracteriza por tener una excentricidad nula y mantener su posición fija respecto a la Tierra. De tal forma que $T_{\text{geoestacionaria}} = 24$ h:

$$\left.\begin{aligned} T^2 &= kr^3 \\ T_g^2 &= kr_g^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_g^2} = \frac{r^3}{r_g^3} = \frac{(2r_g)^3}{r_g^3} = 8$$

$$T = \sqrt{8} \cdot 24 \text{ h} = 67{,}9 \text{ h} = 2{,}4 \cdot 10^5 \text{ s}$$

2 INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Págs. 316 y 317

22. Datos:

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $r_{12} = 50$ m; $r_{TL} = 3{,}84 \cdot 10^8$ m

$m = 4 \cdot 10^7$ kg; $m_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $m_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

Aplicamos la expresión matemática de la ley de gravitación universal en los dos apartados:

a)

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m^2}{r_{12}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot \frac{(4 \cdot 10^7\ \mathrm{kg})^2}{(50\ \mathrm{m})^2}$$

$$F_{12} = 42{,}7\ \mathrm{N}$$

b)

$$F_{TL} = F_{LT} = G\frac{m_T m_L}{r_{TL}^2}$$

$$F_{TL} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \mathrm{m})^2}$$

$$F_{TL} = 1{,}99 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N}$$

23. Datos:

$v_a = 29{,}29\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$; $r_a = 152 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$; $r_p = 147 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$

— Considerando que la órbita de la Tierra es circular, podemos suponer que el momento angular es constante:

$$M = F\ r \operatorname{sen} 180° = 0 \quad \Rightarrow \quad L = mrv = \mathrm{cte}$$

— Y, por lo tanto, relacionamos los momentos angulares del afelio y el perihelio para calcular la velocidad en este último punto:

$$L_a = L_p \quad \Rightarrow \quad m r_a v_a = m r_p v_p$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a = \frac{152 \cdot 10^6\ \cancel{\mathrm{km}}}{147 \cdot 10^6\ \cancel{\mathrm{km}}} \cdot 29{,}29\ \mathrm{km \cdot s^{-1}} = 30{,}29\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

24. Datos:

$M_S = 2 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$; $R = 6{,}69 \cdot 10^8\ \mathrm{m}$;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$

Determinamos el campo gravitatorio en la superficie solar empleando su expresión matemática:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M}{R^2} =$$

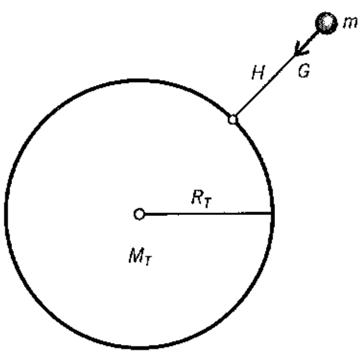
$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}{(6{,}69 \cdot 10^8\ \mathrm{m})^2} = 275\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

25. Datos:

$h = 400\ \mathrm{km} = 4 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$; $m = 75\ \mathrm{kg}$;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$;

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$



— Para calcular el peso en esa altura, primero debemos determinar la intensidad del campo gravitatorio, teniendo en cuenta que la distancia es respecto al centro de la Tierra:

$r = R_T + h$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{(6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m} + 4 \cdot 10^5\ \mathrm{m})^2}$$

$$g = 8{,}70\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

— Por lo tanto, el peso será:

$$P = m\,g = 75\ \mathrm{kg} \cdot 8{,}70\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 653\ \mathrm{N}$$

26. a) Si hacemos uso de la definición literal de ingravidez, la expresión es incorrecta. Y es que significa que dicho cuerpo no está sometido a un campo de gravedad. Mientras que, precisamente en los astronautas, la única fuerza que actúa es la gravedad. El uso de esta expresión es debido a que la sensación del astronauta es de no experimentar ninguna fuerza (peso aparente nulo).

b) Porque la aceleración con la que son atraídos los distintos cuerpos solo depende de la masa del planeta que ejerce la fuerza y de la distancia a la que se encuentran, pero no de su masa. Tal y como podemos ver con la segunda ley de Newton:

$$a = g = \frac{F}{m} = G\frac{\frac{Mm}{r^2}}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

27. Datos:

$m_1 = 30\ \mathrm{kg}$; $m_2 = 40\ \mathrm{kg}$; $m_3 = 0{,}3\ \mathrm{kg}$; $r_1 = 2\ \mathrm{m}$; $r_2 = 4\ \mathrm{m}$

a) Calculamos la fuerza que ejerce cada niño sobre la pelota, empleando la expresión de la fuerza gravitatoria, y las sumamos:

$$\vec{F}_{13} = -G\frac{m_1 m_3}{r_1^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{30\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}3\ \mathrm{kg}}{(2\ \mathrm{m})^2}\vec{i} = -1{,}5 \cdot 10^{-10}\vec{i}\ \mathrm{N}$$

$$\vec{F}_{23} = G\frac{m_2 m_3}{r_2^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{40\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}3\ \mathrm{kg}}{(4\ \mathrm{m})^2}\vec{i} = 5 \cdot 10^{-11}\vec{i}\ \mathrm{N}$$

$$F_{\mathrm{total}} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{13} = -1{,}5 \cdot 10^{-10}\vec{i}\ \mathrm{N} + 5 \cdot 10^{-11}\vec{i}\ \mathrm{N} =$$

$$= -10^{-10}\,\vec{i}\ \mathrm{N}$$

Por lo tanto, la fuerza total irá en el sentido del niño de $m = 30$ kg.

b) Porque es una fuerza tan pequeña en comparación a la que ejerce la Tierra (peso) que no es suficiente para contrarrestar la fuerza de fricción.

28. Datos:

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$; $R_T = 6\,370\ \mathrm{km}$;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$

Al ser una órbita geoestacionaria, sabemos que el período del satélite coincide con el de la Tierra y lo podemos relacionar con la velocidad:

$$T = 24\ \text{h} = 8{,}64 \cdot 10^4\ \text{s} \quad \text{y} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Y, partiendo de que la fuerza de gravitación entre la Tierra y el satélite es la fuerza centrípeta que lo mantiene en su órbita, podemos determinar la distancia entre el satélite y la Tierra:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$r = \left(\frac{GM_T}{4\pi^2}T^2\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{4\pi^2} \cdot (8{,}64 \cdot 10^4\text{s})^2\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= 42\,250\ \text{km}$$

29. Datos: $m = 60$ kg; $r = 1$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

— Calculamos el campo gravitatorio con su expresión:

$$g = G\frac{m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{60\ \text{kg}}{(1\ \text{m})^2}$$

$$g = 4 \cdot 10^{-9}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y, a continuación, empleamos la expresión de la fuerza gravitatoria con otro cuerpo de la misma masa:

$$F = G\frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg} \cdot \frac{(60\ \text{kg})^2}{(1\ \text{m})^2} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

30. Datos: $M = 2M_T$; $R = 2R_T$

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{2M_T}{4R_T^2} = \frac{1}{2}\frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{1}{2}g_T = \frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{2} =$$

$$= 4{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

El nuevo valor de la gravedad sería la mitad.

31. Datos: $\rho = \rho_T$; $R = 10R_T$

— Primero hallamos la masa del planeta, relacionando las respectivas densidades:

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\ \rho_T &= \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} \end{aligned}\right\} \rho = \rho_T \Rightarrow m = 10^3 M_T$$

— Y calculamos la intensidad del campo gravitatorio:

$$g = G\frac{m}{R^2} = G\frac{10^3 M_T}{(10R_T)^2} = 10\frac{GM_T}{R_T^2} = 10g_T$$

32. Datos:

$m = 50$ kg; $h = 10$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,370$ km

— Primero determinamos el campo gravitatorio en la distancia, respecto al centro de la Tierra, a la que se encuentra el avión:

$$r = R_T + h$$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6\,370 + 10)^2 \cdot 10^6\ \text{m}^2}$$

$$g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Luego calculamos el peso:

$$P = m\,g = 50\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 490\ \text{N}$$

— Lo comparamos con el campo gravitatorio en la superficie de la Tierra y con el peso respectivo:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6\,370 \cdot 10^3\ \text{m})^2}$$

$$g_T = 9{,}83\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$P = m\,g = 50\ \text{kg} \cdot 9{,}83\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 492\ \text{N}$$

Nos da un resultado muy parecido, ya que en 10 km el campo gravitatorio varía muy poco.

33. Datos:

$P = 522$ N; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

$R_S = 60\,268$ km; $M_S = 5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg

Primero calculamos la gravedad en la superficie de Saturno y después determinamos la masa del satélite:

$$g = G\frac{M_S}{R_S^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}7 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{(6{,}0268 \cdot 10^7\ \text{m})^2}$$

$$g = 10{,}47\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$m = \frac{P}{g} = \frac{522\ \text{N}}{10{,}47\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 49{,}9\ \text{kg}$$

34. Datos:

$m = 80$ kg; $h = 8\,848$ m; $R_T = 6\,370$ km

— Para saber el peso debemos hallar el campo gravitatorio en la superficie terrestre y en la cima del Everest:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_{\text{Everest}} = G\frac{M_T}{r^2};\ r = R_T + h$$

— Y calculamos el cociente entre los pesos de cada sitio para obtener la relación:

$$\frac{P_T}{P_{\text{Everest}}} = \frac{\cancel{m}g_T}{\cancel{m}g_E} = \frac{\cancel{G}\frac{\cancel{M_T}}{R_T^2}}{\cancel{G}\frac{\cancel{M_T}}{(R_T+h)^2}} = \frac{(R_T+h)^2}{R_T^2} =$$

$$= \frac{(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} \cdot 8\,848\ \text{m})^2}{(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m})^2} = 1{,}0028$$

El alpinista pesa 1,0028 veces más al nivel del mar.

35. Datos:

$$m = 70\ \text{kg};\ M = \frac{1}{10}M_T;\ R = \frac{1}{10}R_T;\ g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Primero hallamos la gravedad en la superficie del planeta en función de la de la Tierra, y luego calculamos el peso:

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{\frac{1}{10}M_T}{\left(\frac{1}{10}R_T\right)^2} = 10\frac{GM_T}{R_T^2} = 10g_T$$

$$P = m\,g = 70\ \text{kg}\cdot 10\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 6\,860\ \text{N}$$

36. Datos: $R = \frac{1}{2}R_T;\ M = M_T$

Si deducimos la tercera ley de Kepler a partir de la ley de gravitación universal, obtendremos la expresión del período con todas sus variables independientes:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_S M}{r^2} = M\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_S}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$T^2 = \frac{2\pi r^3}{GM_S}$$

Por lo tanto, podemos confirmar que el período no se vería afectado, ya que solo depende de la masa del Sol y del radio de órbita.

37. El campo gravitatorio desde el centro de la Tierra hasta la superficie varía proporcionalmente a la distancia. Mientras que, a partir de este punto y con la altura, pasa a ser inversamente proporcional a la distancia al cuadrado. Y esto lo podemos comprobar matemáticamente aplicando el teorema de Gauss, que nos da el siguiente resultado para los dos casos:

$$g = G\frac{M}{R_T^3}r \qquad r \le R_T$$

$$g = G\frac{M}{r^2} \qquad r \ge R_T$$

38. Datos:

$M_S = 324\,440\ M_T;\ R_S = 108\ R_T;\ v_0 = 200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1};$

$g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— Calculamos el campo gravitatorio del Sol:

$$g_S = G\frac{M_S}{R_S^2} = G\frac{324\,440\ M_T}{(108\ R_T)^2} = 27{,}8\cdot g_T = 272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y determinamos la altura, h, usando las ecuaciones del MRUA:

$$v = v_0 - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0{,}7\ \text{s}$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = 200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}7\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(0{,}7\ \text{s})^2 =$$

$$= 73{,}3\ \text{m}$$

39. Datos: $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2};\ R_T = 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m};$

$g_T = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

a) $$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{3g_T}{4\pi G R_T}$$

$$\rho = \frac{3\cdot 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{4\pi\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\cdot 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m}} =$$

$$= 5{,}59\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} = 5\,590\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

b)

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = \frac{1}{3}g_T \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3GM_T}{g_T}};\quad M_T = \rho V_T$$

$$h = r - R_T = \sqrt{\frac{3\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\cdot 6{,}14\cdot 10^{24}\ \text{kg}}{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} -$$

$$- 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m}$$

$$h = 4{,}7\cdot 10^6\ \text{m}$$

3 INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

Págs. 317 y 318

40. La electrización vítrea corresponde a la positiva, y la resinosa a la negativa.

a) El ámbar, tras frotarlo con lana, queda cargado negativamente (resinosa).

b) El cristal, después de frotarlo con seda, se carga positivamente (vítrea).

41. Datos: $q = -0{,}8\ \mu\text{C} = -8\cdot 10^{-7}\ \text{C};\ e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}$

Como sabemos que la carga está cuantizada, se debe cumplir que la carga total de cualquier cuerpo sea un múltiplo entero de la carga elemental e:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{8\cdot 10^{-7}\ \text{C}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 5\cdot 10^{12}\ \text{electrones}$$

42. Datos: $q_1 = q_2 = 4{,}0\ \mu\text{C} = 4\cdot 10^{-6}\ \text{C};$

$x_1 = 0{,}0\ \text{m};\ x_2 = 8{,}0\ \text{m};\ x_3 = -2{,}0\ \text{m}$

— Calculamos los módulos de las distancias:

$r_1 = x_1 - x_3 = 2{,}0\ \text{m}$

$r_2 = x_2 - x_3 = 10{,}0\ \text{m}$

— El principio de superposición nos dice que el campo eléctrico en x_3 será la suma de los campos generados por cada carga. Por lo tanto, aplicamos la siguiente expresión matemática:

$$\vec{E}_1 = -K\frac{q}{r_1^2}\vec{i} = -9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\text{C}}{(2{,}0\ \text{m})^2}\vec{i} =$$

$$= -9\cdot 10^3\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = -K\frac{q}{r_2^2}\vec{i} = -9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(10{,}0\ \text{m})^2}\vec{i} =$$

$$= -360\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -9 \cdot 10^3 \vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} - 360\,\vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} =$$

$$= -9{,}4 \cdot 10^3 \vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido negativo del eje x, ya que las dos cargas son positivas.

43. Datos:

$m = 3{,}0$ g; $Z = 29$; $M = 63{,}5$ g·mol^{-1}; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

— Calculamos el número de átomos que contiene la moneda usando el número de Avogadro:

$$3{,}0\,\cancel{\text{g}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{mol}}}{63{,}5\,\cancel{\text{g}}} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\,\frac{\text{átomos}}{\cancel{\text{mol}}} =$$

$$= 2{,}85 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$$

— A continuación obtenemos el número de electrones (sabiendo que Z nos indica el número de protones y electrones de cada átomo) y la carga total:

$$n = 2{,}85 \cdot 10^{22}\,\cancel{\text{átomos}} \cdot 29\,\frac{e^-}{\cancel{\text{átomo}}} = 8{,}25 \cdot 10^{23}\,e^-$$

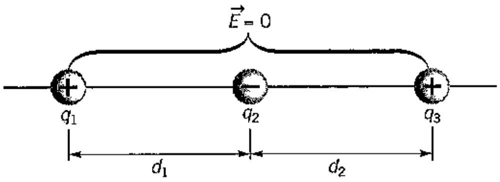
$$q = ne = 8{,}25 \cdot 10^{23}\,\cancel{e^-} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{\text{C}}{\cancel{e^-}} = 1{,}3 \cdot 10^5\,\text{C}$$

44. La electrización *por contacto* sucede cuando un cuerpo cargado eléctricamente se pone en contacto con otro inicialmente neutro, de tal forma que puede transmitirle sus propiedades eléctricas. Se caracteriza por que es permanente y se efectúa en una proporción que depende de la geometría de los cuerpos y de su composición.

Por otra parte, la electrización *por frotamiento* consiste en frotar un cuerpo fuertemente con otro material de forma que lo carga positiva o negativamente, dependiendo de su tendencia a perder o ganar electrones respectivamente.

Y la electrización *por inducción* es un efecto de las fuerzas eléctricas, debido a que estas se ejercen a distancia. La separación de cargas inducida por las fuerzas eléctricas es transitoria y desaparece cuando el agente responsable se aleja suficientemente del cuerpo neutro.

45. La primera condición para que las tres cargas se hallen en equilibrio electrostático es que tienen que estar en una misma línea. Y, según sus valores, habrá que jugar con las respectivas distancias para que el campo eléctrico en el punto de la carga sea nulo.



46. Datos:

$q_1 = -6{,}0\ \mu\text{C} = -6 \cdot 10^{-6}$ C; $x_1 = -3{,}0$ m

$q_2 = 4{,}0\ \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6}$ C; $x_2 = 0{,}0$ m

$q_3 = -6{,}0\ \mu\text{C} = -6 \cdot 10^{-6}$ C; $x_3 = 3{,}0$ m

Calculamos el módulo de las dos fuerzas que actúan con la ley de Coulomb, pero antes determinamos las distancias entre cargas:

$r_{21} = x_1 - x_2 = 3{,}0$ m

$r_{31} = x_1 - x_3 = 6{,}0$ m

$$F_{21} = K\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(-3{,}0\ \text{m})^2}$$

$F_{21} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ N

$$F_{31} = K\frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(6{,}0\ \text{m})^2}$$

$F_{31} = 9{,}0 \cdot 10^{-3}$ N

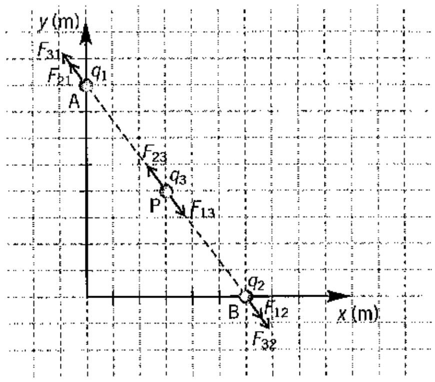
La fuerza que ejerce q_2 sobre q_1 es atractiva (sentido positivo del eje x), mientras que F_{31} es repulsiva (sentido negativo del eje x). Por lo tanto, aplicamos el principio de superposición:

$$\vec{F} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\vec{i}\ \text{N} - 9{,}0 \cdot 10^{-3}\vec{i}\ \text{N} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\vec{i}\ \text{N}$$

47. Datos:

$q_1 = q_2 = -1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C; $A = (0, 8)$ m; $B = (6, 0)$ m

$q_3 = -1{,}5 \cdot 10^{-6}$C; $P = (3, 4)$ m



Determinamos las distancias entre cargas y calculamos el módulo de las fuerzas:

$$\vec{r}_{13} = P - A = (3, -4)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{13}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5\ \text{m}$$

$$\vec{r}_{23} = P - B = (3, -4)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{23}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5\ \text{m}$$

$$F_{13} = K\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}\text{C}}{(5\ \text{m})^2}$$

$F_{13} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}$ N

$$F_{23} = K\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(5\ \text{m})^2}$$

$F_{23} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}$ N

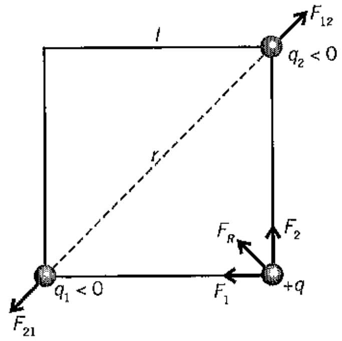
Como las dos fuerzas son en sentido opuesto, se contrarrestan y, por lo tanto:

$$F_R = 0$$

48. Datos:

$q_1 = q_2 = -3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C

$q = 1$ C; $l = 40$ cm $= 0{,}4$ m



Calculamos la fuerza electrostática generada por las cargas q_1 y q_2, y aplicamos el principio de superposición:

$$\left|\vec{F}_R\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N})^2 + (1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N})^2} = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{N}$$

F_1 actúa en el sentido negativo del eje x y F_2 lo hace en el sentido positivo del eje y. Por lo tanto, el módulo de la fuerza resultante sobre una carga que se encuentra en el otro vértice será:

$$F_1 = K\frac{q_1 q}{l^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{3{,}2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot 1\ \text{C}}{(0{,}40\ \text{m})^2} = 1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N}$$

$$F_2 = K\frac{q_2 q}{l^2} = F_1 = 1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N}$$

49. Respuesta sugerida:

En un dipolo, cerca de la carga positiva, las líneas son radiales y dirigidas hacia fuera. Cerca de la carga negativa también son radiales, pero dirigidas hacia dentro. Como las cargas tienen el mismo valor absoluto, el número de líneas que salen de una y entran a la otra es el mismo. En este caso, el campo más intenso se encuentra en la región entre cargas. Mientras que, si nos alejamos mucho, la intensidad irá disminuyendo muy rápidamente hasta hacerse prácticamente nula.

50. Respuesta sugerida:

Accedemos al enlace y jugamos al juego *online*.

51. Datos: $m = 4 \cdot 10^{-14}$ kg; $q = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ C

La condición de equilibrio nos impone que la fuerza eléctrica debe compensar el peso:

$$P = F_e \Rightarrow m\,g = qE$$

$$E = \frac{m\,g}{q} = \frac{4 \cdot 10^{-14}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{4{,}8 \cdot 10^{-19}\text{C}} = 8{,}2 \cdot 10^5\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

Como $q > 0$, el campo eléctrico irá hacia arriba (en el sentido positivo del eje y).

$q_1 = q_2 = 6$ nC $= 6 \cdot 10^{-9}$ C; $q_3 = 2$ nC $= 2 \cdot 10^{-9}$ C

$x_1 = (0, -3)$ cm; $x_2 = (0, -3)$ cm

52. Datos:

a) La distancia entre las cargas y el punto (4,0) es:

$$r = \sqrt{0{,}04^2 + 0{,}03^2}\ \text{m} = 0{,}05\ \text{m}$$

Así pues, hallamos el módulo del campo generado por cada carga:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}\text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

$$= 2{,}16 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r^2} = 2{,}16 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} = E_1$$

Determinamos el ángulo entre la dirección del campo y la horizontal (que será el mismo para los dos casos), y los sumamos por componentes:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37°$$

$$E_x = E_1 \cos\alpha + E_2 \cos\alpha = 2E_1 \cos\alpha =$$

$$= 2 \cdot 2{,}16 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \cos 37° = 3{,}5 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_y = E_1\ \text{sen}\ \alpha - E_2\ \text{sen}\ \alpha = 0\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E} = (3{,}5 \cdot 10^4\vec{i} + 0\vec{j})\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

b) La fuerza vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = q\vec{E} = 2 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot 3{,}5 \cdot 10^4\vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = 6{,}9 \cdot 10^{-5}\vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

53. Datos:

$q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $q_2 = -4{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $d = 0{,}10$ m

$$r = \frac{d}{2} = 0{,}05\ \text{m}$$

$$E_1 = K\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

$$= 7{,}2 \cdot 10^6\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

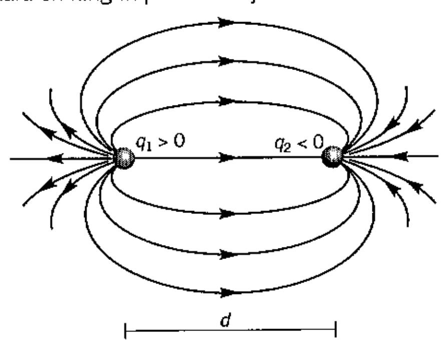
$$= 1{,}4 \cdot 10^7\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_{\text{Total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_{\text{Total}} = 7{,}2 \cdot 10^6\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} + 1{,}4 \cdot 10^7\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} =$$

$$= 2{,}2 \cdot 10^7\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

— Los dos campos generados van en el mismo sentido, ya que ambas cargas son de signos contrarios. Por eso no se anulará en ningún punto del eje x.



54. Datos: $v_0 = 5 \cdot 10^5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $E = 50\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

— Primero hallamos la aceleración aplicando la segunda ley de Newton sobre el electrón:

$$F_e = eE = m\,a$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 50\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = -9 \cdot 10^{12}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Usamos las ecuaciones del MRUA para calcular la distancia recorrida:

$$v = v_0 + at = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{5 \cdot 10^5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{-9 \cdot 10^{12}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} =$$

$$= 6 \cdot 10^{-8}\text{s}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x = 5 \cdot 10^5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-8}\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot (-9 \cdot 10^{12}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot$$

$$\cdot (6 \cdot 10^{-8}\text{s})^2$$

$$x = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}4\ \text{cm}$$

Si la partícula fuese un protón, dado que tendría carga positiva y mayor masa, aceleraría en vez de frenarse, pero con el módulo de la aceleración consecuentemente menor.

55. Datos:

$q_1 = -5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C

$d = 0{,}1$ m; $r_1 = 0{,}3$ m; $r_2 = 0{,}2$ m

Calculamos el módulo del campo generado por cada carga:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}3\ \text{m})^2} = 5{,}0 \cdot 10^5\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}2\ \text{m})^2} = 4{,}5 \cdot 10^5\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_{\text{Total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -5{,}0 \cdot 10^5\vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} + 4{,}5 \cdot 10^5\,\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} =$$

$$= -5{,}0 \cdot 10^4\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

El campo total irá dirigido hacia las cargas.

56. Datos:

$E = 100\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $v = 3 \cdot 10^6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C;

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

— Primero hallamos la aceleración aplicando la segunda ley de Newton sobre el electrón:

$$F_e = eE = m\,a$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 100\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 1{,}8 \cdot 10^{13}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

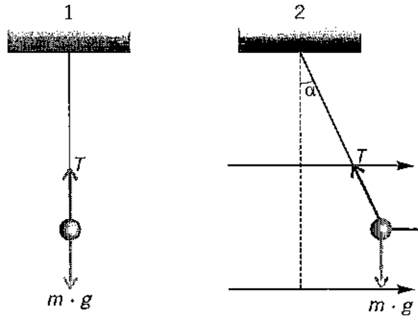
— Usamos la ecuación de la velocidad del MRUA para calcular el tiempo de recorrido:

$$v = v_0 + at = at$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{3 \cdot 10^6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{1{,}8 \cdot 10^{13}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 1{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{s}$$

57. Datos:

$m = 5{,}0\ g$; $l = 50$ cm $= 0{,}5$ m; $\vec{E} = 200\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $\alpha = 30°$



Aplicamos la segunda ley de Newton en las dos componentes:

$$\left.\begin{aligned} T_x = F_e &\Rightarrow T\,\text{sen}\,\alpha = qE \\ T_y = P &\Rightarrow T\cos\alpha = m\,g \end{aligned}\right\} \quad \frac{\cancel{T}\,\text{sen}\,\alpha}{\cancel{T}\cos\alpha} = \frac{qE}{m\,g}$$

$$\Rightarrow q = \frac{m\,g \cdot \text{tg}\,\alpha}{E} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \text{tg}\,30°}{200\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}} =$$

$$= 1{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{C}$$

58. Datos:

$q_1 + q_2 = 6{,}0\ \mu\text{C} = 6{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $d = 0{,}10$ m

$F_{12} = F_{21} = 8{,}0$ mN $= 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ N

a) $q_1 > 0$ y $q_2 > 0$

Combinamos las dos ecuaciones que nos indica el enunciado y aislamos q:

$$\left.\begin{aligned} F_{12} = K\frac{q_1 q_2}{d^2} &= 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N} \\ q_1 + q_2 &= 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \end{aligned}\right\} \quad Kq_2^2 - 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot q_2 + F \cdot d^2 = 0$$

$$q = \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C})^2 - 4 \cdot K \cdot F \cdot d^2}}{2 \cdot K} =$$

$$= \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C})^2 - 4 \cdot 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N} \cdot (3{,}0\ \text{m})^2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\text{C}^{-2}} =$$

$$= \begin{cases} 4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} = 4{,}0\ \mu\text{C} \\ 2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} = 2{,}0\ \mu\text{C} \end{cases}$$

b) $q_1 > 0$ y $q_2 < 0$

En este caso, seguimos el mismo procedimiento, pero imponemos que q_2 es negativa:

$$\left.\begin{aligned} F_{12} = K\frac{q_1 q_2}{d^2} &= 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N} \\ q_1 - q_2 &= 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \end{aligned}\right\} \quad K \cdot q_2^2 + 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot q_2 - F \cdot d^2 = 0$$

$$q = \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C})^2 + 4 \cdot K \cdot F \cdot d^2}}{2 \cdot K} =$$

$$= \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-6}\text{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C})^2 + 4 \cdot 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N} \cdot (3{,}0\ \text{m})^2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}} =$$

$$= \begin{cases} 1{,}1 \cdot 10^{-6}\text{C} = 1{,}1\ \mu\text{C} \\ 7{,}1 \cdot 10^{-6}\text{C} = 7{,}1\ \mu\text{C} \end{cases}$$

59. Respuesta sugerida:

En el primer caso (cargas del mismo signo), la carga es repelida y, por lo tanto, la trayectoria se desvía hacia fuera y podemos ver que las líneas de campo no se unen, sino que se repelen.

Por su parte, en el segundo caso (signos contrarios), la carga masiva atrae a la positiva porque en esta situación sí que se unen las líneas de campo de las dos cargas.

Lo podemos demostrar con la expresión de la fuerza electrostática que ejerce la carga masiva (1) sobre la otra carga (2), donde el vector unitario va de (1) a (2):

$$F_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}\begin{cases} q_2 = +q \Rightarrow \vec{F}_{12} = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} \\ q_2 = -q \Rightarrow \vec{F}_{12} = -K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} \end{cases}$$

60. Respuesta sugerida:

La velocidad de la carga no se ve afectada porque las fuerzas que actúan sobre ella debido a la presencia del campo eléctrico son perpendiculares al sentido del movimiento y se compensan.

Ahora bien, las líneas de campo sí se modifican, puesto que no se pueden cortar entre ellas y, por lo tanto, se desvían un poco cuando pasa la carga.

4 SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS INTERACCIONES GRAVITATORIA Y ELECTROSTÁTICA

Pág. 318

61. a) q y m

ANALOGÍAS	DIFERENCIAS
• m crea un campo gravitatorio y q genera un campo eléctrico.	• m se mide en kilogramos (kg) y q en culombios (C). • $m > 0$ siempre, mientras que q puede ser positiva o negativa. • m es continua, mientras que q está cuantizada.

b) F_e y F_g

ANALOGÍAS	DIFERENCIAS
• Las dos fuerzas son centrales e inversamente proporcionales a r^2. • Las dos son de alcance infinito.	• F_e es mucho más fuerte que F_g, que solo es apreciable para cuerpos de masa grande. • F_g siempre va en el sentido y dirección del campo gravitatorio. F_e puede ser en sentido igual o contrario al campo eléctrico.

62. Datos: $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m

$$F_g = G\frac{m_p m_e}{r^2}$$

$$F_g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{(5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})} = 3{,}63 \cdot 10^{-47}\ \text{N}$$

$$F_e = K\frac{e^2}{r^2}$$

$$F_e = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C})^2}{(5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

SÍNTESIS

Pág. 318

63. Respuesta sugerida:

Los epiciclos son movimientos circulares en torno a un punto que también orbita circularmente (denominado *deferente*) alrededor de otro punto. Ambos giran en el sentido de las agujas del reloj. Y lo hacen de modo que la distancia entre la Tierra y el Sol, y cualquier otro planeta y el Sol, se mantiene siempre constante. Ptolomeo afirmó que los planetas seguían estos epiciclos alrededor de puntos centrales que, a su vez, orbitaban de forma excéntrica alrededor de la Tierra. Con este sistema pudo predecir con bastante exactitud las posiciones de los planetas.

Por el contrario, en el modelo heliocéntrico el Sol es el centro y la Tierra pasa a ser un planeta más entre otros. El modelo copernicano también proponía trayectorias circulares, pero posteriormente, ya con la ley de gravitación, se llegó a la conclusión de que los movimientos debían de ser elipses con el Sol en uno de los focos, en vez del centro.

64. Kepler afirmó que la constante K era la misma para cualquier planeta del sistema solar. Pero, con la ley de gravitación universal de Newton, se pudo deducir que K depende de G y de la masa del Sol. Por lo tanto, depende del objeto alrededor del que se orbita.

65. Datos: $h = 500$ km $= 5 \cdot 10^5$ m;

$R_T = 6\,370$ km $= 6{,}37 \cdot 10^6$ m

Partiendo de que la fuerza de gravitación entre la Tierra y el satélite es la fuerza centrípeta que lo mantiene en su órbita, podemos encontrar una expresión para la velocidad:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2$$

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$

Donde:

$$r = R_T + h$$

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow M_T = g\frac{R_T^2}{G}$$

Lo sustituimos y calculamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{g_T R_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m})^2}{6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^5\ \text{m}}} = 7\,608\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Para calcular el período, lo relacionamos con la velocidad que acabamos de determinar:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} =$$

$$= \frac{2\pi(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^5\ \text{m})}{7\,608\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 5{,}7 \cdot 10^3\ \text{s} = 1{,}6\ \text{h}$$

66. Datos: $E = 150\ N \cdot C^{-1}$; $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg;

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

a) $F_g = m_e g = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2} = 8{,}9 \cdot 10^{-30}\ N$

$F_e = eE = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cancel{C} \cdot 150\ N \cdot \cancel{C^{-1}} = 2{,}4 \cdot 10^{-17}\ N$

b) $m = 1{,}0$ g

$F_g = m_e g = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2} = 8{,}9 \cdot 10^{-30}\ N$

$$F_e = P \Rightarrow q = \frac{m\,g}{E} = \frac{10^{-3}\ kg \cdot 9{,}8\ m \cdot s^{-2}}{150\ N \cdot C^{-1}} = 6{,}5 \cdot 10^{-5}$$

El signo de la carga debe ser negativo, ya que el campo es hacia el centro de la Tierray, por lo tanto, F_e tiene que ir hacia arriba para compensar el peso. En consecuencia: $q = -6{,}5 \cdot 10^{-5}$ C.

67. Datos: $m_p = 1800\, m_e$; $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m

Imponemos la condición de igualdad entre las dos fuerzas y calculamos las respectivas masas:

$$F_g = F_e \Rightarrow G\frac{m_e m_p}{r^2} = K\frac{e^2}{r^2} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N$$

$$G\frac{1800\, m_e^2}{r^2} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N$$

$$m_e = \sqrt{\frac{8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N}{1800 \cdot G}} \cdot r$$

$$m_e = \sqrt{\frac{8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N}{1800 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}} \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ m =$$

$= 4{,}4 \cdot 10^{-11}$ kg

$m_p = 1800 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-11}\ kg = 7{,}9 \cdot 10^{-8}$ kg

Evaluación (Pág. 320)

1. Órbitas de satélites, planetas, asteroides, etc.

2. a) Verdadera. Es de pequeña intensidad y disminuye mucho con la distancia, pero el campo gravitatorio generado por una masa llega a cualquier sitio.

b) Verdadera. Todo cuerpo con masa origina una fuerza de atracción a todos los cuerpos de alrededor.

c) Falsa. Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los objetos.

d) Falsa. Siempre es atractiva, ya que la masa de un cuerpo siempre es positiva.

3. a) Falso. El peso de un objeto depende de su masa, pero también de la intensidad del campo gravitatorio sobre el que esté sujeto. Por lo tanto, también depende de la distancia a la que se encuentre respecto al centro del planeta y de la masa de este.

b) Falso. Según la expresión del campo gravitatorio, cuanto mayor sea la masa, mayor será la gravedad. Aunque también hay que tener en cuenta el radio del planeta.

c) Falso. En general, puede ser cierto; pero es posible que el cuerpo esté en equilibrio con otras fuerzas o que, por ejemplo, orbite alrededor del cuerpo con una aceleración centrípeta.

d) Verdadero. En el espacio el campo gravitatorio es mucho menor y, por lo tanto, el peso también:

$$P = m\,g = G\frac{mM_T}{r^2}$$

4. Datos: $v_{perihelio} = 1{,}90 \cdot 10^5\ km \cdot h^{-1}$

$r_p = 8{,}55 \cdot 10^7$ km; $r_a = 5{,}25 \cdot 10^9$ km

Considerando que la órbita de la Tierra es circular, podemos suponer que el momento angular es constante:

$$M = F\,r \text{ sen } 180° = 0 \Rightarrow L = mrv = \text{cte}$$

Y, por lo tanto, relacionamos los momentos angulares del afelio y el perihelio para determinar la velocidad en este último punto:

$$L_a = L_p \Rightarrow mr_a v_a = mr_p v_p$$

$$v_a = \frac{r_p}{r_a} v_p = \frac{8{,}55 \cdot 10^7\ \cancel{km}}{5{,}25 \cdot 10^9\ \cancel{km}} \cdot 1{,}9 \cdot 10^5\ km \cdot h^{-1} =$$

$= 3{,}09 \cdot 10^3\ km \cdot h^{-1}$

5. Datos: $h = 300\ km = 3 \cdot 10^5$ m; $R_T = 6{,}4 \cdot 10^6$ m;

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

Usamos la expresión del campo gravitatorio:

$r = R_T + h$

$$g = G\frac{M_T}{r^2}$$

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg}{(6{,}4 \cdot 10^6\ m + 3{,}0 \cdot 10^5\ m)^2} =$$

$= 8{,}9\ m \cdot s^{-2}$

Y, a partir de la ley universal de Newton y de la tercera ley de Kepler, calculamos el período:

$T^2 = kr^3$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi}{GM_T}(R_T + h)^3} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg_T} \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 m + 3{,}0 \cdot 10^5\ m)^3}$$

$= 3078{,}2\ s = 0{,}86$ h

6. $$P = m\,g \begin{cases} P_1 = m\,G\dfrac{M_T}{r^2} \\ P_2 = m\,G\dfrac{M_T}{R_T^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{r^2}}{\frac{1}{R_T^2}} = \left(\frac{R_T}{r}\right)^2$$

7. a) Falsa. El sentido del campo eléctrico generado por una carga depende de su signo. Si $q > 0$, el campo E se aleja; si $q > 0$, el campo E se acerca.

b) Verdadera. Las líneas de fuerza son tangentes al campo eléctrico, que en cada punto es único, y siguen un mismo sentido.

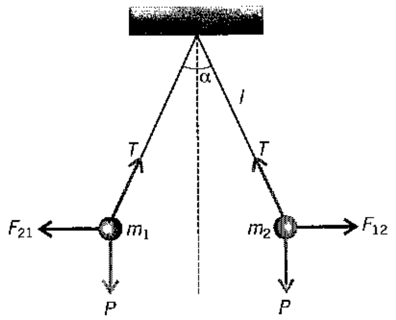
c) Verdadera. La intensidad del campo disminuye con la distancia, pero, matemáticamente, nunca llega a cero.

d) Falsa. Para que exista una fuerza eléctrica entre dos cuerpos, deben estar cargados eléctricamente.

8. Datos: $m_1 = m_2 = m = 10\ \text{g} = 0{,}01\ \text{kg}$; $\alpha = 60°$

$l = l_1 = l_2 = 30\ \text{cm} = 0{,}3\ \text{m}$

a)



b) Primero calculamos la distancia entre las dos partículas:

$$r = 2 \cdot l\, \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}3\ \text{m} \cdot \text{sen}\left(\frac{60°}{2}\right) = 0{,}3\ \text{m}$$

Y, usando la segunda ley de Newton, calculamos el valor de la carga:

$$\left.\begin{array}{l} F_e = T_x \;\Rightarrow\; K\dfrac{q^2}{r^2} = T\ \text{sen}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \\ P = T_y \;\Rightarrow\; m\,g = T\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K\dfrac{q^2}{r^2}}{m\,g} = \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$q = \sqrt{\frac{m\,g \cdot \text{tg}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}{K}} \cdot$$

$$\cdot\, r = \sqrt{\frac{0{,}01\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{tg}\left(\dfrac{60°}{2}\right)}{9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}}} \cdot 0{,}3\ \text{m}$$

$$q = \pm 7{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

9. Datos: $v_0 = 6 \cdot 10^6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v = 0$; $x = 20\ \text{cm} = 0{,}2\ \text{m}$;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

— Determinamos la aceleración del electrón con las ecuaciones del MRUA:

$$\left.\begin{array}{l} v = v_0 - at = 0 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{v_0}{a} \\ x = v_0 t - \dfrac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} x = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$a = \frac{v_0^2}{2x} = \frac{(6 \cdot 10^6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 0{,}2\ \text{m}} = 9 \cdot 10^{13}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Ahora ya podemos calcular el módulo del campo eléctrico:

$$F_e = m\,a = eE$$

$$E = \frac{m\,a}{e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 9 \cdot 10^{13}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} =$$

$$= 5{,}1 \cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

El campo eléctrico debe tener la misma dirección y el mismo sentido que la velocidad, a fin de que la fuerza eléctrica tenga así sentido contrario a ella y el electrón se frene.

10. Datos: q; $-q$; $x_1 = a$; $x_2 = -a$

Como el campo eléctrico cumple el principio de superposición, el campo total en el origen de coordenadas será la suma de los campos creados por cada una de las cargas:

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = K\dfrac{q}{a^2} \\ E_2 = K\dfrac{q}{a^2} \end{array}\right\} E_{\text{Total}} = E_1 + E_2 = 2 \cdot K\frac{q}{a^2}$$

Al ser cargas de signo contrario, los campos van en el mismo sentido y, por lo tanto, se suman.

11. Diferencias entre campo gravitatorio y electrostático:

GRAVITATORIO	ELECTROSTÁTICO
Caracterizado por la masa.	Caracterizado por la carga.
Afecta a todos los cuerpos con masa.	Solo afecta a los cuerpos cargados eléctricamente.
Siempre produce fuerzas atractivas.	Puede producir fuerzas atractivas o repulsivas.
Contiene una constante universal, G.	Constante K, que depende del medio.
Es débil.	Es fuerte.
Unidades: $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.	Unidades: $\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$.

Zona + (Pág. 322)

— *La sonda Philae aterriza en un cometa*

- Como tenían la necesidad de ahorrar combustible, tuvieron que planificar una trayectoria que aprovechase la gravedad de la Tierra y Marte. De tal forma, que describió cuatro vueltas alrededor del Sol y en cada órbita iba ganando velocidad y, por lo tanto, se iba alejando hasta alcanzar la órbita del cometa.
- Porque el impacto de la sonda con el cometa la pudo haber dañado, aunque el campo gravitatorio del cometa sea muy débil, debido a su pequeña masa.
- Objetivos:
  - Investigar la composición y las características del cometa.
  - Comprobar si el agua del océano proviene de cometas.
  - Verificar si el agua que llevan contiene materia orgánica y de qué tipo.

- Esta investigación podría permitir extraer conclusiones sobre la formación del sistema solar y entender el origen de la vida en la Tierra, ya que se dice que los cometas son los objetos menos modificados del sistema solar desde su formación, aunque esto también se tendría que demostrar.

— *El fuego de san Telmo*

- Circunstancias y causas:

  El LZ 129 *Hindenburg* fue un dirigible alemán que se incendió cuando aterrizaba, lo que supuso el fin de los dirigibles como medio de transporte. Uno de los motivos fue que se barnizó con óxido de hierro y polvo de aluminio (que forman una mezcla muy inflamable) y se llenó con hidrógeno altamente inflamable y explosivo.

  Este hecho facilitó que, durante el vuelo, se observara fuego de san Telmo debido a que el aire estaba cargado eléctricamente (había una tormenta eléctrica) y se prendió fuego repentinamente.

- El rayo globular es un fenómeno natural relacionado con las tormentas eléctricas. Son descargas de distintas formas posibles (esféricas, ovaladas, etc.) que suelen flotar y pueden hacer ruido hasta desaparecer. Este fenómeno es todavía inexplicable e impredecible.

13 Trabajo y energía

En contexto (Pág. 325)

a. Respuesta sugerida:

— Sí, es la variación de energía potencial gravitatoria ($m \cdot g \cdot h$) que, para el tren que baja, disminuye; mientras que para el que sube, aumenta.

Tipos de energía: energía eléctrica, térmica, nuclear, radiante, mecánica (cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica), química, etc.

En el movimiento de un funicular están involucradas la energía eléctrica y la mecánica (potencial gravitatoria y cinética).

El trabajo es una forma de transmisión de la energía.

— ¿De dónde proviene la energía? ¿Qué tipos hay? ¿Cómo se puede medir? ¿Cuánto consume una persona/familia de media? ¿Cómo se transforma un tipo de energía en otro y por qué?

— Conocer las distintas formas y fuentes de energía, cómo aprovecharlas, cuáles de ellas nos esperan en el futuro, profundizar en las renovables y saber por qué son tan importantes y necesarias. También, saber cuánta energía de la que consumimos proviene de las fuentes renovables, entender los conceptos de energía y de trabajo; conocer el principio de conservación de la energía, etc. La mejor manera de investigar es observando, experimentando, efectuando cálculos comparativos y leyendo información.

Fíjate (Pág. 327)

— Respuesta sugerida:

Porque hace ya unos años hemos pasado a vivir en una sociedad muy consumista y poco respetuosa con el medio ambiente, y esto nos hace ser totalmente dependientes de los diferentes tipos y fuentes de energía: electricidad (frigoríficos, ordenadores, móviles, etc.), gas natural (calefacción), petróleo (transporte, aviones, etc.).

Este modelo no es sostenible, ya que sobreexplota los recursos y es muy contaminante. Por eso se debería potenciar más el uso de energías renovables no contaminantes y, aparte, promover un decrecimiento del consumo.

Internet (Pág. 329)

— Desde la página de inicio de www.cem.es, ir a la pestaña *Divulgación* y elegir la opción *Utilidades* para consultar la tabla de conversión de unidades.

Del cálculo de los valores inversos de los de la tabla, obtenemos:

$1\ \text{J} = 10^7\ \text{erg} = 0{,}24\ \text{cal} = 6{,}3 \cdot 10^{18}\ \text{eV} = 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{kWh}$

$1\ \text{W} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{CV}$

Figura (Pág. 333)

— El arco va volviendo a su posición de equilibrio, con lo cual va disminuyendo su energía potencial elástica que se transforma en energía cinética para la flecha; es decir, la flecha sale disparada.

Problemas resueltos (Págs. 338 a 340)

1. Datos: $m = 4{,}6$ kg; $\varphi = 45°$; $W = 50$ J; $\mu = 0{,}40$

— Primero hemos de calcular F. Y, partiendo de que la velocidad es constante, sabemos que la resultante de las fuerzas se tiene que anular en las direcciones vertical y horizontal:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F\cos\varphi$$

$$F_x = F_r \quad \begin{cases} F_x = F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{cases}$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo hecho por la fuerza F es el producto de su componente en la dirección del movimiento por el desplazamiento:

$$W = F_x \Delta x$$

— Aislamos el desplazamiento y sustituimos los valores:

$$\Delta x = \frac{W}{F_x} = \frac{W}{F\,\text{sen}\,\varphi} = \frac{W}{\mu\ m\ g\ \text{sen}\,\varphi}(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi)$$

$$\Delta x = \frac{50\ \text{J}}{0{,}4 \cdot 4{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{sen}\,45°} \cdot$$

$$\cdot\,(\text{sen}\,45° + 0{,}4 \cdot \cos 45°)$$

$$\Delta x = 3{,}9\ \text{m}$$

2. Datos: $F = 80$ N; $m = 25$ kg; $\Delta x = 10$ m; $\mu = 0{,}30$

— Calculamos la normal y la fuerza de rozamiento:

$$N = mg = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 245\ \text{N}$$

$$F_r = \mu N = 0{,}30 \cdot 245\ \text{N} = 73{,}5\ \text{N}$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo por ser esta perpendicular al desplazamiento.

$$W_N = 0$$

— Lo mismo ocurre con el peso.

$$W_p = 0$$

— Ahora calculamos el trabajo realizado por la fuerza F:

$$W_F = F\Delta x = 80\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 8{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}$$

13 Trabajo y energía

En contexto (Pág. 325)

a. Respuesta sugerida:

— Sí, es la variación de energía potencial gravitatoria ($m \cdot g \cdot h$) que, para el tren que baja, disminuye; mientras que para el que sube, aumenta.

Tipos de energía: energía eléctrica, térmica, nuclear, radiante, mecánica (cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica), química, etc.

En el movimiento de un funicular están involucradas la energía eléctrica y la mecánica (potencial gravitatoria y cinética).

El trabajo es una forma de transmisión de la energía.

— ¿De dónde proviene la energía? ¿Qué tipos hay? ¿Cómo se puede medir? ¿Cuánto consume una persona/familia de media? ¿Cómo se transforma un tipo de energía en otro y por qué?

— Conocer las distintas formas y fuentes de energía, cómo aprovecharlas, cuáles de ellas nos esperan en el futuro, profundizar en las renovables y saber por qué son tan importantes y necesarias. También, saber cuánta energía de la que consumimos proviene de las fuentes renovables, entender los conceptos de energía y de trabajo; conocer el principio de conservación de la energía, etc. La mejor manera de investigar es observando, experimentando, efectuando cálculos comparativos y leyendo información.

Fíjate (Pág. 327)

— Respuesta sugerida:

Porque hace ya unos años hemos pasado a vivir en una sociedad muy consumista y poco respetuosa con el medio ambiente, y esto nos hace ser totalmente dependientes de los diferentes tipos y fuentes de energía: electricidad (frigoríficos, ordenadores, móviles, etc.), gas natural (calefacción), petróleo (transporte, aviones, etc.).

Este modelo no es sostenible, ya que sobreexplota los recursos y es muy contaminante. Por eso se debería potenciar más el uso de energías renovables no contaminantes y, aparte, promover un decrecimiento del consumo.

Internet (Pág. 329)

— Desde la página de inicio de www.cem.es, ir a la pestaña *Divulgación* y elegir la opción *Utilidades* para consultar la tabla de conversión de unidades.

Del cálculo de los valores inversos de los de la tabla, obtenemos:

$1\ \text{J} = 10^7\ \text{erg} = 0{,}24\ \text{cal} = 6{,}3 \cdot 10^{18}\ \text{eV} = 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{kWh}$

$1\ \text{W} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{CV}$

Figura (Pág. 333)

— El arco va volviendo a su posición de equilibrio, con lo cual va disminuyendo su energía potencial elástica que se transforma en energía cinética para la flecha; es decir, la flecha sale disparada.

Problemas resueltos (Págs. 338 a 340)

1. Datos: $m = 4{,}6$ kg; $\varphi = 45°$; $W = 50$ J; $\mu = 0{,}40$

— Primero hemos de calcular F. Y, partiendo de que la velocidad es constante, sabemos que la resultante de las fuerzas se tiene que anular en las direcciones vertical y horizontal:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F\cos\varphi$$

$$F_x = F_r \qquad \begin{cases} F_x = F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{cases}$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo hecho por la fuerza F es el producto de su componente en la dirección del movimiento por el desplazamiento:

$$W = F_x \Delta x$$

— Aislamos el desplazamiento y sustituimos los valores:

$$\Delta x = \frac{W}{F_x} = \frac{W}{F\,\text{sen}\,\varphi} = \frac{W}{\mu\ m\ g\ \text{sen}\,\varphi}(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi)$$

$$\Delta x = \frac{50\ \text{J}}{0{,}4 \cdot 4{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{sen}\,45°} \cdot$$

$$\cdot\,(\text{sen}\,45° + 0{,}4 \cdot \cos 45°)$$

$$\Delta x = 3{,}9\ \text{m}$$

2. Datos: $F = 80$ N; $m = 25$ kg; $\Delta x = 10$ m; $\mu = 0{,}30$

— Calculamos la normal y la fuerza de rozamiento:

$$N = mg = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 245\ \text{N}$$

$$F_r = \mu N = 0{,}30 \cdot 245\ \text{N} = 73{,}5\ \text{N}$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo por ser esta perpendicular al desplazamiento.

$$W_N = 0$$

— Lo mismo ocurre con el peso.

$$W_p = 0$$

— Ahora calculamos el trabajo realizado por la fuerza F:

$$W_F = F\Delta x = 80\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 8{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}$$

— Calculamos el trabajo que realiza la fuerza de fricción o rozamiento:

$$W_r = F_r \Delta x \cos\varphi = 73{,}5 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 180° = -7{,}4 \cdot 10^2 \text{ N}$$

3. Datos:

$$m = 20 \text{ g} = 0{,}02 \text{ kg};\ \Delta x = 18 \text{ cm} = 0{,}18 \text{ m};\ F_r = 7{,}1 \cdot 0^3 \text{ N}$$

— El trabajo realizado por la fuerza de resistencia es igual a la variación de energía cinética:

$$\left.\begin{array}{l} W = E_{cf} - E_{c0} \\ W = F\Delta x \cos\varphi \end{array}\right\} E_{cf} - E_{c0} = F\Delta x \cos\varphi$$

— La energía cinética final es cero. En consecuencia:

$$-\frac{1}{2} m v_0^2 = F_r \Delta x \cos\varphi$$

$$v_0 = \sqrt{-\frac{2F_r \Delta x \cos\varphi}{m}} =$$

$$= \sqrt{-\frac{2 \cdot 7{,}1 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 0{,}18 \text{ m} \cdot \cos 180°}{0{,}02 \text{ kg}}} = 3{,}6 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Datos: $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $E = 100$ N · C^{-1}; $\Delta x = 4$ m

a) Calculamos el trabajo realizado por la fuerza a partir de su definición:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi = q \cdot E \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi$$

$$W = 2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot 100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 0 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

b) Para calcular la diferencia de potencial eléctrico entre los dos puntos, que están separados una distancia de 4 m, tenemos en cuenta que:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V \Rightarrow V = -\frac{W}{q}$$

$$V = -\frac{8 \cdot 10^{-4} \text{ J}}{2 \cdot 10^{-6}\text{C}} = -400 \text{ V}$$

5. Datos: $q_1 = q_2 = +10^{-5}$ C; $q_3 = +10^{-7}$ C

— Calculamos el potencial electrostático en el punto C (4, 0) aplicando el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2}$$

Donde r_1 y r_2 son las distancias, respectivamente, de las cargas q_1 y q_2 al punto C. Estas distancias son las siguientes:

$$r_1 = 4 \text{ m};\ r_2 = 5 \text{ m}$$

— Sustituyendo, obtenemos:

$$V = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \frac{10^{-5}\text{C}}{4 \text{ m}} + 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \frac{10^{-5}\text{ C}}{5 \text{ m}}$$

$$V = 4 \cdot 10^4 \text{V}$$

Si se abandonara una carga puntual positiva en el punto C (4, 0), se movería espontáneamente alejándose de q_1 y q_2; pues al tener la misma carga se vería repelida. A la misma conclusión podríamos haber llegado si tenemos en cuenta que las cargas positivas se mueven espontáneamente de mayor a menor potencial, pues el potencial que generan ambas cargas disminuye conforme nos alejamos de ellas.

6. Datos: $q = +2$ C; $\Delta V = -5$ V

El trabajo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = -2 \text{ C} \cdot (-5 \text{ V}) = 10 \text{ J}$$

7. Datos: $Q_1 = +2 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_2 = -5 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_3 = +4 \cdot 10^{-6}$ C; $r_{1A} = 0{,}8$ m; $r_{1B} = 0{,}5$ m; $r_{2A} = 1$ m; $r_{2B} = 0{,}5$ m; $r_{3A} = 0{,}6$ m; $r_{3B} = 0{,}5$ m

a) Calculamos el potencial electrostático en el punto A aplicando el principio de superposición y sustituyendo los datos que nos dan:

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 = K\frac{Q_1}{r_{1A}} + K\frac{Q_2}{r_{2A}} + K\frac{Q_3}{r_{3A}}$$

$$V_A = 37\,500 \text{ V}$$

Calculamos el potencial electrostático en el punto A aplicando el principio de superposición y sustituyendo los datos que nos dan:

$$V_B = V_1 + V_2 + V_3 = K\frac{Q_1}{r_{1B}} + K\frac{Q_2}{r_{2B}} + K\frac{Q_3}{r_{3B}}$$

$$V_B = 18\,000 \text{ V}$$

Así, la diferencia de potencial entre A y B será:

$$V_A - V_B = (37\,500 - 18\,000) \text{ V} = 19\,500 \text{ V}$$

b) El trabajo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = -3 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot (-19\,500 \text{ V})$$

$$W = -5{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

c) El resultado anterior nos indica que el movimiento de la carga es espontáneo, por lo que es el propio campo eléctrico el que realiza el trabajo. Así pues, el trabajo que efectúa el campo eléctrico es igual al calculado en el apartado anterior.

8. Datos: $m = 20$ kg; $v = 1{,}0$ m · s^{-1}; $k = 350$ N · m^{-1}

La energía cinética de la piedra va disminuyendo y se va transformando en energía potencial elástica del muelle hasta llegar a su máxima compresión. En esta situación, toda la energía cinética inicial de la piedra se ha transformado en energía potencial elástica del sistema muelle-piedra. Entonces se invierte el proceso y se vuelve a la situación inicial, puesto que en este caso no hay rozamiento.

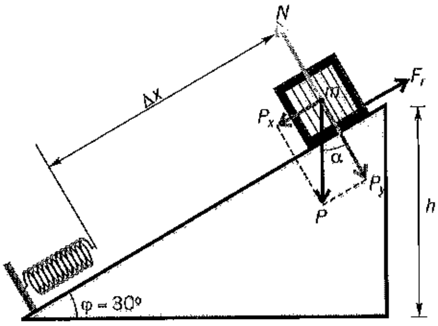
$$\Delta E_m = 0;\ E_{c0} = E_{pf}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v = \sqrt{\frac{20 \text{ kg}}{350 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}} \cdot 1{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0{,}24 \text{ m}$$

9. Datos:

$m = 6{,}0$ kg; $h = 1{,}2$ m; $k = 400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $\mu = 0{,}40$; $\varphi = 30°$



a) La variación de la energía mecánica es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$\Delta E_m = W_r = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$-F_r \Delta x = \frac{1}{2} m v_f^2 - mgh$$

Calculamos el desplazamiento del bloque hasta el muelle:

$$\Delta x = \frac{h}{\text{sen}\,\varphi} = \frac{1{,}2\ \text{m}}{\text{sen}\,30°} = 2{,}4\ \text{m}$$

Y calculamos la velocidad:

$$v_f = \sqrt{2\,\frac{-\mu \cancel{m} g \Delta x \cos\varphi + \cancel{m} gh}{\cancel{m}}} =$$

$$= \sqrt{2\cdot(-0{,}4\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2{,}4\ \text{m}\cdot\cos 30° + 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1{,}2\ \text{m})} =$$

$$= 2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Toda la energía cinética del bloque se transforma en potencial elástica, ya que ahora la energía mecánica se conserva (se supone que no hay rozamiento).

$$\Delta E_m = 0;\ E_{cf} = E_p$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v = \sqrt{\frac{6{,}0\ \text{kg}}{4\,000\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}}\cdot 2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}33\ \text{m}$$

Nota: Si se repite el cálculo suponiendo que sí hay rozamiento, sale el mismo resultado; tomando el mismo número de cifras significativas. Ello se debe a que la deformación del muelle es muy pequeña, con lo que el trabajo de la fuerza de rozamiento también es muy pequeño.

c) La velocidad inicial es la hallada en el primer apartado, pero ahora la energía mecánica no se conserva. Por eso, la altura a la que llega el bloque será menor que la inicial:

$$\Delta E_m = W_r = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\left.\begin{aligned} -F_r d &= -\frac{1}{2} m v^2 + mgy \\ d &= \frac{y}{\text{sen}\,\varphi} \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \frac{y}{\text{sen}\,\varphi}\cos\varphi = -\frac{1}{2}\cancel{m} v^2 + \cancel{m} g y$$

$$y = -\frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{-\dfrac{\mu}{\text{tg}\,\varphi} - 1}\right) = -\frac{(2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}\left(\frac{1}{-\dfrac{0{,}4}{\text{tg}\,30°} - 1}\right)$$

$$y = 0{,}22\ \text{m}$$

10. Datos:

$E = 9{,}0\cdot 10^4$ J; $h = 15$ m; $m_m = 1550$ kg; $m_c = 1200$ kg

— El motor hace un trabajo no conservativo que se transmite en forma de variación de energía potencial:

$$W = \Delta E_m = \Delta E_p = m_m gh - m_c gh = (m_m - m_c)\,gh =$$

$$= (1550\ \text{kg} - 1200\ \text{kg})\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 15\ \text{m} = 5{,}1\cdot 10^4\ \text{J}$$

— Calculamos la eficiencia energética a partir de la relación entre el trabajo necesario y la energía total consumida:

$$\eta = \frac{E_{\text{útil}}}{E_{\text{cons}}} = \frac{W}{E} = \frac{5{,}1\cdot 10^4\ \cancel{\text{J}}}{9{,}0\cdot 10^4\ \cancel{\text{J}}} = 0{,}57 = 57\ \%$$

11. Datos:

$m = 800$ kg; $h = 7{,}0$ m; $t = 5{,}0$ s; $P = 4{,}0$ kW; $\eta = 85\ \%$

— Primero hallamos la energía consumida para, a continuación, calcular la energía útil del proceso a partir de la eficiencia:

$$W_c = P\Delta t = 4{,}0\ \text{kW}\cdot 5{,}0\ \text{s} = 2{,}0\cdot 10^4\ \text{J}$$

$$W_u = \eta W_c = 0{,}85\cdot 2{,}0\cdot 10^4\ \text{J} = 1{,}7\cdot 10^4\ \text{J}$$

— Aislamos la masa del contrapeso de la ecuación que relaciona el trabajo con la variación de energías potenciales del ascensor y su contrapeso:

$$W_u = \Delta E_m = \Delta E_p = \Delta E_{pa} + \Delta E_{pc} = m_a gh - m_c gh$$

$$m_c = m_a - \frac{W_u}{gh} = 800\ \text{kg} - \frac{1{,}7\cdot 0^4\ \text{J}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 7{,}0\ \text{m}} =$$

$$= 5{,}5\cdot 10^2\ \text{kg}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 341 a 344)

1 LA ENERGÍA Y SU RITMO DE TRANSFERENCIA — Pág. 341

12. Energía eléctrica (petróleo, reacciones nucleares, viento, sol), térmica (carbón, biomasa, calor interno de la Tierra), energía química (reacciones químicas de nuestro cuerpo y de las combustiones).

Además de renovable, tiene que ser el mínimo de contaminante posible. También es conveniente que sea económicamente rentable.

13. Datos: $F = 26$ N; $\Delta x = 4{,}0$ m; $\varphi = 120°$

Hallamos el trabajo efectuado por la fuerza:

$$W = F\Delta x\cos\varphi = 26\ \text{N}\cdot 4{,}0\ \text{m}\cdot\cos 120° = -52\ \text{J}$$

14. Datos: $W = 12 \cdot 10^4$ J; $t = 1$ min = 60 s

Calculamos la potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{12 \cdot 10^4 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 2\,000 \text{ W} = 2{,}0 \text{ kW}$$

15. La energía acústica pertenece a la energía mecánica (variaciones de energía cinética y potencial).

La energía de las microondas pertenece a la energía radiante (radiación electromagnética).

16. **G. W. Leibniz** (1646-1716). Estudió los experimentos de caída libre de Galileo y se dio cuenta de que el impacto del objeto tenía que depender de su peso y su velocidad de caída (la cual está relacionada con *h*). Puso nombre a este impacto: *vis viva* (fuerza viva), que definió con la fórmula matemática equivalente al doble de la energía cinética que hoy conocemos.

J. L. Lagrange (1736-1813). Reformuló la mecánica clásica newtoniana con un método que consiste en tratar la energía cinética y la potencial como variables del problema (en vez de seguir el movimiento de cada parte), escritas en función de cualquier tipo de coordenadas. A él se debe la formulación matemática del teorema de conservación de la energía mecánica.

J. R. Mayer (1814-1878). Médico de profesión, fue el primero (a la vez que Joule) en comprobar la transformación de trabajo mecánico en calor, y viceversa, obteniendo un valor para la caloría. En su obra *El movimiento orgánico* enunció el principio de conservación de la energía, aunque él la designaba con el término de *fuerza*.

W. J. M. Rankine (1820-1872). Ingeniero al que debemos la utilización del término *energía* en el sentido amplio que utilizamos actualmente. Estudió la termodinámica y estableció un ciclo de conversión de calor en trabajo. Distinguió entre la energía real perdida en los procesos dinámicos y la energía potencial por la que se reemplaza. Y estableció que la suma de las dos energías es constante. Así pues, Rankine formuló una ciencia de la energética que daba cuenta de una dinámica en términos de energía y sus transformaciones en lugar de fuerza y movimiento.

17. El trabajo efectuado por la fuerza es cero, ya que no hay desplazamiento:

$$W = F\Delta x = 0$$

18. Una fuerza se dice que desarrolla un trabajo motor si al menos una de sus componentes va en el mismo sentido que el desplazamiento, formando un ángulo comprendido entre:

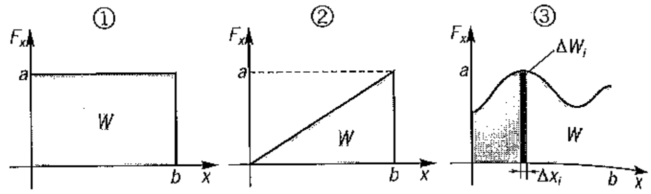
$$-90° < \varphi < 90°$$

Y en el caso que se oponga a dicho movimiento, entonces estará haciendo un trabajo resistente. El intervalo del ángulo entre la fuerza y el sentido del movimiento será:

$$90° < \varphi < 270°$$

— En este caso desarrolla un trabajo motor, ya que cumple la primera condición.

19.



El trabajo es el área que queda debajo de la función. Por eso, en un caso simple (rectángulo, triángulo, etc.) solo hace falta calcular la correspondiente área de base Δx y altura *F*. Pero en un caso más complejo se tendría que integrar (es decir, sumar el producto de cada valor de *F* por su intervalo de *x* correspondiente).

$$W_1 = ba; \quad W_2 = \frac{1}{2}ba; \quad W_3 = \sum_i F_i \Delta x_i$$

20. Sí. Por ejemplo, en una combustión. En este caso se libera energía térmica y luminosa a partir de la energía química almacenada en los enlaces químicos. O bien, si se sostiene un peso sin desplazarlo no se produce trabajo sobre este, pero sí que se produce calor a partir de la energía química de los músculos. (Cabe destacar que, en realidad, sí que hay trabajo a nivel microscópico, pero como hablamos a nivel macroscópico no hace falta considerarlo).

21. Datos: $P = 8{,}6 \cdot 10^{16}$ W; $t = 1$ h $= 3{,}6 \cdot 10^3$ s

La energía solar que se absorbe en una hora se calcula de la siguiente forma:

$$E = P \cdot t = 8{,}6 \cdot 10^{16} \text{ W} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3{,}1 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

22. Datos: $P = 1{,}40$ kW; $t = 1$ h $= 3{,}6 \cdot 10^3$ s

La energía empleada por la fresadora es:

$$E = P \cdot t = 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ s} = 5{,}04 \cdot 10^6 \text{ J}$$

La energía eléctrica se transforma en energía mecánica.

23. Sí. Por ejemplo, si aplicas una fuerza a un cuerpo y vas realizando trabajo puede haber instantes en que la fuerza sea perpendicular al desplazamiento; con lo cual el trabajo y la potencia son nulas en ese instante. Sin embargo, el valor medio de la potencia puede ser no nulo debido al resto de las contribuciones.

24. Datos: $m = 12$ kg; $v = 1{,}2$ m·s^{-2}

Calculamos la potencia que el motor comunica a la polea:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = Fv = mgv =$$

$$= 12 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} 1{,}2 \text{ m·s}^{-1} = 1{,}4 \cdot 10^2 \text{ W}$$

25. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $d = 5{,}0$ m; $t = 15$ s; $\mu = 0{,}40$

a) El trabajo, y por lo tanto también la potencia, de la fuerza normal y del peso es cero porque son perpendiculares al desplazamiento:

$$W_N = W_p = 0; \; P = 0$$

Como la velocidad es constante, la resultante de las fuerzas debe ser nula:

$$F = F_r = \mu mg$$

$$N = mg$$

Hallamos el trabajo realizado por F y F_r:

$$W_F = F\Delta x = \mu\, m\, g\, \Delta x \cos\varphi =$$

$$= 0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m} \cdot \cos 0° = 1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$W_r = F\Delta x = \mu\, m\, g\, \Delta x \cos\varphi =$$

$$= 0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m} \cdot \cos 180° = -1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Determinamos el valor absoluto de la potencia, que tendrá el mismo valor para las dos fuerzas:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}}{15 \text{ s}} = 11 \text{ W}$$

b) En este caso, la fuerza normal y del peso tampoco producen trabajo:

$$W_N = W_p = 0;\ P = 0$$

Hallamos F utilizando que en las direcciones vertical y horizontal la resultante de las fuerzas debe ser nula:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F \operatorname{sen}\varphi$$

$$F_x = F_r \begin{cases} F_x = F\cos\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\operatorname{sen}\varphi) \end{cases}$$

$$F\cos\varphi = \mu(mg - F\operatorname{sen}\varphi);\ F = \frac{\mu\, m\, g}{\cos\varphi + \mu\operatorname{sen}\varphi}$$

Determinamos el trabajo de la componente F_x de la fuerza:

$$W_F = F_x\Delta x = F\cos\varphi\Delta x = \frac{\mu mg}{\cos\varphi + \mu\operatorname{sen}\varphi}\cos\varphi\Delta x =$$

$$= \frac{0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{\cos 50° + 0{,}40 \cdot \operatorname{sen} 50°}\cos 50° \cdot 5{,}0 \text{ m} = 1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Calculamos el trabajo de F_r utilizando que la suma de los trabajos realizados debe ser cero.

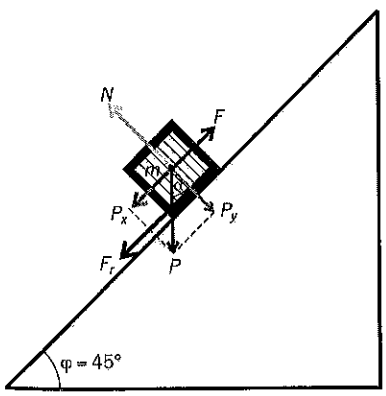
$$W_F + W_r = 0;\ W_r = -W_F = -1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Calculamos la potencia en valor absoluto, que es la misma para las dos fuerzas:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}}{15 \text{ s}} = 7{,}3 \text{ W}$$

26. Datos:

$m = 8{,}0$ kg; $\varphi = 45°$; $d = 4{,}0$ m; $t = 12$ s; $\mu = 0{,}45$



— Sabemos que la resultante de las fuerzas se anula en todas las direcciones.

$$N = mg\cos\varphi$$

$$F = F_r + mg\operatorname{sen}\varphi$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo:

$$W_N = 0$$

— Calculamos el trabajo de la componente de la fuerza peso en la dirección del plano:

$$W_P = F_P\Delta x = mg\operatorname{sen}\varphi\Delta x\cos 180° =$$

$$= 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \operatorname{sen} 45° \cdot 4{,}0 \text{ m} \cdot (-1) = -2{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Calculamos el trabajo de la fuerza de rozamiento:

$$W_r = F_r\Delta x = \mu N = \mu\, m\, g\cos\varphi\,\Delta x\cos 180° =$$

$$= 0{,}45 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \cos 45° \cdot 4{,}0 \text{ m} \cdot (-1) =$$

$$= -1{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Determinamos el trabajo de F utilizando que la suma de los trabajos realizados debe ser cero, puesto que no hay variación de energía cinética del sistema:

$$W_F + W_r + W_P = 0;\ W_F = -W_r - W_P = 3{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Hallamos las potencias correspondientes:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

$$P_N = 0;\ P_P = \frac{2{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 18 \text{ W};$$

$$P_r = \frac{1{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 8{,}3 \text{ W};\ P_F = \frac{3{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 27 \text{ W}$$

27. El trabajo de una fuerza centrípeta es cero porque esta fuerza siempre actúa perpendicularmente al desplazamiento del cuerpo.

28. Le ha impulsado la fuerza de reacción que el jugador ha hecho contra el suelo (tiene que ser mayor que su peso). El trabajo es el valor de la fuerza por el desplazamiento de sus piernas (desde el punto máximo de flexión de las piernas hasta que los pies dejan de tocar el suelo). La energía ha salido de los músculos (energía química y mecánica).

29. Datos:

$\varphi = 25$ cm $= 0{,}25$ m; $w = 90$ rev$\cdot$min^{-1} $= 3\pi$ rad$\cdot$s^{-1};

$F = 12$ N; $\mu = 0{,}35$

— Hallamos la fuerza de rozamiento:

$$F_r = \mu N = 0{,}35 \cdot 12 \text{ N} = 4{,}2 \text{ N}$$

— Y calculamos la potencia:

$$P = \frac{\Delta W_r}{\Delta t} = F_r v = F_r w r =$$

$$= 4{,}2 \text{ N} \cdot 3\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 0{,}125 \text{ m} = 4{,}9 \text{ W}$$

2 LA ENERGÍA CINÉTICA Págs. 341 y 342

30. Datos:

$m = 145$ g $= 0{,}145$ kg; $v = 12{,}0$ cm·s^{-1} $= 0{,}12$ m·s^{-1}

Calculamos la energía cinética aplicando la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}145 \text{ kg} \cdot (0{,}12 \text{ m·s}^{-1})^2 = 1{,}04 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 1{,}04 \text{ mJ}$$

31. El teorema de las fuerzas vivas nos dice que el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética. O, análogamente, la suma de todos los trabajos sobre un cuerpo coincide con la variación de su energía cinética.

32. Datos: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $v_1 = v$; $v_2 = \frac{2}{3}v$

Hallamos la energía cinética del padre (E_{c2}) en función de la del hijo (E_{c1}), y obtenemos que es 8/9 veces la del hijo:

$$E_{c1} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m\left(\frac{2}{3}v^2\right)^2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}mv^2 = \frac{8}{9}E_{c1}$$

33. Datos: $m = 60$ kg; $v_f = 9{,}0$ m·s^{-1}; $P = 400$ W

— Partiendo del teorema de las fuerzas vivas, hallamos el trabajo realizado; que corresponde a la energía proporcionada por los músculos:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 60 \text{ kg} \cdot (9{,}0 \text{ m·s}^{-1})^2 = 2\,430 \text{ J} = 2{,}4 \text{ kJ}$$

— Aislamos el tiempo de la definición de potencia y lo calculamos:

$$P = \frac{W}{\Delta t};\ \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{2\,430 \text{ J}}{400 \text{ W}} = 6{,}0 \text{ s}$$

34. Datos:

$m = 0{,}5$ kg; $v = 35$ m·s^{-1}; $m_1 = 0{,}2$ kg; $v_1 = 50$ m·s^{-1};

$m_2 = 0{,}3$ kg; $v_2 = 80$ m·s^{-1}

Calculamos la variación de energía cinética:

$$\Delta E_c = E_f - E_0 = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right) - \frac{1}{2}mv^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \text{ kg} \cdot (50 \text{ m·s}^{-1})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \text{ kg} \cdot (80 \text{ m·s}^{-1})^2 -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \text{ kg} \cdot (35 \text{ m·s}^{-1})^2 = 903{,}8 \text{ J} = 0{,}9 \text{ kJ}$$

Este aumento de energía cinética proviene de la energía térmica del cohete que, a su vez, proviene de la energía química del combustible.

35. Datos:

$m = 950$ kg; $v_0 = 80$ km·s^{-1} $= 22$ m·s^{-1}; $W = 1{,}1 \cdot 10^5$ J

Calculamos la velocidad final aislándola de la expresión del teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m} + v_0^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ J}}{950 \text{ kg}} + (22 \text{ m·s}^{-1})^2} = 27 \text{ m·s}^{-1}$$

36. Datos: $h_1 = 2{,}8$ m; $m = 0{,}55$ kg; $h_2 = 12$ cm $= 0{,}12$ m

— Utilizamos las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) para hallar el tiempo de caída y la velocidad final:

$$\Delta y = h_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}gt^2;\ t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$$v = at = g\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{2gh_1}$$

— Calculamos la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}gh =$$

$$= 0{,}55 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} \cdot 2{,}8 \text{ m} = 15 \text{ J}$$

— Aislamos la fuerza de rozamiento de la siguiente expresión:

$$W = F_r\Delta x;\ F_r = \frac{W}{\Delta x} = \frac{E_c}{h_2} = \frac{15 \text{ J}}{0{,}12 \text{ m}} = 1{,}3 \cdot 10^2 \text{ N}$$

37. La energía cinética no depende de la dirección ni del sentido del desplazamiento, ya que se calcula con el módulo de la velocidad.

Sí que depende del sistema de referencia inercial (SRI), ya que la velocidad de un cuerpo es relativa al sistema de referencia.

El teorema de las fuerzas vivas es válido para cualquier SRI, pero si se comparan valores entre distintos sistemas de referencia no coincidirán; ya que las velocidades son relativas. Por tanto, al aplicar el teorema de las fuerzas vivas, hay que mantener el SRI elegido y efectuar todos los cálculos con respecto a dicho sistema.

38. Datos: $m = 60$ kg; $h = 10$ m; $F = 700$ N

— Hallamos la aceleración y el tiempo con el que sube la mujer hasta llegar al helicóptero, suponiendo un MRUA:

$$F - mg = ma;\ a = \frac{F}{m} - g$$

$$\Delta y = h = \frac{1}{2}at^2;\ t = \sqrt{\frac{2h}{\frac{F}{m} - g}}$$

— Y lo sustituimos para calcular la velocidad:

$$v = at = \left(\frac{F}{m} - g\right)\sqrt{\frac{2h}{\frac{F}{m} - g}} = \sqrt{2h\left(\frac{F}{m} - g\right)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m} \cdot \left(\frac{700 \text{ N}}{60 \text{ kg}} - 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}\right)} = 6{,}1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

— Otra forma más fácil de solucionar este problema es aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = (F - mg)\Delta y = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

— De esta expresión, aislamos y calculamos la velocidad. Fíjate que obtenemos la misma expresión que con la aplicación de las fórmulas del MRUA:

$$v = \sqrt{\frac{2(F - mg) \cdot \Delta y}{m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot (700 \text{ N} - 60 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot 10 \text{ m}}{60 \text{ kg}}}$$

$v = 6{,}1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3 LA ENERGÍA POTENCIAL Págs. 342 y 343

39. Es la energía que tiene un cuerpo debido a la posición que ocupa. O también puede pensarse como una medida del trabajo que un sistema puede realizar en función de su posición.

40. Datos: $m = 65$ kg; $h_1 = 2\,430$ m; $h_2 = 3\,810$ m

Hallamos la variación de energía potencial gravitatoria:

$$\Delta E_p = mg(h_2 - h_1) =$$

$$= 65 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (3\,810 \text{ m} - 2\,430 \text{ m}) = 8{,}8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

41. La energía potencial de un muelle que no está ni comprimido ni alargado es cero, porque, por convenio, es el estado que se toma como origen de la energía potencial elástica.

42. Datos: $Q = +5 \cdot 10^{-6}$ C; $r = 5$ m; $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C

a) El potencial eléctrico que una carga crea a una cierta distancia de ella es una magnitud escalar que se calcula de la manera siguiente:

$$V = K\frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \text{ m}} = 9\,000 \text{ V}$$

b) La energía potencial eléctrica de una carga puntual q será:

$$E_P = qV = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 9\,000 \text{ V} = 0{,}018 \text{ J}$$

43. Sí. Es posible si, por ejemplo, los dos puntos se encuentran a la misma distancia de la carga que genera el potencial eléctrico. En tal caso, al ser igual la distancia, el potencial será el mismo en cualquier punto que equidiste de la carga (el conjunto de todos estos puntos recibe el nombre de superficie equipotencial).

44. Sí. Un ejemplo es el de objetos de igual masa situados en puntos distintos, pero todos ellos a la misma altura con respecto a la superficie terrestre, tienen la misma energía potencial gravitatoria.

— Otro ejemplo es el de dos muelles de igual longitud y constante elástica k: uno de ellos alargado hasta la posición x y el otro alargado hasta la posición $-x$. En estos dos puntos hay la misma energía potencial elástica.

45. Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado para desplazar un cuerpo es independiente del camino, y por lo tanto solo depende de su posición inicial y final. La fuerza de la gravedad, la elástica y la electrostática son conservativas; mientras que la fuerza de rozamiento y la magnética no lo son. Otro ejemplo de fuerza no conservativa es la que ejercemos al tirar de un objeto con una cuerda.

46. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $h = 1{,}6$ m

El trabajo se invierte en aumentar la energía potencial gravitatoria de la ropa:

$$W = \Delta E_p = mgh = 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1{,}6 \text{ m} = 1{,}3 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$W = F\Delta x = \Delta E_p$$

47. El trabajo será el mismo para los tres planos, ya que solo depende de las posiciones inicial y final (siempre y cuando no haya rozamiento). Pero el plano inclinado de 30° nos permite subir el saco realizando una fuerza menor, aunque con un desplazamiento mayor.

48. Datos: $m = 30$ L $= 30$ kg; $W = 1{,}47$ kJ $= 1{,}47 \cdot 10^3$ J

— Calculamos la profundidad del pozo a partir del trabajo realizado en contra de la fuerza gravitatoria para sacar el agua:

$$W = mgh;\ h = \frac{W}{mg} = \frac{1{,}47 \cdot 10^3 \text{ J}}{30 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 5{,}0 \text{ m}$$

— Calculamos la energía potencial del agua en el fondo del pozo, teniendo en cuenta la definición de energía potencial gravitatoria:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} = -E_{p0} = -mgh =$$

$$= 30 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 5 \text{ m} = -1{,}47 \text{ kJ}$$

El signo negativo es debido a que hemos tomado la energía potencial final como origen de energía potencial y, por lo tanto, su valor es nulo.

49. Datos: $\Delta x = 3$ cm $= 3 \cdot 10^{-2}$ m

— Aislamos la deformación de la definición de energía potencial elástica:

$$E_p = E = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2;\ \Delta x = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

— Y calculamos la deformación para una energía la mitad de E:

$$\Delta x' = \sqrt{\frac{2}{k}\frac{E}{2}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ cm}$$

50. Datos: k = 90 N·m^{-1}; Δx = 12 cm = 0,12 m

Calculamos la energía potencial de un muelle y la multiplicamos por tres:

$$E_p = 3 \cdot \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 90 \text{ N·m}^{-1} \cdot (0{,}12 \text{ m})^2 = 1{,}9 \text{ J}$$

51. a) Si la carga se mueve en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, lo hace de tal manera que su potencial disminuye; las cargas positivas se mueven espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes, por lo que su energía potencial disminuirá. A la misma conclusión podríamos haber llegado si tenemos en cuenta que la fuerza eléctrica sobre la carga tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico.

b) Si la carga se mueve en dirección perpendicular al campo eléctrico, se moverá describiendo una trayectoria parabólica; al tener la fuerza eléctrica la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, entonces se moverá espontáneamente; de manera que su energía potencial disminuirá.

Si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida, entonces las posiciones inicial y final coinciden; por lo que el trabajo será nulo y la energía potencial eléctrica, constante.

52. a) De acuerdo con el principio de superposición, el potencial eléctrico que generan ambas cargas es la suma (escalar) de los potenciales que cada una crea por separado. Si ambas cargas son positivas, los potenciales que crean a su alrededor también son positivos; por lo que el potencial a su alrededor nunca podrá anularse.

b) La energía potencial de un sistema de dos cargas es directamente proporcional a los valores de las cargas e inversamente proporcional a la distancia que las separa:

$$E_P = K \frac{Qq}{r}$$

Si las cargas se separan una distancia igual al doble de la inicial, la energía potencial de ambas —que es positiva por ser positivas las dos cargas— se verá reducida a la mitad.

53. a) Si una carga Q pasa de A a B se mueve de menor a mayor potencial. Entonces, la variación de su energía potencial depende de la diferencia de potencial de la manera siguiente:

$$\Delta E_P = q \cdot \Delta V$$

Como $\Delta V > 0$, entonces deducimos que la energía potencial aumentará si la carga Q es positiva y disminuirá si es negativa.

b) El potencial que una carga Q genera a su alrededor depende de dicha carga y de la distancia:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Como el potencial disminuye conforme nos alejamos de la carga Q, deducimos que será una carga positiva.

54. Datos: $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$ C; d = 0,1 m

De acuerdo con el principio de superposición, el potencial eléctrico total que generan ambas cargas es igual a la suma (escalar) de los potenciales que crea cada carga por separado. Sea x la distancia entre q_1 y el punto —intermedio entre ambas cargas— donde se anula el campo. Entonces, tendremos:

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{x} + K \frac{q_2}{d - x} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-6}}{x} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0{,}1 - x} \Rightarrow x = 0{,}033 \text{ m}$$

Así pues, el potencial eléctrico se anulará a 3 cm de q_1 y a 7 cm de q_2.

55. Datos: $v = 5{,}0 \cdot 10^5$ m·s^{-1}; E = 50 N·C^{-1}

Si un electrón penetra en un campo eléctrico de igual dirección y sentido que su velocidad, la fuerza eléctrica que actúa sobre él tiene sentido contrario a su velocidad; por lo que acabará por detenerse. El campo eléctrico es conservativo, por lo que la energía mecánica del electrón permanecerá constante durante su movimiento:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_P = 0$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = q\Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{mv^2}{2q}$$

$$\Delta V = \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot (5{,}0 \cdot 10^5 \text{m·s}^{-1})^2}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0{,}71 \text{ V}$$

Hallamos finalmente la distancia que recorre el electrón sabiendo que el campo eléctrico y la diferencia de potencial están relacionados de la manera siguiente:

$$E = \frac{-V}{r} \Rightarrow r = \frac{-V}{E} = \frac{0{,}71 \text{ V}}{50 \text{ V·m}^{-1}} = 1{,}4 \text{ cm}$$

56. Datos: $q_1 = q_2 = -1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C; $q_3 = -1{,}5 \cdot 10^{-6}$ C; $r_{1P} = r_{2P}$ = 5 m

La energía potencial de una carga depende de dicha carga y del potencial eléctrico al que se encuentra sometida. Calculamos el potencial eléctrico total aplicando el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{r_{1P}} + K \frac{q_2}{r_{2P}}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5} = -4\,320 \text{ V}$$

Finalmente, la energía potencial de la carga será:

$$E_P = q_3 \cdot V = -1{,}5 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot (-4\,320 \text{ V}) = 6{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

57. Datos: E = 2000 N·C^{-1}; V = 6000 V

a) Para calcular la carga Q que crea el campo y la distancia entre ella y el punto P (r), aplicamos las respectivas definiciones de campo eléctrico y potencial eléctrico generados por una carga a una cierta distancia de ella:

$$E = K\frac{Q}{r^2} \Rightarrow 2\,000\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} = K\frac{Q}{r^2}$$

$$V = K\frac{Q}{r} \Rightarrow 6\,000\ \text{V} = K\frac{Q}{r}$$

Podemos resolver el sistema de ecuaciones, dividiendo miembro a miembro, para obtener:

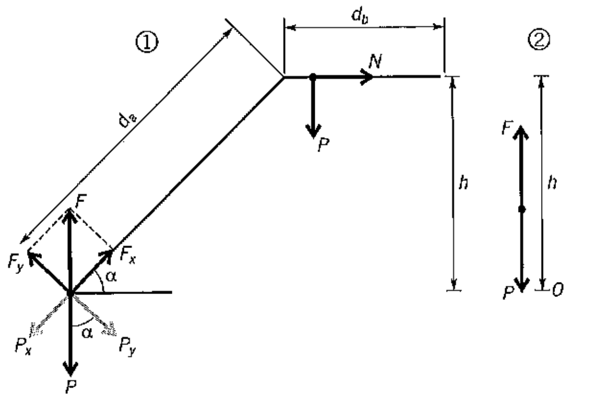
$$r = 3\ \text{m};\ Q = 2\cdot 10^{-6}\text{C} = 2\ \mu\text{C}$$

b) El trabajo que debe realizarse para desplazar una carga de un punto a otro de un campo eléctrico depende de la carga y de la diferencia de potencial entre ambos puntos:

$$W = -\Delta E_P = -q\cdot \Delta V$$

Ahora bien, si la carga se mueve desde el punto (3, 0) hasta el punto (0, 3) lo hace entre dos puntos que se encuentran al mismo potencial por encontrarse a la misma distancia de la carga *(Q)* que genera el campo. Por tanto, el trabajo realizado será nulo (podemos decir que *q* se mueve sobre una superficie equipotencial). Asimismo, no es necesario especificar la trayectoria seguida porque la carga se mueve dentro de un campo eléctrico, que es conservativo; por lo que el trabajo realizado para desplazarla no depende de la trayectoria que siga, sino únicamente de las posiciones inicial y final.

58.



— Buscamos la relación trigonométrica entre d_A, h y α:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{d_A} \rightarrow d_A = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$

— Calculamos el trabajo realizado por la fuerza peso en el primer caso, en el que solo contribuye la componente del peso opuesta al desplazamiento:

$$\begin{cases} W_A = Fd_A = mg\,\text{sen}\,\alpha\cdot\dfrac{h}{\text{sen}\,\alpha}\cdot\cos 180^\circ = -mgh \\ W_B = Fd_B = mgd_B\cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

$$W_1 = W_A + W_B = -mgh$$

— Calculamos el trabajo obtenido con el desplazamiento vertical:

$$W_2 = F\Delta x = mgh\cdot\cos 180^\circ = -mgh$$

El trabajo es el mismo en los dos casos, ya que la fuerza gravitatoria es conservativa. El signo negativo se debe a que el peso se opone al movimiento del objeto.

59. Datos: $k = 400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $m = 2{,}0$ kg

a) El trabajo de la fuerza normal del techo es cero, ya que en todo momento actúa sobre un punto en reposo que no realiza ningún desplazamiento:

$$W_N = 0$$

El muelle estará en la nueva posición de equilibrio cuando la fuerza del peso esté en equilibrio con la fuerza elástica. En esta situación, aislamos el alargamiento:

$$\left.\begin{aligned} F &= mg \\ F &- k\Delta x \end{aligned}\right\} mg = k\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{2{,}0\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} = 4{,}9\cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

b) El trabajo efectuado por la fuerza del muelle es igual a la variación de la energía potencial elástica cambiada de signo:

$$W = -\Delta E_p = -\frac{1}{2}k\cdot(\Delta x)^2 =$$

$$= -\frac{1}{2}400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}(4{,}9\cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 = -0{,}48\ \text{J}$$

60. Datos: $m = 0{,}5$ kg; $k = 100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

Las fuerzas que actúan son la del peso del móvil, la elástica del muelle, la fuerza normal del techo (de acción y reacción) y una fuerza exterior contraria al movimiento (p. ej., una mano que sujeta). Pero solo las dos primeras y la externa realizan trabajo.

— Calculamos el desplazamiento usando el hecho de que, en la posición final, el peso y la fuerza elástica están en equilibrio:

$$mg = k\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}5\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} =$$

$$= 4{,}9\cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

— Calculamos el trabajo realizado por la fuerza peso:

$$W = F\Delta x = mg\Delta x = 0{,}5\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 4{,}9\cdot 10^{-2}\ \text{m} =$$

$$= 0{,}24\ \text{J}$$

— Hallamos la energía potencial elástica del muelle:

$$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}\cdot 100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot(4{,}9\cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 =$$

$$= 0{,}12\ \text{J}$$

Estos dos valores no coinciden porque el peso es una fuerza constante, mientras que la fuerza del muelle va aumentando hasta que se equilibran las dos. Esto se explica debido a que hay una tercera fuerza externa que compensa esta diferencia y permite llegar al equilibrio gradualmente (donde se cumple $m\cdot g = k\cdot x$), ya que si no, el muelle se pondría a oscilar indefinidamente.

El trabajo de la fuerza externa coincide con la diferencia de las dos energías calculadas y se disipa en forma de calor (rozamiento entre el peso y la mano que lo sujeta).

61. Datos: $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $E = 100$ N · C^{-1}; $r = 4$ m

a) Si la partícula se encuentra en el seno de un campo eléctrico dirigido en el sentido positivo del eje *x*, la fuerza eléctrica que existe sobre ella irá dirigida en el mismo sentido que el campo eléctrico. Por tanto, hasta que alcanza un punto *A* situado a 4 m del origen, la carga se moverá con MRUA.

b) La carga se mueve espontáneamente en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, de manera que su energía potencial va a disminuir. Esta disminución de energía potencial eléctrica conlleva un aumento de su energía cinética y, por tanto, de su velocidad.

c) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es igual a la disminución de energía potencial de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V$$

Para calcular la diferencia de potencial entre los dos puntos entre los que se mueve la carga nos ayudamos de la relación que existe con el campo eléctrico:

$$E = -\frac{\Delta V}{r} \Rightarrow \Delta V = -E_r = -100 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1} \cdot 4 \text{ m} = -400 \text{ V}$$

Sustituyendo:

$$W = -2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot (-400 \text{ V}) = 8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

62. De acuerdo con la relación entre el campo eléctrico y el potencial:

$$E = -\frac{\Delta V}{r}$$

Podemos deducir que si en una zona del espacio el potencial es constante, será $\Delta V = 0$; por lo que no existirá campo eléctrico en dicha región.

4 ENERGÍA MECÁNICA

Págs. 343 y 344

63. La energía mecánica de un cuerpo o sistema es la suma de su energía cinética y sus energías potenciales.

64. La energía mecánica se conservará solamente si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo —efectuando trabajo— son conservativas.

65. Las fuerzas de rozamiento se oponen al movimiento. Por eso se dice que efectúan un trabajo resistivo. El trabajo que realizan estas fuerzas es negativo. No son fuerzas conservativas porque su valor depende de la trayectoria seguida. El trabajo realizado por estas fuerzas afecta disminuyendo la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúa.

66. Datos: $l = 1{,}0$ m; $h = 0{,}05$ m

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica tomando como origen de energía potencial su posición de equilibrio:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 0{,}05 \text{ m}} = 0{,}99 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

67. Datos: $v_f = 134$ km·h^{-1} = 37,2 m·s^{-1}; $h = 70$ m

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v_0 = \sqrt{v_f^2 - 2gh} = \sqrt{(37{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 70 \text{ m}} =$$

$$= 3{,}4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

68. Sí, tal y como nos indica el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{total} = \Delta E_c$$

La variación de la energía cinética coincidirá con la variación de la energía potencial (cambiada de signo) siempre que las fuerzas sean conservativas; con lo cual la energía mecánica será constante (p. ej., en la caída libre de un cuerpo o la oscilación de un muelle).

69. Datos: $v = 100$ km·h^{-1} = 27,9 m·s^{-1}

Calculamos la altura desde la cual se tiene la misma energía potencial que la energía cinética del vehículo a 100 km·h^{-1}:

$$E_c = E_p; \ \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(27{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 39 \text{ m}$$

Suponiendo que en la caída toda la energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética, entonces se puede decir que:

Si no se utiliza el airbag, un impacto a 100 km·h^{-1} equivale a una caída desde una altura de 39 m.

70. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $h = 5{,}0$ m; $k = 1{,}0 \cdot 10^3$ N·m^{-1}

a) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m}} = 9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Aplicamos de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pe} = 0$$

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 - 0 = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v = \sqrt{\frac{8{,}0 \text{ kg}}{1{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}} \cdot 9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}89 \text{ m}$$

c) Usamos la ley de Hooke para calcular la fuerza elástica:

$$F = -k\Delta x \rightarrow |F| = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} \cdot (0{,}89 \text{ m}) =$$

$$= 8{,}9 \cdot 10^2 \text{ N}$$

71. Datos: $m = 25$ kg; $d = 3{,}5$ m; $\varphi = 45°$; $\mu = 0{,}30$

Las fuerzas de rozamiento provocan una disminución de la energía mecánica que se transforma en calor y en deformación del cuerpo.

— Hallamos la fuerza normal:

$$N = mg\cos\varphi = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \cos 45° = 173{,}2\ \text{N}$$

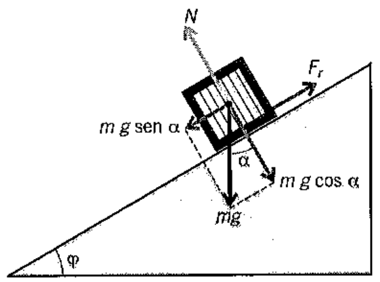
— La variación de la energía mecánica es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$\Delta E_m = W_r = F_r d = \mu N \cos 180° =$$

$$= 0{,}3 \cdot 173{,}2\ \text{N} \cdot 3{,}5\ \text{m} \cdot (-1) = -1{,}8 \cdot 10^2\ \text{J}$$

72. Datos: $m = 3{,}0$ kg; $h = 4{,}0$ m; $v_f = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) Inicialmente, toda la energía mecánica del bloque es energía potencial gravitatoria. Al deslizarse por el plano inclinado, parte de su energía potencial se transforma en energía cinética, y el resto —que coincide con la disminución de la energía mecánica debido al trabajo de la fuerza de rozamiento— se transforma en calor.



b) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es igual a la variación de energía potencial gravitatoria cambiada de signo:

$$W = -(E_{p\,\text{final}} - E_{p\,\text{inicial}}) = -(0 - mgh) =$$

$$= 3{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m} = 1{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}$$

El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la pérdida de energía mecánica:

$$W_r = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

$$W_r = \frac{1}{2} \cdot 3{,}0\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 3{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m}$$

$$W_r = -80\ \text{J}$$

73. Datos: $m = 150$ kg; $\varphi = 30°$; $\mu = 0{,}20$; $d = 2{,}0$ m

— Calculamos la fuerza aplicada teniendo en cuenta que la velocidad es constante y, en consecuencia, la resultante de la fuerza debe ser nula:

$$\left.\begin{array}{l} F = m\,g\,\text{sen}\,\varphi + F_r \\ N = m\,g\cos\varphi \end{array}\right\} F = m\,g\,\text{sen}\,\varphi + \mu\, m\, g\cos\varphi$$

$$F = mg(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi) =$$

$$= 150\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (\text{sen}\,30° + 0{,}20 \cdot \cos 30°) =$$

$$= 9{,}9 \cdot 10^2\ \text{N}$$

— Hallamos la altura usando una relación trigonométrica:

$$\text{sen}\,\varphi = \frac{h}{d};\ h = d\,\text{sen}\,\varphi = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{sen}\,30° = 1{,}0\ \text{m}$$

— Calculamos el aumento de energía potencial:

$$\Delta E_p = mgh = 150\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}0\ \text{m} = 1470\ \text{J} = 1{,}5\ \text{kJ}$$

74. Su energía potencial aumentará si en el desplazamiento de la partícula la fuerza conservativa realiza un trabajo negativo. En cambio, si en el desplazamiento de la partícula el trabajo realizado por la fuerza conservativa es positivo, entonces, la energía potencial de la partícula disminuirá.

Su energía cinética variará en el sentido contrario que su energía potencial, puesto que la energía mecánica se conserva.

75. Datos: $m = 57\ \text{g} = 5{,}7 \cdot 10^{-2}$ kg; $v_0 = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\varphi = 45°$

a) En el instante inicial, la energía mecánica es igual a la energía cinética de la pelota:

$$E_{m_A} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}5{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot (10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})^2 = 2{,}9\ \text{J}$$

b) Determinamos la altura máxima imponiendo que, en ese punto, toda la energía cinética asociada a la componente vertical de la velocidad se transforma en energía potencial gravitatoria:

$$v_{y0} = v \cdot \cos\varphi = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \cos 45° = (5 \cdot \sqrt{2})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$m\,g\,h_{\text{máx}} = \frac{1}{2}m v_{y0}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{(5 \cdot \sqrt{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 2{,}5\ \text{m}$$

c) El máximo valor de energía potencial corresponde a la máxima altura:

$$E_p = mgh = 5{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2{,}5\ \text{m} = 1{,}4\ \text{J}$$

d) Como todas las fuerzas que actúan sobre la pelota son conservativas, la energía mecánica se tiene que conservar:

$$E_{m_B} = E_{m_A} = 2{,}9\ \text{J}$$

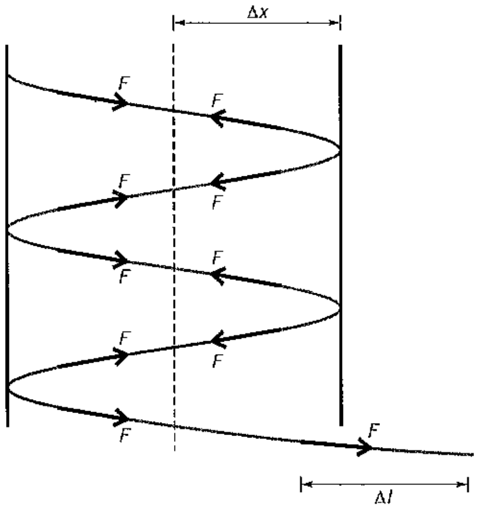
SÍNTESIS

Pág. 344

76. a) El trabajo es el producto de la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo por su desplazamiento.

b) Para multiplicar el valor de la fuerza aplicada, lo que hacemos es repartir esta misma fuerza en distintos puntos; con lo que el desplazamiento realizado también se produce en estos puntos. Y es que, tal y como nos indica la definición de trabajo, podemos elegir entre aplicar mucha fuerza en poco recorrido, o bien aplicar poca fuerza en mucho recorrido.

c) El trabajo que tiene que hacer el hombre al tirar del hilo es el mismo que hacen los dos palos para acercarse. En el siguiente ejemplo veremos la relación entre el hilo tirado y el desplazamiento de los palos hasta tocarse:



$$\left.\begin{array}{l} W = F\Delta l \\ W' = F'\Delta x = 8F\Delta x \end{array}\right\} \cancel{F}\Delta l = 8\cancel{F}\Delta x \rightarrow \Delta l = 8\Delta x$$

El hombre tendrá que tirar unas 8 veces más del hilo de lo que se desplazan los palos. Este tipo de sistemas nos permite mover grandes masas con poco esfuerzo.

77. El rozamiento con las vías efectúa un trabajo resistivo.

78. Un teorema es una proposición demostrable lógicamente partiendo de otros teoremas ya aceptados (la mayoría son matemáticos).

Un principio es una proposición, o verdad fundamental no demostrada, por la que se empieza a estudiar un tema.

Una ley es una teoría demostrada y que se cumple siempre.

79. Datos: $h = 4{,}0$ m; $Q = 180$ L·s^{-1}; $m = 180$ kg

a) Calculamos la energía potencial en lo alto del salto:

$$E_p = mgh = 180 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} \cdot 4{,}0 \text{ m} = 7{,}1 \text{ kJ}$$

El trabajo realizado por la fuerza peso es la variación de la energía potencial gravitatoria cambiada de signo:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{p\,\text{final}} - E_{p\,\text{inicial}}) =$$

$$= -(0 - mgh) = mgh = 7{,}1 \text{ kJ}$$

b) Aplicamos la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} \cdot 4{,}0 \text{ m}} = 8{,}9 \text{ m·s}^{-1}$$

c) Calculamos la velocidad de salida del agua sabiendo que es un 60 % menor que la de entrada:

$$v_s = v_e - \frac{60}{100}v_e = 8{,}9 \text{ m·s}^{-1} - 0{,}6 \cdot 8{,}9 \text{ m·s}^{-1} = 3{,}6 \text{ m·s}^{-1}$$

Calculamos la potencia máxima partiendo de que el trabajo que se puede extraer de la rueda es la variación de energía cinética del agua cambiada de signo:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{-\Delta E_c}{\Delta t} = -\frac{1}{2}Q(v_f^2 - v_i^2) =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 180 \text{ kg·s}^{-1} \cdot [(3{,}6 \text{ m·s}^{-1})^2 - (8{,}9 \text{ m·s}^{-1})^2]$$

$$P_{\text{máx}} = 5{,}9 \text{ kW}$$

80. a) La producción instantánea corresponde a la potencia instantánea (MW). Y la producción horaria corresponde al trabajo obtenido (1 MWh = 3,6 · 10^9 J).

b) Es muy positivo que el sector de las energías renovables destaque y sea motor de la energía, ya que esto demuestra que es una fuente de energía eficiente y, por lo tanto, del presente.

c) Respuesta sugerida:

La energía eólica es una alternativa viable.
La energía eólica despega y rompe récords.
La eólica llega a ser la principal fuente de energía eléctrica.

d) Teniendo en cuenta la relación entre la masa, la densidad y el caudal Q (volumen por unidad de tiempo):

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 \\ \dfrac{m}{\Delta t} = \rho Q = \rho vS \end{array}\right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{1}{2}\frac{m}{\Delta t}v^2 = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

81. a) Las dos masas seguirían en equilibrio porque todas las fuerzas se seguirían compensando entre sí.

b) Tomamos el origen de energía potencial en la base del plano:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} =$$

$$= Mgh + mg(h - l) - 0 - mgh = Mgh - mgl$$

c)

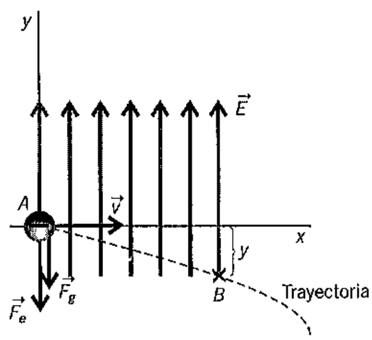
$$\Delta E_m = \Delta E_p = M\cancel{g}h - m\cancel{g}l = 0$$

$$m = \frac{h}{l}M$$

Esta expresión coincide con la que se obtendría si se resolviera el problema a partir de las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos.

82. Datos: $m = 5 \cdot 10^{-3}$ kg; $v = 0{,}2$ m·s^{-1}; $E = 500$ N·C^{-1}

a) La trayectoria seguida por la partícula es parabólica, puesto que, como puede observarse en la figura, la partícula avanza hacia la derecha a la vez que sobre ella se ejercen dos fuerzas dirigidas verticalmente hacia abajo: la fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria.



Además, como se mueve en sentido contrario al campo eléctrico, su potencial aumenta; de manera que, al tratarse de una carga negativa, disminuirá su energía potencial eléctrica.

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico depende de la carga que se mueve y de la diferencia de potencial existente entre los dos puntos entre los que se desplaza:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V$$

Para hallar la diferencia de potencial entre los puntos A y B de la figura necesitamos conocer la distancia (y) que los separa, pues sabemos que:

$$E = \frac{\Delta V}{y} \Rightarrow \Delta V = E_y$$

Hallamos la distancia (y) teniendo en cuenta que, en la dirección vertical, la partícula se mueve con MRUA. Su aceleración será, de acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_e + F_g = ma \Rightarrow qE + mg = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{qE + mg}{m}$$

$$a = \frac{6 \cdot 10^{-6}\,\text{C} \cdot 500 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}} = 10{,}4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Así pues, la distancia vertical (y) que se ha desviado la partícula será:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 10{,}4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (5\ \text{s})^2 = 130\ \text{m}$$

La diferencia de potencial entre A y B será:

$$\Delta V = E_y = 500\,\text{N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot 130\,\text{m} = 65\,000\ \text{V}$$

Finalmente, el trabajo realizado por el campo eléctrico será:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 65\,000\ \text{V} = 0{,}4\ \text{J}$$

Evaluación (Pág. 346)

1. a) Verdadera. Porque el producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento es cero:

$$W = F\Delta x \cos 90° = 0$$

b) Falsa. El trabajo motor debe tener una componente en el sentido del movimiento. No obstante, también puede actuar en otras direcciones; siempre y cuando la componente en la misma dirección del desplazamiento tenga el mismo sentido que este.

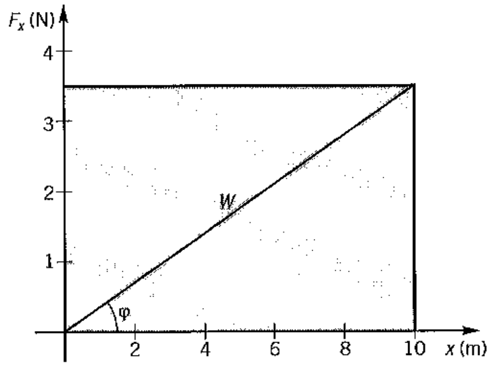
c) Verdadera. El trabajo es la variación de energía, y si este es negativo significa que ha disminuido la energía transformándose en otro tipo o transfiriéndose a otro cuerpo o sistema.

d) Falsa. Para que una fuerza haga trabajo debe haber un desplazamiento. Por ejemplo, yo puedo hacer una fuerza para sustentar un objeto sin moverlo de sitio, en cuyo caso no estoy realizando trabajo.

2. Datos: $\Delta x = 10$ m; $F = 4{,}0$ N; $\varphi = 30°$

Hallamos la fuerza en la componente x:

$$F_x = F\cos 30° = 3{,}5\ \text{N}$$



$$W = b \cdot a = 10\ \text{m} \cdot 3{,}5\ \text{N} = 35\ \text{J}$$

3. Datos: $m = 30$ kg; $\varphi = 45°$; $\mu = 0{,}1$; $\Delta x = 2{,}0$ m

— Hallamos la fuerza utilizando que la resultante de la fuerza debe ser nula en todas las direcciones:

$$\left.\begin{array}{l} F_x = F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{array}\right\} F_x = F_r$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo de la fuerza normal y del peso es nulo porque son perpendiculares al desplazamiento.

$$W_N = W_p = 0$$

— Determinamos el trabajo de la fuerza F en la dirección del desplazamiento:

$$W = F_x\Delta x = F\cos\varphi\Delta x = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}\cos\varphi\Delta x =$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{sen}\,45° + 0{,}1 \cdot \cos 45°} \cdot \cos 45° \cdot 2{,}0\ \text{m} = 54\ \text{J}$$

— Calculamos el trabajo de F_r utilizando el hecho de que la suma de los trabajos realizados tiene que ser cero:

$$W_F + W_r = 0;\ W_r = -W_F = -54\ \text{J}$$

4. Datos: $m = 350$ kg; $v = 6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Calculamos la potencia que desarrolla el ascensor:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = Fv = mgv$$

$$P = 350\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 2{,}1 \cdot 10^3\ \text{W}$$

5. Datos:

$v_0 = 80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = 22{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta x = 20$ m; $m = 350$ kg

a) Calculamos la fuerza de rozamiento que sufre la moto a partir del teorema de las fuerzas vivas:

$$\Delta E_c = W \rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = |F_r| \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = -|F_r| \cdot \Delta x$$

$$\frac{1}{2} \cdot 350\ \text{kg}\,(0 - 22{,}2^2)\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = -F_r \cdot 20\ \text{m} \rightarrow F_r = 4{,}2 \cdot 10^3\ \text{N}$$

b) La energía cinética de la moto se transforma en energía calorífica a través de los frenos, que se calientan con el rozamiento.

6. a) Verdadera. Porque va con el módulo de la velocidad *(v^2)*, que siempre será positivo, y la masa no puede ser negativa.

b) Falsa. Dependiendo de dónde se tome el origen de energía y según si el cuerpo está por encima o por debajo de este, la E_p será positiva o negativa.

c) Verdadera. La energía interna se define como la suma de las E_c y E_p de las partículas y sus interacciones.

d) Falsa. Una fuerza no conservativa puede realizar trabajo positivo o negativo. Por ejemplo, si alzo un objeto con la mano estoy efectuando un trabajo positivo sobre este, incrementándole la energía potencial. O el trabajo realizado por la fuerza de un motor también es positivo. En cambio, una fuerza de rozamiento sí que realizará siempre un trabajo negativo, ya que se opone al movimiento.

e) Falsa. La energía mecánica se mantendrá constante solo si las fuerzas que actúan son conservativas. En caso contrario, su disminución vendrá dada por el trabajo de dichas fuerzas.

7. Datos:

$m = 19{,}2\ \text{g} = 1{,}92 \cdot 10^{-2}\ \text{kg}$; $v = 200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 55{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Toda la energía potencial elástica se transforma en energía cinética:

$$E_p = E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}92 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot (55{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 29{,}7\ \text{J}$$

El trabajo efectuado por el arquero es la variación de energía potencial elástica desde que el arco está sin tensar hasta que el arquero lo ha tensado:

$$W = \Delta E_p = E_p = 29{,}7\ \text{J}$$

8. Datos: $Q_1 = 200 \cdot 10^{-12}$ C; $Q_2 = -100 \cdot 10^{-12}$ C; $r_{1A} = 0{,}80$ m; $r_{1B} = 0{,}20$ m; $r_{2A} = 0{,}20$ m; $r_{2B} = 0{,}80$ m; $Q_3 = 500 \cdot 10^{-6}$ C

a) Para calcular la diferencia de potencial entre A y B, debemos hallar los valores de los potenciales en cada punto; aplicamos para ello el principio de superposición:

$$V_A = V_1 + V_2 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1A}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2A}}$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{200 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}80\ \text{m}} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-100 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}20\ \text{m}} = -2{,}25\ V$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1B}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2B}}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{200 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}20\ \text{m}} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-100 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}80\ \text{m}} = 7{,}875\ \text{V}$$

Finalmente, la diferencia de potencial entre A y B será:

$$V_A - V_B = -2{,}25\ \text{V} - 7{,}875\ \text{V} = -10\ \text{V}$$

b) El trabajo necesario para desplazar una tercera carga Q_3 desde A hasta B será:

$$W = -E_P = -Q_3 \cdot -V$$

$$W = -500 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot (-10\ \text{V}) = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

9. Datos:

a) Determinamos la potencia suponiendo que todo el trabajo se emplea para variar la energía cinética:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} mv_f^2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000\ \text{kg} \cdot (57\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{3{,}5\ \text{s}} = 4{,}6 \cdot 10^5\ \text{W}$$

b) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica (v_f pasa a ser v_1):

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

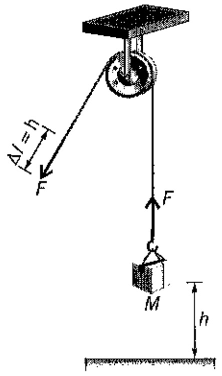
$$\frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 + mgh - 0 = 0$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh}$$

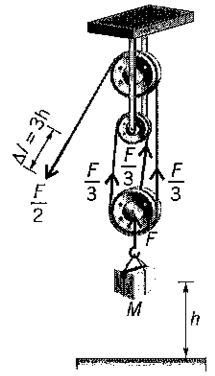
$$v_2 = \sqrt{(57\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 139\ \text{m}} = 23\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

10. Datos:

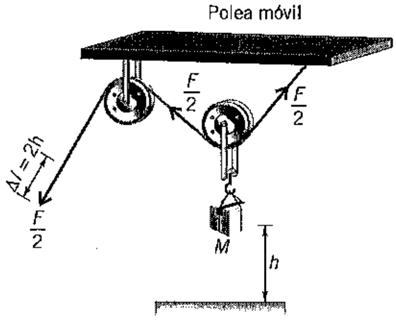
Polea simple



Polea compuesta



Polea móvil



a) El trabajo es la fuerza aplicada por el desplazamiento del bloque, que equivale a la diferencia de energía potencial de este:

$$W = F\Delta x = mgh = 50\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m} = 2{,}0 \cdot 10^3\ \text{J}$$

Para realizar este trabajo, ha sacado energía de los músculos (energía química producida en la ruptura de los enlaces de las moléculas) que se ha transformado en energía potencial para los ladrillos.

b) Una polea simple fija se emplea para cambiar el sentido de la fuerza y nos permite levantar pesos con mayor comodidad. Aunque, si queremos elevar un cuerpo con menor esfuerzo, necesitaremos una polea móvil (la fuerza necesaria es la mitad) o un sistema de poleas compuesto (la fuerza necesaria se divide por el número de poleas).

c) La energía potencial del bloque se transforma en energía cinética:

$$E_c = E_p;\ \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m}} = 8{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Al chocar con el suelo, esta energía cinética se disipa en forma de calor y deformación (y posiblemente ruptura) de los ladrillos y del suelo.

Zona + (Pág. 347)

— *Necesidades energéticas*

- Lectura y comprensión del texto.

— *Energía potencial*

- Potencial. Que tiene o encierra en sí potencia. O también, que puede suceder o existir, en contraposición de lo que existe.

  Energía potencial. Capacidad de un cuerpo para realizar trabajo en razón de su posición en un campo de fuerzas.

- Es posible transferir la energía potencial entre pelotas gracias a la diferencia de masas entre ellas. Al principio, las dos pelotas caen a igual velocidad y primero choca contra el suelo la pelota inferior. Esta pelota rebota y, a continuación, choca con la pelota superior que está descendiendo. Al chocar las dos pelotas, la pelota de mayor masa (y, por lo tanto, mayor energía) ejerce más fuerza sobre la otra y le transmite gran parte de su energía provocando una deformación en la pelota pequeña. Y luego, esta energía potencial debida a la deformación se transforma en energía cinética de la pelota pequeña.

- Hay una transferencia de energía porque se produce un choque en el que, como en todo choque, se conserva el momento lineal. La energía total no tiene por qué conservarse, sino que puede haber una cierta pérdida caracterizada por el coeficiente de restitución de cada pelota. Sin embargo, aquí el aspecto relevante es la transferencia energética entre las dos pelotas. Esta transferencia energética es posible gracias a la diferencia de masas y a la elasticidad de las pelotas.

  Todas las pelotas sufren una deformación al chocar con el suelo o con otra pelota, de tal forma que almacenan energía potencial elástica que, a posteriori, se transforma en energía cinética. Pero la pelota pequeña, como tiene menos masa y es más elástica, se deforma mucho más y por eso sale disparada con tanta velocidad.

  Una cámara de alta velocidad grabaría cómo las pelotas se deforman y luego recuperan su forma mientras ganan energía cinética.

— *El secreto de la piña*

- Lectura y comprensión del texto.

14 Movimiento armónico simple

En contexto (pág. 351)

a. Respuesta sugerida:

— Hechos conocidos sobre los péndulos: los péndulos constan de una masa unida al extremo de un hilo; pueden oscilar y se emplean, por ejemplo, para medir el tiempo. Nos podemos plantear cómo se relaciona el tiempo de oscilación con las características del péndulo y cómo afecta el rozamiento con el aire a la oscilación del péndulo. El movimiento del péndulo sugiere una analogía con el vaivén de las olas del mar.

— Después de practicar con la simulación, se aprende que el tiempo de oscilación depende de la longitud del hilo; de forma que, a mayor longitud, mayor período de oscilación. También se aprende que, en ausencia de fricción o rozamiento, el período es independiente del valor de la masa.

Nos podemos plantear para qué valor del ángulo inicial y para qué grado de rozamiento, dos péndulos de igual longitud, pero de distinta masa, dejan de tener el mismo período; y cómo el emplazamiento del péndulo (Luna, Tierra, Júpiter, planeta X) afecta a su movimiento.

El movimiento del péndulo sugiere también una analogía con las oscilaciones de los resortes elásticos.

b. Respuesta sugerida:

— El péndulo oscilará con mayor rapidez cuanto mayor sea la altura a la que se deja caer. Asimismo, oscilará más rápido cuanto mayor sea la fuerza que lo tire hacia abajo; es decir, cuanto mayor sea la aceleración de la gravedad del lugar.

— Depende de la longitud del péndulo, de la aceleración de la gravedad del lugar donde está el péndulo, y del grado de fricción con el aire.

— En la simulación se aprecia que la velocidad del péndulo depende del desplazamiento angular, de forma que, para pequeñas oscilaciones, el péndulo se mueve más despacio que para oscilaciones grandes. En cualquier caso, el período de oscilación para el mismo péndulo es constante y solo depende de su longitud y de la gravedad. En ausencia de rozamiento, el movimiento del péndulo es independiente de la masa del péndulo. Ahora bien, cuando hay fricción, el movimiento del péndulo sí depende del desplazamiento angular, de forma que, a mayor fricción y a mayor desplazamiento angular, hay mayor dependencia del movimiento del péndulo con el valor de la masa. En estas circunstancias, el movimiento del péndulo de menor masa se amortigua antes que el de mayor masa.

c. Respuesta sugerida:

— Las principales aplicaciones del movimiento armónico simple (MAS) son en el campo de la medida del tiempo (en relojes de péndulo, o en relojes basados en vibraciones de cristales de cuarzo). Esto se debe a la principal característica del MAS: que el período de oscilación del cuerpo es independiente de la amplitud de la oscilación. Por ello, aun cuando un péndulo oscile con una amplitud cada vez menor, seguirá manteniendo constante su período.

— Otras aplicaciones del MAS son:

- En el metrónomo. Se utiliza el MAS para marcar el ritmo, puesto que el período en el MAS es constante.
- En los amortiguadores de los vehículos. Se utilizan muelles que se mueven de forma que disipan rápidamente la energía potencial adquirida por un bache del camino. Se trata de MAS amortiguados.
- En actividades lúdicas. En columpios y juguetes de muelles, o tipo tentetieso, el MAS tiene lugar al desplazar el cuerpo de su posición de equilibrio estable.

Problemas resueltos (págs. 363 a 365)

1. Datos: $A = 1$ mm; $v(x = 0) = 2$ m·s^{-1}; $v(t = 0) = 0$

— En el MAS, la velocidad se relaciona con la posición por:

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

De esta expresión, determinamos el inverso de la pulsación:

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{|v|}$$

— Sustituimos los datos del enunciado para hallar el período a partir de la pulsación:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{A^2 - x^2}}{|v|} = \frac{2\pi\sqrt{(10^{-3}\ \cancel{m})^2 - (0\ \cancel{m})^2}}{2\ \cancel{m}\cdot s^{-1}} =$$

$$= \pi 10^{-3}\ \text{s} = 3\cdot 10^{-3}\ \text{s}$$

Se ha expresado el resultado con una cifra significativa, de acuerdo con el número de cifras significativas de los datos. Por tanto, el período es de 3 ms.

— La ecuación de la velocidad en el MAS es:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

— La pulsación es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{\pi 10^{-3}\ \text{s}} = 2\cdot 10^3\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— La ecuación de la velocidad, según el Sistema Internacional de Unidades (SI), es:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) = 10^{-3}\cdot 2\cdot 10^3\cos(2\cdot 10^3 t + \varphi)$$

$$v = 2\cos(2\cdot 10^3 t + \varphi)$$

— Hallamos la fase inicial a partir del valor inicial de la velocidad:

$$0 = A\omega\cos(0+\varphi) \rightarrow \varphi = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

— Por tanto, hay dos posibles soluciones para la ecuación de la velocidad:

$$v = 2\cos\left(2\cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$v = 2\cos\left(2\cdot 10^3 t + \frac{3\pi}{2}\right)\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

2. Datos: Amplitud A; $v = \dfrac{v_{máx}}{2}$

— En el MAS, las ecuaciones de la elongación y de la velocidad son, respectivamente:

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t+\varphi);\ v = A\omega\cos(\omega t+\varphi)$$

— El valor máximo de la velocidad es: $v_{máx} = A\omega$

— Hay que hallar la elongación en el instante de tiempo t' en que la velocidad es la mitad de su valor máximo:

$$v = \frac{v_{máx}}{2} = \frac{A\omega}{2} = A\omega\cos(\omega t'+\varphi)$$

— De la expresión anterior resulta:

$$\cos(\omega t'+\varphi) = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \mathrm{sen}(\omega t'+\varphi) = \pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

— Por tanto, la elongación es:

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t'+\varphi) = \pm A\cdot\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pm A\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. Datos: $a_{máx} = 158\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$; $f = 4$ Hz; $t_1 = 0{,}125$ s; $x_1 = 0{,}125$ cm

— En el MAS, las ecuaciones de la elongación y de la aceleración son, respectivamente:

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)\ ;\ a = -A\omega^2\mathrm{sen}(\omega t+\varphi)$$

— El valor máximo de la aceleración es:

$$a_{máx} = A\omega^2$$

— Calculamos la pulsación a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 4\,\mathrm{Hz} = 8\pi\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

— Hallamos la amplitud a partir de $a_{máx}$:

$$a_{máx} = A\omega^2 \rightarrow 1{,}58\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} = A\cdot(8\pi\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}})^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow A = \frac{1{,}58\ \mathrm{m}\cdot \cancel{\mathrm{s}^{-2}}}{64\pi^2\,\cancel{\mathrm{s}^{-2}}} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

— A continuación, buscamos la fase inicial y sustituimos los datos de posición y tiempo en la ecuación de la elongación:

$$x_1 = A\,\mathrm{sen}(\omega t_1+\varphi)$$

$$1{,}25\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{sen}(8\pi\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}\cdot 0{,}125\,\mathrm{s}+\varphi)$$

— De esta expresión se deduce:

$$\frac{1{,}25}{2{,}50} = \frac{1}{2} = \mathrm{sen}(\pi\,\mathrm{rad}+\varphi) \rightarrow \pi+\varphi = \begin{cases}\dfrac{\pi}{6}\\ \dfrac{5\pi}{6}\end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \varphi = \begin{cases} -\dfrac{5\pi}{6} \\ -\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$$

— Hay dos posibles valores de la fase inicial, con lo que también hay dos posibles ecuaciones del movimiento:

$$x = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{sen}\left(8\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)\mathrm{m}$$

$$x = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{sen}\left(8\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\mathrm{m}$$

4. Datos: $T = 8{,}0$ s; $A = 2{,}0$ m

— En el MAS, los valores máximos de la velocidad y la aceleración vienen dados por:

$$v_{máx} = A\omega\ ;\ a_{máx} = A\omega^2$$

— Calculamos la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8{,}0} = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

— Hallamos $v_{máx}$ y $a_{máx}$:

a) $v_{máx} = A\omega = 2{,}0\ \mathrm{m}\cdot\dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} = \dfrac{\pi}{2}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

b) $a_{máx} = A\omega^2 = 2{,}0\ \mathrm{m}\cdot\left(\dfrac{\pi}{4}\mathrm{rad\cdot s^{-1}}\right)^2 = \dfrac{\pi^2}{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

5. Datos: $m\cdot g = 780$ N; $\Delta x = 2{,}50\ \mathrm{cm} = x_{máx}$

— La frecuencia de oscilación de una masa m sujeta a un muelle de constante elástica k viene dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

— En la posición de equilibrio, el módulo de la fuerza recuperadora del muelle es igual al de la fuerza peso:

$$m\,g = |-k\,\Delta x| \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta x}$$

— Sustituimos las expresiones y los datos del enunciado:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta x}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}8\,\cancel{\mathrm{m}}\cdot\mathrm{s^{-2}}}{2{,}5\cdot 10^{-2}\,\cancel{\mathrm{m}}}} = 3{,}2\ \mathrm{Hz}$$

6. Datos: $m = 1{,}5$ kg; $F = 15$ N; $x = 10$ cm

— Hallamos la constante elástica del muelle a partir del valor de la fuerza necesaria para producir la deformación:

$$F = |-k\,x| \rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{15\ \text{N}}{0{,}10\ \text{m}} = 150\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

— El valor de la frecuencia angular o pulsación es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}{1{,}5\ \text{kg}}} = 10\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Empezamos a contar el tiempo cuando el cuerpo se suelta; es decir, cuando la elongación es máxima y la velocidad es nula. Esto equivale a que la fase inicial es $\frac{\pi}{2}$ (así la velocidad es nula y la elongación es positiva y de valor máximo).

Por tanto, la ecuación del movimiento es:

$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi) \rightarrow x = 0{,}10\ \text{sen}\left(10\,t + \frac{\pi}{2}\right)\text{m}$$

7. Datos: $m = 3{,}0$ kg; $A = 8{,}0$ cm; $a_{\text{máx}} = 3{,}50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— La energía mecánica total de un sistema objeto-muelle con MAS es:

$$E_m = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2\,A^2$$

— Hallamos el valor de ω^2 a partir de los valores de amplitud y aceleración máxima del objeto unido al muelle:

$$a_{\text{máx}} = A\,\omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{a_{\text{máx}}}{A} = \frac{3{,}50\ \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-2}}{0{,}080\ \cancel{\text{m}}}$$

— Por último, calculamos la energía mecánica total:

$$E_m = \frac{1}{2}m\,\omega^2\,A^2 = \frac{1}{2}\cdot 3{,}0\ \text{kg}\cdot\frac{3{,}50}{0{,}080}\text{s}^{-2}\cdot(0{,}080)^2\ \text{m}^2$$

$$E_m = 0{,}42\ \text{J}$$

8. Datos: $m = 1$ kg; $A = 0{,}1$ m; $E_c(t=0) = E_{c\,\text{máx}} = 0{,}5$ J

— La ecuación del movimiento en un MAS es:

$$x = A\,\text{sen}(\omega\,t + \varphi)$$

— En un MAS, la energía cinética es máxima al pasar por la posición de equilibrio. Por tanto, en el instante inicial, $x = 0$, lo cual permite deducir el valor de la fase inicial: $\varphi = 0$. Por tanto:

$$x = A\,\text{sen}(\omega t)$$

— Hallamos la frecuencia angular a partir de la expresión de la energía cinética máxima:

$$E_{c\text{máx}} = \frac{1}{2}m\,v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2}m\,A^2\,\omega^2 \rightarrow \omega = \frac{1}{A}\sqrt{\frac{2E_{c\ \text{máx}}}{m}}$$

$$\omega = \frac{1}{0{,}1\ \text{m}}\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5\ \text{J}}{1\ \text{kg}}} = 10\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Y la ecuación del movimiento en unidades del SI es:

$$x = 0{,}1\ \text{sen}(10t)$$

9. Datos: $A = 10$ cm; $f = 0{,}5$ Hz; $x(t = 0) = 5$ cm

— La ecuación del movimiento en un MAS es:

$$x = A\,\text{sen}(\omega\,t + \varphi)$$

— Hallamos la pulsación a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 0{,}5\ \text{Hz} = \pi\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Sustituimos los datos del enunciado, en unidades del SI, en la ecuación del movimiento:

$$0{,}05 = 0{,}1\,\text{sen}(\pi\cdot 0 + \varphi) \rightarrow 0{,}05 = 0{,}1\,\text{sen}\,\varphi \rightarrow \frac{1}{2} = \text{sen}\,\varphi$$

Hay dos posibles valores para la fase inicial: $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ y $\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

Si consideramos que en el instante inicial la partícula se mueve en el sentido positivo, entonces, para que la velocidad inicial sea positiva, la fase inicial tiene que ser $\frac{\pi}{6}$.

— La ecuación del movimiento es:

$$x = 0{,}1\ \text{sen}\left(\pi\cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\text{, en unidades del SI}$$

10. Datos: $m = 1{,}5$ kg; $x_0 = 2{,}8$ cm; $A = 2{,}2$ cm

— Hallamos la constante elástica teniendo en cuenta la relación entre fuerza y deformación, y que la fuerza es el peso:

$$k = \frac{F}{x_0} = \frac{m\,g}{x_0} = \frac{1{,}5\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{0{,}028\ \text{m}} = 5{,}3\cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

— Calculamos la energía mecánica total del sistema cuerpo-muelle:

$$E_m = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}5{,}3\cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot(0{,}022\ \text{m})^2 = 0{,}13\ \text{J}$$

— El valor máximo de la energía cinética coincide con el de la energía mecánica total del sistema:

$$E_{c\text{máx}} = E_m = 0{,}13\ \text{J}$$

11. Datos: $\frac{T_{\text{ecuad}}}{2} = 100$ s; $g_{\text{ecuad}} = 9{,}78\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$;

$g_{\text{polo}} = 9{,}83\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— El péndulo oscila más rápido en el lugar con mayor gravedad, con lo que su período es menor en el polo que en el ecuador. Por tanto, el reloj adelanta en el polo con respecto al ecuador.

Del enunciado se conoce el período en el ecuador:

$T_{\text{ecuad}} = 2{,}00$ s (consideramos que hay el mismo número de cifras significativas que en los valores de la gravedad)

— Buscamos la relación entre los períodos de oscilación del péndulo en el polo y el ecuador, a partir de la expresión del período T de un péndulo de longitud l:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow \frac{T_{\text{polo}}}{T_{\text{ecuad}}} = \frac{\dfrac{2\pi\sqrt{L}}{\sqrt{g_{\text{polo}}}}}{\dfrac{2\pi\sqrt{L}}{\sqrt{g_{\text{ecuad}}}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{ecuad}}}{g_{\text{polo}}}}$$

— Calculamos el período del péndulo en el polo:

$$T_{polo} = T_{ecuad}\sqrt{\frac{g_{ecuad}}{g_{polo}}} = 2{,}00\ \text{s}\sqrt{\frac{9{,}78\ \cancel{m}\cdot s^{-2}}{9{,}83\ \cancel{m}\cdot s^{-2}}} = 1{,}995\ \text{s}$$

Donde el resultado se ha expresado con más cifras que las significativas, para que sea distinto de 2,00 s.

— Hallamos la cantidad de segundos en un día:

$$1\ \text{día} = 24\ \cancel{h}\cdot\frac{3\,600\ \text{s}}{1\ \cancel{h}} = 86\,400\ \text{s}$$

— Buscamos cuántos segundos en el ecuador corresponden a los 86 400 s marcados por el péndulo en el polo:

$$86\,400\ \cancel{\text{s (polo)}}\cdot\frac{2{,}00\ \text{s (ecuador)}}{1{,}995\ \cancel{\text{s (polo)}}} = 86\,617\ \text{s (ecuador)}$$

— La diferencia entre estos valores es:

$$86\,617\ \text{s} - 86\,400\ \text{s} = 217\ \text{s} = 3{,}6\ \text{min}$$

En el polo, el reloj adelanta 3,6 min.

12. Datos: $50T_1 = 5$ min 45,4 s; $d_1 = 14,2$ cm; $50T_2 = 5$ min 14 s; $d_2 = 2,20$ m

— Sea h la distancia entre el techo y el suelo. Designamos la longitud del hilo del péndulo en las dos situaciones por L_1 y L_2, respectivamente. Se cumple:

$$h = L_1 + d_1 = L_2 + d_2$$

— Primero calculamos el valor del período en las dos situaciones:

$$50\,T_1 = 5\ \text{min} + 45{,}4\ \text{s} = (5\cdot 60 + 45{,}4)\,\text{s} = 345{,}4\ \text{s}$$

$$\rightarrow T_1 = \left(\frac{345{,}4}{50}\right)\text{s} = 6{,}91\ \text{s}$$

$$50\,T_2 = 5\ \text{min} + 14\ \text{s} = (5\cdot 60 + 14)\,\text{s} = 314\ \text{s} \rightarrow$$

$$\rightarrow T_2 = \left(\frac{314}{50}\right)\text{s} = 6{,}28\ \text{s}$$

— A partir de la expresión del período de un péndulo de longitud l, y de la relación entre longitud, distancia del centro de masas al suelo, d, y distancia del techo al suelo, h, hallamos la relación entre períodos en las dos situaciones:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}};\quad L_1 = h - d_1;\quad L_2 = h - d_2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}} = \frac{\sqrt{h-d_1}}{\sqrt{h-d_2}}$$

— Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{h-d_1}{h-d_2}$$

— Sustituimos los datos en la expresión anterior y hallamos h:

$$\frac{6{,}91^2}{6{,}28^2} = \frac{h - 0{,}142\ \text{m}}{h - 2{,}20\ \text{m}}$$

$$1{,}21(h - 2{,}20\ \text{m}) = h - 0{,}142\ \text{m} \rightarrow h = 12\ \text{m}$$

— A continuación, hallamos el valor de la aceleración de la gravedad a partir del valor de uno cualquiera de los dos períodos:

$$\left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 = \frac{L_1}{g} \rightarrow g = \frac{L_1\,4\pi^2}{T_1^2}$$

— Sustituimos los datos para hallar g:

$$g = \frac{(12 - 0{,}142)\ \text{m}\cdot 4\pi^2}{6{,}91^2\ \text{s}^2} = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La altura del techo es de 12 m y la aceleración de la gravedad en el lugar es de $9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Ejercicios y problemas (págs. 366 a 368)

1 MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE — Pág. 366

13. Respuesta sugerida:

Ejemplos de movimiento armónico simple son el de un practicante de una canica en un bol, el de un trampolín tipo ménsula, o el de una boya que flota en el mar.

En una canica dentro de un bol, si desplazamos ligeramente la canica de su posición de equilibrio (en el centro de la base), pero manteniéndola sobre la superficie del bol, al soltarla, la canica oscilará siguiendo un MAS.

En un trampolín como uno de los utilizados en las pruebas de salto, una vez que el saltador ha abandonado el trampolín, este oscila con un MAS en la dirección vertical. La fuerza del saltador sobre el trampolín inicia la oscilación de este.

En el caso de una boya o de cualquier otro cuerpo, si la empujamos hacia dentro del agua, el empuje sobre la boya la obliga a moverse hacia arriba. El movimiento resultante será un MAS siempre que la sección transversal de la parte sumergida se mantenga constante. La resultante de la fuerza peso y el empuje, en cada punto de su trayectoria, es la fuerza resultante asociada al MAS que realiza.

El estudio del MAS permite la comprensión de múltiples fenómenos cotidianos, sobre todo, las oscilaciones de péndulos, de cuerpos sujetos a muelles, o de cuerdas de instrumentos musicales. Además, es básico para el estudio de los fenómenos ondulatorios, así como de los terremotos.

14. a) Movimiento periódico.

b) Movimiento periódico.

c) Movimiento vibratorio, pues el pistón se mueve a un lado y otro de su posición de equilibrio.

d) Movimiento vibratorio.

e) Movimiento vibratorio, ya que la cuerda, al vibrar, se desplaza a un lado y a otro de su posición de equilibrio.

2 CINÉTICA DEL MAS — Pág. 366

15. La ecuación del movimiento de la partícula es:

$$x = 5\cos(10\,t + 2)\ \text{(en unidades del SI)}$$

Hallamos la amplitud y la pulsación de la otra partícula:

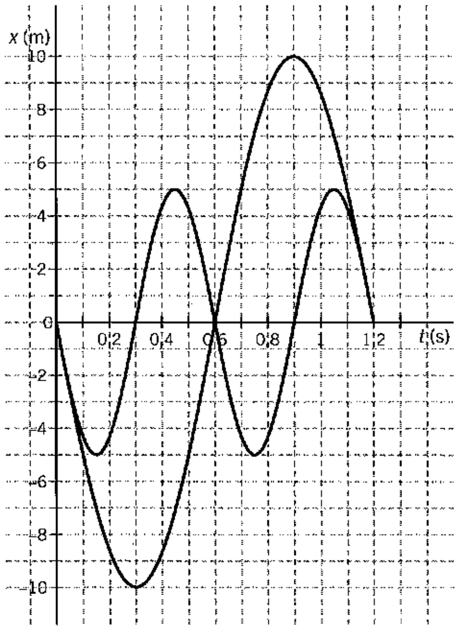
$$A' = 2A = 2 \cdot 5 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

$$f' = f/2 \rightarrow \omega' = \frac{\omega}{2} = \left(\frac{10}{2}\right) = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

La ecuación del movimiento de la segunda partícula es:

$$x = 10 \cos(5\,t + 2) \text{ (en unidades del SI)}$$

En la siguiente figura, se representan ambas elongaciones para una oscilación completa de la primera partícula y dos oscilaciones completas de la segunda partícula:



16. a) Es verdadera: en el MAS, la elongación y la aceleración son proporcionales, pero de sentidos opuestos.

b) Es falsa: en el MAS, la elongación y la aceleración están desfasadas π rad; es decir, están en oposición de fase.

17. Datos: $x = 10^{-2} \text{ sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

La posición de equilibrio es la de elongación nula: $x = 0$.

— Hay que buscar los sucesivos valores de t para los cuales la posición es nula; es decir, se cumple que:

$$0 = 10^{-2}\text{sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow 0 = \text{sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

— La condición anterior equivale a:

$$8\pi t + \frac{\pi}{6} = n\,\pi;\ \text{con } n = 0,\ 1,\ 2,\ 3...$$

Para $n = 0$, es: $8\pi t = -\frac{\pi}{6}$; es decir, se obtiene un valor de tiempo negativo, que no tiene sentido en este caso.

Para $n = 1$, es: $8\pi t = -\frac{\pi}{6}$; se obtiene el instante de tiempo en el que la partícula pasa por primera vez por la posición de equilibrio desde que se empieza a contar el tiempo ($t = 0$).

Para $n = 2$, resulta el instante de tiempo en el que la partícula pasa por segunda vez por la posición de equilibrio.

Para $n = 3$, es: $8\pi t = 3\pi - \frac{\pi}{6}$; se obtiene el instante de tiempo en el que la partícula pasa por tercera vez por la posición de equilibrio desde que se empieza a contar el tiempo. Por tanto:

$$8\,\pi t = 3\,\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow t = \frac{3 - \frac{1}{6}}{8} = 0{,}4 \text{ s}$$

La partícula tarda 0,4 s en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio desde que se empieza a contar el tiempo.

El valor de tiempo obtenido es en segundos, puesto que en los datos del enunciado las magnitudes están expresadas en unidades del SI.

18. Datos: $v = 1{,}2 \text{ sen}\left(3{,}0\ t + \frac{\pi}{4}\right)$ (SI)

En este caso, en la expresión de la velocidad del MAS hay la función seno en vez de la función coseno. Es decir, la expresión es de la forma:

$$v = -\,\omega\, A \text{ sen } (\omega\, t + \varphi')$$

Por tanto, la pulsación vale: $\omega = 3{,}0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

— Calculamos la frecuencia y el período:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3{,}0 \text{ rad·s}^{-1}}{2\pi \text{ rad}} = 0{,}48 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{3{,}0 \text{ rad·s}^{-1}} = 2{,}1 \text{ Hz}$$

— La velocidad en $t = 0$ (instante inicial) es:

$$v = -1{,}2 \text{ sen}\left(3{,}0 \cdot 0 + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= -1{,}2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -0{,}85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

— La velocidad en $t = 0{,}5$ s (al cabo de medio segundo) es:

$$v = -1{,}2 \text{ sen}(3{,}0 \cdot 0{,}5 + \frac{\pi}{4}) = -0{,}91 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

19. Datos: $T = 8$ s; $x\,(t = 0) = A = 10$ cm

— Las ecuaciones de la posición y la aceleración en el MAS son:

$$x = A \text{sen}(\omega t + \varphi)\ ;\ a = -A\omega^2 \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

— En el instante inicial, $t = 0$, se cumple que $x = A$. Esta condición permite hallar el valor de φ:

$$A = A \text{sen}(0 + \varphi) \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2}$$

— De estos dos valores posibles, tomamos el menor: $\frac{\pi}{2}$.

— Ahora hallamos el valor de la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{8 \text{ s}} = \left(\frac{\pi}{4}\right) \text{rad·s}^{-1}$$

— La amplitud, en unidades del SI, es: $A = 0{,}10$ m

— La ecuación de la aceleración de la partícula es:

$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = 0{,}10 \cdot (\pi/4)^2 \operatorname{sen}\left(\pi\frac{t}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -\frac{\pi^2}{160}\operatorname{sen}\left(\pi\frac{t}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(SI)}$$

— El valor de la aceleración en $t = 2$ s es:

$$a = -\frac{\pi^2}{160}\operatorname{sen}\pi \cdot \frac{2}{4} + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi^2}{160}\operatorname{sen}(\pi) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

20. Datos: A partir de la figura, se obtiene: $A = 2 \cdot 10^{-2}$ m;

$T = \frac{17}{6} - \frac{5}{6}$ s; $x(t = 0) = A = 10$ cm $x(t = 0) = -10^{-2}$ m

— Hallamos la frecuencia angular a partir del período:

$$T = \left(\frac{12}{6}\right)\text{s} = 2 \text{ s}; \ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Hallamos la fase inicial, φ, del valor de la posición inicial, la cual es la mitad de la amplitud, cambiada de signo:

$$x(t = 0) = \frac{-A}{2}$$

Por tanto:

$$-\frac{A}{2} = A\operatorname{sen}(0 + \varphi) \rightarrow \operatorname{sen}\varphi = -\frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \varphi = \frac{7\pi}{6}; \ \frac{11\pi}{6}$$

De los valores posibles de la fase inicial, tomamos el menor.

— Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración de la partícula son, en unidades del SI:

$$x = A\operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \rightarrow x = 2 \cdot 10^{-2}\operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow v = 2\pi \cdot 10^{-2}\cos\left(\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

$$a = -A\omega^2\operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \rightarrow a = -2\pi^2 \cdot 10^{-2}\operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

21. Datos: $2A = 8$ mm; 20 puntadas en 10 s

a) Hallamos la amplitud y el período en unidades del SI:

$$A = \frac{8}{2}\text{mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$T = \frac{10 \text{ s}}{20} = 0{,}5 \text{ s}$$

La frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0{,}5 \text{ s}} = 4\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

En el instante inicial, la aguja está en uno de los extremos de su trayectoria; supongamos que está en el extremo superior, $x(t = 0) = A$; entonces la fase inicial es:

$$A = A\operatorname{sen}(0 + \varphi) \rightarrow \operatorname{sen}\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Y la ecuación de la posición de la aguja es:

$$x = A\operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \rightarrow x = 4 \cdot 10^{-3}\operatorname{sen}4\pi t + \frac{\pi}{2} \text{ (SI)}$$

b) En el MAS, los valores máximos de la velocidad y la aceleración vienen dados respectivamente por:

$$v_{máx} = A\omega; \ a_{máx} = A\omega^2$$

Sustituyendo valores, se obtiene:

$$v_{máx} = A\omega = (4 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}05 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a_{máx} = A\omega^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot (4\pi \text{ s}^{-1})^2 = 0{,}6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

22. Datos: $x(t = 0) = x_0$; $v(t = 0) = v_0$; $x = A\operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

— A partir de la ecuación de la posición, se deduce que:

$$x_0 = A\operatorname{sen}(0 + \varphi) \rightarrow x_0 = A\operatorname{sen}\varphi$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow v_0 = A\omega\cos\varphi$$

— Al dividir las dos expresiones anteriores, podemos hallar la fase inicial en función de la pulsación y de los valores iniciales de posición y velocidad:

$$\frac{x_0}{v_0} = \frac{A\operatorname{sen}\varphi}{A\omega\cos\varphi} \rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \omega\frac{x_0}{v_0} \rightarrow \varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega x_0}{v_0}\right)$$

— Para hallar la amplitud, utilizamos la identidad trigonométrica, y aislamos (sen φ) y (cos φ) de las expresiones de x_0 y de v_0:

$$\cos^2\varphi = 1 - \operatorname{sen}^2\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{v_0}{A\omega}; \quad \operatorname{sen}\varphi = \frac{x_0}{A}$$

$$\frac{v_0^2}{A^2\omega^2} = 1 - \frac{x_0^2}{A^2} \rightarrow \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2 - x_0^2 \rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

3 DINÁMICA DEL MAS

Págs. 366 y 367

23. Datos: $m' = 2\,m$

Los parámetros del MAS que variarán son la pulsación, el período y la frecuencia. La fase inicial y la amplitud no dependen del valor de la masa.

— La relación entre pulsación, constante elástica y masa es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

— Por tanto, al duplicarse la masa, la nueva pulsación, ω, es menor y viene dada por:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m'}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$$

— La nueva frecuencia, f', también es menor y viene dada por:

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{\frac{\omega}{\sqrt{2}}}{2\pi} = \frac{f}{\sqrt{2}}$$

— En cambio, el nuevo período, T', es mayor y viene dado por:

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\frac{\omega}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\,T$$

24. En el MAS, la fuerza recuperadora en todo punto de la trayectoria es proporcional al valor de la elongación y en sentido contrario a esta. Por tanto:

a) Esta afirmación es incorrecta; la fuerza no es constante, depende del valor de x.

b) Esta afirmación es correcta; al ser la fuerza proporcional a la posición, si esta varía con el tiempo de forma sinusoidal, la fuerza recuperadora también varía de forma sinusoidal, aunque en oposición de fase con la posición.

c) Es correcta: fuerza y posición son proporcionales, aunque la constante de proporcionalidad es negativa.

25. Datos: $m = 2{,}0$ kg; $k = 5{,}0$ kN · m^{-1}; $x_{máx} = 10$ cm

a) Hallamos la frecuencia:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{5 \cdot 10^3 \text{N·m}^{-1}}{2{,}0\ \text{kg}}} = \frac{1}{2\pi}50\ \text{s}^{-1}$$

$$f = \left(\frac{25}{\pi}\right)\text{Hz}$$

Y el período:

$$T = \frac{1}{f} = \left(\frac{\pi}{25}\right)\text{s}$$

Por otra parte, la amplitud coincide con el valor máximo que se alarga el muelle:

$$A = x_{máx} = 10\ \text{cm} = 0{,}10\ \text{m}$$

b) Buscamos primero la frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^3\ \text{N·m}^{-1}}{2{,}0\ \text{kg}}} = 50\ \text{rad·s}^{-1}$$

Hallamos los valores máximos de la velocidad y la aceleración:

$$v_{máx} = A\omega = (0{,}10 \cdot 50)\,\text{m·s}^{-1} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$$

$$a_{máx} = A\,\omega^2 = 0{,}10\ \text{m} \cdot (50\ \text{s}^{-1})^2 = 2{,}5 \cdot 10^2\ \text{m·s}^{-2}$$

c) Se supone que el tiempo empieza a contarse cuando se deja libre el cuerpo; esto es cuando $x = A$. Esta condición implica que la fase inicial es: $\varphi = \frac{\pi}{2}$; de modo que la ecuación de la posición es:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi) \rightarrow x = 0{,}10\ \text{sen}\left(50\,t + \frac{\pi}{2}\right)\ \text{(SI)}$$

El instante en el que el cuerpo pasa por primera vez por la posición de equilibrio, es el menor valor de t para el cual $x = 0$:

$$0 = 0{,}10\,\text{sen}\left(50\,t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow 0 = \text{sen}\left(50\,t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \pi = 50\,t + \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \left(\frac{\pi}{100}\right)\text{s} = 0{,}03\ \text{s}$$

26. La posición inicial, x_0, y la velocidad inicial, v_0, determinan la amplitud A y la fase inicial, φ, según estas relaciones:

$$x_0 = A\,\text{sen}\,\varphi\ ;\ v_0 = A\omega\cos\varphi$$

27. Datos: $A = 6{,}0$ cm; $k = 2{,}0$ kN · m^{-1}; $v_{máx} = 2{,}20$ m · s^{-1}

— Primero buscamos el valor de la pulsación a partir de los valores de la velocidad máxima y de la amplitud:

$$v_{máx} = A\omega \rightarrow \omega = \frac{v_{máx}}{A} = \frac{2{,}20\ \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-1}}{6{,}0 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}}}$$

$$\omega = 36{,}7\ \text{rad·s}^{-1}$$

— Determinamos la masa del objeto:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{2{,}0 \cdot 10^3\ \text{N·m}^{-1}}{36{,}7^2\ \text{s}^{-2}} = 1{,}5\ \text{kg}$$

— Hallamos la frecuencia y el período del movimiento:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{36{,}7\ \text{rad·s}^{-1}}{2\pi\ \text{rad}} = 5{,}8\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{36{,}7\ \text{rad·s}^{-1}} = 0{,}17\ \text{s}$$

28. Datos: $m = 0{,}36$ g; $\Delta x = 3{,}0$ mm

— La frecuencia de la vibración vertical viene dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

— El módulo del peso de la araña coincide con la fuerza recuperadora (fuerza elástica) en la posición a la que se ha hundido la tela (posición de equilibrio):

$$m\,g = k\,\Delta x \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta x}$$

— Por tanto, el valor de la frecuencia es:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta x}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m·s}^{-2}}{3{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}} = 9{,}1\ \text{Hz}$$

29. Datos: $m = 0{,}5$ kg; $k = 200$ N · m^{-1}; $x_{máx} = 10$ cm

El bloque efectuará un MAS, cuya ecuación del movimiento es: $x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$.

— Hallamos el valor de la pulsación:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200\ \text{N·m}^{-1}}{0{,}5\ \text{kg}}} = 20\ \text{rad·s}^{-1}$$

— La amplitud es el valor máximo que se alarga el muelle:

$$A = x_{máx} = 10\ \text{cm} = 0{,}10\ \text{m}$$

— Consideramos que la posición en la que se empieza a contar el tiempo es: $x = x_{máx}$; es decir, cuando se suelta el cuerpo. Entonces, el valor de la fase inicial, φ, es:

$$A = A\,\text{sen}\,(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

— Por tanto, la ecuación del movimiento del bloque es:

$$x = 0{,}10\,\text{sen}\left(20\,t + \frac{\pi}{2}\right)\quad \text{(SI)}$$

30. Datos: $T = 0{,}4$ s (muelle en posición horizontal)

— Hallamos la relación entre la masa del cuerpo, m, y la constante elástica del muelle, k:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

— Si el cuerpo se suspende verticalmente, en la posición de equilibrio, el módulo de la fuerza peso es igual al módulo de la fuerza elástica:

$$m\,g = k\,\Delta x \rightarrow \Delta x = g \cdot \left(\frac{m}{k}\right)$$

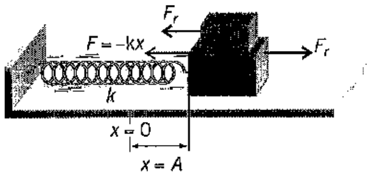
— Hallamos el valor del alargamiento del muelle vertical en la posición de equilibrio:

$$\Delta x = g \cdot \left(\frac{m}{k}\right) = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \frac{0{,}4^2\ \text{s}^2}{4\pi^2} = 0{,}04\ \text{m}$$

El alargamiento es de 4 cm.

31. Datos: $T = 0{,}8$ s; $\mu = 0{,}25$; $A = 1$ cm

En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre cada bloque en la dirección horizontal, que es la dirección del MAS. Suponemos que solo hay rozamiento entre los bloques y no hay rozamiento entre el bloque inferior y el suelo:



Sobre el bloque superior, la única fuerza en la dirección del movimiento es la fuerza de rozamiento, F_r.

Sobre el bloque inferior, las fuerzas en la dirección del movimiento son la fuerza de rozamiento, F_r, y la fuerza elástica del muelle.

El valor de la oscilación máxima en un MAS es:

$$a_{máx} = A\,\omega^2$$

La pulsación de este MAS es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{0{,}8\ \text{s}} = 2{,}5\,\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y la aceleración máxima de este MAS es:

$$a_{máx} = A\,\omega^2 = 0{,}01\ \text{m} \cdot (2{,}5\,\pi\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 0{,}62\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

a) Para que el bloque superior no deslice, la fuerza de rozamiento tiene que poder proporcionar este valor de la aceleración máxima. La fuerza de rozamiento se opone al movimiento relativo de las superficies en contacto y su valor puede variar desde 0 hasta el valor máximo que es:

$$F_{r\,máx} = \mu\,N = \mu\,m\,g$$

Por tanto, el máximo valor de la aceleración que puede proporcionar la fuerza de rozamiento es:

$$a_{máx\,Fr} = \mu\frac{N}{m} = \mu\,g = 0{,}25 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 2{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Al comparar este valor máximo con el de la aceleración máxima del MAS, resulta:

$$a_{máx\,Fr} > a_{máx}$$

En consecuencia, el bloque superior no deslizará sobre el otro bloque, y los dos bloques oscilarán como un sistema.

b) La mayor amplitud posible, $A_{máx}$, para la cual el bloque superior no desliza es aquella en la que la aceleración máxima del MAS coincide con la aceleración máxima que puede proporcionar la fuerza de rozamiento:

$$a_{máx\,Fr} = a_{máx} \rightarrow \mu\ g = A_{máx}\omega^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow A_{máx} = \frac{\mu\ g}{\omega^2} = \frac{0{,}25 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{(2{,}5\,\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 0{,}04\ \text{m}$$

En la expresión anterior, se ha supuesto que la pulsación y, por tanto, el período del MAS son constantes.

La mayor amplitud de oscilación es de 4 cm.

32. Datos: $m = 250$ g; $k_1 = 30\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $k_2 = 20\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

Para un desplazamiento x de la masa m, en cualquier sentido, actúan las fuerzas recuperadoras de los dos muelles, de modo que la fuerza total sobre m es:

$$F = -k_1\,x - k_2\,x$$

Por tanto, el sistema oscilará con un MAS igual al de una masa unida a un muelle de constante elástica, k, de valor igual a:

$$k = k_1 + k_2$$

En consecuencia, el período del movimiento es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}250\ \text{kg}}{(30 + 20)\text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 0{,}45\ \text{s}$$

4 ENERGÍA DEL MAS

Pág. 367

33. Datos: $m_2 > m_1$; $k_1 = k_2 = k$; $A_1 = A_2 = A$

En un MAS, la energía cinética es máxima al pasar por la posición de equilibrio. Para una masa, m, unida a un resorte de constante elástica, k, el valor máximo de la energía cinética es:

$$E_{c\,máx} = \frac{1}{2}m\,A^2\,\omega^2 = \frac{1}{2}k\,A^2$$

Puesto que las dos partículas oscilan con la misma amplitud y las constantes elásticas de sus respectivos muelles son iguales, las dos partículas tienen el mismo valor de energía cinética al pasar por su posición de equilibrio.

En el MAS, la velocidad al pasar por la posición de equilibrio alcanza su valor máximo, que viene dado por:

$$v_{máx} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

En este caso, al ser $m_2 > m_1$; la velocidad de la partícula 1 es mayor que la velocidad de la partícula 2:

$$m_2 > m_1 \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_2}} < \sqrt{\frac{k}{m_1}} \rightarrow v_{máx\,2} < v_{máx\,1}$$

34. a) Esta afirmación es falsa, puesto que la amplitud y la frecuencia no tienen por qué aumentar simultáneamente.

Teniendo en cuenta que $E_m = k\dfrac{A^2}{2}$, un aumento de la energía mecánica puede estar asociado a un incremento de la amplitud, o a un incremento de la frecuencia de oscilación, o a ambos aumentos. Es decir, puede haber solo un aumento de la amplitud y que la frecuencia de oscilación se mantenga constante. O bien puede haber un incremento de la constante elástica del sistema, con lo cual la frecuencia aumenta y la amplitud se mantiene constante.

b) Esta afirmación es falsa. La energía mecánica en el MAS es proporcional al cuadrado de la frecuencia:

$$E_m = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

Por tanto, al duplicarse la frecuencia, la energía mecánica no se duplica, sino que se cuadriplica.

c) Esta afirmación es errónea. Aunque la amplitud en el MAS es generalmente independiente de la masa, la frecuencia de oscilación sí puede depender de la masa. En el caso, por ejemplo, de una masa m unida a un muelle de constante elástica k, la frecuencia viene dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Con lo que la frecuencia aumenta al disminuir la masa oscilante.

d) Esta afirmación es verdadera. La energía mecánica en el MAS es proporcional al cuadrado de la amplitud y el resto de los factores son independientes de la amplitud, con lo que, al duplicarse la amplitud, la energía mecánica se cuadriplica.

e) Esta afirmación es verdadera. En la posición $x = \dfrac{A}{2}$, la energía potencial es: $E_p = \dfrac{1}{2}(k\,x^2) = k\dfrac{A^2}{8}$

Y la energía cinética es:

$$E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2}(k\,A^2) - k\frac{A^2}{8} = 3\,k\frac{A^2}{8}$$

Por tanto, la relación entre la energía cinética y la potencial es: $E_c = 3\,E_p$

35. Datos: $m = 3$ kg; $k = 2$ kN·m^{-1}; $E_m = 0{,}9$ J

a) Hallamos la amplitud a partir de la expresión de la energía mecánica en el MAS:

$$E_m = \frac{1}{2}k\,A^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2\,E_m}{k}}$$

Al sustituir los datos del enunciado, se obtiene:

$$A = \sqrt{\frac{2\,E_m}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}9\ \text{J}}{2\cdot 10^3\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 3\cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

La amplitud es de 3 cm.

b) La velocidad máxima se alcanza cuando toda la energía mecánica es energía cinética. Por tanto, resulta:

$$E_{c\,\text{máx}} = E_m \rightarrow \frac{1}{2}m\,v_{\text{máx}}^2 = E_m \rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2\,E_m}{m}}$$

Sustituimos los datos para hallar la velocidad máxima:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2\,E_m}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}9\ \text{J}}{3\ \text{kg}}} = 0{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

36. Datos: $m = 5{,}0$ g; $F = -k\,x$; $x\,(t = 0) = 0$;

$v\,(t = 0) = 1{,}0$ m·s^{-1}; $f = \left(\dfrac{2}{\pi}\right)$ Hz

Según el enunciado, la fuerza sobre la partícula es una fuerza recuperadora, por lo que la partícula sigue un MAS.

— En el MAS, la aceleración a y la posición x se relacionan según: $a = -\omega^2\,x$.

En el punto de máxima elongación es: $x = \pm A$, con lo que la aceleración máxima es:

$$a_{x\,\text{máx}} = -\omega^2\,(\pm A)$$

— La frecuencia angular o pulsación es:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot\left(\frac{2}{\pi}\right)\text{Hz} = 4{,}0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Las ecuaciones de la posición y la velocidad en el MAS son:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)\,;\ v = A\omega\cos\,(\omega t + \varphi)$$

— En este caso, el valor de la fase inicial es nulo, puesto que en el instante inicial, $x = 0$:

$$0 = A\,\text{sen}\,(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

— Por tanto, la ecuación de la velocidad es:

$$v = A\omega\cos\,(\omega t)$$

— A continuación, hallamos la amplitud a partir del valor de la velocidad en el instante inicial: $v\,(t = 0) = 1{,}0$ m·s^{-1}

$$1{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = A\cdot 4{,}0\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cos\,(0) \rightarrow A = 0{,}25\ \text{m}$$

— El valor absoluto de la aceleración en los dos puntos de máxima elongación es:

$$\left|a_{x\,\text{máx}}\right| = \omega^2 A = 4{,}0^2\ \text{s}^{-2}\cdot 0{,}25\ \text{m} = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— La energía cinética en cualquier instante es:

$$E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 = \frac{1}{2}m\cdot A^2\omega^2\cos^2(\omega t)$$

— Y sustituyendo los valores de m, A y ω:

$$E_c = \frac{1}{2}5{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot 0{,}25^2\ \text{m}^2\cdot 4{,}0^2\ \text{s}^{-2}\cos^2(4{,}0\,t)$$

— En unidades del SI, la energía cinética es:

$$E_c = 2{,}5\cdot 10^{-3}\cos^2(4{,}0\,t)$$

37. Datos: $m = 2{,}0$ kg; $k = 15$ N·m^{-1}; $x_{\text{máx}} = 2{,}0$ cm

a) En el instante en que se libera el cuerpo, su energía potencial elástica es máxima y su energía cinética es nula; pero inmediatamente después, el cuerpo se mueve de forma que su energía potencial elástica va disminuyendo en la misma cantidad en la que su energía cinética va aumentando. Al pasar por la posición de equilibrio, su energía potencial elástica es nula y su energía cinética es máxima.

En cualquier punto de su trayectoria, si se considera que no hay disipación de energía debida al rozamiento, la suma de las energías potencial y cinética es constante.

Una vez superada la posición de equilibrio, la energía cinética va disminuyendo a la vez que la energía potencial va aumentando, hasta que el cuerpo alcanza el punto de máxima elongación, en sentido opuesto al punto inicial. En este instante, la energía cinética es nula y la energía potencial elástica es máxima.

Teniendo en cuenta que la amplitud es el valor máximo que se alarga el muelle ($A = x_{máx} = 2{,}0$ cm $= 0{,}20$ m), los dos puntos de la trayectoria en los que la energía cinética es igual a la energía potencial son:

$$E_p = E_c \rightarrow E_p = (E_m - E_p) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} k\, A^2 - \frac{1}{2} k\, x^2 \rightarrow 2x^2 = A^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{0{,}20 \text{ m}}{\sqrt{2}} = \pm 0{,}014 \text{ m}$$

Es decir, los situados a 1,4 cm a un lado y a otro de la posición de equilibrio.

b) La máxima velocidad se alcanza cuando toda la energía mecánica es energía cinética:

$$E_m = E_{c\,máx} \rightarrow \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} m v^2_{máx} \rightarrow$$

$$v_{máx} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}20 \text{ m} \sqrt{\frac{15 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}{2{,}0 \text{ kg}}} = 0{,}055 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

38. Datos: $m = 3$ kg; MAS entre $x = -2$ m y $x = 2$ m; $\Delta t = 0{,}5$ s; $x\,(t = 0) = 0$

a) La ecuación del movimiento en el MAS es:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

El cuerpo tarda 0,5 s en ir de un extremo a otro de su recorrido; esto es, en completar media oscilación. Por tanto:

$$\frac{T}{2} = 0{,}5 \text{ s} \rightarrow T = 1{,}0 \text{ s} \rightarrow$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}0 \text{ s}} = 2\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Por otra parte, los dos extremos de la trayectoria distan entre sí (2 m − (−2 m)) = 4 m. Esto significa que la amplitud de este MAS es:

$$2A = 4 \text{ m} \rightarrow A = 2 \text{ m}$$

Calculemos ahora la fase inicial:

$$0 = A \operatorname{sen}(0 + \varphi) \rightarrow \operatorname{sen}\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

En consecuencia, la ecuación del movimiento en unidades del SI es:

$$x = 2 \operatorname{sen}(2\pi t)$$

b) Determinamos primero la expresión de la velocidad en este movimiento en unidades del SI:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = 2 \cdot 2\pi \cos(2\pi t) = 4\pi \cos(2\pi t)$$

La expresión en unidades del SI de la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 3{,}0 \cdot (4\pi)^2 \cos^2(2\pi t)$$

$$E_c = 24\pi^2 \cos^2(2\pi t)$$

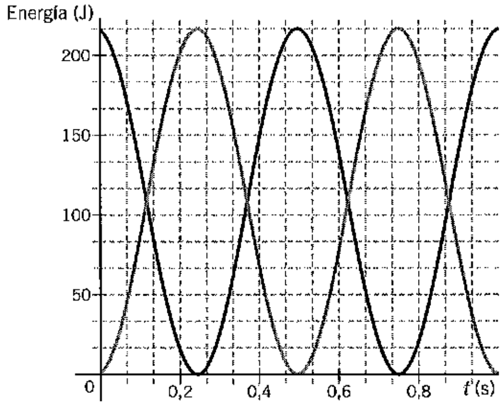
Hallamos ahora el valor de la constante elástica:

$$k = \omega^2 m = (2\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1})^2 \cdot 3{,}0 \text{ kg} = 12\pi^2 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

Y la expresión en unidades del SI de la energía potencial es:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} \cdot 12\pi^2 \cdot 2^2 \operatorname{sen}^2(2\pi t)$$

$$E_p = 24\,\pi^2 \operatorname{sen}^2(2\pi t)$$



39. Datos: MAS con $v_{máx} = 0{,}60$ m·s^{-1}; $a_{máx} = 7{,}2$ m·s^{-2}

a) Podemos hallar el período y la amplitud a partir de las expresiones de la velocidad y la aceleración máximas del MAS:

$$v_{máx} = A\omega \;;\; a_{máx} = A\,\omega^2$$

$$\omega = \frac{a_{máx}}{v_{máx}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi v_{máx}}{a_{máx}} = \frac{2\pi \cdot 0{,}6 \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-1}}{7{,}2 \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-2}} = \frac{\pi}{6} \text{ s}$$

El período es de $\frac{\pi}{6}$ s.

A su vez, el valor de la amplitud es:

$$A = \frac{v_{máx}}{\omega} = \frac{v^2_{máx}}{a_{máx}} = \frac{\left(0{,}6 \text{ m}\cdot\cancel{\text{s}^{-1}}\right)^2}{7{,}2 \text{ m}\cdot\cancel{\text{s}^{-2}}} = 5{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

La amplitud es de 5,0 cm.

b) La energía mecánica del cuerpo en un MAS es:

$$E_m = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m\,(2\pi f)^2 A^2 = 2\pi^2\, m f^2 A^2$$

Por tanto, al **duplicarse la frecuencia,** la energía mecánica se cuadriplica, considerando que la amplitud se mantiene constante.

La aceleración máxima de un cuerpo unido a un resorte es:

$$a_{máx} = \frac{|F_{máx}|}{m} = \frac{|-k \cdot A|}{m}$$

Para que la **aceleración máxima se duplique,** es necesario duplicar el valor de k; duplicar el valor de A, o bien reducir a la mitad el valor de m. Otra posibilidad, que no consideraremos, es que se duplique el cociente entre k, A y m. Veamos cómo afecta cada cambio:

$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2$$

En esta expresión de la energía mecánica solo aparecen k y A, por lo que no es necesario considerar el efecto de la reducción de m a la mitad.

Si se duplica k, entonces E_m también se duplica. Físicamente, equivale a sustituir el resorte por otro con constante elástica de valor doble, con lo que el trabajo realizado sobre el resorte para alargarlo hasta una distancia A es el doble que antes.

En cambio, si se duplica A, entonces E_m se cuadriplica. Físicamente, equivale a alargar el resorte hasta una distancia doble que antes, con lo que el trabajo hecho sobre él es cuatro veces mayor que antes.

40. Datos: MAS con A; $E_c = 100\, E_p$

— Las energías cinética y potencial son:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \;;\; E_p = \frac{1}{2} k\, x^2$$

— De la expresión de la posición en el MAS, se deduce:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \rightarrow \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \frac{x}{A}$$

— Teniendo en cuenta la identidad trigonométrica, la velocidad del MAS puede escribirse como:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = A\omega\sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

— Buscamos la posición, x, en la que la energía cinética es 100 veces mayor que la energía potencial:

$$E_c = 100\, E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 100 \cdot \frac{1}{2} k\, x^2$$

— Sustituimos la expresión de la velocidad en términos de x y A:

$$m A^2 \omega^2 \left(1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2\right) = 100\; k\, x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow m A^2 \omega^2 \left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right) = 100\; \omega^2 m\, x^2 \rightarrow A^2 - x^2 = 100 x^2$$

— Por tanto, resulta:

$$101 x^2 = A^2 \rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{101}}$$

5 EJEMPLOS DE OSCILADORES ARMÓNICOS

Pág. 368

41. Datos: $k = 600\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$; $A = 3{,}0$ cm

— En una masa unida a un resorte vertical, la amplitud de la oscilación del MAS se mide con respecto a la posición de equilibrio de la masa colgando del resorte. Por tanto, la energía mecánica total es:

$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} 600\ \mathrm{N \cdot m^{-1}} \cdot (3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^2 = 0{,}27\ \mathrm{J}$$

— Cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo, la energía potencial total (gravitatoria y elástica) es:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, A^2$$

— Por tanto, la energía potencial total en este punto es también de 0,27 J.

— La energía cinética máxima del cuerpo coincide con el valor de la energía mecánica. Por tanto, su valor es 0,27 J.

42. Datos: $L = 70{,}0$ cm; $T = 1{,}68$ s

— Hallamos la expresión de la gravedad a partir de la del período de un péndulo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

— Hallamos el valor de la gravedad del lugar donde está el péndulo:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} = 4\pi^2 \frac{0{,}700\ \mathrm{m}}{(1{,}68\ \mathrm{s})^2} = 9{,}79\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

43. Datos: $m = 10$ g; 20 oscilaciones en 5,0 s; $A = 2{,}0$ cm; $x = 0{,}5$ cm

a) La fuerza con que ha de tirarse es igual a la fuerza recuperadora del muelle, tomando como nuevo origen la posición de equilibrio una vez colgada la masa. Si se tira hasta una distancia igual a A, entonces el módulo de la fuerza es:

$$F = k\, A$$

Determinamos k a partir del valor del período y de la masa:

$$T = \frac{5{,}0\ \mathrm{s}}{20\ \text{oscilaciones}} = 0{,}25\ \mathrm{s}$$

$$k = \frac{4\pi^2\, m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}}{0{,}25^2\ \mathrm{s}^2} = 6{,}3\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

El valor de la fuerza es:

$$F = k\, A = 6{,}3\ \mathrm{N \cdot m^{-1}} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 0{,}13\ \mathrm{N}$$

b) Si consideramos que no hay rozamiento ni otra forma de disipación de energía, la energía mecánica en cualquier punto es constante y de valor igual a:

$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2$$

Por tanto, en la posición situada 0,5 cm por encima de la posición de equilibrio, la energía mecánica total es:

$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 = \frac{1}{2} 6{,}3\ \mathrm{N \cdot m^{-1}} \cdot \left(2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2 =$$

$$= 1{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

44. Datos: $l_1 = 22{,}86$ cm; $m_1 = 70$ g; $l_2 = 19{,}92$ cm; $m_2 = 40$ g; $m = 80$ g; $t = 2$ s

Designamos por l_0 la longitud natural del muelle, medida en centímetros.

— Las elongaciones del muelle al colgar cada masa son:

$$\Delta l_1 = l_1 - l_0 \,;\ \Delta l_2 = l_2 - l_0$$

— Para cada masa, en la posición de equilibrio los módulos del peso y de la fuerza elástica coinciden:

$$\left.\begin{aligned} m_1\, g &= k\,(l_1 - l_0) \\ m_2\, g &= k\,(l_2 - l_0) \end{aligned}\right\}$$

— Dividimos las dos expresiones:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0}$$

— Sustituimos los datos:

$$\frac{70}{40} = \frac{22{,}86 - l_0}{19{,}92 - l_0} \rightarrow 7\,(19{,}92 - l_0) = 4\,(19{,}92 - l_0)$$

— Agrupamos términos y resolvemos la ecuación:

$$139{,}44 - 91{,}44 = 3\,l_0 \rightarrow l_0 = 16 \text{ cm}$$

— Con este valor, hallamos la constante elástica del muelle:

$$k = \frac{m_1\, g}{l_1 - l_0} = \frac{70 \cdot 10^{-3}\text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{(22{,}86 - 16) \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

— Y la frecuencia al colgarle una masa de 80 g es:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}{80 \cdot 10^{-3}\text{ kg}}} = 1{,}8 \text{ Hz}$$

45. Datos: $m_1 = 10$ kg; $\Delta l_1 = 2{,}0$ cm; $\Delta m = 10$ kg; $A = 3{,}0$ cm

Hallamos la constante elástica del muelle, sabiendo que con una masa colgada de 10 kg se alarga 2,0 cm:

$$k = \frac{m_1\, g}{\Delta l_1} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 4{,}9 \cdot 10^{3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

a) Determinamos la frecuencia de oscilación de la masa total:

$$m = m_1 + \Delta m = 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 20 \text{ kg}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4{,}9 \cdot 10^{3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}{20 \text{ kg}}} = 2{,}5 \text{ Hz}$$

b) Primero calculamos la pulsación:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4{,}9 \cdot 10^{3}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{20 \text{ kg}}} = 16 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Determinamos la fase inicial a partir de la posición en el instante inicial; empezamos a contar el tiempo cuando $x = -A$ (antes de soltar el muelle alargado):

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\, t + \varphi)$$

$$-A = A\,\text{sen}\,(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

La ecuación de la velocidad del MAS es:

$$v = A\,\omega \cos\,(\omega t + \varphi)$$

Sustituimos los datos conocidos, en unidades del SI:

$$v = 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 16 \cos\left(16t - \frac{\pi}{2}\right)$$

En $t = 2$ s, el valor de la velocidad es:

$$v = 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 16 \cos\left(16 \cdot 2 - \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

La ecuación de la aceleración del MAS es:

$$a = -A\,\omega^2 \text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

Sustituimos los datos conocidos, en unidades del SI:

$$a = -3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 16^2 \text{sen}\left(16 \cdot 2 - \frac{\pi}{2}\right) = -6{,}5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Con este valor hallamos el valor de la fuerza recuperadora, que es la suma de la fuerza elástica y el peso:

$$F = m \cdot a = 20 \text{ kg} \cdot (-6{,}5)\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 1{,}3 \cdot 10^{2} \text{ N}$$

46. Datos: $\frac{T_1}{2} = 1{,}0$ s; $L_1 = 1{,}0$ m; $T_2 = 10$ s

— Con los valores del período y de la longitud del primer péndulo, hallamos el valor de la gravedad del lugar:

$$\frac{T_1}{2} = 1{,}0 \text{ s} \rightarrow T_1 = 2{,}0 \text{ s}$$

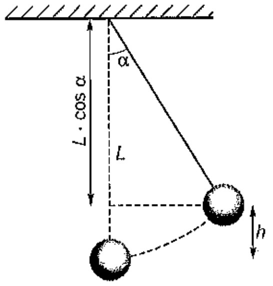
$$g = 4\pi^2 \frac{L_1}{T_1^2} = 4\pi^2 \frac{1{,}0 \text{ m}}{(2{,}0 \text{ s})^2} = 9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Hallamos el valor de la longitud del segundo péndulo:

$$L_2 = \frac{g\, T_2^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 10^2 \text{ s}^2}{4\pi^2} = 25 \text{ m}$$

47. Datos: $m = 100$ g; $L = 1{,}0$ m; $\alpha = 10°$

a) En el caso del péndulo, la energía potencial, E_p, es energía potencial gravitatoria. Calculamos E_p en el punto de máxima elongación (donde el ángulo que forma el hilo del péndulo con la vertical es igual al ángulo inicial), tomando como origen de E_p la posición de equilibrio de la masa del péndulo ($\alpha = 0°$):



Hallamos la altura h con respecto al origen de E_p:

$$h = L - L\cos\alpha = L\,(1 - \cos\alpha)$$

La energía potencial es:

$$E_p = m\,g\,h = m\,g\,L\,(1 - \cos\alpha)$$

Calculamos E_p, teniendo en cuenta que el ángulo está expresado en grados sexagesimales:

$$E_p = 0{,}100 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}0 \text{ m}\,(1 - \cos 10°) = 0{,}015 \text{ J}$$

b) Aplicamos la conservación de la energía mecánica, E_m, para hallar la máxima velocidad que alcanzará la esfera. En el punto de máxima elongación, la energía cinética es nula y E_m coincide con el valor de E_p calculado en el apartado anterior. Por tanto, al pasar por la posición de equilibrio, la energía potencial es nula y la energía cinética alcanza el valor máximo, igual a E_m:

$$E_m = \text{cte} \rightarrow E_{c\,\text{máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = E_m$$

Aislamos la velocidad máxima:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} = \sqrt{\frac{2\,m g h}{m}} = \sqrt{2\,g h}$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}0\ \text{m}\,(1 - \cos 10°)}$$

$$v_{\text{máx}} = 0{,}54\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) El tiempo necesario para completar 10 oscilaciones es igual a 10 veces el período T. Vamos a calcularlo:

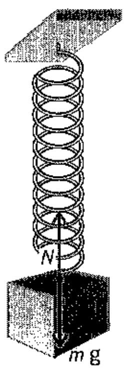
$$10\,T = 10 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 20\pi\sqrt{\frac{1{,}0\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 20\ \text{s}$$

El péndulo tardará 20 s en completar 10 oscilaciones.

48. Datos: $f = 4{,}0$ Hz

Según el enunciado, la piedra no afecta al movimiento, con lo que la frecuencia de oscilación se mantendrá.

En la figura se muestran las fuerzas sobre la piedra en la dirección vertical, que es la dirección del MAS:



El sentido de la fuerza peso sobre la piedra siempre es hacia abajo. Su módulo es constante, igual a: $m_p \cdot g$, donde m_p es la masa de la piedra.

En cambio, la fuerza normal, N, que ejerce el cuerpo sobre la piedra siempre va dirigida hacia arriba y el valor de su módulo puede variar:

$$0 \leq N \leq m_p\,g$$

Por otra parte, en el MAS, la aceleración en un punto a una distancia x de la posición de equilibrio viene dada por:

$$a = \omega^2\,x$$

Cuando el oscilador vertical está sobre la posición de equilibrio, la fuerza recuperadora, y por su aceleración tienen sentido hacia abajo. El módulo de la aceleración aumenta al incrementar la distancia a la posición de equilibrio. Por encima de la posición de equilibrio, la piedra se mantendrá sobre el cuerpo siempre que la fuerza que actúe sobre ella hacia abajo sea capaz de proporcionarle la misma aceleración del cuerpo, es decir, la aceleración del MAS. El máximo valor de aceleración hacia abajo que puede tener la piedra se da cuando la fuerza normal sobre ella es nula:

$$a_{\text{abajo}} = \frac{m_p\,g - N}{m_p} \rightarrow a_{\text{abajo}} \text{ es máxima si } N = 0$$

Entonces, resulta: $a_{\text{abajo}} = g$

Igualamos las dos expresiones de la aceleración:

$$\omega^2\,x = g \rightarrow x = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2 f^2}$$

Y sustituimos los datos para hallar la distancia x por encima de la posición de equilibrio a la que la piedra perderá el contacto con el cuerpo:

$$x = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = \frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{4\pi^2\,4{,}0^2\ \text{s}^{-2}} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}6\ \text{cm}$$

49. Datos: $x_{\text{total}} = 3{,}42$ cm

— La longitud total a la que llega el extremo del muelle es la suma de la elongación en su posición de equilibrio con la masa colgando y de la amplitud de oscilación con respecto a dicha posición de equilibrio:

$$x_{\text{total}} = x_0 + A$$

— Tomamos como origen de energía potencial gravitatoria, la posición inicial del sistema antes de liberarlo. Es decir, cuando la masa está en el extremo del muelle en su longitud natural. En esta posición la energía cinética es cero, al igual que la energía potencial elástica y la energía potencial gravitatoria:

$$E_{p\,\text{grav}} = E_{p\,\text{elast}} = E_c = 0$$

— Si consideramos que no hay disipación de energía durante la caída del cuerpo, podemos aplicar la **conservación de la energía mecánica,** E_m.

En la posición inicial, se tiene:

$$E_m = E_c + E_{p\,\text{grav}} + E_{p\,\text{elast}} = 0$$

En la posición final, esto es, cuando se queda en reposo por primera vez, las energías cinética y potencial valen:

$$E_c = 0; \quad E_{p\,\text{grav}} = -m\,g\,x_{\text{total}}; \quad E_{p\,\text{elast}} = \frac{1}{2} k\,x_{\text{total}}^2$$

La energía mecánica final es igual a la energía mecánica inicial:

$$E_m = 0 \rightarrow 0 = 0 - m\,g\,x_{\text{total}} + \frac{1}{2} k\,x_{\text{total}}^2$$

— De la expresión anterior, hallamos la relación entre m y k y, por tanto, el valor del período:

$$m\,g = \frac{1}{2} k\,x_{\text{total}} \rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x_{\text{total}}}{2\,g}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_{\text{total}}}{2\,g}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{3{,}42 \cdot 10^{-2}\ \cancel{\text{m}}}{2 \cdot 9{,}8\ \cancel{\text{m}}\cdot\text{s}^{-2}}} = 0{,}26\ \text{s}$$

50. Datos: $m = 1{,}0$ g; $L = 1{,}5$ m; $q = 1{,}3 \cdot 10^{-8}$ C; $100T_1 = 314$ s; $100T_2 = 207$ s

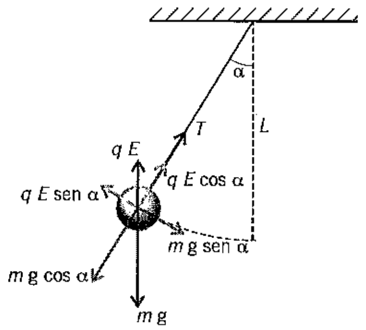
— Designamos por E el módulo del campo eléctrico aplicado.

— De los datos del enunciado, hallamos el valor del período en cada caso:

$$T_1 = \frac{314\ \text{s}}{100} = 3{,}14\ \text{s (campo eléctrico hacia arriba)}$$

$$T_2 = \frac{207\ \text{s}}{100} = 2{,}07\ \text{s (campo eléctrico hacia abajo)}$$

— En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre la esfera cargada en el primer caso; es decir, cuando el campo eléctrico está dirigido hacia arriba:



— Si designamos por x la longitud de la trayectoria con respecto a la posición de equilibrio, si α está en radianes, se cumple:

$$\alpha L = x$$

— Considerando como positivo el sentido en el que la longitud del arco aumenta, y que α es siempre positivo, la fuerza recuperadora es:

$$F_{\text{recup}} = -(m\,g\,\text{sen}\alpha - q\,E\,\text{sen}\alpha)$$

— Para valores pequeños del ángulo de desplazamiento, α, es válida la aproximación: $\text{sen}\,\alpha \approx \alpha$

— Y la fuerza recuperadora es:

$$F_{\text{recup}} = -(m\,g - q\,E)\,\alpha = -\frac{(m\,g - q\,E)x}{L}$$

Es decir, es una fuerza del tipo: $F = -k_1\,x$.

En este caso:

$$k_1 = \left(m\,g - q\frac{E}{L}\right)$$

— Y teniendo en cuenta la relación del período de un MAS con la constante elástica y la masa del cuerpo en movimiento, es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\left(m\,g - q\frac{E}{L}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g - \frac{q\,E}{m}}}$$

— En el segundo caso, cuando el campo eléctrico está dirigido hacia abajo, la componente de E en la dirección perpendicular al hilo tiene el mismo sentido que la componente del peso, con lo que la fuerza recuperadora es:

$$F_{\text{recup}} = -(m\,g + q\,E)\,\alpha = -\frac{(m\,g + q\,E)x}{L}$$

— La constante elástica del sistema es:

$$k_2 = \frac{(m\,g + q\,E)}{L}$$

— Y el período del MAS viene dado por:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g + q\frac{E}{m}}}$$

— Al elevar al cuadrado la ecuación del período en los dos casos y agrupar términos, obtenemos este sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} g - \frac{q\,E}{m} &= L\frac{4\pi^2}{T_1^2} \\ g + \frac{q\,E}{m} &= L\frac{4\pi^2}{T_2^2} \end{aligned}\right\}$$

— Sumamos las dos ecuaciones y sustituimos los datos para hallar el valor de g:

$$g = L \cdot 2\pi^2\left(\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}\right)$$

$$g = 1{,}5\ \text{m} \cdot 2\pi^2\left(\frac{1}{3{,}14^2} + \frac{1}{2{,}07^2}\right)\text{s}^{-2} = 9{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Introducimos este valor de g, junto con los demás datos, en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema para hallar el módulo del campo eléctrico:

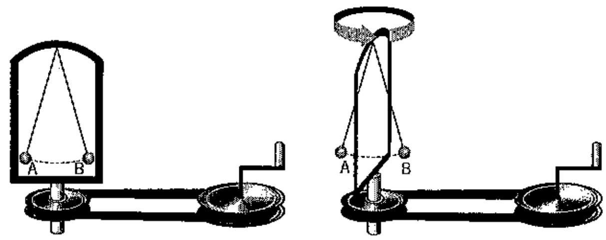
$$E = \frac{m}{q}\left(g - l\frac{4\pi^2}{T_1^2}\right)$$

$$E = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}{1{,}3 \cdot 10^{-8}\ \text{C}}\left(9{,}9 - 1{,}5\frac{4\pi^2}{3{,}14^2}\right)\text{m}\cdot\text{s}^{-2} =$$

$$= 3{,}0 \cdot 10^5\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

51. El péndulo de Foucault es un péndulo simple de gran masa (del orden de 10 o 10^2 kg), suspendido de un hilo de gran longitud (varios metros). La masa suele tener un estilete en su extremo inferior para «evidenciar» el movimiento aparente del péndulo, al hacer caer testigos emplazados en distintas posiciones del suelo, o bien al dejar marcas en la arena del suelo.

El funcionamiento del péndulo de Foucault se basa en la propiedad fundamental de que el plano de oscilación de un péndulo es invariable. Es decir, aunque se mueva el punto donde el péndulo se sujeta, el péndulo oscila siempre en el mismo plano, como se indica en la figura:



Para un observador solidario con el punto de sujeción del péndulo, el plano de oscilación del péndulo mostrará un movimiento aparente cuando el observador esté en movimiento. Por tanto, el péndulo de Foucault sirve para demostrar el movimiento de rotación de la Tierra, ya que el movimiento de esta es la causa del movimiento aparente del plano de oscilación del péndulo. En realidad, el plano de oscilación no se mueve y es la Tierra la que gira, pero los observadores terrestres percibimos el efecto contrario.

El movimiento del plano de oscilación del péndulo de Foucault depende de su emplazamiento sobre la Tierra, es decir, de la latitud (a mayor latitud, más rápido gira el plano de oscilación). En los polos, el plano de oscilación realiza un giro completo (360°) en 24 h; mientras que en París tarda unas 32 h en completarlo; y en el ecuador, el plano de oscilación se mantiene fijo. Además, el sentido de giro del plano de oscilación del péndulo de Foucault es en sentido horario en el hemisferio norte y en sentido antihorario en el hemisferio sur.

El péndulo de Foucault se diferencia de los péndulos ordinarios (p. ej., los de relojes de pared) en que estos últimos son obligados mecánicamente a ir variando su plano de oscilación, para que siempre esté fijo con relación al aparato que contiene el péndulo. En el péndulo de Foucault, en cambio, no hay esta restricción y su plano de oscilación puede variar en relación con el entorno; es decir, mantenerse fijo aun cuando el entorno (la Tierra) gire.

Al igual que en todos los péndulos, en el de Foucault hay disipación de energía debido al rozamiento. Por tanto, para mantener su movimiento, se coloca un dispositivo especial cerca de su punto de sujeción que compense la disipación de energía por el rozamiento.

SÍNTESIS pág. 368

52. Datos: $m = 0{,}1$ kg; $k = 10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $E_m = 1{,}2$ J; $a\,(t = 0)$ es máxima

a) La energía mecánica coincide con el máximo valor de la energía potencial del sistema:

$$E_m = \left(\frac{(k\,A^2)}{2}\right) \rightarrow A = \sqrt{\left(\frac{2E_m}{k}\right)}$$

Sustituimos los datos para calcular la amplitud:

$$A = \sqrt{\left(\frac{2\cdot 1{,}2\ \text{J}}{10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}\right)} = 0{,}49\ \text{m}$$

Hallamos el período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1\ \text{kg}}{10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = 0{,}63\ \text{s}$$

b) En el MAS, el módulo de la aceleración es máximo en los extremos de la trayectoria. Por tanto, en $t = 0$, el cuerpo está en un extremo de su trayectoria. En principio, puede ser $x = A$ o bien $x = -A$.

Si suponemos que la aceleración en $t = 0$ es positiva, entonces la posición inicial es $x = -A$, puesto que en el MAS la posición y la aceleración están en oposición de fase. En consecuencia, la fase inicial es $-\frac{\pi}{2}$.

La pulsación es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}{0{,}1\ \text{kg}}} = 10\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Y la ecuación de la posición, en unidades del SI, es:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi) \rightarrow x = 0{,}49\,\text{sen}\left(10\,t - \frac{\pi}{2}\right)$$

c) La ecuación de la velocidad, en unidades del SI, es:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow v = 4{,}9\cdot 10\cos\left(10\,t - \frac{\pi}{2}\right)$$

En el instante $t = 5$ s, la velocidad es:

$$v = 4{,}9\cdot 10\cos\left(10\cdot 5 - \frac{\pi}{2}\right) = 4\cdot 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

53. Datos: $m = 0{,}1$ kg; $x = 0{,}12\,\text{sen}\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ en unidades del SI

a) La ecuación de la posición corresponde a la de un movimiento armónico simple, ya que en el MAS es:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)$$

Identificando términos con la ecuación del enunciado del problema, obtenemos:

$$A = 0{,}12\ \text{m};\ \omega = 2\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1};\ \varphi = \frac{\pi}{3}\text{rad}$$

Hallamos el período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi\,\text{s}^{-1}} = 1\ \text{s}$$

Hallamos la energía mecánica:

$$E_m = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}0{,}1\ \text{kg}\cdot(2\pi)^2\ \text{s}^{-2}\cdot 0{,}12^2\ \text{m}^2 = 0{,}03\ \text{J}$$

b) Las ecuaciones de la aceleración y la velocidad en el MAS son, respectivamente:

$$v = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi)\,;\ a = -A\,\omega^2\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$$

Hallamos primero la aceleración en el instante $t = 3$ s, a partir de la ecuación de la aceleración en unidades del SI:

$$a = -0{,}12\,(2\pi)^2\text{sen}\left(2\pi\cdot 3 + \frac{\pi}{3}\right) = -4{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}m v^2$$

Sustituimos el valor de la masa y la expresión de la velocidad y calculamos la energía cinética en $t = 3$ s:

$$E_c = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1\ \text{kg}\cdot\left(0{,}12\cdot 2\pi\cos\left(2\pi\cdot 3 + \frac{\pi}{3}\right)\right)^2\ \text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$$

$$E_c = 7\cdot 10^{-3}\ \text{J} = 7\ \text{mJ}$$

54. Datos: $m = 50$ g; $x_{\text{máx}} = 10$ cm; $a = -16\pi^2 x$; $x\,(t = 0) = 10$ cm

a) En el MAS, la aceleración y la posición se relacionan según: $a = -\omega^2\,x$.

Por comparación con la ecuación del enunciado, es:

$$\omega^2 = 16\pi^2 \rightarrow \omega = 4\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Además: $A = x_{máx} = 0{,}10$ m

Las ecuaciones de la posición y la velocidad en el MAS son:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)\;;\; v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

Hallamos la fase inicial a partir de la posición inicial:

$$A = A\,\text{sen}\,(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Por tanto, la ecuación de la posición en unidades del SI es:

$$x = 0{,}10\,\text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Y la ecuación de la velocidad en unidades del SI es:

$$v = 0{,}4\,\pi\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) En la posición $x = 5$ cm, la energía potencial es:

$$E_p = \frac{1}{2} m\,\omega^2 x^2 =$$

$$= \frac{1}{2} 50 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}\left(4\pi\,\text{s}^{-1}\right)^2 \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)^2 = 0{,}01\ \text{J}$$

La energía cinética en la posición $x = 5$ cm es igual a la diferencia entre la energía mecánica y la energía potencial en dicha posición:

$$E_c = (E_m - E_p) = \frac{1}{2} m\,\omega^2 (A^2 - x^2)$$

Sustituimos los datos para hallar E_c:

$$E_c = \frac{1}{2} 50 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}(4\pi\,\text{s}^{-1})^2 \cdot (10^2 - 5^2) \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2 =$$

$$= 0{,}03\ \text{J}$$

55. Respuesta sugerida:

En ausencia de gravedad, los astronautas no pueden medir su masa o su peso con una balanza usual, porque en una balanza lo que se mide es la fuerza en la dirección vertical ejercida sobre ella, es decir, la fuerza peso del objeto o persona emplazado sobre la balanza.

Para medir la masa en ausencia de gravedad, los astronautas utilizan un dispositivo formado por un muelle unido en un extremo a una silla en la que se sienta un astronauta. El otro extremo del muelle está anclado a un punto fijo. Todo el sistema se hace oscilar de forma que siga un MAS. Por medios electrónicos, el dispositivo mide el período, T, del MAS del conjunto muelle-silla-astronauta. Y —a partir de los valores conocidos de la constante elástica del muelle, la masa de la silla y el período medido— se obtiene la masa del astronauta, m_{astron}, que él o ella pueden leer directamente de la pantalla digital del dispositivo. El dispositivo calcula m_{astron} a partir de la relación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{silla} + m_{astron}}{k}} \rightarrow m_{astron} = \frac{k\,T^2}{4\pi^2} - m_{silla}$$

Se sugiere que los alumnos hagan una presentación en PowerPoint, con fotografías de astronautas midiendo su masa, así como del dispositivo empleado, indicando sus componentes.

Evaluación (pág. 370)

1. Datos: $x_1 = 3{,}0$ cm; $v_1 = 6{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $x_2 = 5{,}0$ cm; $v_2 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

— Las ecuaciones de la posición y velocidad del MAS son:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)\;;\; v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

— A partir de la identidad trigonométrica:

$$\text{sen}^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1$$

Se obtiene una expresión que relaciona x y v:

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

Fijémonos en que, en esta expresión, cuando $x = \pm A$, la velocidad es nula; mientras que cuando $x = 0$, el valor absoluto de v es máximo, tal como corresponde al MAS.

— Al sustituir los datos del enunciado, en unidades del SI, resulta un sistema de dos ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 36 &= \omega^2(A^2 - 9 \cdot 10^{-4}) \\ 4 &= \omega^2(A^2 - 25 \cdot 10^{-4}) \end{aligned}\right\}$$

— Dividimos las dos ecuaciones:

$$9 = \frac{A^2 - 9 \cdot 10^{-4}}{A^2 - 25 \cdot 10^{-4}} \rightarrow 8A^2 = 9\,(25 - 1) \cdot 10^{-4}$$

Las soluciones de la ecuación de segundo grado son:

$$A = \pm\sqrt{27} \cdot 10^{-2}\,\text{m} = \pm 5{,}2 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

La amplitud del movimiento es la solución positiva de la ecuación. Por tanto: $A = 5{,}2 \cdot 10^{-2}$ m $= 0{,}052$ m.

— Introducimos este valor de A en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema para hallar la frecuencia angular:

$$4 = \omega^2(5{,}2^2 \cdot 10^{-4} - 25 \cdot 10^{-4}) \rightarrow \omega = 1{,}4 \cdot 10^2\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Y la frecuencia de este movimiento es:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1{,}4 \cdot 10^2\,\cancel{\text{rad}}\cdot\text{s}^{-1}}{2\pi\,\cancel{\text{rad}}} = 22\ \text{Hz}$$

2. Datos: $E_m = 3{,}0 \cdot 10^{-5}$ J; $F_{máx} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ J

a) En un MAS, el valor máximo de la fuerza recuperadora que lo origina se calcula de la siguiente manera:

$$F = k \cdot x \rightarrow F_{máx} = k \cdot A$$

Por otra parte, la energía mecánica de la partícula que oscila es:

$$E_m = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Sustituyendo los datos proporcionados en el enunciado y resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido, hallamos el valor de k y de la amplitud del movimiento:

$$1{,}5 \cdot 10^{-3} = k \cdot A$$

$$3{,}0 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$3{,}0 \cdot 10^{-5}\,\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{N} \cdot A \rightarrow A = 0{,}04\ \text{m}$$

b) Datos: $T = 2$ s; $x\,(t = 0) = 0{,}02$ m

La ecuación del MAS es:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi)$$

Hallamos la pulsación a partir del período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\text{ s}} = \pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

La fase inicial viene determinada por las condiciones iniciales:

$$0{,}02 = 0{,}04 \text{ sen } \varphi \rightarrow \text{sen } \varphi = 0{,}5 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}\text{rad}$$

Así pues, la ecuación del movimiento será, en unidades del SI:

$$x = 0{,}04 \text{ sen } \left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

3. Datos: $m = 5$ kg; $A = 4$ cm; $a_{máx} = 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

En el MAS, la aceleración a y la posición x se relacionan según: $a = -\omega^2 x$.

— Hallamos la pulsación a partir de la expresión de la aceleración máxima:

$$a_{máx} = A\,\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_{máx}}{A}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{4\cdot 10^{-2}\text{ m}}} = \sqrt{6\cdot 10^2}\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Determinamos el valor de la constante elástica:

$$k = \omega^2\, m = 6\cdot 10^2 \text{ s}^{-2}\cdot 5\text{ kg} = 3\cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

— Calculamos la frecuencia y el período:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{6\cdot 10^2}\ \cancel{\text{rad}}\cdot\text{s}^{-1}}{2\pi\ \cancel{\text{rad}}} = 4 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\ \cancel{\text{rad}}}{\sqrt{6\cdot 10^2}\ \cancel{\text{rad}}\cdot\text{s}^{-1}} = 0{,}3 \text{ s}$$

4. Datos: $m = 1{,}0$ g; $x_{máx} = 1{,}0$ m; $\Delta t = 0{,}25$ s

Según el enunciado, la partícula inicia el movimiento en la posición $x_{máx}$, es decir, cuando $x = A$, y tarda 0,25 s en alcanzar la posición de equilibrio. Por tanto: $\frac{T}{4} = 0{,}25$ s, lo que significa que el período es: $T = 4\cdot 0{,}25$ s $= 1{,}0$ s.

— La pulsación de este movimiento es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\text{ rad}}{1{,}0\text{ s}} = 2\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Vamos a determinar la fuerza a partir del valor de la aceleración, teniendo en cuenta que en el MAS: $a = -\omega^2 x$.

La ecuación de la posición es: $x = A \text{sen}(\omega t + \varphi)$.

Hallamos la fase inicial:

$$A = A\,\text{sen}(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Por tanto, en unidades del SI:

$$x = 1\cdot \text{sen}\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La aceleración en $t = 0{,}1$ s es:

$$a = -(2\pi)^2\cdot \text{sen}\left(2\pi\cdot 0{,}1 + \frac{\pi}{2}\right) = -3{,}2\cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Y, puesto que la masa es constante, la fuerza sobre la partícula al cabo de 0,1 s de iniciarse el movimiento es:

$$F = m\,a = 1{,}0\cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot(-3{,}2\cdot 10)\text{m}\cdot\text{s}^{-2} =$$
$$= -3{,}2\cdot 10^{-2}\text{ N}$$

5. En el MAS, las principales magnitudes que determinan la energía mecánica son la constante elástica del sistema y la amplitud de oscilación. Es decir, las magnitudes que intervienen en el cálculo del trabajo externo sobre el sistema para que este inicie la oscilación. La energía mecánica y el período vienen dados por:

$$E_m = \frac{1}{2}k\,A^2;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Si se duplican simultáneamente la energía mecánica y el período, se tiene:

$$E_m \rightarrow E'_m = 2E_m;\quad T \rightarrow T' = 2T$$

Las magnitudes que aparecen en las ecuaciones del MAS son: la amplitud, la pulsación, el tiempo y la fase inicial. De ellas, el tiempo es independiente del valor de la energía mecánica y del período del movimiento. Por otra parte, la fase inicial depende de la amplitud y de la posición en el instante inicial, de modo que su variación dependerá también de cómo varíen dichas magnitudes.

En cuanto a la pulsación, esta solo depende del período:

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, de modo que, si el período se duplica, la pulsación se reduce a la mitad.

Nos queda por determinar cómo varía la amplitud.

Sabemos que el período se ha duplicado. Esto puede deberse a que la masa se haya cuadriplicado y k se haya mantenido constante; también puede deberse a que k se haya reducido a una cuarta parte y que la masa se haya mantenido constante; o bien a que el cociente $\frac{m}{k}$ se haya cuadriplicado.

La nueva energía mecánica es:

$$E'_m = 2E_m \rightarrow \frac{1}{2}k'\,A'^2 = 2\cdot\frac{1}{2}k\,A^2$$

En el caso de que k se haya mantenido constante, entonces la nueva amplitud es:

$$A'^2 = 2\,A^2 \rightarrow A' = \sqrt{2}\ A$$

En el caso de que k se haya reducido a una cuarta parte, la nueva amplitud es:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{k}{4}A'^2 = 2\cdot\frac{1}{2}k\,A^2 \rightarrow A' = \sqrt{8}\ A$$

Y, dado que k puede reducirse en otra cantidad, siempre que la masa aumente de modo tal que el nuevo período sea el doble, la amplitud también podrá incrementar en otra cantidad.

En general, la nueva constante elástica es:

$$k' = \frac{m' k}{4m}$$

Con lo que la nueva amplitud es:

$$k' A'^2 = 2\,k\,A^2 \rightarrow \frac{m' k}{4m} A'^2 = 2\,k\,A^2 \rightarrow A' = \sqrt{\frac{8m}{m'}}\,A$$

6. Datos: $m = 0{,}12$ kg; $A = 0{,}20$ m; $E_m = 6{,}0$ J

a) La energía mecánica del MAS es:

$$E_m = \frac{1}{2} k\,A^2$$

De la expresión anterior, hallamos la constante elástica:

$$k = \frac{2\,E_m}{A^2} = \frac{2 \cdot 6\ \text{J}}{0{,}20^2\ \text{m}^2} = 3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

Calculamos la frecuencia a partir de los valores de k y m:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}{0{,}12\ \text{kg}}} = 8{,}0\ \text{Hz}$$

b) En la posición $x = 0{,}10$ m, la energía potencial es:

$$E_p = \frac{1}{2} k\,x^2 = \frac{1}{2} 3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1} \cdot (0{,}10\ \text{m})^2 = 1{,}5\ \text{J}$$

La energía cinética en la posición $x = 0{,}10$ m es igual a la diferencia entre la energía mecánica y la energía potencial en dicha posición:

$$E_c = (E_m - E_p) = (6{,}0 - 1{,}5)\ \text{J} = 4{,}5\ \text{J}$$

7. Datos: $m = 80$ g; $A = 5$ cm; $E_{c\,máx} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ J; $x\,(t = 0) = 0$

a) La ecuación del movimiento del MAS es:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)$$

La energía cinética máxima coincide con la energía mecánica del MAS, por lo que podemos hallar la pulsación:

$$\left.\begin{array}{l} k = \dfrac{2\,E_{c\,máx}}{A^2} \\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{array}\right\} \rightarrow \omega = \frac{1}{A}\sqrt{\frac{2\,E_{c\,máx}}{m}}$$

Sustituyendo los datos del enunciado:

$$\omega = \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}\sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}{80 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}} = 5\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Por su parte, la fase inicial es:

$$0 = A\,\text{sen}\,(0 + \varphi) \rightarrow \text{sen}\,\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0\,;\ \varphi = \pi$$

Hay, pues, dos posibles ecuaciones del movimiento, en unidades del SI:

$$x = 0{,}05\,\text{sen}\,(5\,t)\,;\ x = 0{,}05\,\text{sen}\,(5\,t + \pi)$$

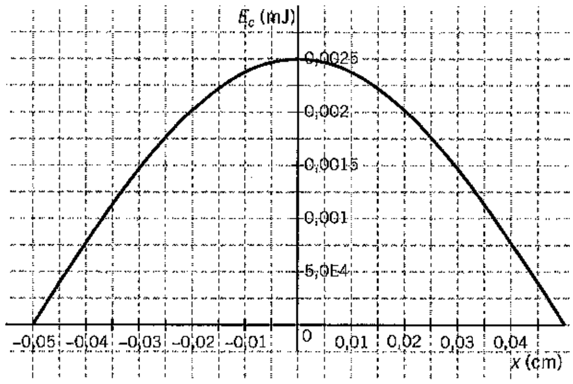
b) La energía cinética es igual a la diferencia entre la energía mecánica y la energía potencial:

$$E_c = (E_m - E_p) = E_m - \frac{1}{2} k\,x^2 = E_m - \frac{1}{2} m\,\omega^2\,x^2$$

$$E_c = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{J} - \frac{1}{2} 80 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}\,(5\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2\,x^2$$

Por tanto, la representación gráfica de la energía cinética en función de la posición, en unidades del SI, es:

$$E_c = 2{,}5 \cdot 10^{-3} - x^2$$



La energía mecánica se mantiene constante durante el movimiento y su valor es de $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ J.

En los extremos de la trayectoria, la energía cinética es nula y la energía potencial alcanza su valor máximo. A medida que el cuerpo se aproxima a la posición de equilibrio, parte de su energía potencial se transforma en energía cinética; hasta que, al pasar por la posición de equilibrio, toda la energía potencial se ha transformado en energía cinética. La energía cinética y potencial se van transformando de una en otra, pero su suma (energía mecánica) siempre se mantiene constante.

8. Datos: $k = 800\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $f = 0{,}50$ Hz

En el *puenting*, una persona se tira desde una altura h atada a una cuerda elástica, de modo que la cuerda se alarga y adquiere una longitud mayor que su longitud natural. Obviamente, h tiene que ser mayor que la longitud total que llega a tener la cuerda. El movimiento primero es el de una caída libre pero, a continuación, la energía cinética adquirida en la caída (no consideramos la energía de rotación) pasa a la cuerda en forma de energía potencial, cuando esta se alarga. Posteriormente, la cuerda recupera su longitud natural, de forma que la persona se mueve según un MAS, análogo al de un resorte vertical, con la diferencia de que la cuerda elástica no se comprime, y el cuerpo atado a ella oscila verticalmente en torno a la posición de equilibrio (cuerda alargada), hasta que su movimiento se detiene por el rozamiento y la resistencia del aire. No consideramos otras oscilaciones que pueda haber, similares a las del péndulo.

— Hallamos la masa a partir de su relación con k y f en un MAS en un resorte vertical:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow m = \frac{k}{4\pi^2 f^2} = \frac{800\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}{4\pi^2 \cdot 0{,}50^2\ \text{s}^{-2}} = 81\ \text{kg}$$

— En la posición de equilibrio, el peso de la masa se equilibra con la fuerza elástica:

$$m\,g = |-k\,\Delta x| \rightarrow \Delta x = \frac{m\,g}{k} = \frac{81\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{800\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} = 0{,}99\ \text{m}$$

9. Un sistema de dos muelles en paralelo equivale a un solo muelle de constante elástica igual a la suma de las constantes elásticas de los dos muelles, puesto que las dos fuerzas elásticas se suman. Es decir, la constante elástica equivalente es:

$$k_{\text{equiv}} = k + k = 2k$$

En consecuencia, el período de oscilación es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k_{\text{equiv}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$$

10. Para pequeñas oscilaciones, el movimiento del péndulo simple es un MAS con $k = m\frac{g}{L}$. Por lo tanto, la dependencia de E_p y E_c con la posición son las del MAS. De las gráficas del enunciado, la primera gráfica correspondería a la energía cinética en función de x, en lugar de E_p; mientras que la segunda gráfica correspondería a la energía potencial en función de x, en lugar de E_c. Por tanto, la única gráfica que se ajusta a la relación energía-elongación es la última, es decir, la de la energía mecánica igual a un valor constante.

11. Datos: $a = 3$ g; en la Tierra, media oscilación cada segundo.

— El período del péndulo en la Tierra es:

$$T_{\text{Tierra}} = \frac{1\ \text{s}}{0{,}5\ \text{oscilaciones}} = 2\ \text{s}$$

— Y se cumple que:

$$T_{\text{Tierra}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

— Consideramos que la longitud del péndulo, L, no varía. Entonces, el período de oscilación en la nave es:

$$T_{\text{nave}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{\text{nave}}}}$$

— La nave es un sistema no inercial. Y, como se aleja de la Tierra, la aceleración de la nave es percibida por sus ocupantes como una aceleración dirigida hacia la Tierra. Equivale a decir que en la nave la aceleración de la gravedad es igual a la aceleración de la nave, pero de sentido contrario. Es decir:

$$g_{\text{nave}} = a = 3\,g$$

— En consecuencia:

$$T_{\text{nave}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{3\,g}} = \frac{T_{\text{Tierra}}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\ \text{s}$$

12. a) Es verdadera.

b) Es verdadera, ya que $E_m = \dfrac{k\,A^2}{2}$.

c) Es falsa. El movimiento de un péndulo es un MAS solo para pequeños valores del desplazamiento, en los que es válido aproximar el valor del seno de un ángulo al valor del ángulo en radianes.

d) Es falsa, la posición no es en $x = \dfrac{A}{2}$. Veamos:

En la posición en que $E_c = \dfrac{E_p}{2}$, se cumple:

$$\left.\begin{array}{l} E_m = E_c + E_p \\ E_c = \dfrac{E_p}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{2}k\,A^2 = \left(\frac{1}{2}+1\right)k\,x^2$$

Y resulta:

$$x = \pm\frac{A}{\sqrt{3}}$$

Zona + (pág. 371)

— *¿En qué unidad se mide el tiempo? Los relojes atómicos*

Un reloj de cesio se basa en las propiedades de la estructura electrónica del átomo de cesio (Cs). El cesio tiene 55 electrones. De ellos, los 54 más «interiores» adoptan la configuración electrónica del gas noble xenón, que es muy estable. Por esta razón, entre el electrón restante (que está en el orbital 6s) y el núcleo hay una distribución de electrones muy simétrica. Este hecho permite la interacción directa entre el espín del electrón y el del núcleo, proceso conocido como transición hiperfina. Según la física cuántica, esta interacción tiene asociada un valor de energía muy concreto: $3{,}8 \cdot 10^{-5}$ eV, que es 10^{-5} veces el valor de la energía de la primera ionización del Cs y 10^{-3} veces el valor de la energía cinética media a 100 °C (o energía térmica) del átomo de cesio. La importancia de poder «seleccionar» este valor bajo de energía está en el extremadamente alto grado de precisión con el que se puede medir la frecuencia en el espectro de energía irradiada cuando el electrón 55 vuelve a su estado fundamental. Esto permite definir el segundo a partir de un número exacto de veces el período de la vibración asociada a la transición hiperfina del cesio.

En un reloj de cesio se han seleccionado previamente átomos en el estado fundamental (evaporando cesio líquido y seleccionando los átomos de cesio en estado gaseoso por medio de imanes). Estos átomos seleccionados se mantienen en un compartimento con un alto grado de vacío y libres de interacciones externas. El interior del compartimento se irradia con ondas de radio procedentes de un oscilador electrónico (radioemisor) de frecuencia ajustable, próxima a 9 192 631 770 Hz (que designamos como f_{Cs}). Evidentemente, no se dispone de radioemisores tan precisos, por lo que hay que seguir un procedimiento de ajuste. Es el siguiente: cuando la frecuencia de las ondas de radio es exactamente igual a f_{Cs}, los átomos de cesio se acoplan a estas ondas y absorben su energía que posteriormente vuelven a emitir. La energía emitida por los átomos de cesio es captada por una célula fotoeléctrica, con lo cual se puede variar la frecuencia del radioemisor, hasta conseguir la reemisión de energía por el cesio y, por tanto, tener exactamente la frecuencia f_{Cs} en el radioemisor. Y, a partir de ahí, mediante circuitos electrónicos, se obtienen pulsos electrónicos con una duración exacta de 1 s.

— *Un paso hacia los motores moleculares artificiales*

Proponemos la lectura y comprensión de la noticia.

— *Experimento de la gravedad en la expedición Malaspina*

Proponemos la lectura y comprensión de la noticia.

Formulación química inorgánica

En contexto (Pág. 375)

a. — Respuesta sugerida:

Cuando un bidón mal etiquetado se ha distribuido a varias farmacias tiene, básicamente, un **foco de origen:** el mal **control de calidad** del producto. Dentro de este foco, encontramos: empleados con una **mala** base de **formulación,** en este caso, en química inorgánica, ya que el magnesio tiene un solo estado de oxidación y el manganeso, más de uno; o que en la empresa de fabricación se hayan **equivocado** a la hora de **transcribir** el nombre del compuesto químico en la etiqueta.

El conocimiento de la formulación y la nomenclatura de sustancias químicas es imprescindible en cualquier trabajo que manipule de alguna manera productos químicos, sobre todo, cuando el producto elaborado está destinado al consumo humano, como es el caso de los productos farmacéuticos.

— Respuesta sugerida:

Las consecuencias de este mal etiquetaje han sido la muerte de una persona y la intoxicación de doce más.

La interpretación de este hecho se puede traducir en que a veces se cometen errores graves en el control de calidad de productos químicos que conllevan a consecuencias nefastas.

La sustitución de un elemento químico por otro puede convertir una **sustancia beneficiosa** para nuestra salud en una **sustancia nociva.** El magnesio está presente en reacciones bioquímicas, pero al sustituirlo por manganeso con la dosis propia del magnesio puede alterar al sistema nervioso.

b. — Respuesta sugerida:

Cinco posibles detalles: el humo de las chimeneas, el humo de los tubos de escape, el lugar donde se construye una fábrica, el tamaño de la fábrica y el color del humo emitido.

— Respuesta sugerida:

Los gases que se emiten en las tres imágenes llevan a pensar cuánta contaminación se emite a la atmósfera.

— Respuesta sugerida:

¿Cuánto se puede contaminar en un día?

¿Es necesario emitir estos gases?

¿Se pueden reducir las emisiones de estos gases a la atmósfera?

¿Se pueden utilizar otros medios de fabricación o transporte para disminuir estas emisiones?

c. — Respuesta sugerida:

En la industria química, se emite SO_2 (dióxido de azufre), CO_2 (dióxido de carbono), etc. En la segunda imagen, se emite óxidos de nitrógeno, monóxido de carbono, dióxido de carbono, hidrocarburos, etc. Y en la última imagen, si se trata de una central geotérmica, solo se emite vapor de agua.

— Respuesta sugerida:

La menos contaminante es la central geotérmica, ya que aprovecha el calor que emite el planeta para generar energía.

— Respuesta sugerida:

Las alternativas para reducir todas estas emisiones son aquellas que emitan **sustancias biodegradables** o usen **métodos de síntesis verdes,** es decir, que no contaminen. Por ejemplo, vehículos eléctricos, paneles solares, captación de sustancias como el CO_2, catalizadores en los tubos de escape de los vehículos...

Proponemos consultar el siguiente enlace:

http://www.agenciasinc.es/Noticias/Un-dispositivo-desarrollado-en-Espana-elimina-las-emisiones-de-CO2-de-la-industria

Amplía (Pág. 376)

— Respuesta sugerida:

Este apartado consiste en una búsqueda de información sobre el tritio. Esta búsqueda debe dividirse en tres apartados:

a) Qué es el tritio y cómo se simboliza. El tritio es un átomo que en su núcleo contiene **un protón y dos neutrones.**

b) Se debería explicar cómo se forma el tritio. El tritio se genera por la acción de los rayos cósmicos en los gases de la atmósfera y, a la vez, se puede formar mediante reacciones nucleares.

c) Se debería explicar que es **radiactivo,** que tiene una vida media de unos doce años y que una de sus posibles aplicaciones en el futuro sea la obtención de helio y energía mediante la **fusión nuclear.** Se utiliza, además, como rastreador en medicina, estudios biológicos, etc.

Amplía (Pág. 380)

— Respuesta sugerida:

Este apartado trata de una búsqueda de información sobre la tecnología de iones utilizada en industria cosmética.

Este trabajo se debe dividir en los siguientes apartados:

a) La formación de los iones, tanto negativos como positivos, en la naturaleza. Los iones positivos se forman por la pérdida de electrones; aumentan por la contaminación atmosférica, rayos cósmicos, etc. Los iones negativos se forman por captación de electrones; aumentan por fenómenos meteorológicos como la influencia de los rayos o, simplemente, un salto de agua.