

# 3 Potencias y raíces

1. Expresa los productos en forma de potencia.

a)  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

c)  $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

d)  $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

a)  $6^5$

c)  $(-1)^6$

b)  $2^{10}$

d)  $(-5)^3$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a)  $5^3$

d)  $(-3)^4$

g)  $(-1)^{35}$

b)  $2^8$

e)  $(-2)^5$

h)  $3^6$

c)  $3^5$

f)  $(-11)^2$

i)  $7^3$

a) 125

d) 81

g) -1

b) 256

e) -32

h) 729

c) 243

f) 121

i) 343

3. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$2^3$	••	••	••
••	5	4	••
••	••	3	-729
••	-2	••	-128

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$2^3$	2	3	8
$5^4$	5	4	625
$(-9)^3$	-9	3	-729
$(-2)^7$	-2	7	-128

4. Sin realizar la operación, indica el signo que tendrá el resultado.

a)  $(-2)^{15}$

b)  $(-8)^{32}$

c)  $(-5)^{2017}$

d)  $(-2135)^{315}$

a) Negativo

b) Positivo

c) Negativo

d) Negativo

5. Actividad resuelta.

**6. Calcula las siguientes potencias.**

- |             |             |                |
|-------------|-------------|----------------|
| a) $3^7$    | d) $(-5)^4$ | g) $-1^{13}$   |
| b) $-3^7$   | e) $-5^4$   | h) $1^{13}$    |
| c) $(-3)^7$ | f) $5^4$    | i) $(-1)^{13}$ |
| a) 2187     | d) 625      | g) -1          |
| b) -2187    | e) -625     | h) 1           |
| c) -2187    | f) 625      | i) -1          |

**7. Copia y completa las siguientes expresiones.**

- |                               |                                  |                           |                         |
|-------------------------------|----------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| a) $3^{\bullet} = 243$        | c) $10^{\bullet} = 10\,000\,000$ | e) $(-4)^{\bullet} = 4^8$ | g) $\bullet^9 = 512$    |
| b) $(-4)^{\bullet} = \bullet$ | d) $(-6)^{\bullet} = -216$       | f) $2^{\bullet} = 128$    | h) $5^{\bullet} = 3125$ |
| a) $3^5 = 243$                | c) $10^7 = 10\,000\,000$         | e) $(-4)^8 = 4^8$         | g) $2^9 = 512$          |
| b) $(-4)^5 = -1024$           | d) $(-6)^3 = -216$               | f) $2^7 = 128$            | h) $5^5 = 3125$         |

**8. Al calcular una potencia de exponente 4 se obtiene como resultado 81.**

- a) ¿Qué valor tiene la base?  
 b) ¿De cuántas maneras puedes escribir 81 en forma de potencia?  
 a) 3 o (-3)  
 b) De cinco maneras:  $3^4$ ,  $(-3)^4$ ,  $9^2$ ,  $(-9)^2$ ,  $81^1$

**9. Un famoso cantante ha colgado un video en Internet. Se ha calculado que, durante la última hora, el número de visitas se multiplicaba por 2 cada minuto.**

- a) Si al comienzo de esa última hora, habían visto el video 16 personas, ¿cuántas visitas tenía pasados 5 minutos? ¿Y 10 minutos? ¿Y 15 minutos?  
 b) Escribe la potencia que indica el número de visitas que tiene el video al finalizar la primera hora.  
 a) A los 5 minutos se multiplicó por  $2^5$ , por lo que tenía  $16 \cdot 2^5 = 512$  visitas.  
 A los 10 minutos tenía  $16 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 16384$  visitas.  
 A los 15 minutos tenía  $16 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 524\,288$  visitas.  
 b) Al finalizar la primera hora tenía  $16 \cdot 2^{60} = 2^4 \cdot 2^{60} = 2^{64}$  visitas.

**10. Actividad interactiva.**

**11. Escribe como una única potencia.**

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2$           | d) $3^{12} \cdot 3^{35} \cdot 3^{88}$          |
| b) $(-4)^5 \cdot (-4)^4$             | e) $(-3)^{50} \cdot (-3)^{42} \cdot (-3)^{39}$ |
| c) $a^4 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot a$ | f) $x^{19} \cdot x^{80} \cdot x$               |
| a) $2^6$                             | d) $3^{135}$                                   |
| b) $(-4)^9$                          | e) $(-3)^{131}$                                |
| c) $a^{10}$                          | f) $x^{100}$                                   |

12. Expresa los cocientes como una única potencia.

- |                   |                               |                         |                            |
|-------------------|-------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $2^{20} : 2^4$ | b) $\frac{(-2)^{10}}{(-2)^2}$ | c) $\frac{7^{23}}{7^8}$ | d) $(-6)^{50} : (-6)^{10}$ |
| a) $2^{16}$       | b) $(-2)^8$                   | c) $7^{15}$             | d) $(-6)^{40}$             |

13. Expresa usando una única potencia.

- |                    |                     |              |
|--------------------|---------------------|--------------|
| a) $((-3)^5)^{10}$ | b) $((2^2)^5)^{10}$ | c) $(m^3)^5$ |
| a) $(-3)^{50}$     | b) $2^{100}$        | c) $m^{15}$  |

14. Actividad resuelta.

15. Escribe las siguientes operaciones como una única potencia.

- |  |  |  |
|--|--|--|
| a) $\frac{2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^7}{2^5 \cdot 2^6}$ | b) $\frac{x^3 \cdot (x^4)^2}{x^6 \cdot x \cdot x^2}$ | c) $\frac{(-5)^3 \cdot ((-5)^2)^5}{((-5)^3)^4 \cdot (-5)}$ |
| a) $2^3$   | b) $x^2$   | c) $(-5)^0$  |

16. Expresa como una única potencia.

- |                              |                           |                                   |
|------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|
| a) $2^6 \cdot 5^6 \cdot 7^6$ | c) $12^5 : 4^5 \cdot 3^5$ | e) $(-27)^{12} : (-3)^{12}$       |
| b) $21^8 : 3^8$              | d) $4^{36} \cdot 7^{36}$  | f) $(-3)^4 \cdot (-3)^6 : (-3)^5$ |
| a) $70^6$                    | c) $3^{10}$               | e) $(-3)^{24}$                    |
| b) $7^8$                     | d) $28^{36}$              | f) $(-3)^5$                       |

17. Actividad resuelta.

18. Escribe como una única potencia y calcula el resultado.

- |  |  |
|--|--|
| a) $9^8 : 3^9$                                     | d) $3^5 \cdot 9^6 : 27^2$                          |
| b) $8^3 \cdot 2^5$                                 | e) $25^4 : 125 \cdot 5^6$                          |
| c) $(16^3)^2 \cdot 8^2$                            | f) $(-4)^8 : (-2)^8$                               |
| a) $(3^2)^8 : 3^9 = 3^7 = 2187$                    | d) $3^5 \cdot (3^2)^6 : (3^3)^2 = 3^{11} = 177147$ |
| b) $(2^3)^3 \cdot 2^5 = 2^{14} = 16384$            | e) $(5^2)^4 : 5^3 \cdot 5^6 = 5^{11} = 48828125$   |
| c) $((2^3)^3)^2 \cdot (2^4)^2 = 2^{26} = 67108864$ | f) $(-2^2)^8 : (-2)^8 = 2^8 = 256$                 |

19. Expresa como producto de potencias de factores primos.

- |                              |                    |  |                                       |
|------------------------------|--------------------|--|---------------------------------------|
| a) $(2 \cdot 3 \cdot 7)^5$   | b) $14^9$          | c) $(-12)^3$                             | d) $30^{10}$                          |
| a) $2^5 \cdot 3^5 \cdot 7^5$ | b) $2^9 \cdot 7^9$ | c) $(-3 \cdot 2^2)^3 = (-3)^3 \cdot 2^6$ | d) $2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$ |

20. Escribe como potencia de un producto o de un cociente.

a)  $3^4 \cdot 25^2$

b)  $8^7$

c)  $x^{100} \cdot y^{50}$

d)  $(-0,5 \cdot b)^{15}$

a)  $(3 \cdot 5)^4$

b)  $\left(\frac{24}{3}\right)^7$

c)  $(x^2 \cdot y)^{50}$

d)  $\left(\frac{-b}{2}\right)^{15}$

21. Actividad resuelta.

22. Calcula.

a)  $\frac{16 \cdot 81 \cdot 25}{12 \cdot 300}$

b)  $\frac{9^4 \cdot 27^3}{81^4}$

c)  $\frac{30^{20} \cdot 49^5}{(210^4)^2 \cdot 100^5 \cdot 9^6}$

a)  $\frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 3^2 = 9$

b)  $\frac{(3^2)^4 \cdot (3^3)^3}{(3^4)^4} = \frac{3^8 \cdot 3^9}{3^{16}} = 3$

c)  $\frac{(2 \cdot 3 \cdot 5)^{20} \cdot (7^2)^5}{((2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)^4)^2 \cdot (2^2 \cdot 5^2)^5 \cdot (3^2)^6} = \frac{2^{20} \cdot 3^{20} \cdot 5^{20} \cdot 7^{10}}{2^{18} \cdot 3^{20} \cdot 5^{18} \cdot 7^8} = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 4900$

23. Actividad resuelta.

24. Simplifica y opera la expresión  $\frac{(4^2 + 3^2) \cdot 2^6}{(5-1)^3 \cdot (4+1)}$ .

$$\frac{(4^2 + 3^2) \cdot 2^6}{(5-1)^3 \cdot (4+1)} = \frac{(16+9) \cdot 2^6}{4^3 \cdot 5} = \frac{5^2 \cdot 2^6}{2^6 \cdot 5} = 5$$

25. Calcula las siguientes potencias.

a)  $3^{-4}$

d)  $(-1)^{-3}$

g)  $(-7)^{-3}$

b)  $5^{-2}$

e)  $(-2)^{-2}$

h)  $(-6)^0$

c)  $10^{-3}$

f)  $4^0$

i)  $2^{-8}$

a)  $\frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

d)  $\frac{1}{(-1)^3} = -1$

g)  $\frac{1}{(-7)^3} = -\frac{1}{343}$

b)  $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

e)  $\frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

h) 1

c)  $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

f) 1

i)  $\frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$

26. Resuelve las siguientes operaciones usando las propiedades de las potencias.

a)  $3^{-2} \cdot 3^0 \cdot 3^5$

c)  $\frac{2^3 \cdot 2^{-5} \cdot 2^4}{2^{-2} \cdot 2^0}$

b)  $\frac{(3^3)^{-2} \cdot 3^3 \cdot 3}{(3^4 \cdot 3^{-2})^2}$

d)  $\frac{(5^{-2})^{-3} \cdot 5^5 \cdot 5^{-10}}{((5^2)^{-1})^3 \cdot 5^4}$

a)  $3^3 = 27$

c)  $\frac{2^2}{2^{-2}} = 2^4 = 16$

b)  $\frac{3^{-6} \cdot 3^8 \cdot 3}{3^8 \cdot 3^{-4}} = \frac{3^3}{3^4} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

d)  $\frac{5^6 \cdot 5^5 \cdot 5^{-10}}{5^{-6} \cdot 5^4} = \frac{5}{5^{-2}} = 5^3 = 125$

27. Comprueba que  $\frac{1}{2^{-5}} = 2^5$ .

Utiliza esta propiedad para escribir  $\frac{2^{-2} \cdot 2^6}{2^{-10} \cdot 2^7}$  usando solo potencias de exponente positivo, y calcula el resultado.

$$\frac{1}{2^{-5}} = \frac{1}{\frac{1}{2^5}} = 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2^5}} = 2^5$$

Como  $\frac{1}{2^{-10}} = 2^{10}$  y  $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$ , entonces  $\frac{2^{-2} \cdot 2^6}{2^{-10} \cdot 2^7} = \frac{2^{10} \cdot 2^6}{2^2 \cdot 2^7} = \frac{2^{16}}{2^9} = 2^7 = 128$ .

28. Actividad resuelta.

29. Calcula.

a)  $\frac{(3^{-2} \cdot 7^2)^{-5} \cdot (7^{-2} \cdot 3^{-3})^{-6}}{((3^{-2})^{-4})^2}$

b)  $\frac{1000^{-5} \cdot 32^{12}}{(125^3)^{-3} \cdot (64^{-2})^{-3}}$

a)  $\frac{3^{10} \cdot 7^{-10} \cdot 7^{12} \cdot 3^{18}}{3^{16}} = \frac{3^{28} \cdot 7^2}{3^{16}} = 3^{12} \cdot 7^2$

b)  $\frac{((2 \cdot 5)^3)^{-5} \cdot (2^5)^{12}}{((5^3)^3)^{-3} \cdot ((2^6)^{-2})^{-3}} = \frac{2^{-15} \cdot 5^{-15} \cdot 2^{60}}{5^{-27} \cdot 2^{36}} = 2^{-15+60-36} \cdot 5^{-15-(-27)} = 2^9 \cdot 5^{12}$

30. Expresa en notación científica e indica el orden de magnitud.

a) Masa de una orca: 10 000 kg

b) Masa de un caballo: 500 kg

c) Masa de una hormiga: 0,000 002 kg

a) Masa de una orca:  $10^4$  kg, orden 4

b) Masa de un caballo:  $5 \cdot 10^2$  kg, orden 2

c) Masa de una hormiga:  $2 \cdot 10^{-6}$  kg, orden -6

31. Escribe en notación científica los siguientes números e indica el orden de magnitud.

- |                                    |                                      |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) 1 020 000                       | d) 79 508 000 000 000 000            |
| b) 0,000 005 59                    | e) 0,000 000 000 000 066 1           |
| c) 0,000 113                       | f) 11 232 000 000 000 000 000        |
| a) $1,02 \cdot 10^6$ , orden 6     | d) $7,9508 \cdot 10^{16}$ , orden 16 |
| b) $5,59 \cdot 10^{-6}$ , orden -6 | e) $6,61 \cdot 10^{-14}$ , orden -14 |
| c) $1,13 \cdot 10^{-4}$ , orden -4 | f) $1,1232 \cdot 10^{19}$ , orden 19 |

32. Escribe en notación decimal los siguientes números.

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| a) $3,552 \cdot 10^7$   | d) $9,99 \cdot 10^{12}$  |
| b) $8,81 \cdot 10^{-6}$ | e) $2,06 \cdot 10^{-12}$ |
| c) $5,014 \cdot 10^9$   | f) $7,127 \cdot 10^{-8}$ |
| a) 35 520 000           | d) 9990 000 000 000      |
| b) 0,000 008 81         | e) 0,000 000 000 002 06  |
| c) 5 014 000 000        | f) 0,000 000 071 27      |

33. Actividad resuelta.

34. Escribe en notación científica.

- |                            |                          |                               |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| a) $2600 \cdot 10^{14}$    | c) $490000 \cdot 10^2$   | e) $0,000 065 \cdot 10^{-12}$ |
| b) $0,00035 \cdot 10^{16}$ | d) $925,1 \cdot 10^{-8}$ | f) $49000 \cdot 10^{-2}$      |
| a) $2,6 \cdot 10^{17}$     | c) $4,9 \cdot 10^7$      | e) $6,5 \cdot 10^{-17}$       |
| b) $3,5 \cdot 10^{12}$     | d) $9,251 \cdot 10^{-6}$ | f) $4,9 \cdot 10^2$           |

35. Opera en notación científica.

- |  |   |
|--|---|
| a) $(9,2 \cdot 10^{15}) \cdot (8,9 \cdot 10^7)$  | d) $(4,8 \cdot 10^{11}) : (3,6 \cdot 10^5)$ |
| b) $(2,5 \cdot 10^{20}) \cdot (3,6 \cdot 10^{-15})$  | e) $(4 \cdot 10^5)^4$                       |
| c) $(3,2 \cdot 10^{15}) : (6,4 \cdot 10^3)$  | f) $(2,5 \cdot 10^{-4})^{-2}$               |
| a) $(9,2 \cdot 8,9) \cdot (10^{15} \cdot 10^7) = 81,88 \cdot 10^{22} = 8,188 \cdot 10^{23}$                                    |   |
| b) $(2,5 \cdot 3,6) \cdot (10^{20} \cdot 10^{-15}) = 9 \cdot 10^5$   |   |
| c) $(3,2 : 6,4) \cdot (10^{15} : 10^3) = 0,5 \cdot 10^{12} = 5 \cdot 10^{11}$  |   |
| d) $(4,8 : 3,6) \cdot (10^{11} : 10^5) = 1,3 \cdot 10^6$   |   |
| e) $4^4 \cdot (10^5)^4 = 256 \cdot 10^{20} = 2,56 \cdot 10^{22}$   |   |
| f) $2,5^{-2} \cdot (10^{-4})^{-2} = \frac{1}{2,5^2} \cdot 10^8 = \frac{1}{6,25} \cdot 10^8 = 0,16 \cdot 10^8 = 1,6 \cdot 10^7$ |   |

36. Opera y da el resultado en notación científica.

a)  $\frac{(3 \cdot 10^{15}) : (2 \cdot 10^7)}{(4 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 10^3)}$

b)  $\frac{(2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (2 \cdot 10^3)^{-2}}{(5 \cdot 10^3) : (3 \cdot 10^5)}$

a)  $\frac{(3 \cdot 10^{15}) : (2 \cdot 10^7)}{(4 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 10^3)} = \frac{1,5 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^6} = 0,1875 \cdot 10^2 = 1,875 \cdot 10$

b)  $\frac{(2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (2 \cdot 10^3)^{-2}}{(5 \cdot 10^3) : (3 \cdot 10^5)} = \frac{(4 \cdot 10^{-6}) \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 10^{-6}\right)}{\frac{5}{3} \cdot 10^{-2}} = 10^{-12} \cdot \frac{3}{5} \cdot 10^2 = 0,6 \cdot 10^{-10} = 6 \cdot 10^{-11}$

37. El planeta Tierra tiene una masa de  $5,9722 \cdot 10^{21}$  t. La de Marte es de  $6,39 \cdot 10^{23}$  kg y la masa de Mercurio  $3285 \cdot 10^{20}$  kg.

a) Ordena los planetas de mayor a menor masa.

b) Júpiter tiene una masa de  $1\,898\,000 \cdot 10^{21}$  kg, Saturno de  $568\,300\,000\,000\,000\,000\,000 \cdot 10^6$  kg y Venus de  $4,867 \cdot 10^{24}$  kg. Ordena los seis planetas de menor a mayor.

a) Se expresan todas las masas en la misma unidad (toneladas):

Tierra:  $5,9722 \cdot 10^{21}$  t

Marte:  $6,39 \cdot 10^{20}$  t

Mercurio:  $3,285 \cdot 10^{20}$  t

Ordenados de mayor a menor: Tierra – Marte – Mercurio.

b) Se expresan todas las masas en la misma unidad (toneladas):

Júpiter:  $1,898 \cdot 10^{24}$  t

Saturno:  $5,683 \cdot 10^{23}$  t

Venus:  $4,867 \cdot 10^{21}$  t

Ordenados de menor a mayor: Mercurio – Marte – Venus – Tierra – Saturno – Júpiter.

38. Calcula los cuadrados de estos números.

a) 7

d) 15

g) 21

b) 25

e) 40

h) 32

c) 30

f) 50

i) 200

a) 49

d) 225

g) 441

b) 625

e) 1600

h) 1024

c) 900

f) 2500

i) 40000

39. Indica que números se han elevado al cuadrado para obtener los siguientes.

100

169

225

400

900

12 100

1 000 000

10

13

15

20

30

110

1 000

40. Si un número acaba en 3, ¿en qué cifra acaba su cuadrado? ¿Y si acaba en 5? Encuentra todos los valores que puede tener la última cifra de un cuadrado perfecto.

Si el número acaba en 3, su cuadrado acaba en 9. Si acaba en 5, su cuadrado acaba en 5.

Última cifra del número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Última cifra del cuadrado	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

41. Escribe los cuadrados de los números de dos cifras que acaban en 0.

a) El número 2025 es un cuadrado perfecto. ¿Entre qué números de los que has obtenido en el apartado anterior está?

b) ¿Qué número elevado al cuadrado da 2025?

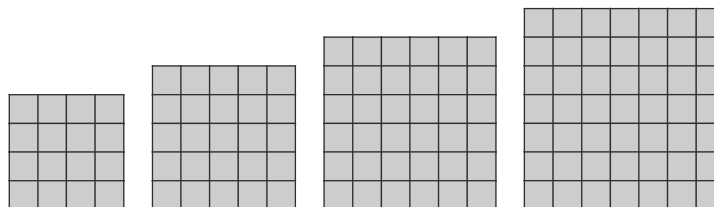
a) 2025 está entre 40 y 50.

Número	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Cuadrado	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100

b) De los números naturales entre 40 y 50, el que tiene un cuadrado que acaba en 5 es 45:  $45^2 = 2025$

42. Actividad resuelta.

43. Comprueba gráficamente si 19, 36 y 48 son cuadrados perfectos. Indica en los que no lo sean cuántas unidades sobran y cuántas harían falta para completar el siguiente cuadrado.



19 no es cuadrado perfecto, sobran 3 unidades o faltan 6.

36 es cuadrado perfecto,  $6^2$ .

48 no es cuadrado perfecto, sobran 12 unidades o falta 1.

44. Un cuadrado está formado por 225 fichas.

a) ¿Cuántas fichas hay que quitar para que quede un cuadrado con 3 fichas menos en cada lado?

b) ¿Cuántas fichas hay que añadir para obtener el siguiente cuadrado?

c) ¿Cuál es el número menor de fichas que hay que quitar para construir un cuadrado más pequeño?

a)  $225 = 15^2$ . Para que quede  $(15 - 3)^2 = 12^2 = 144$ , hay que quitar  $225 - 144 = 81$  fichas.

b) El siguiente cuadrado es  $16^2 = 256$ , faltan  $256 - 225 = 31$  fichas.

c) El cuadrado anterior tiene  $14^2 = 196$ . Por tanto, hay que quitar  $225 - 196 = 29$  fichas.

45. Halla las raíces cuadradas de los siguientes números.

a) 49

d) 100

g) 0

b) 169

e) 400

h) -16

c) 64

f) 225

i) -169

a) 7 y -7

d) 10 y -10

g) 0

b) 13 y -13

e) 20 y -20

h) No tiene raíces reales.

c) 8 y -8

f) 15 y -15

i) No tiene raíces reales.

46. Los alumnos del campeonato de kárate se han colocado sobre la superficie del pabellón formando un cuadrado.

a) Si hay entre 40 y 90 alumnos, ¿puedes decir exactamente cuántos son? ¿Hay más de una posibilidad?

b) Cuando han vuelto a clase, iban por parejas y no sobraba ninguno. ¿Cuántos eran?

a) Los cuadrados comprendidos entre 40 y 90 son 49, 64 y 81. Hay tres posibilidades.

b) De las tres opciones, el único número par es 64. Eran 64 alumnos.



47. Los números 9 y 16 son cuadrados perfectos.

a) Comprueba que su suma es un cuadrado perfecto.

b) ¿Será cierto que la suma de dos cuadrados perfectos es siempre un cuadrado perfecto? Compruébalo cambiando el 9 por otros cuadrados perfectos.

a)  $9 + 16 = 25 = 5^2$

b) No siempre es cierto. Por ejemplo,  $4 + 16 = 20$ , que no es cuadrado perfecto.

48. El número 3481 es un cuadrado perfecto.

a) Encuentra el siguiente número más cercano acabado en 00 que sea cuadrado perfecto.

b) Observa la terminación. ¿En qué cifras puede acabar la raíz de un cuadrado perfecto que acaba en 1?

c) Trata de encontrar la raíz de 3481.

a)  $3600 = 60^2$

b) Debe ser el cuadrado de un número acabado en 1 o en 9.

c)  $3481 = 59^2$ . La raíz es 59.

49. Analiza y contesta:

Si dos números son cuadrados perfectos, su producto también lo es.

Usa esta propiedad para calcular la raíz de 1764, sabiendo que  $1764 = 36 \cdot 49$ , y comprueba el resultado.

Como  $\sqrt{36} = 6$  y  $\sqrt{49} = 7$ ,  $\sqrt{1764} = 6 \cdot 7 = 42$ . En efecto, se cumple que  $42^2 = 1764$ .

50. Actividad interactiva.

51. Comprueba si las siguientes raíces son correctas sin calcularlas.

Número	Raíz entera	Resto
89	9	9
126	11	5
180	14	16
460	20	60
9081	95	56

Número	Raíz entera	Resto	Cuadrado de la raíz más el resto	¿Correcta?
89	9	9	$9^2 + 9 = 90$	No
126	11	5	$11^2 + 5 = 126$	Sí
180	14	16	$14^2 + 16 = 212$	No
460	20	60	$20^2 + 60 = 460$	Sí
9081	95	56	$95^2 + 56 = 9081$	Sí

52. Calcula las raíces cuadradas de los siguientes números utilizando el algoritmo.

a) 480

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{480} & 21 \\ -4 & 41 \cdot 1 = 41 \\ \hline 080 & \\ -41 & \\ \hline 39 & \end{array}$$

c) 1000

d)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1348} & 36 \\ -9 & 66 \cdot 6 = 396 \\ \hline 448 & \\ -396 & \\ \hline 52 & \end{array}$$

e) 155 478

f) 11 729

b)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{600} & 24 \\ -4 & 44 \cdot 4 = 176 \\ \hline 200 & \\ -176 & \\ \hline 24 & \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{155478} & 394 \\ -9 & 69 \cdot 9 = 621 \\ \hline 654 & \\ -621 & \\ \hline 3378 & \\ -3136 & \\ \hline 242 & \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1000} & 31 \\ -9 & 61 \cdot 1 = 61 \\ \hline 100 & \\ -61 & \\ \hline 39 & \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{11729} & 108 \\ -1 & 20 \cdot 0 = 0 \\ \hline 017 & \\ -0 & \\ \hline 1729 & \\ -1664 & \\ \hline 65 & \end{array}$$

53. Al utilizar el algoritmo de la raíz cuadrada se separan las cifras del número en grupos de dos.

a) ¿Cuántas cifras podrá tener la raíz entera de un número de 9 cifras?

b) ¿Cuántas cifras podrá tener la raíz entera de un número de 12 cifras?

a) Si el número tiene 9 cifras habrá cinco grupos, la raíz tendrá 5 cifras.

b) Si el número tiene 12, la raíz tiene 6 cifras.

54. Copia y completa en tu cuaderno.

a)  $\bullet < 222 < \bullet$

La raíz entera de  $\bullet$  es  $\bullet$ .

El resto es  $222 - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$ .

c)  $\bullet < \bullet < 21^2$

La raíz entera de  $\bullet$  es  $\bullet$ .

El resto es  $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = 12$ .

b)  $16^2 < \bullet < \bullet$

La raíz entera de  $\bullet$  es  $\bullet$ .

El resto es  $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$ .

a)  $14^2 < 222 < 15^2$

La raíz entera de 222 es 14.

El resto es  $222 - 14^2 = 222 - 196 = 26$ .

c) Respuesta modelo:  $20^2 < 412 < 21^2$

La raíz entera de 412 es 20.

El resto es  $412 - 20^2 = 412 - 400 = 12$ .

b)  $16^2 < 261 < 17^2$

La raíz entera de 261 es 16.

El resto es  $261 - 16^2 = 261 - 256 = 5$ .

**55. Actividad resuelta**

**56. ¿Cuántos números tienen raíz cuadrada exacta o entera igual a 14?**

Como  $14^2 = 196$  y  $15^2 = 225$ , los números son 196, 197, 198..., 224. Hay 29 números.

**57. Calcula las raíces cuadradas siguientes por estimación, indicando si son exactas o enteras, y calcula el resto.**

- |  |                 |                               |                 |
|--|-----------------|-------------------------------|-----------------|
| a) $\sqrt{75}$                           | b) $\sqrt{240}$ | c) $\sqrt{144}$               | d) $\sqrt{841}$ |
| a) $\sqrt{75} = 8$ , entera, resto: 11   |                 | c) $\sqrt{144} = 12$ , exacta |                 |
| b) $\sqrt{240} = 15$ , entera, resto: 15 |                 | d) $\sqrt{841} = 29$ , exacta |                 |

**58. Actividad resuelta.**

**59. Calcula por aproximación las raíces cuadradas de los siguientes números.**

- |                                    |         |  |            |
|------------------------------------|---------|--|------------|
| a) 888                             | b) 9000 | c) 23954                               | d) 688 221 |
| a) $\sqrt{888} = 29$ , resto: 47   |         | c) $\sqrt{23954} = 154$ , resto: 238   |            |
| b) $\sqrt{9000} = 94$ , resto: 164 |         | d) $\sqrt{688 221} = 829$ , resto: 980 |            |

**60. Actividad interactiva.**

**61. Desarrolla como cociente de potencias y calcula el resultado.**

- |   |                                 |   |                                    |
|---|---------------------------------|---|------------------------------------|
| a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$   | b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ | c) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$  | d) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ |
| a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25} = 0,36$   |                                 | c) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{6^2}{5^2} = \frac{36}{25} = 1,44$      |                                    |
| b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$ |                                 | d) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{7^3}{4^3} = \frac{343}{64} = 5,359375$ |                                    |

**62. Calcula las raíces cuadradas de las siguientes fracciones.**

- |   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| a) $\sqrt{\frac{16}{36}}$                             | b) $\sqrt{\frac{49}{25}}$               | c) $\sqrt{\frac{1}{64}}$               | d) $\sqrt{\frac{225}{196}}$                 |
| a) $\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ | b) $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$ | c) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$ | d) $\sqrt{\frac{225}{196}} = \frac{15}{14}$ |

**63. Actividad resuelta.**

**64. Calcula.**

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| a) $\sqrt{\frac{32}{50}}$                                      | b) $\sqrt{\frac{245}{405}}$                                      | c) $\sqrt{\frac{600}{1536}}$                                      | d) $\sqrt{\frac{343}{7}}$                 |
| a) $\sqrt{\frac{32}{50}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ | b) $\sqrt{\frac{245}{405}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ | c) $\sqrt{\frac{600}{1536}} = \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}$ | d) $\sqrt{\frac{343}{7}} = \sqrt{49} = 7$ |

65. Aplica las propiedades de las potencias y calcula el resultado.

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{3^6}{2^4}$

b)  $\left(\frac{3}{2} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^2$

c)  $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{3^3}{2^2}\right)^2$

d)  $\left(\frac{7}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{11}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{11}\right)^{-5}$

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{3^6}{2^4} = \frac{2^5}{3^5} \cdot \frac{3^6}{2^4} = 3 \cdot 2 = 6$

b)  $\left(\frac{3}{2} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 2^3\right)^2 = (3 \cdot 2^2)^2 = 3^2 \cdot 2^4 = 9 \cdot 16 = 144$

c)  $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{3^3}{2^2}\right)^2 = \left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^3 : \frac{3^6}{2^4} = \frac{7^2 \cdot 5^3 \cdot 2^4}{5^2 \cdot 7^3 \cdot 3^6} = \frac{5 \cdot 2^4}{7 \cdot 3^6} = \frac{80}{5103} = 0.01567705271$

d)  $\left(\frac{7}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{11}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{11}\right)^{-5} = \frac{7^3}{2^3} \cdot \frac{11^2}{7^2} \cdot \frac{11^5}{2^5} = \frac{7 \cdot 11^7}{2^8} = \frac{136410197}{256} = 532852.332031$

66. Actividad resuelta.

67. Calcula.

a)  $\left(\frac{16}{25^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5^6 \cdot 2}{3^7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9^4}{5^{12}}\right)^{-2}$

b)  $\left(\frac{3}{8}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{4^5}{12^7}\right)^{-1} : \left(\frac{16}{9}\right)^{20}$

c)  $\frac{9^{12}}{100^6} \cdot \left(\frac{3^5}{5^2} \cdot \frac{25}{9^6}\right)^{-3}$

d)  $\left(\sqrt{\frac{30}{120}}\right)^6 : \left(\frac{25}{125}\right)^{-4} \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-3}$

a)  $\left(\frac{16}{25^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5^6 \cdot 2}{3^7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9^4}{5^{12}}\right)^{-2} = \left(\frac{2^4}{(5^2)^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3^7}{5^6 \cdot 2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5^{12}}{(3^2)^4}\right)^2 = \frac{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^{24}}{5^{12} \cdot 5^{12} \cdot 2^2 \cdot 3^{16}} = \frac{2^{10}}{3^2}$

b)  $\left(\frac{3}{8}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{4^5}{12^7}\right)^{-1} : \left(\frac{16}{9}\right)^{20} = \left(\frac{2^3}{3}\right)^6 \cdot \frac{(2^2 \cdot 3)^7}{(2^2)^5} : \left(\frac{2^4}{3^2}\right)^{20} = \frac{2^{18} \cdot 2^{14} \cdot 3^7 \cdot 3^{40}}{3^6 \cdot 2^{10} \cdot 2^{80}} = \frac{3^{41}}{2^{58}}$

c)  $\frac{9^{12}}{100^6} \cdot \left(\frac{3^5}{5^2} \cdot \frac{25}{9^6}\right)^{-3} = \frac{(3^2)^{12}}{(2^2 \cdot 5^2)^6} \cdot \left(\frac{5^2 \cdot (3^2)^6}{3^5 \cdot 5^2}\right)^3 = \frac{3^{24}}{2^{12} \cdot 5^{12}} \cdot \frac{5^6 \cdot 3^{36}}{3^{15} \cdot 5^6} = \frac{3^{45}}{2^{12} \cdot 5^{12}}$

d)  $\left(\sqrt{\frac{30}{120}}\right)^6 : \left(\frac{25}{125}\right)^{-4} \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-3} = \left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^6 : \left(\frac{125}{25}\right)^4 \cdot (2 \cdot 5)^5 \cdot 8^3 = \frac{1}{2^6} : 5^4 \cdot 2^5 \cdot 5^5 \cdot 2^9 = \frac{2^5 \cdot 5^2 \cdot 2^9}{2^6 \cdot 5^4} = 2^8 \cdot 5$

## 68. Resuelve.

a)  $\sqrt{4^2 + 3^2} - 2 \cdot (3^2 - 2^2)$

b)  $\sqrt{\frac{3}{12}} : 3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^2$

c)  $(-2)^{-4} \cdot \frac{2^3}{3} + \frac{1}{5} \cdot \left[4 - 2^2 \cdot \frac{1}{6}\right] - (-2)^3$

d)  $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2^2}\right)^{-1} + \left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

e)  $\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right] - 2^{-1} \cdot \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9}}$

a)  $\sqrt{4^2 + 3^2} - 2 \cdot (3^2 - 2^2) = \sqrt{16 + 9} - 2 \cdot (9 - 4) = \sqrt{25} - 2 \cdot 5 = 5 - 10 = -5$

b)  $\sqrt{\frac{3}{12}} : 3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^2 = \sqrt{\frac{1}{4}} : 3 - 2 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{1}{2} : 3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

c)  $(-2)^{-4} \cdot \frac{2^3}{3} + \frac{1}{5} \cdot \left[4 - 2^2 \cdot \frac{1}{6}\right] - (-2)^3 = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{2^3}{3} + \frac{1}{5} \cdot \left[4 - \frac{2}{3}\right] - (-8) = \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{3} + 8 = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + 8 = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{48}{6} = \frac{53}{6}$

d)  $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2^2}\right)^{-1} + \left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{2^2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \frac{2^2}{3^2} = \frac{3}{4} - \frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{2^2}{3} + \frac{8}{27} - \frac{4}{9} = \frac{3}{4} - 3 + \frac{8}{27} - \frac{4}{9} =$   
 $= \frac{81 - 324 + 32 - 48}{108} = \frac{-259}{108}$

e)  $\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right] - 2^{-1} \cdot \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{-3^3}{2^3} \cdot \frac{-2^6}{3^6} + \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2^3}{3^3} + \frac{1}{27} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{16 + 2 - 9 + 18}{54} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$

## 69. Expresa en forma de potencia.

a)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

c)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

b)  $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$

d)  $\frac{-2}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-2}{3}$

a)  $5^4$

b)  $(-4)^5$

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^9$

d)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^6$

## 70. Calcula las siguientes potencias.

a)  $(-3)^3$

c)  $10^4$

e)  $(-1)^{27}$

b)  $5^2$

d)  $(-2)^5$

f)  $(-1)^{28}$

a)  $-27$

c)  $10000$

e)  $-1$

b)  $25$

d)  $-32$

f)  $1$

## 71. Calcula en tu cuaderno la base de las siguientes potencias.

a)  $\bullet^5 = 32$

b)  $\bullet^3 = 1000$

c)  $\bullet^3 = 64$

d)  $\bullet^4 = 810000$

a)  $2^5 = 32$

b)  $10^3 = 1000$

c)  $4^3 = 64$

d)  $30^4 = 810000$

72. Calcula en tu cuaderno el exponente de las siguientes potencias.

- |                |                    |                    |                            |
|----------------|--------------------|--------------------|----------------------------|
| a) $3^* = 243$ | b) $(-2)^* = -512$ | c) $2^* = 1024$    | d) $(-10)^* = 1\ 000\ 000$ |
| a) $3^5 = 243$ | b) $(-2)^9 = -512$ | c) $2^{10} = 1024$ | d) $(-10)^6 = 1\ 000\ 000$ |

73. Indica el signo de las siguientes potencias sin calcularlas.

- |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $(-4)^{23}$ | c) $6^{11}$    | e) $(-3)^{15}$ |
| b) $5^{20}$    | d) $(-7)^{80}$ | f) $9^{99}$    |
| a) Negativo    | c) Positivo    | e) Negativo    |
| b) Positivo    | d) Positivo    | f) Positivo    |

74. Actividad resuelta.

75. Escribe usando solo potencias de base positiva.

- |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $(-2)^{33}$ | b) $(-3)^{43}$ | c) $(-4)^{11}$ | d) $(-5)^{12}$ |
| a) $-2^{33}$   | b) $-3^{43}$   | c) $-4^{11}$   | d) $5^{12}$    |

76. Escribe cada número en forma de potencia de cuatro formas distintas, usando bases positivas y negativas.

- |  |        |                                       |       |
|--|--------|---------------------------------------|-------|
| a) 16                                  | b) 256 | c) 64                                 | d) 81 |
| a) $16 = 2^4 = (-2)^4 = 4^2 = (-4)^2$  |        | c) $64 = 2^6 = (-2)^6 = 8^2 = (-8)^2$ |       |
| b) $256 = 2^8 = (-2)^8 = 4^4 = (-4)^4$ |        | d) $81 = 3^4 = (-3)^4 = 9^2 = (-9)^2$ |       |

77. Expresa como una sola potencia.

- |                                       |  |   |
|---------------------------------------|--|---|
| a) $3^8 \cdot 3^7 \cdot 3$            | c) $(-2)^5 \cdot (-2)^{12}$                      | e) $(-n)^3 \cdot (-n)^{12} \cdot (-n)^{37}$ |
| b) $2^{22} \cdot 2^{59} \cdot 2^{18}$ | d) $8^5 \cdot 8^5 \cdot 8^5 \cdot 8^5 \cdot 8^5$ | f) $p^6 \cdot p^0 \cdot p \cdot p^5$        |
| a) $3^{16}$                           | c) $(-2)^{17}$                                   | e) $(-n)^{52}$                              |
| b) $2^{99}$                           | d) $8^{25}$                                      | f) $p^{12}$                                 |

78. Expresa como una única potencia.

- |                            |                         |                         |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $\frac{2^{48}}{2^{24}}$ | c) $\frac{x^{16}}{x^4}$ | e) $\frac{2^{10}}{2}$   |
| b) $\frac{(-3)^5}{(-3)^4}$ | d) $\frac{n^5}{n^2}$    | f) $\frac{5^{18}}{5^2}$ |
| a) $2^{24}$                | c) $x^{12}$             | e) $2^9$                |
| b) $-3$                    | d) $n^3$                | f) $5^{16}$             |

79. Escribe como una sola potencia.

a)  $(2^5)^5$

c)  $(2^8)^8$

e)  $((4^2)^5)^{10}$

b)  $((-3)^3)^3$

d)  $(x^3)^2$

f)  $((m^2)^3)^4)^5$

a)  $2^{25}$

c)  $2^{64}$

e)  $4^{100}$

b)  $(-3)^9$

d)  $x^6$

f)  $m^{120}$

80. Escribe como potencia de una potencia.

a)  $2^{24}$

c)  $8^7$

e)  $27^{13}$

b)  $(-3)^{15}$

d)  $13^{60}$

f)  $(-2)^{10}$

a)  $(2^3)^8$

c)  $(2^3)^7$

e)  $(3^3)^{13}$

b)  $((-3)^5)^3$

d)  $(13^6)^{10}$

f)  $((-2)^5)^2$

81. Escribe como potencia de un producto.

a)  $24^5$

c)  $(-8)^7$

e)  $144$

b)  $12^5$

d)  $6^{15}$

f)  $1$

a)  $(2^3 \cdot 3)^5$

c)  $(-2 \cdot 2^2)^7$

e)  $(2^2 \cdot 3)^2$

b)  $(2^2 \cdot 3)^5$

d)  $(2 \cdot 3)^{15}$

f)  $(1 \cdot (-1))^2$

82. Escribe como potencia de un cociente.

a)  $2^5$

c)  $(-2)^6$

e)  $25$

b)  $6^3$

d)  $50^2$

f)  $-3$

a)  $\left(\frac{6}{3}\right)^5$

c)  $\left(\frac{-4}{2}\right)^6$

e)  $\left(\frac{10}{2}\right)^2$

c)  $\left(\frac{60}{10}\right)^3$

d)  $\left(\frac{100}{2}\right)^2$

f)  $\left(\frac{-6}{2}\right)^1$

83. Expresa como una única potencia las operaciones siguientes.

a)  $3^4 \cdot 2^4 \cdot 5^4$

c)  $4^6 \cdot 3^6 : 6^6$

e)  $24^9 : 3^9$

b)  $5^2 \cdot 3^2 \cdot (-2)^2$

d)  $(-12)^3 : (-6)^3$

f)  $(-20)^5 : 10^5 \cdot (-1)^5$

a)  $30^4$

c)  $2^6$

e)  $8^9$

b)  $(-30)^2$

d)  $2^3$

f)  $2^5$

## 84. Expresa como una única potencia.

a)  $4^8 \cdot 8^5 \cdot 16^3$

c)  $(-2)^3 \cdot (-8)^5$

e)  $125^3 \cdot 5^7 \cdot 25^4$

b)  $2^8 \cdot 4^6 \cdot 8^5$

d)  $(4^2)^3 \cdot 8^2 \cdot (2^5)^0$

f)  $81^2 : (27^3 \cdot 9^4)^2$

a)  $(2^2)^8 \cdot (2^3)^5 \cdot (2^4)^3 = 2^{16} \cdot 2^{15} \cdot 2^{12} = 2^{43}$

b)  $2^8 \cdot 4^6 \cdot 8^5 = 2^8 \cdot (2^2)^6 \cdot (2^3)^5 = 2^8 \cdot 2^{12} \cdot 2^{15} = 2^{35}$

c)  $(-2)^3 \cdot (-8)^5 = (-2)^3 \cdot ((-2)^3)^5 = (-2)^3 \cdot (-2)^{15} = (-2)^{18}$

d)  $(4^2)^3 \cdot 8^2 \cdot (2^5)^0 = ((2^2)^2)^3 \cdot (2^3)^2 \cdot 2^0 = 2^{12} \cdot 2^6 \cdot 2^0 = 2^{18}$

e)  $125^3 \cdot 5^7 \cdot 25^4 = (5^3)^3 \cdot 5^7 \cdot (5^2)^4 = 5^9 \cdot 5^7 \cdot 5^8 = 5^{24}$

f)  $81^2 : (27^3 \cdot 9^4)^2 = (3^4)^2 : ((3^3)^3 \cdot (3^2)^4)^2 = 3^8 : (3^9 \cdot 3^8)^2 = 3^8 : 3^{26} = 3^{-18}$

## 85. Desarrolla las siguientes operaciones como producto de potencias de factores primos y resuelve.

a)  $6^2 \cdot 3^5 \cdot 12^4$

c)  $(18^3)^5 \cdot 24^6$

e)  $39^{12} \cdot 4^6 \cdot 26^{11}$

b)  $20^3 \cdot 25 \cdot 8^2$

d)  $32^2 \cdot 100^7 \cdot 10^6$

f)  $14^6 \cdot 7^{15} \cdot 21^5$

a)  $6^2 \cdot 3^5 \cdot 12^4 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 3^5 \cdot (2^2 \cdot 3)^4 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^5 \cdot 2^8 \cdot 3^4 = 2^{10} \cdot 3^{11}$

b)  $20^3 \cdot 25 \cdot 8^2 = (2^2 \cdot 5)^3 \cdot 5^2 \cdot (2^3)^2 = 2^6 \cdot 5^3 \cdot 5^2 \cdot 2^6 = 2^{12} \cdot 5^5$

c)  $(18^3)^5 \cdot 24^6 = ((2 \cdot 3^2)^3)^5 \cdot (2^3 \cdot 3)^6 = 2^{15} \cdot 3^{30} \cdot 2^{18} \cdot 3^6 = 2^{33} \cdot 3^{36}$

d)  $32^2 \cdot 100^7 \cdot 10^6 = (2^5)^2 \cdot (2^2 \cdot 5^2)^7 \cdot (2 \cdot 5)^6 = 2^{10} \cdot 2^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^6 \cdot 5^6 = 2^{30} \cdot 5^{20}$

e)  $39^{12} \cdot 4^6 \cdot 26^{11} = (3 \cdot 13)^{12} \cdot (2^2)^6 \cdot (2 \cdot 13)^{11} = 3^{12} \cdot 13^{12} \cdot 2^{12} \cdot (2^{11} \cdot 13^{11}) = 2 \cdot 3^{12} \cdot 13$

f)  $14^6 \cdot 7^{15} \cdot 21^5 = (2 \cdot 7)^6 \cdot 7^{15} \cdot (3 \cdot 7)^5 = 2^6 \cdot 7^6 \cdot 7^{15} \cdot 3^5 \cdot 7^5 = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 7^{26}$

## 86. Escribe las siguientes operaciones como una única potencia.

a)  $(2^2 \cdot 2^7) : (2^9 \cdot 2^5)$

c)  $5^6 : (5^3 \cdot 5^2)^4$

e)  $\frac{7^4 \cdot 7^9 \cdot 7^6}{7^8 \cdot 7^{10}}$

b)  $(3^7 \cdot 3^5 \cdot 3^6)^2 : 3^7$

d)  $((a^3 \cdot a^5)^2)^3$

f)  $\frac{(2^2 \cdot 2^5)^7 \cdot 2^9}{2^6 \cdot 2^{23}}$

a)  $(2^2 \cdot 2^7) : (2^9 \cdot 2^5) = 2^9 : 2^4 = 2^5$

b)  $(3^7 \cdot 3^5 \cdot 3^6)^2 : 3^7 = (3^6)^2 : 3^7 = 3^{12} : 3^7 = 3^5$

c)  $5^6 : (5^3 \cdot 5^2)^4 = 5^6 : 5^4 : 5 = 5^2 : 5 = 5$

d)  $((a^3 \cdot a^5)^2)^3 = ((a^8)^2)^3 = a^{48}$

e)  $\frac{7^4 \cdot 7^9 \cdot 7^6}{7^8 \cdot 7^{10}} = \frac{7^{19}}{7^{18}} = 7$

f)  $\frac{(2^2 \cdot 2^5)^7 \cdot 2^9}{2^6 \cdot 2^{23}} = \frac{(2^7)^7 \cdot 2^9}{2^{29}} = \frac{2^{58}}{2^{29}} = 2^{29}$



87. Simplifica las expresiones siguientes utilizando las propiedades de las potencias.

a)  $(2^2 \cdot 3^5)^2 \cdot (2^6 \cdot 3)^7$

c)  $\frac{3^4 \cdot 5^6 \cdot 7^9}{7^5 \cdot (3 \cdot 4)^4}$

e)  $\frac{x^3 \cdot (x^2 \cdot x^6)^3}{(x^3)^9}$

b)  $(3 \cdot 5^4)^6 : 3^4 \cdot (3^2 \cdot 5)^2$

d)  $\frac{(2^2 \cdot 7^5)^4 \cdot 7^6}{(2 \cdot 7^3)^3 \cdot 2 \cdot (7^4)^4}$

f)  $\frac{a^2 \cdot (a \cdot b \cdot c^3)^2}{(b^2 \cdot c)^2 \cdot a^3}$

a)  $(2^2 \cdot 3^5)^2 \cdot (2^6 \cdot 3)^7 = 2^4 \cdot 3^{10} \cdot 2^{42} \cdot 3^7 = 2^{46} \cdot 3^{17}$

b)  $(3 \cdot 5^4)^6 : 3^4 \cdot (3^2 \cdot 5)^2 = 3^6 \cdot 5^{24} : 3^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = 3^6 \cdot 5^{26}$

c)  $\frac{3^4 \cdot 5^6 \cdot 7^9}{7^5 \cdot (3 \cdot 4)^4} = \frac{3^4 \cdot 5^6 \cdot 7^9}{7^5 \cdot 3^4 \cdot 4^4} = \frac{5^6 \cdot 7^4}{2^8}$

d)  $\frac{(2^2 \cdot 7^5)^4 \cdot 7^6}{(2 \cdot 7^3)^3 \cdot 2 \cdot (7^4)^4} = \frac{2^8 \cdot 7^{20} \cdot 7^6}{2^3 \cdot 7^9 \cdot 2 \cdot 7^{16}} = 2^4 \cdot 7$

e)  $\frac{x^3 \cdot (x^2 \cdot x^6)^3}{(x^3)^9} = \frac{x^3 \cdot (x^8)^3}{x^{27}} = \frac{x^3 \cdot x^{24}}{x^{27}} = 1$

f)  $\frac{a^2 \cdot (a \cdot b \cdot c^3)^2}{(b^2 \cdot c)^2 \cdot a^3} = \frac{a^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^6}{b^4 \cdot c^2 \cdot a^3} = \frac{a \cdot c^4}{b^2}$

88. Resuelve las operaciones usando las potencias y sus propiedades.

a)  $\frac{32 \cdot 25 \cdot 72}{90 \cdot 128}$

c)  $\frac{28^3 \cdot 25^3}{100^2 \cdot 35^3}$

e)  $\frac{12^{25} \cdot (9^7)^4}{(81^6)^4 \cdot (2^7)^7}$

b)  $\frac{512 \cdot 625}{10000 \cdot 64}$

d)  $\frac{(16 \cdot 81)^8 \cdot 5^9}{36^{16} \cdot 25^4}$

f)  $\frac{(49^2 \cdot 15^3)^4}{(21^2)^4 \cdot 35^7}$

a)  $\frac{32 \cdot 25 \cdot 72}{90 \cdot 128} = \frac{2^5 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2^7} = 5$

b)  $\frac{512 \cdot 625}{10000 \cdot 64} = \frac{2^9 \cdot 5^4}{2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^6} = \frac{1}{2}$

c)  $\frac{28^3 \cdot 25^3}{100^2 \cdot 35^3} = \frac{(2^2 \cdot 7)^3 \cdot (5^2)^3}{(2^2 \cdot 5^2)^2 \cdot (5 \cdot 7)^3} = \frac{2^6 \cdot 7^3 \cdot 5^6}{2^4 \cdot 5^4 \cdot 5^3 \cdot 7^3} = \frac{2^2}{5}$

d)  $\frac{(16 \cdot 81)^8 \cdot 5^9}{36^{16} \cdot 25^4} = \frac{(2^4 \cdot 3^4)^8 \cdot 5^9}{(2^2 \cdot 3^2)^{16} \cdot (5^2)^4} = \frac{2^{32} \cdot 3^{32} \cdot 5^9}{2^{32} \cdot 3^{32} \cdot 5^8} = 5$

e)  $\frac{12^{25} \cdot (9^7)^4}{(81^6)^4 \cdot (2^7)^7} = \frac{(2^2 \cdot 3)^{25} \cdot ((3^2)^7)^4}{((3^4)^6)^4 \cdot (2^7)^7} = \frac{2^{50} \cdot 3^{25} \cdot 3^{56}}{3^{80} \cdot 2^{49}} = 2 \cdot 3 = 6$

f)  $\frac{(49^2 \cdot 15^3)^4}{(21^2)^4 \cdot 35^7} = \frac{((7^2)^2 \cdot (3 \cdot 5)^3)^4}{((3 \cdot 7)^2)^4 \cdot (5 \cdot 7)^7} = \frac{7^{16} \cdot 3^4 \cdot 5^{12}}{3^4 \cdot 7^8 \cdot 5^7 \cdot 7^7} = 5^5 \cdot 7$

89. Transforma los siguientes números en otros equivalentes, pero con potencias de exponente opuesto.

- |                    |                                 |                                  |
|--------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $\frac{1}{2}$   | c) $2^{-4}$                     | e) $\frac{1}{25}$                |
| b) $\frac{1}{3^2}$ | d) $10^{-1}$                    | f) $25^{-2}$                     |
| a) $2^{-1}$        | c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ | e) $5^{-2}$                      |
| b) $3^{-2}$        | d) $\frac{1}{10}$               | f) $\left(\frac{1}{25}\right)^2$ |

90. Expresa como una única potencia.

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a) $5^{-4} \cdot 5^3 \cdot 5$        | f) $11^{-6} : 11^4$                          |
| b) $2^{-6} : 2^{-8} \cdot 2^3$       | g) $\left((3^{-2})^{-2}\right)^{-2}$         |
| c) $(7^2)^{-3} \cdot 7^{-4} \cdot 7$ | h) $x^6 : (x^{-1})^2 \cdot x^5$              |
| d) $(4^5 \cdot 4^{-3})^2$            | i) $(3^{-3} : 3^{-4})^5$                     |
| e) $(a^{-2} \cdot a^6)^3$            | j) $\left((b^3 : b^2)^{-3}\right)^{-2}$      |
| a) $5^{-4+3+1} = 5^0 = 1$            | f) $11^{-6-4} = 11^{-10}$                    |
| b) $2^{-6-(-8)+3} = 2^5$             | g) $3^{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)} = 3^{-8}$ |
| c) $7^{-6-4+1} = 7^{-9}$             | h) $x^{6-(-2)+5} = x^{13}$                   |
| d) $4^{(5-3) \cdot 2} = 4^4$         | i) $3^{(-3-(-4)) \cdot 5} = 3^5$             |
| e) $a^{(-2+6) \cdot 3} = a^{12}$     | j) $b^{(3-2) \cdot (-3) \cdot (-2)} = b^6$   |

91. Actividad resuelta

92. Determina el signo de las siguientes potencias y escríbelas usando solo exponentes positivos.

- |  |                                  |                                   |
|--|----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $3^{-2}$                            | c) $(-4)^{-3}$                   | e) $(-10)^{-2}$                   |
| b) $(-5)^4$                            | d) $(-7)^{-10}$                  | f) $(-10)^{-7}$                   |
| a) $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ , positivo | c) $\frac{1}{(-4)^3}$ , negativo | e) $\frac{1}{10^2}$ , positivo    |
| b) $5^4$ , positivo                    | d) $\frac{1}{7^{10}}$ , positivo | f) $\frac{1}{(-10)^7}$ , negativo |

93. Escribe usando solo exponentes positivos.

- |                        |                       |                                      |   |
|------------------------|-----------------------|--------------------------------------|---|
| a) $\frac{1}{2^{-10}}$ | b) $2^{-6} \cdot 3^8$ | c) $\frac{2^{-3} \cdot 3^2}{5^{-4}}$ | d) $\frac{2^{-1} \cdot 3^{-2}}{5^{-3} \cdot 7^4}$ |
| a) $2^{10}$            | b) $\frac{3^8}{2^6}$  | c) $\frac{5^4 \cdot 3^2}{2^3}$       | d) $\frac{5^3}{2 \cdot 3^2 \cdot 7^4}$            |

94. Calcula y expresa el resultado usando solo exponentes positivos.

a)  $\frac{((-2)^5 \cdot 7^{-4})^{-2} \cdot 7^6}{2^{-8} \cdot 7^{12}}$

c)  $\frac{(5 \cdot 13^{-4})^{-2} \cdot (5^{-2} \cdot 13^{-4})^{-1}}{(13^{-2})^{-6} \cdot (5^{-1})^2}$

b)  $\frac{48^{-2} \cdot 27^3}{36^5 \cdot 54^{-5}}$

d)  $\frac{3^5 \cdot (3^4 \cdot x^6)^{-5}}{(3^{-2} \cdot x^{-3})^7 \cdot (x^{-2})^{-4}}$

a)  $\frac{((-2)^5 \cdot 7^{-4})^{-2} \cdot 7^6}{2^{-8} \cdot 7^{12}} = \frac{(-2)^{-10} \cdot 7^8 \cdot 7^6}{2^{-8} \cdot 7^{12}} = \frac{2^{-10} \cdot 7^8 \cdot 7^6}{2^{-8} \cdot 7^{12}} = \frac{2^8 \cdot 7^8 \cdot 7^6}{2^{10} \cdot 7^{12}} = \frac{7^2}{2^2}$

b)  $\frac{48^{-2} \cdot 27^3}{36^5 \cdot 54^{-5}} = \frac{54^5 \cdot 27^3}{48^2 \cdot 36^5} = \frac{(2 \cdot 3^3)^5 \cdot (3^3)^3}{(2^4 \cdot 3)^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{2^5 \cdot 3^{15} \cdot 3^9}{2^8 \cdot 3^2 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10}} = \frac{3^{12}}{2^{13}}$

c)  $\frac{(5 \cdot 13^{-4})^{-2} \cdot (5^{-2} \cdot 13^{-4})^{-1}}{(13^{-2})^{-6} \cdot (5^{-1})^2} = \frac{5^{-2} \cdot 13^8 \cdot 5^2 \cdot 13^4}{13^{12} \cdot 5^{-2}} = \frac{5^2 \cdot 13^8 \cdot 5^2 \cdot 13^4}{13^{12} \cdot 5^2} = 5^2$

d)  $\frac{3^5 \cdot (3^4 \cdot x^6)^{-5}}{(3^{-2} \cdot x^{-3})^7 \cdot (x^{-2})^{-4}} = \frac{3^5 \cdot 3^{-20} \cdot x^{-30}}{3^{-14} \cdot x^{-21} \cdot x^8} = \frac{3^5 \cdot 3^{14} \cdot x^{21}}{3^{20} \cdot x^{30} \cdot x^8} = \frac{1}{3 \cdot x^{17}}$

95. Expresa los siguientes números usando notación científica.

a) 235 000 000 000 000

c) 0,000 000 000 000 000 008 741

b) 41 250 000 000 000 000

d) 0,000 000 000 000 333

a)  $2,35 \cdot 10^{14}$

b)  $4,125 \cdot 10^{16}$

c)  $8,741 \cdot 10^{-18}$

d)  $3,33 \cdot 10^{-13}$

96. Expresa en notación decimal las siguientes expresiones con potencias de base 10.

a)  $2,99 \cdot 10^6$

b)  $8,5 \cdot 10^8$

c)  $3,1 \cdot 10^{-6}$

d)  $4,49 \cdot 10^{-8}$

a) 2 990 000

b) 850 000 000

c) 0,000 0031

d) 0,000 000 0449

97. Expresa los siguientes números en notación científica.

a)  $32,5 \cdot 10^8$

b)  $129,45 \cdot 10^{-6}$

c)  $0,000063 \cdot 10^{12}$

d)  $0,0059 \cdot 10^{-12}$

a)  $3,25 \cdot 10^9$

b)  $1,2945 \cdot 10^{-4}$

c)  $6,3 \cdot 10^7$

d)  $5,9 \cdot 10^{-15}$

98. Opera y escribe el resultado en notación científica.

a)  $0,0003 + 0,000 15$

c)  $0,00832 + 0,0047$

b)  $0,0025 - 0,000 12$

d)  $0,0036 - 0,000 75$

a)  $0,0003 + 0,00015 = 0,00045 = 4,5 \cdot 10^{-4}$

b)  $0,0025 - 0,00012 = 0,00238 = 2,38 \cdot 10^{-3}$

c)  $0,00832 + 0,0047 = 0,01302 = 1,302 \cdot 10^{-2}$

d)  $0,0036 - 0,00075 = 0,00285 = 2,85 \cdot 10^{-3}$

99. Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado en notación científica.

- |  |   |
|--|---|
| a) $(4,5 \cdot 10^{15}) \cdot (5 \cdot 10^8)$  | d) $(2,1 \cdot 10^{10}) : (3 \cdot 10^{-5})$      |
| b) $(4,5 \cdot 10^{15}) : (5 \cdot 10^8)$      | e) $(6 \cdot 10^{-11}) : (3,4 \cdot 10^3)$        |
| c) $(2,1 \cdot 10^{-10}) \cdot (3 \cdot 10^5)$ | f) $(6 \cdot 10^{-11}) \cdot (3,4 \cdot 10^{-3})$ |
- 
- |  |  |
|--|--|
| a) $22,5 \cdot 10^{23} = 2,25 \cdot 10^{24}$ | d) $0,7 \cdot 10^{-15} = 7 \cdot 10^{-16}$     |
| b) $0,9 \cdot 10^7 = 9 \cdot 10^6$           | e) $1,765 \cdot 10^{-14}$                      |
| c) $6,3 \cdot 10^{15}$                       | f) $20,4 \cdot 10^{-14} = 2,04 \cdot 10^{-13}$ |

100. Calcula el cuadrado de cada número natural comprendido entre 30 y 40.

Número	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Cuadrado	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1600

101. Encuentra todos los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 300.

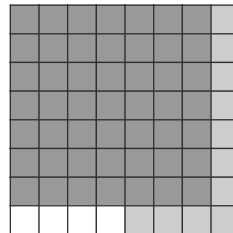
Entre 200 y 300 hay tres cuadrados perfectos:

$$225 = 15^2$$

$$256 = 16^2$$

$$289 = 17^2$$

102. Comprueba gráficamente si 60 es un cuadrado perfecto. Utiliza el dibujo que has hecho para calcular su raíz entera y su resto.



No es un cuadrado perfecto. Su raíz entera es 7, y el resto es 11.

103. Sin hacer la operación, indica en qué cifra termina cada uno de los siguientes cuadrados perfectos.

- |            |               |
|------------|---------------|
| a) $36^2$  | d) $5750^2$   |
| b) $86^2$  | e) $1009^2$   |
| c) $813^2$ | f) $999999^2$ |
- 
- |                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| a) $36^2$ en 6  | d) $5750^2$ en 0   |
| b) $86^2$ en 6  | e) $1009^2$ en 1   |
| c) $813^2$ en 9 | f) $999999^2$ en 1 |

104. Calcula las siguientes raíces utilizando el algoritmo.

a)  $\sqrt{692}$

c)  $\sqrt{7644}$

e)  $\sqrt{96247}$

b)  $\sqrt{858}$

d)  $\sqrt{61504}$

f)  $\sqrt{258809}$

a)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{692} & 26 \\ -4 & 46 \cdot 6 = 276 \\ \hline 292 & \\ -276 & \\ \hline 16 & \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{61504} & 248 \\ -4 & 44 \cdot 4 = 176 \\ \hline 215 & 488 \cdot 8 = 3904 \\ -176 & \\ \hline 3904 & \\ -3904 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{858} & 29 \\ -4 & 49 \cdot 9 = 441 \\ \hline 458 & \\ -441 & \\ \hline 17 & \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{96247} & 310 \\ -9 & 61 \cdot 1 = 61 \\ \hline 062 & 620 \cdot 0 = 0 \\ -61 & \\ \hline 147 & \\ -0 & \\ \hline 147 & \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7644} & 87 \\ -64 & 167 \cdot 7 = 1169 \\ \hline 1244 & \\ -1169 & \\ \hline 75 & \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{258809} & 508 \\ -25 & 100 \cdot 0 = 0 \\ \hline 088 & 1008 \cdot 8 = 8064 \\ -0 & \\ \hline 8809 & \\ -8064 & \\ \hline 745 & \end{array}$$

105. Calcula la raíz cuadrada entera de los siguientes números por estimación e indica el resto.

a) 136

c) 425

e) 666

b) 333

d) 507

f) 2016

a)  $\sqrt{136} = 11$ , resto: 15

c)  $\sqrt{425} = 20$ , resto: 25

e)  $\sqrt{666} = 25$ , resto: 41

b)  $\sqrt{333} = 18$ , resto: 9

d)  $\sqrt{507} = 22$ , resto: 23

f)  $\sqrt{2016} = 44$ , resto: 80

106. Escribe todos los números cuya raíz cuadrada exacta o entera sea 20.

Son los números comprendidos entre 400 y 440: 400, 401, 402, ..., 440.

107. Comprueba si las siguientes raíces son correctas sin calcularlas.

a)  $\sqrt{2588} = 50$ , resto: 88

c)  $\sqrt{1406} = 37$ , resto: 37

b)  $\sqrt{3986} = 62$ , resto: 142

d)  $\sqrt{9800} = 98$ , resto: 196

a)  $50^2 + 88 = 2588$ , correcta

b)  $62^2 + 142 = 3986$ , pero  $142 > 2 \cdot 62 + 1$ , es incorrecta

c)  $37^2 + 37 = 1406$ , correcta

d)  $98^2 + 196 = 9800$ , correcta

## 108. Encuentra todos los números de tres cifras que tienen raíz cuadrada exacta.

Los números son 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961.

## 109. Desarrolla como cociente de potencias de exponente positivo.

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^7$

c)  $\frac{1}{3^{-6}}$

e)  $\left(\frac{2^{-2}}{3^{-2}}\right)^3$

b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

d)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-12}$

f)  $\left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^{-5}$

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{3^7}{2^7}$

c)  $\frac{1}{3^{-6}} = 3^6$

e)  $\left(\frac{2^{-2}}{3^{-2}}\right)^3 = \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^3 = \frac{3^6}{2^6}$

b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3}$

d)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-12} = 5^{12}$

f)  $\left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{2^5}$

## 110. Expresa como una única potencia.

a)  $\left(\frac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{12}$

c)  $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3\right)^5$

b)  $\left(\frac{3}{5}\right)^8 : \left(\frac{3}{5}\right)^3$

d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{5}$

a)  $\left(\frac{5}{7}\right)^{4+3+12} = \left(\frac{5}{7}\right)^{19}$

c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{3 \cdot 5} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$

b)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{8-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^5$

d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{3-2+1} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$

## 111. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a)  $\sqrt{\frac{169}{144}}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{729}}$

c)  $\sqrt{\frac{1125}{245}}$

b)  $\sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{729}} = \frac{1}{27}$

c)  $\sqrt{\frac{1125}{245}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 225}{5 \cdot 49}} = \sqrt{\frac{225}{49}} = \frac{15}{7}$

## 112. Actividad resuelta.

## 113. Calcula las raíces y escribe los resultados en forma decimal.

a)  $\sqrt{1,44}$

c)  $\sqrt{1,7}$

e)  $\sqrt{11,1}$

b)  $\sqrt{0,81}$

d)  $\sqrt{5,4}$

f)  $\sqrt{0,694}$

a)  $\sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{12}{10} = 1,2$

c)  $\sqrt{\frac{17-1}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1,3\bar{3}$

e)  $\sqrt{\frac{111-11}{9}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3} = 3,3\bar{3}$

b)  $\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$

d)  $\sqrt{\frac{54-5}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2,3\bar{3}$

f)  $\sqrt{\frac{694-69}{900}} = \sqrt{\frac{625}{900}} = \frac{25}{30} = 0,8\bar{3}$

## 114. Calcula.

- a)  $(-3)^2 \cdot \sqrt{16} - (5^2 - 11) : \sqrt{49} + (10 - 8)^2$
- b)  $\frac{(3^2 - 4)^3 \cdot \sqrt{13 - 2^2}}{5 + 3 \cdot (-5)}$
- c)  $\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{10} : (-2)^3\right]$
- d)  $\frac{3}{2^2} : \frac{2}{5} \cdot \frac{100}{90} - \left(\frac{1 + 3^2}{5^2 - 5}\right)^{-2}$
- e)  $\sqrt{\frac{75}{48}} - \left(\sqrt{\frac{4}{81}}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{36}}{36} - 4^{-2}$
- f)  $\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right] - 2^{-1} \cdot \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9}}$
- a)  $(-3)^2 \cdot \sqrt{16} - (5^2 - 11) : \sqrt{49} + (10 - 8)^2 = 9 \cdot 4 - (25 - 11) : 7 + 2^2 = 36 - 14 : 7 + 4 = 36 - 2 + 4 = 38$
- b)  $\frac{(3^2 - 4)^3 \cdot \sqrt{13 - 2^2}}{5 + 3 \cdot (-5)} = \frac{5^3 \cdot \sqrt{13 - 4}}{5 - 15} = \frac{125 \cdot \sqrt{9}}{-10} = \frac{125 \cdot 3}{-10} = \frac{375}{-10} = \frac{-75}{2}$
- c)  $\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{10} : (-2)^3\right] = \frac{5}{6} - \frac{16}{49} \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{10} : (-8)\right] = \frac{5}{6} - \frac{16}{49} \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{10} : (-8)\right] = \frac{5}{6} - \frac{16}{49} \cdot \left[\frac{3}{5} + \frac{1}{80}\right] = \frac{5}{6} - \frac{16}{49} \cdot \frac{49}{80} = \frac{5}{6} - \frac{1}{5} = \frac{19}{30}$
- d)  $\frac{3}{2^2} : \frac{2}{5} \cdot \frac{100}{90} - \left(\frac{1 + 3^2}{5^2 - 5}\right)^{-2} = \frac{3}{4} : \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{9} - \left(\frac{10}{20}\right)^{-2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10}{4 \cdot 2 \cdot 9} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{25}{12} - 4 = \frac{-23}{12}$
- e)  $\sqrt{\frac{75}{48}} - \left(\sqrt{\frac{4}{81}}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{36}}{36} - 4^{-2} = \sqrt{\frac{25}{16}} - \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} + \frac{6}{36} - \frac{1}{16} = \frac{5}{4} - \frac{81}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{16} = \frac{60 - 972 + 8 - 3}{48} = \frac{-907}{48}$
- f)  $\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right] - 2^{-1} \cdot \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9}} = \left[\frac{-3^3}{2^3} \cdot \frac{-2^6}{3^6} + \frac{1}{3^3}\right] - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \left[\frac{2^3}{3^3} + \frac{1}{3^3}\right] - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{8 + 1}{27} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

## 115. El cuadrado de 7 es 49. Encuentra todos los números naturales de dos cifras cuyo cuadrado acaba en 49. ¿Acaban todos en 7?

Para que el cuadrado acabe en 9, el número debe terminar en 3 o en 7.

$13^2 = 169$	$17^2 = 289$	$23^2 = 529$	$27^2 = 729$
$33^2 = 1089$	$37^2 = 1369$	$43^2 = 1849$	$47^2 = 2209$
$53^2 = 2809$	$57^2 = 3249$	$63^2 = 3969$	$67^2 = 4489$
$73^2 = 5329$	$77^2 = 5929$	$83^2 = 6889$	$87^2 = 7569$
		$93^2 = 8649$	$97^2 = 9409$

Entre 0 y 99, los números cuyo cuadrado acaba en 49 son: 43, 57 y 93. No acaban todos en 7.

## 116. Escribe los cuadrados de los números del 0 al 9 y responde:

- a) Calcula los cuadrados de 13, 23, 33 y 43. ¿En qué cifra acaban?
- b) ¿En qué cifra acabarán los cuadrados de los números terminados en 8? ¿Y los cuadrados de los que acaban en 9?
- c) ¿Qué terminaciones puede tener un cuadrado perfecto?
- d) Piensa un número y díselo a tu compañero para que trate de averiguar si es un cuadrado perfecto. Diseña una estrategia para determinar si un número cualquiera es un cuadrado perfecto.

a)  $13^2 = 169$ ,  $23^2 = 529$ ,  $33^2 = 1089$  y  $43^2 = 1849$ . Todos acaban en 9.

b) Si el número acaba en 8, su cuadrado acaba en 4.  $8^2 = 64$ . Si acaba en 9, el cuadrado acaba en 1.  $9^2 = 81$

c)

Número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cuadrado	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81

Las terminaciones de un cuadrado perfecto pueden ser: 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

d) Respuesta libre

117. Dada la fracción  $\frac{4}{9}$ , calcula la inversa de su raíz cuadrada y la raíz cuadrada de su inversa. ¿Se obtiene el mismo resultado?

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{4}{9}}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}, \text{ y } \sqrt{\frac{1}{\frac{4}{9}}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}. \text{ Sí, se obtiene el mismo resultado.}$$

118. Comprueba con varios ejemplos que la diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es igual al doble del menor más uno. ¿Qué relación tiene esta propiedad con las raíces cuadradas?

$$\text{Por ejemplo, } 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 2 \cdot 4 + 1 \text{ y } 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11 = 2 \cdot 5 + 1.$$

El resto de la raíz debe ser menor que el doble de la raíz más 1. Si no, la raíz está mal calculada, se podría haber tomado al menos una unidad más.

119. En un campo de golf hay 6 madrigueras, en cada madriguera, 6 caminos, en cada camino, 6 guaridas y en cada guarida, una familia de 6 topos. ¿Cuántos topos hay en total?

En total hay  $6^4 = 1296$  topos.

120. En la pastelería de Mateo han preparado una bandeja de pasteles con 8 pasteles por cada lado. Sus ayudantes son muy golosos, y se comieron algunos.

Mateo se dio cuenta de que los pasteles que quedaban podían colocarse en una bandeja de 6 pasteles de lado y le sobran 3, que se comió para quitarse el disgusto.

¿Cuántos pasteles comieron sus ayudantes?

Al principio había  $8^2 = 64$  pasteles.

Quedaron  $6^2 + 3 = 39$  pasteles, luego los ayudantes se comieron  $64 - 39 = 25$  pasteles.

121. Se han apilado ocho cajas cúbicas de 18 cm de arista formando una torre.

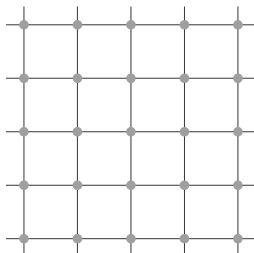
a) Expresa el volumen de cada caja en forma de potencia, y desarróllalo como producto de potencias de factores primos.

b) Expresa usando potencias de factores primos el volumen de la torre.

a) Cada caja tiene  $18^3 \text{ cm}^3$  de volumen, es decir,  $(2 \cdot 3^2)^3 = 2^3 \cdot 3^6$ .

b) La torre tiene un volumen de  $8 \cdot 2^3 \cdot 3^6 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 3^6 = 2^6 \cdot 3^6 \text{ cm}^3$ .

122. En un juego se dibuja sobre una cuadrícula una red de puntos, formando un cuadrado.



a) Un jugador ha dibujado un cuadrado con 81 puntos. ¿Cuántos tiene que dibujar si quiere que el cuadrado tenga dos puntos más en cada lado?

b) Otro jugador se ha equivocado, y ha dibujado un rectángulo de 6 puntos de alto y 9 puntos de ancho. ¿Cuántos harán falta para conseguir un cuadrado de 10 puntos de lado?

a) Su cuadrado tiene  $\sqrt{81} = 9$  puntos en cada lado, le faltan  $11^2 - 9^2 = 121 - 81 = 40$  puntos.

b) El rectángulo tiene  $6 \cdot 9 = 54$  puntos, faltan  $10^2 - 54 = 100 - 54 = 46$  puntos.



123. Un virus mide  $2,5 \cdot 10^{-9}$  m. El grosor de una hoja de papel es de 0,1 mm.

- Expresa ambas cantidades en la misma unidad usando notación científica.
- ¿Cuántos virus deberían alinearse para conseguir igualar el grosor de una hoja de papel?
  - En metros, el grosor de la hoja de papel es  $0,0001 = 10^{-4}$  m.
  - Se necesitan  $10^{-4} : (2,5 \cdot 10^{-9}) = 4 \cdot 10^4 = 40\ 000$  virus.

124. Elena es una experta construyendo mosaicos con piezas cuadradas del mismo tamaño.

Iba a hacer un mosaico rectangular, pero finalmente lo hará cuadrado. Está contando las piezas que tiene.

Si quita 7 piezas, puede formar un mosaico cuadrado.

Para formar un cuadrado que tenga una pieza más por cada lado, tendría que comprar 12 piezas más de las que tiene.

- ¿Cuántas piezas tiene?
- ¿Qué tamaño podía tener el mosaico rectangular que quería hacer inicialmente?
  - Buscamos un número comprendido entre dos cuadrados que se diferencien en  $7 + 12 = 19$  piezas. Como  $19 = 2 \cdot 9 + 1$ , los cuadrados son  $9^2$  y  $10^2$ , es decir, 81 y 100. Elena tiene  $81 + 7 = 88$  piezas. Comprobamos que con 12 más forma un cuadrado de 100 piezas:  $88 + 12 = 100$ .
  - Como tenía 88 piezas, hay varias opciones:  $2 \cdot 44$ ,  $4 \cdot 22$ ,  $8 \cdot 11$  y una fila o columna con los 88.

125. En las últimas elecciones votaron bastantes habitantes del pueblo, aunque nadie ha apuntado el número exacto. Varios vecinos recuerdan los siguientes datos:

- Votaron menos de 1000 habitantes.
- El número de votantes era una potencia de base 3.
- Si al número de votantes se le sumaba 157, el resultado era un cuadrado perfecto.

¿Cuántos habitantes votaron en las elecciones?

Escribimos las primeras potencias de 3 menores que 1000:  $3^1 = 3$ ,  $3^2 = 9$ ,  $3^3 = 27$ ,  $3^4 = 81$ ,  $3^5 = 243$  y  $3^6 = 729$

Comprobamos si al sumar 157 se obtiene un cuadrado perfecto.

$$3^1 + 157 = 160 \quad 3^2 + 157 = 166 \quad 3^3 + 157 = 184 \quad 3^4 + 157 = 238 \quad 3^5 + 157 = 400 \quad 3^6 + 157 = 886$$

El único cuadrado es  $400 = 20^2$ . Por tanto, votaron 243 habitantes.

126. Pilar le propone un trato a su padre. Si resuelve bien un acertijo con potencias, su padre le dará un céntimo, y a partir de ahí doblará su dinero cada vez que resuelva bien otro acertijo.

Así, si resuelve bien dos ejercicios, recibirá 2 CENT; si hace bien tres, 4 CENT; si hace cuatro, 8 CENT, y así sucesivamente.

- Si Pilar resuelve 6 acertijos correctamente, ¿cuánto dinero recibirá? ¿Crees que es una buena recompensa?
- Calcula la cantidad que recibirá por resolver 10 acertijos.
- Usando la cantidad anterior, calcula lo que recibirá por 20 acertijos, usando las propiedades de las potencias. ¿Qué te parece ahora la recompensa?
- ¿Cuánto recibirá si resuelve correctamente  $n$  acertijos? Encuentra la potencia correspondiente.
  - Por resolver 5 acertijos recibiría  $2^4 = 16$ , y por resolver 6,  $2^5 = 32$  CENT. No es una cantidad muy grande.
  - Por resolver 10 acertijos recibirá  $2^9 = 512$ , es decir, 5,12 €.
  - Por resolver 20 recibirá  $2^{19} = 524\ 288$ , es decir, 5242,88 €. Ahora sí es una gran cantidad.
  - Por  $n$  respuestas recibe  $2^{n-1}$  CENT.

127. Carmen ha colocado las fichas de su juego sobre la mesa, formando un cuadrado. En un descuido su hermano las ha tirado todas. Carmen no recuerda cuántas tenía, pero sabe que el cuadrado formado tenía menos de 10 fichas en cada lado, y que con las 14 que sobraban no podía construir el siguiente cuadrado más grande.

¿Cuántas fichas tenía?

Buscamos los cuadrados de los números menores que 10: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Hay tres cuadrados posibles que al sumar 14 no alcanzan el siguiente cuadrado: 49, 64 y 81.

Por tanto, Carmen podía tener  $49 + 14 = 63$ ,  $64 + 14 = 78$  o  $81 + 14 = 95$  fichas.

128. ¿Cuál de los siguientes números es  $2^{100}$ ?

A.  $4^5 \cdot 2^{10}$

C. La mitad de  $2^{101}$

B.  $(2^3)^{97}$

D.  $(4^5)^5$

$$2^{101} : 2 = 2^{101-1} = 2^{100}$$

La respuesta correcta es C. La mitad de  $2^{101}$ .

129. ¿A qué número hay que elevar  $27^3$  para obtener  $81^9$ ?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 8

$$(27^3)^4 = ((3^3)^3)^4 = (3^4)^9 = 81^9$$

La respuesta correcta es C. 4.

130. ¿Cuál es el valor de  $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}}$ ?

A. 4

B.  $\sqrt{20}$

C. 5

D.  $\sqrt{97}$

$$\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}} = \sqrt{16 + \sqrt{81}} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

La respuesta correcta es C. 5.

131. ¿En cuántos ceros acaba el número  $8^7 \cdot 25^{10}$ ?

A. 20

B. 21

C. 22

D. 23

$$8^7 \cdot 25^{10} = (2^3)^7 \cdot (5^2)^{10} = 2^{21} \cdot 5^{20} = 2 \cdot 2^{20} \cdot 5^{20} = 2 \cdot 10^{20}$$

La respuesta correcta es A. 20.

132. Si un número  $a$  es un cuadrado perfecto se puede escribir como un número  $b$  al cuadrado, es decir,  $a = b^2$ . ¿Qué será un cubo perfecto? Pon un ejemplo.

Un número  $a$  es un cubo perfecto si se puede escribir como el cubo de otro número  $b$ , es decir,  $a = b^3$ . Por ejemplo,  $1000 = 10^3$ .

133. Si  $N$  es el menor entero positivo tal que su mitad es un cuadrado perfecto, su tercera parte es un cubo perfecto, su cuarta parte es la quinta potencia de un número natural, el exponente de 2 en la descomposición de factores primos de  $N$  es:

- A. 24                      B. 25                      C. 26                      D. 27

El número  $N$  es de la forma  $2^n \cdot a$ , siendo  $a$  un número natural impar.

Como su cuarta parte es una quinta potencia, al dividirlo entre 4, que es igual a  $2^2$ , se obtiene que  $2^{n-2} \cdot a$  es una potencia quinta. Luego  $n - 2$  es múltiplo de 5, por lo que la única respuesta que encaja es 27.

Podemos calcular también el valor de  $N$ :

Como  $N/3$  es un cubo perfecto,  $a/3$  debe ser un cubo perfecto, por lo que el número  $a$  debe ser múltiplo de 3. Por otro lado,  $a$  debe ser un cuadrado perfecto y una potencia quinta (dividir  $N$  entre 2 o 4 no afecta al valor de  $a$ ), por tanto,  $a = 3^{10}$  y  $N = 2^{27} \cdot 3^{10}$ .

La respuesta correcta es D. 27.

134. El número  $2000 = 2^4 \cdot 5^3$  es, como puedes observar, el producto de siete números primos

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2000$$

Si designamos por  $A$  el menor entero con esta propiedad y por  $B$  el mayor entero menor que 2000 que también tenga esta propiedad, ¿cuál es el valor de  $B - A$ ?

- A. 1971                      B. 1983                      C. 1856                      D. 1844

El número  $A$  es  $2^7 = 128$ . Para obtener  $B$ , probamos a sumar 128 a los posibles valores de  $B - A$ :

$$1971 + 128 = 2099 \quad 1983 + 128 = 2111 \quad 1856 + 128 = 1984 = 2^6 \cdot 31 \quad 1844 + 128 = 1972 = 2^2 \cdot 17 \cdot 29$$

El único posible valor de  $B$  que es menor que 2000 y es el producto de siete números primos es 1984.

La respuesta correcta es C. 1856.

## Encuentra el error

135. El volumen de una gota de agua equivale, aproximadamente, a  $5 \cdot 10^{-5}$  L. Una piscina olímpica puede contener 2500000000 mL.

Con esos datos, Natalia calcula el número de gotas que puede contener una piscina, usando notación científica:

$$(2,5 \cdot 10^9) : (5 \cdot 10^{-5}) = (2,5 : 5) \cdot 10^{9-5} = 0,5 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^3$$

Gema, al oír el resultado, asegura que está mal.

a) ¿Por qué está segura de que no es el resultado correcto?

b) En estos cálculos hay más de un error. Encuéntralos todos y calcula el resultado correcto.

a) El resultado es de orden 3, lo que no tiene sentido, es demasiado pequeño (solo 5000 gotas).

b) El primer error se comete al operar con capacidades expresadas en unidades distintas. Lo correcto sería expresar ambas cantidades en litros, por ejemplo.

Después, hay un error de cálculo al dividir potencias, ya que no se ha tenido en cuenta que el exponente restado es negativo.

$$\text{La operación correcta es } (2,5 \cdot 10^9) : (5 \cdot 10^{-5}) = (2,5 : 5) \cdot 10^{9-(-5)} = 0,5 \cdot 10^{14} = 5 \cdot 10^{13} \text{ gotas.}$$

## PONTE A PRUEBA

### La notación de ingeniería

#### Actividad resuelta

#### El jardín de los cuadrados

Margarita es matemática y se dedica al diseño de jardines. Tiene una curiosa manía: todos sus jardines tienen que ser cuadrados, o poder descomponerse en varios cuadrados, todos de distinto tamaño.

Así, diseña jardines de  $16 \text{ m}^2$  (4 m de lado), pero también de  $29 \text{ m}^2$  (suma de uno de  $16 \text{ m}^2$ , otro de  $9 \text{ m}^2$  y otro de  $4 \text{ m}^2$ ), o de  $20 \text{ m}^2$  (suma de  $16 \text{ m}^2$  y otro de  $4 \text{ m}^2$ ). Este último, por ejemplo, no lo pondría como suma de cinco jardines de  $4 \text{ m}^2$ , aunque las dimensiones encajen, porque quiere que todas las medidas sean distintas.

- ¿Podrá diseñar un jardín de  $38 \text{ m}^2$  que cumpla sus condiciones?
- El jardín de  $100 \text{ m}^2$  se puede construir al menos de dos formas distintas. Búscalas.
- Encuentra las formas de diseñar los jardines cuya área sea un número natural inferior a  $40 \text{ m}^2$ .  
¡Ojo! Puede que no todos sean posibles, y para algunos necesitarás más de dos cuadrados.

1.  $38 = 25 + 9 + 4 = 5^2 + 3^2 + 2^2$ . Es posible.

2.  $100 = 10^2$                        $100 = 64 + 36 = 8^2 + 6^2$                        $100 = 49 + 25 + 16 + 9 + 1 = 7^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 1^2$

3.  $1 = 1^2$                                $13 = 3^2 + 2^2$                                $21 = 4^2 + 2^2 + 1^2$                                $34 = 5^2 + 3^2$

$4 = 2^2$                                $14 = 3^2 + 2^2 + 1^2$                                $25 = 5^2$                                $35 = 5^2 + 3^2 + 1^2$

$5 = 2^2 + 1^2$                                $16 = 4^2$                                $26 = 5^2 + 1^2$                                $36 = 6^2$

$9 = 3^2$                                $17 = 4^2 + 1^2$                                $29 = 5^2 + 2^2$                                $37 = 6^2 + 1^2$

$10 = 3^2 + 1^2$                                $20 = 4^2 + 2^2$                                $30 = 5^2 + 2^2 + 1^2$                                $38 = 5^2 + 3^2 + 2^2$

$39 = 5^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$

#### El premio de la quiniela

La Quiniela es un juego de azar que apareció en España a mediados del siglo xx. Consiste en apostar sobre los resultados de varios partidos, marcando 1, si se cree que va a ganar el equipo que juega en su campo; X, si el partido terminará en empate, o 2, si se piensa que el equipo visitante terminará ganando. Si se aciertan suficientes resultados, se pueden ganar grandes premios.

Actualmente hay que acertar los resultados de 14 partidos y además los goles que meterá cada equipo en el partido número 15, asignando a cada uno el valor 0, 1, 2 o M (más de 2).

- Para el primer partido hay tres resultados posibles. Para cada uno de ellos, hay tres resultados del segundo. Al contar el tercer partido, se multiplica el número de posibilidades por 3, y así sucesivamente. ¿Cuántas formas hay de rellenar los 14 primeros partidos? Escríbelo en forma de potencia y calcula el resultado.
- En el partido número 15 hay cuatro posibilidades para el marcador del primer equipo y 4 para el del segundo. ¿Cuántas opciones hay para rellenarlo?
- ¿Cuántas quinielas distintas se pueden rellenar? Exprésalo en notación científica, redondeando con una cifra decimal.
- Si una apuesta simple cuesta 0,75 €, ¿cuánto cuesta rellenar todas las apuestas simples posibles? Utiliza el valor aproximado que calculaste en el apartado anterior.

1. Hay  $3^{14} = 4782969$  formas distintas

2. Hay  $4 \cdot 4 = 16$  formas.

3. Hay  $16 \cdot 4782969 = 76527504$  formas, es decir unas  $7,7 \cdot 10^7$  formas.

4.  $0,75 \cdot 7,7 \cdot 10^7 = 5,775 \cdot 10^7$  €, casi 58 millones de euros.

## AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la base y el exponente de estas potencias y calcula el resultado.

a)  $5^3$

c)  $(-4)^2$

e)  $10^{-2}$

b)  $10^4$

d)  $(-1)^5$

f)  $(-2)^{-3}$

a) Base 5, exponente 3,  $5^3 = 125$

d) Base  $-1$ , exponente 5,  $(-1)^5 = -1$

b) Base 10, exponente 4,  $10^4 = 10000$

e) Base 10, exponente  $-2$ ,  $10^{-2} = 0,01$

c) Base  $-4$ , exponente 2,  $(-4)^2 = 16$

f) Base  $-2$ , exponente  $-3$ ,  $(-2)^{-3} = -0,125$

2. Escribe como una única potencia.

a)  $7^4 \cdot 7 \cdot 7^5$

c)  $(3^2)^5 \cdot 3^4$

e)  $14^5 : 7^5 \cdot 2^5$

b)  $(-2)^8 : (-2)^5$

d)  $(5^3 \cdot 5^2)^5 : 5^4 \cdot 5^7$

f)  $(-2)^6 \cdot 3^6 \cdot (-5)^6$

a)  $7^{4+1+5} = 7^{10}$

c)  $3^{2 \cdot 5 + 4} = 3^{14}$

e)  $(2^5 \cdot 7^5) : 7^5 \cdot 2^5 = 2^{10}$

b)  $(-2)^{8-5} = (-2)^3$

d)  $5^{(3+2) \cdot 5 - 4 + 7} = 5^{28}$

f)  $[(-2) \cdot 3 \cdot (-5)]^6 = 30^6$

3. Opera usando las propiedades de las potencias.

a)  $(2^2 \cdot 3^5)^2 \cdot 3^4$

c)  $\frac{(-2)^7 \cdot 2^5 \cdot (-2)^4}{(-2)^6 \cdot 2^{10}}$

e)  $\frac{2^{-15} \cdot (2^{-2})^{-9}}{(2^2)^{-6}}$

b)  $\frac{2^5 \cdot 3^8 \cdot (2^2 \cdot 3)^7}{(2^4 \cdot 3^5)^2}$

d)  $\frac{16^5 \cdot 81^3 \cdot 15^4}{10^2 \cdot 36^8}$

f)  $\frac{6^{-5} \cdot 2^8 \cdot (3^4)^{-2}}{12^9 \cdot (2^4 \cdot 3^{-11})^{-2}}$

a)  $(2^2 \cdot 3^5)^2 \cdot 3^4 = 2^4 \cdot 3^{10} \cdot 3^4 = 2^4 \cdot 3^{14}$

b)  $\frac{2^5 \cdot 3^8 \cdot (2^2 \cdot 3)^7}{(2^4 \cdot 3^5)^2} = \frac{2^5 \cdot 3^8 \cdot 2^{14} \cdot 3^7}{2^8 \cdot 3^{10}} = 2^{11} \cdot 3^5$

c)  $\frac{(-2)^7 \cdot 2^5 \cdot (-2)^4}{(-2)^6 \cdot 2^{10}} = \frac{-2^7 \cdot 2^5 \cdot 2^4}{2^6 \cdot 2^{10}} = \frac{-2^{16}}{2^{16}} = -1$

d)  $\frac{16^5 \cdot 81^3 \cdot 15^4}{10^2 \cdot 36^8} = \frac{(2^4)^5 \cdot (3^4)^3 \cdot (3 \cdot 5)^4}{(2 \cdot 5)^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^8} = \frac{2^{20} \cdot 3^{12} \cdot 3^4 \cdot 5^4}{2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{16} \cdot 3^{16}} = 2^2 \cdot 5^2$

e)  $\frac{2^{-15} \cdot (2^{-2})^{-9}}{(2^2)^{-6}} = \frac{2^{-15} \cdot 2^{18}}{2^{-12}} = \frac{2^{12} \cdot 2^{18}}{2^{15}} = 2^{15}$

f)  $\frac{6^{-5} \cdot 2^8 \cdot (3^4)^{-2}}{12^9 \cdot (2^4 \cdot 3^{-11})^{-2}} = \frac{2^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot 2^8 \cdot 3^{-8}}{(2^2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{-8} \cdot 3^{22}} = \frac{2^8 \cdot 2^8}{2^5 \cdot 3^5 \cdot 3^8 \cdot 2^{18} \cdot 3^9 \cdot 3^{22}} = \frac{1}{2^7 \cdot 3^{44}}$

4. Expresa los siguientes números en notación científica.

a) 32 700 000

b) 0,000 000 022

c)  $458 \cdot 10^7$

d)  $0,00031 \cdot 10^{-5}$

a)  $3,27 \cdot 10^7$

b)  $2,2 \cdot 10^{-8}$

c)  $4,58 \cdot 10^9$

d)  $3,1 \cdot 10^{-9}$

5. Calcula la raíz cuadrada de los siguientes números usando el algoritmo.

a) 8229

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{8229} & 90 \\ -81 & 180 \cdot 0 = 0 \\ \hline 129 & \\ -0 & \\ \hline 129 & \end{array}$$

b) 566992

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{566992} & 752 \\ -49 & 145 \cdot 5 = 725 \\ \hline 769 & 1502 \cdot 2 = 3004 \\ -725 & \\ \hline 4492 & \\ -3004 & \\ \hline 1488 & \end{array}$$

6. Calcula por aproximación las siguientes raíces y escribe el resto.

a)  $\sqrt{164}$

a)  $\sqrt{164} = 12$ , resto: 20

b)  $\sqrt{302} = 17$ , resto: 13

b)  $\sqrt{302}$

c)  $\sqrt{888}$

c)  $\sqrt{888} = 29$ , resto: 47

d)  $\sqrt{9100} = 95$ , resto: 75

d)  $\sqrt{9100}$

7. Calcula usando las propiedades de las potencias.

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^7$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3+5-7} = \frac{1}{2}$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{6-(-5)} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^9$

c)  $\sqrt{\frac{2}{50}} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{5}$

d)  $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-5} \cdot \sqrt{\frac{81}{625}}$

c)  $\sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{2^2}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5^2}{2^2} \cdot \frac{2^2}{5} = 1$

d)  $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^9$

8. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a)  $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3\right] - \sqrt{\frac{49}{16}}$

b)  $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

c)  $4^{-1} + \sqrt{\frac{2}{18}} \cdot (3^2 - 2^3 \cdot 3) \cdot 5^{-1}$

a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{25}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{27}{8}\right] - \frac{7}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{25}{4} - \frac{9}{4}\right] - \frac{7}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{4} - \frac{7}{4} = \frac{3}{4} - 1 - \frac{7}{4} = -1 - \frac{4}{4} = -2$

b)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{25 - 16} : \left(\frac{2^2}{3^2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3 : \frac{4}{9} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} : \frac{4}{9} = \frac{3}{4} - \frac{27}{16} = \frac{12 - 27}{16} = \frac{-15}{16}$

c)  $\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot (9 - 8 \cdot 3) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot (-15) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4} - 1 = \frac{-3}{4}$

9. En un puerto marítimo han recibido 8017 cajas. Deben colocarlas formando un cuadrado, y guardar las que sobren.

¿Cuántas almacenarán?

La raíz entera de 8017 es 89. Podrán formar un cuadrado de  $89^2 = 7921$  cajas, y sobrarán  $8017 - 7921 = 96$  cajas.