

# 4 Proporcionalidad

1. Calcula la razón entre los siguientes pares de números:

a) 33 y 36

b) 24 y 42

c) 102 y 98

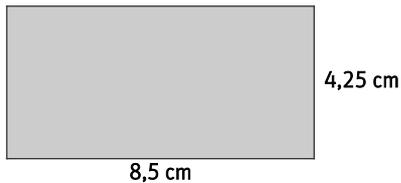
b)  $\frac{33}{36} = \frac{11}{12} = 0,91\bar{6}$

b)  $\frac{24}{42} = \frac{4}{7}$

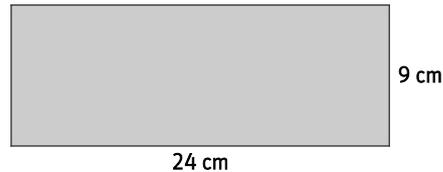
c)  $\frac{102}{98} = \frac{51}{49}$

2. Calcula la razón entre las dimensiones de los siguientes rectángulos.

a)



b)



a)  $\frac{4,25}{8,5} = \frac{1}{2} = 0,5$

b)  $\frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0,375$

3. Indica qué colecciones de números forman proporción.

a) 21, 30, 140 y 200

c) 15,5; 2,5; 24,8 y 4

b) 16, 25, 14 y 21

d) 10,5; 12,5; 16,5 y 18,5

a)  $\frac{21}{30} = \frac{140}{200} = 0,7$ . Sí forman proporción.

c)  $\frac{15,5}{2,5} = \frac{24,8}{4} = 6,2$ . Sí forman proporción.

b)  $\frac{16}{25} = 0,64 \neq \frac{14}{21} = 0,6\bar{6}$ . No forman proporción.

d)  $\frac{10,5}{12,5} = 0,84 \neq \frac{16,5}{18,5} = 0,89\bar{1}$ . No forman proporción.

4. Calcula el valor que falta en las siguientes proporciones.

a)  $\frac{4}{5} = \frac{x}{75}$

b)  $\frac{10}{40} = \frac{7}{x}$

c)  $\frac{18}{x} = \frac{27}{6}$

d)  $\frac{4}{x} = \frac{x}{25}$

a)  $x = \frac{4 \cdot 75}{5} = 60$

c)  $x = \frac{18 \cdot 6}{27} = 4$

b)  $x = \frac{40 \cdot 7}{10} = 28$

d)  $x^2 = 25 \cdot 4 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$

5. La razón entre la altura de Joaquín y la sombra que proyecta es de  $\frac{2}{7}$ .

a) Si Joaquín mide 1,80 m, ¿cuánto mide su sombra?

b) En ese mismo instante, la sombra que proyecta un árbol de su jardín mide 4,75 m. Si la altura y la sombra de Joaquín y la sombra y la altura del árbol forman una proporción, ¿cuánto mide de alto el árbol?

a)  $\frac{2}{7} = \frac{1,80}{x} \Rightarrow x = \frac{1,80 \cdot 7}{2} = 6,3$

La sombra mide 6,3 m.

b)  $\frac{2}{7} = \frac{x}{4,75} \Rightarrow x = \frac{4,75 \cdot 2}{7} = 1,36$

El árbol mide 1,36 m aproximadamente.

6. Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

- a) El número de comics comprados de una colección y el dinero que cuestan.
- b) El número de páginas de un libro y su precio.
- c) La edad de un árbol y su altura.

- a) Sí son directamente proporcionales.
- b) No son directamente proporcionales.
- c) No son directamente proporcionales.

7. Actividad resuelta.

8. Las magnitudes A y B son directamente proporcionales. Copia y completa la tabla.

A	3	11	34	•	•
B	•	5	•	143	202,4

La razón de proporcionalidad es  $\frac{3}{1,36} = \frac{11}{5} = \frac{34}{15,45} = \frac{314,6}{143} = \frac{445,28}{202,4} = 2,2$ .

A	3	11	34	314,6	445,28
B	1,36	5	15,45	143	202,4

9. Un coche ha recorrido los 141 km distancia que hay entre Soria y Burgos en una hora y media. ¿Qué distancia recorrería en 3 horas yendo a la misma velocidad?

$$\frac{141}{1,5} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{141 \cdot 3}{1,5} = 282$$

. En el doble de tiempo recorrerá el doble de distancia, 282 km.

10. Para un viaje, Marco ha cambiado 120 €, y le han dado 1692 pesos argentinos. Si cambia 230 € más, ¿cuántos pesos recibirá?

$$\frac{120}{1692} = \frac{230}{x} \Rightarrow x = \frac{230 \cdot 1692}{120} = 3243$$

. Recibirá 3243 pesos.

11. Los alcaldes de Restal, Alpedrito y Arroyosalinos han desarrollado un plan para remodelar 600 m, 900 m y 1300 m, respectivamente, de las carreteras de entrada a cada pueblo. En total han tenido que pagar entre los tres 70 000 €. ¿Qué parte le corresponde pagar a cada pueblo?

$$r = \frac{70000}{600 + 900 + 1300} = \frac{70000}{2800} = 25$$

Restal pagará  $25 \cdot 600 = 15000$  €, Alpedrito pagará  $25 \cdot 900 = 22500$  € y Arroyosalinos,  $25 \cdot 1300 = 32500$  €.

12. Tres amigos han trabajado durante varios días en una obra. Rodrigo ha trabajado 25 horas, Rodolfo ha trabajado 36 horas y Roberto ha trabajado 60 horas. En total han recibido 1512,5 €. ¿Cuánto cobrará cada uno?

$$r = \frac{1512,5}{25 + 36 + 60} = \frac{1512,5}{121} = 12,5$$

Rodrigo cobrará  $12,5 \cdot 25 = 312,5$  €, Rodolfo,  $12,5 \cdot 36 = 450$  € y Roberto,  $12,5 \cdot 60 = 750$  €.

## 13. Calcula los siguientes porcentajes.

a) 25 % de 40

b) 12 % de 86

a)  $\frac{25 \cdot 40}{100} = 10$

b)  $\frac{12 \cdot 86}{100} = 10,32$

c) 70 % de 312

d) 7 % de 312

c)  $\frac{70 \cdot 312}{100} = 218,4$

d)  $\frac{7 \cdot 312}{100} = 21,84$

e) 120 % de 50

f) 50 % de 120

e)  $\frac{120 \cdot 50}{100} = 60$

f)  $\frac{50 \cdot 120}{100} = 60$

## 14. Expresa cada fracción utilizando el tanto por ciento.

a)  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{18}{40}$

a)  $\frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow 75 \%$

b)  $\frac{18}{40} = 0,45 \Rightarrow 45 \%$

c)  $\frac{15}{12}$

d)  $\frac{42}{14}$

c)  $\frac{15}{12} = 1,25 \Rightarrow 125 \%$

d)  $\frac{42}{14} = 3 \Rightarrow 300 \%$

e)  $\frac{17}{24}$

f)  $\frac{1}{3}$

e)  $\frac{17}{24} = 0,708\bar{3} \Rightarrow 70,8\bar{3} \%$

f)  $\frac{1}{3} = 0,3\bar{3} \Rightarrow 33,3\bar{3} \%$

## 15. Realiza las siguientes variaciones porcentuales.

a) Aumenta 16 un 5 %.

b) Disminuye 200 un 4 %.

a)  $16 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 16 \cdot 1,05 = 16,8$

b)  $200 \cdot \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 200 \cdot 0,96 = 192$

c) Aumenta 36 000 un 0,7 %.

d) Disminuye 0,64 un 5 %.

c)  $36000 \cdot \left(1 + \frac{0,7}{100}\right) = 36000 \cdot 1,007 = 36252$

d)  $0,64 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 0,64 \cdot 0,95 = 0,608$

## 16. Actividad resuelta.

## 17. Indica qué porcentaje aumenta o disminuye una cantidad al multiplicarla por los siguientes números.

a) 1,45

b) 0,8

c) 0,999

a)  $145 - 100 = 45 \Rightarrow$  Aumenta un 45 %.

b)  $100 - 80 = 20 \Rightarrow$  Disminuye un 20 %.

c)  $100 - 99,9 = 0,1 \Rightarrow$  Disminuye un 0,1 %.

d) 1,015

e) 3

f) 1

d)  $101,5 - 100 = 1,5 \Rightarrow$  Aumenta un 1,5 %.

e)  $300 - 100 = 200 \Rightarrow$  Aumenta un 200 %.

f)  $100 - 100 = 0 \Rightarrow$  No varía.

## 18. Un equipo de fútbol ha ganado 6 partidos de 15 que han disputado. Un equipo de baloncesto ha ganado 8 de 20 partidos. ¿Quién ha obtenido mejores resultados hasta el momento?

Equipo de fútbol:  $\frac{6}{15} = 0,4 \Rightarrow 40 \%$

Equipo de baloncesto:  $\frac{8}{20} = 0,4 \Rightarrow 40 \%$

Tienen el mismo porcentaje de victorias.

19. Una tienda rebajó un jersey que costaba 40 € un 15 %, y luego aplicó otra rebaja del 10 % sobre el precio ya rebajado. ¿Cuál es el precio final del jersey?

$$40 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 40 \cdot 0,85 \cdot 0,9 = 30,6 \text{ . El precio final es de } 30,6 \text{ € .}$$

20. Actividad resuelta.

21. Un libro tiene una rebaja del 10 % y ahora cuesta 17,1 €. ¿Cuánto costaba antes?

Como 17,1 € es el precio inicial menos el 10 % de descuento, representa el 90 % del precio inicial, aplicamos la proporción:

$$\frac{17,1}{90} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{17,1 \cdot 100}{90} = 19 \text{ . Costaba } 19 \text{ € .}$$

22. Actividad interactiva.

23. Indica si las siguientes magnitudes son proporcionales y el tipo de proporcionalidad.

- Velocidad a la que va un coche y tiempo que tarda en recorrer 100 km.
- Número de refrescos vendidos y dinero obtenido.
- Número de horas que un tractor está arando y la superficie que le queda por arar.
- El número de amigos que participan en la compra de un regalo y la cantidad que aportan.
  - Inversamente proporcionales.
  - Directamente proporcionales.
  - No son proporcionales.
  - Inversamente proporcionales.

24. Actividad resuelta.

25. Indica si las magnitudes  $A$  y  $B$  son inversamente proporcionales. En caso afirmativo, calcula la constante de proporcionalidad inversa.

$A$	23	35	40	56	70
$B$	14	9,2	8,05	5,85	4,68

$$23 \cdot 14 = 35 \cdot 9,2 = 40 \cdot 8,05 = 322 \neq 56 \cdot 5,85 = 70 \cdot 4,68 = 327,6$$

Como todos los productos no son iguales, las magnitudes  $A$  y  $B$  no son inversamente proporcionales.

26. Reparte 510 de forma inversamente proporcional a  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{5}$  y  $\frac{1}{10}$ .

Equivale a efectuar un reparto directo a 2, 5 y 10:

$$\frac{510}{2+5+10} = \frac{510}{17} = 30$$

El reparto es  $2 \cdot 30 = 60$ ,  $5 \cdot 30 = 150$  y  $10 \cdot 30 = 300$ .

27. Leyendo 100 páginas diarias, Raquel terminó un libro en 8 días. Si hubiera leído 80 páginas diarias, ¿cuántos días habría tardado?

Aplicando la proporcionalidad inversa:  $100 \cdot 8 = 80x \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 8}{80} = 10$ . Habría tardado 10 días.

28. En un juego de ordenador se dan puntos de forma inversamente proporcional al tiempo que se tarda en resolver un acertijo. Jesús lo ha resuelto en 45 s y ha ganado 300 puntos. Cuando juega María, resuelve el mismo acertijo en 40 s, ¿cuántos puntos obtendrá?

Aplicando la proporcionalidad inversa:  $45 \cdot 300 = 40x \Rightarrow x = \frac{45 \cdot 300}{40} = 337,5$ . Obtendrá 337,5 puntos.

29. En una carrera benéfica reciben premios los tres primeros clasificados, de forma inversamente proporcional a la posición de llegada a la meta. En total se reparten 9460 €. ¿Qué cantidad corresponderá a cada uno?

Se trata de un reparto inversamente proporcional a 1, 2 y 3:  $k = \frac{9460}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{9460}{\frac{11}{6}} = \frac{56760}{11} = 5160$ .

El primero se lleva 5160 €, el segundo,  $\frac{1}{2} \cdot 5160 = 2580$  € y el tercero,  $\frac{1}{3} \cdot 5160 = 1720$  €.

30. Actividad resuelta.

31. Una imprenta trabajando 8 horas diarias, tarda 3 días en fabricar 6000 libros. Si trabaja 10 horas diarias, ¿cuántos días tardará en fabricar 5000 libros? Resuelve el problema por reducción a la unidad y por el método de la regla de tres.

- Reducción a la unidad:

$$8 \text{ h/día} \Rightarrow 3 \text{ días} \Rightarrow 6000 \text{ libros}$$

$$1 \text{ h/día} \Rightarrow 3 \text{ días} \Rightarrow 6000 : 8 = 750 \text{ libros}$$

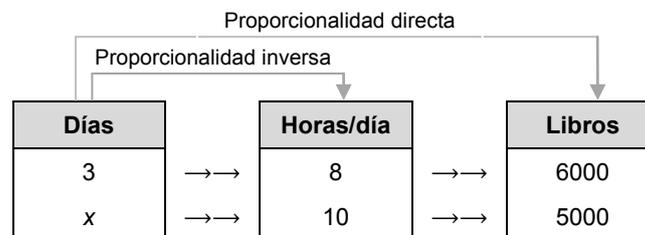
$$1 \text{ h/día} \Rightarrow 3 : 750 = 0,004 \text{ días} \Rightarrow 1 \text{ libro}$$

$$1 \text{ h/día} \Rightarrow 0,004 \cdot 5000 = 20 \text{ días} \Rightarrow 5000 \text{ libros}$$

$$10 \text{ h/día} \Rightarrow 20 : 10 = 2 \text{ días} \Rightarrow 5000 \text{ libros}$$

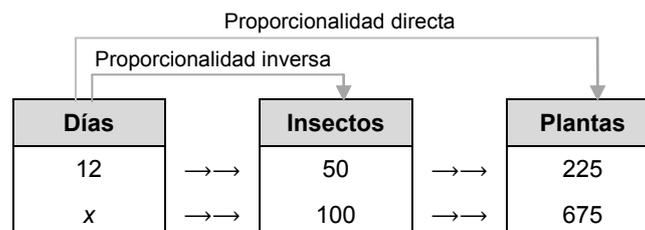
Tardará 2 días.

- Regla de tres:



$$\frac{3}{x} = \frac{10}{8} \cdot \frac{6000}{5000} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 8 \cdot 5000}{10 \cdot 6000} = 2 \text{ días}$$

32. En el huerto de Paco hay una plaga de voraces insectos. Cincuenta de ellos son capaces de atacar 225 plantas en 12 días. ¿Cuánto tardaría el doble de insectos en atacar el triple de plantas?



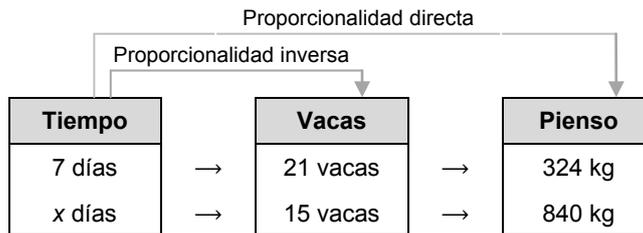
$$\frac{12}{x} = \frac{100}{50} \cdot \frac{225}{675} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 50 \cdot 675}{100 \cdot 225} = 18 \text{ días}$$

33. Un ganadero necesita 324 kg de pienso para alimentar a 21 vacas durante 7 días.

a) ¿Durante cuánto tiempo podrá alimentar el ganadero a 15 vacas con 840 kg de pienso?

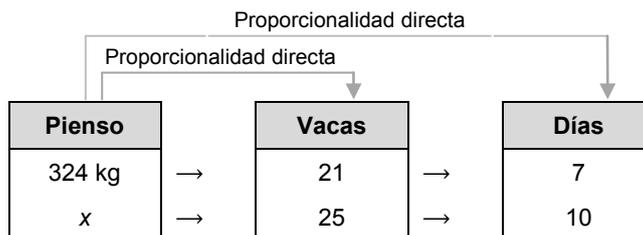
b) ¿Cuántos kilos de pienso necesitaría para alimentar a 25 vacas durante 10 días?

a)



$$\frac{7}{x} = \frac{15 \cdot 324}{21 \cdot 840} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 21 \cdot 840}{15 \cdot 324} = 25,407, \text{ aproximadamente } 25 \text{ días}$$

b)



$$\frac{324}{x} = \frac{21 \cdot 7}{25 \cdot 10} \Rightarrow x = \frac{324 \cdot 25 \cdot 10}{21 \cdot 7} = 551,02, \text{ aproximadamente } 551 \text{ kg}$$

34. Elige la respuesta correcta en cada caso.

a) La razón entre 25 y 100 es:

- A.  $\frac{5}{10}$       B. 4      C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{10}{5}$

b) La fracción que forma proporción con  $\frac{2}{3}$  es:

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{10}{15}$       C.  $\frac{4}{9}$       D.  $\frac{225}{300}$

c) La razón entre 40 y 88 es:

- A. 0      B. Mayor que 1      C. 1      D. Menor que 1

a)  $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ . La respuesta correcta es C.  $\frac{1}{4}$ .

b)  $2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 30$ . La respuesta correcta es B.  $\frac{10}{15}$ .

c) Como  $40 < 88$ , la respuesta correcta es B. Menor que 1.

35. Encuentra el término que falta en cada una de las siguientes proporciones.

a)  $\frac{10}{36} = \frac{x}{90}$

b)  $\frac{10}{36} = \frac{90}{x}$

c)  $\frac{20}{x} = \frac{15}{6}$

d)  $\frac{12}{x} = \frac{x}{300}$

a)  $\frac{10}{36} = \frac{x}{90} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 90}{36} = 25$

c)  $\frac{20}{x} = \frac{15}{6} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 6}{15} = 8$

b)  $\frac{10}{36} = \frac{90}{x} \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 90}{10} = 324$

d)  $\frac{12}{x} = \frac{x}{300} \Rightarrow x^2 = 12 \cdot 300 = 3600 \Rightarrow x = \pm 60$

36. Forma dos proporciones con los siguientes conjuntos de números.

a) 4, 5, 8, 10

b) 3, 6, 6, 12

c) 1, 5, 8, 40

d) 2, 9, 18, 1

a)  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}, \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

b)  $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}, \frac{6}{3} = \frac{12}{6}$

c)  $\frac{1}{5} = \frac{8}{40}, \frac{1}{8} = \frac{5}{40}$

d)  $\frac{1}{9} = \frac{2}{18}, \frac{1}{2} = \frac{9}{18}$

37. Actividad resuelta.

38. Calcula el valor de la incógnita en las proporciones:

a)  $\frac{2a}{15} = \frac{8}{6}$

b)  $\frac{3+b}{9} = \frac{8}{12}$

c)  $\frac{15}{4-c} = \frac{20}{8}$

a)  $2a = \frac{8 \cdot 15}{6} = 20 \Rightarrow a = 10$

b)  $3+b = \frac{8 \cdot 9}{12} = 6 \Rightarrow b = 3$

c)  $4-c = \frac{15 \cdot 8}{20} = 6 \Rightarrow c = -2$

39. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes tablas, sabiendo que las magnitudes son directamente proporcionales.

a)

x	28	•	•	10	1	•
y	12	6	18	•	•	1

b)

x	4	•	16	•	•	1
y	6	3	•	27	1	•

a) La razón de proporcionalidad es  $r = \frac{28}{12} = \frac{14}{6} = \frac{42}{18} = \frac{10}{\frac{30}{7}} = \frac{1}{\frac{3}{7}} = \frac{7}{3} = 2,3$ .

x	28	14	42	10	1	$\frac{7}{3}$
y	12	6	18	$\frac{30}{7}$	$\frac{3}{7}$	1

b) La razón de proporcionalidad es  $r = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} = 0,6$ .

x	4	2	16	18	$\frac{2}{3}$	1
y	6	3	24	27	1	$\frac{3}{2}$

**40.** Dos magnitudes  $A$  y  $B$  son directamente proporcionales. Cuando  $A$  vale 3, el valor de  $B$  es 8. Calcula los valores indicados.

- a) La razón entre las magnitudes  $A$  y  $B$ .                      c) El valor de  $B$  cuando  $A$  vale 1.  
 b) El valor de  $A$  cuando  $B$  vale 1.                              d) La razón entre las magnitudes  $B$  y  $A$ .  
 a)  $\frac{3}{8}$                       b)  $\frac{3}{8}$                               c)  $\frac{8}{3}$                               d)  $\frac{8}{3}$

**41.** Al estudiar dos magnitudes directamente proporcionales, se han obtenido las siguientes igualdades.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$$

- a) Comprueba que las dos fracciones intermedias son equivalentes.  
 b) Forma una fracción cuyo numerador sea la suma de todos los numeradores anteriores, y cuyo denominador sea la suma de los denominadores. ¿Formará proporción con las anteriores? Compruébalo.  
 a)  $6 \cdot 15 = 9 \cdot 10 = 90$   
 b)  $\frac{3+6+9+12}{5+10+15+20} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ . Sí, forma proporción con las demás.

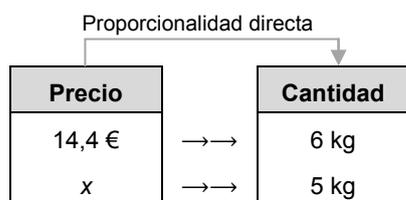
**42.** Por 6 kg de naranjas se han pagado 14,4 €. ¿Cuánto costarían 5 kg de esas naranjas? ¿Y 17 kg? Resuélvelo por el método de reducción a la unidad y por el método de la regla de tres.

- Reducción a la unidad:

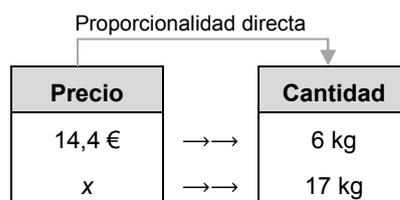
6 kg       $\Rightarrow$     14,4 €  
 1 kg       $\Rightarrow$      $14,4 : 6 = 2,4$  €  
 5 kg       $\Rightarrow$      $2,4 \cdot 5 = 12$  €  
 17 kg      $\Rightarrow$      $2,4 \cdot 17 = 40,8$  €

Al comprar 5 kg costarían 12 € y 17 kg costarían 40,8 €.

- Regla de tres:



$$\frac{14,4}{x} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = \frac{14,4 \cdot 5}{6} = 12 \text{ €}$$



$$\frac{14,4}{x} = \frac{6}{17} \Rightarrow x = \frac{14,4 \cdot 17}{6} = 40,8 \text{ €}$$

**43.** Reparte 312 en partes directamente proporcionales a 15, 11 y 4.

$$r = \frac{312}{15+11+4} = \frac{312}{30} = 10,4$$

El reparto es  $15 \cdot 10,4 = 156$ ,  $11 \cdot 10,4 = 114,4$  y  $4 \cdot 10,4 = 41,6$ .

**44.** Un rollo de alambre de 1200 m se quiere dividir en tres partes que sean proporcionales a 4, 6 y 10. ¿Cuánto medirá cada parte?

$$r = \frac{1200}{4+6+10} = \frac{1200}{20} = 60$$

Las partes miden  $4 \cdot 60 = 240$ ,  $6 \cdot 60 = 360$  y  $10 \cdot 60 = 600$ .

**45. Reparte 1800 en partes directamente proporcionales a 1000, 2000 y 3000. A continuación, reparte la misma cantidad en partes directamente proporcionales a 1, 2 y 3. ¿Qué observas?**

- Primer caso:

$$r = \frac{1800}{1000 + 2000 + 3000} = \frac{1800}{6000} = 0,3$$

El reparto es  $1000 \cdot 0,3 = 300$ ,  $2000 \cdot 0,3 = 600$  y  $3000 \cdot 0,3 = 900$ .

- Segundo caso:

$$r = \frac{1800}{1 + 2 + 3} = \frac{1800}{6} = 300$$

El reparto es  $1 \cdot 300 = 300$ ,  $2 \cdot 300 = 600$  y  $3 \cdot 300 = 900$ .

Los repartos coinciden.

**46. Reparte 1020 en partes directamente proporcionales a  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{3}{8}$ .**

$$r = \frac{1020}{\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8}} = \frac{1020}{\frac{51}{40}} = \frac{1020 \cdot 40}{51} = 800$$

El reparto es  $\frac{1}{2} \cdot 800 = 400$ ,  $\frac{2}{5} \cdot 800 = 320$  y  $\frac{3}{8} \cdot 800 = 300$ .

**47. Sonia ha trabajado el doble de horas que Elena, y Rosa ha trabajado el triple que las otras dos juntas. En total han cobrado 480 €.**

**¿Es posible repartir el dinero sin saber las horas que ha trabajado cada una?**

Como se conoce la proporción entre las horas de trabajo de las tres, se puede hacer el reparto.

Por 1 h que trabajó Elena, Sonia trabajó 2 h, y Rosa,  $3 \cdot (1+2) = 9$  h:  $r = \frac{480}{2+1+9} = 40$

Elena recibirá 40 €, Sonia,  $2 \cdot 40 = 80$  €, y Elena,  $9 \cdot 40 = 360$  €.

**48. Calcula los siguientes porcentajes.**

a) 2,5 % de 18

c) 75 % de 29,6

e) 220 % de 50

b) 17 % de 42

d) 0,4 % de 3,2

f) 47 % de 39

a)  $\frac{18 \cdot 2,5}{100} = 0,45$

c)  $\frac{29,6 \cdot 75}{100} = 22,2$

e)  $\frac{50 \cdot 220}{100} = 110$

c)  $\frac{42 \cdot 17}{100} = 7,14$

d)  $\frac{3,2 \cdot 0,4}{100} = 0,0128$

f)  $\frac{39 \cdot 47}{100} = 18,33$

**49. Expresa cada fracción en forma de porcentaje, de tanto por uno y de tanto por mil.**

a)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{18}{12}$

e)  $\frac{7}{56}$

b)  $\frac{126}{150}$

d)  $\frac{102}{17}$

f)  $\frac{1}{100}$

a)  $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\% = 800\%$

c)  $\frac{18}{12} = 1,5 = 150\% = 1500\%$

e)  $\frac{7}{56} = 0,125 = 12,5\% = 125\%$

d)  $\frac{126}{150} = 0,84 = 84\% = 840\%$

d)  $\frac{102}{17} = 6 = 600\% = 6000\%$

f)  $\frac{1}{100} = 0,01 = 1\% = 10\%$

**50. Indica en qué porcentaje aumenta o disminuye una cantidad al multiplicarla por los siguientes números.**

- |         |         |         |          |
|---------|---------|---------|----------|
| a) 0,78 | c) 1,05 | e) 100  | g) 0,004 |
| b) 0,64 | d) 1,21 | f) 1,10 | h) 0,01  |
- a)  $100 - 78 = 22 \Rightarrow$  Disminuye un 22 %.
- b)  $100 - 64 = 36 \Rightarrow$  Disminuye un 36 %.
- c)  $105 - 100 = 5 \Rightarrow$  Aumenta un 5 %.
- d)  $121 - 100 = 21 \Rightarrow$  Aumenta un 21 %.
- e)  $10000 - 100 = 9900 \Rightarrow$  Aumenta un 9900 %.
- f)  $110 - 100 = 10 \Rightarrow$  Aumenta un 10 %.
- g)  $100 - 0,4 = 99,6 \Rightarrow$  Disminuye un 99,6 %.
- h)  $100 - 1 = 99 \Rightarrow$  Disminuye un 99 %.

**51. Aplica a cada cantidad la variación indicada.**

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| a) Aumenta 120 un 10 %.   | c) Disminuye 12 un 17 %. |
| b) Disminuye 348 un 20 %. | d) Aumenta 43 un 3 %.    |
- a)  $120 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 120 \cdot 1,1 = 132$
- b)  $348 \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 348 \cdot 0,8 = 278,4$
- c)  $12 \cdot \left(1 - \frac{17}{100}\right) = 12 \cdot 0,83 = 9,96$
- d)  $43 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 43 \cdot 1,03 = 44,29$

**52. Indica el porcentaje que representa cada cantidad.**

- |                           |               |              |
|---------------------------|---------------|--------------|
| a) 64 de 256              | c) 12 de 30   | e) 0,05 de 1 |
| b) 1 200 000 de 3 000 000 | d) 11,6 de 48 |              |
- a)  $\frac{64}{256} = 0,25 \Rightarrow 25 \%$
- b)  $\frac{1\,200\,000}{3\,000\,000} = 0,4 \Rightarrow 40 \%$
- c)  $\frac{12}{30} = 0,4 \Rightarrow 40 \%$
- d)  $\frac{11,6}{48} = 0,241\bar{6} \Rightarrow 24,1\bar{6} \%$
- e)  $\frac{0,05}{1} = 0,05 \Rightarrow 5 \%$

**53. Un artículo tenía un precio de 120 €. Se aplica un descuento del 5 %, y al resultado se le suma el IVA (21 %).**

Calcula el precio final de dos formas distintas.

- a) Calculando los descuentos y aumentos paso a paso.
- b) Usando el índice de variación en cada paso.

a) El descuento del 5 % son  $\frac{120}{100} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{120 \cdot 5}{100} = 6 \text{ €}$ . Por lo que el artículo cuesta  $120 - 6 = 114 \text{ €}$ .

El IVA es  $\frac{114}{100} = \frac{x}{21} \Rightarrow x = \frac{114 \cdot 21}{100} = 23,94 \text{ €}$ .

El precio final es  $114 + 23,94 = 137,94 \text{ €}$ .

b)  $120 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right) = 120 \cdot 0,95 \cdot 1,21 = 137,94 \text{ €}$

**54. Un centro médico tenía 800 vacunas contra la gripe. Si le quedan 128, ¿qué porcentaje ha gastado?**

$$\frac{800 - 128}{800} = \frac{672}{800} = 0,84 \Rightarrow 84 \%$$

Ha gastado el 84 %.

**55. ¿Es posible disminuir una cantidad un 120 %? ¿Por qué?**

No es posible, no tiene sentido. No se puede rebajar una cantidad más del 100 %.

**56.** A una cantidad se le aplica un aumento del 10 %, y el resultado que se obtiene es 40,7. ¿Cuál era la cantidad inicial?

$$x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 40,7 \Rightarrow x \cdot 1,1 = 40,7 \Rightarrow x = \frac{40,7}{1,1} = 37. \text{ La cantidad inicial era 37.}$$

**57.** Al disminuir un 15 % cierta cantidad se obtiene 1028,5. ¿Qué cantidad se tenía al principio?

$$x \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1028,5 \Rightarrow x \cdot 0,85 = 1028,5 \Rightarrow x = \frac{1028,5}{0,85} = 1210. \text{ Al principio se tenía 1210.}$$

**58.** Actividad resuelta.

**59.** Calcula el resultado final de aplicar los siguientes porcentajes encadenados. Calcula el porcentaje de variación respecto del precio inicial.

a) Aumento del 3 % y aumento del 3 %

b) Aumento del 12 % y disminución del 15 %

c) Aumento del 25 % y disminución del 60 %

d) Disminución del 10 % y disminución del 15 %

a)  $\left(1 + \frac{3}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 1,03 \cdot 1,03 = 1,0609 \Rightarrow 106,09 - 100 = 6,09. \text{ Aumenta un 6,09 \% .}$

b)  $\left(1 + \frac{12}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1,12 \cdot 0,85 = 0,952 \Rightarrow 100 - 95,2 = 4,8. \text{ Disminuye un 4,8 \% .}$

c)  $\left(1 + \frac{25}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{60}{100}\right) = 1,25 \cdot 0,4 = 0,5 \Rightarrow 100 - 50 = 50. \text{ Disminuye un 50 \% .}$

d)  $\left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 0,90 \cdot 0,85 = 0,765 \Rightarrow 100 - 76,5 = 23,5. \text{ Disminuye un 23,5 \% .}$

**60.** Actividad resuelta.

**61.** Calcula la cantidad inicial en cada caso.

a) Después de un aumento del 12 % y una disminución del 24 %, se obtiene 306,432.

b) Después de dos rebajas del 15 % y del 12 %, se obtiene 112.

c) Después de una rebaja del 40 % y un aumento del 25 %, se obtiene 366.

d) Después de una rebaja del 10 %, un aumento del 20 % y una rebaja del 10 %, se obtiene un resultado final de 3888.

a)  $x \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{24}{100}\right) = 306,432 \Rightarrow x = \frac{306,432}{1,12 \cdot 0,76} = 360$

b)  $x \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 112 \Rightarrow x = \frac{112}{0,85 \cdot 0,88} = 149,73$

c)  $x \cdot \left(1 - \frac{40}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{25}{100}\right) = 366 \Rightarrow x = \frac{366}{0,6 \cdot 1,25} = 488$

d)  $x \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 3888 \Rightarrow x = \frac{3888}{0,9 \cdot 1,20 \cdot 0,9} = 4000$

62. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes tablas, sabiendo que las magnitudes son inversamente proporcionales.

a)

$x$	4	•	8	160	1	•
$y$	10	8	•	•	•	1

b)

$x$	5	•	50	•	•	1
$y$	3	2	•	30	1	•

a) La constante de proporcionalidad inversa es:  $k = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 8 \cdot 5 = 160 \cdot 0,25 = 1 \cdot 40 = 40 \cdot 1 = 40$

$x$	4	5	8	160	1	40
$y$	10	8	5	0,25	40	1

b) La constante de proporcionalidad inversa es:  $k = 5 \cdot 3 = 7,5 \cdot 2 = 50 \cdot 0,3 = 0,5 \cdot 30 = 15 \cdot 1 = 1 \cdot 15 = 15$

$x$	5	7,5	50	0,5	15	1
$y$	3	2	0,3	30	1	15

63. Dos magnitudes  $A$  y  $B$  son inversamente proporcionales. Cuando  $A$  vale 4,  $B$  vale 9. Calcula los siguientes valores.

a) Valor de  $A$  si  $B = 3$

c) Valor de  $A$  si  $B = 0,01$

b) Valor de  $B$  si  $A = 12$

d) Valor para el que  $A = B$

a)  $4 \cdot 9 = A \cdot 3 \Rightarrow A = \frac{36}{3} = 12$

c)  $4 \cdot 9 = A \cdot 0,01 \Rightarrow A = \frac{36}{0,01} = 3600$

b)  $4 \cdot 9 = 12 \cdot B \Rightarrow B = \frac{36}{12} = 3$

d)  $4 \cdot 9 = A \cdot A \Rightarrow A^2 = 36 \Rightarrow A = \pm 6$

64. Reparte de forma inversamente proporcional las cantidades indicadas.

a) 500, inversamente proporcional a 2 y 6.

b) 2220, inversamente proporcional 12, 15 y 18.

c) 1690, inversamente proporcional a 20, 15 y 10.

d) 31 500, inversamente proporcional a 5, 24 y 48.

a)  $k = \frac{500}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = \frac{500}{\frac{4}{6}} = 750 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 750 = 375, \frac{1}{6} \cdot 750 = 125$

b)  $k = \frac{2220}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18}} = \frac{2220}{\frac{37}{180}} = 10800 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 10800 = 900, \frac{1}{15} \cdot 10800 = 720, \frac{1}{18} \cdot 10800 = 600$

c)  $k = \frac{1690}{\frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}} = \frac{1690}{\frac{13}{60}} = 7800 \Rightarrow \frac{1}{20} \cdot 7800 = 390, \frac{1}{15} \cdot 7800 = 520, \frac{1}{10} \cdot 7800 = 780$

d)  $k = \frac{31\,500}{\frac{1}{5} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48}} = \frac{31\,500}{\frac{63}{240}} = 120\,000 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 120\,000 = 24\,000, \frac{1}{24} \cdot 120\,000 = 5\,000, \frac{1}{48} \cdot 120\,000 = 2\,500$

65. Si  $x = 2y$ , ¿cuánto le corresponde a  $x$  respecto de  $y$  en un reparto inversamente proporcional?

Como  $x$  es el doble de  $y$ , le corresponde la mitad.

66. Cuatro pintores tardan 6 horas en pintar una casa. ¿Cuántos días hubiesen tardado si solo hubiesen trabajado 3 pintores?

Aplicando la proporcionalidad inversa:  $4 \cdot 6 = 3x \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 6}{3} = 8$

Tardarían 8 horas, que equivalen a  $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$  días.

67. El área de un rectángulo es igual a  $144 \text{ cm}^2$ .

a) ¿Qué relación hay entre la base y la altura?

b) Calcula cinco valores posibles de su base y su altura.

a) Si  $x$  es la base e  $y$  es la altura, la relación es  $x \cdot y = 144$ , que es de proporcionalidad inversa.

b)

<b>x</b>	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm
<b>y</b>	144 cm	72 cm	48 cm	36 cm	28,8 cm

68. Las magnitudes  $x$  e  $y$  que aparecen en la tabla son directamente proporcionales.

<b>x</b>	1	2	3	4	5	10
<b>y</b>	2	4	6	8	10	20

Si  $z = \frac{1}{y}$ , responde:

a) ¿Qué relación hay entre las magnitudes  $y$  y  $z$ ?

b) Construye la tabla que relaciona  $x$  con  $z$ . ¿Qué relación hay entre ambas magnitudes?

a) Son inversamente proporcionales.

b) También son inversamente proporcionales.

$$\text{Como } \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x \Rightarrow z = \frac{1}{y} = \frac{1}{2x} \Rightarrow x \cdot z = \frac{1}{2}$$

<b>x</b>	1	2	3	4	5	10
<b>z</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$

69. Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, ¿es posible calcular el valor de una cuando la otra vale 0? Justifica tu respuesta.

No es posible. Si son inversamente proporcionales, su producto es constante,  $k$ , y si una fuese 0, el producto también sería 0.

70. Calcula el valor de  $x$  en las siguientes igualdades.

a)  $\frac{12}{x} = \frac{6}{4} \cdot \frac{24}{15}$

c)  $\frac{10}{25} = \frac{14}{x} \cdot \frac{15}{21}$

b)  $\frac{1}{x} = \frac{10}{18} \cdot \frac{30}{25}$

d)  $\frac{5}{x} = \frac{5}{16} \cdot \frac{24}{40} \cdot \frac{10}{3}$

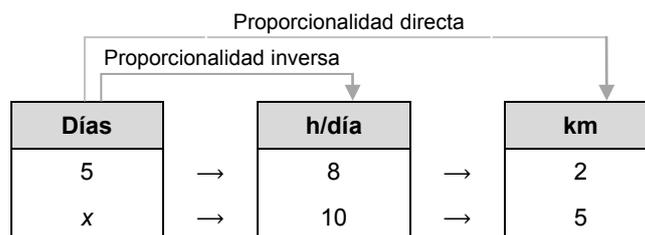
a)  $\frac{12}{x} = \frac{6}{4} \cdot \frac{24}{15} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 4 \cdot 15}{6 \cdot 24} = 5$

c)  $\frac{10}{25} = \frac{14}{x} \cdot \frac{15}{21} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 14 \cdot 15}{10 \cdot 21} = 25$

b)  $\frac{1}{x} = \frac{10}{18} \cdot \frac{30}{25} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 25}{10 \cdot 30} = \frac{3}{2}$

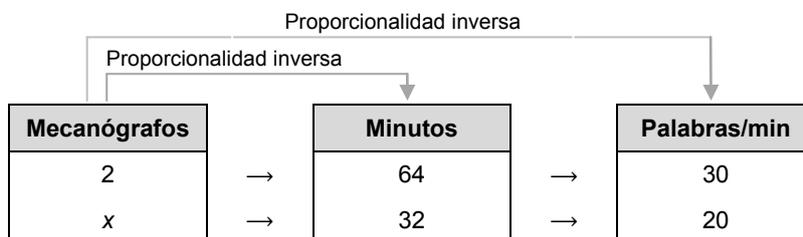
d)  $\frac{5}{x} = \frac{5}{16} \cdot \frac{24}{40} \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 16 \cdot 40 \cdot 3}{5 \cdot 24 \cdot 10} = 8$

71. Una tuneladora, trabajando 8 horas al día abre un túnel de 2 km en 5 días. ¿Cuánto tardará en excavar 5 km trabajando 10 horas diarias?



$$\frac{5}{x} = \frac{10}{8} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 5}{10 \cdot 2} = 10 \text{ días}$$

72. Dos mecanógrafos han escrito un texto en 64 minutos a un ritmo de 30 palabras por minuto. ¿Cuántos mecanógrafos hacen falta para copiar el mismo texto en la mitad de tiempo y a un ritmo de 20 palabras por minuto?



$$\frac{2}{x} = \frac{32}{64} \cdot \frac{20}{30} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 64 \cdot 30}{32 \cdot 20} = 6 \text{ mecanógrafos}$$

73. Resuelve las siguientes cuestiones y compara los resultados.

a) El 10 % de una cantidad es 36. ¿Cuál es la cantidad inicial?

b) ¿Qué cantidad es el 10 % de 36?

c) Al disminuir un 10 % una cantidad, el resultado es 36. ¿Cuál era esa cantidad?

d) Disminuye 36 un 10 %. ¿Qué cantidad se obtiene?

a)  $x \cdot \frac{10}{100} = 36 \Rightarrow x = \frac{3600}{10} = 360$

c)  $x \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 36 \Rightarrow x \cdot 0,9 = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{0,9} = 40$

b)  $36 \cdot \frac{10}{100} = 3,6$

d)  $36 \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 36 \cdot 0,9 = 32,4$

Los enunciados de a) y b) podrían parecer similares, pero no lo son, ya que la operación a realizar es la contraria. Lo mismo ocurre con c) y d).

## 74. Analiza y contesta.

- a) Si las magnitudes  $A$  y  $B$  son directamente proporcionales y las magnitudes  $B$  y  $C$  son directamente proporcionales, ¿qué relación de proporcionalidad hay entre las magnitudes  $A$  y  $C$ ?
- b) Si las magnitudes  $A$  y  $B$  son directamente proporcionales y las magnitudes  $B$  y  $C$  son inversamente proporcionales, ¿qué relación de proporcionalidad hay entre las magnitudes  $A$  y  $C$ ?

a) Son directamente proporcionales.

$$\text{Si } \frac{A}{B} = k_1 \text{ y } \frac{B}{C} = k_2 \Rightarrow \frac{A}{C} = \frac{A}{B} \cdot \frac{B}{C} = k_1 \cdot k_2$$

b) Son inversamente proporcionales.

$$\text{Si } \frac{A}{B} = k_1 \text{ y } B \cdot C = k_2 \Rightarrow A \cdot C = \frac{A}{B} \cdot B \cdot C = k_1 \cdot k_2$$

## 75. Una empresa organiza una campaña solidaria. Por cada 25 € que los clientes gasten en su tienda, la empresa donará un euro a una ONG.

Si un cliente ha gastado 72 € en esa tienda, ¿qué cantidad deberá donar la empresa? ¿Qué porcentaje del precio representa?

$$\frac{1}{25} = \frac{x}{72} \Rightarrow x = \frac{72}{25} = 2,88$$

La empresa dona 2,88 €.

$$\frac{72}{100} = \frac{2,88}{x} \Rightarrow x = \frac{2,88 \cdot 100}{72} = 4$$

Representa el 4 % del precio.

## 76. Para tapar un ventanal de una oficina, el dueño ha comprado 18 cortinas de 0,6 m de ancho. Al final decide cambiarlas por otras más estrechas, de 45 cm de ancho. ¿Cuántas necesitará?

$$\text{Aplicando la proporcionalidad inversa: } 18 \cdot 60 = 45x \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 60}{45} = 24$$

Necesitará 24 cortinas.

## 77. Durante una llamada de teléfono, la batería del móvil de Esteban se gasta de forma directamente proporcional a la duración de la llamada. En una conversación de cinco minutos la carga de la batería ha bajado un 3 %.

Si carga completamente la batería, ¿cuánto tiempo podrá estar hablando?

$$\frac{3}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 5}{3} = \frac{500}{3} \text{ min} = 166 \text{ min } 40 \text{ s}$$

Podrá hablar 166 min y 40 s.

## 78. Un equipo de fútbol tiene dos especialistas en el lanzamiento de penaltis.

- María ha lanzado esta temporada 23 penaltis, de los que ha metido 20.
- Lucía ha lanzado 20 penaltis y ha metido 17.

a) Calcula el porcentaje de acierto de cada jugadora.

b) ¿A cuál elegirías para lanzar un penalti?

$$\text{a) María: } \frac{20 \cdot 100}{23} = 86,96\% \text{ . Lucía: } \frac{17 \cdot 100}{20} = 85\% \text{ .}$$

b) María lanza ligeramente mejor.

79. Un granjero tiene comida suficiente para alimentar a sus 24 cerdos durante 30 días. Si vende cuatro cerdos, ¿cuánto tiempo podrá alimentar a los que le quedan?

Aplicando la proporcionalidad inversa:  $24 \cdot 30 = 20x \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 30}{20} = 36$

Podrá alimentarlos durante 36 días.

80. Cinco imprentas tardan tres horas en imprimir 100 000 periódicos. ¿Cuántas imprentas harán falta para imprimir el doble de periódicos en cinco horas?



$$\frac{5}{x} = \frac{5}{3} \cdot \frac{100000}{200000} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 3 \cdot 200000}{5 \cdot 100000} = 6 \text{ imprentas}$$

81. Tres vecinos tienen que pagar 8100 € por unas obras en su edificio. El reparto se hace de forma directamente proporcional a la superficie de cada uno de los pisos.

Si el primero mide 70 m<sup>2</sup>, el segundo mide 80 m<sup>2</sup> y el tercero mide 120 m<sup>2</sup>, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno de los vecinos?

$$r = \frac{8100}{70+80+120} = \frac{8100}{270} = 30$$

El primero pagará  $30 \cdot 70 = 2100$  €,  $30 \cdot 80 = 2400$  € y  $30 \cdot 120 = 3600$  €.

82. Entre 8 amigos habéis comprado un regalo de cumpleaños y habéis aportado 12 € cada uno. A última hora, otros dos amigos os avisan de que quieren participar en el regalo.

a) ¿Qué cantidad pagaréis al final cada uno de los amigos?

b) ¿Cuánto tendrá que pagar cada uno de los dos últimos amigos a cada uno de los ocho primeros?

a) Aplicando la proporcionalidad inversa:  $8 \cdot 12 = 10x \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 12}{10} = 9,6$

Pagará 9,6 € cada uno.

b) Tendrán que pagar  $9,6 : 8 = 1,2$  € a cada uno.

83. Tres cosechadoras en tres horas han segado un campo de 27 hectáreas. ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para segar en dos horas 36 hectáreas de un campo de trigo?



$$\frac{3}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{27}{36} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 3 \cdot 36}{2 \cdot 27} = 6 \text{ cosechadoras}$$

84. El número de habitantes del pueblo donde veranea Samuel era de 5400 habitantes hace 10 años y ahora tiene 6480 habitantes.

a) ¿Cuál ha sido el porcentaje de variación?

b) Si en los próximos años el porcentaje de crecimiento se mantiene, ¿cuántos habitantes llegará a tener el pueblo dentro de 5 años?

a)  $\frac{6480}{5400} = 1,2 \Rightarrow 120 - 100 = 20$ . Aumentó un 20 % en 10 años.

b) En dos periodos de 5 años se ha multiplicado en total por 1,2. Llamando x a la variación cada 5 años,  $x \cdot x = 1,2 \Rightarrow x = \sqrt{1,2}$ . En 5 años habrá  $6480 \cdot \sqrt{1,2} = 7098$  habitantes, aproximadamente.

85. Para pavimentar 600 m de calle se precisan 8 trabajadores durante 5 días trabajando 8 h al día. En esos mismos 5 días otro grupo de 10 trabajadores deben pavimentar otro tramo de calle de 850 m.

a) ¿Cuántas horas al día trabajarán?

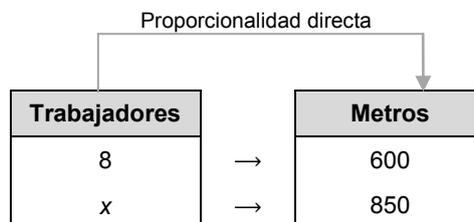
b) ¿Cuántos trabajadores harían falta para hacer el trabajo en 5 días trabajando 8 horas diarias?

a) Como el número de días es el mismo, basta con utilizar estas magnitudes:



$$\frac{8}{x} = \frac{10}{8} \cdot \frac{600}{850} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 8 \cdot 850}{10 \cdot 600} = 9,0\widehat{6}$$
, aproximadamente 9 horas diarias

b) Como el número de días es el mismo, basta con utilizar estas magnitudes:



$$\frac{8}{x} = \frac{600}{850} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 850}{600} = 11,3\widehat{}$$
 .trabajadores.

Por tanto, harían falta 12 trabajadores.

86. Las acciones de una compañía han subido un 18 % en 2015, pero han bajado un 12 % en 2016.

a) Si el precio inicial de la acción era de 25 €, ¿cuál es su precio final?

b) Si un inversor ha recibido 34,52 € por una acción, ¿a qué precio la adquirió?

a)  $25 \cdot \left(1 + \frac{18}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 25 \cdot 1,18 \cdot 0,88 = 25,96$  €

b)  $x \cdot \left(1 + \frac{18}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 34,52 \Rightarrow x = \frac{34,52}{1,18 \cdot 0,88} = 33,24$  €

87. Cuatro hermanos compran un regalo a su madre, y lo pagan de forma inversamente proporcional a la edad de cada uno de ellos. José tiene 16 años, Carlos e Irene tienen 18 años cada uno y Silvia tiene 20 años. Si el regalo les costó 52 €, ¿cuánto pagó cada hermano?

$$k = \frac{52}{\frac{1}{16} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20}} = \frac{52}{\frac{45+40+40+36}{720}} = \frac{37440}{161} = 232,55$$

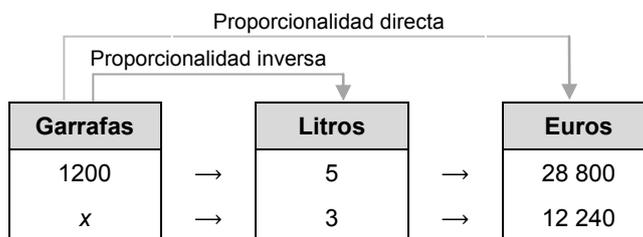
José paga  $\frac{1}{16} \cdot 232,55 = 14,53$  €; Carlos e Irene,  $\frac{1}{18} \cdot 232,55 = 12,92$  € cada uno, y Silvia,  $\frac{1}{20} \cdot 232,55 = 11,63$  €.

88. Para empapelar una habitación se necesitan 40 rollos de papel de 680 cm de ancho. Si los rollos tuvieran un ancho de 0,34 m, ¿cuántos se necesitarían para empapelar la misma habitación?

Aplicando la proporcionalidad inversa:  $40 \cdot 680 = 34x \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 680}{34} = 800$

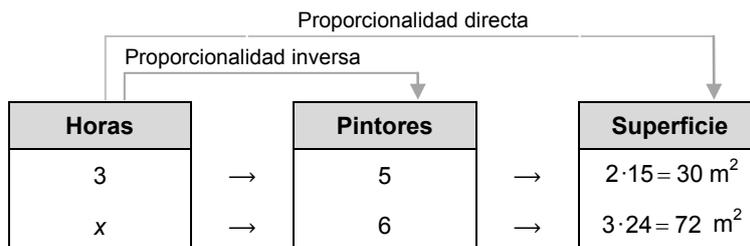
Necesitarían 800 rollos.

89. Por 1200 garrafas de 5 L de aceite, un bodeguero ganó 28 800 €. ¿Cuántas garrafas de 3 L debería vender para obtener 12 240 €?



$$\frac{1200}{x} = \frac{3}{5} \cdot \frac{28800}{12240} \Rightarrow x = \frac{1200 \cdot 5 \cdot 12240}{3 \cdot 28800} = 850 \text{ garrafas}$$

90. En una ciudad se ha contratado a cinco pintores para que decoren un muro de 2 m de alto y 15 m de largo en 3 horas. En el siguiente encargo tienen que pintar otro muro de 3 m de alto y 24 m de largo y cuentan con un pintor más en la cuadrilla. ¿Cuánto tardarán?



$$\frac{3}{x} = \frac{6}{5} \cdot \frac{30}{72} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5 \cdot 72}{6 \cdot 30} = 6 \text{ horas}$$

91. Actividad resuelta.

- 92. Una cantidad disminuye un 60 %. ¿En qué porcentaje debe aumentar para recuperar la cantidad inicial?**

Al disminuir un 60 %, la cantidad se multiplicó por 0,4.

Se busca una variación  $x$  de forma que al aplicarla sobre esta cantidad, el resultado sea el inicial. Por tanto, el resultado de  $0,4 \cdot x$  tiene que ser 1.

$$x = \frac{1}{0,4} = 2,5$$

Esto representa un aumento de  $2,5 - 1 = 1,5$ . El porcentaje de aumento debe ser igual a un 150 %.

- 93. Una cantidad disminuyó un 10 %. ¿En qué porcentaje debe aumentar para obtener el triple de la cantidad inicial?**

Al disminuir un 10 %, la cantidad se multiplicó por 0,9.

Se busca una variación  $x$  de forma que al aplicarla sobre esta cantidad, el resultado sea el triple del inicial. Por tanto, el resultado de  $0,9 \cdot x$  tiene que ser 3.

$$x = \frac{3}{0,9} = 3,3$$

Esto representa un aumento de  $3,3 - 1 = 2,3$ . El porcentaje de aumento debe ser igual a un 233,3 %.

- 94. En cierta reunión hay un 80 % de chicas. Al cabo de un tiempo abandonan la reunión el 75 % de ellas. ¿Qué porcentaje de chicas queda ahora?**

A. 5 %                      B. 20 %                      C. 50 %                      D. 60 %

Si inicialmente había  $x$  personas,  $0,8x$  eran chicas y  $0,2x$  eran chicos. Salen el 75 % de las chicas, por lo que quedan el 25 %, es decir,  $0,25 \cdot 0,8x = 0,2x$ . Queda el mismo número de chicas que de chicos.

La respuesta correcta es C. 50 %.

- 95. Un contenedor pesa 242 kg cuando está lleno y 188 kg cuando está medio lleno.**

¿Cuántos kilos pesa cuando está vacío?

A. 94                      B. 168                      C. 134                      D. 54

La mitad del peso del contenedor es  $242 - 188 = 54$  kg. Al vaciarse, el contenedor pesa  $188 - 54 = 134$  kg.

La respuesta correcta es C. 134.

- 96. María hace cada día de verano unos cuantos largos en la piscina. Un día, después de haber hecho un determinado número de largos, había completado el 20 % del total y, haciendo un largo más, completó el 25 %. ¿Cuántos largos hizo ese día?**

A. 20                      B. 30                      C. 40                      D. 50

Si un largo es el  $25 - 20 = 5$  % del total, ese día hizo  $\frac{100}{5} = 20$  largos.

La respuesta correcta es A. 20.

- 97. Antonio ha heredado una importante fortuna. Debe pagar el 20 % por un determinado impuesto, y después, un 10 % de lo que queda en otro impuesto.**

Si en total paga 10 500 €, ¿cuál fue el total de la herencia?

A. 37 500                      B. 35 000                      C. 32 500                      D. 30 000

Tras pagar los dos impuestos le queda  $\left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$ , es decir, el 72 % de la cantidad inicial.

Por tanto, ha pagado un 28 %, de manera que  $\frac{28}{100} x = 10 500 \Rightarrow x = \frac{10 500 \cdot 100}{28} = 37 500$  €.

La respuesta correcta es A. 37 500.

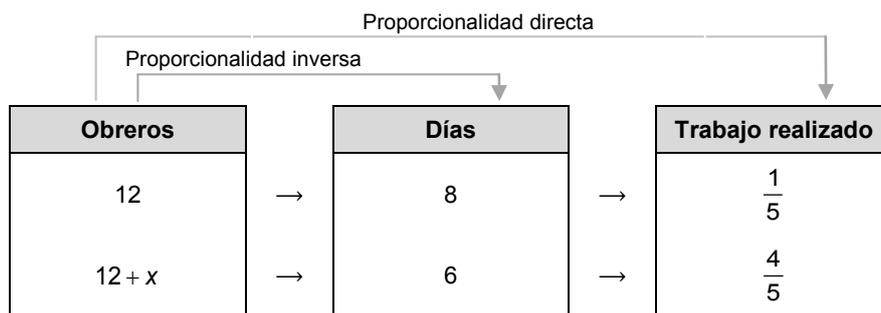
98. Se contrató a 12 obreros para ejecutar una obra y al cabo de 8 días habían hecho sólo la quinta parte. ¿Cuántos obreros hubo que contratar para terminar la obra en 6 días más?

A. 52

B. 48

C. 32

D. 16



$$\frac{12}{12+x} = \frac{6}{8} \cdot \frac{1}{\frac{4}{5}} \Rightarrow 12+x = \frac{12 \cdot 8 \cdot 4}{6 \cdot 1} = 64 \Rightarrow x = 52 \text{ obreros}$$

La respuesta correcta es A. 52

99. Un tren de mercancías de 1 km de largo circula a 20 kilómetros por hora (km/h). Si entra en un túnel de 1 km de largo a las 10 de la mañana, ¿a qué hora sale la cola del último vagón?

A. 10:03

B. 10:05

C. 10:06

D. 10:20

Desde que la locomotora entra en el túnel hasta que el último vagón sale, el tren recorrió 2 km. Como circula a 20 km/h, tarda  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$  de hora en salir, es decir, 6 minutos. Si entra a las 10:00, sale a las 10:06.

La respuesta correcta es C. 10:06.

100. El presentador de unos informativos está comentando una noticia:

*El precio de los percebes ha subido en el último año un 200 %, hasta doblar el precio que tenían el año pasado.*

¿Es correcta esa afirmación?

No es correcta. Si sube un 200 %, el precio final es el  $100 + 200 = 300$  % del precio inicial, luego se triplica.

101. En una clase, el profesor ha hecho cuatro preguntas a los alumnos, y les está dando los resultados.

—El 30 % de los alumnos han contestado bien a todas las preguntas,  $\frac{3}{5}$  se equivocaron en una o dos y, por suerte, solo ocho alumnos han fallado tres o cuatro preguntas.

—Eso no es posible —contesta un alumno.

¿Puedes explicar por qué?

Si se suma  $\frac{30}{100} + \frac{3}{5} = \frac{90}{100}$ , los 8 alumnos restantes suponen un 10 % del total, por lo que la clase tendría 80 alumnos.

## PONTE A PRUEBA

### Las telas

#### Actividad resuelta.

### Las fotocopias

Una papelería ofrece distintas tarifas a los clientes que quieren encargar fotocopias en blanco y negro, dependiendo del número de fotocopias que quieran hacer.

- Si encargan menos de 10 fotocopias, cada una sale por 10 CENT.
  - Si encargan entre 10 y 99 fotocopias, cada una sale por 6 CENT.
  - Si encargan 100 fotocopias o más, cada una sale a 3 CENT.
1. Teniendo en cuenta esta información, ¿son proporcionales el número de copias y el precio que hay que pagar?
  2. Un cliente necesita hacer 9 copias de su DNI. El encargado le dice que por el mismo precio le puede hacer unas cuantas más. ¿Cuántas podrá hacer sin que le salga más caro que hacer 9 copias?
  3. Otro cliente necesita una cantidad de copias mayor, 80 fotocopias. Viendo lo que le ha ocurrido al anterior, piensa que quizás le convenga encargar más, ya que le saldrán más o menos por el mismo precio. ¿Cuántas podrá encargar sin que le sea más caro que hacer 80 copias?
  4. ¿A partir de qué número de fotocopias compensa hacer más de 100? ¿Cuál es el número máximo de fotocopias de más que se pueden obtener?
  5. Las fotocopias en color llevan un recargo del 50 %. ¿Cambia eso la respuesta a alguna de las preguntas anteriores?
1. No son proporcionales. Por ejemplo, 5 copias cuestan 50 CENT, y el triple, 15 copias, cuestan  $15 \cdot 6 = 90$  CENT, que no es el triple de 50.
  2. Nueve copias cuestan  $9 \cdot 10 = 90$  CENT. Si hace 10 o más, le salen a 6 CENT cada una, y por el mismo precio conseguirá  $\frac{90}{6} = 15$  copias.
  3. Como cada copia cuesta 6 CENT, en total pagará  $80 \cdot 6 = 480$  CENT. Si hace más de 100, a 3 CENT cada una, podrá hacer  $480 : 3 = 160$  copias, el doble de las que necesita.
  4. Si hace 9 o menos, gastará como máximo  $9 \cdot 10 = 90$  CENT, que es menos de lo que gastaría haciendo 100 copias.  
  
Si hace 100 copias, gasta  $100 \cdot 3 = 300$  CENT, que equivalen a realizar  $\frac{300}{6} = 50$  copias.  
  
Por tanto, si necesita más de 50, le conviene hacer más de 100.  
  
El gasto máximo para menos de 100 copias son  $99 \cdot 6 = 594$  CENT, que equivalen a  $\frac{594}{3} = 198$  copias, por lo que el máximo de copias sobrantes será  $198 - 99 = 99$ .
  5. Como todos los precios se multiplican por 1,5, las respuestas son las mismas.

## Las notas de Tomás

Tomás está realizando un curso de alemán, en el que la nota final depende de varias notas parciales, que se puntúan también de 0 a 10.

- El 10 % de la nota corresponde a las redacciones que ha entregado cada semana.
- El 10 % corresponde a las pruebas orales realizadas en clase.
- El 20 % se obtiene mediante pruebas cortas (exámenes de vocabulario, verbos...).
- El 15 % corresponde a las intervenciones en clase.
- El resto de la nota se obtiene a partir de las notas de los exámenes.

1. ¿Cuántos puntos de la nota final puede obtener como máximo por las pruebas cortas?
2. En la primera evaluación, la nota de redacciones le supuso 0,7 puntos de la nota final. ¿Qué nota sacó sobre diez puntos?
3. En esa evaluación sacó un 6 en pruebas orales y un 8 en pruebas cortas. ¿Cuántos puntos sumó por esas dos notas?
4. En la siguiente evaluación, falló en alguna de las pruebas cortas, pero en el resto obtuvo buenas notas. Tuvo un 9 en redacciones, un 8,5 en pruebas orales, un 5,4 en pruebas cortas, y un 8 en intervenciones en clase. Su nota final fue 8,26. ¿Qué nota sacó en los exámenes?

1. El 20 % de la nota supone  $10 \cdot \frac{20}{100} = 2$  puntos, como máximo.

2. Si la nota de redacciones corresponde al 10 %,  $\frac{10}{100} = \frac{0,7}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 0,7}{100} = 7$ . Sacó un 7.

3. Sumó  $6 \cdot \frac{10}{100} + 8 \cdot \frac{20}{100} = 6 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,2 = 2,2$  puntos.

4.  $9 \cdot \frac{10}{100} + 8,5 \cdot \frac{10}{100} + 5,4 \cdot \frac{20}{100} + 8 \cdot \frac{15}{100} + 0,45x = 0,9 + 0,85 + 1,08 + 1,2 + 0,45x = 4,03 + 0,45x = 8,26 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x = \frac{8,26 - 4,03}{0,45} = 9,4$

Sacó un 9,4 en los exámenes.

## AUTOEVALUACIÓN

1. Completa las tablas en tu cuaderno para que las magnitudes sean proporcionales:

<i>x</i>	15	12	21	...	1	...
<i>y</i>	...	16	...	80	...	1

<i>x</i>	2	...	8	100	1	...
<i>y</i>	...	16	...	4	...	1

Hay dos posibilidades para cada tabla: directa e inversa.

La razón de proporcionalidad es:  $r = \frac{15}{20} = \frac{12}{16} = \frac{21}{28} = \frac{60}{80} = \frac{1}{4} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = 0,75$

<i>x</i>	15	12	21	60	1	$\frac{3}{4}$
<i>y</i>	20	16	28	80	$\frac{4}{3}$	1

La constante de proporcionalidad inversa es:  $15 \cdot \frac{64}{5} = 12 \cdot 16 = 21 \cdot \frac{64}{7} = \frac{12}{5} \cdot 80 = 1 \cdot 192 = 192 \cdot 1 = 192$

<i>x</i>	15	12	21	$\frac{12}{5}$	1	192
<i>y</i>	$\frac{64}{5}$	16	$\frac{64}{7}$	80	192	1

La razón de proporcionalidad es:  $r = \frac{2}{25} = \frac{400}{16} = \frac{8}{25} = \frac{100}{4} = \frac{1}{1} = \frac{25}{1} = 25$

<i>x</i>	2	400	8	100	1	25
<i>y</i>	$\frac{2}{25}$	16	$\frac{8}{25}$	4	$\frac{1}{25}$	1

La constante de proporcionalidad inversa es:  $2 \cdot 200 = 25 \cdot 16 = 8 \cdot 50 = 100 \cdot 4 = 1 \cdot 400 = 400 \cdot 1 = 400$

<i>x</i>	2	25	8	100	1	400
<i>y</i>	200	16	50	4	400	1

2. Cinco grifos llenan 160 botellas de agua en diez minutos. ¿Cuántas botellas llenarían ocho grifos en el mismo tiempo?

Las magnitudes son directamente proporcionales:  $\frac{5}{160} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 160}{5} = 256$

Llenarían 256 botellas.

3. Tres amigos tardan 140 minutos en ordenar un trastero. ¿Cuánto tiempo tardarían cinco amigos?

Las magnitudes son inversamente proporcionales:  $3 \cdot 140 = 5x \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 140}{5} = 84$ . Tardarían 84 minutos.

4. Tres socios de una empresa invirtieron 3000, 5000 y 8800 €, respectivamente. La empresa ha obtenido unos beneficios de 5250 €, que se repartirán de forma directamente proporcional a la inversión inicial de cada socio. ¿Cuánto cobrará cada uno?

$$r = \frac{5250}{3000 + 5000 + 8800} = \frac{5250}{16800} = 0,3125$$

El reparto es  $3000 \cdot 0,3125 = 937,5$  €,  $5000 \cdot 0,3125 = 1562,5$  € y  $8800 \cdot 0,3125 = 2750$  €.

5. Lorenzo reparte entre sus nietos 58 caramelos, de forma inversamente proporcional a sus edades, que son 6, 8 y 9 años. ¿Cuántos le corresponderán a cada uno?

$$k = \frac{58}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}} = \frac{58}{\frac{29}{72}} = 144$$

Les corresponden  $\frac{1}{6} \cdot 144 = 24$ ,  $\frac{1}{8} \cdot 144 = 18$  y  $\frac{1}{9} \cdot 144 = 16$  caramelos.

6. En un pueblo hay 724 habitantes que proceden de otro país, lo que supone un 16 % de la población. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo?

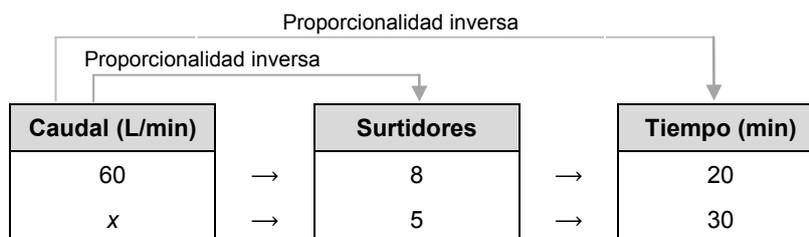
$$\frac{16}{100} = \frac{724}{x} \Rightarrow x = \frac{724 \cdot 100}{16} = 4525. \text{ El pueblo tiene 4525 habitantes.}$$

7. Varios amigos reservan un hotel para pasar sus vacaciones. Si reservan seis habitaciones durante doce noches, deben pagar 5796 € en total. Como les resulta un poco caro, deciden reservar solo cinco habitaciones y gastar 4025 €. ¿Cuántas noches podrán reservar?



$$\frac{12}{x} = \frac{5 \cdot 5796}{6 \cdot 4025} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 4025}{5 \cdot 5796} = 10 \text{ noches}$$

8. Para llenar una piscina se utilizan ocho surtidores, cada uno con un caudal de 60 L por minuto, que tardan 20 minutos en llenarla por completo. Si se quiere llenar esa misma piscina usando solo cinco surtidores en 30 minutos, ¿qué caudal debe tener cada surtidor?



$$\frac{60}{x} = \frac{5 \cdot 30}{8 \cdot 20} \Rightarrow x = \frac{60 \cdot 8 \cdot 20}{5 \cdot 30} = 64 \text{ L/min}$$