

6 Ecuaciones

1. Expresa cada enunciado usando igualdades algebraicas. Indica si son identidades o ecuaciones.

- a) El perímetro de un rectángulo que mide 5 cm más de ancho que de largo, es igual a 22 cm.
- b) El triple de un número más el doble del número, es cinco veces el número.
- c) El cuadrado de un número es igual a la suma de los cuadrados de otros dos números.

a) $2x + 2(x + 5) = 22$. Ecuación

b) $3x + 2x = 5x$. Identidad

c) $a^2 = b^2 + c^2$. Ecuación

2. Indica cuáles de las siguientes expresiones son identidades.

a) $7x^3 - 5x^3 + 9x^3 = 11x^3$

c) $4x \cdot 5x = 20x^2$

b) $7x^3 - 5x^3 + 9x^3 = 0$

d) $(2^n \cdot 2^5)^3 \cdot 2 = 2^{3n} \cdot 2^{16}$

a) $7x^3 - 5x^3 + 9x^3 = (7 - 5 + 9)x^3 = 11x^3$. Identidad

b) $7x^3 - 5x^3 + 9x^3 = (7 - 5 + 9)x^3 = 11x^3 = 0$. Ecuación

c) $4x \cdot 5x = 20x^2$. Identidad

d) $(2^n \cdot 2^5)^3 \cdot 2 = (2^{n+5})^3 \cdot 2 = 2^{3n+15} \cdot 2 = 2^{3n+15+1} = 2^{3n+16} = 2^{3n} \cdot 2^{16}$. Identidad

3. Comprueba, en cada caso, que el valor de x propuesto es solución de la ecuación.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0$, para $x = 1$

c) $\frac{x-1}{3} - 2x = -7$, para $x = 4$

b) $2(3x - 5) - 4x = -6$, para $x = 2$

d) $3x^2 + x - 2 = 0$, para $x = \frac{2}{3}$

a) $3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 2 = 3 - 5 + 2 = 0$

c) $\frac{4-1}{3} - 2 \cdot 4 = \frac{3}{3} - 8 = 1 - 8 = -7$

b) $2(3 \cdot 2 - 5) - 4 \cdot 2 = 2 \cdot (6 - 5) - 8 = 2 - 8 = -6$

d) $3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right) - 2 = 3 \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{3} - 2 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 2 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{6}{3} = 0$

4. Inventa el enunciado que se resuelva utilizando cada una de estas ecuaciones.

a) $3x + 5 = 26$

b) $5x - 4 = 21$

Respuesta abierta. Ejemplos:

a) Si al triple de la edad de Ana se le suma 5, el resultado es 26. ¿Cuántos años tiene Ana?

b) Halla un número que multiplicado por 5 sea 4 unidades mayor que 21.

5. Escribe una ecuación que se cumpla para $x = 3$.

Respuesta abierta. Ejemplo: $x - 3 = 0$.

10. Aplica la regla de la suma para encontrar la solución de estas ecuaciones.

a) $14 + x + 10 = 35$

e) $2x - 5 + 3x = 6x - 6$

b) $18 + 2x - 8 = x - 25$

f) $-3x + 7 - 10 = -4x + 5$

c) $12 - x = 12 - 2x$

g) $-1 + 10x = 11x + 8$

d) $7 - 5x = 12 - 4x - 17$

h) $3x - 7 = 1 - x$

a) $14 + x + 10 = 35 \Rightarrow 14 + x + 10 - 14 - 10 = 35 - 14 - 10 \Rightarrow x = 11$

b) $18 + 2x - 8 = x - 25 \Rightarrow 18 + 2x - 8 - 18 - x + 8 = x - 25 - 18 - x + 8 \Rightarrow x = -35$

b) $12 - x = 12 - 2x \Rightarrow 12 - x - 12 + 2x = 12 - 2x - 12 + 2x \Rightarrow x = 0$

c) $7 - 5x = 12 - 4x - 17 \Rightarrow 7 - 5x - 12 + 17 + 5x = 12 - 4x - 17 - 12 + 17 + 5x \Rightarrow 12 = x$

d) $2x - 5 + 3x = 6x - 6 \Rightarrow 2x - 5 + 3x - 2x - 3x + 6 = 6x - 6 - 2x - 3x + 6 \Rightarrow 1 = x$

e) $-3x + 7 - 10 = -4x + 5 \Rightarrow -3x + 7 - 10 + 4x - 7 + 10 = -4x + 5 + 4x - 7 + 10 \Rightarrow x = 8$

f) $-1 + 10x = 11x + 8 \Rightarrow -1 + 10x - 10x - 8 = 11x + 8 - 10x - 8 \Rightarrow -9 = x$

g) $3x - 7 = 1 - x \Rightarrow 3x - 7 + x + 7 = 1 - x + x + 7 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$. (Es necesario utilizar la regla del producto)

11. Utiliza la regla del producto para despejar x en las ecuaciones siguientes.

a) $3x = 18$

c) $6x = 11$

e) $5 = 7x$

g) $3x = -\frac{3}{7}$

b) $\frac{x}{2} = 8$

d) $-2x = \frac{1}{3}$

f) $-\frac{3x}{7} = 12$

h) $-\frac{3x}{4} = -\frac{1}{4}$

a) $x = \frac{18}{3} = 6$

c) $x = \frac{11}{6}$

e) $\frac{5}{7} = x$

g) $x = -\frac{3}{7 \cdot 3} = -\frac{1}{7}$

b) $x = 2 \cdot 8 = 16$

d) $x = \frac{1}{-2 \cdot 3} = -\frac{1}{6}$

f) $x = \frac{12 \cdot 7}{-3} = -28$

h) $\frac{3x}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

12. Utiliza las reglas de la suma y del producto para despejar el valor de x en cada caso.

a) $2x - 2 = 27$

c) $x - 9 = -7x + 3$

e) $2x - 15 + 3 + 5x = -4x - 3x + 9$

b) $3x - 11 = -2x - 6$

d) $7x + 4 = 13 + 4x$

f) $2x - 4 - 7x - 3 = 5 - x - 16$

a) $2x - 2 = 27 \Rightarrow 2x = 29 \Rightarrow x = \frac{29}{2}$

b) $3x - 11 = -2x - 6 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$

c) $x - 9 = -7x + 3 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

d) $7x + 4 = 13 + 4x \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

e) $2x - 15 + 3 + 5x = -4x - 3x + 9 \Rightarrow 14x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$

f) $2x - 4 - 7x - 3 = 5 - x - 16 \Rightarrow -4x = -4 \Rightarrow x = 1$

13. Actividad resuelta.

14. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 + x + 5 = 4x + x^2 - 2$

c) $-2x^2 + 7 = -2x^2 - 1 + x$

b) $7x^2 + 2 = 5x^2 + 10 + 2x^2$

d) $12x^2 + 4 = 2(6x^2 + x + 7)$

a) $x^2 + x + 5 = 4x + x^2 - 2 \Rightarrow x + 5 = 4x - 2 \Rightarrow 7 = 3x \Rightarrow \frac{7}{3} = x$

b) $7x^2 + 2 = 5x^2 + 10 + 2x^2 \Rightarrow 7x^2 + 2 = 7x^2 + 10 \Rightarrow 2 = 10$. No tiene solución.

c) $-2x^2 + 7 = -2x^2 - 1 + x \Rightarrow 7 = -1 + x \Rightarrow 8 = x$

d) $12x^2 + 4 = 2(6x^2 + x + 7) \Rightarrow 12x^2 + 4 = 12x^2 + 2x + 14 \Rightarrow 4 = 2x + 14 \Rightarrow -10 = 2x \Rightarrow -5 = x$

15. Actividad resuelta.

16. La solución de una ecuación es $x = -2$. Encuentra la ecuación, sabiendo que para resolverla se han seguido los siguientes pasos a partir de la ecuación inicial:

1.º Sumar en ambos miembros $3x - 5$.

2.º Dividir ambos por 3.

3.º Restar $5x$ en ambos miembros.

4.º Dividir ambos miembros por 2.

5.º Restar 2 a los dos miembros.

Se realizan las operaciones a la inversa:

5.º $x + 2 = -2 + 2 \Rightarrow x + 2 = 0$

4.º $2(x + 2) = 2 \cdot 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0$

3.º $2x + 4 + 5x = 0 + 5x \Rightarrow 7x + 4 = 5x$

2.º $3(7x + 4) = 3 \cdot 5x \Rightarrow 21x + 12 = 15x$

1.º $21x + 12 - (3x - 5) = 15x - (3x - 5) \Rightarrow 18x + 17 = 12x + 5$

17. Indica si las siguientes ecuaciones son de primer grado.

a) $3x - 1 + 2(5x + 6) = \frac{4}{3} - \frac{2x}{5}$

d) $x^2 + 5x - 9 = 6 + x^2 - 4x$

b) $\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x+2} = 5$

e) $3x^2 - 5x = 5(20 - x)$

c) $3(x - 5) = 3(x - 2) - 9$

f) $\frac{2x+2}{3} + \frac{x}{3} - \frac{5x-1}{4} = 0$

a) Sí es de primer grado.

b) No es de primer grado porque hay x en el denominador.

c) No es de primer grado (al resolver, se comprueba que es una identidad).

d) Sí es de primer grado (aplicando la regla de la suma desaparece el término de segundo grado).

e) No es de primer grado (simplificando resulta $3x^2 = 100$).

f) Sí es de primer grado.

18. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $5x + 4 = 49$

c) $4x - 5 = 7x + 15$

e) $7x + 7 - x = 4x + 15 + 2x - 8$

b) $3 + 8x = 5x$

d) $3x + 2 - 5x - 7x + 9 = 8x - 1 + 7x$

f) $4x + 9 = 5x - 3 - x + 6$

a) $5x + 4 = 49 \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = 9$

b) $3 + 8x = 5x \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$

c) $4x - 5 = 7x + 15 \Rightarrow -3x = 20 \Rightarrow x = -\frac{20}{3}$

d) $3x + 2 - 5x - 7x + 9 = 8x - 1 + 7x \Rightarrow -24x = -12 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

e) $7x + 7 - x = 4x + 15 + 2x - 8 \Rightarrow 0x = 0$. Es una identidad.

f) $4x + 9 = 5x - 3 - x + 6 \Rightarrow 0x = -6$. No tiene solución.

19. Resuelve estas ecuaciones de primer grado con paréntesis.

a) $2(x - 1) + 3 = 9$

d) $3(6x - 10) - 5(2 - 4x) = 25x - 1$

b) $5x - 4(2x - 7) = 13$

e) $2(7x - 1) - 3(3x - 6) - 5(11x + 6) = 196$

c) $6(2x - 3) = 10(2x - 5)$

a) $2(x - 1) + 3 = 9 \Rightarrow 2x - 2 + 3 = 9 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

b) $5x - 4(2x - 7) = 13 \Rightarrow 5x - 8x + 28 = 13 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow x = 5$

c) $6(2x - 3) = 10(2x - 5) \Rightarrow 12x - 18 = 20x - 50 \Rightarrow -8x = -32 \Rightarrow x = 4$

d) $3(6x - 10) - 5(2 - 4x) = 25x - 1 \Rightarrow 18x - 30 - 10 + 20x = 25x - 1 \Rightarrow 13x = 39 \Rightarrow x = 3$

e) $2(7x - 1) - 3(3x - 6) - 5(11x + 6) = 196 \Rightarrow 14x - 2 - 9x + 18 - 55x - 30 = 196 \Rightarrow -50x = 210 \Rightarrow x = -\frac{21}{5}$

20. Resuelve estas ecuaciones de primer grado con denominadores.

a) $3x - \frac{1}{4} = 2x + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

d) $\frac{5x+7}{4} - \frac{2x+1}{3} = 2$

f) $x - 2 - \frac{5x+7}{6} = \frac{10-4x}{9}$

b) $\frac{2x-3}{5} + 1 = 4x + 4$

e) $\frac{6-x}{5} + \frac{3x-1}{6} - \frac{2x+3}{4} = \frac{1}{12}$

g) $\frac{9x-1}{12} + \frac{6x+6}{8} - \frac{3x}{10} = \frac{16}{15}$

c) $\frac{3x-1}{2} + \frac{5x+7}{2} = -1$

a) $3x - 2x = \frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4-10+3}{12} = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4}$

b) $\frac{2x-3}{5} + 1 = 4x + 4 \rightarrow \frac{2x-3}{5} = 4x + 3 \rightarrow 2x - 3 = 20x + 15 \rightarrow x = -1$

c) $\frac{3x-1}{2} + \frac{5x+7}{2} = -1 \rightarrow 3x - 1 + 5x + 7 = -2 \rightarrow 8x = -8 \rightarrow x = -1$

d) $\frac{5x+7}{4} - \frac{2x+1}{3} = 2 \rightarrow \frac{15x+21}{12} - \frac{8x+4}{12} = \frac{24}{12} \rightarrow 15x + 21 - (8x + 4) = 24 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$

e) $\left(\frac{6-x}{5} + \frac{3x-1}{6} - \frac{2x+3}{4}\right)60 = \frac{1}{12}60 \rightarrow 72 - 12x + 30x - 10 - 30x - 45 = 5 \rightarrow x = \frac{-12}{-12} = 1$

f) $x - 2 - \frac{5x+7}{6} = \frac{10-4x}{9} \rightarrow \frac{18x-36}{18} - \frac{15x+21}{18} = \frac{20-8x}{18} \rightarrow 18x - 15x + 8x = 20 + 36 + 21 \rightarrow x = \frac{77}{11} = 7$

g) $\frac{9x-1}{12} + \frac{6x+6}{8} - \frac{3x}{10} = \frac{16}{15} \rightarrow \frac{90x-10+90x+90-36x}{120} = \frac{128}{120} \rightarrow 144x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{144} = \frac{1}{3}$

21. Actividad resuelta.

22. Encuentra la solución de la ecuación en cada caso.

a) $\frac{2(3x+7)}{5} + \frac{5(x-3)}{2} = -1$ b) $\frac{3(4x+1)}{7} - \frac{6(x-3)}{5} = 3$ c) $3(2x-4) + \frac{5x+1}{6} = \frac{1}{4}$

a) $\frac{2(3x+7)}{5} + \frac{5(x-3)}{2} = -1 \Rightarrow \frac{6x+14}{5} + \frac{5x-15}{2} = -1 \Rightarrow \frac{12x+28}{10} + \frac{25x-75}{10} = \frac{-10}{10} \Rightarrow 37x = 37 \Rightarrow x = 1$

b) $\frac{3(4x+1)}{7} - \frac{6(x-3)}{5} = 3 \Rightarrow \frac{12x+3}{7} - \frac{6x-18}{5} = 3 \Rightarrow 5(12x+3) - 7(6x-18) = 3 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow 18x = -36 \Rightarrow x = -2$

c) $3(2x-4) + \frac{5x+1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow 6x-12 + \frac{5x+1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{72x-144}{12} + \frac{10x+2}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow 82x = 145 \Rightarrow x = \frac{145}{82}$

23. Actividad resuelta.

24. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x(2x-5) - 2(x^2-1) = 12$ b) $\frac{x(2x-5)}{3} - \frac{4x^2-1}{6} = \frac{-29}{6}$

a) $x(2x-5) - 2(x^2-1) = 12 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 2x^2 + 2 = 12 \Rightarrow -5x = 10 \Rightarrow x = -2$

b) $\frac{2x^2-5x}{3} - \frac{4x^2-1}{6} = \frac{-29}{6} \Rightarrow \frac{4x^2-10x}{6} - \frac{4x^2-1}{6} = \frac{-29}{6} \Rightarrow 4x^2 - 10x - 4x^2 + 1 = -29 \Rightarrow -10x = -30 \Rightarrow x = 3$

25. Julio ha ido de compras. En la primera tienda se ha gastado las dos terceras partes de su dinero, y en la segunda ha gastado las tres cuartas partes de lo que le quedaba. Para volver a casa le quedan solo 10 €. ¿Cuánto se ha gastado en total? ¿Cuánto gastó en cada tienda?

Llamamos x a la cantidad inicial.

En la primera tienda gastó $\frac{2}{3}x = \frac{2x}{3}$.

En la segunda gastó $\frac{3}{4}\left(x - \frac{2x}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x}{4}$.

Como le quedan 10 €, la ecuación que hay que resolver es:

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{4} + 10 = x \Rightarrow \frac{8x}{12} + \frac{3x}{12} + \frac{120}{12} = x \Rightarrow 8x + 3x + 120 = 12x \Rightarrow 120 = x \Rightarrow \text{Salió con 120 €}.$$

En la primera tienda se gastó: $\frac{2x}{3} = \frac{2 \cdot 120}{3} = 80$ €.

En la segunda tienda se gastó: $\frac{x}{4} = \frac{120}{4} = 30$ €.

En total, se gastó: $80 + 30 = 110$ €.

26. Problema resuelto.

27. Tres amigos han trabajado en una obra, cobrando según las horas trabajadas. Alberto ha trabajado 2 horas más que Carolina, y Marcos ha trabajado el doble que los otros dos juntos.

a) Si en total han trabajado 48 horas, ¿cuántas horas trabajó cada uno de ellos?

b) Si por una hora de trabajo cobran 20 euros, ¿cuánto cobrará cada uno?

a) Como Carolina es la que ha trabajado menor tiempo, llamamos x al será el número de horas de trabajo de Carolina. Alberto ha trabajado $x + 2$, y Marcos ha trabajado $2(x + x + 2) = 4x + 4$.

$$4x + 4 + x + 2 + x = 48 \Rightarrow 6x + 6 = 48 \Rightarrow 7x = 42 \Rightarrow x = 7.$$

Carolina trabajó 7 horas, Alberto trabajó $x + 2 = 7 + 2 = 9$ horas y Marcos trabajó $4x + 4 = 4 \cdot 7 + 4 = 32$ horas.

b) Carolina cobra $7 \cdot 20 = 140$ €, Alberto, $9 \cdot 20 = 180$ € y Marcos, $32 \cdot 20 = 640$ €.

28. Problema resuelto.

29. Marisa tiene 43 años y tres hijos. El pequeño tiene 2 años menos que el mediano, y este tiene tres años menos que la mayor. Calcula sus edades sabiendo que dentro de 3 años la suma de las edades de los hijos será igual a la edad que tendrá la madre.

Llamamos x a la edad actual del hijo menor. El mediano tiene $x + 2$, y la mayor $x + 2 + 3 = x + 5$.

$$\text{Dentro de tres años: } (x + 3) + (x + 2 + 3) + (x + 5 + 3) = 43 + 3 \Rightarrow 3x + 16 = 46 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10$$

El pequeño tiene 10 años, el mediano tiene $x + 2 = 10 + 2 = 12$ años y la mayor, $x + 5 = 10 + 5 = 15$ años.

Comprobación: Dentro de 3 años tendrán 13, 15 y 18 años, y sumarán $13 + 15 + 18 = 46$ años, que será la edad de la madre.

30. En un concurso dan 5 puntos por cada respuesta correcta y quitan 3 puntos por cada fallo. Inma ha contestado a 25 preguntas, y lleva 69 puntos. ¿Cuántas ha acertado?

Si llamamos x al número de aciertos, tendrá $25 - x$ fallos.

$$\text{Por tanto, } 5x - 3(25 - x) = 69 \Rightarrow 5x - 75 + 3x = 69 \Rightarrow 8x = 144 \Rightarrow x = 18$$

Inma ha acertado 18 preguntas.

Comprobación: Ha fallado $25 - 18 = 7$ respuestas. Por tanto, lleva $5 \cdot 18 - 3 \cdot 7 = 90 - 21 = 69$ puntos.

31. En el taller de Amparo hay coches y motos. En total son 40 vehículos. Al contar las ruedas, le salen 94 ruedas. ¿Cuántas motos hay?

Si llamamos x al número de motos, hay $40 - x$ coches.

Como cada moto tiene 2 ruedas y cada coche tiene 4:

$$2x + 4(40 - x) = 94 \Rightarrow 2x + 160 - 4x = 94 \Rightarrow -2x = -66 \Rightarrow x = 33$$

Hay 33 motos y $40 - x = 40 - 33 = 7$ coches.

Comprobación: $2 \cdot 33 + 4 \cdot 7 = 66 + 28 = 94$

32. Ricardo ha pensado un número, le ha sumado 8, ha multiplicado el resultado por 2, ha restado 4 y ha restado el doble del número inicial. Al final ha obtenido 12. ¿Puedes decir qué número eligió?

Llamamos x al número que pensó Ricardo.

$$(x + 8) \cdot 2 - 4 - 2x = 12 \Rightarrow 2x + 16 - 4 - 2x = 12 \Rightarrow 12 = 12$$

No es posible saber el número, ya que se obtiene una identidad. Para cualquier número, el resultado de las operaciones de Ricardo es 12.

33. Opera y expresa como una ecuación de segundo grado e indica si son completas o incompletas.

a) $2x(3x - 5) + 7x(1 - x) = -10$

b) $3x^2 + x(5 - 3x) - 42 = 6(x - 7)$

c) $2x(5x - 1) - 6x^2 + 2(x - 5) = 0$

d) $3x + 5x(x - 1) + 8x - 7 = -8$

e) $-4x(x - 2) + 3(x + 7) = 12$

a) $2x(3x - 5) + 7x(1 - x) = -10 \Rightarrow 6x^2 - 10x + 7x - 7x^2 + 10 = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x + 10 = 0$. Completa.

b) $3x^2 + x(5 - 3x) - 42 = 6(x - 7) \Rightarrow 3x^2 + 5x - 3x^2 - 42 - 6x + 42 = 0 \Rightarrow -x = 0$. No es de segundo grado.

c) $2x(5x - 1) - 6x^2 + 2(x - 5) = 0 \Rightarrow 10x^2 - 2x - 6x^2 + 2x - 10 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 10 = 0$. Incompleta.

d) $3x + 5x(x - 1) + 8x - 7 = -8 \Rightarrow 3x + 5x^2 - 5x + 8x - 7 + 8 = 0 \Rightarrow 5x^2 + 6x + 1 = 0$. Completa.

e) $-4x(x - 2) + 3(x + 7) = 12 \Rightarrow -4x^2 + 8x + 3x + 21 - 12 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 11x + 9 = 0$. Completa.

34. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 16 = 0$

c) $5x^2 + 20 = 0$

e) $4x^2 + 100 = 0$

b) $5x^2 - 20 = 0$

d) $3x^2 + 27 = 0$

f) $4x^2 - 100 = 0$

a) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

c) $5x^2 = -20$. Sin solución

e) $4x^2 = -100$. Sin solución

b) $5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

d) $3x^2 = -27$. Sin solución

f) $4x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$

35. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + 8x = 0$

c) $5x^2 + 30x = 0$

e) $7x^2 + 12x = 0$

b) $x^2 - 8x = 0$

d) $7x^2 - 28x = 0$

f) $18x^2 - 9x = 0$

a) $x(x + 8) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -8$

c) $5x(x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -6$

e) $x(7x + 12) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{12}{7}$

b) $x(x - 8) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 8$

d) $7x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$

f) $9x(2x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{1}{2}$

36. Indica el número de soluciones de cada ecuación sin resolverlas.

a) $x^2 - 5x + 4 = 0$

b) $-2x^2 + 3x + 5 = 0$

c) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

d) $3x^2 - 5x + 8 = 0$

a) $(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9 > 0$. Dos soluciones

b) $3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 9 + 40 = 49 > 0$. Dos soluciones

c) $(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$. Una solución

d) $(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 25 - 96 = -71 < 0$. Sin solución

37. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x^2 - 3x - 18 = 0$

c) $-x^2 - 7x - 10 = 0$

e) $9x^2 - 24x + 16 = 0$

b) $-x^2 - 7x + 10 = 0$

d) $x^2 + 8x + 16 = 0$

f) $5x^2 - 7x - 6 = 0$

$$a) x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-18)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{225}}{6} = \frac{3 \pm 15}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+15}{6} = 3 \\ x = \frac{3-15}{6} = -2 \end{cases}$$

$$b) x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 10}}{2 \cdot (-1)} = \frac{7 \pm \sqrt{89}}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{89}}{-2} = \frac{-7 - \sqrt{89}}{2} \\ x = \frac{7 - \sqrt{89}}{-2} = \frac{-7 + \sqrt{89}}{2} \end{cases}$$

$$c) x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7+3}{-2} = -5 \\ x = \frac{7-3}{-2} = -2 \end{cases}$$

$$d) x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$e) x = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 16}}{2 \cdot 9} = \frac{24 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

$$f) x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-6)}}{2 \cdot 5} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{10} = \frac{7 \pm 13}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7+13}{10} = 2 \\ x = \frac{7-13}{10} = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

38. Halla la solución de las ecuaciones siguientes.

a) $2x^2 - 6(2x - 1) = 1$

c) $3x^2 - 9x(2x + 2) + 4 = 7$

e) $(2 - 3x)^2 + 2(x - 1)^2 = 0$

b) $x(4x - 6) + 1 - 4x = -5$

d) $(3x - 1)^2 = -(3x - 1)(3x + 1)$

f) $(1 - x)^2 + 3x^2 = 1$

$$a) 2x^2 - 12x + 6 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{12 \pm \sqrt{104}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \frac{\sqrt{26}}{2} \\ x = 3 - \frac{\sqrt{26}}{2} \end{cases}$$

$$b) 4x^2 - 6x + 1 - 4x = -5 \Rightarrow 4x^2 - 10x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4} = \frac{10 \pm 2}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10+2}{8} = \frac{3}{2} \\ x = \frac{10-2}{8} = 1 \end{cases}$$

$$c) 3x^2 - 18x^2 - 18x + 4 - 7 = 0 \Rightarrow -15x^2 - 18x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot (-15) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-15)} = \frac{18 \pm 12}{-30} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{18+12}{-30} = -1 \\ x = \frac{18-12}{-30} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$d) 9x^2 - 6x + 1 = -(9x^2 - 1) \Rightarrow 18x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$e) 4 - 12x + 9x^2 + 2x^2 - 4x + 2 = 11x^2 - 16x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 11 \cdot 6}}{2 \cdot 11} = \frac{16 \pm \sqrt{-8}}{22}. \text{ Sin solución}$$

$$f) 1 - 2x + x^2 + 3x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x(2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

39. Actividad interactiva.

- 40. En un campo de fútbol, el largo mide 30 m más que el ancho, y el área mide 10 800 m². Con estos datos, averigua las dimensiones que tiene el campo de fútbol.**

Llamamos x al ancho del campo de fútbol. El largo será $x + 30$.

El área será:

$$x(x + 30) = 10800 \Rightarrow x^2 + 30x - 10800 = 0 \Rightarrow x = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 4 \cdot 1 \cdot 10800}}{2 \cdot 1} = \frac{-30 \pm 210}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-30 + 210}{2} = 90 \\ x = \frac{-30 - 210}{2} = -120 \end{cases}$$

Como el ancho debe ser positivo, el campo mide 90 m de ancho y $90 + 30 = 120$ m de largo. El área es $90 \cdot 120 = 10\,800 \text{ m}^2$.

- 41. En un triángulo de 22 cm² de área, la base es igual al doble de la altura más 3 cm. ¿Qué dimensiones tiene el triángulo?**

Si la altura es h , la base mide $2h + 3$.

El área será:

$$\frac{(2h + 3) \cdot h}{2} = 22 \Rightarrow 2h^2 + 3h - 44 = 0 \Rightarrow h = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-44)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 19}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 + 19}{4} = 4 \\ x = \frac{-3 - 19}{4} = -\frac{11}{2} \end{cases}$$

Como las dimensiones tienen que ser positivas, la altura mide 4 cm y la base $2 \cdot 4 + 3 = 11$ cm.

El área es $\frac{4 \cdot 11}{2} = 22 \text{ cm}^2$.

42. Problema resuelto.

43. La suma de los cuadrados de tres números consecutivos es 194. Calcúlos de tres formas distintas:

- Llamando x al menor de los tres.
- Llamando x al mediano.
- Llamando x al mayor.

a) ¿Se obtiene la misma solución?

b) ¿Qué ecuación es más fácil de resolver?

- Los tres números son x , $x+1$ y $x+2$.

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 194 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x+1 + x^2 + 4x+4 = 194 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 189 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2} = \frac{-2 \pm 16}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2+16}{2} = 7 \\ x = \frac{-2-16}{2} = -9 \end{cases}$$

La solución es 7, $x+1=8$ y $x+2=9$ o -9 , $x+1=-8$ y $x+2=-7$.

- Los tres números son $x-1$, x y $x+1$.

$$(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 194 \Rightarrow x^2 - 2x+1 + x^2 + x^2 + 2x+1 = 194 \Rightarrow 3x^2 + 2 = 194 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$$

La solución es $x-1=7$, $x=8$ y $x+1=9$ o $x-1=-9$, $x=-8$ y $x+1=-7$.

- Los tres números son $x-2$, $x-1$ y x .

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = 194 \Rightarrow x^2 - 4x+4 + x^2 - 2x+1 + x^2 = 194 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 189 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-189)}}{2 \cdot 3} = \frac{6 \pm 48}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6+48}{6} = 9 \\ x = \frac{6-48}{6} = -7 \end{cases}$$

La solución es $x-2=7$, $x-1=8$ y $x=9$ o $x-2=-9$, $x-1=-8$ y $x=-7$.

a) Sí, aunque se obtienen ecuaciones distintas, la solución del problema es la misma.

b) Es más sencilla la segunda, llamando x al valor central.

44. La superficie de una colchoneta de gimnasia es de 84 m^2 . El largo es el doble del ancho más 2 m. Calcula las dimensiones de la colchoneta.

Si el ancho es x , el largo es $2x+2$.

$$x(2x+2) = 84 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 84 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0 \Rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 13}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+13}{2} = 6 \\ x = \frac{-1-13}{2} = -7 \end{cases}$$

Solo tiene sentido la solución positiva. La colchoneta mide 6 m de ancho y $2 \cdot 6 + 2 = 14$ m de largo.

El área es $6 \cdot 14 = 84 \text{ m}^2$.

45. Óscar ha colocado piezas de construcción cuadradas formando un cuadrado. Su primo le ha regalado 39 piezas más, de forma que ha podido colocarlas con las que tenía y formar un cuadrado de 3 piezas más de lado. ¿Cuántas piezas de construcción tenía Óscar al principio?

Si, antes del regalo, formaban un cuadrado de x piezas de lado, debe ocurrir que:

$$(x+3)^2 = x^2 + 39 \Rightarrow x^2 + 6x+9 = x^2 + 39 \Rightarrow 6x = 30 \Rightarrow x = 5.$$

Tenía $5 \cdot 5 = 25$ piezas al principio. Con las 39 piezas más formó un cuadrado de $25 + 39 = 64$, es decir, 8 piezas de lado, 3 más que al principio.

46. La suma de los cuadrados de dos números opuestos es 72. ¿Cuáles son esos números?

Los números serán x y $-x$.

$$x^2 + (-x)^2 = 72 \Rightarrow 2x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

Los números son 6 y -6 .

47. Martín ha dibujado el siguiente triángulo sobre la arena y ha calculado que tiene un área de 48 cm^2 . Halla sus dimensiones si la base es el doble de la altura.

Si llamamos x a la altura, la base será $2x$ y se cumple:

$$\frac{2x \cdot x}{2} = 48 \Rightarrow x^2 = 48 \Rightarrow x = \pm\sqrt{48} = \pm 6,93 \text{ cm}$$

Solo tiene sentido el valor positivo, por tanto, la base mide $6,93 \cdot 2 = 13,86 \text{ cm}$, aproximadamente.

48. El producto de dos números naturales es 176, y el primero es 5 unidades menor que el segundo. ¿De qué números se trata?

Si llamamos n al segundo número, el primero es $n-5$.

$$n \cdot (n-5) = 176 \Rightarrow n^2 - 5n - 176 = 0 \Rightarrow n = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-176)}}{2} = \frac{5 \pm 27}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5+27}{2} = 16 \\ x = \frac{5-27}{2} = -11 \end{cases}$$

Solo tiene sentido la solución natural. Los números son 16 y $16-5 = 11$.

49. ¿Puedes calcular las edades de los hijos de Arturo?

La mayor le saca dos años al menor, y el producto de sus edades es igual a la diferencia de los cuadrados de sus edades más 76.

Llamamos x a la edad del menor, por lo que $x+2$ es la edad del mayor.

Como no se especifica en qué orden se restan las edades, se plantean las dos posibilidades:

- Restamos al cuadrado de la edad de la mayor el cuadrado de la edad del menor:

$$x(x+2) = (x+2)^2 - x^2 + 76 \Rightarrow x^2 + 2x = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 76 \Rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2} = \frac{2 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2+18}{2} = 10 \\ x = \frac{2-18}{2} = -8 \end{cases}$$

Solo tiene sentido el valor positivo. El menor tiene 10 años y la mayor, $x+2 = 12$ años.

$$\text{Se cumple } 10 \cdot 12 = 12^2 - 10^2 + 76 \Rightarrow 120 = 144 - 100 + 76$$

- Restamos al cuadrado de la edad del menor el cuadrado de la edad de la mayor:

$$x(x+2) = x^2 - (x+2)^2 + 76 \Rightarrow x^2 + 2x = x^2 - x^2 - 4x - 4 + 76 \Rightarrow x^2 + 6x - 72 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72)}}{2} = \frac{-6 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-6+18}{2} = 6 \\ x = \frac{-6-18}{2} = -12 \end{cases}$$

Solo tiene sentido el valor positivo. El menor tiene 6 años y la mayor, $x+2 = 8$ años.

$$\text{Se cumple } 6 \cdot 8 = 6^2 - 8^2 + 76 \Rightarrow 48 = 36 - 64 + 76$$

- 50. Una piscina con forma de ortoedro tiene 100 m³ de capacidad. El largo de la base es el doble del ancho, y la altura mide 2 m. ¿Qué dimensiones tiene la piscina?**

Si llamamos x al ancho de la base, el largo mide $2x$.

Su capacidad es $x \cdot 2x \cdot 2 = 100 \Rightarrow 4x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 5$

Solo tiene sentido el valor positivo, por tanto, la piscina mide 5 m de ancho, $2 \cdot 5 = 10$ m de largo y 2 m de alto.

- 51. Con una cuerda de 20 m de longitud se ha construido un rectángulo de 21 m² de área. Calcula las dimensiones del rectángulo.**

Llamamos x a la medida de la base, por tanto, la altura será la mitad del perímetro menos las dos bases

$$\frac{20-2x}{2} = 10-x.$$

$$\text{El área es: } x(10-x) = 21 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10+4}{2} = 7 \\ x = \frac{10-4}{2} = 3 \end{cases}$$

Los lados miden 7 y 3 m.

- 52. La zona de aterrizaje en los helipuertos es una superficie circular. Si se aumenta el radio del círculo de un helipuerto 10 m, el área del círculo se cuadruplica. ¿Cuál es el área de la zona de aterrizaje inicial?**

El área de un círculo en función del radio r es πr^2 .

$$\pi(r+10)^2 = 4 \cdot \pi r^2 \Rightarrow (r+10)^2 = 4 \cdot r^2 \Rightarrow r^2 + 20r + 100 = 4r^2 \Rightarrow 3r^2 - 20r - 100 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-100)}}{2 \cdot 3} = \frac{20 \pm 40}{6} \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{20+40}{6} = 10 \\ r = \frac{20-40}{6} = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Solo tiene sentido el valor positivo. Por tanto, el radio inicial era 10 m, y el área inicial, $\pi \cdot 10^2 = 314$ m².

- 53. Indica si las siguientes expresiones algebraicas son identidades o ecuaciones.**

a) $5x - 9x + 4x = 0$

c) $(x+2)^2 = x^2 + 4$

e) $(a-b)^2 = b^2 + a^2 - 2ab$

b) $4(3x^2) = 12x^2$

d) $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5x-3}{6}$

f) $6x^3 - 12x^2 + 3x = 3x(2x^2 - 4x + 1)$

a) $5x - 9x + 4x = 0x = 0$. Identidad

b) $4(3x^2) = 4 \cdot 3 \cdot x^2 = 12x^2$. Identidad

c) $(x+2)^2 = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4 \Rightarrow 4x = 0$. Ecuación

d) $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} = \frac{3x-3}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{5x-3}{6}$. Identidad

e) $(a-b)^2 = b^2 + a^2 - 2ab$. Identidad

f) $6x^3 - 12x^2 + 3x = 3x(2x^2 - 4x + 1)$. Identidad

57. Escribe tres ecuaciones equivalentes a $5x - 6 = 12 - 4x$, utilizando solo la regla de la suma, solo la regla del producto y una combinación de ambas, respectivamente.

Respuesta modelo:

$$5x = 18 - 4x$$

$$10x - 12 = 24 - 8x$$

$$10x = 36 - 8x$$

58. Actividad resuelta.

59. Escribe una ecuación de primer grado en la que haya siete términos y que tenga la solución indicada en cada caso.

a) $x = 3$

c) $x = 0$

e) $x = \frac{-5}{2}$

b) $x = -5$

d) $x = \frac{1}{2}$

f) $x = \frac{-5}{6}$

Respuesta modelo:

a) $x = 3 \Rightarrow x + 2x + 5 - 1 = 3 + 2x + 5 - 1 \Rightarrow x + 2x + 4 = 3 + 2x + 5 - 1$

b) $x = -5 \Rightarrow x + 3x + 4 - 2 = -5 + 3x + 4 - 2 \Rightarrow x + 3x + 2 = -5 + 3x + 4 - 2$

c) $x = 0 \Rightarrow x + 2x + 3x + 4 = 2x + 3x + 4$

d) $x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow 2x + 1 + 2x + 3 = 1 + 1 + 2x + 3 \Rightarrow 2x + 1 + 2x + 3 = 2 + 2x + 3$

e) $x = \frac{-5}{2} \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow 2x - x + 8 - 5x = -5 - x + 8 - 5x \Rightarrow x + 8 - 5x = -5 - x + 8 - 5x$

f) $x = \frac{-5}{6} \Rightarrow 6x = -5 \Rightarrow 6x - 3x - 7 - 4 = -5 - 3x - 7 - 4 \Rightarrow 6x - 3x - 7 - 4 = -5 - 3x - 11$

60. Escribe una ecuación que tenga como solución $x = 3$, y que cumpla las siguientes condiciones:

- En el primer miembro debe aparecer el sumando $4x$, y en el segundo, el término -9 .
- En total tiene que haber cinco términos, dos con x y tres sin x .
- Uno de los términos con x debe llevar un coeficiente negativo.
- En la ecuación no debe aparecer el número 3.

Respuesta modelo: $4x - 2x = 7 + 8 - 9$

61. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $2x - 3 = 8x + 21$

d) $16x + 24 - 32x = 40x - 32$

b) $3x - 2 + 11x + 19 = 23x - 45 - 11x - 6$

e) $16x - 9 - 41x = 13 - 15x + 34$

c) $23x - 93 + 9x + 99 - 12x = 99 - 12x + x$

f) $48x - 15 + 17x + 122 = 113 - 13x - 5$

a) $2x - 3 = 8x + 21 \Rightarrow -6x = 24 \Rightarrow x = -4$

b) $3x - 2 + 11x + 19 = 23x - 45 - 11x - 6 \Rightarrow 3x + 11x - 23x + 11x = -45 - 6 + 2 - 19 \Rightarrow 2x = -68 \Rightarrow x = -34$

c) $23x - 93 + 9x + 99 - 12x = 99 - 12x + x \Rightarrow 23x + 9x - 12x + 12x - x = 99 + 93 - 99 \Rightarrow 31x = 93 \Rightarrow x = 3$

d) $16x + 24 - 32x = 40x - 32 \Rightarrow 16x - 32x - 40x = -32 - 24 \Rightarrow -56x = -56 \Rightarrow x = 1$

e) $16x - 9 - 41x = 13 - 15x + 34 \Rightarrow 16x - 41x + 15x = 13 + 34 + 9 \Rightarrow -10x = 56 \Rightarrow x = \frac{-28}{5}$

f) $48x - 15 + 17x + 122 = 113 - 13x - 5 \Rightarrow 48x + 17x + 13x = 113 - 5 + 15 - 122 \Rightarrow 78x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{78}$

62. Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones con paréntesis.

a) $3(5x - 1) - 7x = 2x + 9$

d) $3(3x - 1) - 5(4x - 2) + 9(2 - x) = 15$

b) $10(2x - 3) - 7(4x - 6) = 2 - 6x$

e) $3(2x - 8) - 6(x - 7) = 18$

c) $x - 2(2 - 3x) = 9 + 5(3x - 1)$

f) $2(1 - 3x) - 7(4x - 6) = 17(2 - 2x)$

a) $3(5x - 1) - 7x = 2x + 9 \Rightarrow 15x - 3 - 7x = 2x + 9 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$

b) $10(2x - 3) - 7(4x - 6) = 2 - 6x \Rightarrow 20x - 30 - 28x + 42 = 2 - 6x \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = 5$

c) $x - 2(2 - 3x) = 9 + 5(3x - 1) \Rightarrow x - 4 + 6x = 9 + 15x - 5 \Rightarrow -8x = 8 \Rightarrow x = -1$

d) $3(3x - 1) - 5(4x - 2) + 9(2 - x) = 15 \Rightarrow 9x - 3 - 20x + 10 + 18 - 9x = 15 \Rightarrow -20x = -10 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

e) $3(2x - 8) - 6(x - 7) = 18 \Rightarrow 6x - 24 - 6x + 42 = 18 \Rightarrow 0x = 0$. Identidad

f) $2(1 - 3x) - 7(4x - 6) = 17(2 - 2x) \Rightarrow 2 - 6x - 28x + 42 = 34 - 34x \Rightarrow 0x = -10$. No tiene solución.

63. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado, en las que aparecen denominadores.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 7$

d) $\frac{5x - 1}{4} - \frac{3x + 8}{6} = \frac{17}{12}$

b) $\frac{x - 3}{2} + \frac{2x - 5}{2} = 5$

e) $\frac{x + 1}{4} - \frac{x - 2}{6} + \frac{3x - 3}{5} = \frac{34}{10}$

c) $\frac{7x - 1}{2} - \frac{4x - 6}{2} = 7$

f) $\frac{x - 2}{3} - \frac{5x - 4}{6} = \frac{-45x}{90}$

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 7 \Rightarrow \frac{6x}{18} + \frac{3x}{18} - \frac{2x}{18} = \frac{126}{18} \Rightarrow 7x = 126 \Rightarrow x = \frac{126}{7} = 18$

b) $\frac{x - 3}{2} + \frac{2x - 5}{2} = 5 \Rightarrow x - 3 + 2x - 5 = 10 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$

c) $\frac{7x - 1}{2} - \frac{4x - 6}{2} = 7 \Rightarrow 7x - 1 - (4x - 6) = 14 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

d) $\frac{5x - 1}{4} - \frac{3x + 8}{6} = \frac{17}{12} \Rightarrow \frac{15x - 3}{12} - \frac{6x + 16}{12} = \frac{17}{12} \Rightarrow 15x - 3 - (6x + 16) = 17 \Rightarrow 9x = 36 \Rightarrow x = 4$

e) $\frac{x + 1}{4} - \frac{x - 2}{6} + \frac{3x - 3}{5} = \frac{34}{10} \Rightarrow \frac{15x + 15}{60} - \frac{10x - 20}{60} + \frac{36x - 36}{60} = \frac{204}{60} \Rightarrow$

$\Rightarrow 15x + 15 - (10x - 20) + 36x - 36 = 204 \Rightarrow 41x = 205 \Rightarrow x = 5$

f) $\frac{x - 2}{3} - \frac{5x - 4}{6} = \frac{-45x}{90} \Rightarrow \frac{30x - 60}{90} - \frac{75x - 60}{90} = \frac{-45x}{90} \Rightarrow 30x - 60 - (75x - 60) = -45x \Rightarrow x = 0$

64. Calcula la solución de cada una de las ecuaciones siguientes.

a) $\frac{2(3x-1)}{3} + \frac{5x-6}{6} = \frac{138}{9}$

e) $\frac{3(2x+2)}{10} - \frac{7(2x-5)}{15} - \frac{x-6}{6} = \frac{29}{15}$

b) $\frac{2x-8}{5} + \frac{3(x+2)}{6} = 3$

f) $\frac{3(5x-1)}{2} - \frac{7(3x-4)}{3} = \frac{1}{6} - \frac{11(x-1)}{6}$

c) $\frac{5(2x-1)}{3} - \frac{x+4}{3} = 2$

g) $\frac{2(x+3)}{5} + \frac{3(x-6)}{2} = \frac{2}{5} + \frac{10(2x+1)}{6}$

d) $\frac{3(2x-8)}{4} - 2(6-4x) = \frac{5}{2}$

a) $\frac{6x-2}{3} + \frac{5x-6}{6} = \frac{138}{9} \Rightarrow \frac{36x-12}{18} + \frac{15x-18}{18} = \frac{276}{18} \Rightarrow 51x=306 \Rightarrow x=6$

b) $\frac{2x-8}{5} + \frac{3x+6}{6} = 3 \Rightarrow \frac{12x-48}{30} + \frac{15x+30}{30} = \frac{90}{30} \Rightarrow 27x=108 \Rightarrow x=4$

c) $\frac{10x-5}{3} - \frac{x+4}{3} = 2 \Rightarrow 10x-5-(x+4)=6 \Rightarrow 9x=15 \Rightarrow x = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{6x-24}{4} - 12+8x = \frac{5}{2} \Rightarrow 6x-24-48+32x=10 \Rightarrow 38x=82 \Rightarrow x = \frac{82}{38} = \frac{41}{19}$

e) $\frac{6x+6}{10} - \frac{14x-35}{15} - \frac{x-6}{6} = \frac{29}{15} \Rightarrow \frac{36x+36}{60} - \frac{56x-140}{60} - \frac{10x-60}{60} = \frac{116}{60} \Rightarrow -30x=-120 \Rightarrow x=4$

f) $\frac{15x-3}{2} - \frac{21x-28}{3} = \frac{1}{6} - \frac{11x-11}{6} \Rightarrow \frac{45x-9}{6} - \frac{42x-56}{6} = \frac{-11x+12}{6} \Rightarrow 14x=-35 \Rightarrow x = \frac{-35}{14} = \frac{-5}{2}$

g) $\frac{2x+6}{5} + \frac{3x-18}{2} = \frac{2}{5} + \frac{20x+10}{6} \Rightarrow \frac{12x+36}{30} + \frac{45x-270}{30} = \frac{12}{30} + \frac{100x+50}{30} \Rightarrow -43x=296 \Rightarrow x = \frac{-296}{43}$

65. Transforma las siguientes ecuaciones en ecuaciones de primer grado y resuélvelas.

a) $2x(x-3) - 5x^2 = 6(5-x) - 3(4-2x+x^2)$

e) $\frac{x^2-5x}{4} + \frac{2x^2-19}{6} = \frac{7x^2+4x}{12}$

b) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{3x-2x^2}{4} = x^2-7$

f) $3x^2(3x^2-2) - 9(x^4-5x^2+3) = 13(3x^2+2x-2)$

c) $6(1-5x+4x^2) - 7(2+3x+5x^2) = 8-49x-11x^2$

g) $\frac{7x(3x-7)}{6} - \frac{2(7x^2-1)}{4} = \frac{-1}{2}$

d) $(2x-3)^2 - (2x+3)(2x-3) = 2x-10$

h) $\frac{-3x(x+5)}{5} + \frac{\frac{9}{5}x^2-2}{3} = 7$

a) $2x(x-3) - 5x^2 = 6(5-x) - 3(4-2x+x^2) \Rightarrow 2x^2 - 6x - 5x^2 = 30 - 6x - 12 + 6x + 3x^2 \Rightarrow -6x = 18 \Rightarrow x = -3$

b) $\frac{x^2-1}{4} - \frac{3x-2x^2}{4} = x^2-7 \Rightarrow 2x^2-2-(3x-2x^2) = 4x^2-28 \Rightarrow -3x = -26 \Rightarrow x = \frac{26}{3}$

c) $6-30x+24x^2-14-21x-35x^2 = 8-49x-11x^2 \Rightarrow -2x = 16 \Rightarrow x = -8$

d) $4x^2-12x+9-(4x^2-9) = 2x-10 \Rightarrow 4x^2-12x+9-4x^2+9 = 2x-10 \Rightarrow -14x = -28 \Rightarrow x = 2$

e) $\frac{3x^2-15x}{12} + \frac{4x^2-38}{12} = \frac{7x^2+4x}{12} \Rightarrow -19x = 38 \Rightarrow x = -2$

f) $9x^4-6x^2-9x^4+45x^2-27 = 39x^2+26x-26 \Rightarrow -1 = 26x \Rightarrow x = \frac{-1}{26}$

g) $\frac{21x^2-49x}{6} - \frac{14x^2-2}{4} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \frac{42x^2-98x}{12} - \frac{42x^2-6}{12} = \frac{-6}{12} \Rightarrow -98x = -12 \Rightarrow x = \frac{6}{49}$

h) $\frac{-3x^2-15x}{5} + \frac{9x^2-10}{5 \cdot 3} = 7 \Rightarrow \frac{-9x^2-45x}{15} + \frac{9x^2-10}{15} = \frac{105}{15} \Rightarrow -45x = 115 \Rightarrow x = -\frac{23}{9}$

70. Opera y calcula las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $(x+5)(2x-4) = 0$

b) $(3x-12)(5x+35) = 0$

$$\text{a) } \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ 2x-4=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x-12=0 \Rightarrow x=4 \\ 5x+35=0 \Rightarrow x=-7 \end{cases}$$

c) $(2x+4)(2x-1) = 0$

d) $(3x-2)(5x-2) = 0$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x+4=0 \Rightarrow x=-2 \\ 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3} \\ 5x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{5} \end{cases}$$

e) $(4x-1)(10x-1) = 0$

f) $(36x-45)(28x+4) = 0$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4} \\ 10x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{10} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 36x-45=0 \Rightarrow x=\frac{45}{36}=\frac{5}{4} \\ 28x+4=0 \Rightarrow x=\frac{-4}{28}=\frac{-1}{7} \end{cases}$$

71. Sin resolverlas, indica el número de soluciones de cada ecuación.

a) $3x^2+7x+5=0$

b) $3x^2+8x+5=0$

a) $7^2-4\cdot 3\cdot 5=-11 < 0$. Ninguna solución

b) $8^2-4\cdot 3\cdot 5=4 > 0$. Dos soluciones

c) $-5x^2+x+1=0$

d) $10x^2-20x+10=0$

c) $1^2-4\cdot(-5)\cdot 1=21 > 0$. Dos soluciones

d) $20^2-4\cdot 10\cdot 10=0$. Una solución

72. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $2x^2+6x-8=0$

b) $x^2+5x+6=0$

$$\text{a) } x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 + 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm 10}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-6+10}{4} = 1 \\ x = \frac{-6-10}{4} = -4 \end{cases}$$

$$\text{b) } x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ x = \frac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-16)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 \pm 0}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$\text{d) } x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5+7}{12} = 1 \\ x = \frac{5-7}{12} = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\text{e) } x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm 5}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{-1-5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{f) } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-39}}{4}. \text{ No tiene solución.}$$

e) $6x^2+x-1=0$

f) $2x^2+3x+6=0$

73. Actividad resuelta.

74. Calcula en cada caso los valores de k para los que la ecuación tiene una única solución, y resuélvela.

a) $2x^2 - 20x + k = 0$

c) $x^2 + kx + 25 = 0$

b) $kx^2 + 12x + 18 = 0$

d) $9x^2 - 2x + k = 0$

a) $20^2 - 4 \cdot 2 \cdot k = 0 \Rightarrow k = \frac{400}{8} = 50, x = \frac{20}{2 \cdot 2} = 5$

c) $k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 0 \Rightarrow k^2 = 100 \Rightarrow \begin{cases} k = 10 \Rightarrow x = \frac{-10}{2 \cdot 1} = -5 \\ k = -10 \Rightarrow x = \frac{10}{2 \cdot 1} = 5 \end{cases}$

b) $12^2 - 4 \cdot k \cdot 18 = 0 \Rightarrow k = \frac{144}{72} = 2; x = \frac{-12}{2 \cdot 2} = -3$

d) $2^2 - 4 \cdot 9 \cdot k = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}; x = \frac{2}{2 \cdot 9} = \frac{1}{9}$

75. Comprueba que la solución de la ecuación es correcta.

a) $\frac{x-3}{2} - \frac{5x-10}{7} = \frac{-1}{2}, x = 2$

b) $6x - 5 + 3(2x - 1) = 0, x = \frac{1}{6}$

c) $\frac{3x+5}{4} - \frac{x+2}{3} = 1, x = -1$

a) $\frac{2-3}{2} - \frac{5 \cdot 2 - 10}{7} = \frac{-1}{2} - \frac{0}{7} = \frac{-1}{2}, x = 2$ es la solución correcta.

b) $6 \cdot \frac{1}{6} - 5 + 3 \left(2 \cdot \frac{1}{6} - 1 \right) = 1 - 5 + 3 \left(\frac{1}{3} - 1 \right) = -4 + (1 - 3) \neq 0, x = \frac{1}{6}$ no es la solución correcta.

c) $\frac{3(-1)+5}{4} - \frac{(-1)+2}{3} = \frac{2}{4} - \frac{1}{3} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \neq 1, x = -1$ no es la solución correcta.

76. Opera y encuentra las soluciones de cada ecuación.

a) $3x(2x - 5) - 7(x + 3) = -41$

c) $(3x - 5)^2 - (3x + 5)^2 = 4 + 4(3x + 5)(3x - 5)$

b) $\frac{2x(x-3)}{3} - \frac{x(7-x)}{4} = \frac{2-x}{6}$

d) $\frac{(2x-1)^2}{3} - \frac{x^2-5}{8} = \frac{7}{2}$

a) $6x^2 - 15x - 7x - 21 + 41 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 22x + 20 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 11x + 10 = 0$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 1}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11+1}{6} = 2 \\ x = \frac{11-1}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

b) $\frac{2x^2 - 6x}{3} - \frac{7x - x^2}{4} = \frac{2-x}{6} \Rightarrow \frac{8x^2 - 24x}{12} - \frac{21x - 3x^2}{12} = \frac{4-2x}{12} \Rightarrow 8x^2 - 24x - 21x + 3x^2 - 4 + 2x = 0 \Rightarrow 11x^2 - 43x - 4 = 0$

$$x = \frac{43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-4)}}{2 \cdot 11} = \frac{43 \pm 45}{22} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{43+45}{22} = 4 \\ x = \frac{43-45}{22} = \frac{-1}{11} \end{cases}$$

c) $9x^2 - 30x + 25 - (9x^2 + 30x + 25) = 4 + 4 \cdot (9x^2 - 25) \Rightarrow -60x = 4 + 36x^2 - 100 \Rightarrow 36x^2 + 60x - 96 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 8 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8)}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm 11}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+11}{6} = 1 \\ x = \frac{-5-11}{6} = \frac{-8}{3} \end{cases}$$

d) $\frac{4x^2 - 4x + 1}{3} - \frac{x^2 - 5}{8} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{32x^2 - 32x + 8}{24} - \frac{3x^2 - 15}{24} = \frac{84}{24} \Rightarrow 32x^2 - 32x + 8 - (3x^2 - 15) - 84 = 0 \Rightarrow 29x^2 - 32x - 61 = 0$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 4 \cdot 29 \cdot (-61)}}{2 \cdot 29} = \frac{32 \pm \sqrt{90}}{58} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{32+90}{58} = \frac{61}{29} \\ x = \frac{32-90}{58} = -1 \end{cases}$$

- 77. A partir de la solución $x = 5$, utiliza las reglas de la suma y del producto para obtener una ecuación equivalente, de forma que en ambos miembros aparezcan términos con x y también términos independientes.**

Respuesta modelo:

$$x = 5 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow 3x + x - x - 5 + 5 = 15 + x - x - 5 + 5 \Rightarrow 4x - x = 10 + 5$$

- 78. Inventa el enunciado que se resuelva utilizando cada una de estas ecuaciones.**

a) $3x + 5 = 26$

b) $5x - 4 = 21$

c) $35 - 2x = 24$

d) $21 + 2x = 27$

Respuesta modelo:

- a) Al sumar 5 al triple de la edad de Darío, se obtiene la edad de su tía, 26 años. ¿Cuántos años tiene Darío?
- b) Un artesano empaqueta los vasos de un pedido en cajas de 5, pero durante el transporte se rompen 4 vasos. Si quedan 21 vasos, ¿cuántas cajas empaquetó?
- c) El precio de una raqueta con funda es de 35 €. Hay una oferta que, al comprar otra raqueta, se descuenta a esta el doble del precio de la funda. Si la segunda raqueta cuesta 24 €, ¿cuánto vale la funda?
- d) Alrededor de una mesa rectangular, de 2 m de ancho, quieren dejar un espacio de 21 m^2 . Si necesitan 27 m^2 en total, ¿cuánto mide el largo de la mesa?

- 79. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más uno. ¿De qué números se trata?**

Si el menor es x , los otros serán $x + 1$ y $x + 2$.

$$x + x + 1 + x + 2 = 2(x + 2) + 1 \Rightarrow 3x + 3 = 2x + 4 + 1 \Rightarrow 3x + 3 = 2x + 5 \Rightarrow x = 2$$

Los números son 2, 3 y 4.

- 80. En una frutería hay el doble de manzanas que de peras, y el triple de uvas que de manzanas. En total hay 441 frutas. Calcula cuántas hay de cada clase.**

Llamamos x a la cantidad menor, el número de peras. Hay $2x$ manzanas y $3 \cdot 2x = 6x$ uvas.

$$x + 2x + 6x = 441 \Rightarrow 9x = 441 \Rightarrow x = \frac{441}{9} = 49$$

Hay 49 peras, $2 \cdot 49 = 98$ manzanas y $6 \cdot 49 = 294$ uvas.

- 81. Un granjero tenía unas cuantas gallinas en su corral. Por un agujero de la valla se escapó la tercera parte, y dos tercios de las que quedaban se las comió un lobo.**

Cuando el granjero se dio cuenta, cambió las 18 gallinas que le quedaban a otro corral. ¿Cuántas gallinas había al principio?

Si al principio había x gallinas, se escaparon $\frac{x}{3}$, y el lobo se comió $\frac{2}{3} \left(x - \frac{x}{3} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{4x}{9}$.

$$\frac{x}{3} + \frac{4x}{9} + 18 = x \Rightarrow \frac{3x}{9} + \frac{4x}{9} + \frac{162}{9} = \frac{9x}{9} \Rightarrow 3x + 4x + 162 = 9x \Rightarrow 162 = 2x \Rightarrow x = 81$$

Había 81 gallinas. Se escaparon $\frac{81}{3} = 27$, y el lobo se comió $\frac{4 \cdot 81}{9} = 36$, con lo que quedaron $81 - 27 - 36 = 18$.

- 82. Raquel, Ramón y Rosa están contando el dinero que tienen para ver si les llega para ir al cine. Raquel tiene 7 € más que Ramón, y Rosa tiene 5 € más que el doble de la suma de las cantidades de sus amigos. Si en total tienen 50 €, ¿cuánto dinero tiene cada uno?**

Si x es el dinero de Ramón, Raquel tiene $x + 7$, y Rosa, $2 \cdot (x + x + 7) + 5 = 4x + 14 + 5 = 4x + 19$.

$$x + x + 7 + 4x + 19 = 50 \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = 4$$

Ramón tiene 4 €, Raquel tiene $4 + 7 = 11$ € y Rosa tiene $4 \cdot 4 + 19 = 35$ €.

- 83. Reyes ha pensado un número y ha dividido el número resultante de aumentarlo en 42 unidades entre 3. Ha obtenido el número inicial disminuido en 20 unidades. ¿Cuál es el número que había pensado?**

$$\frac{x+42}{3} = x - 20 \Rightarrow x + 42 = 3x - 60 \Rightarrow 102 = 2x \Rightarrow x = 51$$

Pensó el número 51.

- 84. Un periodista ha escrito la crónica de un partido de baloncesto, en el que el equipo local ha sufrido una aplastante derrota. Las dos séptimas partes del artículo están dedicadas a elogiar al árbitro; las tres cuartas partes del resto, a elogiar al entrenador, y las 15 líneas restantes, a elogiar a los jugadores. ¿Cuántas líneas tiene el artículo?**

Llamamos x al número de líneas totales. Dedicamos $\frac{2}{7}x$ a elogiar al árbitro y $\frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{7}x\right)$ al entrenador.

$$\frac{2}{7}x + \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{7}x\right) + 15 = x \Rightarrow \frac{2}{7}x + \frac{3}{4}\left(\frac{5}{7}x\right) + 15 = x \Rightarrow \frac{2x}{7} + \frac{15x}{28} + 15 = x \Rightarrow \frac{8x}{28} + \frac{15x}{28} + \frac{420}{28} = \frac{28x}{28} \Rightarrow 420 = 5x \Rightarrow x = 84$$

El artículo tiene 84 líneas.

- 85. En un concesionario han rebajado los precios de tres coches. El coche rojo cuesta 2000 € más que el verde, y el coche azul cuesta 9500 €.**

La semana pasada se han vendido 7 coches rojos, 4 coches azules y 9 coches verdes, y se han recaudado 192 800€. ¿Qué precio tiene cada coche?

Si el verde cuesta x , el rojo cuesta $x + 2000$.

$$7(x + 2000) + 4 \cdot 9500 + 9x = 192800 \Rightarrow 7x + 14000 + 38000 + 9x = 192800 \Rightarrow 16x = 140800 \Rightarrow x = 8800$$

El coche verde cuesta 8800 €, y el rojo, $8800 + 2000 = 10800$ €.

- 86. En el castillo de un malvado hechicero hay una alta torre, con un gran número de escalones. La escalera está protegida de forma que solo aquel que adivine cuántos escalones tiene podrá subirla. Por suerte, al pie de la escalera hay una pista:**

Si a mis escalones le sumas la mitad de ellos y le restas la sexta parte obtendrás 200 más.

Un aventurero consiguió encontrar la solución del acertijo y subir a la torre. ¿Cuál era la solución?

Llamando x al número de escalones, la mitad son $\frac{x}{2}$ y la sexta parte, $\frac{x}{6}$

$$x + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = x + 200 \Rightarrow \frac{3x}{6} - \frac{x}{6} = 200 \Rightarrow \frac{2x}{6} = 200 \Rightarrow x = 600$$

La escalera tiene 600 escalones.

- 87. Problema resuelto.**

- 88. Dentro de un cuadrado se dibuja otro cuadrado cuyo lado mide 7 m menos que el del cuadrado mayor, de forma que la diferencia entre las áreas de ambos cuadrados es igual a 231 m². Calcula la longitud del lado del cuadrado mayor.**

Si el lado del cuadrado mayor mide x , el lado del menor mide $x - 7$.

$$x^2 - (x - 7)^2 = 231 \Rightarrow x^2 - (x^2 - 14x + 49) = 231 \Rightarrow 14x - 49 = 231 \Rightarrow 14x = 280 \Rightarrow x = 20$$

El lado del cuadrado mayor mide 20 m.

- 89. Una botella de refresco tiene el doble de capacidad que otra. De cada botella se sacan 20 cL, y la cantidad que queda en la mayor es seis veces la que queda en la pequeña. Calcula la capacidad de ambas botellas.**

Llamamos x a la capacidad de la botella pequeña. Por tanto, la capacidad de la grande es $2x$.

$$2x - 20 = 6(x - 20) \Rightarrow 2x - 20 = 6x - 120 \Rightarrow -4x = -100 \Rightarrow x = 25$$

La capacidad de la botella pequeña es 25 cL, y la de la grande, $2 \cdot 25 = 50$ cL.

- 90. Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 28 cm, y cada uno de los lados mayores mide 3,5 cm más que el lado menor. ¿Cuánto miden sus lados?**

Llamamos x al lado menor. Por tanto, cada uno de los lados mayores mide $x + 3,5$.

$$x + 2(x + 3,5) = 28 \Rightarrow x + 2x + 7 = 28 \Rightarrow 3x + 7 = 28 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

El lado menor mide 7 cm y cada uno de los otros mide $7 + 3,5 = 10,5$ cm.

- 91. Los tres ángulos de un triángulo suman siempre 180° . En un triángulo, el ángulo intermedio es igual al triple del menor y el menor es la quinta parte del mayor. ¿Cuánto mide cada ángulo?**

Si el ángulo menor mide x , el intermedio mide $3x$ y, el mayor, $5x$.

$$x + 3x + 5x = 180 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$$

Los ángulos miden 20° , $3 \cdot 20 = 60^\circ$ y $5 \cdot 20 = 100^\circ$.

- 92. En un torneo de voleibol, cada equipo lleva ocho jugadores y un entrenador. Si en total hay 108 personas, ¿cuántos entrenadores hay y cuántos jugadores participan en el torneo?**

Llamamos x al número de equipos.

$$(8+1)x = 108 \Rightarrow 9x = 108 \Rightarrow x = 12$$

Hay 12 entrenadores y $12 \cdot 8 = 96$ jugadores.

- 93. Problema resuelto.**

- 94. Un perfumista mezcla dos esencias, A y B, con las que elabora un perfume. La primera cuesta 40 €/L, y la segunda cuesta 60 €/L.**

a) ¿Qué cantidad debe tomar de cada una para producir cinco litros de la mezcla, de forma que cada litro de perfume valga exactamente 52 euros?

b) ¿Y para conseguir 100 mL de mezcla a ese precio?

a) Si llamamos x a los litros de esencia A, necesitan $5 - x$ litros de esencia B.

$$40x + 60(5 - x) = 52 \cdot 5 \Rightarrow 40x + 300 - 60x = 260 \Rightarrow -20x = -40 \Rightarrow x = 2$$

Necesitan 2 L de esencia A y $5 - 2 = 3$ L de esencia B.

b) Se puede plantear una ecuación similar a la anterior, pero no es necesario. Teniendo en cuenta el resultado anterior, se necesitan $\frac{2}{5}$ de esencia A y $\frac{3}{5}$ de esencia B, es decir, $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40$ mL y $\frac{3}{5} \cdot 100 = 60$ mL, respectivamente.

- 95. El litro de un lavavajillas cuesta 1,5 €. Para ahorrar, el dueño de una empresa de limpieza añade agua (que no le cuesta nada) a las botellas que tiene, y consigue tener en total 90 L y que le salgan a 1 €/L. Calcula cuántos litros de lavavajillas tenía.**

Llamamos x a la cantidad de lavavajillas que tenía. Como lo único que le ha costado dinero es el lavavajillas:

$$1,5x = 90 \cdot 1 \Rightarrow x = 60$$

Compró 60 L de lavavajillas.

96. Por parejas, coged dos trozos de cuerda o hilo de la misma longitud. Uno de los miembros de la pareja debe construir un cuadrado y el otro un rectángulo de forma que cumplan estas condiciones:

- El lado mayor del rectángulo debe ser 5 cm mayor que el lado del cuadrado, y el lado menor debe medir 4 cm.
- La diferencia entre el área del cuadrado y el área del rectángulo debe ser de 25 cm^2 .

¿Qué longitud de cuerda necesitáis? Comprobad que los cuadriláteros que habéis construido cumplen las condiciones pedidas.

Si x es el lado del cuadrado, el área del rectángulo es $4(x+5)$ y el área del cuadrado, x^2 .

Como el problema no especifica cuál de las dos figuras es mayor:

- Si el cuadrado tiene mayor

$$\text{área: } x^2 - 4(x+5) = 25 \Rightarrow x^2 - 4x - 45 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-45)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 14}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4+14}{2} = 9 \\ x = \frac{4-14}{2} = -5 \end{cases}$$

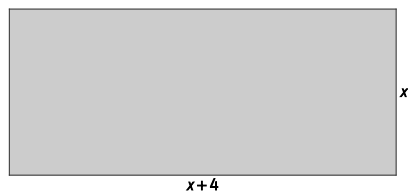
La solución negativa no tiene sentido, por tanto, se necesitan dos cuerdas de $9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}$.

- Si el cuadrado tiene menor área:

$$4(x+5) - x^2 = 25 \Rightarrow -x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{-2}$$

No tiene solución.

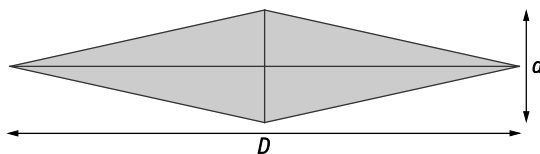
97. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su área es de 77 cm^2 .



$$x(x+4) = 77 \Rightarrow x^2 + 4x - 77 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-77)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4+18}{2} = 7 \\ x = \frac{-4-18}{2} = -11 \end{cases}$$

Solo es válida la solución positiva. Los lados miden 7 y $7+4=11 \text{ cm}$.

98. El área del rombo que aparece en la figura es 130 cm^2 . Calcula la longitud de ambas diagonales si la diagonal mayor mide 5,5 cm más que la menor.



$$\frac{(x+5,5)x}{2} = 130 \Rightarrow x^2 + 5,5x - 260 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5,5 \pm \sqrt{5,5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-260)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5,5 \pm 32,71}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5,5+32,71}{2} = 13,61 \\ x = \frac{-5,5-32,71}{2} = -19,11 \end{cases}$$

Solo tiene sentido la solución positiva. La diagonal menor mide 13,61 cm, y la mayor mide $13,61+5,5=19,11 \text{ cm}$.

99. Carlos ha fabricado teselas de cartulina para construir mosaicos cuadrados. Si coloca un número determinado de teselas en cada lado del cuadrado, le sobran 116 teselas. En cambio, si en cada lado pone el doble de las que había antes menos una tesela, le faltan 45 teselas para construir el siguiente cuadrado. ¿Cuántas teselas ha fabricado Carlos?

Llamamos x al lado del cuadrado menor.

$$x^2 + 116 = (2x - 1)^2 - 45 \Rightarrow x^2 + 116 = 4x^2 - 4x + 1 - 45 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 160 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-160)}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 44}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + 44}{6} = 8 \\ x = \frac{4 - 44}{6} = -\frac{20}{3} \end{cases}$$

Solo es válida la solución positiva, $x = 8$. Tenía $8^2 + 116 = 180$ teselas.

100. Se lanza una jabalina de forma que la altura en un instante t es $-2t^2 + 12t + 7$. En un determinado momento, el proyectil se encuentra a una altura de 67 m.

- a) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?
b) ¿Hay más de una solución posible?

a) $-2t^2 + 12t + 7 = 67 \Rightarrow -2t^2 + 12t - 60 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 1 \end{cases}$

$$t = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{-84}}{2}$$

El problema no tiene solución.

- b) El problema no tiene solución.

101. Isa viene en bici al instituto y quiere llegar a una cierta hora. Si viene a 20 km/h llega 3 minutos tarde, y si viene a 30 km/h llega 3 minutos antes. ¿A qué velocidad, en km/h, tiene que venir para llegar justo a la que quiere?

- A. 25 B. 24 C. 23 D. 22

Para llegar a tiempo debe tardar t horas.

$$20 \left(t + \frac{3}{60} \right) = 30 \left(t - \frac{3}{60} \right) \Rightarrow 20 \left(\frac{60t}{60} + \frac{3}{60} \right) = 30 \left(\frac{60t}{60} - \frac{3}{60} \right) \Rightarrow 2(60t + 3) = 3(60t - 3) \Rightarrow 120t + 6 = 180t - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60t = 15 \Rightarrow t = \frac{15}{60} = 15 \text{ min}$$

Si llamamos v a la velocidad a la que quiere ir:

$$20 \cdot (15 + 3) = v \cdot 15 \Rightarrow v = \frac{360}{15} \Rightarrow v = 24 \text{ km/h}$$

La respuesta correcta es B. 24

102. En un viaje de turismo, Esther llevó x €. Al cambiarlos por la moneda del país, el mon, recibió 10 mons por cada 7 €. Si después de gastar 60 mons tenía aún x mons, ¿cuál es la suma de las cifras de x ?

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Recibió $\frac{10}{7}x$ mons.

$$\frac{10x}{7} - 60 = x \Rightarrow 10x - 420 = 7x \Rightarrow 3x = 420 \Rightarrow x = 140 \text{ €}$$

La respuesta correcta es A. 5.

103. En un grupo de estudiantes, el 40 % son chicas. Dos chicas cambian de grupo y llegan dos chicos nuevos, resultando ahora que el 30 % son chicas. ¿Cuántas chicas había inicialmente en el grupo?

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Si había x personas en total, $0,4x$ eran chicas y $0,6x$ eran chicos.

Con los cambios no varía el total de personas ya que se cambian dos chicas por dos chicos:

$$0,4x - 2 = 0,3x \Rightarrow 0,1x = 2 \Rightarrow x = 20$$

Inicialmente había $0,4 \cdot 20 = 8$ chicas.

La respuesta correcta es A. 8

104. Cuando desplazamos la coma cuatro lugares a la derecha en cierto número decimal positivo, resulta un número que es el cuádruple del inverso del número dado. ¿Qué número es el dado?

- A. 0,0002 B. 0,002 C. 0,02 D. 0,2

Desplazar la coma a la derecha equivale a multiplicar por 10.000.

$$10\,000x = 4 \cdot \frac{1}{x} \rightarrow 10\,000x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{10\,000}} = \pm \frac{2}{100} = \pm 0,02.$$

Como el número que se pide es decimal positivo, la respuesta correcta es C. 0,02.

105. En una bolsa hay más bolas azules que rojas. Echamos bolas rojas hasta que las azules sean un tercio del total. Luego, echamos bolas amarillas hasta que las azules sean un quinto del total. Finalmente, doblamos el número de bolas azules. ¿Qué fracción del total son ahora azules?

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{5}$

Tras la primera operación hay n bolas azules y $2n$ bolas rojas de un total de $3n$ bolas.

Al echar las bolas amarillas, n debe ser $\frac{1}{5}$ del total, luego hemos echado $2n$ bolas amarillas y hay $5n$ bolas en total.

Doblar el número de bolas azules equivale a echar n , con lo que en total hay $2n$ bolas azules de $6n$ bolas.

La respuesta es C. $\frac{1}{3}$.

Encuentra el error

106. Belén ha resuelto una ecuación de primer grado, pero al comprobar la solución se da cuenta de que ha cometido algún error. Estos son sus cálculos:

$$3(2x + 5) - 5x + 6 = 2x + 6$$

“Simplifico un 6 que aparece sumando a la izquierda y un 6 que aparece sumando a la derecha”.

$$3(2x + 5) - 5x + \cancel{6} = 2x + \cancel{6}$$

“Simplifico un $2x$ que aparece sumando a la izquierda y un $2x$ que aparece sumando a la derecha”.

$$3(\cancel{2x} + 5) - 5x = \cancel{2x}$$

“Resuelvo”.

$$15 - 5x = 0 \Rightarrow -5x = -15 \Rightarrow x = \frac{-15}{-5} = 3$$

Encuentra el error y halla la solución correcta.

El error se encuentra en el segundo paso. No se puede simplificar el $2x$ de la izquierda, ya que, al estar dentro del paréntesis, va multiplicado por 3.

La solución es $3(2x + 5) - 5x = 2x \Rightarrow 6x + 15 - 5x = 2x \Rightarrow -x = -15 \Rightarrow x = 15$

PONTE A PRUEBA

Alquiler de DVD

Actividad resuelta.

La persecución

Un avestruz se ha percatado de que un guepardo duerme sobre la rama de un árbol y huye despavorida a una velocidad de 90 km/h antes de que este se despierte.

El guepardo se despierta 10 segundos después y ve al avestruz alejarse en el horizonte. Inmediatamente, sale en su persecución a 120 km/h.

Como el guepardo va a más velocidad, terminará alcanzando al avestruz, pero si el avestruz llega a una zona de sabana donde se puede camuflar, se librará del guepardo.

1. Si el guepardo tarda t minutos en alcanzar al avestruz, ¿cuánto tiempo llevará el avestruz huyendo?

A. 10 segundos B. t minutos C. $(t+10)$ minutos D. $(t+10)$ segundos E. $\left(t + \frac{1}{6}\right)$ minutos

2. Cuando el guepardo alcance al avestruz, habrán recorrido la misma distancia. Plantea y resuelve la ecuación correspondiente.

3. Si la zona de sabana está a 2 km, ¿logrará el avestruz escapar?

1. Como 10 segundos son $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ minutos, la respuesta es E. $\left(t + \frac{1}{6}\right)$ minutos.

2. Pasamos ambas velocidades a km/min:

$$90 \text{ km/h} = \frac{90}{60} \text{ km/min} = 1,5 \text{ km/min}; \quad 120 \text{ km/h} = \frac{120}{60} \text{ km/min} = 2 \text{ km/min}$$

$$1,5\left(t + \frac{1}{6}\right) = 2t \Rightarrow \frac{3}{2}\left(t + \frac{1}{6}\right) = 2t \Rightarrow \frac{3t}{2} + \frac{1}{4} = 2t \Rightarrow 6t + 1 = 8t \Rightarrow -2t = -1 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ min}$$

3. El avestruz ha recorrido $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ km solamente, no escapará del guepardo.

Romeo y Julieta 2.0

Dos enamorados están mandándose mensajes románticos a través del móvil.

Romeo se despidió de la conversación enviando a Julieta el siguiente mensaje:



Julieta, para expresarle más afecto, responde así:



Entonces Romeo responde con más emoticonos añadiendo dos más. De esta forma, continúan mandándose mensajes, hasta llegar al final, cuando uno de los dos decide terminar la conversación y dar las buenas noches.

El último mensaje romántico enviado tiene 15 veces el icono .

- ¿Cuántos iconos tiene el mensaje 4? ¿Y el mensaje 5?
- ¿Cuántas veces hay que sumar 2 iconos al primer mensaje para llegar al cuarto mensaje? ¿Y al quinto? ¿Y al décimo?
- ¿Qué ecuación representa el número de emoticonos utilizados en función del número de mensaje que se esté enviando?
- Calcula el lugar que ocupa el último mensaje romántico.
- ¿Qué ecuación indica el número de iconos totales utilizados en todos los mensajes que se han enviado?

1. Construimos una tabla con los datos:

n.º de mensaje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
n.º de emoticonos	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	...

El mensaje 4 tiene 9 emoticonos y el quinto, 11.

- Para llegar al cuarto mensaje, $9 = 3 + 2 + 2 + 2$, por tanto hay que sumar tres veces dos emoticonos.
Para llegar al quinto mensaje, $11 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2$, por tanto hay que sumar cuatro veces dos emoticonos.
Para llegar al décimo mensaje, hay que sumar nueve veces dos emoticonos.
- $3 + 2(n - 1) = 2n + 1$
- El último mensaje romántico enviado tiene 15 veces el icono, de manera que
 $15 = 3 + 2(n - 1) \Rightarrow 15 = 3 + 2n - 2 \Rightarrow 14 = 2n \Rightarrow n = 7$
- $S_n = \frac{3 + 2n + 1}{2} \cdot n = n^2 + 2n$

AUTOEVALUACIÓN

1. Comprueba si $x = 2$, $x = -1$ y $x = 0$ son soluciones de estas ecuaciones.

a) $3x - 5(2x - 1) = 9 - 3x$ b) $\frac{2x+5}{8} - \frac{x+2}{3} = \frac{-1}{24}$ c) $3x^2 - 3x - 6 = 0$

a) $3 \cdot 2 - 5(2 \cdot 2 - 1) = 9 - 3 \cdot 2 \Rightarrow 6 - 5 \cdot 3 = 9 - 6 \Rightarrow 6 - 15 = 3 \Rightarrow -9 \neq 3$, $x = 2$ no es solución.

$3(-1) - 5(2(-1) - 1) = 9 - 3(-1) \Rightarrow -3 + 15 = 9 + 3 \Rightarrow 12 = 12$, $x = -1$ sí es solución.

$3 \cdot 0 - 5(2 \cdot 0 - 1) = 9 - 3 \cdot 0 \Rightarrow 6 \neq 9$, $x = 0$ no es solución.

b) $\frac{2 \cdot 2 + 5}{8} - \frac{2 + 2}{3} = \frac{9}{8} - \frac{4}{3} = \frac{27}{24} - \frac{32}{24} = \frac{-5}{24} \neq \frac{-1}{24}$, $x = 2$ no es solución.

$\frac{-2 + 5}{8} - \frac{-1 + 2}{3} = \frac{3}{8} - \frac{1}{3} = \frac{9}{24} - \frac{8}{24} = \frac{1}{24} \neq \frac{-1}{24}$, $x = -1$ no es solución.

$\frac{5}{8} - \frac{2}{3} = \frac{15}{24} - \frac{16}{24} = \frac{-1}{24}$, $x = 0$ sí es solución.

c) $3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 6 = 12 - 6 - 6 = 0$, $x = 2$ sí es solución.

$3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 6 = 3 + 3 - 6 = 0$, $x = -1$ sí es solución.

$-6 \neq 0$, $x = 0$ no es solución.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

b) $6(3x - 2) - 5(2x + 1) = 4x - 14$ b) $\frac{x-9}{8} - \frac{2x-7}{10} = \frac{x-2}{2}$ c) $\frac{4(3x-2)}{3} - \frac{5(8x-5)}{4} = \frac{5}{3}$

a) $6(3x - 2) - 5(2x + 1) = 4x - 14 \Rightarrow 18x - 12 - 10x - 5 = 4x - 14 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

b) $\frac{x-9}{8} - \frac{2x-7}{10} = \frac{x-2}{2} \Rightarrow \frac{5x-45}{40} - \frac{8x-28}{40} = \frac{20x-40}{40} \Rightarrow 5x - 45 - (8x - 28) = 20x - 40 \Rightarrow -23x = -23 \Rightarrow x = 1$

c) $\frac{4(3x-2)}{3} - \frac{5(8x-5)}{4} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{12x-8}{3} - \frac{40x-25}{4} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{48x-32}{12} - \frac{120x-75}{12} = \frac{20}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow 48x - 32 - (120x - 75) = 20 \Rightarrow -72x = -23 \Rightarrow x = \frac{23}{72}$

3. Calcula las soluciones de las ecuaciones:

a) $5x^2 - 80 = 0$

c) $3x^2 = 0$

b) $4x^2 - 4 = 0$

d) $8x^2 + 24x = 0$

a) $5x^2 - 80 = 0 \Rightarrow 5x^2 = 80 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

b) $4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

c) $3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

d) $8x^2 + 24x = 0 \Rightarrow 8x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $2x^2 - 12x - 14 = 0$

b) $-30x^2 + 50x + 20 = 0$

$$a) \quad 2x^2 - 12x - 14 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-14)}}{2 \cdot 2} = \frac{12 \pm 16}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{12+16}{4} = 7 \\ x = \frac{12-16}{4} = -1 \end{cases}$$

$$b) \quad -30x^2 + 50x + 20 = 0 \Rightarrow -3x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-5 \pm 7}{-6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+7}{-6} = \frac{-1}{3} \\ x = \frac{-5-7}{-6} = 2 \end{cases}$$

5. En una torre se han usado distintos materiales. En la parte inferior se ha usado el material más pesado, hasta una altura igual a la cuarta parte de la altura de la torre. La parte central, que equivale a las dos terceras partes de lo que queda, se construye con un material menos pesado, y los 10 metros que quedan se construyen con un material muy ligero. ¿Cuánto mide la torre?

Llamamos x a la altura total de la torre.

$$\frac{x}{4} + \frac{2}{3} \left(x - \frac{x}{4} \right) + 10 = x \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3x}{4} + 10 = x \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{x}{2} + 10 = x \Rightarrow x + 2x + 40 = 4x \Rightarrow x = 40$$

La torre mide 40 m.

6. En una carrera han participado 10 atletas. El primero recibe 7 puntos más que el segundo, este recibe 4 puntos más que el tercero, y este recibe 2 puntos más que el cuarto. Todos los demás reciben los mismos puntos que el cuarto clasificado. Si en total se repartieron 71 puntos, ¿cuántos recibió cada atleta?

Si llamamos x a los puntos que recibe el cuarto atleta, el tercer atleta recibe $x + 2$, el segundo, $x + 2 + 4$ y el primero, $x + 2 + 4 + 7$

$$(x + 2 + 4 + 7) + (x + 2 + 4) + (x + 2) + x \cdot 7 = 71 \Rightarrow 10x + 21 = 71 \Rightarrow 10x = 50 \Rightarrow x = 5$$

El primero recibió $5 + 2 + 4 + 7 = 18$ puntos, el segundo, $5 + 2 + 4 = 11$ puntos, el tercero, $5 + 2 = 7$ puntos y cada uno de los demás recibió 5 puntos.

7. A un número se le suman 6 unidades, se eleva al cuadrado y se resta el triple del número inicial. El resultado obtenido es 148. ¿Cuál era el número?

Llamamos x al número.

$$(x + 6)^2 - 3x = 148 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 - 3x = 148 \Rightarrow x^2 + 9x - 112 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-112)}}{2 \cdot 1} = \frac{-9 \pm 23}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-9+23}{2} = 7 \\ x = \frac{-9-23}{2} = -16 \end{cases}$$

El número era 7 o -16.