UNIDAD 1: Números Reales

ACTIVIDADES-PÁG. 10

1. Teniendo en cuenta las propiedades de las potencias, obtenemos:

a) $9^2 \cdot 3^{-2} \cdot 27 = (3^2)^2 \cdot 3^{-2} \cdot 3^3 = 3^4 \cdot 3^{-2} \cdot 3^3 = 3^{4-2+3} = 3^5$

b) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^{-2} \cdot 25 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} \cdot 5^2 = 5^6 \cdot 5^2 = 5^8$

c) $\frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{9^3 \cdot 25^3 \cdot 4^4} = \frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{3^6 \cdot 5^6 \cdot 2^8} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$

2. En las tablas aparecen los valores pedidos.

Truncamiento de	$\sqrt{0{,}6} = 0{,}774\ 596\ 6...$	$\sqrt{6} = 2{,}449\ 489\ 7...$
a) A las décimas	0,7	2,4
b) A las milésimas	0,774	2,449
c) A las millonésimas	0,774 596	2,449 489

Redondeo de	$\sqrt{0{,}6} = 0{,}774\ 596\ 6...$	$\sqrt{6} = 2{,}449\ 489\ 7...$
a) A las décimas	0,8	2,4
b) A las milésimas	0,775	2,449
c) A las millonésimas	0,774 597	2,449 490

3. Si la velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s, el tiempo que tardará en recorrer 300 km = $3 \cdot 10^5$ m será:

$$t = \frac{3 \cdot 10^5\ m}{3 \cdot 10^8\ m/s} = \frac{1}{10^3}\ s = 0{,}001\ s.$$

El tiempo es una milésima de segundo.

4. Elevando al cuadrado ambos miembros, obtenemos:

$$\left(\sqrt{11 - 4\sqrt{6}}\right)^2 = 11 - 4\sqrt{6}$$

$$\left(2\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 8 + 3 - 4\sqrt{6} = 11 - 4\sqrt{6}$$

5. Las raíces enésimas son números reales siempre que:
- **n** sea par y **a** sea un número real no negativo.

- **n** sea impar y **a** sea un número real cualquiera.

ACTIVIDADES-PÁG. 27

1. El valor de la suma es:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 2m = m \cdot (m + 1)$$

2. Resolvemos el problema en los siguientes pasos:

● Supongamos que el camello lleva un bidón hasta la mitad del camino, vuelve a Kamal, carga con otro bidón hasta el mismo punto y se bebe uno de los bidones transportados, quedándole otro. Repitiendo el proceso conseguirá llevar 50 bidones hasta la mitad del camino. De aquí repitiendo lo mismo hasta Wadi conseguirá que lleguen 25 según la expresión:

$$25 \text{ bidones} = 100 \cdot \frac{1^2}{2^2}$$

● Si mejoramos al solución conseguiremos que lleguen más bidones, haciendo el camino en tres fases tras el primer tercio, el camello habrá bebido 33,333… bidones y quedan 66,666… En el segundo tercio se bebe 22,222… y quedan 44,444…. En Wadi se bebe 14,81… y quedan 29,629… bidones, es decir:

$$100 \cdot \frac{8}{27} = 100 \cdot \frac{2^3}{3^3} \cong 29{,}63 \;\; bidones$$

● Avanzando por cuartos de camino se puede mejorar la solución, llegan:

$$100 \cdot \frac{81}{256} = 100 \cdot \frac{3^4}{4^4} = 100 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cong 31{,}64 \;\; bidones$$

● Siguiendo así sucesivamente, se puede decir que en el mejor de los casos llegan:

$$100 \cdot \left(\frac{99}{100}\right)^{100} = 100 \cdot \frac{1}{e} = \cong \; 36{,}788 \;\; bidones$$

ACTIVIDADES-PÁG. 29

1. a) Teniendo en cuenta las propiedades de las potencias, obtenemos:

$$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{12} : \left(\frac{7}{2}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-4}\right]^{-2} = \left[\left(\frac{2}{7}\right)^{12} : \left(\frac{2}{7}\right)^{7} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-4}\right]^{-2} = \left[\left(\frac{2}{7}\right)^{12-7-4}\right]^{-2} =$$

$$= \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{2}\right)^{2} = \frac{49}{4} = 12{,}25$$

b) Operando, obtenemos:

$$\left[3\left(1-\frac{1}{3}\right) - \frac{4}{15}\left(2-\frac{1}{2}\right)^2\right] : 7 = \left[3 \cdot \frac{2}{3} - \frac{4}{15} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] : 7 = \left[2 - \frac{3}{5}\right] : 7 = \frac{7}{5} : 7 = \frac{1}{5} = 0{,}200$$

2. a) Sacando factores de los radicandos y operando, obtenemos:

$$\left(7\sqrt{63} - 8\sqrt{\frac{175}{4}} + \frac{4}{3}\sqrt{112}\right) \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} = \left(7 \cdot 3\sqrt{7} - 8 \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} + \frac{4}{3} \cdot 4\sqrt{7}\right) \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} =$$

$$= \left(21\sqrt{7} - 20\sqrt{7} + \frac{16}{3}\sqrt{7}\right) \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} = \frac{19\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{6}{\sqrt{7}} = 38$$

b) Racionalizamos los denominadores y operamos, obteniendo:

$$\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} - \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{12 - 3\sqrt{6}}{15} = \frac{-4}{5} + \frac{8\sqrt{6}}{15}$$

En el gráfico pueden verse la resolución de las actividades 1 y 2 con Wiris.

Actividad 1

$$\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{12}/\left(\frac{7}{2}\right)^{-7}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{-4}\right)^{-2} \rightarrow \frac{49}{4}$$

$$\left(3\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)-\frac{4}{15}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)^{2}\right)/7 \rightarrow \frac{1}{5}$$

Actividad 2

$$\left(7\cdot\sqrt{63}-8\cdot\sqrt{\frac{175}{4}}+\frac{4}{3}\cdot\sqrt{112}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{7}} \rightarrow 38$$

$$\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{3\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{2}-\sqrt{3}} \rightarrow \frac{8\cdot\sqrt{6}}{15}-\frac{4}{5}$$

3. a) Operamos en ambos miembros de la igualdad:

En el primer miembro, $\left(\frac{2}{25}\cdot\frac{15}{9}\right)^{x} = \left(2\cdot 5^{-1}\cdot 3^{-1}\right)^{x}$

En el segundo miembro, $\frac{625\cdot 4^{2}}{81^{-1}} = \left(2^{-4}\cdot 5^{4}\cdot 3^{4}\right) = \left(2\cdot 5^{-1}\cdot 3^{-1}\right)^{-4}$

Igualando las potencias obtenemos x = - 4.

b) Operamos en ambos miembros de la igualdad:

En el primer miembro, $\left[\left(\frac{1}{9}\right)^{3}\cdot(3)^{x}\right]^{-2} : 27 = \left(3^{-6}\cdot 3^{x}\right)^{-2} : 3^{3} = 3^{12-2x-3} = 3^{9-2x}$

En el segundo miembro, $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = \left(3^{-1}\right)^{-6} = 3^{6}$

Igualando las potencias y los exponentes obtenemos x = $\frac{3}{2}$.

ACTIVIDADES-PÁG. 30

1. La ordenación pedida es: 284 > 24> 0,5 > 0 > -0,4 > -3,2 > -30

2. Las soluciones son:

a) $9 - 4 \cdot (-6) + 5 - 7 \cdot (-4 + 9) = 3$

b) $6 \cdot 4^2 - (-3)^3 + [5 - (7 - 5)^2] = 124$

c) $(-5)^2 - 5^2 + 4 \cdot (-3)^2 = 36$

3. Los resultados son:

a) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{3}{4} - 3 = -\frac{131}{60}$

d) $\left(3 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{7}\right) : \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\right) = \frac{121}{91}$

b) $\left(3 - \frac{3}{2}\right) \cdot 2 - 3 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

e) $3 + 2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}\right) = \frac{19}{5}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

f) $2 - 2 : \left(2 - \frac{1}{4}\right) = \frac{6}{7}$

4. Las soluciones quedan:

a) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^6$

d) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^6\right]^0 = \left(\frac{3}{2}\right)^0$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^0$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(-\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^4$

c) $\left(2 - \frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{4}\right)^1$

f) $\left(\frac{6}{5}\right)^8 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{-5} : \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{6}{5}\right)^6$

5. En cada caso queda:

a) $\frac{28}{126}$: decimal periódico puro.

d) $\frac{42}{528}$: decimal periódico mixto.

b) $-\frac{36}{225}$: decimal exacto.

e) $\frac{2\,145}{2\,100}$: decimal periódico mixto.

c) $\frac{73}{63}$: decimal periódico puro.

6. Las soluciones son:

a) $3,\widehat{1} + 5,2\widehat{1} + 2,8 = \dfrac{28}{9} + \dfrac{469}{90} + \dfrac{14}{5} = 11,1\widehat{2}$

b) $\left(5,\widehat{4} - 3,4\widehat{2}\right) \cdot 2,7 = \left(\dfrac{49}{9} - \dfrac{154}{45}\right) \cdot \dfrac{27}{10} = 5,46$

c) $6,1\widehat{4} : 3,\widehat{4} \cdot 2,44 = \dfrac{553}{90} : \dfrac{31}{9} \cdot \dfrac{244}{100} = \dfrac{33733}{7750} = 4,352645161\overline{2}9$

d) $12,5 + 3,7\widehat{8} : 1,\widehat{4} = \dfrac{25}{2} + \dfrac{341}{90} : \dfrac{13}{9} = \dfrac{983}{65} = 15,1230769231$

7. La clasificación queda:

- Racionales: a); b) y c).
- Irracionales: d).

8. El primer socio recibe 9000 €, el segundo 4000 € y el tercero 2000 €.

9. El primer alumno hace $\dfrac{4}{12}$ del trabajo, luego queda por hacer $\dfrac{8}{12}$ del trabajo.

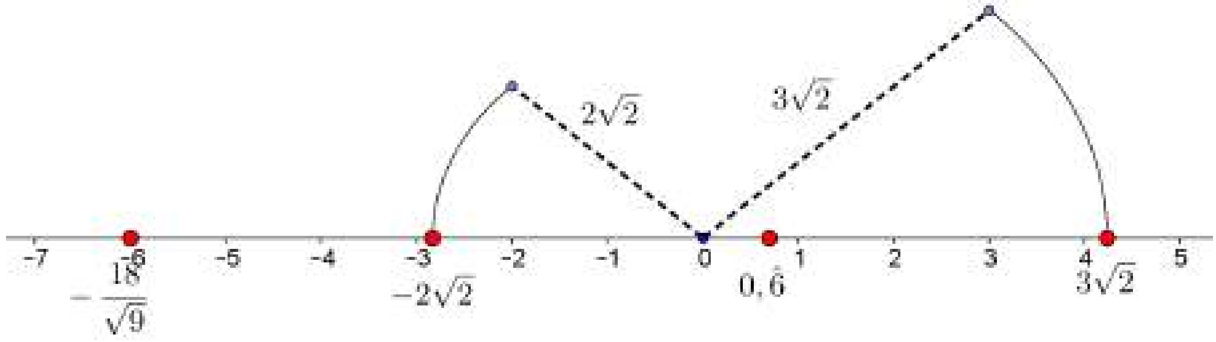
El segundo alumno tarda $\dfrac{8}{12} : \dfrac{1}{8} = \dfrac{64}{12} = 5,\widehat{3}\ horas = 5\ h\ 20$ min en terminar el trabajo.

10. Las soluciones pueden verse en la tabla.

	$-\sqrt{49}$	**23,5**	**0**	$\sqrt{11}$	$2,1\widehat{3}$	$-\dfrac{1,4}{0,5}$	$\dfrac{23}{3}$	**- 4²**	$\sqrt[3]{-27}$	$\dfrac{\pi}{5}$
Menor conjunto numérico al que pertenece	**Z**	**Q**	**N**	**I**	**Q**	**Q**	**Q**	**Z**	**Z**	**I**

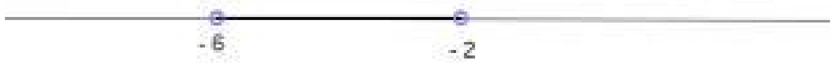
ACTIVIDADES-PÁG. 31

11. Las representaciones pueden verse en el dibujo.

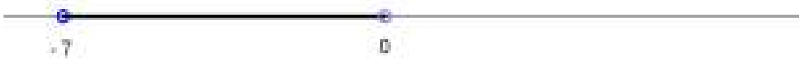


12. Los conjuntos resultantes aparecen a continuación y las representaciones pueden verse en el dibujo.

a) A = $\{a \in R \,/\, a < -2 \ y \ a > -6\}$ = (- 6, - 2)



b) $B = \{b \in R \text{ I } b < 0 \ y \ b > -7\}$ = (- 7, 0)



c) $C = \{c \in Z \text{ I } c > 2 \ ó \ c > -3\}$ = {- 4, - 3, - 2…}

d) $D = (-1, 4] \cap (0, 3)$ = (0, 3)

e) E (5, 2) = (3, 7)

f) $F = (-\infty, -5]$

13. Quedan del siguiente modo:

a) $(-\infty, -1)$

b) $[-10, 12)$

c) $(-6, -4) \cup [3, 5]$

d) $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$

14. Para cada uno de los números queda:

- 1 725 no es redondeo.
- 1 724,16 es un redondeo a centésimas. Cota de error 0,005.
- 1 724,2 es un redondeo a décimas. Cota de error 0,05.
- 1 724,1 no es un redondeo.
- 1 720 es un redondeo a decenas. Cota de error 5.
- 1 724,158 no es un redondeo.
- 1 724,1572 es un redondeo a diezmilésimas. Cota de error 0,00005.

15. Consideramos como valor real $\pi = 3{,}141592$.

Para la fracción $\frac{223}{71}$ obtenemos:

$$\text{Error absoluto} = \left|3{,}141592 - \frac{223}{71}\right| = 0{,}000\ 746...$$

$$\text{Error relativo} = \frac{Error\ absoluto}{Valor\ real} = \frac{0{,}000\ 746}{3{,}141592} = 0{,}000\ 237...$$

Para la fracción $\frac{22}{7}$ obtenemos:

$$\text{Error absoluto} = \left|3{,}141592 - \frac{22}{7}\right| = 0{,}001\ 265...$$

$$\text{Error relativo} = \frac{Error\ absoluto}{Valor\ real} = \frac{0{,}001\ 265}{3{,}141592} = 0{,}000\ 4022...$$

16. Consideramos el número de oro $\Phi = 1{,}61803398...$

El redondeo a las centésimas es 1,62. Los errores son:

$$\text{Error absoluto} = |1{,}61803398 - 1{,}62| = 0{,}001\,97...$$

$$\text{Error relativo} = \frac{Error\ absoluto}{Valor\ real} = \frac{0{,}00197}{1{,}61803398} = 0{,}001\,215\,06...$$

17. En la tabla aparecen los resultados:

Apartado	Notación decimal	Notación científica	Orden de magnitud
a)	384 000 km	$3{,}84 \cdot 10^5$ km	10^5
b)	150 000 000 km	$1{,}5 \cdot 10^8$ km	10^8
c)	0,000 000 002 2 m	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$ m	10^{-9}
d)	0,000 000 000 05 m	$5 \cdot 10^{-11}$ m	10^{-10}

18. Los cálculos quedan:

a) 127×2^{30} Bytes = $1{,}36 \text{ X } 10^{11}$ Bytes; 127×2^{33} Bits = $1{,}09 \times 10^{12}$ Bits.

b) $1{,}44 \times 2^{20}$ Bytes = $1{,}5 \text{ X } 10^{6}$ Bytes ; $1{,}44 \times 2^{23}$ Bits = $1{,}21 \times 10^{7}$ Bits.

c) 650×2^{20} Bytes = $6{,}8 \text{ X } 10^{8}$ Bytes ; 650×2^{23} Bits = $5{,}45 \times 10^{9}$ Bits.

19. Las soluciones son:

a) $\sqrt{36a^4 b^2} = 6a^2 b$ b) $\sqrt[3]{-8x^6 y^3} = -2x^2 y$ c) $\sqrt[4]{256 z^8} = 4z^2$

20. Las potencias y raíces pedidas quedan:

a) $\sqrt[4]{a} = a^{1/4}$ c) $\sqrt[5]{a^4} = a^{4/5}$ e) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{-2/3}$ g) $\dfrac{1}{\sqrt{a^3}} = a^{-3/2}$

b) $3^{3/2} = \sqrt{3^3}$ d) $7^{2/3} = \sqrt[3]{7^2}$ f) $7^{-3/2} = \dfrac{1}{\sqrt{7^3}}$ h) $5^{-2/3} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$

21. Los radicales son:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[6]{27} = \sqrt{3}$

b) $\left(\sqrt[5]{ab^2}\right)^3 = \sqrt[5]{a^3 b^6}$

c) $\sqrt{5\sqrt[3]{5\sqrt{5}}} = \sqrt[4]{5^3}$

d) $\left(\sqrt{a^3\sqrt{b}}\right)^4 = a^6 b$

22. Las expresiones quedan:

a) $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

b) $\sqrt[3]{a^3 b^4} = ab\sqrt[3]{b}$

c) $\sqrt[4]{625x^5 y^6} = 5xy\sqrt[4]{xy^2}$

d) $\sqrt{x^2 + x^2 y} = x\sqrt{1+y}$

23. Los radicales quedan:

a) $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$

b) $3ab\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{27a^5 b^3}$

d) $a^4 b^2\sqrt{2a^3 b} = \sqrt{2a^{11} b^5}$

e) $2\sqrt[3]{2a} = \sqrt[3]{16a}$

c) $3\sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{3^7}$

f) $4ab\sqrt[3]{2a^2b} = \sqrt[3]{128\,a^5b^4}$

ACTIVIDADES-PÁG. 32

24. Las soluciones son:

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3^3} = \sqrt{3^4} = 3^2$

b) $\sqrt[3]{a}\cdot a^2 = \sqrt[3]{a^7} = a^{7/3}$

c) $\sqrt[4]{2a^5} : \sqrt[4]{2a^3} = \sqrt{a} = a^{1/2}$

d) $\sqrt[5]{3^6} : \sqrt[5]{3^4} = \sqrt[5]{3^2} = 3^{2/5}$

25. Los resultados de las operaciones son:

a) $3\sqrt{2} - \dfrac{3}{2}\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \dfrac{4}{5}\sqrt{2} = \dfrac{57}{10}\sqrt{2}$

b) $2\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} + \dfrac{1}{5}\sqrt[3]{250} = -10\sqrt[3]{2}$

c) $\dfrac{4}{5}\sqrt{8} - \sqrt{50} + \dfrac{7}{2}\sqrt{18} - \dfrac{3}{4}\sqrt{98} = \dfrac{37}{20}\sqrt{2}$

26. La solución queda:

a) $Como\ \sqrt[10]{5^2} < \sqrt[10]{2^5}\ entonces\ \sqrt[5]{5} < \sqrt{2}$

b) $Como\ \sqrt[15]{10^5} < \sqrt[15]{10^6}\ entonces\ \sqrt[3]{10} < \sqrt[5]{100}$

c) $Como\ \sqrt[12]{6^2} < \sqrt[12]{4^3}\ entonces\ \sqrt[6]{6} < \sqrt[4]{4}$

d) $Como\ \sqrt[12]{2^3} < \sqrt[12]{2^4} < \sqrt[12]{2^6}\ entonces\ \sqrt[4]{2} < \sqrt[3]{2} < \sqrt{2}$

e) $Como\ \sqrt[18]{3^2} < \sqrt[18]{2^6} < \sqrt[18]{5^9}\ entoces\ \sqrt[9]{3} < \sqrt[3]{2} < \sqrt{5}$

f) $Como\ \sqrt[4]{5^{-3}} < \sqrt[4]{3^{-2}}\ entonces\ \sqrt[4]{5^{-3}} < \sqrt{3^{-1}}$

27. Tras operar obtenemos:

a) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{2^9\cdot 3^3\cdot 5^4}$

b) $\sqrt[6]{a^5}\cdot 5\sqrt{a^3} : \sqrt[10]{a} = 5a^2\sqrt[30]{a^7}$

c) $\sqrt[8]{ab^3}\cdot\sqrt[6]{2a^2b^2} = \sqrt[24]{2^4\cdot a^{11}\cdot b^{17}}$

d) $\sqrt{2ab} : \sqrt[4]{8a^3b} = \sqrt[4]{\dfrac{b}{2a}}$

e) $\sqrt{3\sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[6]{3^5}$

28. Quedan:

a) $\left(2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{9}{2}-2\sqrt{2}$

b) $\left(2\sqrt{7}+3\right)^2-4\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+3\right)=9$

c) $\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)-\left(2+\sqrt{2}\right)^2=-4-4\sqrt{2}$

d) $\left(4\sqrt{18}-2\sqrt{12}+\sqrt{32}\right)\cdot 2\sqrt{2}=64-8\sqrt{6}$

e) $\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}=3\sqrt{6}-9+4\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

f) $\left(\sqrt{72}-\sqrt{20}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+2\sqrt{8}+2\sqrt{5}\right)=30$

29. Tras racionalizar se obtiene:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

b) $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{5}}=\dfrac{2\sqrt[3]{5^2}}{5}$

d) $\dfrac{3}{2\sqrt[4]{3}}=\dfrac{\sqrt[4]{3^3}}{2}$

e) $\dfrac{7}{\sqrt{7}\cdot\sqrt[3]{3}}=\dfrac{\sqrt[6]{7^3\cdot 3^4}}{3}$

f) $\dfrac{3}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{6-3\sqrt{2}}{2}$

g) $\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+3$

h) $\dfrac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}+5}=3-\sqrt{7}$

30. La solución queda:

a) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}\sqrt{96}-\dfrac{3}{\sqrt{7}}\sqrt{189}=11\sqrt{3}$

b) $\dfrac{2\sqrt{18}-5\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=-4$

c) $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{34+23\sqrt{2}}{2}$

d) $\dfrac{2}{1+\sqrt{3}}-\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

31. Queda:

a) $\sqrt{4\sqrt{9\sqrt[3]{729}}}=6$

b) $\sqrt{14+\sqrt{7-\sqrt[4]{81}}}=4$

c) $\left(\sqrt[3]{250}-\sqrt[3]{16}\right)\cdot\sqrt[3]{4}=6$

d) $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5^5}}}}=5\sqrt[16]{5^3}$

32. El zumo supone: $\frac{70}{100}\cdot\frac{4}{5}\cdot Peso = \frac{28}{50}\cdot P.$

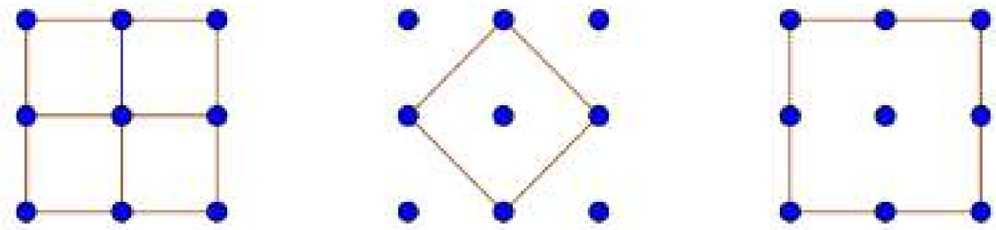
Por tanto: $\frac{28}{50}\cdot P = 2400,\ entonces\ P = 4285{,}7\ kg\ de\ naranjas.$

33. La solución queda:

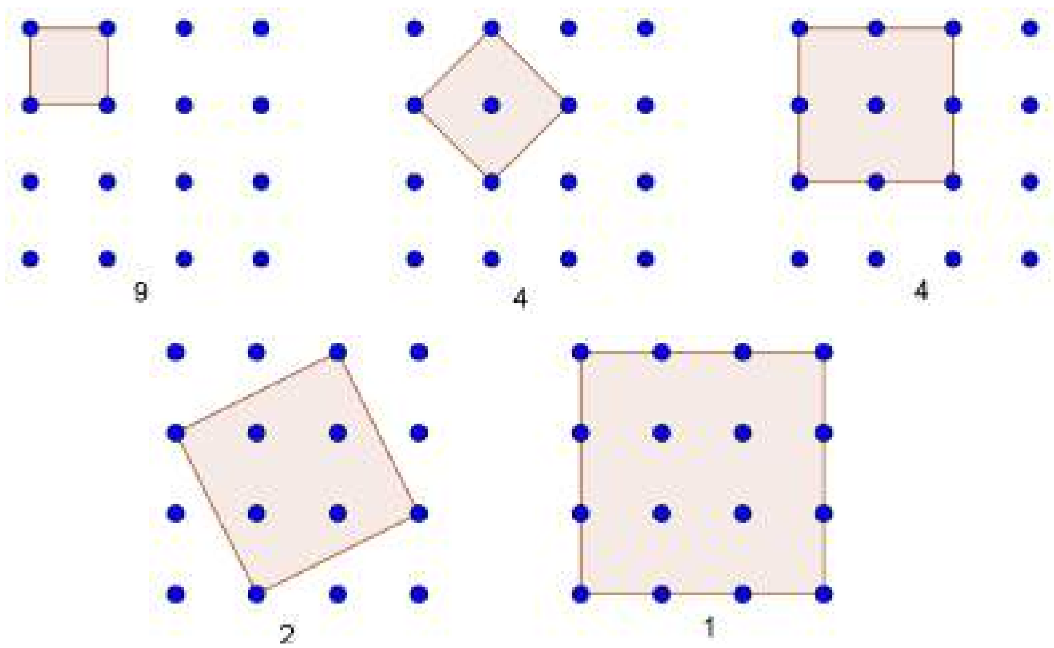
$$\begin{cases} Azúcar\ moreno (AM) = \frac{12}{19}\ caña\ (C) \\ Azúcar\ blanca\ (AB) = \frac{4}{3}\ (AM) \end{cases} \Rightarrow AB = \frac{12}{19}\cdot\frac{4}{3}\cdot C \ \Rightarrow 10\,T = \frac{12}{19}\cdot\frac{4}{3}\cdot C \ \Rightarrow C = 11{,}875\,T\ de\ caña.$$

ACTIVIDADES-PÁG. 33

a) y b) En una cuadrícula de 3 x 3 puntos se pueden dibujar 6 cuadrados de 3 tamaños diferentes.



c) Sobre una cuadrícula de 4 x 4 puntos se pueden dibujar 20 cuadrados de 5 tamaños diferentes.



d) En una cuadrícula de 8 x 8 puntos se pueden dibujar cuadrados de 13 tamaños diferentes y podremos encontrar:

$$1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 6^2 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 4^2 + 5 \cdot 3^2 + 6 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2 = 336 \text{ cuadrados.}$$

e) Sobre una cuadrícula de n x n puntos se pueden dibujar cuadrados de 2n - 3 tamaños diferentes y el siguiente número de cuadrados:

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} i \cdot (n-i)^2 = 1 \cdot (n-1)^2 + 2 \cdot (n-2)^2 + 3 \cdot (n-3)^2 + \ldots + (n-1) \cdot 1^2 = \frac{n^4 - n^2}{12}$$