UNIDAD 10: TIPOS DE MOVIMIENTOS

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 225

1. Comenta las siguientes afirmaciones:
a) En general, la distancia recorrida por un móvil es mayor que el módulo de su desplazamiento.
b) El desplazamiento que experimenta un móvil entre dos posiciones es independiente de su trayectoria.

a) Verdadero, la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta que coincide con el módulo del desplazamiento.

b) Verdadero, el desplazamiento solo depende de la posición inicial y final y es independiente de la trayectoria que siga el móvil.

2. Desde una ventana del colegio se lanza horizontalmente una pelota de tenis y en el mismo instante se deja caer un balón de baloncesto. ¿Cuál llegará antes al suelo?

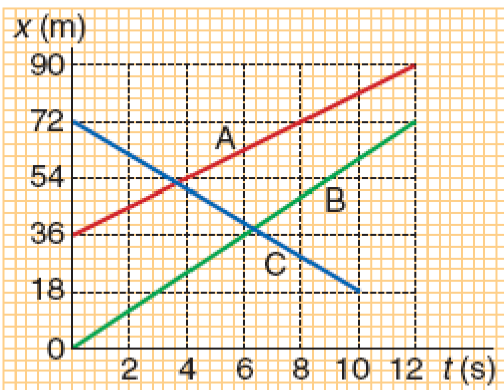
Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

3. Cuatro niños corren uno detrás de otro con velocidad constante y en línea recta. Si en un momento determinado el primero lanza verticalmente una pelota hacia arriba, ¿quién la recogerá?

La recoge el primero. La pelota, en el momento de abandonar la mano, lleva horizontalmente la velocidad del niño. Horizontalmente está animada por un movimiento con velocidad constante, por lo que está permanentemente en la vertical del niño que la lanza.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 226

1. Escribe la ecuación de la posición y la ecuación vectorial del movimiento para los movimientos rectilíneos representados en la figura adjunta.



La ecuación de la posición de un movimiento rectilíneo uniforme es:
$x = x_0 + v \cdot t$

La posición inicial es igual a la ordenada en el origen y la velocidad es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

A) $x_0 = 36$ m; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{90\,m - 36\,m}{12\,s - 0\,s} = 4{,}5\,m/s$; $x = 36\ m + 4{,}5\ m/s \cdot t$

B) $x_0 = 0$ m; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{72\,m - 0\,m}{12\,s - 0\,s} = 6\,m/s$; $x = 6\ m/s \cdot t$

C) $x_0 = 72$ m; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18\,m - 72\,m}{10\,s - 0\,s} = -5{,}4\,m/s$; $x = 72\ m - 5{,}4\ m/s \cdot t$

La velocidad de este movimiento es negativa, ya que se acerca al origen de coordenadas.

Las ecuaciones vectoriales del movimiento se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del mismo. En este caso por el vector unitario $\vec{i}$.

$\vec{x}_A = (36\,m + 4{,}5\,m/s \cdot t) \cdot \vec{i}$; $\vec{x}_B = 6\ m/s \cdot t \cdot \vec{i}$; $\vec{x}_C = (72\,m - 5{,}4\,m/s \cdot t) \cdot \vec{i}$

2. Un móvil recorre una trayectoria rectilínea y pasa por la posición x = 5 m con una velocidad constante de 3 m/s. Calcula su posición el cabo de 10 s. Escribe las expresiones del los vectores de posición inicial y final, del vector velocidad y del vector desplazamiento.

La posición en cualquier instante es: $x = x_0 + v \cdot t = 5\ m + 3\ m/s \cdot t$
La posición pedida es: $x_{10} = 5\ m + 3\ m/s \cdot 10\ s = 35\ m$
El vector de posición es: $\vec{x} = (5\,m + 3\ m/s \cdot t) \cdot \vec{i}$

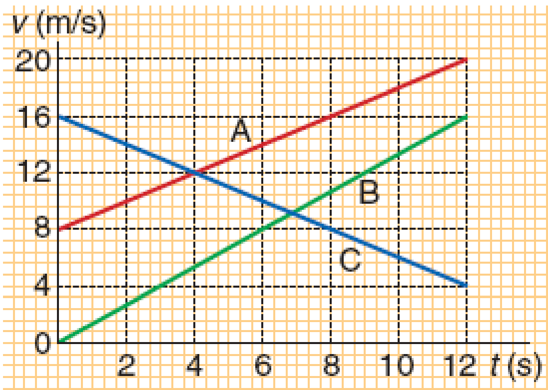
Y los vectores de posición pedidos son: $\vec{x}_0 = 5 \cdot \vec{i}\,m$; $\vec{x}_{10} = 35 \cdot \vec{i}\,m$

El vector velocidad: $\vec{v} = 3 \cdot \vec{i}\,m/s$

Y el vector desplazamiento: $\Delta\vec{x} = \vec{x}_{10} - \vec{x}_0 = 30 \cdot \vec{i}\,m$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 227

3. Escribe la ecuación vectorial de la velocidad para los movimientos representados en la figura adjunta.



La ecuación de la velocidad de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es:

$v = v_0 + a \cdot t$

La velocidad inicial es igual a la ordenada en el origen y la aceleración es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

A) v_0 = 8 m/s; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{20\,m/s - 8\,m/s}{12\,s - 0\,s} = 1\,m/s^2$; v = 8 m/s + 1 $m/s^2 \cdot t$

B) v_0 = 0 m/s; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{16\,m/s - 0\,m/s}{12\,s - 0\,s} = 1{,}3\,m/s^2$; v = 1,3 $m/s^2 \cdot t$

C) v_0 = 16 m/s; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{4\,m/s - 16\,m/s}{12\,s - 0\,s} = -1\,m/s^2$; v = 16 m/s - 1 $m/s^2 \cdot t$

La aceleración de este movimiento es negativa, ya que el móvil se frena.

Las ecuaciones vectoriales de la velocidad se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del movimiento. En este caso por el vector unitario $\vec{i}$.

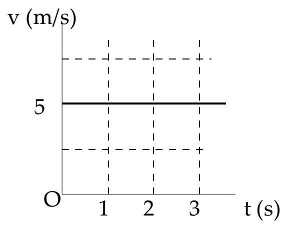
$\vec{v}_A = (8\,m/s + 1\,m/s^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$; $\vec{v}_B = 1{,}3\ m/s^2 \cdot t \cdot \vec{i}$; $\vec{v}_C = (16\,m/s - 1\,m/s^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$

4. Escribe las ecuaciones vectoriales de la velocidad de los siguientes movimientos de trayectoria rectilínea y represéntalos gráficamente.
a) Un móvil que lleva una velocidad constante de 5 m/s.
b) Un móvil lleva una velocidad de 36 km/h y acelera con a = 2 m/s^2.
c) Un móvil que lleva una velocidad de 18 m/s se frena con una aceleración de 3 m/s^2.

La ecuación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es:
$v = v_0 + a \cdot t$
Para representar los movimientos gráficamente se construye la correspondiente tabla de valores que recoge los sucesivos valores de la velocidad en el transcurso del tiempo.

a) $\vec{v} = 5 \cdot \vec{i}\ m/s$

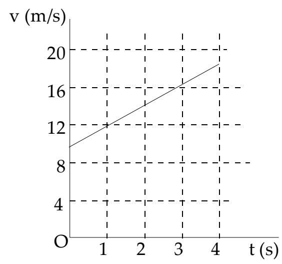
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	5	5	5	5	5



b) La velocidad inicial en el SI es: v = 36 km/h = 10 m/s

$\vec{v} = (10\,m/s + 2\,m/s^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$

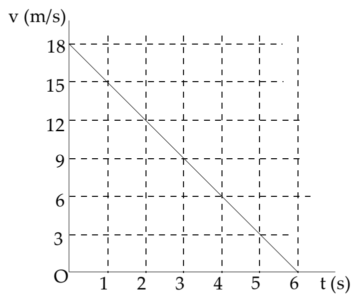
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	10	12	14	16	18



c) Como el móvil se frena, se considera que su aceleración es negativa.

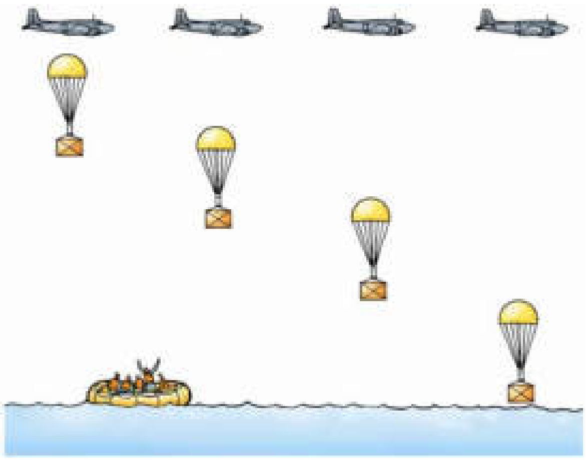
$\vec{v} = (18\,m/s - 3\,m/s^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
x (m)	18	15	12	9	6	3	0



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 232

5. Un avión que vuela horizontalmente deja caer un paquete con víveres a unos náufragos. Dibuja un esquema de la trayectoria que sigue el paquete y descríbela desde el punto de vista del piloto del avión y desde el de los náufragos.



Para el piloto el paquete describe una trayectoria rectilínea, y siempre está en su propia vertical. El paquete se mueve verticalmente con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, siendo su velocidad inicial igual a cero.

Para los náufragos, el movimiento del paquete se descompone en dos. Uno vertical uniformemente acelerado y otro horizontal uniforme. La composición de los dos movimientos obliga al paquete a describir una trayectoria parabólica.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 242

1. Un objeto realiza un movimiento uniformemente acelerado con aceleración constante. ¿Puede ser en algún instante su velocidad igual a cero?

Si puede ser su velocidad igual a cero en algún instante. Por ejemplo, un objeto lanzado verticalmente describe un movimiento uniformemente acelerado con velocidad constante y cuando llega al punto más elevado de su trayectoria su velocidad es igual a cero.

2. Desde la terraza de una casa se lanzan dos pelotas, una hacia arriba y otra hacia abajo, con la misma velocidad inicial. ¿Cuál de las dos llegará con mayor velocidad al suelo de la calle?

Llegan al suelo con la misma velocidad. La que va hacia arriba, vuelve a pasar por el punto de lanzamiento con la misma velocidad con que se lanzó pero con sentido hacia abajo.

3. Aplicando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado deduce la siguiente ecuación que relaciona las velocidades con la aceleración y la variación de la posición: $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

Las ecuaciones de la posición y de la velocidad en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado son: $v_f = v_0 + a \cdot t$; $x = x_0 + v_0 \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$.

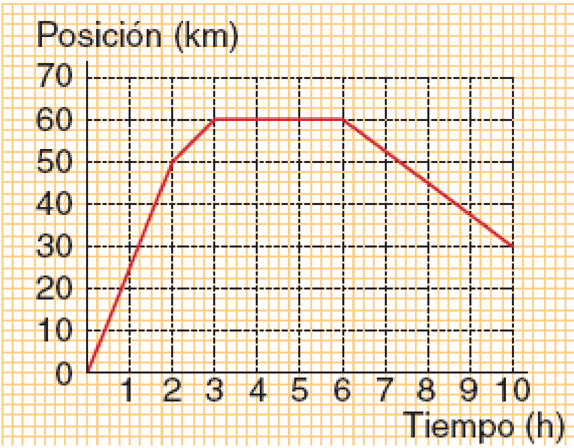
Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda: $t = \frac{v_f - v_0}{a}$

$$\Delta x = v_0 \frac{v_f - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{v_f - v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0 \cdot (v_f - v_0)}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v_f - v_0)^2}{a}$$

Operando: $2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot v_0 \cdot v_f - 2 \cdot v_0^2 + v_f^2 + v_0^2 - 2\, v_f \cdot v_0$

Simplificando y ordenando: $v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

4. La gráfica adjunta representa la posición de un móvil respecto a un sistema de referencia en el transcurso del tiempo. Calcula la velocidad del móvil en cada uno de los tramos de la gráfica. Determina la distancia total recorrida por el vehículo. Si la trayectoria fuera una línea recta, determina el desplazamiento que experimenta el móvil.



a) Aplicando la definición de velocidad a cada tramo de la gráfica, se tiene:

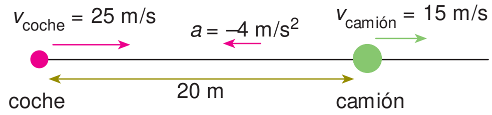
$$v_A = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{50\,\text{km} - 0\,\text{km}}{2\,\text{h} - 0\,\text{h}} = 25\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\ ;\quad v_B = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{60\,\text{km} - 50\,\text{km}}{3\,\text{h} - 2\,\text{h}} = 10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$v_C = 0$ (está parado el móvil); $v_D = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{30\,\text{km} - 60\,\text{km}}{10\,\text{h} - 6\,\text{h}} = -7{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) Distancia recorrida = 50 km + 10 km + 0 km + 30 km = 90 km

c) El desplazamiento total es: $\Delta x = x - x_0 = 30\text{ km} - 0\text{ km} = 30\text{ km}$

5. En una noche de niebla, transita un camión, por una carretera recta y estrecha, con una velocidad constante de 54 km/h y detrás del camión, va un automóvil con una velocidad de 90 km/h. El conductor del coche no descubre al camión hasta que se encuentra a 20 m de él. Si en ese instante pisa el freno imprimiendo una aceleración de 4 m/s², determina si habrá colisión.



Las velocidades de los vehículos en unidades de SI son:
v_{coche} = 90 km/h = 25 m/s; $v_{camión}$ = 54 km/h = 15 m/s

Se elige como origen del sistema de referencia la posición que ocupa el automóvil en el instante en el que el conductor descubre al camión. Las respectivas posiciones del automóvil y el camión, en cualquier instante, son:

$e_{camión} = e_{0,\ camión} + v_{camión} \cdot t = 20\ m + 15\ m/s \cdot t$

$e_{coche} = e_{0,\ coche} + v_{0,\ coche} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0\ m + 25\ m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-4\ m/s^2) \cdot t^2$

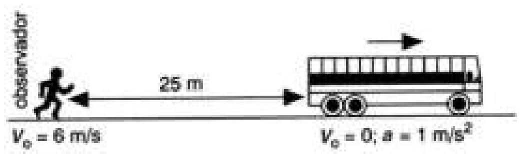
En el caso de que exista accidente los dos vehículos ocuparán la misma posición en el mismo instante.

$e_{camión} = e_{coche} \Rightarrow 20\ m + 15\ m/s \cdot t = 25\ m/s \cdot t - 2\ m/s^2 \cdot t^2$

Ordenando términos: $2\ m/s^2 \cdot t^2 - 10\ m/s \cdot t + 20\ m = 0 \Rightarrow t^2 - 5\ t + 10 = 0$

El discriminante de esta ecuación de segundo grado: $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 10 < 0$
La ecuación no tiene solución real y por tanto concluimos que no hay colisión, es decir, el automóvil reduce su velocidad hasta una cantidad menor que la del camión antes de alcanzarlo.

6. Un peatón camina con una velocidad de 6 m/s y ve a un autobús que está parado en un semáforo a 25 m. En ese instante, el autobús arranca con una aceleración de 1 m/s². ¿Cogerá el peatón el autobús?



Se considera que el movimiento es de trayectoria rectilínea y se sitúa el origen en el punto en el que se encuentra el peatón al comienzo de la observación. El movimiento del peatón es uniforme y el del autobús uniformemente acelerado.

Aplicando las ecuaciones de la posición para ese tipo de movimientos, se tiene que las respectivas posiciones en cualquier instante son:

peatón: $x_p = 6\ m/s \cdot t$; autobús: $x_a = 25\ m + \frac{1}{2} \cdot 1\ m/s^2 \cdot t^2$

El peatón alcanzará al autobús cuando ocupen la misma posición en el mismo instante.

$x_p = x_a;\ 6\ m/s \cdot t = 25\ m + \frac{1}{2} \cdot 1\ m/s^2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 - 12 \cdot t + 50 = 0$

El discriminante de esta ecuación segundo grado:

$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = -56 < 0$

Es menor que cero, por lo que la ecuación no tiene solución real. Y se concluye que el peatón no alcanza nunca al autobús.

7. Un conductor transita por una carretera con una velocidad de 72 Km/h y ve que se enciende la luz ámbar de un semáforo situado a una distancia de 100 m . Si el semáforo tarda 2 s en cambiar a rojo y el coche frena con una aceleración de 2 m/s^2, ¿crees que cometerá infracción?

La velocidad en unidades del SI es: v = 72 km/h = 20 m/s

Aplicando la ecuación de la velocidad se determina el tiempo que tarda el coche en detenerse.
$v = v_0 + a \cdot t$; $0 = 20 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$

En ese tiempo recorre una distancia:
$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m}$
Aunque por el tiempo que tarda en pararse parecería que comete infracción, no la comete ya que se detiene en la misma posición en la que está colocado el semáforo.

8. Un automóvil va por una carretera recta a 90 km/h en un punto donde el límite de velocidad es 50 km/h. Un coche de la policía, parado en ese punto, arranca y lo persigue con una aceleración de 1,2 m/s^2. Calcula el tiempo que tarda la policía en darle alcance, la distancia recorrida y la velocidad en ese instante.

El movimiento del automóvil es uniforme y el del vehículo de la policía uniformemente acelerado.
$v_{automóvil} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

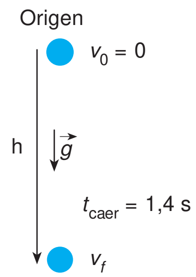
Situando el origen de referencia en el punto en que arranca la policía, se tiene que las posiciones de la policía y del automóvil en cualquier instante son:
$e_{automóvil} = 25 \text{ m/s} \cdot t$; $e_{policía} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$

Igualando las posiciones: $25 \text{ m/s} \cdot t = 0{,}6 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$
Ecuación que tiene dos soluciones: el instante inicial t = 0 s y t = 41,7 s.

Con lo que la distancia que recorren en: e = 25 m/s · 41,7 s = 1042,5 m = 1,042 km.

La velocidad del automóvil de la policía en ese instante es:
$v = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 1{,}2 \text{ m/s}^2 \cdot 41{,}7 \text{ s} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$

9. Desde la terraza de un edificio se deja caer, partiendo del reposo, una pelota de tenis que tiene una masa de 55 g. Si tarda 1,4 s en golpear contra el suelo, determina la altura de la terraza y la velocidad con que golpea la pelota contra el suelo. ¿Cómo se modifican las magnitudes anteriores si se deja caer un balón de baloncesto?



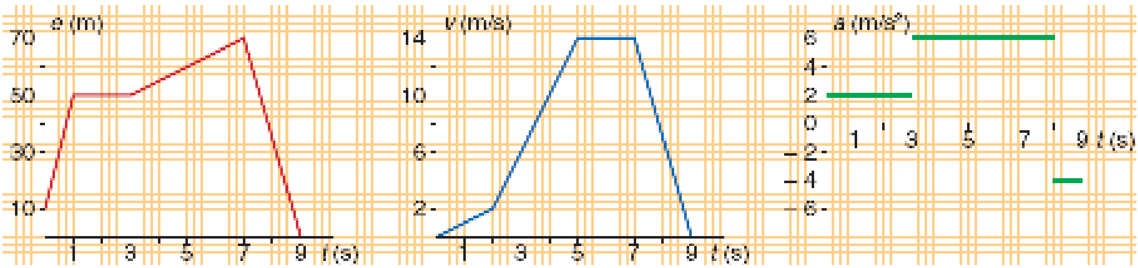
Se elige como sistema de referencia el punto de lanzamiento y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la ecuación de la posición, se tiene que la altura de la terraza es:

$$h = \Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot (1{,}4\ s)^2 = 5{,}8\ m$$

La velocidad con que la pelota golpea contra el suelo es:
$v = v_0 + g \cdot t = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 1{,}4\ s = 13{,}7\ m/s$

Las magnitudes anteriores no se modifican al dejar caer un objeto mayor, ya que todos los cuerpos caen en las proximidades de la superficie de la Tierra con la misma aceleración.

10. Interpreta cuantitativamente cada una de las gráficas adjuntas.



Para cada una de ellas, determina: la posición final del móvil, la distancia recorrida y el desplazamiento. En la gráfica de la velocidad el móvil parte desde el origen y en la de la aceleración arranca desde el origen y del reposo.

Las gráficas se analizan por tramos.

a) Gráfica posición→tiempo.

tramo a: $e_0 = 10\ m$, $e_f = 50\ m$, $\Delta e = e_f - e_0 = 40\ m$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{40\ m}{1\ s} = 40\ \frac{m}{s}$

tramo b: $e_0 = 50\ m$, $e_f = 50\ m$, $\Delta e = e_f - e_o = 50\ m - 50\ m = 0\ m$, $v = 0\ m/s$

tramo c: $e_0 = 50\ m$, $e_f = 70\ m$, $\Delta e = e_f - e_o = 20\ m$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{20\ m}{4\ s} = 5\ \frac{m}{s}$

tramo d: $e_0 = 70\ m$, $e_f = 0\ m$, $\Delta e = e_f - e_0 = -70\ m$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{-70\ m}{2\ s} = -35\ \frac{m}{s}$

El desplazamiento en total: $e_f - e_0 = 0 - 20\ m = -20\ m$
La distancia recorrida es: 30 m + 0 m + 20 m + 70 m = 120 m

b) Diagrama velocidad → tiempo.

tramo a: $v_0 = 0$, $v_f = 2\ m/s$, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\ m/s}{2\ s} = 1\ \frac{m}{s^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0\ m/s \cdot 2\ s + \frac{1}{2} \cdot 1\ m/s^2 \cdot (2\ s)^2 = 2\ m,$

$e_f = e_0 + \Delta e = 0\ m + 2\ m = 2\ m$

tramo b: $v_0 = 2\ m/s$, $v_f = 14\ m/s$, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12\ m/s}{3\ s} = 4\ \frac{m}{s^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2\ m/s \cdot 3\ s + \frac{1}{2} \cdot 4\ m/s^2 \cdot (3\ s)^2 = 24\ m;$

$e_f = e_o + \Delta e = 2\ m + 24\ m = 26\ m$

tramo c: $v_0 = 14\ m/s$, $v_f = 14\ m/s$, $a = 0\ m/s^2$

$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 14\ m/s \cdot 2\ s + 0 = 28\ m$; $e_f = e_o + \Delta e = 26\ m + 28\ m = 54\ m$

tramo d: $v_0 = 14\ m/s$, $v_f = 0\ m/s$, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-14\ m/s}{2\ s} = -7\ \frac{m}{s^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 14\ m/s \cdot 2\ s - \frac{1}{2} \cdot 7\ m/s^2 \cdot (2\ s)^2 = 14\ m;$

$e_f = e_o + \Delta e = 54\ m + 14\ m = 68\ m$

En este caso la distancia recorrida coincide con el desplazamiento, ya que no hay cambios de sentido del movimiento.

c) Diagrama aceleración-tiempo.
tramo a: $a = 2\ m/s^2$, $v_0 = 0\ m/s$, $v_f = v_o + at = 0\ m/s + 2\ m/s^2 \cdot 3\ s = 6\ m/s$

$e_0 = 0$, $\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0\ m + \frac{1}{2} \cdot 2\ m/s^2 \cdot (3\ s)^2 = 9\ m;$

$e_f = e_0 + \Delta e = 0\ m + 9\ m = 9\ m$

tramo b: $a = 6\ m/s^2$, $v_0 = 6\ m/s$, $v_f = v_o + a \cdot t = 6\ m/s + 6\ m/s^2 \cdot 5\ s = 36\ m/s$
$e_0 = 9\ m$, $\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 6\ m/s \cdot 5\ s + 1/2 \cdot 6\ m/s^2 \cdot (5\ s)^2 = 105\ m;$
$e_f = e_0 + \Delta e = 9\ m + 105\ m = 114\ m$

tramo c: $a = -4\ m/s^2$, $v_0 = 36\ m/s$, $v_f = v_o + a \cdot t = 36\ m/s - 4\ m/s^2 \cdot 1\ s = 32\ m/s$

$e_0 = 124\ m$, $\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 36\ m/s \cdot 1\ s - \frac{1}{2} \cdot 4\ m/s^2 \cdot (1\ s)^2 = 34\ m$

$e_f = e_0 + \Delta e = 114\ m + 34\ m = 148\ m$

11. Determina las ecuaciones de un movimiento uniformemente variado sabiendo que: la aceleración es 8 m/s^2; la velocidad se anula para t = 3 s y el móvil pasa por el origen de coordenadas en el instante t = 11 s.

En primer lugar se determinan las constantes del movimiento.
La velocidad se anula en el instante 3 s: $v_3 = v_0 + a \cdot t$; $0 = v_0 + 8\ m/s^2 \cdot 3\ s \Rightarrow v_o = -24\ m/s$

Como pasa por el origen en el instante 11 s.

$e_{11} = e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$; $0 = e_0 + (-24\ m/s) \cdot 11\ s + \frac{1}{2}\ 8\ m/s^2 \cdot (11\ s)^2 \Rightarrow e_0 = -220\ m$

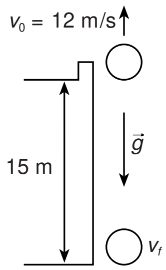
Las ecuaciones de la velocidad y posición en cualquier instante son:

$v = v_0 + a \cdot t = - 24\ m/s + 8\ m/s^2 \cdot t$;

$e = e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = - 220\ m - 24\ m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 8\ m/s^2 \cdot t^2$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 243

12. Desde una ventana de una casa que está a 15 m del suelo se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 12 m/s. Determina la altura máxima que alcanza, el tiempo que tarda en golpear contra el suelo y la velocidad en ese instante.



Se elige un sistema de referencia con el origen en el suelo, el eje Y la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.

a) La pelota alcanza su máxima altura cuando su velocidad se anula.
$v = v_0 + g \cdot t$; $0 = 12\ m/s + (- 9{,}8\ m/s^2) \cdot t \Rightarrow t = 1{,}2\ s$

Sustituyendo en la ecuación de la posición:

$y_{máxima} = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 15\ m + 12\ m/s \cdot 1{,}2\ s + \frac{1}{2} \cdot (- 9{,}8\ m/s^2)\ (1{,}2\ s)^2 = 22{,}3\ m$

b) Aplicando la ecuación de la posición y como $y_{suelo} = 0\ m$, tenemos:

$y_{suelo} = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$; $0 = 15\ m + 12\ m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (- 9{,}8\ m/s^2)\ t^2$

Despejando, el tiempo que está en el aire es: $t = 3{,}4\ s$

c) Sustituyendo en la ecuación de la velocidad:

$v_{suelo} = v_0 + g \cdot t = 12\ m/s + (- 9{,}8\ m/s^2) \cdot 3{,}4\ s = - 21{,}3\ m/s$

De signo negativo, ya que su sentido es hacia abajo.

13. La posición de una partícula queda determinada por la ecuación: $x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10$. Representa las gráficas $x \rightarrow t$; $v \rightarrow t$ y $a \rightarrow t$.

Comparando la ecuación del movimiento con la ecuación general de la posición:

$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

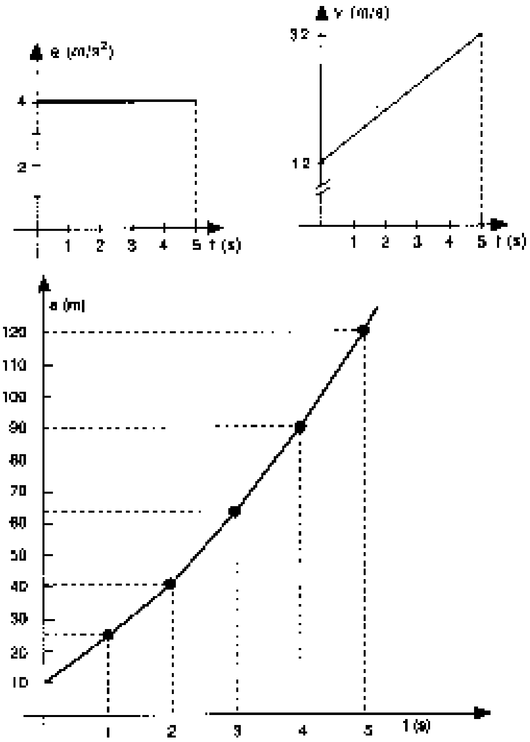
Se determinan las constantes del movimiento:

$x_0 = 10\ m$, $v_0 = 12\ m/s$, $a = 4\ m/s^2$

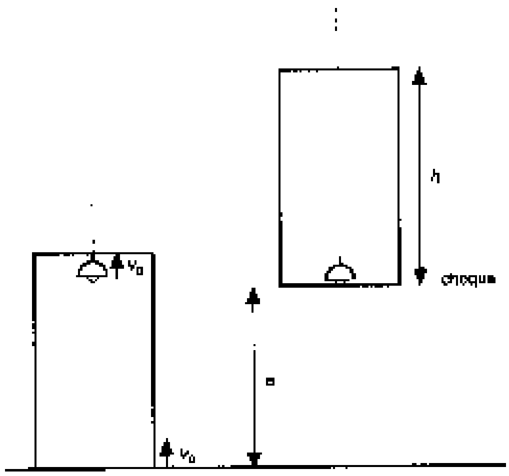
Aplicando las ecuaciones del movimiento, se construye una tabla de valores:

$x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10$, $a = 4$ y $v = 12 + 4 \cdot t$

t(s)	$a(m/s^2)$	v(m/s)	x(m)
0	4	12	10
1	4	16	24
2	4	20	42
3	4	24	64
4	4	28	90
5	4	32	120



14. Un ascensor asciende con una velocidad de 2 m/s. En un instante se suelta una lámpara que cuelga del techo. Calcula el tiempo que tarda en chocar contra el suelo del ascensor. Resuelve el mismo ejercicio cuando el ascensor está parado y cuando baja con la misma velocidad.



Se sitúa un observador fuera del ascensor, que elige como origen de un sistema de referencia la posición que ocupa el suelo del ascensor en el instante en el que se suelta la lámpara.

Sea h la altura del ascensor y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba. El movimiento del suelo es rectilíneo uniforme y el de la lámpara es rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del suelo y de la lámpara en cualquier instante son:

$y_{suelo} = 0 + v_{0,\ suelo} \cdot t$; $y_{lámpara} = h + v_{0,\ lámpara} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$

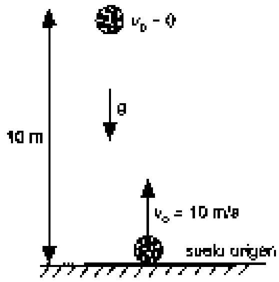
En el instante del choque la lámpara y el suelo tienen la misma posición.

$y_{suelo} = y_{lámpara}$; $v_{0,\ suelo} \cdot t = h + v_{0,\ lámpara} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$

Tanto si sube como si baja el ascensor, la velocidad inicial de la lámpara coincide con la del suelo por lo que el tiempo es el mismo en todos los casos:

$0 = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

15. Se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad de 10 m/s. En ese instante, se deja caer otra, partiendo del reposo, desde 10 m de altura. Calcula el punto de encuentro y la velocidad de las pelotas en el momento del choque.



Se elige como origen de un sistema de referencia el suelo y el eje Y la vertical. Los movimientos de las pelotas son rectilíneos uniformemente acelerados.

Aplicando la ecuación de la posición, asignando el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba y aproximando el valor de la aceleración de la gravedad a 10 m/s^2, se tiene que las posiciones en cualquier instante son:

$y_{sube} = 0\text{ m} + 10\text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10\text{ m/s}^2) \cdot t^2$: $y_{baja} = 10\text{ m} + 0\text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2}\ (-10\text{ m/s}^2) \cdot t^2$

Las pelotas se encuentran cuando ocupan la misma posición en el mismo instante:

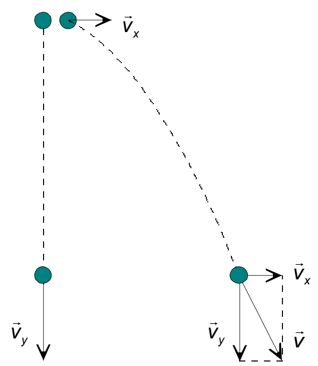
$y_{sube} = y_{baja}$; $10\text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10\text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 10\text{ m} + \frac{1}{2}\ (-10\text{ m/s}^2) \cdot t^2$

Despejando el tiempo que tardan en chocar es: t = 1 s;

$y_{choque} = 10\text{ m} + \frac{1}{2}\ (-10\text{ m/s}^2) \cdot (1\text{ s})^2 = 5\text{ m}$ del suelo.

Las velocidades de las pelotas, en ese instante, son:
$v_{sube} = v_0 + g \cdot t = 10 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 0$, está en el punto más alto de su trayectoria.
$v_{baja} = v_0 + g \cdot t = 0 - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1\text{s} = - 10 \text{ m/s}$, va hacia abajo.

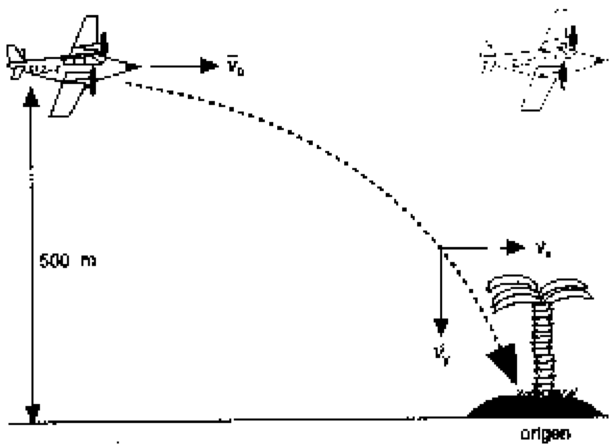
16. Desde la terraza de un edificio se deja caer una pelota y en el mismo instante se lanza otra horizontalmente. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál de las dos golpea al suelo con mayor velocidad?



Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

Si embargo la velocidad con la que llegan al suelo es mayor para la pelota que se lanza horizontalmente, ya que su velocidad posee una componente horizontal que no tiene la que se lanza verticalmente.

17. Un avión de socorro vuela horizontalmente y con velocidad constante de 90 m/s a una altura de 500 m. Calcula a qué distancia de unos náufragos debe soltar un paracaídas con víveres, para que llegue a su destino.



Se elige un sistema de referencia con su origen de coordenadas en la posición de los náufragos, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

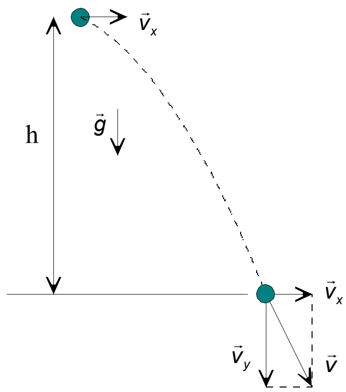
El movimiento de la bolsa se puede descomponer en un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical uniformemente acelerado. Se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen su sentido hacia arriba y se aproxima el valor de la aceleración de la gravedad a 10 m/s^2.

Aplicando la ecuación de la posición, se determina el tiempo que tarda la bolsa en caer:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2; \quad 0 \text{ m} = 500 \text{ m} + 0 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (- 10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

En este tiempo, la bolsa se víveres se ha trasladado horizontalmente una distancia:
$x = v_x \cdot t = 90 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 900 \text{ m}$
Hay que soltar la bolsa 900 m antes de la vertical de los náufragos.

18. El caño de una fuente situado a 70 cm del suelo lanza un chorro de agua horizontalmente que golpea en el suelo a 1 m de la base de la fuente. Calcula la velocidad con la que sale el agua y con la que llega al suelo.



Se elige un sistema de referencia con el origen el caño de la fuente, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del chorro de agua se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

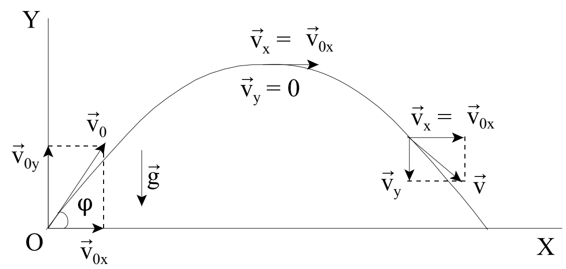
Si se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo, la posición de las gotas de agua en cualquier instante es:
$x = v_{0x} \cdot t$; $y = ½ \cdot g \cdot t^2$

Cuando el agua llega al suelo, su posición es $y = y_{suelo} = 0{,}70$ m
$0{,}70 \text{ m} = ½ \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}38$ s

Y sustituyendo en la posición horizontal: $x = v_{0x} \cdot t$; $1 \text{ m} = v_{ox} \cdot 0{,}38 \text{ s} \Rightarrow v_{ox} = 2{,}63$ m/s

b) Las componentes de la velocidad en el momento de golpear con el suelo son:
$v_x = v_{ox} = 2{,}63$ m/s
$v_y = v_{oy} + g \cdot t = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}38 \text{ s} = 3{,}72$ m/s
El modulo de la velocidad es: $v = \sqrt{(2{,}63 \text{m/s})^2 + (3{,}72 \text{m/s})^2} = 4{,}6 \text{m/s}$

19. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60º y una velocidad de 50 m/s. Calcula altura máxima sobre el suelo, el alcance y la velocidad en el punto más alto de la trayectoria.



Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto de lanzamiento, el eje *X* paralelo al suelo y el eje *Y* la vertical.

El movimiento de la pelota se puede descomponer en un movimiento horizontal rectilíneo uniforme y otro, vertical rectilíneo uniformemente acelerado. Las condiciones iniciales son:

Movimiento horizontal: $x_0 = 0$ m; $v_{ox} = v_0 \cdot \cos φ$; $a_x = 0$

Movimiento vertical: $y_0 = 0$ m; $v_{oy} = v_0 \cdot \text{sen } φ$; $a_y = - g$

La velocidad de la pelota en cualquier instante es: $v_x = v_0 \cdot \cos φ$; $v_y = v_0 \cdot \text{sen } φ - g \cdot t$

La posición de la pelota en cualquier instante es:

$x = v_0 \cdot \cos φ \cdot t$; $y = v_0 \cdot \text{sen } φ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

a) La máxima altura se consigue cuando la componente vertical de la velocidad sea igual a cero.

$v_y = v_0 \cdot \text{sen}\ \varphi - g \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\ \varphi}{g} = \frac{50\ \text{m/s} \cdot \text{sen}\ 60^\circ}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 4{,}42\ \text{s}$

Al cabo de este tiempo la posición vertical de la pelota es:

$y = v_o \cdot \text{sen}\ \varphi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 50\ \text{m/s} \cdot \text{sen}\ 60^\circ \cdot 4{,}42\ \text{s} - ½ \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (4{,}42\ \text{s})^2 =$
$= 95{,}66\ \text{m}$

b) La pelota golpea contra el suelo cuando su posición vertical es igual a cero.

$y = v_0 \cdot \text{sen}\ \varphi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2;\ 0 = 50\ \text{m/s} \cdot \text{sen}\ 60^\circ - ½ \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t^2$

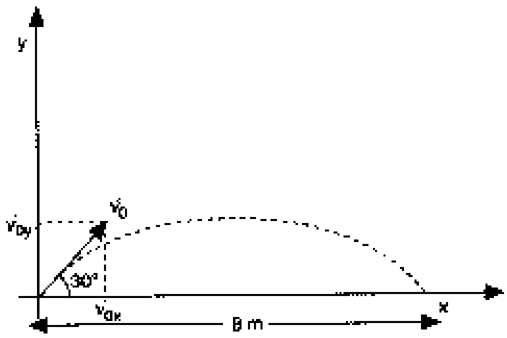
Con dos soluciones: $t_1 = 0$ y $t_2 = \frac{2 \cdot 50\ \text{m/s} \cdot \text{sen}60^\circ}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 8{,}84\ \text{s}$

Que son el instante inicial y el tiempo de vuelo.

Durante este tiempo, la pelota se traslada una distancia:
$x = v_0 \cdot \cos\ \varphi \cdot t = 50\ \text{m/s} \cdot \cos\ 60^\circ \cdot 8{,}84\ \text{s} = 221\ \text{m}$

c) En el punto más elevado de la trayectoria, la velocidad solamente tiene componente horizontal.
$v = v_x = v_0 \cdot \cos\ \varphi = 50\ \text{m/s} \cdot \cos\ 60^\circ = 25\ \text{m/s}$

20. Un saltador de longitud salta 8 m cuando lo hace con un ángulo de 30º con la horizontal. ¿Cuánto saltaría, en las mismas condiciones, si lo hiciera con un ángulo de 45º?



Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto de salto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Prescindiendo de la fricción con el aire el movimiento del saltador se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del saltador en cualquier instante es:

$x = v_{0x} \cdot t;\ y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$

Al volver al suelo, la posición x es igual a 8 m y la y es igual a 0 m. Sustituyendo se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} 8 = v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 0 = v_0 \cdot \text{sen} 30^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2 \end{array}\right\};\ \left.\begin{array}{l} 8 = v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 5 \cdot t = v_0 \cdot \text{sen} 30^\circ \end{array}\right\}$$

Dividiendo miembro a miembro la segunda ecuación entre la primera, se tiene el tiempo que dura el salto.

$$\frac{v_0 \cdot \text{sen } 30^o}{v_0 \cdot t \cdot \cos 30^o} = \frac{5 \times t}{8} \;;\; \frac{8}{5} \text{ tg } 30^o = t^2 \Rightarrow t = 0{,}96 \text{ s}$$

Y la velocidad inicial con que se efectúa el salto es:

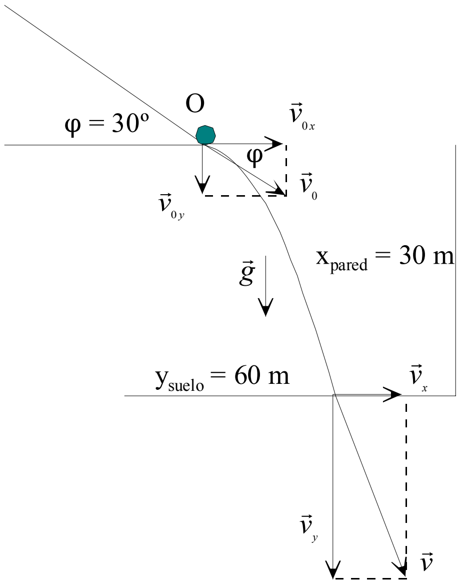
$$v_0 = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^o \cdot t} = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^o \cdot 0{,}96 \text{ s}} = 9{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora se calcula la longitud del salto en caso de que lo haga con un ángulo de 45°. Para ello, si se iguala a cero la nueva ecuación de la posición en el eje Y, se obtiene el tiempo que dura el salto.

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-\,g) \cdot t^2; \; 0 \text{ m} = 9{,}6 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 45^o \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Que tiene dos soluciones una $t_1 = 0$ que es el instante inicial y otra $t_2 = 1{,}36$ s que es lo que dura el salto.
Sustituyendo en la ecuación de la posición en el eje X:
$x = v_{0x} \cdot t = 9{,}6 \text{ m/s} \cdot \cos 45^o \cdot 1{,}36 \text{ s} = 9{,}23 \text{ m}$

21. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30º con la horizontal, y al llegar al extremo lleva una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es de 60 m y la anchura de la calle es de 30 m. Escribe la ecuación de la trayectoria. ¿Dónde golpeará primero, contre al suelo o contra la pared opuesta?



Se elige un sistema de referencia con el origen de coordenadas el punto en el que la pelota abandona el tejado, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

Se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo. Las posiciones del suelo y de la pared son:
$y_{suelo} = 60$ m; $x_{pared} = 30$ m

El movimiento de la pelota se puede descomponer en dos, uno horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Las ecuaciones de las distintas magnitudes de estos movimientos son:
$a_x = 0$; $v_x = v_{0x} = v_o \cdot \cos \varphi = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^o$

$x = x_0 + v_{ox} \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^o \cdot t$

$a_y = g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$; $v_y = v_{0y} + a_y \cdot t = v_o \cdot \text{sen } \varphi + g \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30^o + 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t$

$y = y_0 + v_{oy} \cdot t + ½ \cdot a_y \cdot t^2 = 10 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30^o \cdot t + ½ \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$

a) La ecuación de la trayectoria se determina eliminando el tiempo entre las dos ecuaciones de la posición.

$x = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30° \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{x}{8{,}66}$

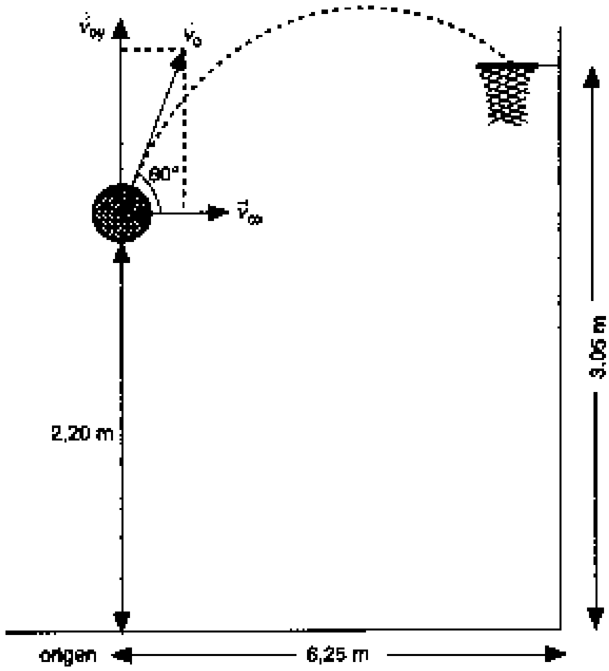
$$y = 5 \cdot t + 4{,}9 \cdot t^2 = 5 \cdot \frac{x}{8{,}66} + 4{,}9\left(\frac{x}{8{,}66}\right)^2 = 0{,}5774 \cdot x + 0{,}0653 \cdot x^2$$

Que corresponde a la ecuación de una parábola.

b) Para saber si chocará antes con el suelo o con la pared opuesta basta determinar el valor de la coordenada y para x = 30 m.

Sustituyendo en la ecuación de la trayectoria:
$y = 0{,}5774 \cdot 30 + 0{,}0653 \cdot (30)^2 = 76{,}09$ m
Como el suelo está en la coordenada y = 60 m, la pelota choca antes contra este que contra la pared.

22. Un jugador de baloncesto desea conseguir una canasta de 3 puntos. La canasta está situada a una altura de 3,05 m desde el suelo y la línea de tres puntos a 6,25 m de la canasta. Si el jugador lanza desde una altura de 2,20 sobre el suelo y con un ángulo de 60º, calcula la velocidad inicial del balón para conseguir canasta.



Se elige un sistema de referencia con el origen en los pies del jugador, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del balón se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical, rectilíneo uniformemente acelerado.
La posición del balón en cualquier instante es:
$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos 60° \cdot t$;

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2{,}20 \text{ m} + v_o \cdot \text{sen } 60° \cdot t + \frac{1}{2}\ (- g) \cdot t^2$$

Para conseguir canasta se tiene que cumplir que cuando la coordenada x del balón es igual a 6,25 m, en ese mismo instante la altura sobre el suelo es 3,05 m.

$x = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t = 6,25$ m

$y = 2,20 \text{ m} + v_0 \cdot \text{sen } 60^\circ \cdot t + \frac{1}{2}\ (-\ 9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 3,05 \text{ m} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0 \cdot \text{sen } 60 \cdot t = 0,85 \text{ m} + 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera:

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{0,85 + 4,9\,t^2}{6,25} \Rightarrow t = 1,43 \text{ s}$$

Que sustituido en la ecuación de la posición horizontal:

$x = 6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t$; $6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot 1,43 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 8,7$ m/s

23. Una rueda de bicicleta de 45 cm de radio, gira 180 veces cada minuto, calcula: la frecuencia, el período, la velocidad angular de la rueda y la velocidad del ciclista.

Se expresan las magnitudes en unidades del SI:

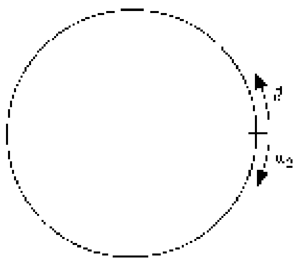
$R = 0,45$ m; $\nu = 180 \text{ r.p.m.} = \frac{180 \text{ r.p.m.}}{60 \text{ s/min}} = 3$ Hz

Aplicando las relaciones entre las diferentes magnitudes, se tiene:

$T = \frac{1}{\upsilon} = \frac{1}{3\ Hz} = \frac{1}{3}\ s$; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 6\ \pi$ rad/s;

$v = \omega \cdot R = 6\ \pi \text{ rad/s} \cdot 0,45 \text{ m} = 8,5 \text{ m/s} = 30,5$ km/h

24. Dos móviles describen una trayectoria circular y salen del mismo punto, en sentidos opuestos con velocidades de π/8 y π/4 rad/s. ¿En qué punto se encuentran?



El ángulo que describe cada uno de los móviles es:

$\varphi_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t$; $\varphi_2 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t$

Entre los dos móviles recorren 2 π rad, por tanto:

$2\pi \text{ rad} = \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t + \pi/4 \text{ rad/s} \cdot t$

Simplificando: $2 \text{ rad} = (1/8 \text{ rad/s} + 1/4 \text{ rad/s}) \cdot t \Rightarrow t = 16/3$ s, tardan en encontrarse.

El ángulo descrito por el primero es: $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot 16/3 \text{ s} = 2\ \pi/3$ rad

25. Una bicicleta recorre 10 km en media hora con velocidad constante. Si el diámetro de cada rueda es igual a 90 cm, calcula: el número de vueltas que da una rueda, el ángulo barrido por un radio; el período de la rueda; la velocidad angular de un radio.

Se expresan las magnitudes en unidades del SI: $v = 20 \text{ km/h} = 5,6$ m/s; $R = 0,45$ m

$$\text{vueltas} = \frac{\text{distancia}}{\text{longitud circunferencia}} = \frac{10\ 000\ \text{m}}{2\,\pi \cdot 0{,}45\text{m/vuelta}} = 3536{,}8\ \text{vueltas}$$

Ángulo barrido: φ = n · 2 · π rad = 3536,8 vueltas · 2 · π rad/vuelta = 22222,2 rad

$$T = \frac{\text{tiempo}}{\text{número vueltas}} = \frac{30\ \text{min} \cdot 60\ \text{s/min}}{3536{,}8\ \text{vueltas}} = 0{,}5\ \text{s}\ ; \quad \omega = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{T} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{0{,}5\ \text{s}} = 4\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

26. Una partícula, inicialmente en reposo, describe una circunferencia de 0,5 m de radio y alcanza 300 rpm en 5 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.

La frecuencia del movimiento es: $\upsilon = 300\,\text{rpm} = 300\,\text{rpm}\,\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} = 5\,\text{Hz}$

La velocidad angular final es: ω = 2 · π · υ = 10 · π rad/s

Aplicando la definición de aceleración angular: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10 \cdot \pi\,\text{rad/s}}{5\,\text{s}} = 2 \cdot \pi\,\text{rad/s}^2$

Y la aceleración tangencial es: a = α · R = 2 · π rad/s^2 · 0,5 m = π m/s^2

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:
$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2 = ½ \cdot 2 \cdot \pi\ \text{rad/s}^2 \cdot (5\ \text{s})^2 = 25 \cdot \pi$ rad

Y el número de vueltas: $\text{número vueltas} = 25 \cdot \pi\,\text{rad}\,\frac{1\,\text{vuelta}}{2 \cdot \pi\,\text{rad}} = 12{,}5\,\text{vueltas}$

27. Una partícula que describe una circunferencia de 0,5 m de radio a 1200 rpm, frena y se detiene en 6 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.

La frecuencia del movimiento es: $\upsilon = 1200\,rpm = 1200\,rpm\,\frac{1\min}{60\,s} = 20\,Hz$

La velocidad angular inicial es: ω = 2 · π · υ = 40 · π rad/s

Aplicando la definición de aceleración angular: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 40 \cdot \pi\,\text{rad/s}}{6\,\text{s}} = -6{,}7 \cdot \pi\,\text{rad/s}^2$

Y la aceleración tangencial es: a = α · R = -6,7 · π rad/s^2 · 0,5 m = -3,3 · π m/s^2

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:
$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2 = 40 \cdot \pi\ \text{rad/s} \cdot 6\ \text{s} + ½ \cdot (-6{,}7 \cdot \pi\ \text{rad/s}^2) \cdot (6\ \text{s})^2 = 120 \cdot \pi$ rad

Y el número de vueltas: $\text{número vueltas} = 120 \cdot \pi\,\text{rad}\,\frac{1\,\text{vuelta}}{2 \cdot \pi\,\text{rad}} = 60\,\text{vueltas}$

28. Un automóvil que lleva una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene después de recorrer 40 m. Si las ruedas tienen un diámetro de 50 cm, calcula: la aceleración angular supuesta constante, el tiempo que tarda en pararse, el número de vueltas que dan las ruedas y el ángulo que describen.

La velocidad en unidades del SI es: v = 72 km/h = 20 m/s y el radio R = 0,25 m
Aplicando la ecuación que relaciona la velocidad inicial con la velocidad vinal y la distancia, se tiene:
$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta e$; 0 m/s – $(20\ \text{m/s})^2$ = 2 · a · 40 m ⇒ a = - 5 m/s^2

El tiempo que tarda en detenerse se obtiene aplicando la ecuación de la velocidad:
$v = v_0 + a \cdot t$; $0\ m/s = 20\ m/s - 5\ m/s^2 \cdot t \Rightarrow t = 4\ s$

Aplicando la relación entre las aceleraciones:
$a = \alpha \cdot R$; $-5\ m/s^2 = \alpha \cdot 0{,}25\ m \Rightarrow \alpha = -20\ rad/s^2$

El número de vueltas es: $n = \frac{\text{distancia}}{2\,\pi\,R} = \frac{40\ m}{2\,\pi \cdot 0{,}25\ m/\text{vuelta}} = 25{,}5\ \text{vueltas}$

Y el ángulo descrito es: $\Delta\varphi = \frac{\Delta e}{R} = \frac{40\ m}{0{,}25\ m/rad} = 160\ rad$

INVESTIGA-PÁG. 244

1. Una secuencia animada sobre el funcionamiento del airbag la puedes encontrar en la página web http://mecanicavirtual.iespana.es/airbag-tiempo.html

En siete secuencias se explican los procesos que ocurren desde que se tiene un accidente y se dispara el airbag hasta que los pasajeros recobran la posición de reposo.

2. Investiga sobre la reacción química que infla tan rápidamente la almohadilla neumática. Para ello basta que escribas en tu buscador: la química del airbag. Son numerosísimas las páginas que tratan este tema.

El producto utilizado para el funcionamiento de un airbag es esencialmente la azida de sodio, NaN_3. Este producto es un sólido de color blanco. Aunque es estable a temperatura ordinaria, si se calienta por encima de los 275ºC, tiene lugar su descomposición térmica siguiendo la reacción:
$2\ NaN_3 \rightarrow 2\ Na + 3\ N_2$