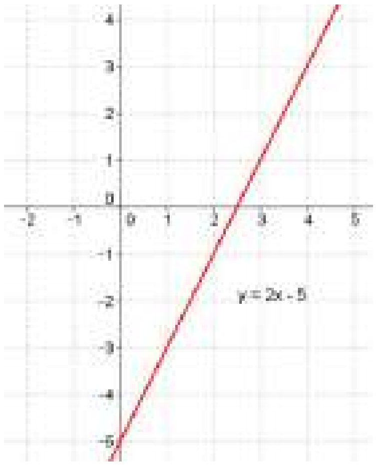
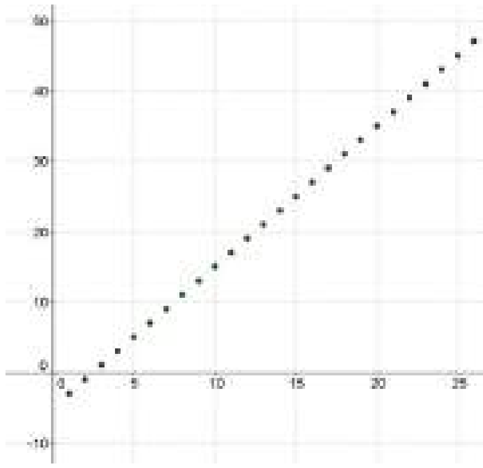
UNIDAD 11: Funciones elementales

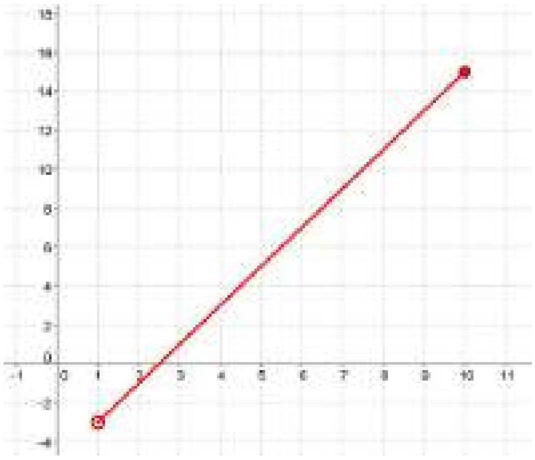
ACTIVIDADES-PÁG. 248

1. Las representaciones gráficas aparecen a continuación:

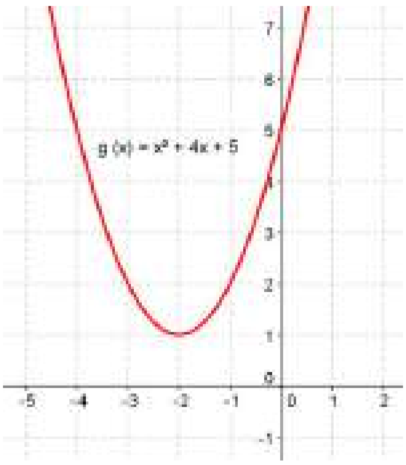
● $f(x) = 2x - 5$

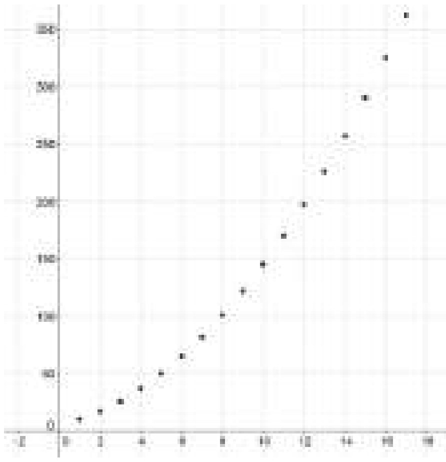


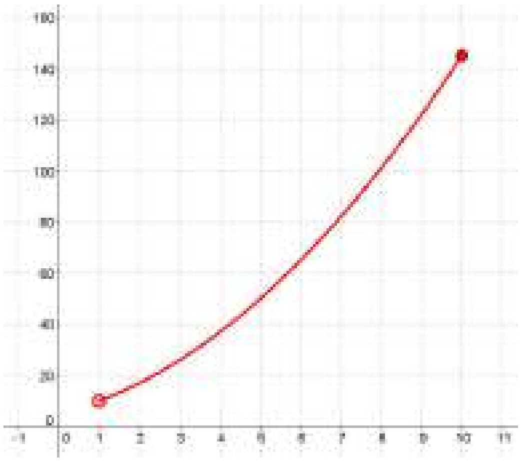




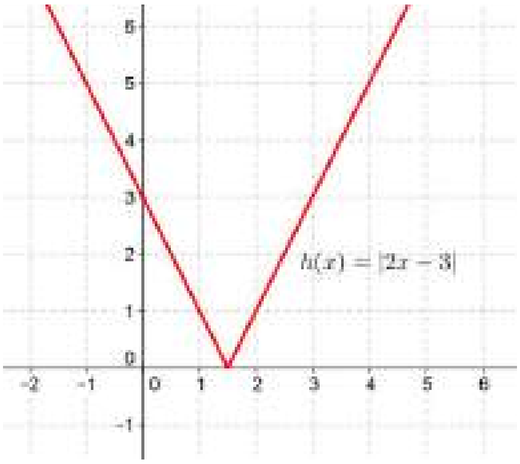
● $g(x) = x^2 + 4x + 5$

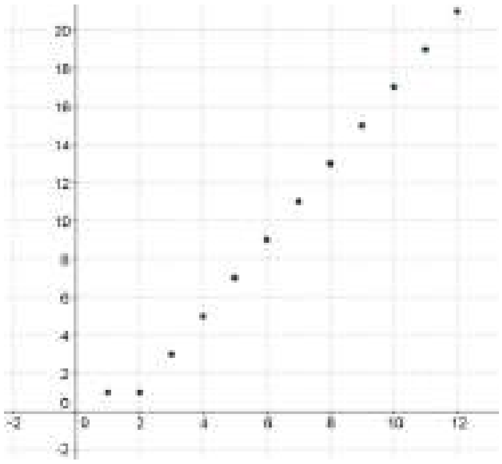


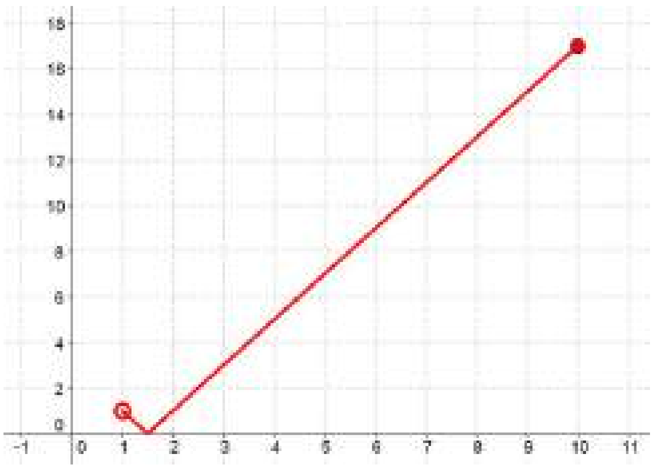




- h (x) = |2x - 3|







2. Los resultados aparecen en la tabla.

Función cuadrática	**Vértice**	**Eje**
a) $y = x^2$	(0, 0)	x = 0
b) $y = 4x^2$	(0, 0)	x = 0
c) $y = x^2 + 4$	(0, 4)	x = 0
d) $y = (x - 4)^2$	(4, 0)	x = 4

3. La correspondencia es:

a) con (II) b) con (IV) c) con (III) d) con (I)

Las características pueden verse en la tabla.

Características	**a) $y = 2^{x-2}$**	**b) $y = 2^x - 2$**	**c) $y = \log_2 (x + 2)$**	**d) $y = \log_2 (x) + 2$**
Dominio	R	R	$(-2, +\infty)$	$(0, +\infty)$
Recorrido	$(0, +\infty)$	$[-1, +\infty)$	R	R
Monotonía	Creciente en R	Creciente en R	Creciente en $(-2, +\infty)$	Creciente en $(0, +\infty)$
Extremos relativos	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene
Acotación	Acotada inferiormente	Acotada inferiormente	No acotada	No acotada
Simetría	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene
Asíntotas	y = 0	y = - 2	x = - 2	x = 0

ACTIVIDADES-PÁG. 267

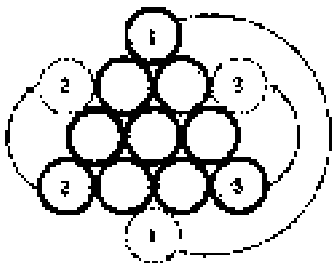
1. Cada día asciende 30 m y resbala 20 m, en realidad asciende 10 m.

Luego al cabo de 27 días ha ascendido 270 m, y ya el día 28 asciende a la superficie, pues asciende 30 m y 270 + 30 = 300 m.

El caracol tarda 28 días en salir.

2. La solución puede verse en el esquema:

Simplemente cambiando tres monedas, las señaladas con los números 1, 2 y 3, el triángulo se invierte.



3. Llamamos $x = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$ y elevamos al cuadrado: $x^2 = 1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$

Operamos y obtenemos:

$$x^2 = 1 + x \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{5}$$

La solución con sentido es $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{5}$, que es el número de oro.

4. Comenzando el problema desde el final:

Ave 8ª le da 1 + 1 = 2
Ave 7ª (tiene 6), le da 3 + 1 = 4 y le quedan 2.
Ave 6ª (tiene 14), le da 7 + 1 = 8 y le quedan 6.
Ave 5ª (tiene 30), le da 15 + 1 = 16 y le quedan 14.
Ave 4ª (tiene 62), le da 31 + 1 = 32 y le quedan 30.
Ave 3ª (tiene 126), le da 63 + 1 = 64 y le quedan 62.
Ave 2ª (tiene 254), le da 127 + 1 = 128 y le quedan 126.
Ave 1ª (tiene 510), le da 255 + 1 = 256 y le quedan 254.

Al principio tenía 510 granos de maíz.

5. Las pesas que necesitamos ha de ser de 1, 3, 9 y 27 kg.

Las pesadas son:

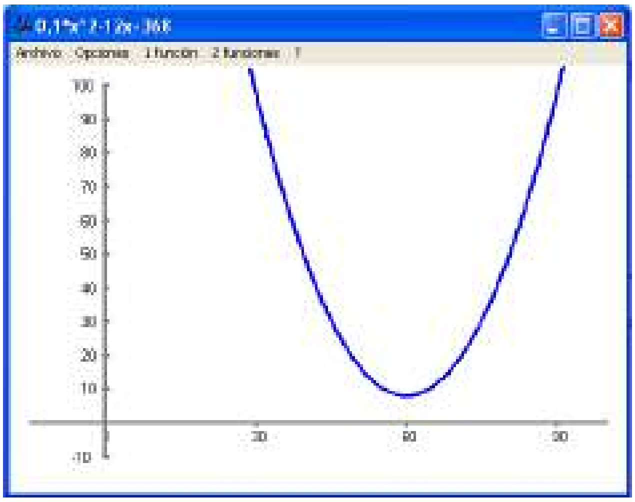
1 kg = 1
2 kg = 3 – 1
3 kg = 3
4 kg = 3 + 1
5 kg = 9 – 3 – 1
6 kg = 9 – 3
7 kg = 9 – 3 + 1
8 kg = 9 – 1
9 kg = 9
10 kg = 9 + 1

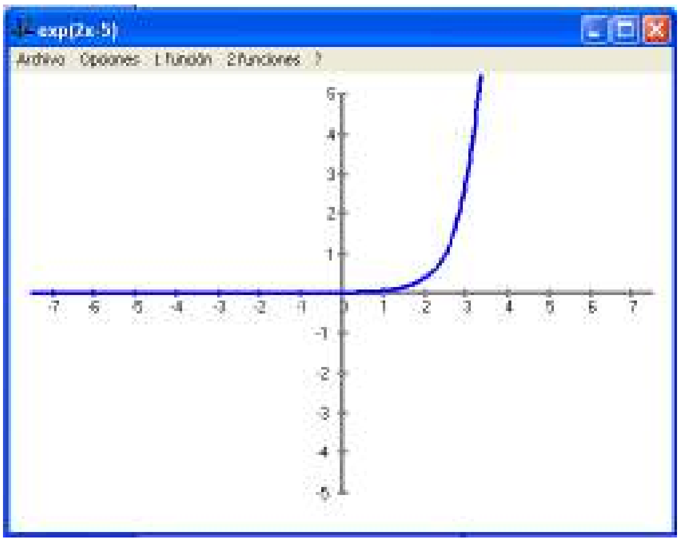
Y así sucesivamente.

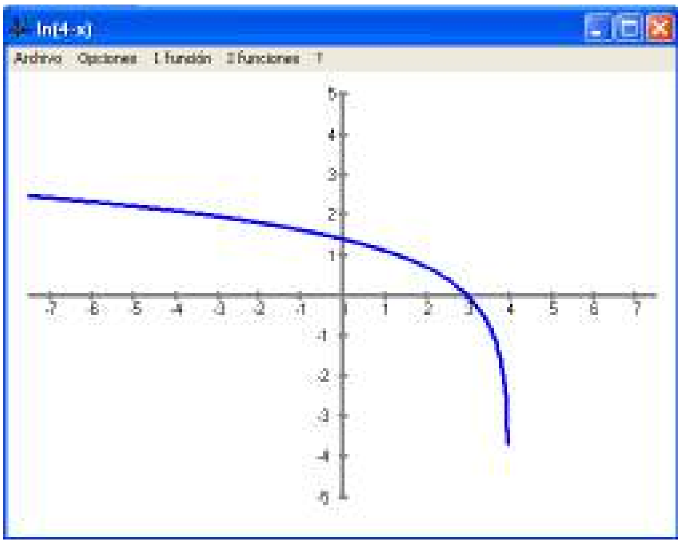
La suma de los números significa que las pesas se colocan en el mismo plato de la balanza, y la diferencia, que se colocan en platos diferentes.

ACTIVIDADES-PÁG. 269

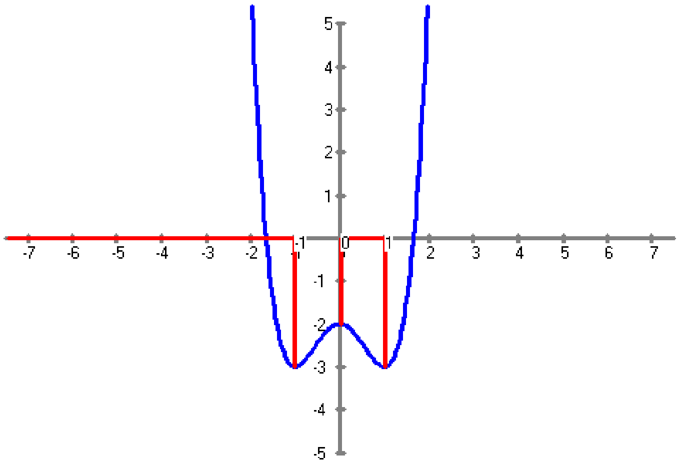
1. En las siguientes imágenes podemos ver las gráficas de estas funciones:





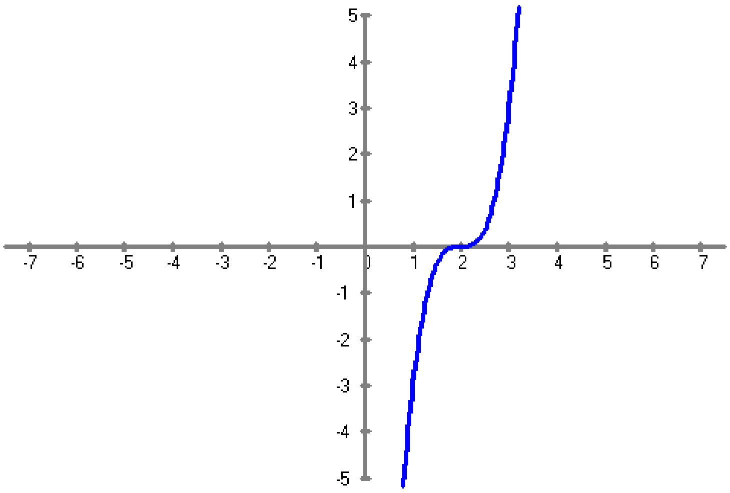


2. La función $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2$ es creciente en $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$. Tiene un máximo relativo en (0, -2) y dos mínimos relativos en los puntos (-1, -3) y (1, -3) como podemos ver en su gráfica.



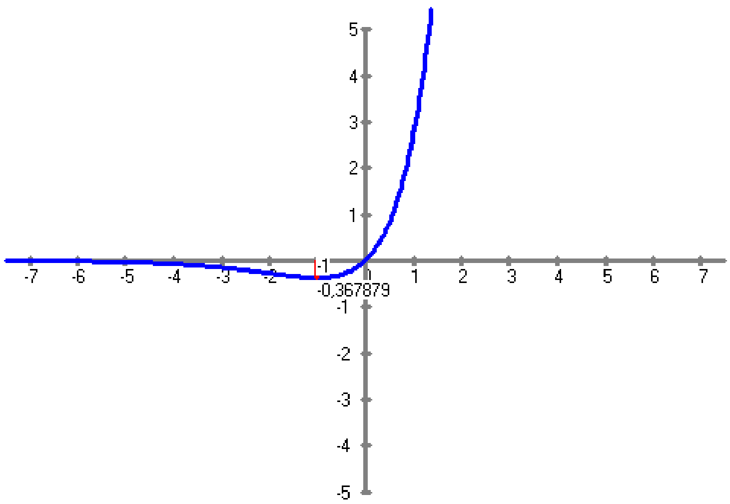
Intervalos de decrecimiento

b) La función $g(x) = 3\,(x - 2)^3$ es creciente en R. Carece de extremos relativos como podemos ver en su gráfica.



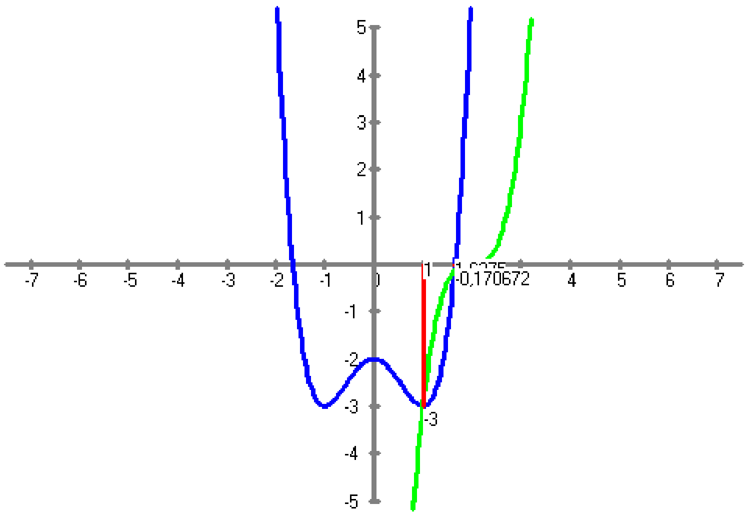
Máximos

c) La función $f(x) = x \cdot e^x$ es creciente en $(-1, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -1)$. Tiene un mínimo relativo en el punto (-1, -0,37) y carece de máximos relativos como podemos ver en su gráfica.



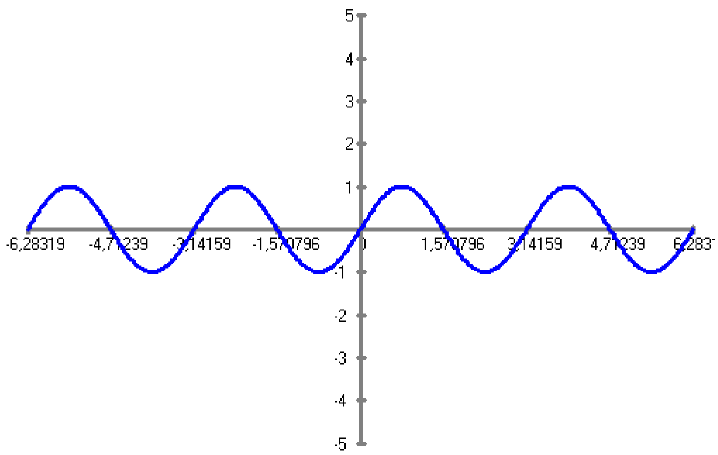
Mínimos

Los puntos de corte de las funciones f(x) y g(x) son (1,-3) y (1,64; -0,18) como podemos ver en la imagen.

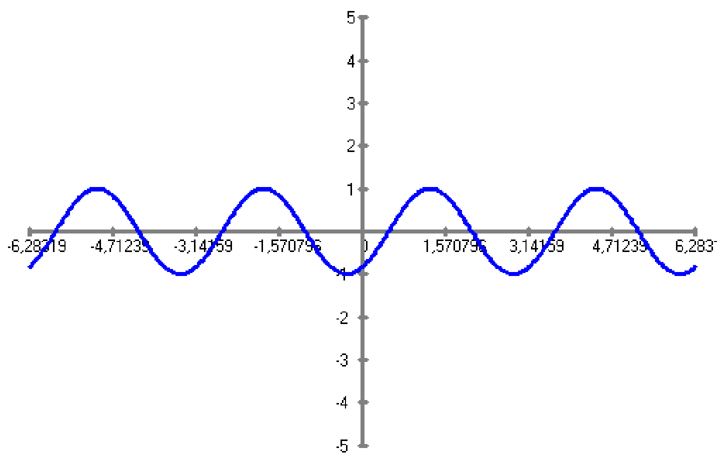


Puntos de corte

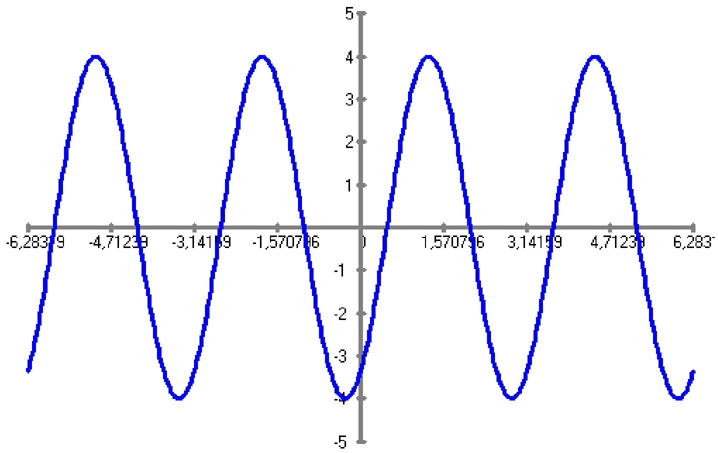
3. a) La gráfica puede verse en el dibujo.



b) La gráfica de la función g(x) se obtiene a partir de la gráfica de f(x) mediante una traslación de vector (0,5; 0).



c) La gráfica de la función h(x) se obtiene a partir de la gráfica de f(x) mediante una dilatación multiplicando sus ordenadas por 4.



ACTIVIDADES-PÁG. 270

1. En cada caso queda:

a) La función es $y = \frac{3}{5}x$.

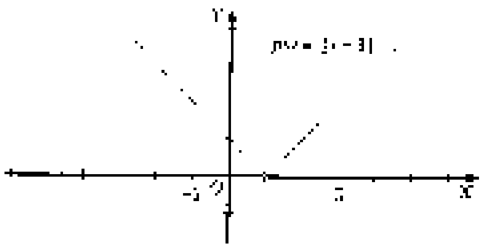
b) Es la función lineal y = 2x.

c) Su ecuación es y = - 3x.

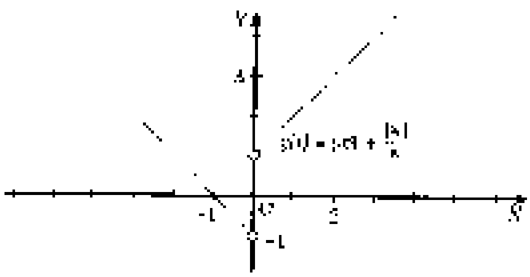
d) No están alineados.

2. Las gráficas quedan:

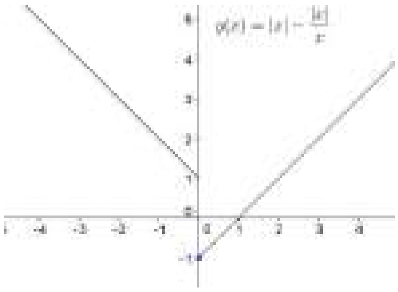
a) $f\ (x) = |x - 1|$



b) $g\ (x) = |x| + \frac{|x|}{x}$

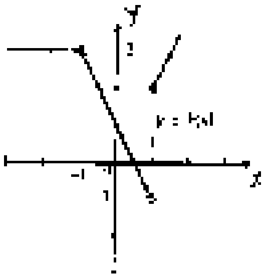


c) $h\,(x) = |\,x\,| - \dfrac{|\,x\,|}{x}$



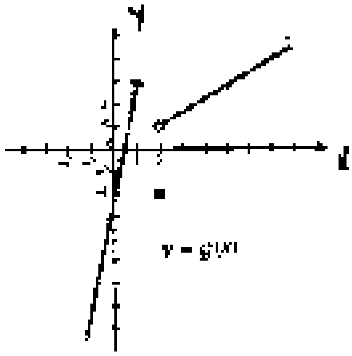
3. Las gráficas y sus características quedan:

a) y = f (x)



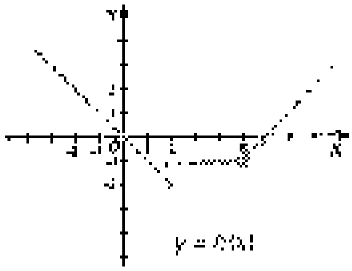
Dom f = R
Im f = $(-1, +\infty)$
Estrictamente decreciente en (- 1, 1).
Estrictamente creciente en $(1, +\infty)$
No tiene extremos relativos.
Está acotada inferiormente por – 1.
No es simétrica ni respecto al eje de ordenadas ni respecto al origen.

b) y = g (x)



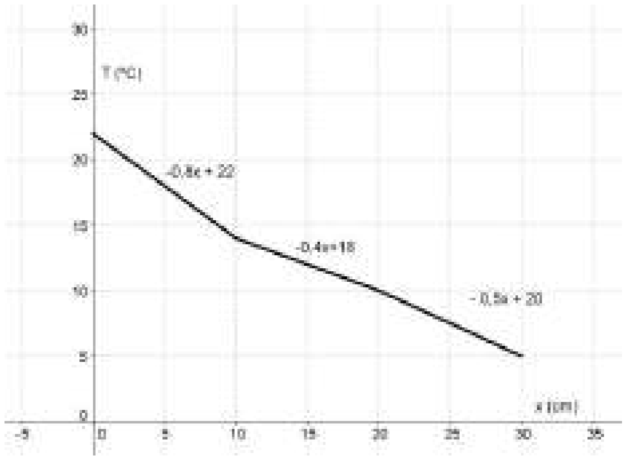
Dom g = $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$
Im g = R
Estrictamente creciente en $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$.
No tiene extremos relativos.
No está acotada.
No es simétrica ni respecto al eje de ordenadas ni respecto al origen.

c) $y = h(x)$



Dom h = R
Im h = $[-2, +\infty)$
Estrictamente decreciente en $(-\infty, 2))$.
Estrictamente creciente en $(5, +\infty)$
No tiene extremos relativos.
Está acotada inferiormente por 2 y no está acotada superiormente, luego no está acotada.
No es simétrica ni respecto al eje de ordenadas ni respecto al origen.

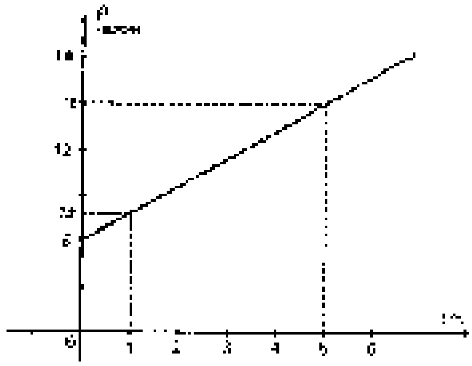
4. La representación gráfica es:



5. La solución queda:

a) La función es P = 6 + 1,8 · t, donde P es el precio a pagar en euros y t el tiempo en horas.

b) La gráfica aparece adjunta.



c) La función será:

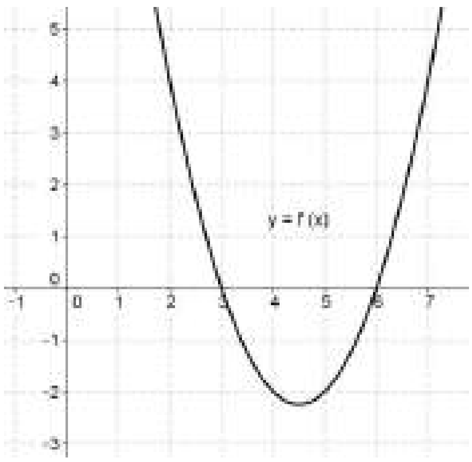
$$f\ (x) = \frac{116}{100}\ P = \frac{116}{100}\ (6 + 1{,}8 \cdot t)$$

Todas las ordenadas de la función P = 6 + 1,8 · t quedan multiplicadas por 1,16.

ACTIVIDADES-PÁG. 271

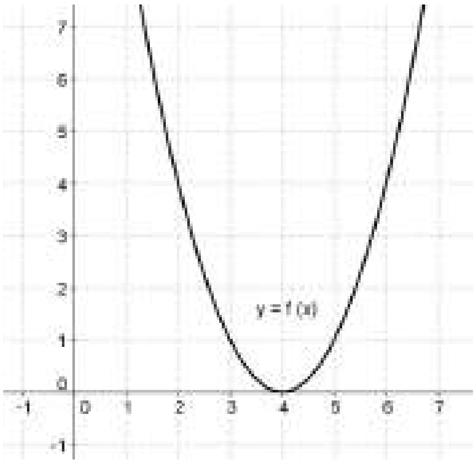
6. La respuesta aparece a continuación.

a) $f(x) = x^2 - 9x + 18$



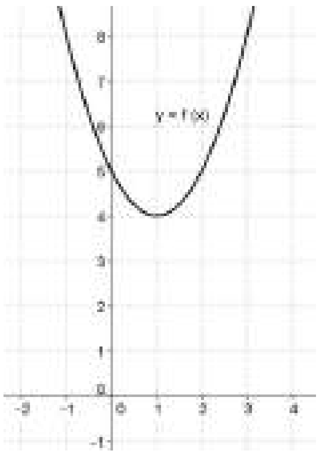
Dom f = R
Im f = $(-\ 2{,}25,\ +\ \infty]$
Estrictamente decreciente en $(-\ \infty,\ 4{,}5)$.
Estrictamente creciente en $(4{,}5,\ +\ \infty)$
Mínimo relativo en (4,5; -2,25).
Está acotada inferiormente por – 2,25.
Mínimo absoluto es – 2,25.
Es simétrica respecto de su eje x = 4,5.

b) $f(x) = x^2 - 8x + 16$



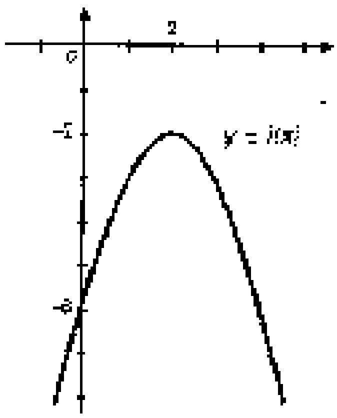
Dom f = R
Im f = $(0, +\infty]$
Estrictamente decreciente en $(-\infty, 4)$.
Estrictamente creciente en $(4, +\infty)$
Mínimo relativo en (4, 0).
Está acotada inferiormente por 0. Mínimo absoluto es 0.
Es simétrica respecto de su eje x = 4.

c) $f(x) = x^2 - 2x + 5$



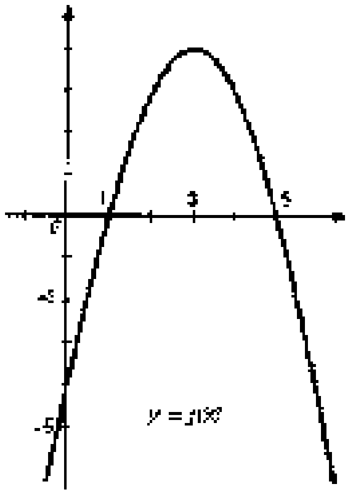
Dom f = R
Im f = $(4, +\infty]$
Estrictamente decreciente en $(-\infty, 1)$.
Estrictamente creciente en $(1, +\infty)$
Mínimo relativo en (1, 4).
Está acotada inferiormente por 4. Mínimo absoluto es 4.
Es simétrica respecto de su eje x = 1.

d) $f(x) = -x^2 + 4x - 6$



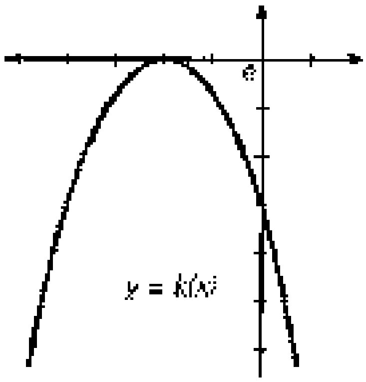
Dom f = R
Im f = $(-\infty, -2]$
Estrictamente creciente en $(-\infty, 2)$.
Estrictamente decreciente en $(2, +\infty)$
Máximo relativo en (2, - 2).
Está acotada superiormente por - 2. Máximo absoluto es - 2.
Es simétrica respecto de su eje x = 2.

e) f (x) = - x^2 + 6x - 5



Dom f = R
Im f = $(-\infty, 4]$
Estrictamente creciente en $(-\infty, 3)$.
Estrictamente decreciente en $(3, +\infty)$
Máximo relativo en (3, 4).
Está acotada superiormente por 4. Máximo absoluto es 4.
Es simétrica respecto de su eje x = 3.

f) f (x) = - x^2 – 4x - 4



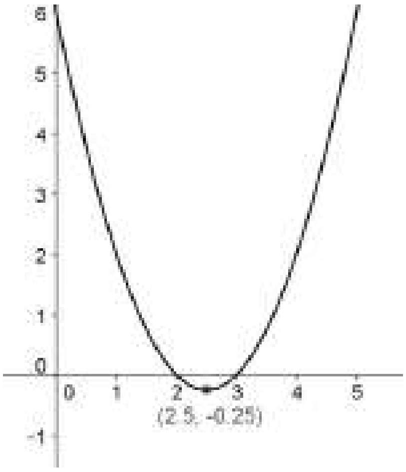
Dom f = R
Im f = $(-\infty, 0]$
Estrictamente creciente en $(-\infty, -2)$.
Estrictamente decreciente en $(-2, +\infty)$
Máximo relativo en (- 2, 0).
Está acotada superiormente por 0. Máximo absoluto es 0.
Es simétrica respecto de su eje x = - 2.

7. a) Imponiendo que pase por los puntos (- 1, 0) y (0, - 3) y tiene su vértice en (- 2, 1), obtenemos la función g (x) = - x^2 – 4x – 3.

b) Imponiendo que pase por los puntos (0, 6) y (2, 2) y tiene en este último su vértice, obtenemos la función f (x) = x^2 – 4x + 6.

8. a). Hay infinitas soluciones. Todas las funciones cuadráticas de la forma $y = k \cdot (x^2 - 4)$ con $k \in R$.

b) La representación gráfica de la función $f(x) = x^2 - 5x + 6$ queda:



A la vista de la gráfica tenemos:

$f(x) > 0$ en $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

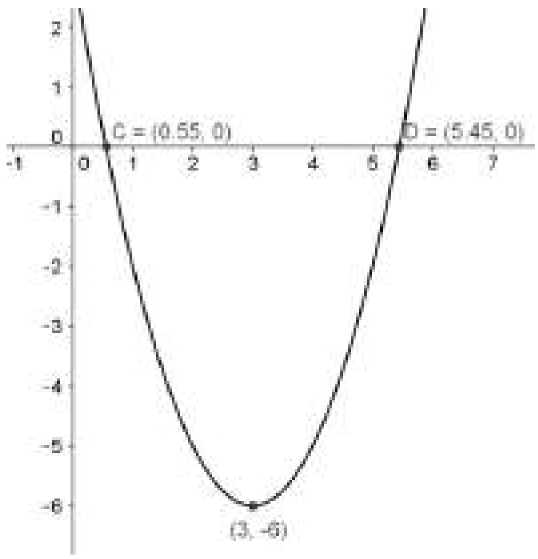
$f(x) < 0$ en $(2, 3)$

$f(x) = 0$ en $x = 2$ y $x = 3$.

c) Buscamos los valores que hacen $f(x) = x^2 - 6x + 5 \geq 2$, es decir, $g(x) = x^2 - 6x + 3 \geq 0$.

Para calcular los intervalos observamos la representación gráfica de dicha función:

Veamos los intervalos para los cuales la función $g(x) = x^2 - 6x + 3 \geq 0$.



En la gráfica se observa que:

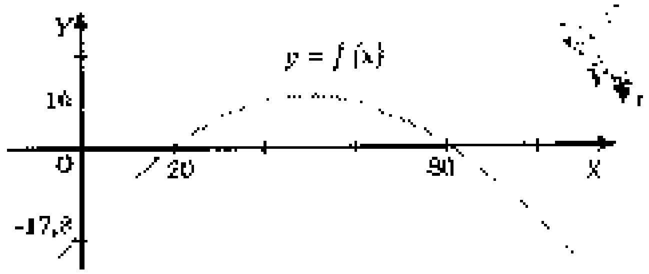
$g(x) > 0$ en $(-\infty; 0{,}55) \cup (5{,}45; +\infty)$

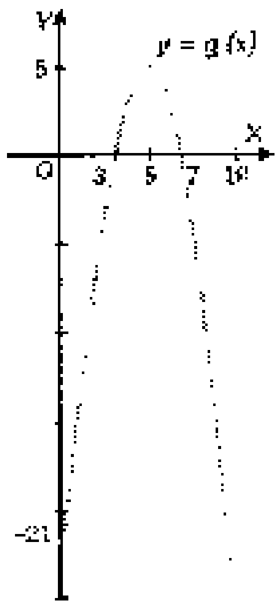
$g(x) = 0$ en $x = 0{,}55$ y $x = 5{,}45$.

Luego $f(x) \geq 2$ en $(-\infty;\ 0{,}55] \cup [5{,}45; +\infty)$

9. En cada caso:

a) Las representaciones quedan:





b) En el primer caso hay que fabricar entre 20 y 80 unidades y en el segundo caso entre 3 y 7 unidades.

c) En la función f (x) el mayor beneficio se produce al fabricar 50 unidades y este beneficio es de 10 000 euros.

En la función g (x) el mayor beneficio se produce al fabricar 5 unidades y este beneficio es de 4 000 euros.

10. El precio de equilibrio se consigue cuando coinciden ambas funciones:

$$\frac{19}{50}p + 100 = -\frac{2}{3}p + \frac{16\,000}{3} \quad \Rightarrow \quad p = 5\,000$$

El precio de equilibrio es de 5 000 €, y la cantidad de equilibrio es de 2 000 unidades.

11. En cada caso:

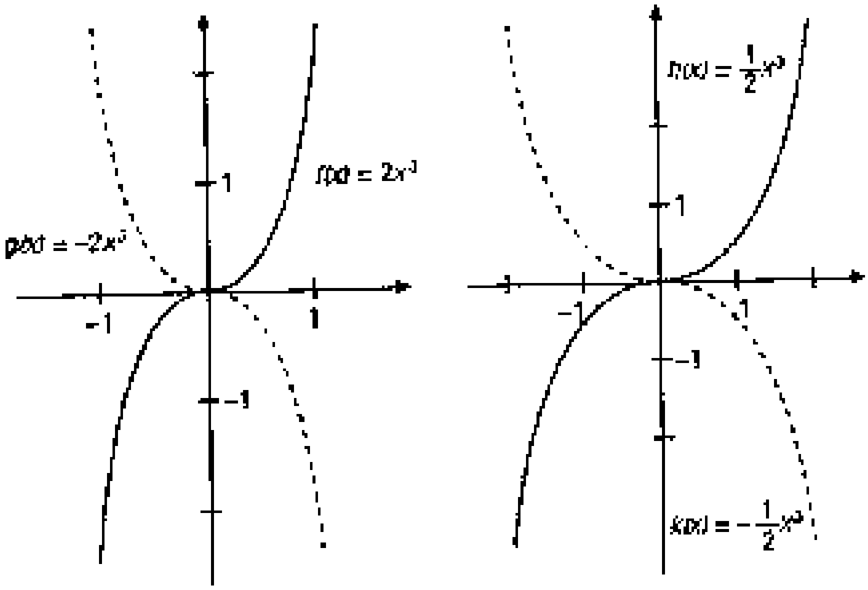
a) El precio de equilibrio es p = 30 euros y la cantidad de equilibrio es 240 unidades.

b) Si se pone un precio de 40 euros/unidad, él oferta 270 unidades y se demandan solo 220 unidades, es decir se produce un exceso.

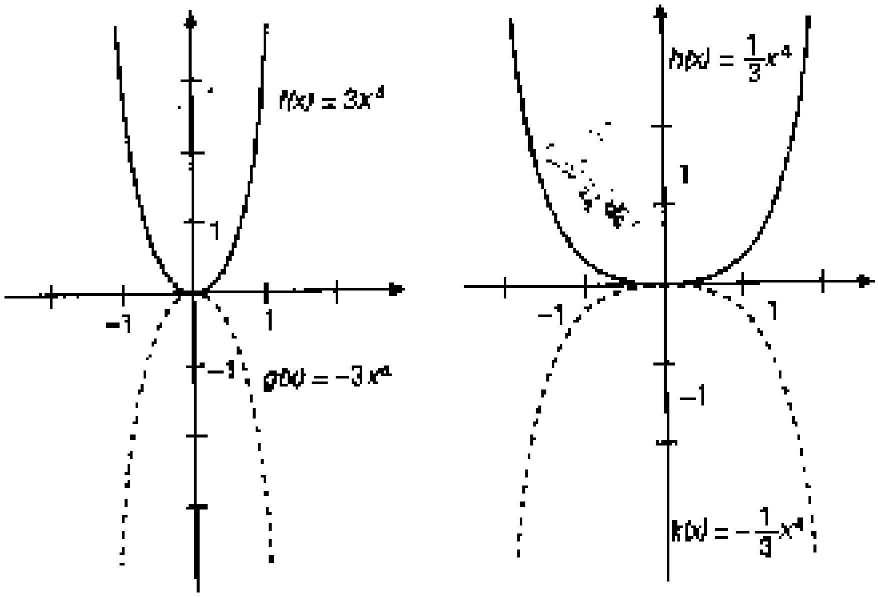
Si se pone un precio de 15 euros/unidad, la oferta es de 195 unidades y se demandan 270 unidades, es decir, hay escasez de producto.

ACTIVIDADES-PÁG. 272

12. Las representaciones gráficas son:



13. Las representaciones gráficas son:



14. Resolvemos los sistemas y obtenemos:

a) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^6 \end{cases} \Rightarrow \; x^6 - x^2 = 0 \; \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. Los puntos de corte son: (0, 0); (1, 1) y (- 1, 1).

b) $\begin{cases} y = x^5 \\ y = x^7 \end{cases} \Rightarrow \; x^7 - x^5 = 0 \; \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. Los puntos de corte son: (0, 0); (1, 1) y (- 1, - 1).

c) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^3 \end{cases} \Rightarrow \; x^3 - x^2 = 0 \; \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Los puntos de corte son: (0, 0) y (1, 1).

15. La correspondencia queda:

$y = f(x) = x^4 - 1$ con d)

$y = g(x) = (x + 1)^7$ con e)

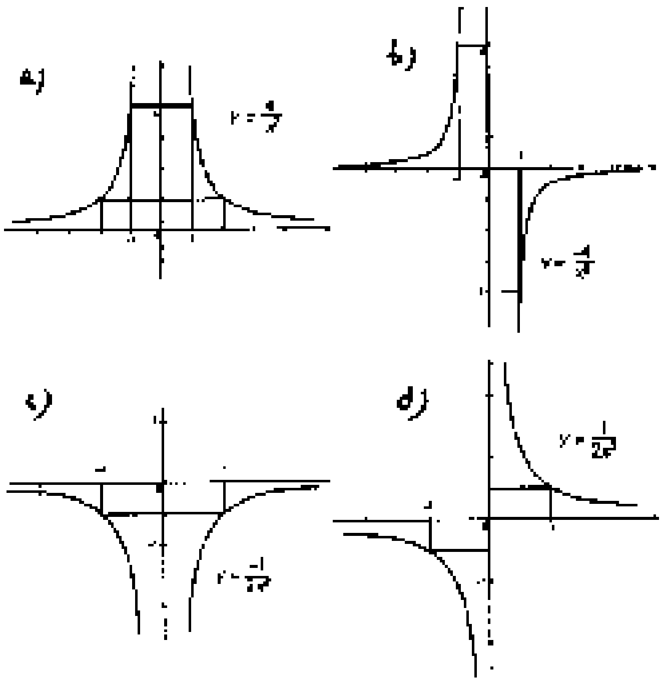
$y = h(x) = -\dfrac{1}{8}x^3$ con a)

$y = i(x) = -x^5 + 1$ con f)

$y = j(x) = 2(x - 1)^2$ con c)

$y = h(x) = -2x^4$ con b)

16. Las representaciones quedan:



17. Las soluciones son:

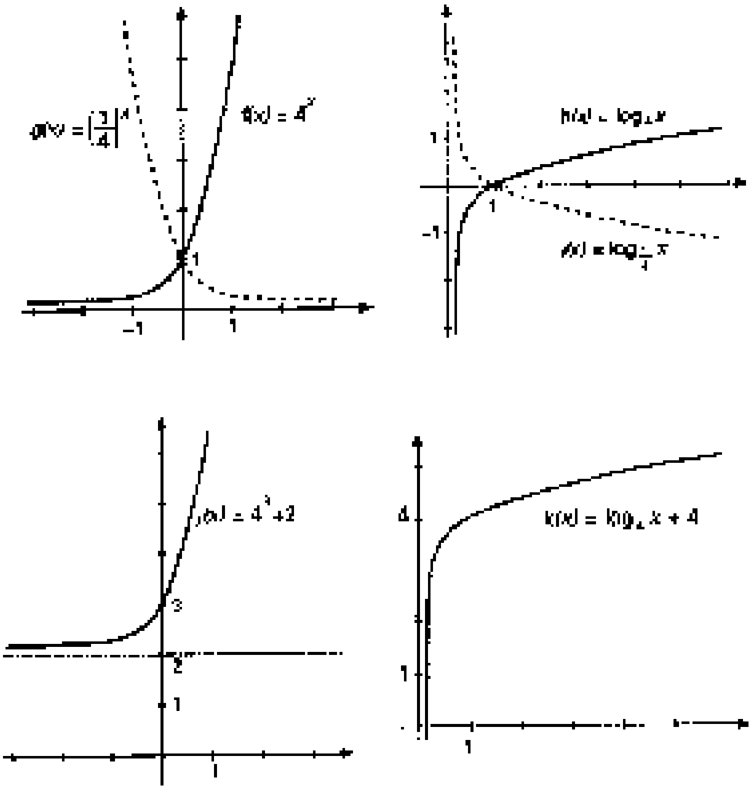
a) Se verifica $x^4 \leq 1$ en $[-1, 1]$

b) Se verifica $x^5 \leq 32$ en $(-\infty, 2]$

c) Se verifica $\frac{1}{x^2} \geq 4$ en $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] - \{0\}$

ACTIVIDADES-PÁG. 273

18. Las gráficas son:



19. Las desigualdades son:

a) $\log_4 2{,}5 < \log_4 3$

b) $2^3 > 2^{-2}$

c) $\log_{\frac{1}{5}} 6 < \log_{\frac{1}{5}} 4$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2}$

e) $0{,}5^3 < 0{,}5^{-3}$

f) $\log_2 \frac{1}{4} > \log_2 \frac{1}{8}$

20. Imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\begin{cases} 100 = A \cdot e^0 \\ 2010 = A \cdot e^{B \cdot 6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 100 \\ B = \dfrac{\ln\ (20{,}10)}{6} = 0{,}5 \end{cases}$$

La función buscada es: $N = 100 \cdot e^{0,5 \cdot t}$

Para que haya 14 850 ejemplares han de pasar t años, y se debe verificar:

$$14\,850 = 100 \cdot e^{0,5 \cdot t} \quad \Rightarrow \quad t = 10 \text{ años.}$$

21. El sueldo de este empleado al cabo de t años será $y = 1{,}12^t \cdot x$, siendo x el sueldo inicial.

● Si $2x = 1{,}12^t \cdot x$, entonces $t = \dfrac{\log 2}{\log 1{,}12} = 6{,}12$ años tardará en duplicar su salario.

● Si $4x = 1{,}12^t \cdot x$, entonces $t = \dfrac{\log 4}{\log 1{,}12} = 12{,}23$ años tardará en cuadruplicar su salario.

● Si $6x = 1{,}12^t \cdot x$, entonces $t = \dfrac{\log 6}{\log 1{,}12} = 15{,}8$ años tardará en sextuplicar su salario.

22. Con un crecimiento anual del 2% al cabo de t años, habrá en la Tierra una población de:

$P = 1{,}02^t \cdot 4$ mil millones de habitantes.

De este modo: $10 = 1{,}02^t \cdot 4$, entonces $t = \dfrac{\log \frac{10}{4}}{\log 1{,}02} = 46{,}27\ años$.

Al cabo de 46,27 años la población será de 10 mil millones.

23. Las soluciones son:

a) En el año 1600 hay una unidad de madera.

En el año 1800 había $(1 + 50\%\ \text{de}\ 1)^2 = 1{,}5^2$ unidades de madera.

En el año 1900 había $1{,}5^3$ unidades de madera.

En el año 2005 había $1{,}5^{4,05}$ unidades de madera.

b) La función es $y = 1{,}5^t$, siendo t el tiempo en siglos a partir de 1600.

c) En el año 1500 había $1{,}5^{-1} = 0{,}667$ unidades de madera (u. m.)

En el año 1400 había $1{,}5^{-2} = 0{,}444$ u. m.
En el año 1450 había $1{,}5^{-1,5} = 0{,}544$ u. m.

En el año 1000 había $1{,}5^{-6} = 0{,}087$ u. m.

d) Para que haya el doble de madera que en 1600 se ha de verificar:

$$2 = 1{,}5^t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\log 2}{\log 1{,}5} = 1{,}710\ siglos$$, es decir, en el año 1600 + 171 = 1771.

Para que haya la mitad de madera que en 1600 se ha de verificar:

$$\frac{1}{2} = 1{,}5^t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\log 0{,}5}{\log 1{,}5} = -1{,}710 \; siglos$$, es decir, en el año 1600 - 171 = 1429.

e) Si consideramos la madera en un tiempo t como $1{,}5^t$ y queremos saber cuánto tiempo t´ ha de pasar para que la madera se triplique, $3 \cdot 1{,}5^t$, obtenemos:

$$1{,}5^{t´+t} = 3 \cdot 1{,}5^t \quad \Rightarrow \quad 1{,}5^{t´} = 3 \quad \Rightarrow \quad t´ = 2{,}710 \; siglos.$$

Es decir, cada 2,710 siglos o 271 años, la madera se triplica.

24. Para ver en qué momento vende el mismo número de ruedas de cada tipo resolvemos la ecuación:

$$4^{t-1} = 2^t \quad \Rightarrow \quad 2^{2t-2} = 2^t \quad \Rightarrow \quad 2t - 2 = t \quad \Rightarrow \quad t = 2 \; años$$

Al cabo de dos años.

Vender más ruedas S que N para los valores de t que verifiquen la inecuación:

$$4^{t-1} > 2^t \quad \Rightarrow \quad 2^{2t-2} > 2^t \quad \Rightarrow \quad 2t - 2 > t \quad \Rightarrow \quad t > 2 \; años$$

A partir del 2º año se vende más ruedas de calidad S que de calidad N.

ACTIVIDADES-PÁG. 274

25. a) $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

b) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$

c) En todo el intervalo $[0, 2\pi]$

d) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right]$

26. a) sen y = - 1/2; y = 210º + 360º k; y = 330º + 360º k

b) cos y = $\frac{\sqrt{3}}{2}$; y = 30º + 360º k; y = 330º + 360º k

c) tg y = -1; y = 135º + 180º k

27. El vector traslación es $\vec{v} = (4, 3)$ por lo que la función g(x) es: $g(x) = (x - 2)^2 + 2$.

28. a) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función $y = x^4$ mediante el vector $\vec{v} = (0, - 2)$.

b) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función $y = \log_2 x$ mediante el vector $\vec{v} = (- 1/2, 0)$.

c) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función $y = x^2$ mediante el vector $\vec{v} = (5 , 3)$.

d) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función y = cos x mediante el vector $\vec{v} = (\pi/2 \ ,0)$.

e) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función y = 1 / x mediante el vector $\vec{v}\,(- 4, 6)$.

f) Se obtiene a partir de la gráfica de la función y = cos x con periodo 8π.

g) Esta función es $y = (x + 3)^2 - 2$ y se obtiene al trasladar la gráfica de la función $y = x^2$ mediante el vector $\vec{v} = (- 3, - 2)$.

h) Se obtiene al trasladar la gráfica de la función $y = e^x$ mediante el vector $\vec{v} = (-2 , 4)$.

i) Se obtiene de dilatar la gráfica de la función y = sen x al multiplicar sus ordenadas por 2.

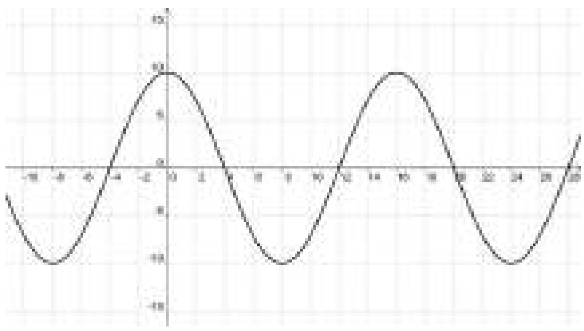
29. a) El precio de equilibrio se da cuando ambas funciones coinciden, es decir:

$$f_0\,(p) = f_d\,(p);\ \ 6\,p + 222{,}5 = 240 - 0{,}4\,p^2;\ \ p = 2{,}5\ €$$

y la cantidad de equilibrio es $f_0\,(2{,}5) = f_d\,(2{,}5) = 237{,}5$ €

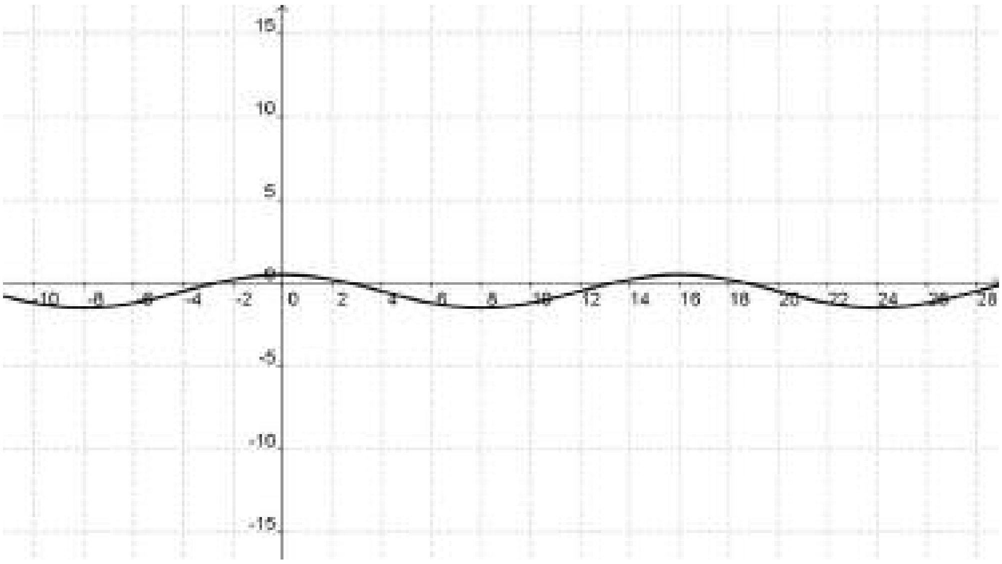
b) $f_0\,(p) > f_d\,(p) + 120$; se cumple la desigualdad para $p > 12{,}5$ €

30. La gráfica de esta función es:



a) La longitud máxima es de 10 m y se produce a las 0 horas y a las 16 horas. La mínima es -10 m y se produce a las 8 horas y a las 24 horas.

b) Resolviendo la inecuación $10\cos\left(\frac{\pi\ t}{8}\right) \geq 5$ o a partir de la gráfica de la función $\cos\left(\frac{\pi\ t}{8}\right) - \frac{1}{2} \geq 0$ que esta representada en el dibujo:



obtenemos la solución:

$$t \in \left[0 , \frac{8}{3}\right] \cup \left[\frac{40}{3}, \frac{56}{3}\right]$$

31. a) M = $\frac{2}{3}\log\left(\frac{7{,}9 \cdot 10^{17}}{2{,}5 \cdot 10^{4}}\right) = 9.$

b) $8{,}7 = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{2{,}5 \cdot 10^{4}}\right)$; entonces E = 2,81 · 10^{17} J.

c) Hallamos el cociente

$$\frac{7{,}9{\cdot}10^{17}}{2{,}81{\cdot}10^{17}} = 2{,}8$$

El terremoto de Japón fue 2,8 veces más potente que el de Lisboa

d) Resolvemos las inecuaciones: $5 \le \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{2{,}5 \cdot 10^{4}}\right) < 7$ y obtenemos

$7{,}91 \cdot 10^{11} \le E < 7{,}91 \cdot 10^{14}$.

ACTIVIDADES-PÁG. 275

Las propiedades de esta gráfica son:

No está definida en el origen.

No tiene simetrías ni es periódica.

No tiene cortes con los ejes coordenadas.

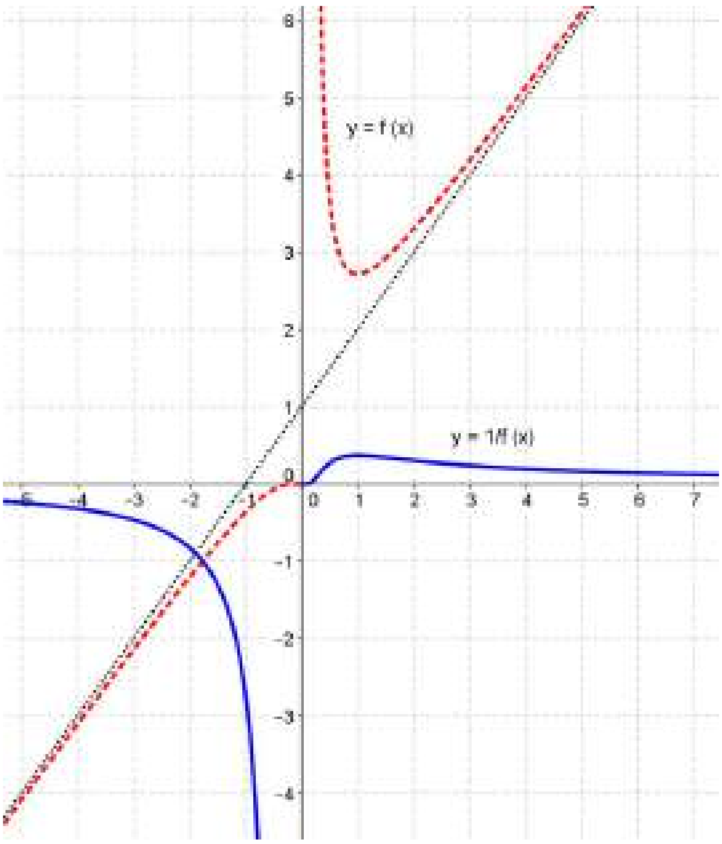
Las asíntotas son las rectas x = 0 (eje OY) e y = x + 1.

Tiene un mínimo relativo y no tiene máximos relativos ni puntos de inflexión.

Las gráficas de las funciones pedidas son las que están dibujadas en trazo continuo de color azul. Van acompañadas de la gráfica de la función y = f (x) en trazo discontinuo de color rojo

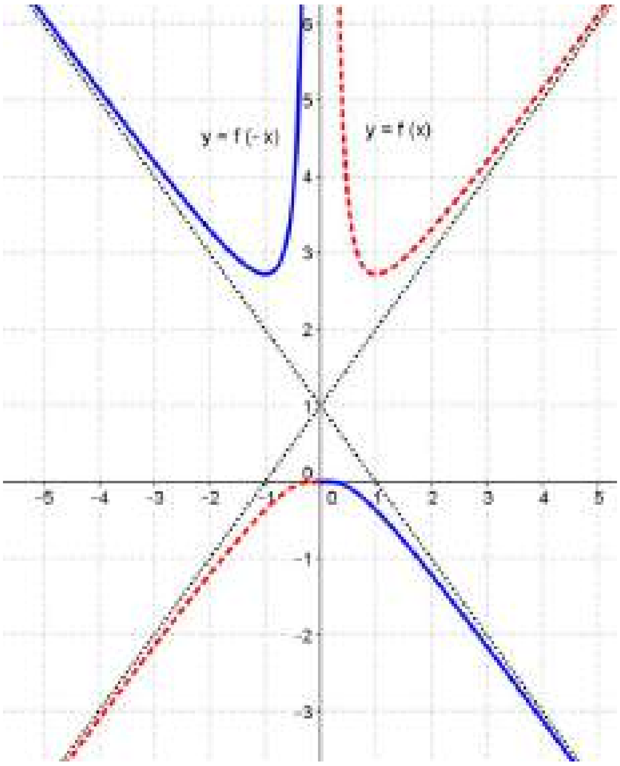
a) y = 1/f (x)

Se dibuja teniendo en cuenta que donde la f(x) crece esta decrece y donde decrece esta crece. Además los cortes con OX de f(x) son asíntotas verticales de esta otra.



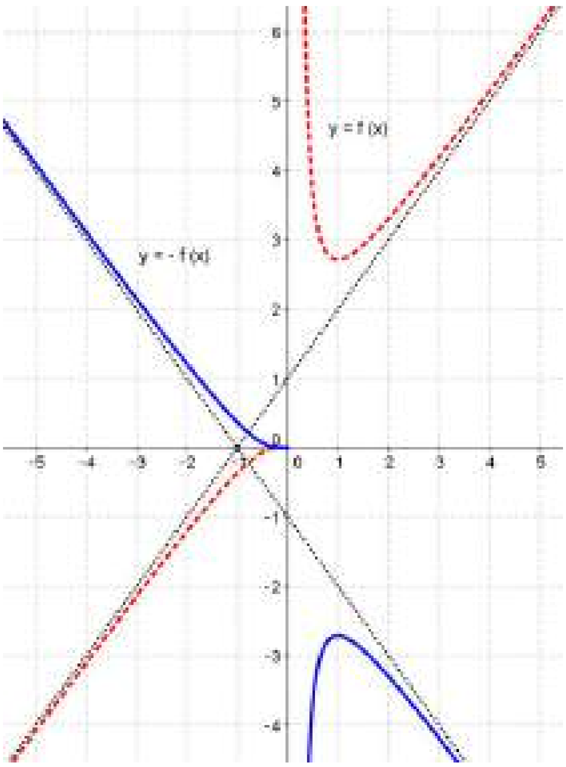
b) y = f (- x)

Se dibuja teniendo en cuenta que esta gráfica es la simétrica de f(x) respecto al eje de ordenadas.



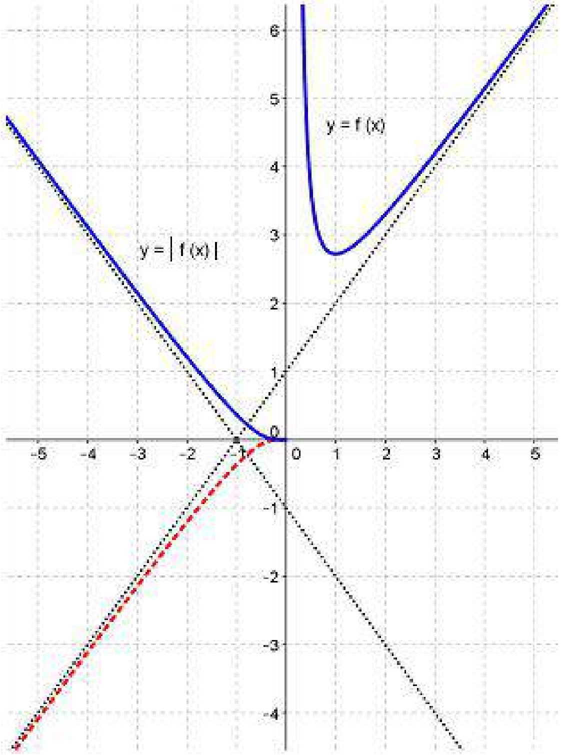
c) y = - f (x)

Se dibuja teniendo en cuenta que esta gráfica es la simétrica de f(x) respecto al eje de abscisas.



d) y = | f(x) |

Se dibuja teniendo en cuenta que esta gráfica se obtiene de f(x) mintiendo la parte de ordenadas positivas y las ramas de ordenadas negativas se hace su simétrica respecto al eje de abscisas.



e) La gráfica de y = f $^{-1}$ (x) es la simétrica de la gráfica de y = f (x) respecto de la recta bisectriz del primer y tercer cuadrante, es decir, de la recta y = x.

En este caso la función dada, y = f (x), no tiene inversa ya que dicha función no es inyectiva.