UNIDAD 11: LEYES DE LA DINÁMICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 247

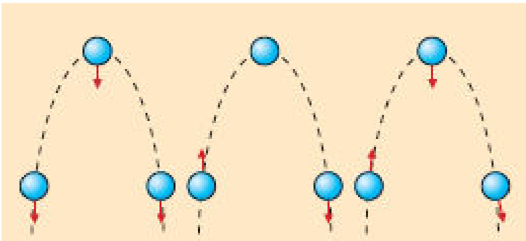
1. ¿Qué tipo de movimiento tiene un objeto al que se le aplica continuamente una fuerza constante en la dirección y sentido del movimiento?

El objeto sigue una trayectoria en línea recta y su velocidad es cada vez mayor, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado.

2. ¿Por qué es obligatorio colocarse el cinturón de seguridad en cualquier viaje en automóvil?

Por la ley de la inercia, los objetos no agarrados a la carrocería del coche siguen movimientos incontrolados cuando acelera o frena el vehículo.

3. Un balón de fútbol después de golpearlo, con el pie, sigue una trayectoria parabólica. ¿Cuál de los siguientes esquemas describe mejor las fuerzas que actúan sobre él.



El esquema correcto es el primero. Si se prescinde de la fricción con el aire, sobre el balón actúa exclusivamente su peso.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 248

1. Calcula la cantidad de movimiento de un automóvil de 1200 kg de masa cuando lleva una velocidad de 30 m/s. ¿Qué velocidad debe poseer un balón de 400 g de masa para tener la misma cantidad de movimiento?

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:
$p_{automóvil} = m_{automóvil} \cdot v_{automóvil} = 1\,200\ kg \cdot 30\ m/s = 36\,000\ kg \cdot m/s$

Para el balón se tiene que:
$p_{balón} = m_{balón} \cdot v_{balón}$; $36\,000\ kg \cdot m/s = 0{,}4\ kg \cdot v_{balón} \Rightarrow v_{balón} = 90\,000\ m/s$

2. Un objeto de 2 kg de masa se traslada con una velocidad determinada por la expresión: $\vec{v} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j}$, en unidades del SI. Calcula la variación que experimenta la cantidad de movimiento entre los instantes t_1 = 2 s y t_2 = 3 s.

La velocidad del objeto en los instantes indicados es:

$\vec{v}_1 = (4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j})\,m/s$; $\vec{v}_2 = (6 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j})\,m/s$

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 2\,kg \cdot (2\,\vec{i} + \vec{j})\,m/s = (4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j})\,kg \cdot m/s$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 249

3. Un automóvil de 1200 kg de masa arranca desde el reposo y alcanza una velocidad de 72 km/h en 6 s. Calcula la variación de su cantidad de movimiento, la aceleración y la fuerza con la que actúa su motor, supuesta constante.

El módulo de la velocidad expresada en unidades del SI es: v = 72 km/h = 20 m/s.

Se elige como origen de un sistema de referencia un punto del arcén y el eje *X* la carretera y su sentido positivo el del movimiento. La variación de la cantidad de movimiento del vehículo es:

$$\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 1200\ kg \cdot (20\,\vec{i}\ m/s - 0) = 24\,000\,\vec{i}\ kg \cdot m/s$$

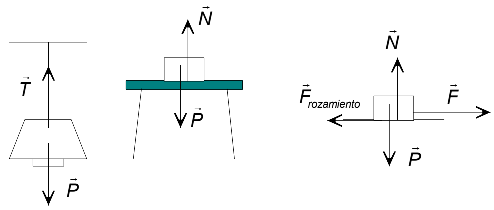
La aceleración es: $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{20 \cdot \vec{i}\ m/s}{6\,s} = 3{,}3 \cdot \vec{i}\ m/s^2$

Aplicando la Segunda ley de Newton: $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dfrac{24\,000 \cdot \vec{i}\ kg \cdot m/s}{6\,s} = 4\,000 \cdot \vec{i}\ N$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 250

4. Dibuja en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre una lámpara que cuelga del techo, sobre un libro colocado encima de una mesa y sobre una caja que es arrastrada por el suelo. ¿Qué objetos interaccionan con los enumerados?

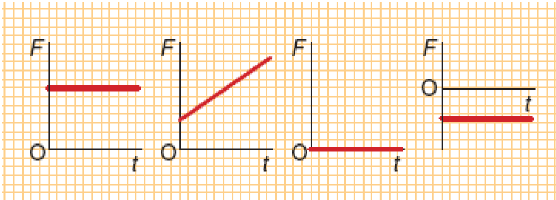
Con una lámpara que cuelga del techo interaccionan la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la cuerda que cuelga de la escarpia del techo que tira hacia arriba de ella con una fuerza denominada tensión.



Con un libro colocado encima de una mesa interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la mesa que empuja hacia arriba para que el libro no se caiga.

Con una caja que es arrastrada por el suelo interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, el suelo que empuja hacia arriba con la fuerza normal, la fuerza aplicada por la persona que arrastra al objeto y la fuerza de rozamiento con la que actúa el suelo y que se opone al deslizamiento.

5. Las gráficas de la figura del margen representan la fuerza que actúa, en la misma dirección del movimiento, sobre un objeto que se mueve en línea recta y con velocidad constante. Indica cómo se modifica el movimiento del objeto.



La figura A corresponde a un movimiento con aceleración constante y positiva.

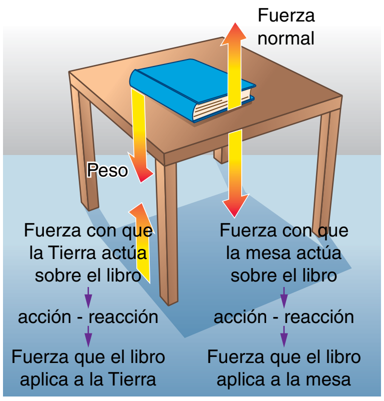
El diagrama B indica la aceleración es variable y cada vez mayor.

El esquema C representa un móvil está en reposo o si se mueve lo hace en línea recta y con velocidad constante, ya que la aceleración es igual a cero.

La figura la D muestra a un móvil que se frena.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 255

6. Identifica las fuerzas que actúan sobre un libro colocado encima de una mesa y sus correspondientes pares de acción y reacción.



Sobre un libro situado sobre una mesa actúan su peso, producto de la interacción con la Tierra, y la fuerza normal que es el resultado de la interacción con la superficie de la mesa.

La reacción al peso es la fuerza con que el libro actúa sobre la Tierra. La reacción a la fuerza normal es la fuerza con que el libro empuja a la mesa hacia abajo y que tiene el mismo módulo que el peso del libro.

7. El peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos. ¿Forman estas dos fuerzas un par de fuerzas de acción y reacción?

Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes. Por ello el peso y la fuerza normal no son un par de fuerzas de acción y reacción, ya que actúan sobre el mismo objeto.

8. Dos personas de 70 kg y 40 kg de masa, están patinando sobre hielo. Si en un instante la persona adulta empuja a la otra con una fuerza de 20 N, describe el movimiento de las dos personas.

Por la ley de acción y reacción, sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto, las dos personas se mueven en sentidos contrarios con aceleraciones distintas. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{adulto} = \frac{F}{m_{adulto}} = \frac{20\,N}{70\,kg} = 0{,}29\,\frac{m}{s^2}; \qquad a_{niña} = \frac{F}{m_{niña}} = \frac{20\,N}{40\,kg} = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 264

1. ¿Qué es la inercia? ¿Qué propiedad de los objetos está relacionada con la inercia? Pon algún ejemplo donde se ponga de manifiesto la inercia.

La inercia es la propiedad que tienen los objetos de continuar en reposo o de seguir con movimiento rectilíneo de velocidad constante. La propiedad de los objetos relacionada con la inercia es su masa. La masa muestra la tendencia que tiene un objeto a conservar su estado de movimiento. La inercia se manifiesta cuando un vehículo acelera o frena o toma una curva.

2. Una caja se desliza sobre una superficie horizontal. Indica los efectos que le producen a su estado de movimiento la aplicación de las siguientes fuerzas: se empuja en la dirección y sentido del movimiento, se empuja en la dirección y sentido contrario al movimiento y se empuja perpendicularmente a la dirección del movimiento.

Al empujar en la dirección y sentido del movimiento el objeto acelera con una aceleración constante.

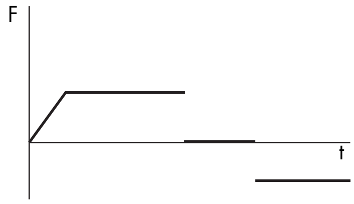
Si se empuja en la dirección y sentido contrario al movimiento el objeto se frena con aceleración constante.

Si se empuja perpendicularmente a la dirección del movimiento el objeto se desvía de su trayectoria y describe una trayectoria curvilínea.

3. ¿Por qué es imposible mover un vehículo, situado sobre la horizontal, empujando desde el interior?

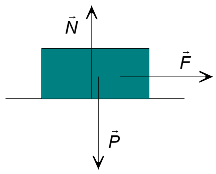
El coche con las personas dentro es un sistema aislado por lo que la cantidad de movimiento del conjunto se conserva. Para modificar su velocidad, se debe modificar su cantidad de movimiento y para ello es necesario aplicar una fuerza externa.

4. Representa gráficamente la fuerza resultante, en función del tiempo, que actúa sobre un objeto que sigue la secuencia de movimientos siguiente en línea recta: arranca desde el reposo con una aceleración cada vez mayor, a continuación sigue con movimiento uniformemente acelerado, posteriormente continúa con velocidad constante y por último se frena uniformemente hasta detenerse.



A partir de la proporcionalidad entre la fuerza aplicada y la aceleración se deduce que inicialmente la fuerza aplicada aumenta, a continuación la fuerza es constante, posteriormente la fuerza es igual a cero y por último la fuerza aplicada es constante y de signo negativo.

5. Un automóvil que tiene una masa de 1 200 kg, arranca desde el reposo y adquiere una velocidad de 90 km/h en 10 s. Si se prescinde del rozamiento, representa todas las fuerzas que actúan sobre él y calcula sus módulos.



Sobre el automóvil actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza del motor. Los módulos de su peso y de la fuerza normal son iguales:

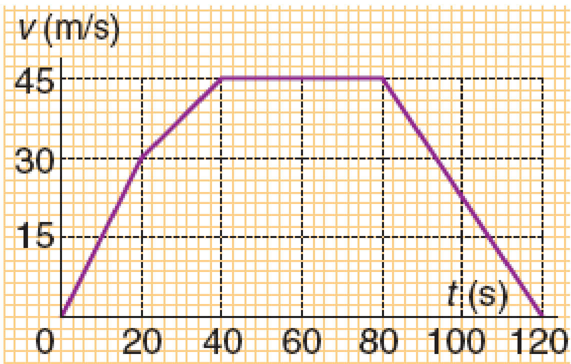
$P = N = m \cdot g = 1\,200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 11\,760 \text{ N}$

Para calcular la fuerza del motor hay que calcular su aceleración y aplicar la segunda ley de Newton:

$v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; \quad a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2{,}5 \text{ m/s}^2$

$F = m \cdot a = 1\,200 \text{ kg} \cdot 2{,}5 \text{ m/s}^2 = 3000 \text{ N}$

6. La gráfica adjunta representa la velocidad, en el transcurso del tiempo, de un móvil de 4 kg de masa que recorre una trayectoria en línea recta. A partir de ella representa gráficamente la fuerza resultante respecto del tiempo.



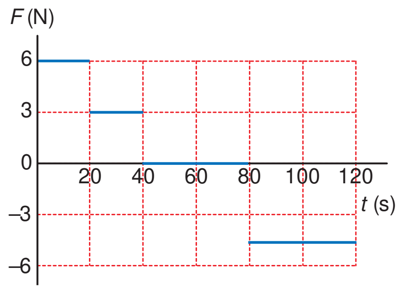
El módulo de la aceleración, en cada uno de los tramos de la gráfica, es igual a la pendiente de la recta y el módulo de la fuerza resultante se calcula aplicando la segunda ley de Newton.

$a_A = \dfrac{30 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{20 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1{,}5 \text{ m/s}^2$; $F_A = 4 \text{ kg} \cdot 1{,}5 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ N}$

$a_B = \dfrac{45 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{40 \text{ s} - 20 \text{ s}} = 0{,}75 \text{ m/s}^2$; $F_B = 4 \text{ kg} \cdot 0{,}75 \text{ m/s}^2 = 3 \text{ N}$

$a_C = 0 \text{ m/s}^2$; $F_C = 0 \text{ N}$

$$a_D = \frac{0\,m/s - 45\,m/s}{120\,s - 80\,s} = -1{,}125\,m/s^2$$; $F_D = 4\text{ kg} \cdot (-1{,}125\text{ m/s}^2) = -4{,}5\text{ N}$



7. Al botar una pelota en la Tierra, aparentemente no se conserva la cantidad de movimiento. Justifica esta observación. ¿La pelota actúa con alguna fuerza sobre la Tierra?

Como en todo tipo de choque en el instante del mismo se conserva la cantidad de movimiento. Pero como la Tierra tiene una masa enorme, el efecto de la fuerza con la que actúa la pelota sobre la Tierra es inobservable.

8. Un camión que tiene una masa de 20 000 kg y se desplaza con una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene en 15 s. Calcula la fuerza media con la que actúan sus frenos.

La velocidad en unidades del SI es: v = 72 km/h = 20 m/s
Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del camión. El impulso con el que actúa la fuerza es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

$\vec{I} = \Delta\vec{p};\ \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{final} - m \cdot \vec{v}_{inicial}$

Como todas las magnitudes tienen la misma dirección:
$F \cdot 15\text{ s} = 20\,000\text{ kg}\,(0\text{ m/s} - 20\text{ m/s}) \Rightarrow F = -26\,667\text{ N}$; de sentido contrario al movimiento.

9. Un taco de billar actúa con una fuerza de 30 N durante 0,06 s sobre una bola de 400 g de masa que está en reposo. Calcula el impulso que recibe la bola y la velocidad con la que sale despedida.

Aplicando la definición de impulso:
$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$; $I = F \cdot \Delta t = 30\text{ N} \cdot 0{,}06\text{ s} = 1{,}8\text{ N} \cdot \text{s}$, de dirección y sentido los de la fuerza.

El impulso que actúa sobre la bola es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \Delta(m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{final} - m \cdot \vec{v}_{inicial}$

Como la bola está inicialmente en reposo: $\vec{v}_{final} = \frac{\vec{I}}{m}$; $v_{final} = \frac{I}{m} = \frac{1{,}8\,N \cdot s}{0{,}4\,kg} = 4{,}5\,m/s$

Cuya dirección y sentido son los de la fuerza aplicada.

10. Un arma de fuego de 4 kg de masa dispara balas de 8 g de masa con una velocidad de 400 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del arma.

Las fuerzas que se generan durante la explosión de la pólvora del cartucho son fuerzas internas al sistema fusil-bala. El peso y la normal tienen el mismo módulo y sentidos opuestos, por lo que la suma de las fuerzas exteriores al sistema es igual a cero. En estas condiciones, en el momento de la explosión se conserva la cantidad de movimiento del conjunto.

Se elige como sistema de referencia uno con el eje X coincidente con la dirección del movimiento y su sentido positivo el sentido del movimiento de la bala.

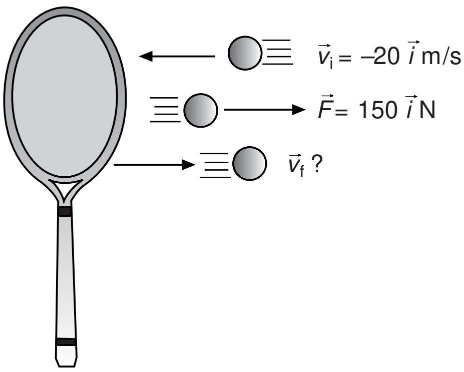
$$\sum F_{exteriores} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{constante} \Rightarrow \vec{p}_{antes} = \vec{p}_{despues}$$

$$\left.\begin{array}{r} \vec{p}_{antes} = 0 \\ \vec{p}_{despues} = m_{bala} \cdot \vec{v}_{bala} + m_{fusil} \cdot \vec{v}_{fusil} \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = 8 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 400\,\text{m/s} \cdot \vec{i} + 4\,\text{kg} \cdot \vec{v}_{fusil}$$

Despejando la velocidad del fusil: $\vec{v}_{fusil} = -\,0{,}8 \cdot \vec{i}\ \text{m/s}$

Que indica que el fusil se mueve en sentido contrario al de la bala.

11. Un tenista recibe una pelota, de 55 g de masa, con una velocidad de 20 m/s. El tenista actúa sobre la pelota con una fuerza de 150 N, contra el movimiento, durante 0,01 s. Calcula la velocidad con que devuelve la pelota.



Supóngase que la pelota se mueve inicialmente hacia la izquierda y se elige el eje X de un sistema de referencia la dirección del movimiento. El impulso que actúa sobre la pelota es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p} = \vec{p}_{final} - \vec{p}_{inicial} = m \cdot \vec{v}_{final} - m \cdot \vec{v}_{inicial}$$

Sustituyendo: $150 \cdot \vec{i}\ \text{N} \cdot 0{,}01\,\text{s} = 0{,}055\,\text{kg} \cdot \vec{v}_f - 0{,}055\,\text{kg} \cdot (-\,20) \cdot \vec{i}\ \text{m/s} \Rightarrow \vec{v}_f = 7{,}3 \cdot \vec{i}\ \text{m/s}$

La velocidad final tiene la misma dirección y sentido que la fuerza aplicada, es decir sentido contrario al de la velocidad inicial.

12. Un proyectil de 12 g de masa que tiene una velocidad de 200 m/s choca y queda incrustado en un bloque de madera de 3 kg de masa que se encuentra en reposo. Calcula la velocidad del conjunto después del choque.

El sistema permanece aislado durante el choque, por lo que su cantidad de movimiento total permanece constante. Se elige un sistema de referencia con la parte positiva del eje X el sentido de la velocidad inicial del proyectil.

La cantidad de movimiento antes de la interacción es:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{proyectil} + \vec{p}_{bloque} = m_{proyectil} \cdot \vec{v}_{proyectil} + m_{bloque} \cdot \vec{v}_{bloque} = 12 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 200 \cdot \vec{i}\ m/s + 0 = 2{,}4 \cdot \vec{i}\ kg \cdot m/s$$

La cantidad de movimiento después de la interacción es:

$$\vec{p}_{después} = \vec{p}_{conjunto} = m_{conjunto} \cdot \vec{v}_{conjunto} = 3{,}012\ kg \cdot \vec{v}_{conjunto}$$

Aplicando la ley de conservación de la cantidad de movimiento, resulta que:

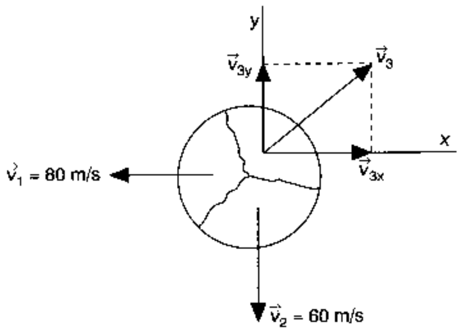
$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después};\ 2{,}4 \cdot \vec{i}\ kg \cdot m/s = 3{,}012\ kg \cdot \vec{v}_{conjunto} \Rightarrow \vec{v}_{conjunto} = 0{,}8 \cdot \vec{i}\ m/s$$

13 Un petardo de ferias está en reposo y explota en tres fragmentos iguales. El uno sale hacia el oeste a 80 m/s, otro hacia el sur a 60 m/s, ¿cuál es la velocidad y dirección del tercero?

Las fuerzas de la explosión son internas al sistema, por tanto durante la explosión se conserva la cantidad de movimiento del petardo. Como la explosión se produce en el plano, se conserva la componente x y la componente y de la cantidad de movimiento.

$$\Sigma\vec{F} = 0; \Delta\vec{p} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta\vec{p}_x = 0 \\ \Delta\vec{p}_y = 0 \end{cases}$$

Se elige un sistema de referencia con su origen en el petardo en el instante de la explosión y el eje X la dirección oeste-este, el eje Y es la dirección sur-norte. Sea m la masa de cada fragmento y φ el ángulo que forma el vector velocidad del tercer fragmento con el eje X.



$$\left.\begin{array}{l} -m \cdot v_1 \cdot \vec{i} + m \cdot \vec{v}_{3x} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{3x} = 80 \cdot \vec{i}\ m/s \\ -m \cdot v_2 \cdot \vec{j} + m \cdot \vec{v}_{3y} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{3y} = 60 \cdot \vec{j}\ m/s \end{array}\right\}$$

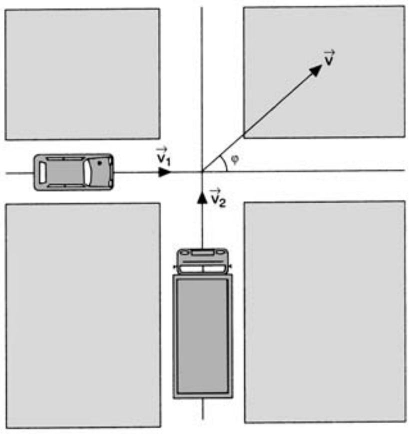
$$\Rightarrow\ \vec{v}_3 = (80 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j})\ m/s$$

El módulo de la velocidad es: $v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{(80\ m/s)^2 + (60\ m/s)^2} = 100\ m/s$

Y el ángulo que forma con el eje de abscisas es:

$$tg\ \varphi = \frac{v_{3y}}{v_{3x}} = \frac{60\ m/s}{80\ m/s} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = 36º\ 52'\ 12'$$

14. Un automóvil de 1 500 kg de masa circula a 120 km/h por una carretera y se salta una señal de stop. Como resultado de la infracción de tráfico choca lateralmente contra un camión, de 8 000 kg que circula perpendicularmente a 36 km/h. Si quedan enganchados después del choque calcula el módulo, dirección y sentido de la velocidad del conjunto.



Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del automóvil y el eje Y la del camión. Durante el choque el sistema permanece aislado por lo que se conservan las componentes de la cantidad de movimiento del conjunto formado por el automóvil y el camión.

$\sum\vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$; $m_a \cdot \vec{v}_a + m_c \cdot \vec{v}_c = (m_a + m_c) \cdot \vec{v}$

Sustituyendo: $1\ 500\,\text{kg} \cdot 120 \cdot \vec{i}\ \text{km/h} + 8\ 000\,\text{kg} \cdot 36 \cdot \vec{j}\ \text{km/h} = 9\ 500\,\text{kg} \cdot \vec{v}$

Despejando: $\vec{v} = (19 \cdot \vec{i} + 30{,}3 \cdot \vec{j})\,\text{km/h}$

El módulo es la velocidad es: $|\vec{v}| = \sqrt{(19\,\text{km/h})^2 + (30{,}3\,\text{km/h})^2} = 35{,}8\,\text{km/h}$

El vector velocidad forma con el eje X un ángulo:

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{v_y}{v_x} = \text{arc tg}\,\frac{30{,}3\,\text{km/h}}{19\,\text{km/h}} = 57^\circ\,54'\,35''$$

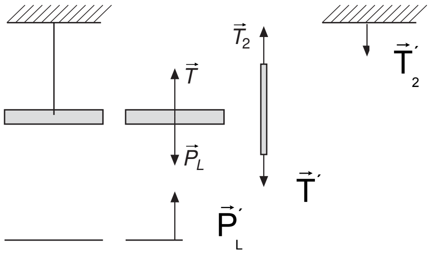
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 265

15. Un niño que tiene una masa de 35 kg está patinando sobre una superficie helada con su padre que tiene una masa de 70 kg. Si cuando se encuentran los dos en reposo, el padre empuja a su hijo con una fuerza de 140 N, determina el estado de movimiento de cada uno de ellos.

Al empujar el adulto al niño, por la ley de acción y reacción sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto las dos personas se mueven con velocidades de la misma dirección y sentidos opuestos. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{adulto} = \frac{F}{m_{adulto}} = \frac{140\,\text{N}}{70\,\text{kg}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad a_{niño} = \frac{F}{m_{niño}} = \frac{140\,\text{N}}{35\,\text{kg}} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

16. Una lámpara cuelga del techo de una habitación. Identifica todos los pares acción-reacción.



Sobre la lámpara actúan su peso P_L y la tensión de la cuerda T. Sobre el cordón actúan la lámpara con T´ y el techo con T_2.

Las fuerzas T y T´ forman un par de fuerzas de acción y reacción. La reacción a P_L es $P_L^{´}$, fuerza con que actúa la lámpara sobre la Tierra y la reacción a T_2 es la fuerza $T_2^{´}$ con que actúa la cuerda sobre el techo.

17. Un muelle tiene una longitud en reposo de 5 cm y una constante de 4 N/cm. El límite de elasticidad se sobrepasa cuando la longitud del muelle es 25 cm. Calcula la fuerza máxima que le podremos aplicar sin inutilizarlo. ¿Qué fuerza se aplica cuando el muelle mide 15 cm? ¿Cuánto se estira el muelle al aplicarle 48 N?

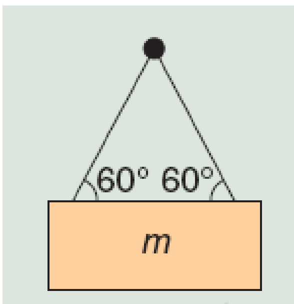
En todos los casos se aplica la ley de Hooke.

a) $F_{máxima} = K \cdot (L - L_0) = 4$ N/cm $\cdot$ (25 cm - 5 cm) = 80 N

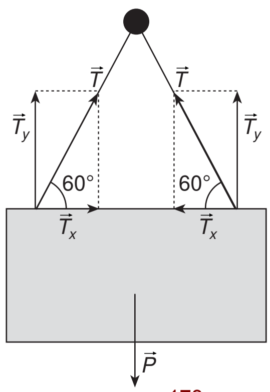
b) $F_{x\,=\,15\ cm} = K \cdot (L - L_0) = 4$ N/cm $\cdot$ (15 cm - 5 cm) = 40 N

c) $F = K \cdot \Delta L$; 48 N = 4 N/cm $\cdot\ \Delta L \Rightarrow \Delta L = 12$ cm

18. Un cuadro que tiene una masa de 3 kg se cuelga de una escarpia que está incrustada en una pared, tal y como muestra la figura adjunta. Determina la tensión que soporta cada uno de los hilos y la fuerza que actúa sobre la escarpia.



Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos y su peso. Si los hilos están uniformemente distribuidos, soportan la misma tensión. En estas condiciones el cuadro está en equilibrio.

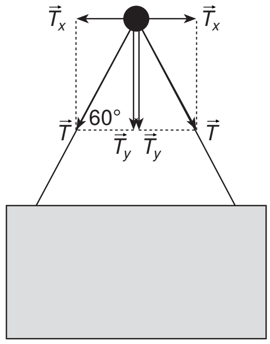


a) Se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Aplicando la condición de equilibrio:

$$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow \begin{cases}\Sigma\vec{F}_x=0\\ \Sigma\vec{F}_y=0\end{cases}$$

Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$$\Sigma\vec{F}_y=0\,;\vec{P}+2\cdot\vec{T}_y=0\,;2\cdot T\cdot \text{sen}\,\varphi=m\cdot g \Rightarrow T=\frac{m\cdot g}{2\cdot \text{sen}\,\varphi}=\frac{3\,\text{kg}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2}{2\cdot \text{sen}\,60^\circ}=17\,\text{N}$$

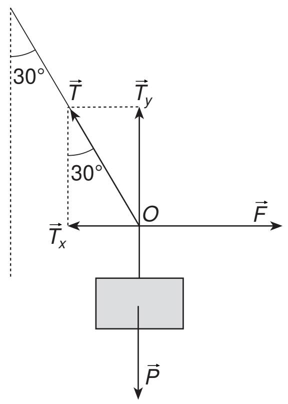


b) Aplicando la ley de acción y reacción, se deduce que sobre la escarpia actúan los dos hilos con una fuerza, cada uno de ellos, del mismo módulo que la tensión que soportan y de dirección la de ellos mismos. Por tanto los hilos actúan, sobre la escarpia, con una fuerza igual al peso del cuadro.

$$\Sigma F_{hilos}=2\cdot\vec{T}_y=\vec{P}$$

Como la escarpia está en equilibrio la pared tiene que actuar con una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentido opuesto.

19. Una lámpara que tiene una masa de 6 kg cuelga del techo mediante un cable. ¿Qué fuerza hay que aplicar horizontalmente para que la cuerda forme un ángulo de 30º con la vertical?



El punto O de la figura, en el que se une la cuerda horizontal con el cable vertical, está en equilibrio y en él concurren las siguientes fuerzas: la tensión de la cuerda T, el peso de la lámpara y la fuerza, F, que hay que aplicar horizontalmente.

Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto O, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Descomponiendo la tensión de la cuerda en componentes y aplicando la primera condición de equilibrio al punto O, se tiene:

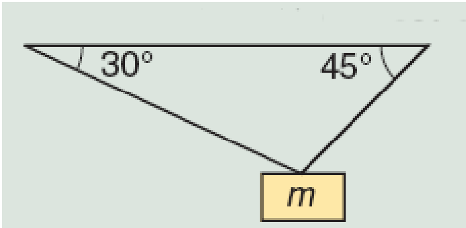
$\Sigma\vec{F}_x=0;\vec{F}+\vec{T}_x=0;$ $F = T \cdot \text{sen}\ 30^\circ$

$\Sigma\vec{F}_y=0;\vec{T}_y+\vec{P}=0;$ $m \cdot g = T \cos 30^\circ$

Dividiendo la primera ecuación por la segunda, se tiene:

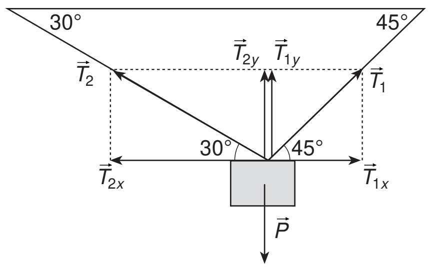
$$\text{tg}\,30^\circ=\frac{F}{m\cdot g}\Rightarrow F=\text{tg}\,30^\circ\,6\,\text{kg}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2=34\,\text{N}$$

20. Un objeto de 40 kg de masa cuelga del techo mediante dos cabos tal como muestra la figura adjunta. Determina la intensidad de las fuerzas con las que actúan los cabos de cuerda sobre el techo.



Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos y su peso. En estas condiciones el objeto está en equilibrio. Se elige un sistema de referencia con su origen en el punto en que se unen los hilos con el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

Aplicando la condición de equilibrio:



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma\vec{F}_x = 0 \\ \Sigma\vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$\Sigma\vec{F}_x = 0\,; \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = 0\,; T_1 \cdot \cos 45° = T_2 \cdot \cos 30°$

$\Sigma\vec{F}_y = 0\,; \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{P} = 0\,; T_1 \cdot \text{sen}\,45° + T_2 \cdot \text{sen}\,30° = m \cdot g$

Despejando T_1 en la primera ecuación:

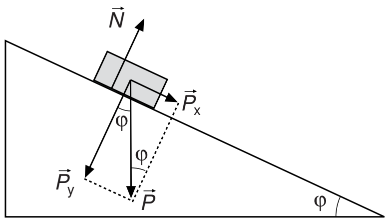
$T_1 = 1{,}225 \cdot T_2$

Sustituyendo en la segunda: $0{,}866 \cdot T_2 + 0{,}5\, T_2 = 40 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_2 = 287 \text{ N}$

Sustituyendo en la primera: $T_1 = 1{,}225 \cdot T_2 = 351{,}6 \text{ N}$

Aplicando la ley de acción y reacción, sobre el techo actúan los cabos con unas fuerzas del mismo módulo que T_1 y T_2 según la dirección de los mismos hilos.

21. Determina la aceleración con la que se desliza un objeto de masa m colocado sobre una superficie exenta de rozamiento y que forma un ángulo de 30º con la horizontal. ¿Con qué aceleración se deslizará un objeto que tiene una masa el doble que el anterior?



Sobre el objeto actúan su peso y la fuerza normal. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie del plano inclinado y el eje Y perpendicular a la misma.

En el eje Y, el objeto está en equilibrio.

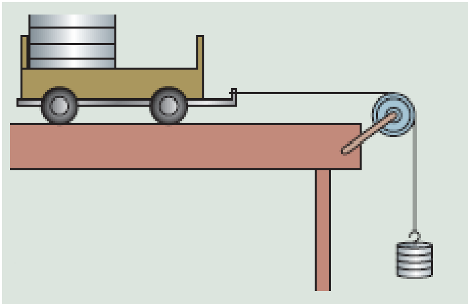
$\Sigma\vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos\varphi$

En el eje X, el objeto se mueve con aceleración constante.

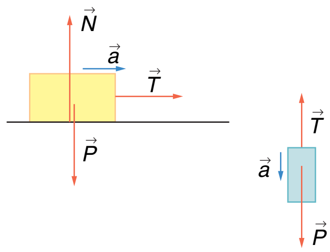
$\Sigma\vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{P}_x = m \cdot \vec{a};\quad m \cdot g \cdot \text{sen}\,\varphi = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \text{sen}\,\varphi$

La aceleración con que se desliza el objeto es independiente de su masa.

22. Un carrito de 100 g de masa está colocado encima de una mesa y unido por una cuerda que pasa por una polea a otro objeto de 50 g de masa y que cuelga, tal y como se representa en la figura adjunta. Prescindiendo de la fricción con la mesa, calcula la tensión del hilo y la aceleración del sistema.



Sobre el objeto que cuelga actúan su peso y la tensión de la cuerda que lo sostiene. Sobre el colocado en la superficie horizontal actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda que tira de él. La tensión de la cuerda que actúa sobre los dos objetos es la misma, al igual que la aceleración con la que se mueven.



Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica a los objetos considerados individualmente.

Sobre el carrito: $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T} = m_{carrito} \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m_{carrito} \cdot a$

Sobre las pesas:

$\sum \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m_{pesas} \cdot \vec{a} \Rightarrow T - P_{pesas} = m_{pesas} \cdot (-a)$

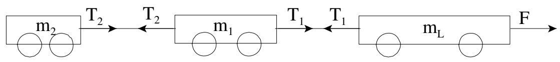
Restando de la primera ecuación la segunda, resulta que:

$P_{pesas} = m_{carrito} \cdot a + m_{pesas} \cdot a$

Despejando: $a = \dfrac{P_{pesas}}{m_{carrito} + m_{pesas}} = \dfrac{m_{pesas} \cdot g}{m_{carrito} + m_{pesas}} = \dfrac{0{,}05\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2}{0{,}100\ kg + 0{,}050\ kg} = 3{,}27\ m/s^2$

Y la tensión del hilo: $T = m_{carrito} \cdot a = 0{,}100\ kg \cdot 3{,}27\ N = 0{,}327\ N$

23. Una locomotora, que tiene una masa de 70 000 kg, arrastra por una vía horizontal dos vagones de masas 20 000 kg y 10 000 kg respectivamente. Despreciando el rozamiento con la vía, calcula la fuerza con la que actúa la locomotora y las tensiones entre los enganches de los vagones cuando arranca con una aceleración de 1,5 m/s².



Sobre la locomotora y los vagones actúan sus pesos, las fuerzas normales. Además, cada enganche actúa con dos fuerzas: una para arrastrar al correspondiente vagón y otra que impide el movimiento del que le precede.

Del último vagón tira la tensión del enganche T_2, por lo que:

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a}; T_2 = m_2 \cdot a = 10\,000\ kg \cdot 1{,}5\ m/s^2 = 15\,000\ N$

Sobre el primer vagón actúa la fuerza que tira de él T_1 y la tensión del enganche T_2, que arrastra al último vagón y que se opone al movimiento.

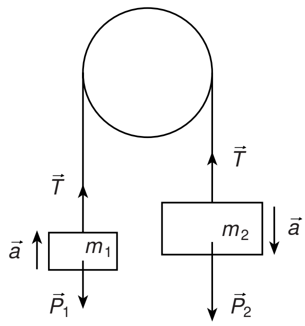
$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m_1 \cdot \vec{a}; T_1 - T_2 = m_1 \cdot a$; $T_1 = 15\,000\ N + 20\,000\ kg \cdot 1{,}5\ m/s^2 = 45\,000\ N$

Sobre la locomotora actúa la fuerza del motor y la tensión del enganche T_1, que arrastra al primer vagón y que se opone al movimiento.

$\sum\vec{F} = m\cdot\vec{a};\ \vec{F} + \vec{T}_1 = m_L\cdot\vec{a};\ F - T_1 = m_L\cdot a$; F = 45 000 N + 70 000 kg · 1,5 m/s^2 = 150 000 N

24. Por la garganta de la polea pasa una cuerda inextensible, y de masa despreciable, de la que penden dos objetos de masas: m_1 = 40 g y m_2 = 50 g. Determina la aceleración con la que evoluciona el sistema y la tensión del hilo. Si se deja en libertad al sistema cuando los dos objetos están a la misma altura, determina la distancia que los separa al cabo de un segundo.

La aceleración con la que sube un objeto es la misma con la que baja el otro y la cuerda, si es inextensible y de masa despreciable, está sometida a la misma tensión en todos sus puntos.



a) Si se consideran los objetos individualmente, las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos son su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje *Y* en la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la Segunda ley de Newton a cada objeto, se tiene:

Para el objeto de masa m_1: $\vec{F}_{resultante\ 1} = m_1\cdot\vec{a}$; $P_1 - T = m_1 \cdot (-a)$;

Para el objeto de masa m_2: $\vec{F}_{resultante\ 2} = m_2\cdot\vec{a}$; $P_2 - T = m_2 \cdot a$

Restando, queda: $P_2 - P_1 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \Rightarrow\ a = \dfrac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g$

Sustituyendo: $a = \dfrac{0{,}05\,kg - 0{,}04\,kg}{0{,}05\,kg + 0{,}04\,kg}\cdot 9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} = 1{,}09\,\dfrac{m}{s^2}$

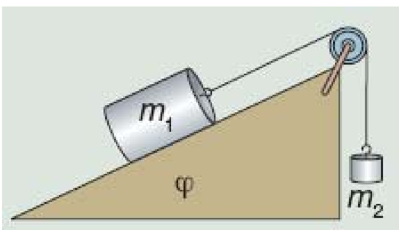
b) La tensión de la cuerda se determina sustituyendo el valor de la aceleración en una de las dos ecuaciones de los objetos.

$P_2 - T = m_2 \cdot a$; $T = P_2 - m_2 \cdot a = m_2\,(g - a)$ = 0,05 kg · (9,8 m/s^2 - 1,09 m/s^2) = 0,44 N

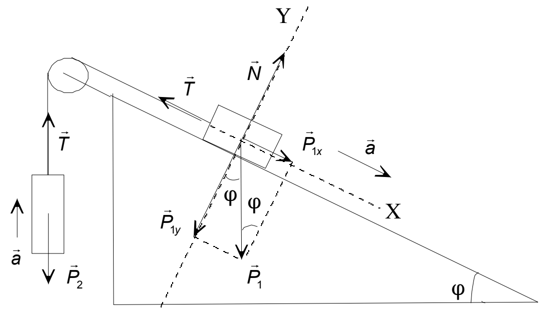
c) La distancia que les separa en 1 s es el doble que la que recorre cada uno de ellos.

h = 2 · Δy = 2 · ½ · a · t^2 = 2 · ½ · 1,09 m/s^2 · (1 s)^2 = 1,09 m

25. Los objetos de la figura tienen masas de m_1 = 6 kg y m_2 = 2 kg y están colocados en un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Calcula la aceleración del sistema.



Sobre el objeto que cuelga actúa su peso y la tensión de la cuerda. Sobre el apoyado en el plano inclinado actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda. La tensión de la cuerda es la misma en todos sus puntos y los dos objetos están animados con la misma aceleración.



Se aíslan los dos objetos, para el objeto que cuelga se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y para el otro objeto se elige el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma y se aplican las leyes de la dinámica.

Objeto que cuelga:

$\Sigma \vec{F}_y = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_2 = m_2 \cdot \vec{a}$; T – P_2 = m_2 · a; T – m_2 · g = m_2 · a ⇒ T = m_2 · (g + a)

Objeto apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_1 + \vec{P}_{1y} = 0;\ N_1 = P_{1y} = m_1 \cdot g \cdot \cos\varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{1x} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}; P_{1x} - T = m_1 \cdot a;\ P_1 \cdot \mathrm{sen}\varphi - T = m_1 \cdot a\end{array}\right\} \Rightarrow T = m_1 \cdot (g \cdot \mathrm{sen}\ \varphi - a)$$

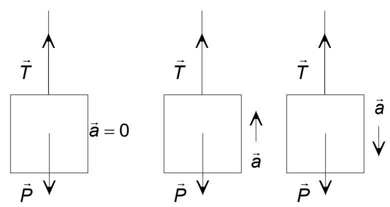
Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$m_2 \cdot g + m_2 \cdot a = m_1 \cdot g \cdot \mathrm{sen}\ \varphi - m_1 \cdot a \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 \cdot \mathrm{sen}\,\varphi - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{9{,}8\,m/s^2 \cdot (6\,kg \cdot \mathrm{sen}30º - 2\,kg)}{6\,kg + 2\,kg} = 1{,}2\,m/s^2$$

26. Una grúa traslada paquetes de 200 kg de masa. Calcula la tensión del cable cuando el paquete está colgado en los siguientes casos: parado, al subir con una velocidad de 4 m/s, al arrancar con una aceleración de 1 m/s^2 y al frenar con una aceleración de 1 m/s^2.

Sobre el paquete actúa su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica.



a) Parado y con velocidad constante.

En los dos casos la aceleración es igual al cero y el objeto está en equilibrio.

$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{T} + \vec{P} = 0$; T – P = 0; T = m · g = 200 kg · 9,8 m/s^2 = 1 960 N

b) Aceleración hacia arriba.

$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$; T – P = m · a;

T = m · g + m · a = 200 kg · (9,8 m/s^2 + 1 m/s^2) = 2 160 N

b) Aceleración hacia abajo.

$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$; T – P = m · (-a);

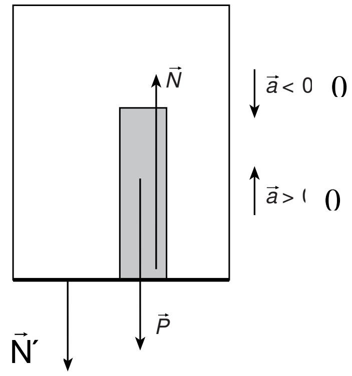
T = m · g - m · a = 200 kg · (9,8 m/s^2 - 1 m/s^2) = 1 760 N

27. Una persona de 70 kg de masa utiliza un ascensor que tiene una masa de 500 kg. Calcula la fuerza con la que actúa la persona sobre el suelo del ascensor en los siguientes casos: cuando está parado, al arrancar hacia arriba con una

aceleración de 2 m/s², al ascender con velocidad constante y al frenar con una aceleración de 2 m/s².

Sobre la persona actúan dos fuerzas su peso y la fuerza normal $\vec{N}$ con que actúa el suelo del ascensor. Aplicando la ley de acción y reacción, si el ascensor actúa sobre la persona con una fuerza $\vec{N}$, la persona actúa sobre el suelo con una fuerza $\vec{N}'$, de la misma dirección y módulo y de sentido opuesto.

Por ello, basta en todos los casos con calcular el módulo de la fuerza normal, $\vec{N}$, que actúa sobre la persona. La dirección de la fuerza con la que actúa la persona es la vertical y sentido hacia abajo, en todos los casos.
Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.



a) Cuando está parado o se mueve con velocidad constante, la persona está en equilibrio.

$\sum\vec{F} = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g = 70\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = 686\,N$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: N´ = 686 N

b) Aceleración hacia arriba.
Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$\sum\vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m \cdot a; N = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (a + g)$

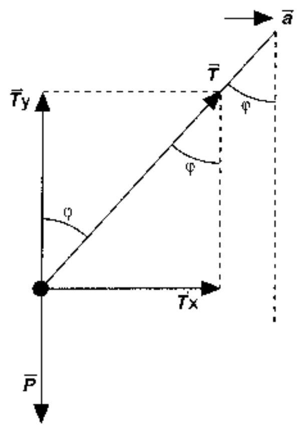
Sustituyendo: N = 70 kg · (2 m/s² + 9,8 m/s²) = 826 N
En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: N´= 826 N

c) Aceleración hacia abajo.
Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$\sum\vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m \cdot (-a); N = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$

Sustituyendo: N = 70 kg · (9,8 m/s² - 2 m/s²) = 546 N
En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: N´= 546 N

28. Colgando del techo de un automóvil se coloca un péndulo de masa m. Deduce la relación entre la aceleración del vehículo y el ángulo que se desvía la cuerda del péndulo de la vertical.



Para un observador inercial, situado fuera del vehículo, las fuerzas que actúan sobre el péndulo son el peso y la tensión de la cuerda. El cuerpo no está en equilibrio y aplicando la segunda ley de Newton:

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Se descompone la tensión en la componente horizontal y vertical y como en la dirección vertical el objeto está equilibrio siempre que la aceleración sea constante, resulta que:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_x = m \cdot \vec{a} \Rightarrow T \cdot \text{sen}\,\varphi = m \cdot a \\ \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T \cdot \cos\varphi = m \cdot g \end{array}\right\} \Rightarrow \text{tg}\,\varphi = \frac{a}{g}$$

INVESTIGA-PÁG. 266

1. En la página http://www.aero.upm.es/es/alumnos/historia_aviacion/esp.html tienes información sobre la historia de la aviación en España.

Página muy completa en la que se trata la industria aeronáutica en España, los grandes vuelos, los inicios de la ingeniería aeronáutica, el transporte aéreo, el desarrollo de los aeropuertos, la aviación en el Guerra Civil y los aviones desarrollados en España.

2. En la página web: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/, de física con ordenador puedes encontrar animaciones que explican el funcionamiento de un cohete de una etapa y de varias etapas. ¿En que se diferencian los dos tipos de cohetes?

Un cohete ordinario de una etapa funciona gracias a las reacciones químicas que proporcionan una velocidad constante de salida de los gases.

En un cohete de varias etapas, los tanques se desprenden a medida que se gasta el combustible. De esta forma la masa a transportar disminuye a lo largo de las etapas.