UNIDAD 13: Probabilidad

ACTIVIDADES-PÁG. 296

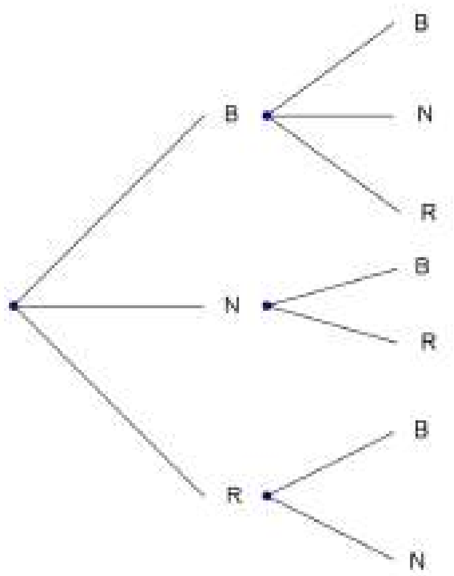
1. Como las nevadas se pueden producir, con la misma probabilidad, cualquier día de la semana, el porcentaje esperado será:

$$\frac{2}{7} \cdot 100 = 28{,}57\%.$$

2. Podemos sospechar que el dado está trucado ya que la frecuencia de obtener 6 es el doble de las frecuencias de obtener los otros resultados.

Habría que realizar más tiradas para confirmar esa sospecha.

3. Si llamamos a los sucesos B = "Salir blanca", N = "Salir negra" y R = "Salir roja", el diagrama de árbol puede quedar en la forma:



4. La probabilidad de cada uno de los resultados es:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Probabilidad	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Por tanto, la probabilidad de que salga 2 es $\frac{1}{8}$

5. Si llamamos a los clientes: Cliente 1, Cliente 2 y Cliente 3 (C) y a las cartas: Carta 1 (A), Carta 2 (B) y Carta 3 (C), todas las posibilidades de entrega de las cartaza son:

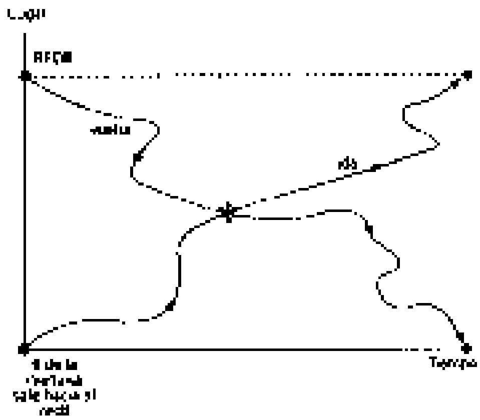
Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3

A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

Observamos que solo hay una posibilidad, entre seis, de entregar las cartas correctamente, por tanto, la probabilidad pedida es $\frac{1}{6}$.

ACTIVIDADES-PÁG. 311

1. Podemos representar el problema en un gráfico.

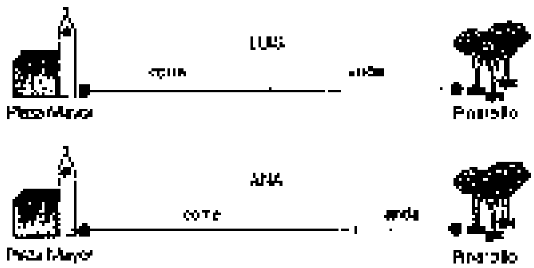


En el gráfico está muy clara la situación del problema y la solución del mismo.

Efectivamente, hay un punto por el que pasa a la misma hora, y es el punto (*) en el que se encuentran los dos trayectos, el de ida y el de vuelta.

2. Cuando Luis está en la mitad del camino, comienza a andar, luego la otra mitad va a velocidad más lenta.

En cambio, Ana, al correr la mitad del tiempo, corre más de la mitad del camino, por lo que menos de la mitad lo hace andando, así llega antes Ana.



3. El primer cirujano se pone el guante (A) dentro del otro (B), es decir, se pone (A) y encima se pone (B).

El segundo cirujano se pone el guante (B) por la cara que no ha tocado al herido.

El tercer cirujano se pone el guante (A) dándole la vuelta y encima de éste (B) con que han operado los otros dos cirujanos.

ACTIVIDADES-PÁG. 314

1. El espacio muestral tiene $2^4 = 16$ elementos:

E = {CCCC, CCCX, CCXC, CXCC, XCCC, CCXX, CXCX, CXXC, XXCC, XCXC, XCCX, XXXC, XXCX, XCXX, CXXX, XXXX}

2. Los sucesos son:

a) $A \cap \overline{C}$ = {Sacar oros}

b) $A \cap B \cap C$ = {Ø}

c) $A \cup B$ = {Sacar oros o rey}

d) $B \cap A$ = {sacar el rey de oros}

3. Las respuestas son:

a) Las probabilidades asignadas serían:

Resultado	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Probabilidad	0,10	0,15	0,10	0,30	0,20	0,15

b) La probabilidad de obtener un resultado menor que 4 es: P (menor que 4) = 0,10 + 0,15 + 0,10 = 0,35.

4. La moneda parece trucada. Las probabilidades asignadas serían: P (cara) = 0,6 y P (cruz) = 0,4.

5. Respecto a la primera ley de los grandes números, al aumentar el número de lanzamientos, observamos en la tabla que las frecuencias relativas tiene menores oscilaciones y una mayor aproximación a la frecuencia relativa esperada que es $1/4 = 0{,}25$.

Para observar el cumplimiento de la segunda ley de los grandes números, construimos la tabla siguiente:

Nº lanzamientos	100	500	1 000	5 000	10 000	50 000	100 000
Fr. absoluta esperada	25	125	250	1 250	2 500	12 500	25 000
Fr. absoluta obtenida	25	134	261	1 215	2 441	12 231	24 675
Dif. En valor absoluto	0	9	9	35	49	269	325

Vemos que al aumentar el número de lanzamientos, tiende a aumentar la diferencia en valor absoluto entre las frecuencias absoluta obtenida y esperada.

Las diferencias entre las frecuencias absolutas obtenida y esperada son: 0, 9, 9, 35, 49, 269 y 325.

6. Los resultados son:

a) No es una probabilidad ya que P (A) + P (B) + P (C) = $\frac{13}{12} \neq 1$.

b) Es una probabilidad pues P (A) + P (B) + P (C) = 1.

7. Las probabilidades son:

a) P (A) = 1 – P (B) – P (C) = $\frac{1}{3}$

b) Llamando P (C) = x, tenemos:

P (A) = 6x; P (B) = 2x y P (A) + P (B) + P (C) = 1; entonces, 9x = 1 y $x = \frac{1}{9}$.

Por tanto, $P(A) = \frac{2}{3}$.

8. La probabilidad es $P(cruz) = \frac{1}{4}$

9. Las probabilidades son:

$P(al\ menos\ un\, seis) = \frac{11}{36}$ $\quad$ $P(Suma\ 10) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

10. El espacio muestral tiene 16 elementos. Las probabilidades son:

a) $P(2\ caras\ \ y\ 2\ cruces) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ $\quad$ c) $P(a\lg una\ cara) = \frac{15}{16}$

b) $P(como\ máximo\ una\ cruz) = \frac{5}{16}$ $\quad$ d) $P(como\ mínimo\ 3\ caras) = \frac{5}{16}$

ACTIVIDADES-PÁG. 315

11. Las probabilidades son:

a) $P(copas) = \frac{1}{4}$ $\quad$ b) $P(figura) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ $\quad$ c) $P(oros\ o\ sota) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

12. Las probabilidades son:

a) $P(2\ negras) = \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{10}{91}$

b) $P(1\ roja\ \ y\ 1\ negra) = \frac{9}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot 2 = \frac{45}{91}$

c) $P(al\ menos\ 1\ roja) = 1 - \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{81}{91}$

13. Las probabilidades son:

Extracción con devolución: $P(sabores\ dist\operatorname{int} os) = \frac{6}{18} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{5}{18} \cdot 6 = \frac{35}{162}$

Extracción sin devolución: $P(sabores\ dist\operatorname{int} os) = \frac{6}{18} \cdot \frac{7}{17} \cdot \frac{5}{16} \cdot 6 = \frac{35}{136}$

14. Las probabilidades son:

a) $P(2\ de\, alu\min io) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{13} = \frac{3}{13}$ $\quad$ $P(materiales\ \ dist\operatorname{int} os) = \frac{6}{10} \cdot \frac{8}{13} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{13} = \frac{34}{65}$

b) $P(2\ monedas\ de\,cobre) = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}+\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{13}\cdot\frac{7}{12}=\frac{16}{65}$

15. Las probabilidades pedidas son:

a) $P(persona\ con\ gafas) = 0{,}8\cdot 0{,}6 + 0{,}2\cdot 0{,}25 = 0{,}48 + 0{,}05 = 0{,}53$

b) $P(mujer\ con\ gafas) = 0{,}8\cdot 0{,}6 = 0{,}48$

16. a) La tabla completa aparece a continuación:

	Alumnas	**Alumnos**	**Total**
Ciencias	300	300	600
Letras	250	150	400
Total	550	450	100

b) La probabilidad pedida es: $P(ciencias) = \frac{600}{1000} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

17. La probabilidad es $P\left(3/_{>3}\right)=\frac{0}{3}=0$.

18. La tabla completa aparece a continuación:

	Hombres	**Mujeres**	**Total**
$\geq$ 40 años	60	70	130
< 40 años	40	30	70
Total	100	100	200

Las probabilidades son:

a) $P(mujer) = \frac{1}{2} = 0{,}5$

b) $P(<40\ años) = \frac{7}{20} = 0{,}35$

c) $P\left(mujer/_{\geq 40\ años}\right) = \frac{70}{130} = \frac{7}{13} = 0{,}54$

19. La tabla completa aparece a continuación:

	Hombres	**Mujeres**	**Total**
Enfermo	12	11	23
No enfermo	188	89	277
Total	200	100	300

Las probabilidades son:

a) $P(\text{hom}bre) = \dfrac{200}{300} = 0{,}67$

b) $P(enfermo) = \dfrac{23}{300} = 0{,}077$

c) $P\left(\text{hom}bre \middle/ enfermo\right) = \dfrac{0{,}04}{0{,}0767} = 0{,}52$

20. Las probabilidades de los sucesos A y B son: $P\,(A) = P(B) = \dfrac{2}{3}$.

Por la expresión de la probabilidad de la unión, tenemos:

$$P\,(A \cup B) = P\,(A) + P\,(B) - P\,(A \cap B) \quad \Rightarrow \; P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{7}{12} \neq 0$$

Por tanto, los sucesos A y B no son incompatibles.

Al ser $P(A \cap B) = \dfrac{7}{12}$ y $P(A) \cdot P(B) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{9}$, los sucesos A y B no son independientes.

ACTIVIDADES-PÁG. 316

21. Si llamamos C al suceso elemental “salir cara” y X a “salir curz”, tenemos que los sucesos A, B, C y sus intersecciones son:

A = {CCC, CCX} B = {CCX, CXX} C = {CCX, CXX, XCX, XXX}

$A \cap B = \{CCX\}$ $A \cap C = \{CCX\}$ $B \cap C = \{CCX, CXX\}$

Las probabilidades de los sucesos anteriores son:

$P\,(A) = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$ $P\,(B) = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$ $P\,(C) = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

$P\,(A \cap B) = \dfrac{1}{8}$ $P\,(A \cap C) = \dfrac{1}{8}$ $P\,(B \cap C) = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

Como $P\,(A \cap B) = \dfrac{1}{8} \neq \dfrac{1}{16} = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{4} = P\,(A) \cdot P\,(B)$, los sucesos A y B no son independientes.

Como $P\,(A \cap C) = \dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{2} = P\,(A) \cdot P\,(C)$, los sucesos A y C son independientes.

Como $P\,(B \cap C) = \dfrac{1}{4} \neq \dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{2} = P\,(B) \cdot P\,(C)$, los sucesos B y C no son independientes.

22. Llamamos E_i al suceso “Salir espadas en la extracción número i”.

a) Se pide calcular $P\ (E_1 \cap E_2 \cap E_3)$. Utilizando la probabilidad compuesta o del producto:

$$P\ (E_1 \cap E_2 \cap E_3) = P\ (E_1) \cdot P\ (E_2\ /\ E_1) \cdot P\ (E_3\ /\ E_1 \cap E_2) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = 0{,}0121$$

b) Como la carta extraída se vuelve a introducir, los sucesos son independientes, y la probabilidad buscada es:

$$P\ (E_1 \cap E_2 \cap E_3) = P\ (E_1) \cdot P\ (E_2) \cdot P\ (E_3) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = 0{,}0156$$

23. Completamos la tabla con la fila y columna de totales:

	Positivo (Pos)	**Negativo (Neg)**	**Totales**
Mujeres (Muj)	7	73	80
Hombres (Hom)	23	47	70
Totales	30	120	150

a) La probabilidad pedida es $P\ (Pos) = \frac{30}{150} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

b) La probabilidad de que resulte positivo al hacérselo a un hombre es:

$$P\ (Pos\,/\,Hom) = \frac{P\ (Pos \cap Hom)}{P\ (Hom)} = \frac{23/150}{70/150} = \frac{23}{70} = 0{,}3286$$

c) Como $P\ (Neg \cap Muj) = \frac{73}{150} = 0{,}4867 \neq 0{,}4267 = \frac{120}{150} \cdot \frac{80}{150} = P\ (Neg) \cdot P\ (Muj)$, los sucesos "Salir negativo" y "Ser mujer" no son independientes.

24. Sean A y B, respectivamente, la primera y la segunda prueba.

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}5 = 0{,}9$.

b) P (no pase ninguna) = 1 - P (pase al menos una) = 1 – 0,9 = 0,1.

c) No son independientes ya que P (A) · P (B) ≠ P (A ∩ B).

d) $P\left(B/\overline{A}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = 0{,}75$

25. La tabla completa aparece a continuación:

	Diurno	**Nocturno**	**Total**
Defectuosa	4	8	12
No defectuosa	196	92	288
Total	200	100	300

Las probabilidades son:

a) $P(defectuosa) = \dfrac{12}{300} = 0{,}04$

b) $P\left(\frac{nocturno}{defectuoso}\right) = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} = 0{,}6667$

$P\left(\frac{diurno}{defectuoso}\right) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} = 0{,}3333$

26. Llamamos x a la probabilidad de que se averíe un smartphone y obtenemos:

$$\frac{100}{800} \cdot 0{,}15 + \frac{200}{800} \cdot 0{,}10 + \frac{500}{800} \cdot x = 0{,}06$$

Operando hallamos x = 0,026

27. Las soluciones a los apartados son:

a) Como $P(A \cap B) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{8} = \dfrac{1}{8}$, los sucesos son compatibles.

Además, como $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, los sucesos son independientes.

b) Las probabilidades son:

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = \dfrac{7}{8}$.

$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{8}$.

$P\left(A/B\right) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{1}{4}$.