UNIDAD 13: TRABAJO Y ENERGÍA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 289

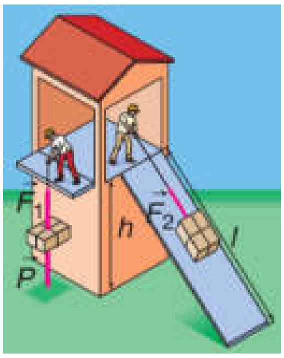
1. Describe las transformaciones de la energía que se realizan en la cama elástica de las atracciones de ferias.

Al dejarse una persona caer su energía potencial gravitatoria disminuye y se transforma en energía potencial elástica que almacenan los resortes de la cama elástica al deformarse.

Al salir despedida la persona se transforma la energía potencial elástica en energía cinética de la persona. Según asciende la persona disminuye su energía cinética que se transforma en energía potencial gravitatoria, hasta que llega al punto más elevado de su recorrido.

Al bajar, disminuye su energía potencial gravitatoria y aumenta la energía cinética. Al entrar en contacto con la cama la persona se frena y se deforman los resortes y se transforma la energía cinética en energía potencial elástica. A continuación se repite el ciclo.

2. Dos personas trasladan objetos iguales desde al suelo hasta la misma plataforma tal y como se muestra en la figura adjunta. ¿Cual de las dos personas trabaja más?



En ausencia de fricción, el trabajo realizado por las dos personas es el mismo. La situación inicial y final de los objetos elevados es la misma.

3. Al botar una pelota, se observa que cada bote es de menor altura que el anterior. ¿Eres capaz de explicar este hecho?

En cada uno de los botes parte de la energía cinética de la pelota se transforma calor, por lo que la altura alcanzada es cada vez menor.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 291

1. Indica si en las siguientes actividades se realiza trabajo o solamente esfuerzo: empujar una pared, colocar un libro en una estantería, bajar un libro de una estantería, llevar el libro debajo del brazo por el pasillo.

Se realiza trabajo al colocar un libro en una estantería y al bajarlo de la misma.

Al empujar una pared no se realiza trabajo, ya que la fuerza no se desplaza.

Tampoco se realiza trabajo al llevar un libro debajo de brazo por una superficie horizontal, ya que la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 294

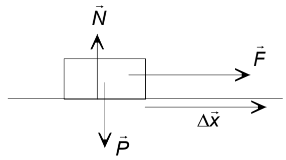
2. Justifica que la unidad de energía cinética es el julio.

Aplicando la definición de energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, resulta que:

$kg \cdot (m/s)^2 = kg \cdot m/s^2 \cdot m = N \cdot m = J$

3. Sobre un objeto, de 20 kg de masa, que está inicialmente en reposo, actúa una fuerza resultante de 5 N desplazándolo 6 m. Calcula el trabajo que realiza la fuerza y la velocidad que adquiere el objeto.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.



a) Aplicando la definición de trabajo:

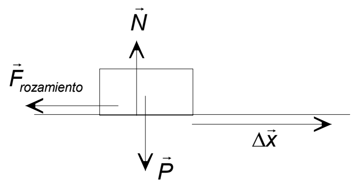
$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi = 5 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} \cdot \cos 0° = 30 \text{ J}$

b) El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética.

$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0;\ \ 30 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot v^2 \Rightarrow v = 1{,}73 \text{ m/s}$

4. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 4 m/s. Si sobre él actúa una fuerza de rozamiento de 3,2 N, calcula la distancia que recorre para detenerse.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.



El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética.

$W_F = \Delta E_c;\ F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 108° = 0 - ½ \cdot m \cdot v^2$

Sustituyendo: $3{,}2 \text{ N} \cdot \Delta x \cdot (-1) = - \cdot 2 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m/s})^2 \Rightarrow \Delta x = 5 \text{ m}$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 297

5. Justifica que la unidad de energía potencial gravitatoria y de energía potencial elástica es el julio.

De la definición de energía potencial gravitatoria: $E_p = m \cdot g \cdot h$, se deduce que:
$kg \cdot m/s^2 \cdot m = N \cdot m = J$

De la definición de energía potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$, se deduce que:

$N/m \cdot m^2 = N \cdot m = J$

6. Un muelle tiene una constante elástica de 2 N/cm. Calcula la energía potencial elástica cuando la deformación es de 4 cm. ¿Qué trabajo realiza la fuerza elástica para producir esa deformación?

Las magnitudes en unidades del SI son: $\Delta x = 4$ cm = 0,04 m; K = 2 N/cm = 200 N/m
a) Aplicando la definición de energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\ N/m \cdot (0{,}04\ m)^2 = 0{,}16\ J$$

b) El trabajo que realiza la fuerza elástica es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

$$W_{F\ elástica} = -\ \Delta E_{p\ elástica} = -\ (E_{p\ elástica\ final} - E_{p\ elástica\ inicial}) = -\ (0{,}16\ J - 0) = -\ 0{,}16\ J$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 298

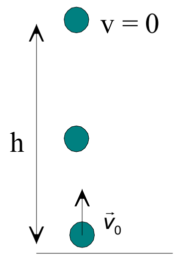
7. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica deduce que la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura h es: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

La única fuerza que actúa sobre un objeto que cae es su peso y, por tanto, se conserva su energía mecánica. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica entre el punto desde el que se deja caer y el suelo y eligiendo como nivel de referencia de la energía potencial el suelo, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0;\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{suelo} - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow v_{suelo} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

8. ¿Hasta qué altura asciende una pelota que se lanza verticalmente con una velocidad de 12 m/s? ¿A qué altura sobre el suelo estará cuando su velocidad sea igual a 6 m/s? ¿Qué velocidad llevará cuando esté a 5 m del suelo?

La única fuerza que actúa sobre la pelota es su peso y por ello se conserva su energía mecánica durante todo el recorrido. Se elige como origen de energía potencial gravitatoria el suelo.
$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$



a) La energía cinética en el suelo se transforma en energía potencial gravitatoria.
$E_{c\ suelo} + E_{p\ suelo} = E_{c\ arriba} + E_{p\ arriba}$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{suelo} + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h$; $\frac{1}{2} \cdot (12\ m/s)^2 = 9{,}8\ m/s^2 \cdot h$

$\Rightarrow h = 7{,}35\ m$

b) Un parte de la energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria.
$E_{c\ suelo} + E_{p\ suelo} = E_c + E_p$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{suelo} + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$; $\frac{1}{2} \cdot (12\ m/s)^2 = \frac{1}{2} \cdot (6\ m/s)^2 + 9{,}8\ m/s^2 \cdot h$

Despejando: $h = 5{,}51\ m$

c) De igual forma: $E_{c\ suelo} + E_{p\ suelo} = E_{c\ 5m} + E_{p\ 5m}$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{suelo} + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$; $\frac{1}{2} \cdot (12\ m/s)^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 + 9{,}8\ m/s^2 \cdot 5\ m$

$\Rightarrow v = 6{,}78\ m/s$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 304

9. Justifica que la unidad de medida de la energía eléctrica kW·h es una unidad de energía y no de potencia y expresa su equivalencia en julios.

Teniendo en cuenta la definición de vatio: 1 kW·h = 1 000 J/s · 3 600 s = 3 600 000 J

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 308

1. ¿Tiene energía potencial gravitatoria un objeto situado en el fondo de un hoyo?

A un objeto dentro de un hoyo se le puede asignar una energía potencial gravitatoria respecto del fondo de otro pozo más profundo que se elija como origen de referencia.

2. ¿Cuándo se dice que una fuerza es conservativa? ¿La fuerza de rozamiento es conservativa?

Una fuerza es conservativa cuando tiene la propiedad de que el trabajo neto a lo largo de un recorrido cerrado es igual a cero, tal es el caso del peso y la fuerza elástica. Este trabajo es independiente de la trayectoria, solamente depende de las posiciones inicial y final.

A las fuerzas que no presentan esta característica se les denomina fuerzas no conservativas, como, por ejemplo, la fuerza de rozamiento. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es siempre negativo, se transforma en forma de calor, y depende de la trayectoria recorrida por el móvil.

3. Dos objetos que tienen la misma cantidad de movimiento, ¿tienen la misma energía cinética?

La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial que se define: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Y la energía cinética es una magnitud escalar que se define: $E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$

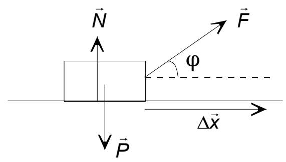
Aunque los módulos de la cantidad de movimiento de dos objetos sean iguales, no tienen por qué tener la misma energía cinética.

4. En lo alto de un plano inclinado hay dos objetos en reposo, uno se deja caer verticalmente y el otro se resbala sin rozamiento a lo largo de la rampa. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál adquiere más energía cinética al llegar al suelo?

Los objetos se deslizan por un plano inclinado con una aceleración mayor cuanto más pendiente sea el plano, luego llega antes al suelo el que se deja caer verticalmente.

Si no hay rozamiento, los dos objetos llegan al suelo con la misma velocidad. En los dos casos la energía potencial gravitatoria se transforma íntegramente en energía cinética.

5. Un objeto que tiene una masa de 2 kg se desliza, sin rozamiento por una superficie horizontal, por la acción de una fuerza de intensidad igual a 6 N que forma un ángulo de 30º con la citada superficie. Determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto para recorrer una distancia de 4 m.

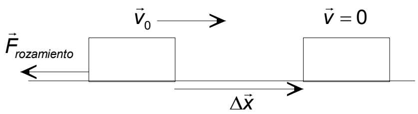


Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. El peso y la fuerza normal no realizan trabajo pues son perpendiculares al desplazamiento.

El trabajo que realiza la fuerza aplicada es igual que el que realiza su componente en la dirección del desplazamiento. Aplicando la definición de trabajo:

$W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi = 6\ N \cdot 4\ m \cdot \cos 30º = 20{,}8\ J$

6. Un vehículo de masa 900 kg que va a una velocidad de 25 m/s frena bruscamente y se desliza hasta pararse. Si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,2, determina la distancia recorrida hasta detenerse.



Sobre el vehículo actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza resultante que actúan sobre el objeto es igual a la fuerza de rozamiento. Durante el recorrido del objeto solamente se modifica su velocidad y no hay variación de su posición respecto de la Tierra.

Aplicando la ley de la energía cinética: el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética asociada al objeto.

$W_{F_{rozamiento}} 0 = \Delta E_c = 0 - 1/2\ m \cdot v^2$; $F_{rozamirnto} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$;

$\mu \cdot N \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

En una superficie horizontal el peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, por lo que:

$\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$; $0{,}2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (25\ m/s)^2 \Rightarrow \Delta x = 159{,}4\ m$

La energía cinética asociada al objeto se transfiere en forma de calor con el entorno.

7. Un vehículo que lleva una velocidad de 36 km/h tiene que recorrer 50 m hasta detenerse. ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse cuando vaya a una velocidad de 108 km/h?

Las velocidades en unidades del SI son:
v_1 = 36 km/h = 10 m/s; v_2 = 108 km/h = 30 m/s

Como solamente hay variaciones de la velocidad del automóvil se aplica la ley de la energía cinética, para determinar el módulo de la fuerza de rozamiento. El trabajo que realiza la fuerza resultante se emplea en modificar la energía cinética del automóvil.

$W_{Fresultante} = \Delta E_c$; $F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cos 108° = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Sustituyendo en los casos: $F_{rozamiento} \cdot \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$; $F_{rozamiento} \cdot \Delta x_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2$

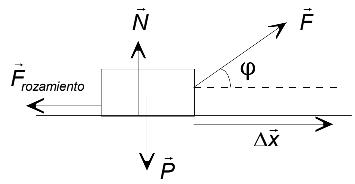
Dividiendo miembro a miembro y como la fuerza de rozamiento permanece constante:

$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$; $\frac{50\ m}{\Delta x_2} = \frac{(10\ m/s)^2}{(30\ m/s)^2} \Rightarrow \Delta x_2 = 450$ m

Si la velocidad se triplica, la distancia empleada para detenerse se multiplica por nueve.

8. Un objeto de 8 kg de masa se traslada por una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 30º con la citada horizontal. Si el objeto arranca desde el reposo y el coeficiente de rozamiento al deslizamiento es igual a 0,2, determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas y la velocidad del objeto después de recorrer 4 m.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento. Hay que determinar el módulo de cada una de las fuerzas. Se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.



Como el objeto se desliza por la horizontal, en el eje Y está en equilibrio. En este caso el módulo de la normal no es igual al peso del objeto, descomponiendo la fuerza aplicada en componentes, se tiene:

$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{P} = 0$; N + F · sen φ - P = 0

Despejando: N = m · g - F · sen 30º = 8 kg · 9,8 m/s^2 - 60 N · sen 30º = 48,4 N

El módulo de la fuerza de rozamiento es: $F_{rozamiento}$ = μ · N = 0,2 · 48,4 N = 9,7 N

La fuerza resultante tiene por dirección la del eje X:

$\vec{F}_{resultante} = \vec{F}_x + \vec{F}_{rozamiento}$;

$F_{resultante}$ = F · cos 30º - $F_{rozamiento}$ = 60 N ·cos 30º - 9,7 N =42,3 N

El trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero, ya que el desplazamiento de perpendicular a la dirección de las fuerzas.

$W_P = W_N = 0$

El trabajo que realiza la fuerza aplicada es:

$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} =$ 60 N · 4 m · cos 30º = 207,8 J

Y el de la fuerza de rozamiento es:

$W_{Frozamiento} = \vec{F}_{rozamiento} \cdot \Delta\vec{x} =$ 9,7 N · 4 m · cos 180º = - 38,8 J

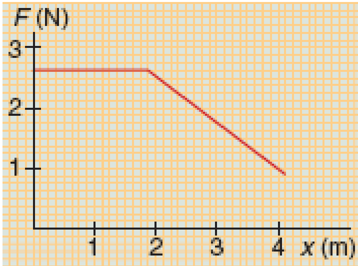
El trabajo total es la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas, que coincide con el trabajo realizado por la fuerza resultante

$W_{Fresultante} = \vec{F}_{resultante} \cdot \Delta\vec{x} =$ 42,3 N · 4 m · cos 0º = 169,2 J

Para determinar la velocidad del móvil se aplica la ley de la energía cinética. El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética del objeto.

$W_{Fresultante} = \Delta E_c$; $W_{Fresultante} = ½ \cdot m \cdot v^2 - 0$; $169{,}2\ J = \frac{1}{2} \cdot 8\ kg \cdot v^2 \Rightarrow v = 6{,}5\ m/s$

9. La fuerza que actúa a lo largo de una distancia sobre una partícula, de 20 g de masa, está representada en la figura adjunta. Si la partícula está inicialmente en reposo, calcula la velocidad de la partícula al final del recorrido.



El trabajo realizado por la fuerza es igual al área encerrada por la curva y el eje de las abscisas.

W_F = área rectángulo + área trapecio = $2\ m \cdot 2{,}5\ N + \frac{2{,}5\,N + 1\,N}{2} \cdot 2\ m = 8{,}5\ J$

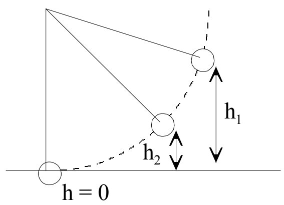
Aplicando la ley de la conservación de la energía cinética, el trabajo realizado por la fuerza resultante se emplea en modificar la energía cinética de la partícula.

$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}5\ J}{20 \cdot 10^{-3}\ kg}} = 29{,}15\ m/s$

10. Un péndulo consta de una esfera de 250 g de masa y una cuerda de 1 m de longitud que cuelga de un soporte. Calcula el trabajo realizado para separar al objeto lateralmente de la vertical una altura de 50 cm, manteniendo la cuerda tensa. ¿Qué velocidad lleva la esfera cuando está a una altura de 10 cm sobre el punto más bajo de la trayectoria? ¿Con qué velocidad pasa la esfera por el punto más bajo de la trayectoria?

a) Al separar el objeto de la vertical, solamente hay variación de la posición respecto de la Tierra. El trabajo que realiza la fuerza externa es igual a la variación de la energía potencial gravitatoria de la esfera.

$W_F = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 0{,}250\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 0{,}5\ m = 1{,}225\ J$



Al dejar el sistema en libertad, las fuerzas que actúan son su peso y la tensión de la cuerda que es perpendicular a la trayectoria y, por tanto, no realiza trabajo alguno.

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre la posición inicial y el punto situado a 10 cm de la posición más baja de la trayectoria y se elige el punto más bajo de la trayectoria como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria.

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,2} + E_{p,2} \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2$

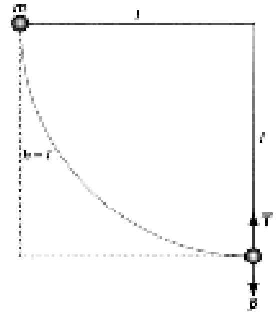
Despejando: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot (0{,}5\ m - 0{,}1\ m)} = 2{,}8\ m/s$

c) En el punto más bajo de la trayectoria la energía potencial gravitatoria inicial se ha transformado en energía cinética.

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,0} + E_{p,0} \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2 + 0$

Despejando: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 0{,}5\,m} = 3{,}1\,m/s$

11. La bola de un péndulo se desplaza de la vertical hasta que la cuerda queda horizontal y se deja oscilar. Calcula la velocidad de la bola y la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria.



La energía potencial gravitatoria asociada a la posición inicial de la bola se transforma en energía cinética en el parte más baja de la trayectoria. Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica, resulta que:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

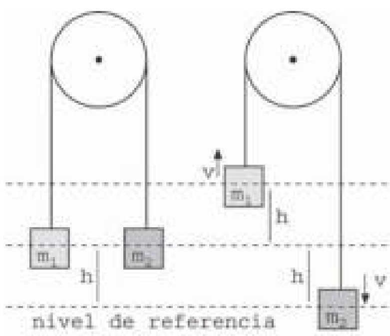
El movimiento que describe la lenteja del péndulo es circular. Aplicando la segunda ley de Newton a esta posición, se tiene:

$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n \Rightarrow T - P = m \cdot \frac{v^2}{R}$

Despejando y sustituyendo y como la altura h es igual al radio R de la trayectoria:

$T = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot g + m \frac{2 \cdot g \cdot h}{R} = 3 \cdot m \cdot g = 3 \cdot P$

12. Dos objetos de masas m_1 = 4 kg y m_2 = 4,1 kg están unidos a los extremos de una cuerda ligera que pasa por la garganta de una polea exenta de rozamiento. Inicialmente los objetos están a la misma altura sobre el suelo y se deja evolucionar al sistema. Calcula la velocidad de los objetos cuando están separados por una distancia de 2 m.



Al liberar el sistema, los dos objetos se aceleran aumentando continuamente su velocidad. Ambos tienen la misma velocidad y la distancia que desciende el uno, es igual a la recorrida por el otro.

Al no existir fricción, la energía mecánica del sistema se conserva. La disminución de la energía potencial del objeto que desciende se transforma en energía potencial del objeto que asciende y en energía cinética de ambos.

Se elige como nivel de referencia de la energía potencial la posición del objeto de mayor masa en el instante en el que la separación de ambos objetos es de 2 m. Respecto a esta referencia, la posición inicial de los dos objetos es 1 m y la posición final del objeto de menor masa es 2 m.

Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica:
$\Delta E_p + \Delta E_c = 0$; $E_{pi,\,1} + E_{ci,\,1} + E_{pi,\,2} + E_{ci,\,2} = E_{pf,\,1} + E_{cf,\,1} + E_{pf,\,2} + E_{cf,\,2}$

Por tanto: $m_1 \cdot g \cdot h + 0 + m_2 \cdot g \cdot h + 0 = m_1 \cdot g \cdot 2 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2 + 0 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v^2$

Operando: $g \cdot h \cdot (m_2 - m_1) = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot (m_1 + m_2)$

El primer miembro es la pérdida de energía potencial del sistema y que el segundo miembro es la energía cinética ganada por él conjunto.

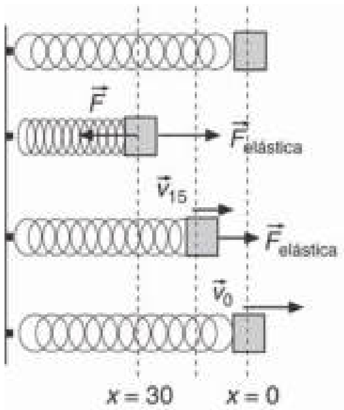
Sustituyendo: $9{,}8\ m/s^2 \cdot 1\ m \cdot (4{,}1\ kg - 4\ kg) = \frac{1}{2}\ (4\ kg + 4{,}1\ kg) \cdot v^2 \Rightarrow v = 0{,}24\ m/s$

13. Se comprime un muelle de constante recuperadora K = 50 N/m y de longitud natural 60 cm hasta conseguir que su longitud sea 40 cm. ¿Qué trabajo hay que realizar para conseguirlo?

Al alargamiento (acortamiento) del muelle es: $\Delta x = 40\ cm - 60\ cm = -20\ cm = -0{,}2\ m$

El trabajo que realiza la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica.
$W_F = \Delta E_p = ½ \cdot K \cdot (\Delta x)^2 = ½ \cdot 50\ N/m \cdot (-0{,}2\ m)^2 = 1\ J$

14. Un objeto de 500 g de masa está unido a un resorte que tiene una constante elástica K = 100 N/m. Determina el trabajo que hay que realizar para comprimirlo 30 cm. ¿Qué fuerza hay que aplicar y qué trabajo hay que realizar para mantenerlo comprimido? Si a continuación se suelta el objeto, determina el módulo de la fuerza elástica y la velocidad del objeto cuando la deformación es de 15 cm. ¿Con qué velocidad pasa el objeto cuando el resorte recupera su longitud normal?



Si entre el objeto y el suelo no hay rozamiento, las únicas fuerzas que actúan sobre el objeto son la fuerza aplicada para estirar el muelle y la fuerza elástica que tiende a llevarlo a la situación inicial.

a) Como las fuerzas elásticas son conservativas y no hay variaciones en la velocidad del objeto, entonces se aplica la ley de la energía potencial. El trabajo que realiza la fuerza que comprime al muelle es igual a la variación de la energía potencial elástica asociada al sistema.

$W_F = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ N/m} \cdot (0{,}30 \text{ m})^2 = 4{,}5 \text{ J}$

b) El trabajo realizado por la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica. Al soltar el objeto la única fuerza que actúa es la fuerza elástica que lo lleva hacia la posición inicial y en el proceso se conserva la energía mecánica.

Según se acerca el objeto hacia la posición inicial se transforma la energía potencial elástica en energía cinética, el objeto se acelera y el módulo de la fuerza elástica disminuye a medida que disminuye el desplazamiento.

Cuando el objeto pasa por el origen la fuerza elástica y la energía potencial elástica son iguales a cero y la energía cinética tiene su máximo valor. Por inercia el objeto continúa moviéndose en línea recta. A medida que se aleja del origen, aumenta el módulo de la fuerza elástica que lo frena y se transforma su energía cinética en energía potencial elástica.

Cuando alcanza la máxima separación la energía potencial elástica es máxima y la energía cinética es igual a cero. A continuación, el objeto invierte la trayectoria y continúan las transformaciones energéticas.

Aplicando la ley de Hokke y como el desplazamiento y la fuerza elástica tienen sentidos contrarios, se tiene que:

$\Delta\vec{x} = -0{,}3 \cdot \vec{i} \text{ m}$; $\vec{F}_{\text{elástica}} = -K \cdot \Delta x = -100 \text{N/m} \cdot 0{,}30 \cdot (-\vec{i}) \text{m} = 30 \cdot \vec{i} \text{ N}$

Mientras el muelle está comprimido, el objeto está en equilibrio y la fuerza aplicada es:

$\sum\vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{elástica}} = 0; \vec{F} = -\vec{F}_{\text{elástica}} = -30 \cdot \vec{i} \text{ N}$

El trabajo que realiza esta fuerza es igual a cero ya que el desplazamiento es cero. Es otro ejemplo para distinguir esfuerzo, fuerza aplicada, de trabajo.

c) El módulo de la fuerza elástica es: $F_{\text{elástica}} = K \cdot \Delta x = 100 \text{ N/m} \cdot 0{,}15 \text{ m} = 15 \text{ N}$

Al pasar por la posición x = 15 cm, la energía del sistema es la suma de la energía potencial elástica asociada a esa posición y la energía cinética del objeto.

Aplicando el Ley de la conservación de la energía mecánica entre el extremo y esta posición, se tiene:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,\text{ extremo}} + E_{p,\text{ extremo}} = E_{c,\text{ posición}} + E_{p,\text{ posición}}$

Operando: $0 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_{30}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{15}^2 + \frac{1}{2} K \cdot x_{15}^2 \Rightarrow m \cdot v_{15}^2 = K \cdot (x_{30}^2 - x_{15}^2)$

Despejando: $v_{15} = \sqrt{\dfrac{K \cdot (x_{30}^2 - x_{15}^2)}{m}} = \sqrt{\dfrac{100\ N/m \cdot \left[(0{,}30\ m)^2 - (0{,}15\ m)^2\right]}{0{,}500\ kg}} = 3{,}67\ m/s$

d) Aplicando la ley de la conservación de le energía mecánica entre la máxima separación y la posición central de la trayectoria, se tiene:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0;\ E_{c,\ extremo} + E_{p,\ extremo} = E_{c,\ central} + E_{p,\ central} \Rightarrow 0 + \dfrac{1}{2}\ K \cdot x_{30}^2 = \dfrac{1}{2}\ m \cdot v_0^2 + 0$

Despejando: $v_0 = \sqrt{\dfrac{K \cdot x_{30}^2}{m}} = \sqrt{\dfrac{100\ N/m \cdot (0{,}30\ m)^2}{0{,}500\ kg}} = 4{,}24\ m/s$

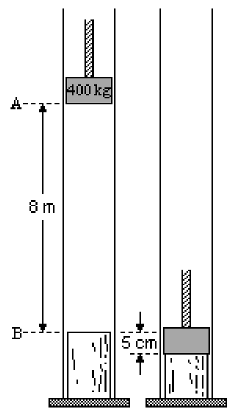
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 309

15. ¿Por qué es más fácil subir a una montaña por un camino sinuoso que verticalmente?

El trabajo que se realiza al subir a una montaña no depende de la trayectoria seguida. Sin embargo la fuerza aplicada es mayor cuanto más vertical sea el camino. Como el esfuerzo físico está relacionado con la fuerza aplicada, es más fácil ascender por el camino más tendido.

16. Se deja caer un mazo de hierro de 400 kg de masa desde una altura de 8 m sobre un pilote de madera que se clava en el suelo. Si el pilote se clava 5 cm en el suelo, calcula la fuerza con la que actúa el mazo sobre él.

La energía potencial gravitatoria asociada al mazo cuando está elevado se trasforma en energía cinética a medida que desciende.



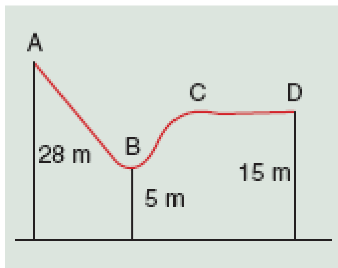
El suelo ofrece una resistencia a que se introduzca el pilote, por lo que la energía potencial gravitatoria se transforma en trabajo de fricción.

Por la ley de acción y reacción con la misma fuerza actúa el suelo sobre el pilote que el mazo sobre el pilote y el suelo. Considerando que esta fuerza es constante y aplicando la ley de conservación de la energía, se tiene:

$W_{Frozamiento} = \Delta E_p;\ F_{rozamiento} \cdot h_{pilote} \cdot \cos 180^o = 0 - m \cdot g \cdot h_{mazo}$

Despejando: $F_{rozamiento} = \dfrac{m \cdot g \cdot h_{mazo}}{h_{pilote}} = \dfrac{400\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot (8\ m + 0{,}05\ m)}{0{,}05\ m} = 631120\ N$

17. En lo alto de una montaña rusa se encuentra un cochecito de 200 kg de masa en el que se sientan dos personas de 75 kg de masa cada una. El coche-cito se pone en movimiento a partir del reposo, haciendo el recorrido desde A hasta C sin rozamiento, encontrándose finalmente con un freno a partir de C que le detiene en D. Sabiendo que las cotas de las posiciones citadas se indican en la figura y que la distancia de frenado CD es de 10 m, se pide: ¿con qué velocidad llega el cochecito a las posiciones B y C? ¿Qué valor tiene la aceleración de frenado y el coeficiente de rozamiento en la superficie horizontal?



Desde el punto A hasta el punto C no hay rozamiento y por ello se conserva la energía mecánica. Desde C hasta D la energía mecánica se transforma en forma de calor. Se elige origen de la energía potencial gravitatoria la posición cero de la figura.

a) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B, se tiene:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}$; $0 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$

Despejando: $v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_A - h_B)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot (28\,m - 5\,m)} = 21{,}23$ m/s

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y C, se tiene:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,C} + E_{p,C}$; $0 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$

Despejando: $v_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot (28\,m - 15\,m)} = 15{,}96$ m/s

c) Aplicando la ley de la conservación de la energía a los puntos A y D, se tiene que el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica:
$W_{Frozamiento} = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 + m \cdot g \cdot h_D - m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$

Como la fuerza de rozamiento solamente actúa desde C hasta D, resulta que:
$F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$

Aplicando la segunda ley de Newton: $m \cdot a_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$

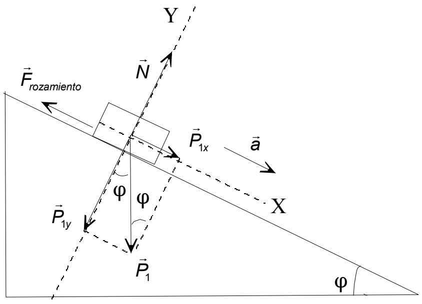
Despejando y sustituyendo: $a_{rozamiento} = \frac{g \cdot (h_D - h_A)}{\Delta x \cdot \cos 180º} = \frac{9{,}8\,m/s^2\,(15\,m - 28\,m)}{10\,m \cdot (-1)} = 12{,}74$ m/s^2

El módulo de la fuerza de rozamiento es: $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Operando: $\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$; $\mu \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = h_D - h_A$
Sustituyendo: $\mu \cdot 10\,m \cdot (-1) = 15\,m - 28\,m \Rightarrow \mu = 1{,}3$

18. Desde lo alto de un plano inclinado, de 10 m de longitud y que forma un ángulo de 30° con la horizontal, se deja deslizarse un objeto de 6 kg de masa. Si el coeficiente cinético al deslizamiento entre el objeto y la superficie del plano es 0,1, calcula la velocidad con la que el objeto llega a la base del plano.

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y por lo tanto no se conserva la energía mecánica. Se elige un sistema de referencia con el eje X coincidente con la rampa del plano inclinado.



La fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento. Aplicando la ley de la conservación de la energía, el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.
$W_{F_{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$

El objeto arranca desde el reposo, desde una altura h, y se elige como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria la base de la rampa.

$W_{F_{rozamiento}} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 - 0 + 0 - m \cdot g \cdot h$

La fuerza de rozamiento al deslizamiento es: $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$

Y el trabajo que realiza:

$W_{F_{rozamiento}} = \vec{F}_{rozamiento} \cdot \Delta\vec{x} = F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \Delta x \cdot (-1)$

Igualando ambas expresiones: $- \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h$

Como la altura de la rampa es: $h = \Delta x \cdot \text{sen } \varphi$, resulta que:

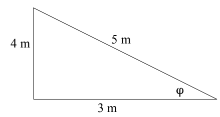
$- \mu \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi = \frac{1}{2} \cdot v^2 - g \cdot \Delta x \cdot \text{sen } \varphi \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta x \cdot (\text{sen } \varphi - \mu \cdot \cos\varphi)$

La velocidad es independiente de la masa del objeto.

$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 10\ m\ (\text{sen } 30º - 0{,}1 \cdot \cos 30º)} = 9\ m/s$

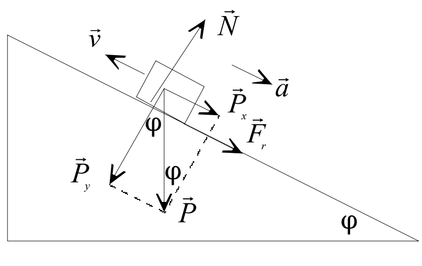
19. Un objeto asciende con una velocidad de 8 m/s por un plano inclinado de 5 m de longitud y 4 m de altura, que presenta un coeficiente de rozamiento al deslizamiento de μ = 1/3. Calcula la altura hasta la que asciende y la velocidad con que regresa a la base del plano inclinado.

Aplicando el teorema de Pitágoras, se tiene que la base del plano inclinado es:



$b = \sqrt{(5\,m)^2 - (4\,m)^2} = 3\,m$

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y por lo tanto no se conserva la energía mecánica. Se elige un sistema de referencia con el eje X coincidente con la rampa del plano inclinado. La fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento.



Al subir.

Aplicando la ley de la conservación de la energía, la energía cinética asociada al objeto en la base del plano inclinado se transforma una parte en energía potencial gravitatoria y el resto se degrada en forma de calor debido al rozamiento. El trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.

$W_{F_{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$; $W_{rozamiento} = 0 - E_{c,\ suelo} + E_{p,\ arriba} - 0$

Operando: $F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º = - ½ \cdot m \cdot v^2_{inicial} + m \cdot g \cdot h$

Como: $h = \Delta x \cdot \text{sen } \varphi$ y $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$, resulta que:

$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\text{sen}\varphi} (-1) = - ½ \cdot m \cdot v^2_{inicial} + m \cdot g \cdot h$

Simplificando y operando: $½ \cdot v^2_{inicial} - \mu \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\text{sen}\varphi} = g \cdot h$

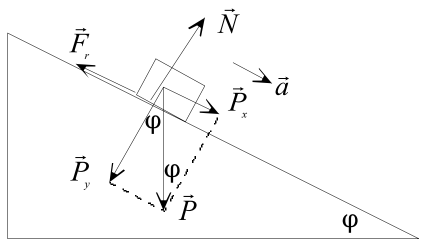
Sustituyendo: $½ \cdot (8\ m/s)^2 - \frac{1}{3} 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{h}{4/5} = 10\ m/s^2 \cdot h$;

$32\ m^2/s^2 - 2{,}5\ m/s^2 \cdot h = 10\ m/s^2 \cdot h$

Despejando, la altura es: $h = 2{,}56\ m$

Al bajar.

Aplicando la ley de la conservación de la energía, la energía potencial gravitatoria asociada al objeto en lo alto del plano inclinado se transforma una parte en energía cinética en la base y el resto se degrada en forma de calor debido al rozamiento. El trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.



$W_{F_{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$; $W_{rozamiento} = E_{c,\ final} - 0 + 0 - E_{p,\ arriba}$

Operando: $F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = ½ \cdot m \cdot v^2_{final} - m \cdot g \cdot h$

Como: $h = \Delta x \cdot \text{sen}\ \varphi$ y $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$, resulta que:

$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \dfrac{h}{\text{sen}\varphi} (-1) = ½ \cdot m \cdot v^2_{final} - m \cdot g \cdot h$

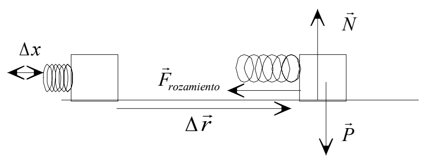
Simplificando y operando: $½ \cdot v^2_{final} + \mu \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \dfrac{h}{\text{sen}\varphi} = g \cdot h$

Sustituyendo: $½ \cdot v^2_{final} + \dfrac{1}{3} \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{2{,}56 m}{4/5} = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 2{,}56\ m$

Operando: $½ \cdot v^2_{final} + 6{,}27\ m^2/s^2 = 25{,}09\ m^2/s^2 \Rightarrow v_{final} = 6{,}14\ m/s$

20. Se lanza horizontalmente un bloque de 2 kg por el procedimiento de soltar un muelle comprimido 20 cm que se había unido a él, y cuya constante elástica es de 500 N/m. Calcula la distancia que recorre el bloque por el suelo si el coeficiente de rozamiento con él es de 0,3.

El muelle comprimido almacena energía potencial elástica. Al soltarlo se transforma en energía cinética del objeto, que se degrada por fricción debido al trabajo de rozamiento.



Aplicando la ley de conservación de la energía y como el desplazamiento se realiza por la horizontal, y la fuerza normal no realiza trabajo por ser perpendicular al desplazamiento, resulta que:

$W_{F_{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$

$W_{fuerza\ rozamiento} = E_{c,\ final} - E_{c,\ inicial} + E_{p\ elástica,\ final} - E_{p\ elástica,\ inicial}$

Las energía cinéticas iniciales y finales son igual a cero, objeto parado, y energía potencial elástica final es igual a cero, muelle distendido.

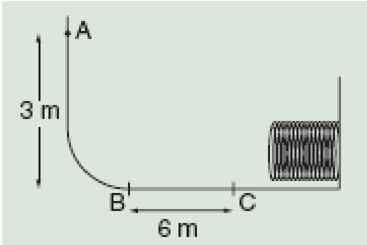
$F_{rozamiento} \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = - ½ \cdot K \cdot \Delta x^2$

En una superficie horizontal la fuerza de rozamiento es: $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Por tanto: $\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta r \cdot (-1) = - ½ \cdot K \cdot \Delta x^2$

Despejando: $\Delta r = \dfrac{K \cdot \Delta x^2}{2 \cdot \mu \cdot m \cdot g} = \dfrac{500\ N/m \cdot (0{,}20\ m)^2}{2 \cdot 0{,}3 \cdot 2\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 1{,}70\ m$

21. Un bloque de 10 kg de masa se suelta desde el punto A de un carril ABCD como se representa en la figura adjunta. El carril solamente presenta fricción en la parte BC que tiene una longitud de 6 m. Al final del carril el bloque encuentra un resorte de constante elástica K = 2 250 N/m y lo comprime una distancia de 30 cm hasta que se detiene de forma momentánea. Determina el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el carril en el tramo BC del recorrido.



La energía potencial gravitatoria asociada al bloque en la posición A, respecto de la horizontal del carril, se transforma en calor debido a la fricción en la parte BC del recorrido y en energía potencial elástica que se almacena de forma momentánea en el resorte. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica asociada al objeto.

$W_{rozamiento} = \Delta E_{p,\ gravitatoria} + \Delta E_{p,\ elástica}$;

$F_{rozamiento} \cdot \Delta r_{BC} \cdot \cos 180º = 0 - m \cdot g \cdot h_A + ½ \cdot K \cdot (\Delta x)^2$

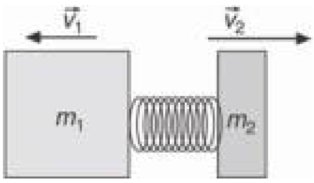
Sustituyendo: $F_{rozamiento} \cdot 6\ m \cdot (-1) = -\ 10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 3\ m + ½ \cdot 2\ 250\ N/m \cdot (0{,}30\ m)^2$

Despejando: $F_{rozamiento} = 32{,}125\ N$

Como el tramo BC es horizontal: $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Sustituyendo y despejando: $32{,}125\ N = \mu \cdot 10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \Rightarrow \mu = 0{,}33$

22. Un muelle tiene de constante elástica K = 2 000 N·m^{-1} y está comprimido 10 cm por dos bloque de 5 kg y 2 kg, situados en sus extremos. Si el sistema lo abandonamos en una superficie horizontal sin rozamiento, calcula la velocidad con que salen despedidos los bloques.



Como no hay rozamiento, la energía potencial elástica del muelle comprimido se conserva y se transforma en energía cinética de los bloques. Como el sistema está aislado, la suma de las fuerzas externas es cero por lo que se conserva la cantidad de movimiento.

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.

Conservación de la energía: $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$;

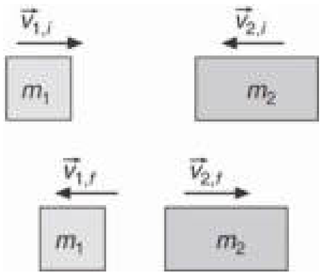
$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 - 0 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - 0 + 0 - \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = 0$$

Operando: $\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$

Conservación de la cantidad de movimiento: $0 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$

Sustituyendo las magnitudes se tiene: $v_1 = -\ 1{,}07\ m/s$ y $v_2 = 2{,}67\ m/s$

23. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 6 m/s y choca contra otro objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de 2 m/s en la misma dirección y al encuentro del primero. Si el choque es elástico, se conserva la energía cinética, calcula la velocidad de cada objeto después del choque.



Sea 1 el objeto de 2 kg de masa y 2 el otro objeto y las velocidades inicial y final. Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.
Aplicando la ley de la conservación de la cantidad de movimiento al instante del choque, se tiene:

$$\Delta\vec{p} = 0; m_1 \cdot \vec{v}_{1,i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1,f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,f}$$

Asignando el signo positivo a la velocidad inicial del objeto 1 y como el choque se realiza en una dimensión y sustituyendo, se tiene:
2 kg · 6 m/s + 4 kg · (- 2 m/s) = 2 kg · $v_{1,f}$ + 4 kg · $v_{2,f} \Rightarrow$ 2 m/s = $v_{1,f}$ + 2 · $v_{2,f}$

En un choque elástico se conserva la energía en el instante del choque, por tanto:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,i}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,i}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,f}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,f}^2$$

Simplificando y sustituyendo: 2 kg · (6 m/s)^2 + 4 kg · (2 m/s)^2 = 2 kg · $v_{1,f}^2$ + 4 kg · $v_{2,f}^2$
Operando: 44 (m/s)^2 = $v_{1,f}^2$ + 2 · $v_{2,f}^2$

Con lo que se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} 2 = v_{1,f} + 2 \cdot v_{2,f} \\ 44 = v_{1,f}^2 + 2 \cdot v_{2,f}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow v_{1f} = -4{,}6\ \text{m/s};\ \ v_{2f} = 3{,}3\ \text{m/s}$$

Con lo que los objetos se mueven en sentido contrario a como lo hacían antes del choque.

24. Un automóvil de 1 000 kg de masa pasa del reposo a una velocidad de 100 km/h en 9 s. Si no existe rozamiento, ¿qué potencia desarrolla? En ese instante se desliza por una superficie de coeficiente de rozamiento μ = 0,2 y se desconecta el motor. Determina la distancia recorrida antes de pararse. ¿Dónde va a parar la energía que tenía el coche?

La velocidad en unidades del SI es: v = 100 km/h = 27,78 m/s

a) Aplicando la definición de potencia y como el trabajo que realiza el motor se emplea en modificar la energía cinética del vehículo, se tiene:

$$P = \frac{W_{motor}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1\ 000\ \text{kg} \cdot (27{,}78\ \text{m/s})^2}{9\ \text{s}} = 42\ 873{,}8\ \text{W}$$

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética del vehículo.

$\Delta E_c = W_{Frozamiento}$; $0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{rozamiento} \cdot \Delta x \cdot \cos 180º$

Como el objeto se traslada por una superficie horizontal: $F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Operando: $- \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot (-1)$

Despejando: $\Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{(27{,}78\ m/s)^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 196{,}9\ m$

La energía del coche se degrada en forma de calor debido a la fricción.

25. Determina la potencia del motor de una grúa, cuyo rendimiento es del 60 %, si eleva con velocidad constante objetos de 80 kg de masa a una altura de 30 m en 10 s.

El trabajo que realiza el motor es igual a la variación de la energía potencial de los objetos:
$W_{motor} = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 80\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 30\ m = 23\ 520\ J$

La potencia teórica del motor es: $P = \frac{W}{t} = \frac{23\,520\ J}{10\ s} = 2\ 352\ W$

Como el rendimiento es del 60 %, el motor que se precisa es:

$$P_{real} = 2\ 352\ W \frac{100}{60} = 3\ 920\ W$$

26. Determina la potencia que desarrolla un ciclista, que tiene una masa de 70 kg, al pedalear con una velocidad de 18 km/h por una carretera horizontal que tiene un coeficiente de rozamiento igual a 0,2. ¿Cuál será la potencia cuando acceda a una rampa del 4%, si se mantiene la velocidad y con el mismo coeficiente de rozamiento?

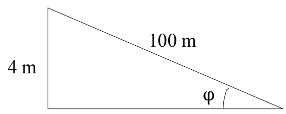
La velocidad en unidades del SI es: v = 18 km/h = 5 m/s

a) Al pedalear por una carretera horizontal con velocidad constante el ciclista está en equilibrio, por lo que el módulo de la fuerza con la que actúa es igual a la fuerza de rozamiento.

$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{rozamiento} = 0$; $F = F_{rozamiento} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}2 \cdot 70\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 137{,}2\ N$

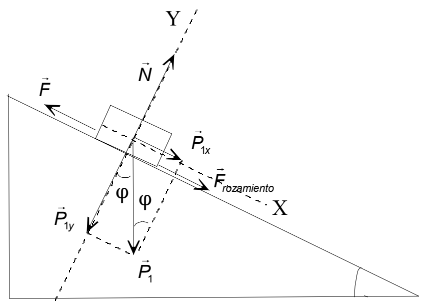
Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 137{,}2\ N \cdot 5\ m/s \cdot \cos 0º = 686\ W$



b) Una pendiente del 4 % significa que por cada 100 m de carretera se ascienden 4 m. Por tanto, para el ángulo que forma la carretera con la horizontal se tiene:

sen φ = 0,04; cos φ = $\sqrt{1 - sen^2 \varphi} = 0{,}999$



Se elige un sistema de referencia con su origen en el propio ciclista, el eje X paralelo a la carretera y el eje Y perpendicular a la misma.

Para que el ciclista ascienda con velocidad constante, tiene que actuar con una fuerza de módulo igual a la suma de los módulos de la componente del peso paralela a la carretera y de la fuerza de rozamiento.

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0;\ N = P \cdot \cos\varphi = m \cdot g \cdot \cos\varphi \\ \Sigma\vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_{rozamiento} = 0; F = P \cdot sen\varphi + \mu \cdot N\end{array}\right\} F = m \cdot g \cdot sen\,\varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\varphi$$

Operando:

$F = m \cdot g \cdot (sen\,\varphi + \mu \cdot \cos\varphi) = 70\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot (0{,}04 + 0{,}2 \cdot 0{,}999) = 164{,}5\ N$

Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 164{,}5\ N \cdot 5\ m/s \cdot \cos 0° = 822{,}5\ W$

INVESTIGA-PÁG. 310

1. En el libro Física Recreativa de Yakov Perelmen, que lo puedes encontrar en la página web http://yperelman.ifrance.com/yperelman/, hay varios capítulos dedicados al movimiento continuo. Resume el dedicado el artilugio con el que se pretendía engañar al zar Pedro I de Rusia.

El móvil perpetuo que estuvo a punto de comprar el zar de Rusia consistía en una rueda que giraba sin parar gracias a que una persona, hábilmente escondida, tiraba de una cuerda enrollada a un eje de la rueda.

2. En la página web: http://www.revistaiberica.com puedes encontrar información sobre las máquinas construidas por Leonardo Da Vinci, en el siglo XV.

Los cuadernos de Leonardo Da Vinci contienen cientos de bocetos sobre los más variados artilugios mecánicos: máquinas herramienta, voladoras y de guerra, relojes, instrumentos musicales, automatismos, barcos y muchos otros.