Para consultar los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables, véase la Programación.

2 ARITMÉTICA MERCANTIL

C.E.: CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 59

Resuelve

1 **I. Una cantidad C aumenta un 10 % y, después, disminuye un 5 %.**

II. Una cantidad C disminuye un 5 % y, después, aumenta un 10 %.

El resultado final de I, ¿es mayor, igual o menor que el de II?

Ambos resultados son iguales porque la cantidad final podemos calcularla, usando los índices de variación, de la siguiente forma:

I. $C \cdot \left(1+\frac{10}{100}\right) \cdot \left(1-\frac{5}{100}\right) = 1{,}045C$

II. $C \cdot \left(1-\frac{5}{100}\right) \cdot \left(1+\frac{10}{100}\right) = 1{,}045C$

2 **Si una cantidad C aumenta un 10 % y, después, el resultado disminuye un 10 %, lo que resulta es… ¿mayor, igual o menor que C?**

Usando los índices de variación, obtenemos:

$$C \cdot \left(1+\frac{10}{100}\right) \cdot \left(1-\frac{10}{100}\right) = 0{,}99C$$

Como el coeficiente de C es un número menor que 1, la cantidad final es menor que C. Concretamente es el 99 % de C.

3 **En una reunión hay 30 personas, de las cuales el 30 % lleva gafas. Solo el 20 % de las mujeres llevan gafas, pero el 35 % de los hombres las usan. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay?**

Llamamos x al número de mujeres e y al número de hombres que hay en la reunión. Como el 30 % del total usan gafas, 30 % · 30 = 9 personas las llevan. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ \frac{20}{100}x + \frac{35}{100}y = 9 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ 20x + 35y = 900 \end{array}\right\} \rightarrow x = 10,\ y = 20$$

A la reunión asisten 10 mujeres y 20 hombres.

4 **Nos han concedido un préstamo de 20 000 € por el que hemos de pagar un 8 % anual. Un año después devolvemos 10 000 €. Al finalizar el segundo año deseamos saldar la deuda. ¿Cuánto habremos de pagar?**

Los intereses de 20 000 € durante 1 año son $\frac{20\,000 \cdot 8}{100} = 1\,600$ €.

De los 10 000 € devueltos, 1 600 € son para pagar los intereses del primer año y el resto, es decir, 10 000 – 1 600 = 8 400 €, se descuentan del dinero que nos han prestado.

Por tanto, todavía quedan por devolver 20 000 – 8 400 = 11 600 € más los intereses que generan en un año.

Esos intereses son $\frac{11\,600 \cdot 8}{100} = 928$ €.

La cantidad final que debemos pagar, después de devolver los 10 000 € es:

11 600 + 926 = 12 526 €

1 ▶ AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA 1.2.3) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 60

1 **Una raqueta de tenis valía, al comienzo de temporada, 40 euros. A lo largo del año sufrió las siguientes variaciones: subió un 20 %, bajó un 25 %, subió un 5 % y, finalmente, bajó un 12 %.**

a) ¿Cuál ha sido su índice de variación global?

b) ¿Cuánto vale al final de temporada?

c) ¿Qué porcentaje ha de subir para volver a costar 40 €?

a) Índice de variación = 1,2 · 0,75 · 1,05 · 0,88 = 0,8316 (baja el precio un 16,84 %)

b) Precio final = 40 · 1,2 · 0,75 · 1,05 · 0,88 = 33,26 €

c) Como el precio final es de 33,26 €, hasta llegar a los 40 € debe subir:

$$40 - 33{,}26 = 6{,}74 \text{ €} \;\rightarrow\; \frac{6{,}74}{33{,}26} \cdot 100 = 20{,}26\,\%$$

Página 61

Hazlo tú

1 **Averigua en cuánto se queda un artículo de 100 € cuyo valor se aumenta un r % y, a continuación, se rebaja un r %, para $r = 10$, $r = 20$, $r = 50$ y $r = 80$.**

¿Cuál es la pérdida en cada caso?

- $r = 10 \rightarrow 100 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 100 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9 = 99$ € $\rightarrow$ La pérdida de valor es de 1 €.
- $r = 20 \rightarrow 100 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 100 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8 = 96$ € $\rightarrow$ La pérdida es de 4 €.
- $r = 50 \rightarrow 100 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5 = 75$ € $\rightarrow$ La pérdida de valor es de 25 €.
- $r = 80 \rightarrow 100 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}2 = 36$ € $\rightarrow$ La pérdida de valor es de 64 €.

2 **Calcula cuál será el precio inicial en cada caso:**

a) Después de aumentar un 21 %, un artículo cuesta 332,75 €.

b) Después de rebajar un 16 %, un artículo cuesta 18,48 €.

¿Qué porcentaje de aumento o de rebaja hay que hacer para dejar los artículos con el precio inicial?

a) $\frac{332{,}75}{1{,}21} = 275$ € es el precio inicial.

Para dejar el artículo con su precio inicial, hay que aplicar la siguiente rebaja:

$$332{,}75 \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right) = 275 \;\rightarrow\; 57{,}75 = 3{,}3275 \cdot r \;\rightarrow\; r = 17{,}36\,\%$$

b) $\frac{18{,}48}{0{,}84} = 22$ € es el precio inicial.

Para dejar el artículo con su precio inicial, hay que aplicar el siguiente aumento:

$$18{,}48 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right) = 22 \;\rightarrow\; 0{,}1848 \cdot r = 3{,}52 \;\rightarrow\; r = 19{,}05\,\%$$

2 **Después de subir un 20 %, un artículo vale 45,60 euros. ¿Cuánto valía antes de la subida?**

$1{,}2x = 45{,}60 \;\rightarrow\; x = 38$ €

3 **Después de rebajarse en un 35 %, un artículo vale 81,90 euros. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?**

$0{,}65x = 81{,}90 \;\rightarrow\; x = 126$ €

3 ▸ INTERESES BANCARIOS

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA 1.2.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 63

Hazlo tú. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocado al 12 % anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años?

En 1 año se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12 = 56\,000$ €.

En 2 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^2 = 62\,720$ €.

En 3 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^3 = 70\,246{,}40$ €.

En 4 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^4 = 78\,675{,}97$ €.

En 5 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^5 = 88\,117{,}08$ €.

Hazlo tú. ¿Cuántos años se necesitan para que 50 000 € colocados al 8 % anual se conviertan en 125 000 €?

$$50\,000 \cdot 1{,}08^n = 125\,000 \;\rightarrow\; 1{,}08^n = \frac{125\,000}{50\,000} \;\rightarrow\; 1{,}08^n = 2{,}5 \;\rightarrow\; n = \frac{\log 2{,}5}{\log 1{,}08} = 11{,}91$$

Se necesitan 12 años y se obtendrá una cantidad ligeramente superior a 125 000 €.

Página 64

1 Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6 % anual en 4 años si los periodos de capitalización son:

a) años

b) meses

c) días

d) trimestres

a) $100\,000 \cdot 1{,}06^4 = 126\,247{,}70$ €

b) $100\,000 \cdot 1{,}005^{48} = 127\,048{,}92$ €

c) $100\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{36\,500}\right)^{1\,460} = 127\,122{,}41$ €

d) $100\,000 \cdot 1{,}015^{16} = 126\,898{,}55$ €

4 ▶ ¿QUÉ ES LA «TASA ANUAL EQUIVALENTE» (T.A.E.)?

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 65

1 Halla la T.A.E. correspondiente a un rédito anual del 8 % con pago mensual de intereses.

El rédito anual es del 8 %.

$$\left(1+\frac{8}{1200}\right)^{12} = 1{,}083 \to \text{T.A.E.} = 8{,}3\,\%.$$

2 Un banco nos concede un préstamo de 10 000 € al 10 % anual. En el momento de la formalización nos cobra unos gastos de 500 €.

a) Si hacemos un solo pago al cabo de 1 año, ¿cuál es la T.A.E.?

b) ¿Y si tuviéramos que devolver el préstamo íntegro al cabo de dos años?

(Ten en cuenta que aunque los pagos los hacemos sobre 10 000 €, lo que realmente recibimos fueron 9 500 €).

a) Nos dieron 9 500 € y hemos de devolver $10\,000 \cdot 1{,}12 = 11\,200$ €.

$\frac{11200}{9500} = 1{,}1789\ldots$ Por tanto, la T.A.E. será del 17,89 %.

b) Como nos dan 9 500 € y tenemos que devolver $10\,000 \cdot (1{,}12)^2 = 12\,544$ el aumento en dos años es:

$$\frac{12\,544}{9500} = 1{,}320421$$

Llamando x a la T.A.E.: $\left(1+\frac{x}{100}\right)^2 = 1{,}320421 \to 1 + \frac{x}{100} = 1{,}1491$

En este caso, la T.A.E. es del 14,91 %.

5 AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 1.3. (EA 1.3.1.-EA 1.3.2.-EA 1.3.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 67

Hazlo tú. **Recibimos un préstamo de 20 000 € al 6 % anual que hemos de amortizar en 6 pagos anuales de 4 067,25 €. Comprueba que la anualidad es la correcta.**

AÑOS	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	20 000	1 200	4 067,25	2 867,25	17 132,75
2	17 132,75	1 027,97	4 067,25	3 039,29	14 093,47
3	14 093,47	845,61	4 067,25	3 221,64	10 871,82
4	10 871,82	652,31	4 067,25	3 414,94	7 456,88
5	7 456,88	447,41	4 067,25	3 619,84	3 837,05
6	3 837,05	230,22	4 067,25	3 837,03	0,02

Hazlo tú. **Recibimos un préstamo de 120 000 € al 7,5 % anual. Hemos pagado 25 000 € al final de cada uno de los cuatro primeros años. Si queremos saldar la deuda al final del 5.º año, ¿cuánto hay que pagar?**

AÑOS	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	120 000	9 000	25 000	16 000	104 000
2	104 000	7 800	25 000	17 200	86 800
3	86 800	6 510	25 000	18 490	68 310
4	68 310	5 123,25	25 000	19 876,75	48 433,25
5	48 433,25	3 632,49	x	48 433,25	0,00

El último pago es la suma de la deuda más los intereses pendientes:

$$x = 48\,433,25 + 3\,632,49 = 52\,065,74 \text{ €}$$

1 **Comprueba que podemos amortizar 10 000 € al 10 % anual mediante cuatro pagos trimestrales de 2 658,18 € cada uno.**

10 % anual = 2,5 % trimestral

PAGO TRIMESTRAL	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	10 000	250	2 658,18	2 408,18	7 591,82
2	7 591,82	189,80	2 658,18	2 468,38	5 123,44
3	5 123,44	128,09	2 658,18	2 530,09	2 593,35
4	2 593,35	64,83	2 658,18	2 593,35	0,00

2 **Vamos a amortizar un préstamo de 500 000 € al 6 % anual en 8 meses. Los siete primeros pagos son de 60 000 €. ¿A cuánto asciende el último pago?**

Como los pagos son mensuales, debemos tener en cuenta el interés mensual que corresponde al 6 % anual, es deicr, el 0,5 % mensual.

MESES	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	500 000	2 500,00	60 000	57 500	442 500
2	442 500	2 212,50	60 000	57 787,50	384 712,50
3	384 712,50	1 923,56	60 000	58 076,44	326 636,06
4	326 636,06	1 633,18	60 000	58 366,82	268 269,24
5	268 269,24	1 341,35	60 000	58 658,65	209610,59
6	209610,59	1 048,05	60 000	58 951,95	150 658,64
7	150 658,64	753,29	60 000	59 246,71	91 411,94
8	91 411,94	457,06	x	91 411,94	0,00

El último pago será:

x = 91 411,94 + 457,06 = 91 869 €

6 ▶ PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

C.E.: CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 68

Hazlo tú. El 1 de enero depositamos 20 000 € al 6 % anual con pago mensual de intereses. ¿Cuál será el valor de nuestro dinero el día 1 de cada mes de ese año si los intereses se van acumulando al capital?

Cada mes el dinero se multiplica por $1 + \frac{6}{1200} = 1{,}005$.

El 1 de febrero valdrá $20\,000 \cdot 1{,}005 = 20\,100$.

El 1 de marzo, $20\,000 \cdot 1{,}005^2 = 20\,200{,}5$.

El 1 de abril, $20\,000 \cdot 1{,}005^3 = 20\,301{,}5$.

El 1 de mayo, $20\,000 \cdot 1{,}005^4 = 20\,403{,}01$.

Y así sucesivamente.

Hazlo tú. Durante 6 años, cada año depositamos 3 000 € al 3 % anual con pago anual de intereses. ¿En cuánto se convierte cada depósito al final del 6.º año?

El primer depósito estará 6 años al 3 % anual y se transforma en:

$$a_1 = 3\,000 \cdot 1{,}03^6 = 3\,582{,}16$$

Los siguientes:

$$a_2 = 3\,000 \cdot 1{,}03^5 = 3\,477{,}82$$
$$a_3 = 3\,000 \cdot 1{,}03^4 = 3\,376{,}53$$
$$a_4 = 3\,000 \cdot 1{,}03^3 = 3\,278{,}18$$
$$a_5 = 3\,000 \cdot 1{,}03^2 = 3\,182{,}7$$
$$a_6 = 3\,000 \cdot 1{,}03 = 3\,090$$

1 **[La lectura del enunciado del problema permite trabajar la destreza comprensión escrita de esta clave].**

Depositamos 100 000 euros el día 1 de enero en un banco al 8 % anual. ¿Qué valor tienen al final de cada trimestre del año? Estas cantidades están en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?

8 % anual = 2 % trimestral

Al final del primer trimestre valen $100\,000 \cdot 1{,}02 = 102\,000$ €.

Al final del segundo trimestre valen $100\,000 \cdot 1{,}02^2 = 104\,040$ €.

Al final del tercer trimestre valen $100\,000 \cdot 1{,}02^3 = 106\,120{,}80$ €.

Al final del cuarto trimestre valen $100\,000 \cdot 1{,}02^4 = 108\,243{,}22$ €.

La razón es $r = 1{,}02$.

2 **[Este tipo de problemas pueden requerir que el alumnado necesite alguna aclaración de sus compañeros, trabajando de esta forma la compresión oral de esta clave].**

Depositamos una cierta cantidad de dinero al comienzo de un año, en un banco, al 6 % anual. Cada mes esa cantidad aumenta en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón de esa progresión?

6 % anual = 0,5 % mensual

La razón es $r = 1{,}005$.

Página 69

3 **Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7 % anual.**

¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10.º año?

Por el primer ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07^{10}$.

Por el segundo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07^{9}$.

…

Por el décimo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07$.

En total, tendremos $S_{10} = \dfrac{6\,000 \cdot 1{,}07^{11} - 6\,000 \cdot 1{,}07}{1{,}07 - 1} = 88\,701{,}60$ €.

4 **Al comienzo de cada mes depositamos 100 € en un banco al 6 % anual.**

¿Cuánto recogeremos al final del 2.º año?

Por el primer ingreso acumulamos $100 \cdot 1{,}005^{24}$.

Por el segundo ingreso acumulamos $100 \cdot 1{,}005^{23}$.

…

Por el vigesimocuarto ingreso acumulamos $100 \cdot 1{,}005$.

En total, tendremos $S_{24} = \dfrac{100 \cdot 1{,}005^{25} - 100 \cdot 1{,}005}{1{,}005 - 1} = 2\,555{,}91$ €.

7 CÁLCULO DE ANUALIDADES O MENSUALIDADES PARA AMORTIZAR DEUDAS

C.E.: CE 1.1. (EA 1.1.1.) CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 1.3. (EA 1.3.1.-EA 1.3.2.-EA 1.3.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 720

Hazlo tú. Si el interés fuera del 8 % y hubiera que pagarlo en 11 anualidades, ¿cuánto sería la cuantía de cada anualidad?

Aplicamos la fórmula para $i = 0{,}08$ y $n = 11$:

$$a = 500\,000 \cdot \frac{1{,}08^{11} \cdot 0{,}08}{1{,}08^{11} - 1} = 70\,038{,}17 \text{ €}$$

Hazlo tú. El banco nos concede un préstamo de 25 000 € al 6 % anual que hay que amortizar en un año en 12 pagos mensuales. ¿Qué mensualidad hay que pagar?

Tomamos $i = \frac{6}{1200} = 0{,}005$ y $n = 12$ meses:

$$m = 25\,000 \cdot \frac{1{,}005^{12} \cdot 0{,}005}{1{,}005^{12} - 1} = 2\,151{,}66 \text{ €}$$

Hazlo tú. Queremos amortizar una deuda de 120 000 €, en 5 años, al 9 % anual, mediante pagos cuatrimestrales. ¿Cuánto debemos pagar cada cuatrimestre?

El interés trimestral es $\frac{9\,\%}{3} = 3\,\%$. Por tanto, $i = \frac{3}{100} = 0{,}03$. En este caso $n = 5 \cdot 3 = 15$:

$$p = 120\,000 \cdot \frac{1{,}03^{15} \cdot 0{,}03}{1{,}03^{15} - 1} = 10\,051{,}99 \text{ €}$$

1 **Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9 % anual.**

$i = \frac{9}{1200} = 0{,}0075$

$$m = 24\,000 \cdot \frac{1{,}0075^{36} \cdot 0{,}0075}{1{,}0075^{36} - 1} = 763{,}19 \text{ €}$$

2 **¿Cuánto hay que pagar cada trimestre para amortizar en 3 años (12 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9 % anual?**

$i = \frac{9}{400} = 0{,}0225$

Así, cada trimestre tendremos que pagar: $24\,000 \cdot \frac{1{,}0225^{12} \cdot 0{,}0225}{1{,}0225^{12} - 1} = 2\,304{,}42 \text{ €}$

3 **Si compro a plazos una bicicleta de 3 000 € para pagar en 12 meses al 15 % anual, ¿cuánto tendré que pagar al mes?**

Hacemos $i = \frac{15}{1200} = 0{,}0125$ y $n = 12$:

$$m = 3\,000 \cdot \frac{1{,}0125^{12} \cdot 0{,}0125}{1{,}0125^{12} - 1} = 270{,}77 \text{ €}$$

4 **Si tengo que pagar 4 092,23 € al año durante los tres siguientes años a un préstamo que me concedió el banco al 11 % de interés anual, ¿qué cantidad me prestó?**

En este caso conocemos la anualidad y debemos calcular el capital. Por tanto:

$$4\,092{,}23 = C \cdot \frac{1{,}11^3 \cdot 0{,}11}{1{,}11^3 - 1} \to C = 4\,092{,}23 \cdot \frac{1{,}11^3 - 1}{1{,}11^3 \cdot 0{,}11} = 10\,000 \text{ €}$$

5 **Un banco me ha prestado 15 000 € para devolverlos en 2 años. Calcula cuánto habré pagado si devuelvo el préstamo:**

a) Al final de los 2 años.

b) En 2 anualidades.

c) En 8 trimestres.

d) En 24 mensualidades.

Explica por qué pago cantidades diferentes.

Si el banco cobra un $r\%$ de interés anual y tomamos $i = \frac{r}{100}$:

a) Al final de los dos años, en un único pago de $15\,000 \cdot (1 + i)^2$.

b) En 2 anualidades, cada una con un valor de:

$$a = 15\,000 \cdot \frac{(1+i)^2 \cdot i}{(1+i)^2 - 1}$$

c) En 8 trimestres, cada pago sería:

$$p = 15\,000 \cdot \frac{\left(1+\frac{i}{4}\right)^8 \cdot \frac{i}{4}}{\left(1+\frac{i}{4}\right)^8 - 1}$$

porque el interés anual se tendría que repartir en 4 trimestres al año.

d) En 24 mensualidades, cada una con un valor de:

$$m = 15\,000 \cdot \frac{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{24} \cdot \frac{i}{12}}{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{24} - 1}$$

Se pagan cantidades diferentes porque con cada pago se amortiza una cantidad de capital. Así, el capital y los intereses pendientes van variando de distinta manera en cada caso.

6 **[La resolución de este tipo de problemas requiere que el alumnado ponga en práctica la iniciativa (dimensión productiva de esta clave)].**

La mensualidad que tengo que pagar por la compra de una máquina para mi empresa es de 1 521,22 €. Si la financiera me cobra el 12 % anual durante tres años, ¿cuánto costaba la máquina?

Los datos son $m = 1\,521{,}22$ €, $i = \frac{12}{1200} = 0{,}01$ y $n = 36$ meses (3 años). Por tanto:

$$1\,521{,}22 = C \cdot \frac{1{,}01^{36} \cdot 0{,}01}{1{,}01^{36} - 1} \to C = 1\,521{,}22 \cdot \frac{1{,}01^{36} - 1}{1{,}01^{36} \cdot 0{,}01} \approx 45\,800 \text{ €}$$

8 PRODUCTOS FINANCIEROS

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 73

1 **[La decisión sobre la certeza de las afirmaciones requiere poner en práctica la compresión escrita de esta clave].**

¿Verdadero o falso?

a) Si recibimos 120 000 € para adquirir un piso, hemos realizado un fondo de inversión.

b) Un crédito hipotecario va asociado a una propiedad.

c) La diferencia entre bonos y obligaciones solo depende de que la deuda sea a largo o a corto plazo.

d) Los sistemas de ahorro para la jubilación son derechos de propiedad de una empresa denominados acciones.

a) Falso. Lo que hemos hecho es contratar un crédito hipotecario.

b) Verdadero. Es una cantidad que se recibe para la adquisición de un bien inmueble.

c) Verdadero. Ambos son instrumentos de crédito legal que solo se diferencian en el plazo de emisión de deuda.

d) Falso. Estos sistemas son planes de pensiones.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

C.E.: CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 74

1. Variación del poder adquisitivo de un trabajador

Hazlo tú

- **Con estos mismos datos, calcula la variación del poder adquisitivo de un trabajador o una trabajadora que cobre el SMI entre los años 2015 y 2018.**

Determinamos la subida acumulada del IPC entre comienzos de 2015 y final de 2017:

$$1{,}00 \cdot 1{,}016 \cdot 1{,}011 = 1{,}027176$$

Lo que significa una subida del 2,72 % en esos 3 años.

Si la subida del SMI hubiese sido proporcional a la del IPC, el SMI en 2018 debería ser: 648 · 1,0272 = 665,626 en lugar de 736 €.

Luego, la variación del poder adquisitivo ha sido:

$$\frac{736}{665{,}56} = 1{,}1058$$

Es decir, el poder adquisitivo de un trabajador o trabajadora que cobrara el SMI ha subido un 10,58 % en estos 3 años.

2. Intereses y amortizaciones

Hazlo tú

- **Resuelve este mismo ejercicio si los ingresos fueran de 500 € mensuales durante los 10 años.**

a) Expresamos el valor de cada uno de los ingresos al final de 2020 y sumamos los resultados:

$$500 \cdot 1{,}03^{10} + 500 \cdot 1{,}03^{9} + \ldots + 500 \cdot 1{,}03^{2} + 500 \cdot 1{,}03 =$$

$$= 500 \cdot \frac{1{,}03^{10} \cdot 1{,}03 - 1{,}03}{1{,}03 - 1} = 5\,903{,}898 \text{ €}$$

b) Se trata de una anualidad de amortización de un capital C, desconocido mediante 10 anualidades de 500 €:

$$500 = C \cdot \frac{1{,}03^{10} \cdot 0{,}03}{1{,}03^{10} - 1} \rightarrow C = 500 \cdot \frac{1{,}03^{10} - 1}{1{,}03^{10} \cdot 0{,}03} = 4\,265{,}10 \text{ €}$$

Observa que el valor de esta cantidad 11 años después debe coincidir con el resultado del apartado a).

$$4\,265{,}1 \cdot 1{,}03^{11} = 5\,903{,}89$$

3. Tabla de amortización de un préstamo

Hazlo tú

- **Nos conceden un préstamo de 50 000 €, al 5 %, que hemos de devolver en 5 años, pagando cada año una quinta parte del capital pendiente más los intereses de la cantidad adeudada.**

  Calcula los pagos anuales.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES	+	PAGO DE CAPITAL	=	PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1.^{er} AÑO	50 000	2 500	+	10 000	=	12 500	40 000
2.º AÑO	40 000	2 000	+	10 000	=	12 000	30 000
3.^{er} AÑO	30 000	1 500	+	10 000	=	11 500	20 000
4.º AÑO	20 000	1 0005	+	10 000	=	11 000	10 000
5.º AÑO	10 000	500	+	10 000	=	10 500	0

Los pagos anuales para amortizar el préstamo serán: 12 500 €, 12 000 €, 11 500 €, 11 000 € y 10 500 €.

4. Comisión de cancelación de un préstamo

Hazlo tú

- **Pedimos un préstamo de 100 000 €, al 5 % anual, que tenemos que devolver en 10 años en cuotas anuales. Además, nos imponen una comisión de cancelación anticipada del 2 %.**

  ¿Cuál sería esta comisión si quisiéramos cancelarlo transcurridos 2 años?

  Primero calculamos el valor de cada anualidad:

$$a = 100\,000 \cdot \frac{1,05^{10} \cdot 0,05}{1,05^{10} - 1} = 12\,950,46 \text{ €}$$

Ahora elaboramos la tabla de amortización del préstamo para los primeros 2 años.

	CAPITAL PENDIENTE	CUOTA ANUAL	–	PAGO DE INTERESES	=	PAGO CAPITAL	DEUDA PENDIENTE
1.^{er} AÑO	100 000	12 950,46	–	5 000	=	7 950,46	92 049,54
2.º AÑO	92 049,54	12 950,46	–	4 602,48	=	8 347,98	83 701,56

El valor de la comisión de cancelación es el 2 % de la deuda pendiente, es decir:

$$83\,701,56 \cdot 0,02 = 1\,674,03 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS GUIADOS

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 2.2. (EA 2.2.1.)

Página 76

1. Aumentos acumulados

- **En el contrato de trabajo de una administrativa se fija una subida anual del 3 %. Si empieza ganando 1 000 € mensuales, ¿cuántos años han de pasar para que su sueldo sea de 1 200 €?**

El sueldo del trabajador después de n años es de $1\,000 \cdot 1{,}03^n$ € al mes. Para que el sueldo sea de 1 200 €:

$$1\,200 = 1\,000 \cdot 1{,}03^n \rightarrow \frac{1200}{1000} = 1{,}03^n \rightarrow 1{,}2 = 1{,}03^n \rightarrow n = \frac{log\,1{,}2}{log\,1{,}03} = 6{,}17$$

Deben pasar más de 6 años, es decir, 7 años.

2. Cálculo de la T.A.E.

- **Colocamos en un depósito bancario a 2 años un capital inicial de 10 000 € al 3 % anual. Halla la T.A.E. asociada y úsala para obtener el capital final si:**

a) los periodos de capitalización son mensuales;

b) los periodos de capitalización son cuatrimestrales.

a) El interés mensual es $i_m = \frac{3}{1200} = 0{,}0025$.

El índice de variación mensual es $I_{vm} = 1 + 0{,}0025 = 1{,}0025$.

Como esta subida se produce todos los meses, el índice de variación anual es:

$I_v = 1{,}0025^{12} = 1{,}0304156 \rightarrow$ T.A.E. = 3,0416 %

El capital después de 2 años es $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot 1{,}030416^2 = 10\,617{,}57$ €.

b) El interés cuatrimestral es $i_c = \frac{3}{300} = 0{,}01$.

El índice de variación cuatrimestral es $I_{vc} = 1 + 0{,}01 = 1{,}01$.

Como esta subida se produce todos los cuatrimestres, el índice de variación anual es:

$I_v = 1{,}01^3 = 1{,}030301 \rightarrow$ T.A.E. = 3,0301 %

El capital después de dos años es $C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot 1{,}030301^2 = 10\,615{,}20$ €.

3. Planes de pensiones

- **Un trabajador contrata un plan de pensiones 35 años antes de su jubilación, con aportaciones anuales de 2 400 € al 4 %.**

  ¿De qué cantidad de dinero dispondrá en el momento de su jubilación?

  La primera anualidad se convertirá en $a_1 = 2\,400 \cdot 1{,}04^{35}$.

  La segunda, en $a_2 = 2\,400 \cdot 1{,}04^{34}$ al quedar depositada un año menos.

  La tercera, en $a_3 = 2\,400 \cdot 1{,}04^{33}$.

  …

  La última (35.ª), como estará depositada solo un año, se convertirá en $a_{35} = 2\,400 \cdot 1{,}04$.

  Se trata de sumar 35 términos de una progresión geométrica de razón $\frac{1}{1{,}04}$.

$$S_{35} = \frac{\frac{1}{1{,}04} \cdot 2\,400 \cdot 1{,}04 - 2\,400 \cdot 1{,}04^{35}}{\frac{1}{1{,}04} - 1} = 183\,835{,}95 \text{ €} \quad \text{(dinero del que dispondrá al jubilarse)}$$

4. Interés variable

- **Una hipoteca está contratada con un interés anual variable de Euribor + 0,65. En el contrato se establece una cláusula suelo que impide que este interés baje del 2,9 %. En el momento en que quedan 239 mensualidades por pagar y un capital pendiente de 169 349,20 €, el Euribor tiene un valor de 0,528.**

  Calcula la cuota actual de la hipoteca y cuál sería si se eliminase la cláusula suelo. (En la actualidad no están permitidas las cláusulas suelo).

  Como Euribor + 0,65 = 0,528 + 0,65 = 1,178 no llega a 2,9 al aplicar la cláusula suelo, calculamos la mensualidad de esta forma:

$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{2{,}9}{1200} \\ n = 239 \\ C = 169\,349{,}20 \end{array}\right\} \rightarrow m = 169\,349{,}20 \cdot \frac{\left(1 + \frac{2{,}9}{1200}\right)^{239} \cdot \frac{2{,}9}{1200}}{\left(1 + \frac{2{,}9}{1200}\right)^{239} - 1} = 933{,}63 \text{ €}$$

  Si se eliminase la cláusula suelo, la mensualidad sería:

$$m = 169\,349{,}20 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1{,}178}{1200}\right)^{239} \cdot \frac{1{,}178}{1200}}{\left(1 + \frac{1{,}178}{1200}\right)^{239} - 1} = 795{,}29 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

C.E.: CE todos los tratados en la unidad excepto 1.7. (EA todos los tratados en la unidad excepto 1.7.1. a 1.7.5.)

Página 77

Practica

Porcentajes

1 **Si el precio de un artículo ha pasado de 35 € a 100 € en unos años, ¿cuál es el índice de variación? ¿Cuál ha sido el aumento expresado en porcentajes?**

Índice de variación $= \frac{100}{35} = 2{,}8571$. Ha aumentado un 185,71 %.

2 **El número total de hipotecas contratadas en España en 2014 fue de 315 535. En 2018 hubo 477 485 hipotecas. Calcula el índice de variación y el porcentaje de subida del número de hipotecas en esos cuatro años.**

El índice de variación es $I_v = \frac{477\,485}{315\,535} = 1{,}5132$

Para hallar el porcentaje de subida, calculamos:

$1{,}5132 - 1 = 0{,}5132 \rightarrow$ 51,32 % de subida

3 **En 2015 había 12 338 filiales de empresas extranjeras en España. En 2017 el número ascendió a 12 953. ¿Cuál es el índice de variación? ¿Qué porcentaje supuso la subida en esos dos años?**

El índice de variación es $I_v = \frac{12\,953}{12\,338} = 1{,}0498$

Para hallar el porcentaje de subida, calculamos:

$1{,}0498 - 1 = 0{,}0498 \rightarrow$ 4,98 % de subida

4 **Un televisor, que en noviembre costaba 450 €, en diciembre aumentó su precio un 15 %. Con las rebajas de enero ha bajado un 25 %.**

a) Averigua el índice de variación total del precio en esos dos meses.

b) ¿Cuál es el precio actual?

a) Índice de variación $= 1{,}15 \cdot 0{,}75 = 0{,}8625$

b) Precio actual $= 450 \cdot 0{,}8625 = 388{,}13$ €

5 **La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35 % respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros. ¿Cuántos litros tenía el mes pasado?**

$0{,}65x = 74{,}25 \rightarrow x = 114{,}23$ millones de litros

6 **En la tabla siguiente se muestra, en millones de euros, la recaudación en España de la AEAT (Agencia Tributaria) en tres años distintos:**

	2011	2015	2018
IRPF	69 803	72 346	82 859
IVA	49 302	60 305	70 177
RESTO	42 655	49 358	55 649
TOTAL	161 760	182 009	208 685

a) Calcula el porcentaje de recaudación total que supone la procedente del IRPF en cada año.

b) Averigua el índice de variación de la recaudación total entre los años 2011 y 2015, 2015 y 2018 y entre 2011 y 2018. Exprésalo también usando porcentajes.

a) Año 2011 $\rightarrow \dfrac{69\,803}{161\,760} \approx 0{,}4315 \rightarrow$ 43,15 % de la recaudación total

Año 2015 $\rightarrow \dfrac{72\,346}{182\,009} \approx 0{,}3975 \rightarrow$ 39,75 % de la recaudación total

Año 2018 $\rightarrow \dfrac{82\,859}{208\,685} \approx 0{,}3971 \rightarrow$ 39,71 % de la recaudación total

b) Entre los años 2011 y 2015:

$I_v = \dfrac{182\,009}{161\,760} \approx 1{,}125 \rightarrow 1{,}125 - 1 = 0{,}125 \rightarrow$ subida del 12,5 %

Entre los años 2015 y 2018:

$I_v = \dfrac{208\,685}{182\,009} \approx 1{,}147 \rightarrow 1{,}147 - 1 = 0{,}147 \rightarrow$ subida del 14,7 %

Entre los años 2015 y 2018:

$I_v = \dfrac{208\,685}{161\,760} \approx 1{,}290 \rightarrow 1{,}290 - 1 = 0{,}290 \rightarrow$ subida del 29,0 %

7 **Entre los años 2008 y 2013 el número de matrimonios en España disminuyó un 20,67 %.**

a) Si en 2013 hubo 156 446 matrimonios, ¿cuántos hubo en 2008?

b) Si en 2018 hubo 163 430 matrimonios, ¿en qué porcentaje ha aumentaron desde 2013?

c) ¿Cuál fue el porcentaje de disminución entre 2008 y 2018?

a) Veamos cuál es el índice de variación que corresponde a la bajada: $I_v = 1 - 0{,}2067 = 0{,}7933$

El número de matrimonios que hubo en 2008 fue:

$$\frac{156\,446}{0{,}7933} \approx 197\,209 \text{ matrimonios en 2008}$$

b) 2018 $\rightarrow$ 163 430 matrimonios:

Calculamos el índice de variación entre los años 2013 y 2018:

$$I_v = \frac{163\,430}{156\,446} = 1{,}0446 \rightarrow 1{,}0446 - 1 = 0{,}0446 \rightarrow \text{ subida del } 4{,}46\,\%$$

c) Calculamos el índice de variación entre los años 2008 y 2018:

$$\frac{163\,430}{197\,209} = 0{,}8287 \rightarrow 1 - 0{,}8287 = 0{,}1713 \rightarrow \text{ bajada del } 17{,}13\,\%$$

8 **En un centro escolar, por cada 5 estudiantes que aprueban todas las asignaturas, hay 4 que suspenden alguna. ¿Qué fracción y qué porcentaje del total supone cada uno de los dos tipos?**

Los alumnos que aprueban todas las asignaturas son los $\frac{5}{9}$ del total, que se corresponde con el 55,56 %.

Los alumnos que suspenden alguna asignatura son los $\frac{4}{9}$ del total, que se corresponde con el 44,44 %.

Intereses bancarios. T.A.E.

9 **Un banco paga el 6,5 % anual del dinero que se deposita en él. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €? ¿Y si lo dejas durante 5 años sin sacar nada?**

Si $r = 6{,}5$ y $c = 18\,500 \rightarrow 18\,500 \cdot \left(1 + \frac{6{,}5}{100}\right) = 19\,702{,}5$ €

$\downarrow$

Pasado un año

Si lo dejas 5 años: $18\,500 \rightarrow 18\,500 \cdot \left(1 + \frac{6{,}5}{100}\right)^5 = 25\,346{,}6$ €

10 **Se pide un préstamo de 4 000 € a un usurero que cobra un 6,5% de interés semestral con el compromiso de devolverlo en un solo pago, al cabo de dos años. ¿A cuánto ascenderá ese pago?**

$2 \cdot 6{,}5 = 13$ % anual $\rightarrow$ Calculamos el 13 % de 4 000 €

Los intereses generados en un año son $\rightarrow$ 520 €

Luego al cabo de 2 años el pago asciende a:

$$4\,000 \cdot \left(1 + \frac{13}{100}\right)^2 = 4\,000 \cdot (1{,}13)^2 = 5\,107{,}6 \text{ €}$$

11 **En 2014 un banco ofrecía a sus clientes un depósito a un año a un interés anual del 6% con pago mensual de intereses. En 2019, se ofreció el mismo depósito a un interés del 2 % anual. Si el producto se hubiese contratado con 50 000 €, ¿cuáles habrían sido los beneficios en cada uno de los dos años?**

- Año 2014

  Un interés del 6 % anual se corresponde con un $\frac{6\,\%}{12}$ de interés mensual. Como los pagos de intereses son mensuales, el capital final es:

  $$C_{\text{final}} = 50\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{12} = 53\,083{,}89 \text{ €}$$

  Los beneficios son:

  $53\,083{,}89 - 50\,000 = 3\,083{,}89$ €

- Año 2019

  $C_{\text{final}} = 50\,000 \cdot 1{,}02 = 51\,000$ €

  Los beneficios son:

  $51\,000 - 50\,000 = 1\,000$ €

12 ¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8 % anual? ¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

En tres meses:

$8\,\%$ anual $\rightarrow \frac{8}{4} = 2$ trimestral

$3\,500 \cdot 1{,}02693 = 3\,594{,}255$ €

En cinco años (20 trimestres):

$3\,500 \cdot 1{,}02693^{20} = 5955{,}04$ €

13 Un capital colocado al 2,5 % anual durante cuatro años se ha convertido en 11 038,13 €. ¿A cuánto ascendía ese capital inicial?

Si C representa el capital inicial, entonces:

$$11\,038{,}13 = C \cdot \left(1 + \frac{2{,}5}{100}\right)^4 \rightarrow 11\,038{,}13 = C \cdot 1{,}025^4 \rightarrow C = \frac{11038{,}13}{1{,}025^4} = 10\,000 \text{ €}$$

14 ¿Cuántos años tiene que estar depositado un capital de 15 000 €, al 4,7 % anual, para convertirse en 18 000 €?

$$18\,000 = 15\,000 \cdot \left(1 + \frac{4{,}7}{100}\right)^n \rightarrow n \approx 4$$

Debe permanecer 4 años.

15 Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.

$$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699{,}84 \rightarrow r = 8\,\%$$

16 Depositamos 32 500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32 720 €. ¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco?

$$32\,720 = 32\,500 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{18} \rightarrow r = 0{,}037\,\% \text{ mensual}$$

17 Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10 % con pagos mensuales de intereses.

$10\,\%$ anual $= \frac{10}{12}\,\%$ mensual

Un capital C se transforma en un año en $C \cdot \left(1 + \frac{10}{1200}\right)^{12}$.

Es decir, $C \cdot 1{,}1047$.

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47 %.

18 Colocamos en un depósito a 3 años 10 000 € al 4,5 % anual, siendo los periodos de capitalización mensuales. Calcula la T.A.E. asociada. ¿En cuánto se transforma el capital inicial?

$$i = \frac{4{,}5}{100} \rightarrow i_m = \frac{4{,}5}{1200} = 0{,}00375 \rightarrow I_{vm} = 1{,}00375$$

T.A.E. $= 1{,}00375^{12} - 1 = 0{,}04594 \rightarrow 4{,}594\,\%$

El capital inicial se transforma en 3 años (36 meses) en:

$C_{\text{final}} = 10\,000 \cdot 1{,}00375^{36} = 11\,442{,}48$ €

19 **Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10 % si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses. Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.**

* ***a) 10% anual → 5 % durante 2 semestres → T.A.E.: (1 + 5/100)^2 → 10,25 %.***

a) 10 % anual = 5 % semestral

$5\,000 \cdot 1{,}05^2 = 5\,000 \cdot 1{,}1025 = 5\,512{,}50$ € → T.A.E. del 10,25 %

b) 10 % anual = 2,5 % trimestral

$5\,000 \cdot 1{,}025^4 = 5\,000 \cdot 1{,}1038 = 5\,519{,}06$ € → T.A.E. del 10,38 %

c) 10 % anual = $\frac{10}{12}$ % mensual = $\frac{5}{6}$ % mensual

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1{,}008\widehat{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1{,}1047 = 5\,523{,}57 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10{,}47\,\%$$

20 **¿Qué te hace decir eso? [La resolución del problema permite trabajar esta estrategia].**

Un banco nos ofrece dos tipos de depósitos a 10 años. El depósito A, con un rédito del 3 % y pago mensual de intereses, y el depósito B, cuyo rédito es del 3,5 % y tiene pago anual de intereses. ¿Qué opción es más ventajosa? ¿Qué beneficio obtendremos en cada depósito si colocamos 15 000 euros?

- Para elegir la opción más ventajosa podemos calcular la T.A.E. del depósito A y compararla con la del B (cuyo valor es 3,5 % al ser el pago de intereses anual).

  $i = \frac{3}{100} \rightarrow i_m = \frac{3}{1200} = 0{,}0025 \rightarrow I_{vm} = 1{,}0025$

  T.A.E. = $1{,}0025^{12} - 1 = 0{,}030416 \rightarrow 3{,}0416\,\%$

  Por tanto, el depósito B es más ventajoso que el depósito A.

- Calculamos los beneficios:

  Depósito A

  El capital al cabo de 10 años (120 meses) es:

  $C_{final} = 15\,000 \cdot 1{,}0025^{120} = 20\,240{,}30 \rightarrow$ Beneficio = 20 240,30 – 15 000 = 5 240,30 €

  Depósito B

  El capital al cabo de 10 años es:

  $C_{final} = 15\,000 \cdot 1{,}035^{10} = 21\,158{,}98 \rightarrow$ Beneficio = 21 158,98 – 15 000 = 6 158,98 €

Página 78

Amortización de préstamos

21 **Una comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses. ¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12 % anual?**

12 % anual es un 3 % trimestral. El pago será de:

$5\,000 \cdot 1{,}03 = 5\,150$ €

22 **Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15 % anual. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?**

$8\,500 \cdot (1{,}15)^t = 14\,866{,}55 \rightarrow t = 4$ años

23 **Calcula la cuota mensual de un préstamo de 6 000 € con un rédito del 8 % que hemos de devolver en 1 año. Si el tiempo para la devolución fuese de 2 años, ¿cuál sería la nueva cuota?**

Como devolvemos el préstamo en un año, tenemos que pagar 12 mensualidades. Por tanto:

$$m = 6\,000 \cdot \frac{\left(1+\frac{8}{1200}\right)^{12} \cdot \frac{8}{1200}}{\left(1+\frac{8}{1200}\right)^{12} - 1} = 521{,}93\ €$$

Si lo devolviéramos en 2 años, pagaríamos 24 mensualidades, luego:

$$m = 6\,000 \cdot \frac{\left(1+\frac{8}{1200}\right)^{24} \cdot \frac{8}{1200}}{\left(1+\frac{8}{1200}\right)^{24} - 1} = 271{,}36\ €$$

24 **Hemos de amortizar 50 000 € en 5 años, con un interés del 15 %, de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la quinta parte del capital total. Calcula lo que hay que pagar cada uno de los años.**

* ***Consulta la resolución del ejercicio resuelto 3.***

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES	+	PAGO DE CAPITAL	=	PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1.er AÑO	50 000	50 000 · 0,15	+	10 000	=	17 500	40 000
2.º AÑO	40 000	40 000 · 0,15	+	10 000	=	16 000	30 000
3.er AÑO	30 000	30 000 · 0,15	+	10 000	=	14 500	20 000
4.º AÑO	20 000	20 000 · 0,15	+	10 000	=	13 000	10 000
5.º AÑO	10 000	10 000 · 0,15	+	10 000	=	11 500	0

25 **Hemos de amortizar 4 500 € al 12 % anual en 6 plazos mensuales. En cada uno de los plazos pagaremos la sexta parte del capital prestado más los intereses mensuales del capital pendiente de pago. Calcula el importe de cada pago.**

MENSUALIDAD	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	DEUDA PENDIENTE
1	4 500	45	3 750
2	3 750	37,5	3 000
3	3 000	30	2 250
4	2 250	22,5	1 500
5	1 500	15	750
6	750	7,5	0

12 % anual → 1 % mensual

- **Primera mensualidad:**

  1 % de 4 500 = 45 € → Intereses pendientes

  Pagamos $\frac{1}{6}$ de 4 500 = 750 € + 45 € = 795 €

  Deuda pendiente → 4 500 – 750 = 3 750 €

- **Segunda mensualidad:**

  1 % de 3 750 = 37,5 € $\rightarrow$ Intereses pendientes

  Pagamos 750 + 37,5 = 787,5 €

  Deuda pendiente $\rightarrow$ 3 750 – 750 = 3 000 €

- **Tercera mensualidad:**

  1 % de 3 000 = 30 € $\rightarrow$ Intereses pendientes

  Pagamos 750 + 30 = 780 €

  Deuda pendiente $\rightarrow$ 3 000 – 750 = 2 250 €

- **Cuarta mensualidad:**

  1 % de 2 250 = 22,50 € $\rightarrow$ Intereses pendientes

  Pagamos 750 + 22,50 = 772,5 €

  Deuda pendiente $\rightarrow$ 2 250 – 750 = 1 500 €

- **Quinta mensualidad:**

  1 % de 1 500 € = 15 € $\rightarrow$ Intereses pendientes

  Pagamos 750 + 15 = 765 €

  Deuda pendiente $\rightarrow$ 1 500 – 750 = 750 €

- **Sexta mensualidad:**

  1 % de 750 € = 7,5 € $\rightarrow$ Intereses pendientes

  Pagamos 750 + 7,5 = 757,5 €

  Deuda pendiente $\rightarrow$ 750 – 750 = 0 €

Hemos pagado en total: $795 + 787{,}5 + 780 + 772{,}5 + 765 + 757{,}5 = 4657{,}5 \text{ €} \rightarrow 4500 + \underbrace{157{,}5}_{\downarrow \ \text{Intereses}} \text{ €}$

26 **Una entidad bancaria nos concede un préstamo de 20 000 € que amortizaremos en 5 años con un interés anual del 9 %. Calcula las cuotas del préstamo si los pagos son:**

a) anuales

b) trimestrales

c) mensuales

a) $a = 20000 \cdot \dfrac{1{,}09^5 \cdot 0{,}09}{1{,}09^5 - 1} = 5141{,}85 \text{ €}$

b) $i = 9\,\%$ anual $\rightarrow i_t = \dfrac{9}{400} = 0{,}0225 \rightarrow I_{vt} = 1{,}0225$

5 años $\rightarrow$ 20 trimestres

$p = 20000 \cdot \dfrac{1{,}0225^{20} \cdot 0{,}0225}{1{,}0225^{20} - 1} = 1252{,}84 \text{ €}$

c) $i = 9\,\%$ anual $\rightarrow i_m = \dfrac{9}{1200} = 0{,}0075 \rightarrow I_{vm} = 1{,}0075$

5 años $\rightarrow$ 60 meses

$m = 20000 \cdot \dfrac{1{,}0075^{60} \cdot 0{,}0075}{1{,}0075^{60} - 1} = 415{,}17 \text{ €}$

27 **Una empresaria solicita un crédito de 2 millones de euros al 15 % anual. Ha de devolverlo en 10 años. Calcula:**

a) La anualidad que tiene que pagar al final de cada año.

b) La mensualidad que tendría que pagar si tuviera que hacerlo mensualmente.

2 000 000 € al 15% anual, a devolver en 10 años.

a) $a = C \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 2\,000\,000 \cdot \dfrac{\left(1+\dfrac{15}{100}\right)^{10} \cdot \dfrac{15}{100}}{\left(1+\dfrac{15}{100}\right)^{10} - 1} = 398\,504{,}125$ € anuales

b) $m = C \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 2\,000\,000 \cdot \dfrac{\left(1+\dfrac{15}{1\,200}\right)^{120} \cdot \dfrac{15}{1\,200}}{\left(1+\dfrac{15}{1\,200}\right)^{120} - 1} = 32\,266{,}991$ € mensuales

28 **Una persona paga un coche en 60 mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12 % anual, ¿cuál sería el precio del coche si lo pagara al contado?**

$C = \dfrac{1{,}01^{60} - 1}{1{,}01^{60} \cdot 0{,}01} \cdot 333{,}67 \approx 15\,000$ €

29 **Compramos unos electrodomésticos por 3 000 € y los pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13 %. ¿Cuál será la cuota mensual?**

$m = 3\,000 \cdot \dfrac{\left(1+\dfrac{13}{1200}\right)^{24} \cdot \dfrac{13}{1200}}{\left(1+\dfrac{13}{1200}\right)^{24} - 1} = 142{,}625$ €

30 **Un banco nos concede un préstamo al 6 %, que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?**

$a = C \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \to C = a \cdot \dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$

$C = 14\,330{,}80 \cdot \dfrac{1{,}06^7 - 1}{1{,}06^7 \cdot 0{,}06} = 80\,000$ €

Para resolver

31 **[El tratamiento de un tema del entorno cotidiano permite trabajar la responsabilidad (dimensión social de esta clave)].**

Tras bajar el IVA cultural del 21 % al 10 % el precio de las entradas en dos cines ha pasado del 9 € a 8,50 € y de 10 € a 9 €. ¿Cuál ha sido el porcentaje de bajada del precio de las entradas en cada uno? ¿Se corresponde con la bajada de IVA?

IVA ha bajado del 21 % al 10 %

Cine A ha bajado de 9 € a 8,50 €

Cine B ha bajado de 10 € a 9 €

Calculamos el índice de variación: $I_v = \dfrac{C_{\text{final}}}{C_{\text{inicial}}}$

En el cine A $\rightarrow$ $I_v = \dfrac{8,50}{9} = 0,9444 \rightarrow 1 - 0,9444 = 0,05556 \rightarrow$ 5,556 % de bajada, luego no se corresponde con la bajada del IVA.

En el cine B $\rightarrow$ $I_v = \dfrac{9}{10} = 0,9 \rightarrow 1 - 0,9 = 0,1 \rightarrow$ 10 % de bajada, luego si se corresponde con la bajada del IVA.

32 **En un examen de francés han aprobado el 60 % de los estudiantes. En la recuperación de los suspendidos, aprueban el 30 %, con lo que el total de aprobados hacen 18. ¿Cuál es el porcentaje total de aprobados? ¿Cuántos estudiantes cursan francés?**

* ***Ten en cuenta que solo el 40 % se presenta a la recuperación.***

Como suspende el 40 % de los estudiantes, recuperan el $\dfrac{30}{100} \cdot \dfrac{40}{100} = \dfrac{12}{100}$ = 12 % del total.

El porcentaje final de aprobados es 60 % + 12 % = 72 % del total.

Estudian francés $\dfrac{18}{0,12}$ = 150 estudiantes.

33 ODS **Meta 11.1** **[Tras visionar el vídeo, el alumnado puede analizar las dificultades que tienen muchas personas para acceder a una vivienda].**

Si el precio del alquiler de un apartamento sube un 10 % cada año, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?

El índice de variación anual es $1 + \dfrac{10}{100} = 1,1$. Si llamamos n al número de años que tarda en duplicarse, se tiene que:

$$2 = 1,1^n \rightarrow \log 2 = n \log 1,1 \rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1,1} = 7,27$$

Por tanto, tienen que pasar 8 años para que se duplique.

34 **En el contrato de trabajo de una empleada se fija una subida anual del 6,5 % hasta alcanzar un sueldo de 1 986 € mensuales. Si comienza con un sueldo de 1 200 €/mes, ¿cuántos años deben transcurrir para que deje de aplicarse dicha subida?**

Subida anual de 6,5 %

Sueldo máximo 1 986 €/mes

Sueldo inicial 1 200 €/mes

El sueldo de la trabajadora es de 1 986 después de n años:

$$1\,200 \cdot \left(1 + \frac{6,5}{100}\right)^n = 1\,986 \rightarrow 1\,200 \cdot (1,065)^n = 1\,986 \rightarrow$$

$$\rightarrow (1,065)^n = \frac{1\,986}{1\,200} \rightarrow (1,065)^n = 1,655 \rightarrow n = \frac{\log 1,655}{\log 1,065} \rightarrow n = 8,00004$$

A los 9 años ha llegado al tope de su sueldo así que ya no se aplica más la subida.

35 La siguiente tabla recoge la evolución del salario mensual de una trabajadora desde 2015 a 5018.

	VARIACIÓN DEL IPC (%)	SUELDO MENSUAL (€)
2015	0,00	1 200
2016	1,60	1 230
2017	1,10	1 240
2018	1,20	1 260

a) Calcula el porcentaje de subida del salario de cada año al siguiente y el acumulado en este periodo de tiempo.

b) Calcula el porcentaje de subida acumulado del IPC en este periodo.

c) Según esta tabla, ¿la trabajadora ha perdido o ha ganado poder adquisitivo en este periodo?

* ***Consulta la resolución del ejercicio resuelto 1.***

a) Para calcular el porcentaje de subida, por ejemplo, entre el año 2015 y el 2016, procedemos así:

$$I_v = \frac{1230}{1200} = 1{,}025 \;\rightarrow\; \text{subida } 2{,}5\,\%$$

Entre el año 2016 y el 2017:

$$I_v = \frac{1240}{1230} = 1{,}0081 \;\rightarrow\; \text{subida } 0{,}81\,\%$$

Entre el año 2017 y el 2018:

$$I_v = \frac{1260}{1240} = 1{,}0161 \;\rightarrow\; \text{subida } 1{,}61\,\%$$

$1{,}025 \cdot 1{,}0081 \cdot 1{,}0161 = 1{,}0499 \;\rightarrow\; 4{,}99\,\%$ acumulado entre 2015 e inicio de 2018.

b) $1{,}00 \cdot 1{,}016 \cdot 1{,}011 \cdot 1{,}012 = 1{,}0395 \;\rightarrow\; 3{,}95\,\%$ acumulado entre 2015 e inicio de 2018.

c) Ha ganado poder adquisitivo a la vista de los porcentajes anteriores. Si la subida hubiese sido proporcional al IPC en ese periodo, el sueldo mensual sería $1200 \cdot 1{,}0395 = 1247{,}4$ € que es una cantidad inferior al sueldo mensual del año 2018.

36 Calcula la T.A.E. asociada a un rédito anual del 6 % con periodos de capitalización mensuales. ¿Cuál sería la T.A.E. si el pago de intereses fuese trimestral?

Si los periodos de capitalización son mensuales:

$$i = 6\,\% \text{ anual} \;\rightarrow\; i_m = \frac{6}{1200} = 0{,}005 \;\rightarrow\; I_{vm} = 1{,}005$$

$$\text{T.A.E.} = 1{,}005^{12} - 1 = 0{,}06168 \;\rightarrow\; 6{,}168\,\%$$

Si son trimestrales:

$$i = 6\,\% \text{ anual} \;\rightarrow\; i_t = \frac{6}{400} = 0{,}015 \;\rightarrow\; I_{vt} = 1{,}015$$

$$\text{T.A.E.} = 1{,}015^{4} - 1 = 0{,}06136 \;\rightarrow\; 6{,}136\,\%$$

37 **Un depósito nos ofrece un 5 % T.A.E. Si los periodos de capitalización son mensuales, ¿cuál es el rédito asociado?**

** Si r es el rédito, $\left(1+\frac{r}{1\,200}\right)^{12} = 1,05$.*

Supongamos que el rédito es del r % y los periodos de capitalización son mensuales.

$$i = r\text{ \% anual} \to I_m = \frac{r}{1200}$$

$$5\text{ \% T.A.E.} \to I_v = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$$

Por tanto:

$$1,05 = \left(1+\frac{r}{1200}\right)^{12} \to \sqrt[12]{1,05} = 1+\frac{r}{1200} \to r = \left(\sqrt[12]{1,05}-1\right)\cdot 1200 = 4,89 \text{ es el rédito asociado.}$$

38 **Un banco paga el 2 % trimestral. ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2 000 euros para convertirse en 2 536,48 €?**

Llamamos n al número de años que tienen que estar depositados. Entonces, el número de trimestres es $4n$. Por tanto:

$$2\,536,48 = 2\,000 \cdot \left(1+\frac{2}{100}\right)^{4n} \to \frac{2\,536,48}{2\,000} = 1,02^{4n} \to 1,26824 = 1,02^{4n} \to$$

$$\to \log 1,26824 = 4n\log 1,02 \to$$

$$\to n = \frac{\log 1,26824}{4\log 1,02} = 3 \text{ años}$$

39 **Una familia paga una cuota mensual de 644,30 € por la hipoteca de su vivienda. Si el préstamo fue a 25 años con un rédito del 6 %, ¿cuál fue el capital inicial solicitado?**

Los datos del problema son:

$$m = 644,30; \quad n = 25 \cdot 12 = 300 \text{ mensualidades}; \quad I = \frac{6}{100} \to I_m = \frac{6}{1200} = 0,005 \to I_{vm} = 1,005$$

Sustituyendo en la fórmula de las anualidades de amortización, obtenemos:

$$644,30 = C \cdot \frac{1,005^{300}\cdot 0,005}{1,005^{300}-1} \to C = 644,30 \cdot \frac{1,005^{300}-1}{1,005^{300}\cdot 0,005} = 100\,000 \text{ €}$$

Página 79

40 **Quiero pedir una hipoteca para comprar una vivienda. Mi nómina es de 1 500 € y mi entidad bancaria no quiere que mi nivel de endeudamiento sea superior a un tercio de la misma. Si me conceden una hipoteca a 30 años con un rédito del 4,5 %, ¿cuál es la cantidad máxima que puedo pedir al banco?**

Debemos calcular la cantidad teniendo en cuenta que el banco nos permite una mensualidad máxima de $\frac{1500}{3} = 500$ €.

$$I = \frac{4,5}{100} \to I_m = \frac{4,5}{1200} = 0,00375 \to I_{vm} = 1,00375$$

30 años → 30 · 12 = 360 mensualidades

La relación entre la mensualidad y el capital es:

$$500 = C \cdot \frac{1,00375^{360}\cdot 0,00375}{1,00375^{360}-1} \to C = 500 \cdot \frac{1,00375^{360}-1}{1,00375^{360}\cdot 0,00375} = 98\,680,58 \text{ €}$$

Por tanto, el banco nos permitiría pedir un máximo de 98 680,58 €.

41 Cabezas pensantes. **[Antes de completar la tabla de amortizaciones, el alumnado podrá compartir en pequeños grupos el método que hay que seguir para calcular los valores correctos].**

El banco nos concede un préstamo personal de 15 000 € al 12 % anual para devolver en 24 mensualidades. Si nos fija una comisión de cancelación anticipada del 1 %, ¿a cuánto ascendería esta comisión si queremos cancelar el préstamo al cabo de 6 meses?

Para resolver el problema construimos la tabla de amortizaciones del préstamo. Así podremos saber cuál es el capital pendiente sobre el que se aplica la comisión del 1 %.

Primero calculamos la mensualidad:

$$i = \frac{12}{100} \to i_m = \frac{12}{1200} = 0{,}01 \to I_{vm} = 1{,}01$$

$$m = 15\,000 \cdot \frac{1{,}01^{24} \cdot 0{,}01}{1{,}01^{24} - 1} = 706{,}10 \text{ €}$$

Ahora calculamos la tabla de amortizaciones:

MESES	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	15 000,00	150,00	706,10	556,10	14 443,90
2	14 443,90	144,44	706,10	561,70	13 882,24
3	13 882,24	138,82	706,10	567,28	13 314,96
4	13 314,96	133,15	706,10	572,95	12 742,01
5	12 742,01	127,42	706,10	578,68	12 163,33
6	12 163,33	121,63	706,10	584,47	11 578,86

La comisión de cancelación será: $\frac{1}{100} \cdot 11\,578{,}86 = 115{,}79$ €.

42 **Ingreso en un banco 3 500 € al principio de cada año al 8 % durante 5 años. ¿Cuánto dinero tendré al final del quinto año?**

El primer año el dinero se convertirá en $a_1 = 3\,500 \cdot 1{,}08^5$ €.

El segundo año, en $a_2 = 3\,500 \cdot 1{,}08^4$ € ya que el dinero estará un año menos en el banco.

…

El quinto, en $a_5 = 3\,500 \cdot 1{,}08$ € al estar solo un año en el banco.

Se trata de calcular la suma de los elementos de una progresión geométrica de razón $\frac{1}{1{,}08}$. Por tanto:

$$S_5 = \frac{r \cdot a_5 - a_1}{r - 1} = \frac{\frac{1}{1{,}08} \cdot 3500 \cdot 1{,}08 - 3500 \cdot 1{,}08^5}{\frac{1}{1{,}08} - 1} = 22\,175{,}75 \text{ € tendremos al final del 5.º año.}$$

43 **Una ahorradora mete todos los años en la misma fecha 1 500 € en una cuenta que le produce el 6 % anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?**

Al final acumulará el dinero invertido más los intereses que genera. En este caso:

– El primer año el dinero se convertirá en $a_1 = 3\,500 \cdot 1{,}06^3 = 4\,168{,}56$ €.

– El segundo, en $a_2 = 3\,500 \cdot 1{,}06^2 = 3\,932{,}60$ €, ya que el dinero estará un año menos en el banco.

– El tercero, en $a_3 = 3\,500 \cdot 1{,}06 = 3\,710$ €.

Al finalizar el tercer año habrá acumulado 4 168,56 + 3 932,60 + 3 710 = 11 811,16 €.

44 He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5 %?

$$C = 1\,413{,}19 \cdot \frac{1{,}105^{10} - 1}{1{,}105^{10} \cdot 0{,}105} = 8\,500 \text{ €}$$

45 Comprueba que si ingresamos al final de cada año una anualidad de 2 500 € durante 8 años, al 5 %, acumularemos en total 23 872,77 €.

1.ª anualidad: 2 500 en 7 años $\rightarrow$ $2\,500 \cdot 1{,}05^7$

2.ª anualidad: 2 500 en 6 años $\rightarrow$ $2\,500 \cdot 1{,}05^6$

…

7.ª anualidad: 2 500 en 1 año $\rightarrow$ $2\,500 \cdot 1{,}05$

8.ª anualidad: 2 500 $\rightarrow$ 2 500

En total:

$$S = 2\,500\,[1 + 1{,}05 + \ldots + 1{,}05^6 + 1{,}05^7] = 2\,500 \cdot \frac{1{,}05^8 - 1}{1{,}05 - 1} = 23\,872{,}77 \text{ €}$$

46 Un trabajador ahorra 5 000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9,5 % de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

$$5\,000 \cdot 1{,}095 \cdot \frac{1{,}095^{10} - 1}{0{,}095} = 85\,192{,}59 \text{ €}$$

47 Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9 % anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

9 % anual = 0,75 % mensual

20 años = 240 mensualidades

$$C = 200 \cdot 1{,}0075 \cdot \frac{1{,}0075^{240} - 1}{0{,}0075} = 134\,579{,}20 \text{ €}$$

48 Recibimos un préstamo de 10 000 € al 12 % anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 € por la gestión del préstamo en el momento de su concesión. Comprueba que la T.A.E. correspondiente a ese préstamo es de un 16,77 %.

12 % anual = 1 % mensual

En realidad, recibimos 9 650 €.

Devolvemos $10\,000 \cdot 1{,}01^{12} = 11\,268{,}25$ €.

$\dfrac{11268{,}25}{9650} = 1{,}1677$ $\rightarrow$ La T.A.E. será del 16,77 %.

49 **Un librero compró dos manuscritos antiguos por 2 250 € y después los vendió obteniendo un beneficio del 40 %. El primer manuscrito le dejó un beneficio del 25 % y el segundo, un beneficio del 50 %. ¿Cuánto pagó por cada uno?**

$x \rightarrow$ precio del primer manuscrito.

$y \rightarrow$ precio del segundo manuscrito.

$x + 0{,}25x \rightarrow$ precio de venta del primer manuscrito.

$y + 0{,}5y \rightarrow$ precio de venta del segundo manuscrito.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 2\,250 \\ 1{,}25x + 1{,}5y &= 2\,250 + 0{,}40 - 2\,250 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x + y &= 2\,250 \\ 1{,}25x + 1{,}5y &= 3\,150 \end{aligned}\right\}$$

$y = 2\,250 - x \rightarrow 1{,}25x + 1{,}5 \cdot (2\,250 - x) = 3\,150 \rightarrow$

$\rightarrow 1{,}25x + 3\,375 - 1{,}5x = 3\,150 \rightarrow 0{,}25x = 225 \rightarrow x = \dfrac{225}{0{,}25} = 900$

$y = 2\,250 - 900 = 1\,350$

Solución: pagó 900 € por uno de los libros y 1 350 € por el otro.

50 **Una pareja pide un préstamo hipotecario en una entidad financiera para pagar el 80 % del precio de una vivienda, ya que tienen ahorrado el otro 20 %. El banco se lo ha concedido a un interés del 2,09 % anual con lo que tienen que pagar 561,70 € al mes durante 20 años para devolverlo. Además, los padres les han dejado el 10 % del precio de la vivienda para impuestos, notaría y otros gastos. ¿Por cuánto han comprado dicha vivienda? ¿Cuánto dinero hay que gastarse para adquirirla?**

1.º Cálculo del 80% (que les presta el banco):

Fórmula (pago en meses) de la mensualidad:

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$561{,}70 = C \cdot \frac{\left(1 + \frac{2{,}09}{1\,200}\right)^{240} \cdot \frac{2{,}09}{1\,200}}{\left(1 + \frac{2{,}09}{1\,200}\right)^{n} - 1} \rightarrow C = 561{,}70 \cdot \frac{\left(1 + \frac{2{,}09}{1\,200}\right)^{240} - 1}{\left(1 + \frac{2{,}09}{1\,200}\right)^{240} \cdot \frac{2{,}09}{1\,200}} = 110\,103{,}4204 \text{ €}$$

cantidad que les presta el banco.

2.º Cálculo del 100 % (precio sin gastos):

110 103,4204 € es el 80 % $\rightarrow x = \dfrac{110\,103{,}4204}{0{,}80} \rightarrow x = 137\,629{,}2755$ € cuesta la vivienda.

3.º Cálculo de los gastos de impuestos, notaria, … $\rightarrow$ 10 % del precio:

$137\,629{,}2755 \cdot 0{,}1 = 13\,762{,}92755$ € son los gastos de tramitación.

4º Cálculo del total de los gastos:

$137\,629{,}2755 + 13\,762{,}92755 = 151\,392{,}2031$ €

AUTOEVALUACIÓN

C.E.: CE 1.2. (EA 1.2.1.-EA1.2.3.) CE 1.8. (EA 1.8.1.)

Página 79

1 **El sueldo de una trabajadora aumentó, a principios de año, de 1 450 € a 1 508 €. ¿Cuál fue el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?**

El índice de variación es: $I_v = \dfrac{1508}{1450} = 1{,}04$

El porcentaje de subida es: $1{,}04 - 1 = 0{,}04 = 4\,\%$

2 **Unos pantalones que cuestan 50 € sufren un descuento de 10 € en las rebajas de unos grandes almacenes. Posteriormente, vuelven a ser rebajados un 40 %. Calcula su precio final y su índice de variación.**

Índice de variación de la primera rebaja: $I_1 = \dfrac{40}{50} = 0{,}80$

Índice de variación de la segunda rebaja: $I_2 = 1 - 0{,}40 = 0{,}60$

Índice de variación total: $I = I_1 \cdot I_2 = 0{,}80 \cdot 0{,}60 = 0{,}48$

Precio final: $50 \cdot 0{,}48 = 24$ €

3 **En un control de calidad realizado en una fábrica de bombillas LED, el 5 % no superó las 12 000 horas de vida útil. De las restantes, un 2 % no pasó de las 15 000 horas. Si 13 965 bombillas pasaron el control, ¿qué porcentaje no superó la prueba? ¿Cuántas fueron testadas?**

El porcentaje de bombillas que no superó las 15 000 h de vida es el $\dfrac{2}{10} \cdot \dfrac{95}{100} = \dfrac{19}{1000} = 1{,}9\,\%$ del total.

Por tanto, el porcentaje de bombillas que no superó la prueba es el 5 % + 1,9 % = 6,9 % del total.

El porcentaje de bombillas que pasó la prueba es el 100 % – 6,9 % = 93,1 % del total, que representa a las 13 965 bombillas que sí superaron la prueba.

Luego el número de bombillas testadas es: $\dfrac{13965}{0{,}931} = 15\,000$ bombillas.

4 **Ponemos 60 000 € en un banco al 3 % anual. ¿Cuántos años debemos dejar ese dinero en el banco para obtener 33 478,04 € de beneficio?**

Cuando pasen n años, hemos de tener 60 000 + 33 478,04 = 93 478,04 €.

$$60\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n = 93\,478{,}04 \;\rightarrow\; 60\,000 \cdot (1{,}03)^n = 93\,478{,}04 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 1{,}03^n = \frac{93\,478{,}04}{60\,000} \;\rightarrow\; n = \frac{\log 1{,}56}{\log 1{,}03} \;\rightarrow\; n = 15 \text{ años}$$

5 **En un banco que ofrece un interés del 7 % anual ingresamos 12 000 € y los mantenemos 2 años. Calcula el dinero que tendremos tras los 2 años si los periodos de capitalización son mensuales. ¿Y si son semestrales? Calcula la T.A.E. en ambos casos.**

- Periodos de capitalización mensuales.
  - Cálculo de la T.A.E.:

    Al 7 % anual le corresponde un $\frac{7}{12} = 0{,}58333\,\%$ mensual.

    En un año, el capital se multiplicará por:

    $1{,}0058333^{12} = 1{,}07229\ldots \approx 1{,}0723 = 1 + \frac{7{,}23}{100}$

    La T.A.E. es del 7,23 %.
  - Cálculo del capital final tras 2 años:

    $12\,000 \cdot (1{,}0723)^2 = 13\,797{,}93$ €
- Periodos de capitalización semestrales:
  - Cálculo de la T.A.E.:

    Al 7 % anual le corresponde un $\frac{7}{2} = 3{,}5\,\%$ semestral.

    En un año, el capital se multiplica por $1{,}035^2 = 1{,}071225 \approx 1 + \frac{7{,}12}{100}$

    La T.A.E. es del 7,12 %.
  - Cálculo del capital final tras 2 años:

    $12\,000 \cdot (1{,}0712)^2 = 13\,769{,}63$ €.

6 **Pedimos un préstamo de 5 000 € al 5 % de interés semestral, que ha de ser devuelto al cabo de 3 años en un solo pago. ¿Cuál será el importe de dicho pago?**

Como 3 años son 6 semestres, el pago ascenderá a:

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 5\,000 \cdot (1{,}05)^6 = 6\,700{,}48 \text{ €}$$

7 **Hemos de amortizar 15 000 € en 3 años, a un interés anual del 10 %, de forma que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la tercera parte del capital total. Calcula el importe que hay que pagar cada año.**

	CAPITAL PENDIENTE	INTERESES	A PAGAR
1.^er^ AÑO	15 000 €	15 000 · 0,1 = 1 500 €	5 000 + 1 500 = 6 500 €
2.° AÑO	10 000 €	10 000 · 0,1 = 1 000 €	5 000 + 1 000 = 6 000 €
3.^er^ AÑO	5 000 €	5 000 · 0,1 = 500 €	5 000 + 500 = 5 500 €

El primer año pagaremos 6 500 €; el segundo año, 6 000 €, y el tercero, 5 500 €.

8 **Para la compra de un coche de 19 000 €, pedimos un préstamo al 7 % de interés anual que pagaremos en cuotas mensuales durante 6 años. ¿Cuál será dicha cuota?**

Aplicaremos la siguiente fórmula para calcular la mensualidad, m:

$$m = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}, \text{ donde } C = 19\,000,\ i = \frac{7}{1200} \text{ y } n = 6 \cdot 12 = 72$$

$$m = 19\,000 \cdot \frac{(1{,}00583)^{72} \cdot 0{,}00583}{(1{,}00583)^{72} - 1} = 323{,}89 \text{ €}$$