UNIDAD 3: Polinomios. Fracciones algebraicas

ACTIVIDADES-PÁG. 54

1. El valor x = 15 es la solución de la primera ecuación. El valor x = 2 es solución de la segunda ecuación, que también tiene a x = 5 como solución.

2. a) Las soluciones son x = - 3 y x = 3.

b) La solución es x = 4.

3. Vendió 65 libros a 2,50 euros y 25 libros a 3,50 euros.

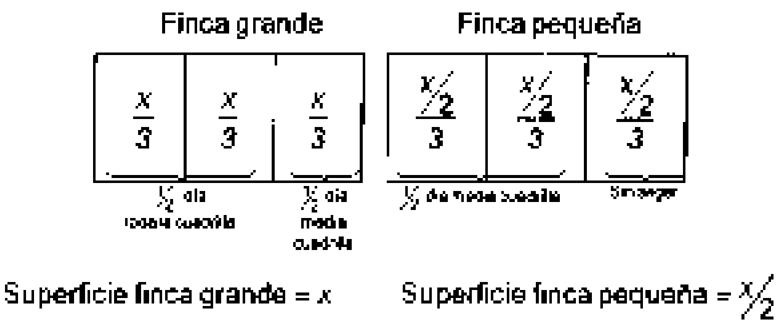
4. Si llamamos x al número de piezas que tenía al principio e y al valor inicial de cada pieza, podemos formular el sistema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 560 \\ (x-1)\cdot(y+10) = 560 \end{cases}$$

La solución del sistema es x = 8 e y = 70. Por tanto, el alfarero tenía 8 piezas al principio.

ACTIVIDADES-PÁG. 69

1. Podemos resolver el problema mediante ecuaciones, pero es un camino muy complicado. Intentaremos representar la situación:



Las condiciones del problema nos muestran que si toda la cuadrilla trabajó durante la mitad del día en la finca grande y sólo la mitad de la cuadrilla el otro medio día. Entonces la mitad de la cuadrilla vendimió la tercera parte de la finca grande en medio día, es decir, $x/3$. Luego en la finca pequeña durante media día vendimiaron el equivalente a la finca grande, es decir, $x/3 = 2x/6$, luego quedó sin vendimiar $x/6$ de la finca pequeña que la vendimió un trabajador al día siguiente.

Si un trabajador vendimia $x/6$ en un día y se vendimiaron el campo grande $3x/3$ más el pequeño $\left(3x/6 - x/6\right)$ todos los trabajadores en 1 día, entonces el primer día se hicieron:

$$\frac{3x}{3} + \left(\frac{3x}{6} - \frac{x}{6}\right) = \frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{8x}{6} = 8 \cdot \left(\frac{x}{6}\right)$$

Es decir, en la cuadrilla había 8 vendimiadores.

2. Hay que ver que $x^2 - 1 = \dot{12}$.

$$x^2 = (x-1)\cdot(x+1) \quad \Rightarrow \quad Al\ ser\ x\ primo > 3 \quad \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \dot{3}\ y\ x + 1 = \dot{4} \\ o \\ x - 1 = \dot{4}\ y\ x + 1 = \dot{3} \end{cases}$$

En ambos casos, $x^2 - 1 = \dot{3} \cdot \dot{4} = \dot{12}$.

3. Hacemos el siguiente diagrama:

Páginas numeradas	1 - 9	10 - 99	100 - 999	1000 - 1025
Dígitos usados	9	180	2700	100
Total dígitos	9	180 + 9	180 + 9 + 2700 = 2889	2889 + 100

En total hacen falta: 2889 + 100 = 2989 dígitos.

100 dígitos son 25 páginas, entonces hacen falta 999 + 25 = 1024 páginas.

El libro tiene 1024 páginas.

4. Por medio de ensayo y error dirigido se obtiene:

- Con la información referida a los Reyes (R) y las Damas (D) llegamos a que puede ser RDD o DRD.

- Con la información referida a los Corazones (C) y las Picas (P) llegamos a que puede ser PCP o PPC.

Juntamos los resultados obtenidos y llegamos a que la solución es: Rey de Picas – Dama de Picas – Dama de Corazones.

ACTIVIDADES-PÁG. 71

1. a) Pasamos el paréntesis (14 – x) al segundo miembro y elevamos al cuadrado y operamos:

$$\sqrt{2x^2-3x+10}-(14-x)=0 \;\Rightarrow\; \sqrt{2x^2-3x+10}=14-x \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 2x^2-3x+10=196-28x+x^2 \;\Rightarrow\; x^2+25x-186=0$$

Las soluciones de la ecuación cuadrática son x = 6 y x = - 31, que ambas son soluciones de la ecuación inicial.

b) Operamos y obtenemos:

$$(x^2-5)(x^2-3)=-1 \;\Rightarrow\; x^4-8x^2+16=0$$

Las soluciones de la ecuación son x = - 2 y x = 2.

c) La solución de la ecuación es x = 7.

En el gráfico puede verse la resolución de las ecuaciones anteriores con Wiris.

Actividad 1

resolver$\left(\sqrt{2x^2-3x+10}-(14-x)=0\right) \rightarrow \{\{x=-31\},\{x=6\}\}$

resolver$\left((x^2-5)\cdot(x^2-3)=-1\right) \rightarrow \{\{x=-2\},\{x=2\}\}$

resolver$\left(\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{x^2-3x-1}{3x-12}\right) \rightarrow \{\{x=7\}\}$

2. a) Despejamos x de la primera ecuación, x = 2y + 1. Sustituimos en la segunda ecuación y obtenemos la ecuación cuadrática $8y^2 + 4y - 12 = 0$, cuyas soluciones son y = 1 e y = - 3/2.

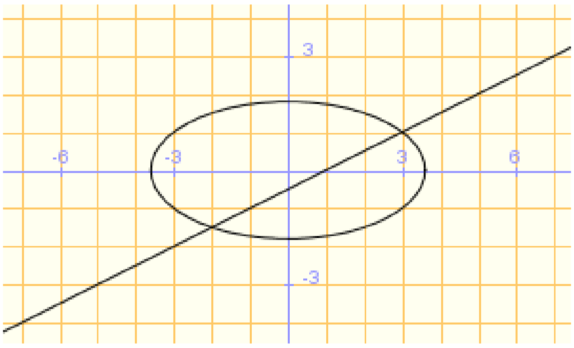
Las dos soluciones del sistema son: {x = 3; y = 1} y {x = - 2, y = - 3/2}.

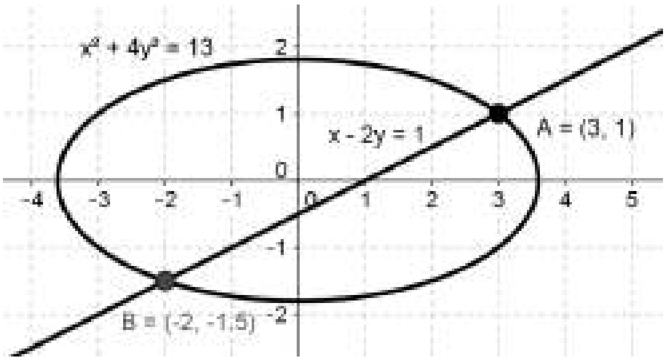
b) Despejamos x de la primera ecuación, x = y + 4. Sustituimos en la segunda ecuación y obtenemos la ecuación cuadrática $y^2 + 4y + 5 = 0$, que no tiene soluciones reales.

Por tanto, el sistema carece de soluciones.
En el gráfico pueden verse la resolución de la actividad 2 analíticamente con Wiris y gráficamente con Wiris y GeoGebra.

Actividad 1
Apartado a)

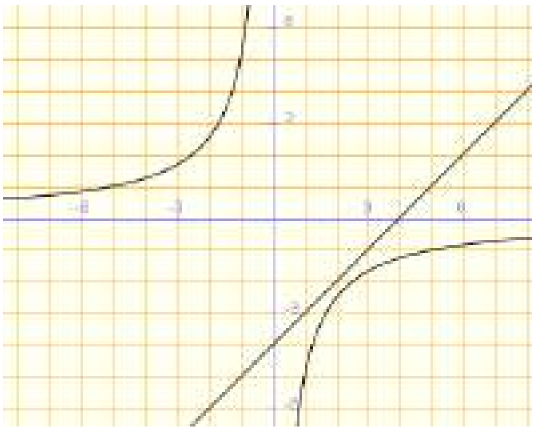
resolver$\left\{\begin{matrix} x-2y=1 \\ x^2+4y^2=13 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\left\{x=-2,y=-\dfrac{3}{2}\right\},\{x=3,y=1\}\right\}$

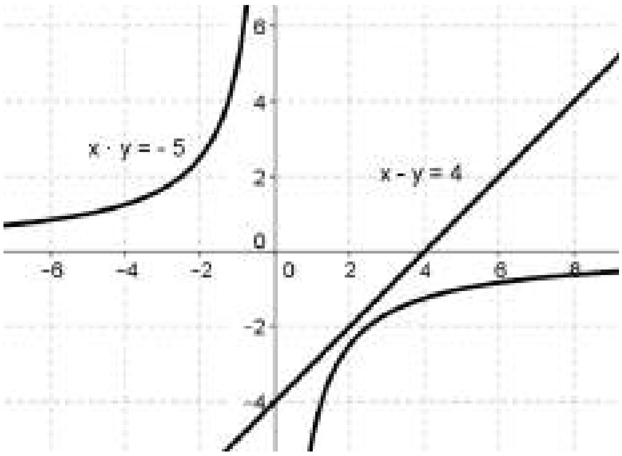




Apartado b)

$$\text{resolver}\begin{Bmatrix} x-y=4 \\ x\cdot y=-5 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\square\}$$





3. Llamando xyz al número buscado, las condiciones del enunciado nos permite escribir el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 17 \\ 2x \quad - z = 0 \\ -x \quad + z = 3 \end{cases}$$

La solución del sistema es x = 3, y = 8, z = 6 y el número buscado es 386.

En el gráfico puede verse el sistema resuelto con Wiris.

Actividad 4

$$\text{resolver}\begin{Bmatrix} x+y+z=17 \\ 2x-z=0 \\ -x+z=3 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=3, y=8, z=6\}\}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 72

1. Las soluciones de las ecuaciones son:

a) $x = 2$

b) $x = 0$

c) $x = 5$

d) $x = 5$

2. Las soluciones de las ecuaciones son:

a) $x = -1$ y $x = 0$

b) No tiene soluciones reales

c) $x = 3$ y $x = 5$

d) $x = 0$ y $x = 3$

e) $x = -3$; $x = -1$; $x = 1$ y $x = 3$

f) $x = -3$ y $x = 3$

g) $x = 4$ y $x = -\frac{1}{2}$

h) $x = b - a$ y $x = -a - b$

3. Las soluciones quedan:

a) Si una de las soluciones es 1/3, ésta verificará la ecuación, es decir:

$$3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}k - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3}k - \frac{2}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad k = 2$$

b) Si las soluciones de la ecuación son – 3 y 6, éstas deben verificar la ecuación, por tanto:

$$\begin{cases} (-3)^2 - 3b + c = 0 \\ 6^2 + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3b + c = -9 \\ 6b + c = -36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = -18 \end{cases}$$

c) Las dos soluciones son iguales si el valor del discriminante es nulo, es decir:

$$b^2 - 4ac = 0 \quad \Rightarrow \quad 20^2 - 4 \cdot 2 \cdot c = 0 \quad \Rightarrow \quad 400 - 8c = 0 \quad \Rightarrow \quad c = 50$$

d) Sean x_1 y x_2 las soluciones de la ecuación. Se cumple:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 18 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6; \quad x_2 = 3 \;\; y \;\; m = 5 \\ x_1 = -6; \;\; x_2 = -3 \;\; y \;\; m = -13 \end{cases}$$

4. Las soluciones son:

a) Factorizamos el polinomio $x^3 - 2x^2 - x + 2$ y obtenemos $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$. Las soluciones de la ecuación son $x_1 = -1$; $x_2 = 1$ y $x_3 = 2$.

b) Operando $x \cdot (x + 1)^2 - 12 = x \cdot (5 - x)$, obtenemos $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$, que factorizada queda $(x + 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) = 0$. Las soluciones son $x_1 = -3$; $x_2 = -2$ y $x_3 = 2$.

c) Operamos en la ecuación $\frac{x^2 - 6}{x^2 + 2} = \frac{21 - x^2}{2x^2 - 23}$ y obtenemos $3x^4 - 54x^2 + 96 = 0$ cuyas soluciones son $x_1 = -4$; $x_2 = -\sqrt{2}$; $x_3 = 4$ y $x_4 = \sqrt{2}$.

d) Las soluciones de la ecuación $9x^4 - 85x^2 + 36 = 0$ son $x_1 = -3$; $x_2 = -2/3$; $x_3 = 3$ y $x_4 = 2/3$.

e) Las soluciones reales de la ecuación $x^6 + 19x^3 - 216 = 0$ son $x_1 = -3$; $x_2 = 2$.

f) Operando $x^2 - 3x + 1 = \dfrac{2}{x^2 - 3x}$ se obtiene $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x - 2 = 0$.

Factorizando la ecuación obtenemos $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 - 3x - 1) = 0$; cuyas soluciones son:

$$x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ x_3 = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \text{ y } x_4 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}.$$

5. Las soluciones son:

a) Elevando al cuadrado ambos miembros y operando, obtenemos:

$$\left(\sqrt{2x+1}\right)^2 = (x-1)^2 \;\Rightarrow\; 2x+1 = x^2 - 2x + 1 \;\Rightarrow\; x^2 - 4x = 0 \;\Rightarrow\; x_1 = 0 \ y \ x_2 = 4.$$

El valor $x_1 = 0$ no es solución, ya que se cumple: $\sqrt{2 \cdot 0 + 1} = 1 \neq -1 = 0 - 1$.

El valor $x_2 = 4$ es solución, ya que se cumple: $\sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 3 = 4 - 1$.

b) Procediendo como en el caso anterior la ecuación $3\sqrt{3x+4} - 2x = 5$ tiene dos soluciones: $x_1 = -1$ y $x_2 = \dfrac{11}{4}$

c) La ecuación $\sqrt{x^2 + 9} + x^2 = 21$ tiene dos soluciones: $x_1 = -4$ y $x_2 = 4$.

d) La solución de la ecuación $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 3$ es $x_1 = \dfrac{13}{9}$.

e) La ecuación $\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x-4} = 3$ no tiene soluciones.

f) Elevando al cuadrado y operando en la ecuación $\sqrt{x+10} - \dfrac{6}{\sqrt{x+10}} = 5$ obtenemos como solución los valores $x_1 = -9$ y $x_2 = 26$; aunque sólo este último es solución de la ecuación dada,

6. Llamando x al cociente, el resto será x y el divisor 2x. La relación entre los elementos de la división permite escribir $595 = 2x \cdot x + x$.

Las soluciones de la ecuación $2x^2 + x - 595 = 0$ son $x_1 = 17$ y $x_2 = -\dfrac{35}{2}$.

El divisor de esta división es 34 y se cumple $595 = 34 \cdot 17 + 17$.

7. El triángulo tiene por catetos x y x – 42 y por hipotenusa 78. El teorema de Pitágoras nos permite escribir:

$$x^2 + (x - 42)^2 = 78^2 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 - 84x - 4320 = 0$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 72$ y $x_2 = -30$.

La segunda solución carece de sentido y uno de los catetos mide 72 cm y el otro 30 cm.

8. Llamando x al número e imponiendo las condiciones del enunciado, obtenemos:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{58}{21} \quad \Rightarrow \quad 21x^2 - 58x + 21 = 0$$

Las soluciones son $x_1 = \frac{7}{3}$ y $x_2 = \frac{3}{7}$.

9. Sean x – 1, x y x + 1 los tres números consecutivos. Podemos formular la ecuación:

$$(x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2 = 365$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = -11$ y $x_2 = 11$.

La primera carece de sentido y los números son 10, 11 y 12.

Los números consecutivos a éstos son 13 y 14, y se cumple también que $13^2 + 14^2 = 365$.

ACTIVIDADES-PÁG. 73

10. Llamamos x al número de estudiantes del curso e y a la cantidad de dinero que paga cada uno. Imponiendo las condiciones del enunciad, obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2160 \\ (x - 3) \cdot (y + 8) = 2160 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por sustitución, obtenemos x = 30 e y = 72. Por tanto, en el curso había 30 estudiantes y cada uno debía pagar, en principio, 72 euros.

11. Los sistemas resueltos quedan:

a) Resolvemos el sistema $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 7 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = \frac{25}{3} \end{cases}$ por reducción y obtenemos $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ y_1 = 3 \end{cases}$

b) Resolvemos el sistema $\begin{cases} y = x^2 - 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = 3; \quad y_1 = 1 \\ x_2 = -4; \quad y_2 = 8 \end{cases}$

c) Resolvemos el sistema $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = 3; \quad y_1 = 2 \\ x_2 = \frac{7}{3}; \quad y_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$

d) Resolvemos el sistema $\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ x \cdot y = 30 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = 6; \quad y_1 = 5 \\ x_2 = -6; \quad y_2 = -5 \end{cases}$

e) Resolvemos el sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 89 \\ x \cdot y = -40 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = -8; \quad y_1 = 5 \\ x_2 = -5; \quad y_2 = 8 \\ x_3 = 5; \quad y_3 = -8 \\ x_4 = 8; \quad y_4 = -5 \end{cases}$

f) Resolvemos el sistema $\begin{cases} x + y = 52 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = 36; \quad y_1 = 16 \\ x_2 = 16; \quad y_2 = 36 \end{cases}$

g) En el sistema $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 57 \\ x^2 - xy + y^2 = 43 \end{cases}$ sumamos ambas ecuaciones y restamos ambas ecuaciones, obteniendo el sistema equivalente $\begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ x \cdot y = 7 \end{cases}$. Resolviendo este último por sustitución obtenemos las soluciones $\begin{cases} x_1 = 7; \quad y_1 = 1 \\ x_2 = -7; \quad y_2 = -1 \\ x_3 = 1; \quad y_3 = 7 \\ x_4 = -1; \quad y_4 = -7 \end{cases}$

h) Resolviendo el sistema $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ \sqrt{x + y} - \sqrt{x - y} = 2 \end{cases}$ por sustitución y obtenemos $\begin{cases} x_1 = 1; \quad y_1 = 0 \\ x_2 = 17; \quad y_2 = 8 \end{cases}$.

De las dos soluciones anteriores sólo es válida $x_2 = 17$ e $y_2 = 8$.

12. Sean x y x + 100 la medida de sus lados. Se cumplirá x · (x + 100) = 120 000.

Operando y resolviendo, obtenemos:

$$x^2 + 100x - 120\,000 = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 + 4 \cdot 120\,000}}{2} = \frac{-100 \pm 700}{2} = \begin{cases} 300 \\ -400 \end{cases}$$

Las medidas de la finca son 300 y 400 metros.

13. Llamando x a la longitud de la base e y a la altura e imponiendo las condiciones del enunciado, obtenemos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ x \cdot y = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6; \; y_1 = 4 \\ x_2 = 4; \; y_2 = 6 \end{cases}$$

Los trozos deben ser de 4 dm y 6 dm.

14. Llamando x al área de un cuadrado e y al área de otro, podemos formular el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 3060 \\ x - y = 468 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1764\ cm^2 \\ y = 1296\ cm^2 \end{cases}$$

El lado de un cuadrado mide $\sqrt{1764}\,cm = 42\ cm$ y el del otro $\sqrt{1296}\,cm = 36\ cm$.

15. Llamamos x al tiempo que tarda el segundo albañil solo en hacer la reparación. De la cantidad de trabajo que hacen los albañiles por separado y juntos podemos formular la ecuación:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x + 24 = 6x \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$$

El segundo albañil tardaría en hacer sólo la reparación 12 horas.

16. Las soluciones son:

a) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \rightarrow E_1;\ E_2 \rightarrow E_2 - E_1$ y $E_3 \rightarrow E_3$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y = 3 \\ y + z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ \quad - z = -3 \\ \quad y + z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = 1; y = 2; z = 3.

b) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \rightarrow E_1;\ E_2 \rightarrow E_2 - 2E_1$ y $E_3 \rightarrow E_3 - 3E_1$

$E_1 \rightarrow E_1;\ E_2 \rightarrow E_2$ y $E_3 \rightarrow 3E_3 - 4E_2$

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 2x + y - 5z = -4 \\ 3x + y - 4z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ \quad 3y - 9z = -12 \\ \quad 4y - 10z = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ \quad 3y - 9z = -12 \\ \quad 6z = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = 2; y = 2; z = 2.

c) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \rightarrow E_1;\ E_2 \rightarrow 2E_2 - E_1$ y $E_3 \rightarrow 2E_3 - 5E_1$

$E_1 \rightarrow E_1;\ E_2 \rightarrow E_2$ y $E_3 \rightarrow E_3 - E_2$

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + y = 1 \\ 5x + 2z = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ \quad 5y - z = 9 \\ \quad 15y - z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ \quad 5y - z = 9 \\ \quad 10y \quad = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7}{5} \\ y = -\dfrac{2}{5} \\ y = -11 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es $x=\frac{7}{5},\ y=-\frac{2}{5},\ z=-11.$

d) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2-2E_1$ y $E_3 \to E_3-E_1$

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2$ y $E_3 \to E_3-6E_2$

$$\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x+3y+5z=-11 \\ x-5y+6z=-29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=-2 \\ \quad y+3z=-7 \\ 6y-5z=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=-2 \\ \quad y+3z=-7 \\ \quad -23z=69 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = - 1; y = 2; z = - 3.

e) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2-2E_1$ y $E_3 \to E_3-5E_1$

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2$ y $E_3 \to E_3-4E_2$

$$\begin{cases} x+4y-8z=6 \\ 2x+4y-z=8 \\ 5x+4y+20z=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4y-8z=6 \\ -4y+15z=-4 \\ -16y+60z=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4y-8z=6 \\ -4y+15z=-4 \\ \quad 0z=-4 \end{cases}$$

El sistema es incompatible y carece de solución.

f) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2-3E_1$ y $E_3 \to E_3-E_1$

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2$ y $E_3 \to E_3-3E_2$

$$\begin{cases} x+3y-4z=6 \\ 3x-3y+z=-7 \\ x-y+2z=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y-4z=6 \\ -12y+13z=-25 \\ -4y+6z=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y-4z=6 \\ -12y+13z=-25 \\ \quad -5z=5 \end{cases} \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = - 1; y = 1; z = - 1.

g) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2;\ E_3 \to E_3$ y $E_4 \to E_4+E_3$

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2;\ E_3 \to E_3$ y $E_4 \to E_4+E_2$

$E_1 \to E_1;\ E_2 \to E_2;\ E_3 \to E_3$ y $E_4 \to E_4+E_3$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ y-z=1 \\ z-t=1 \\ t-x=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ \quad y-z=1 \\ \quad z-t=1 \\ -y+t=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ \quad y-z=1 \\ \quad z-t=1 \\ -z+t=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ \quad y-z=1 \\ \quad z-t=1 \\ \quad 0t=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y \quad = 1 \\ y - z = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + m \\ y = 2 + m \\ z = 1 + m \\ t = m \end{cases}$$

El sistema es compatible indeterminado y sus soluciones son x = 3 + m, y = 2 + m, z = 1 + m; t = m, con m $\in$ R.

h) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1$; $E_2 \to E_2 - E_1$; $E_3 \to E_3 - E_1$ y $E_4 \to E_4$
$E_1 \to E_1$; $E_2 \to E_2$; $E_3 \to 2E_3 - E_2$ y $E_4 \to 2E_4 + 3E_2$
$E_1 \to E_1$; $E_2 \to E_2$; $E_3 \to E_3$ y $E_4 \to E_4 - E_3$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + t = 1 \\ x + z - t = 3 \\ 3y + 2z + t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2y - z + t = 0 \\ -y - t = 2 \\ 3y + 2z + t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2y - z + t = 0 \\ z - 3t = 4 \\ z + 5t = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2y - z + t = 0 \\ z - 3t = 4 \\ -8t = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = 1; y = - 1; z = 1; t = - 1.

i) Aplicamos el método de Gauss con las transformaciones que siguen y resolvemos:

$E_1 \to E_1$; $E_2 \to E_2 - 2E_1$; $E_3 \to E_3 - E_1$ y $E_4 \to 3E_4$
$E_1 \to E_1$; $E_2 \to E_2$; $E_3 \to 6E_3 - E_2$ y $E_4 \to 6E_4 - 4E_2$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ 2x - 2y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -6y + 7z = 8 \\ -y + 2z = 3 \\ -4y + 7z = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ -6y + 7z = 8 \\ -5z = -10 \\ 14z = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es x = 1; y = 1; z = 2.

17. Sea el número $\overline{xyz} = 100x + 10 + z$ el número buscado. De las condiciones del enunciado obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y + x = 10 \\ x = y + z \\ \overline{xyz} - \overline{zyx} = 297 \end{cases}$$

Operando y resolviendo, obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + x = 10 \\ x - y + z = 0 \\ 100x + 10y + x - (100z + 10y + x) = 297 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - y - z = 0 \\ x \qquad - z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

El número buscado es 532.

ACTIVIDADES-PÁG. 74

18. Llamando x a la edad del padre e y a la edad del hijo obtenemos:

$$\begin{cases} y + \dfrac{x}{3} = \dfrac{x}{2} \\ x - 4 = 11\,(y - 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 6y = 0 \\ x - 11y = -40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 48 \\ y = 8 \end{cases}$$

El padre tiene 48 años y el hijo 8 años.

19. Sea el número $\overline{xyz} = 100x + 10 + z$ el número buscado. De las condiciones del enunciado obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y + x = 18 \\ \overline{xyz} - \overline{zyx} = 594 \\ y = \dfrac{x + z}{2} \end{cases}$$

Operando y resolviendo, obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + x = 18 \\ 100x + 10y + x - (100z + 10y + x) = 594 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x \qquad - z = 6 \\ x - 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{cases}$$

El número buscado es 963.

20. Llamamos x a la edad del padre, y a la edad de la madre y z a la edad de la hija. Obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 86 \\ y = 3z \\ x - z = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 38 \\ y = 36 \\ z = 12 \end{cases}$$

El padre tiene 38 años, la medre 36 años y la hija 12 años.

21. Llamamos
x: al número de bricks de leche entera
y: al número de bricks de leche semidesnatada
z: al número de bricks de leche desnatada

Imponemos las condiciones del enunciado y obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 10\,400 \\ 0{,}6x + 0{,}55y + 0{,}5z = 5765 \\ x = 0{,}6 \cdot (y + z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3900 \\ y = 3500 \\ z = 3000 \end{cases}$$

La central lechera envasa:
3 900 bricks de leche entera
3 500 bricks de leche semidesnatada
3 000de bricks de leche desnatada.

22. En el equipo A hay x futbolistas y en el equipo B hay y futbolistas. Obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} x - 3 = y + 3 \\ x + 7 = (y - 7)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

Hay 18 futbolistas en el equipo A y 12 futbolistas en el equipo B.

23. Llamamos x a la edad de Luis e y a la edad de María. Se debe cumplir:

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 16 = 2(y + 16) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 48 \\ y = 16 \end{cases}$$

Luis tiene 48 años y María tiene 16 años.

24. Las soluciones son:
a) $(x^2 - 2) \cdot (x^2 + 2) = 12 \quad \Rightarrow \quad x^4 = 16 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2$

b) Elevando al cuadrado ambos miembros y operando obtenemos: $x^2 - 2 = 2\sqrt{x^2 - 3}$, y elevando de nuevo obtendríamos: $x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2$ y ambas soluciones son válidas.

c) Factorizando obtenemos $x^2 (x - 1) (x + 1) (2x + 3) = 0$ y sus soluciones serían las siguientes: x = 0 doble; x = - 1; x = 1 y $x = -\frac{3}{2}$.

d) Operando obtenemos $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ cuyas soluciones son: $x = \sqrt{3}$ y $x = -\sqrt{3}$.

e) $x^2 - 8 = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 3$ y $x = \pm\sqrt{7}$.

f) $2x - 3 = x + 9 \quad \Rightarrow \quad x = 12$; o bien $2x - 3 = -(x + 9) \quad \Rightarrow \quad x = -2$

25. Las soluciones son:

a) x = 3 e y = 1 o x = - 2 e y = - 4.

b) x = 3, y = 1, z = 3

c) Sumando ambas ecuaciones obtenemos: $(x + y)^2 = 36$ $\Rightarrow$ x+ y = 6 o x + y = - 6 y la solución provendrá de los dos sistemas siguientes:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x^2+xy=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-6 \\ x^2+xy=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases}$$

26. Llamando x e y a las dimensiones del jardín e imponiendo las condiciones del problema obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x+2y=36 \\ (x+2)(y+2)=xy+40 \end{cases}$$

Este sistema tiene infinitas soluciones, todos los valores de x e y que verifiquen la siguiente expresión: x + y = 18 con x $\in$ (0, 18) e y $\in$ (0, 18).

27. Llamamos x al número de kilómetros hacia arriba a la ida, y al número de kilómetros hechos en llano y z al número de kilómetros hacia abajo. Imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=920 \\ \dfrac{x}{80}+\dfrac{y}{100}+\dfrac{z}{120}=9 \\ \dfrac{x}{120}+\dfrac{y}{100}+\dfrac{z}{80}=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=240\ km \\ y=200\ km \\ z=480\ km \end{cases}$$

28. Llamamos x al número de coches, y al número de motos y z al número de camiones. Se tiene que:

$$\begin{cases} x+y+z=37 \\ y=3+x+z \\ 4z+2y+6z=118 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=12\ coches \\ y=20\ motos \\ z=5\ camiones \end{cases}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 75

29. Llamando x al número de personas que asistieron a la sala grande e y al número de personas de la sala pequeña; imponiendo las condiciones del enunciado, obtenemos:

$$\begin{cases} 5x+3{,}75y=1287{,}5 \\ x+y=280 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=190\ personas\ en\ la\ sala\ grande \\ y=90\ personas\ en\ la\ sala\ pequeña \end{cases}$$

30. Llamamos x al número de motos que importa este país, y al de coches y z al de todoterrenos. Obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 22\,400 \\ 4800x + 9000y + 9500z = 168{,}65 \cdot 10^6 \\ y = \dfrac{60}{100}(x + z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8500 \; motos \\ y = 8400 \; coches \\ z = 5500 \; todoterrenos \end{cases}$$

31. Llamamos x al tiempo que invertiría la tercera persona sola. Obtenemos:

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \text{x = 15 días tarda la tercera.}$$

32. Llamando x e y a los capitales, obtenemos:

$$\begin{cases} x - y = 567 \\ \dfrac{x \cdot r \cdot 4}{1200} = \dfrac{y \cdot r \cdot 13}{1200} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 567 \\ 4x - 13y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 819 \\ y = 252 \end{cases}$$

Los capitales son de 819 euros y 252 euros.

33. Llamando x al interés que produce cada acción del tipo A e y al que produce cada acción del tipo B, obtenemos:

$$\begin{cases} 1000x + 2000y = 1680 \\ 2000x + 1000y = 1560 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0{,}48 \; euros \\ y = 0{,}6 \; euros \end{cases}$$

Luego los 3000 euros en tipo A y 5000 euros en tipo B producen 4440 euros.

34. Llamamos x al número de alumnas que había al principio de curso e y al número de alumnos. Obtenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{8}{7} \\ \dfrac{x - 40}{0{,}96 \cdot y} = \dfrac{15}{14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 400 \; alumnas \\ y = 350 \; alumnos \end{cases}$$

Finalizan el curso 360 chicos y 336 chicas.

35. Llamamos x al número de cajas de 250 g, y al de 500 g y z al de 100 g. Obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ x = y + 5 \\ (0{,}25x + 0{,}5y + z) \cdot 24 = 750 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \; cajas \; pequeñas \\ y = 20 \; cajas \; medianas \\ z = 15 \; cajas \; grandes \end{cases}$$

36. Llamando D al número de habitaciones dobles y S al de sencillas, obtenemos:

$$\begin{cases} D + S = 16 \\ 2D + S = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = 11 \text{ habitaciones dobles} \\ S = 5 \text{ habitaciones sencillas} \end{cases}$$

37. Llamamos m, n y p al número de manzanos, circules y perales, respectivamente. Obtenemos:

$$\begin{cases} m + c + p = 22 \\ 2m - 2c - 3p = 0 \\ m - 2c \qquad = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ c = 6 \\ p = 4 \end{cases}$$

Por tanto, en la finca hay 12 manzanos, 6 ciruelos y 4 perales.

38. Llamando x, y, z a los alumnos que eligen Italia, Canarias y Holanda, respectivamente e imponiendo las condiciones del enunciado, obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ x = 2y \\ z = \dfrac{y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \text{ alumnos prefieren ir a Italia} \\ y = 15 \text{ alumnos prefieren ir a Canarias} \\ z = 5 \text{ alumnos prefieren ir a Holanda} \end{cases}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 76

39. Sean x, y, z el número de participaciones de 1, 2 y 5 euros, respectivamente. Las condiciones del enunciado nos permiten plantear el sistema que sigue. En la primera ecuación se describe el número total de participaciones, en la segunda el importe total y en la tercera la relación entre participaciones de 1 euros y de 5 euros.

$$\begin{cases} x + y + z = 260 \\ x + 2y + 5z = 600 \\ x \qquad - 2z = 0 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado, es decir, tiene una solución única ya que el determinante de la matriz de los coeficientes vale:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Aplicando el método de Gauss, obtenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 260 \\ x + 2y + 5z = 600 \\ x \quad\quad - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 260 \\ -y - 4z = -340 \\ y + 3z = 260 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 260 \\ y + 4z = 340 \\ -z = -80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 20 \\ z = 80 \end{cases}$$

Se han vendido 160 participaciones de 1 euros, 20 participaciones de 2 euros y 80 participaciones de 5 euros.

Puede comprobarse, con facilidad, que la solución obtenida es la correcta:

$$\begin{cases} 160 + 20 + 80 = 260 \\ 160 + 2 \cdot 20 + 5 \cdot 80 = 600 \\ 160 \quad\quad - 2 \cdot 80 = 0 \end{cases}$$

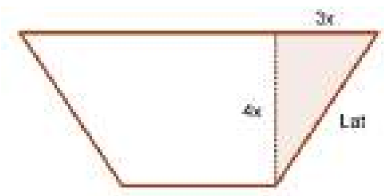
40. a) El área de la sección es el área de un trapecio de bases 4x y 10x y de altura 4x; por tanto, su área, A, será:

$$A = \frac{4x + 10x}{2} \cdot 4x \quad \Rightarrow \quad A = 7x \cdot 4x \quad \Rightarrow \quad A = 28x^2$$

El volumen, V, del canal será el área de la sección por su longitud:

$$V = 28x^2 \cdot 245x = 6860x^3$$

b) Para determinar el área total del canal tenemos que conocer la medida de los lados inclinados de la sección.



Llamando Lat al lado inclinado, calculamos su medida aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo del dibujo cuyos catetos miden 3x y 4x.

$$Lat^2 = (3x)^2 + (4x)^2 \quad \Rightarrow \quad Lat = \sqrt{9x^2 + 16x^2} \quad \Rightarrow \quad Lat = \sqrt{25x^2} = 5x$$

El área total del canal es:

$$A_T = (5x + 4x + 5x) \cdot 245x = 3430x^2$$

c) Si la longitud real del canal es 122,5 m, entonces:

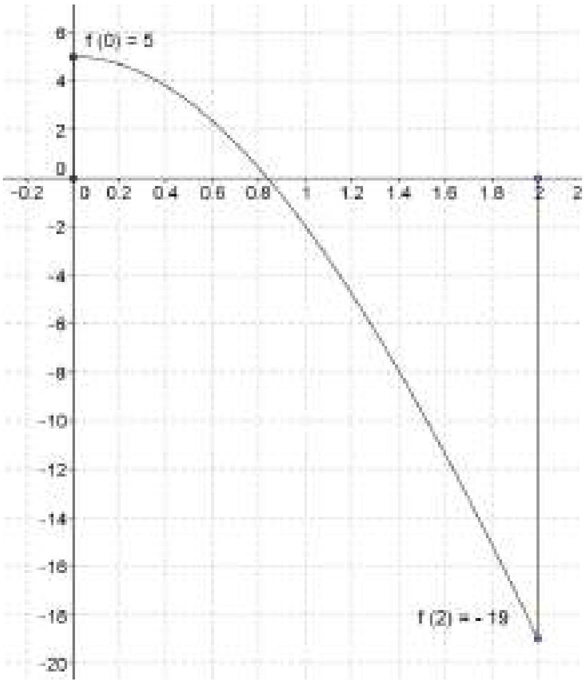
$$245x = 122{,}5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{122{,}5}{245} = 0{,}5$$

El valor del volumen del canal es $V = 6860 \cdot (0{,}5)^3 = 857{,}5$ m^3.

El área total del canal es $A_T = 3430 \cdot (0{,}5)^2 = 857{,}5$ m^2.

41. a) Aplicamos los pasos descritos al polinomio P (x) = $x^3 - 8x^2 + 5$,

Paso 1º. Observamos que P (0) = 5 > 0 y P (2) = 8 – 32 + 5 = - 19 < 0, por tanto, hay una raíz entre 0 y 2.



Paso 2º. En el intervalo (0, 2) su punto medio es 1 y P (1) = - 2. Este valor es de signo opuesto al de P (0), entonces la raíz está entre 0 y 1.

Paso 3º. En el intervalo (0, 1) su punto medio es 0,5 y P (0,5) = 3,125. Este valor es de signo opuesto al de P (1), luego la raíz está entre 0,5 y 1.

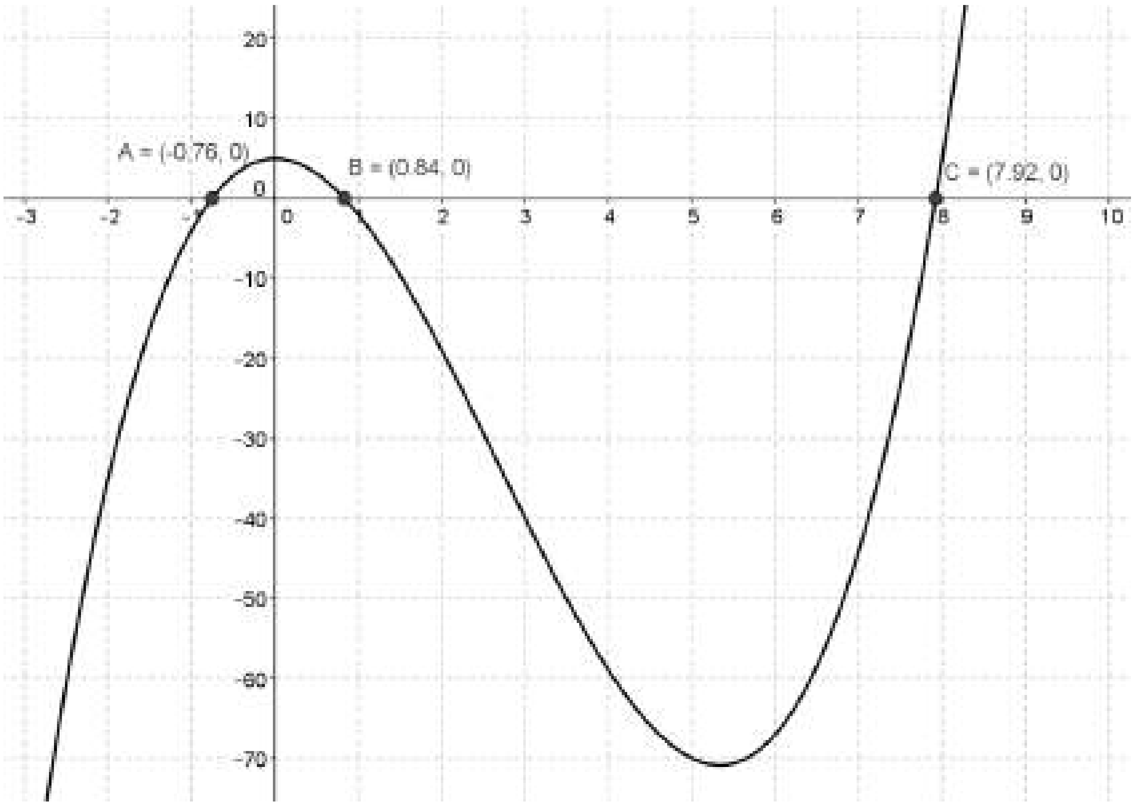
Paso 4º. En el intervalo (0,5; 1) su punto medio es 0,75 y P (0,75) = 0,92. Este valor es de signo opuesto al de P (1), luego la raíz está entre 0,75 y 1.

Paso 5º. En el intervalo (0,75; 1) su punto medio es 0,875 y P (0,875) = - 0,455. Este valor es de signo opuesto al de P (0,75), luego la raíz está entre 0,75 y 0,875.

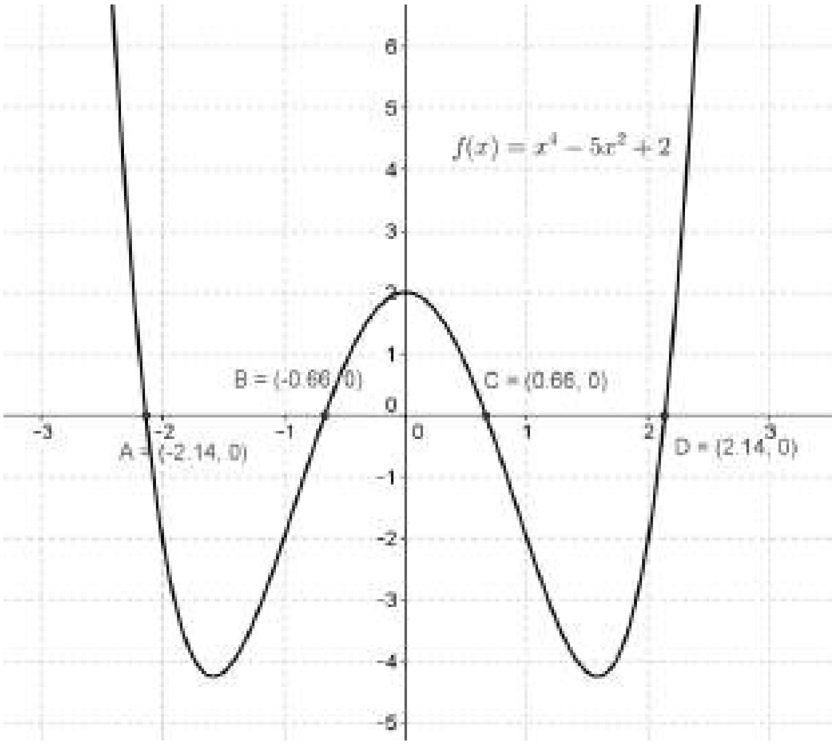
Una estimación razonable sería el punto medio de este intervalo, es decir: $\frac{0{,}75 + 0{,}875}{2} = 0{,}8125$.

En la imagen puede verse la raíz encontrada.

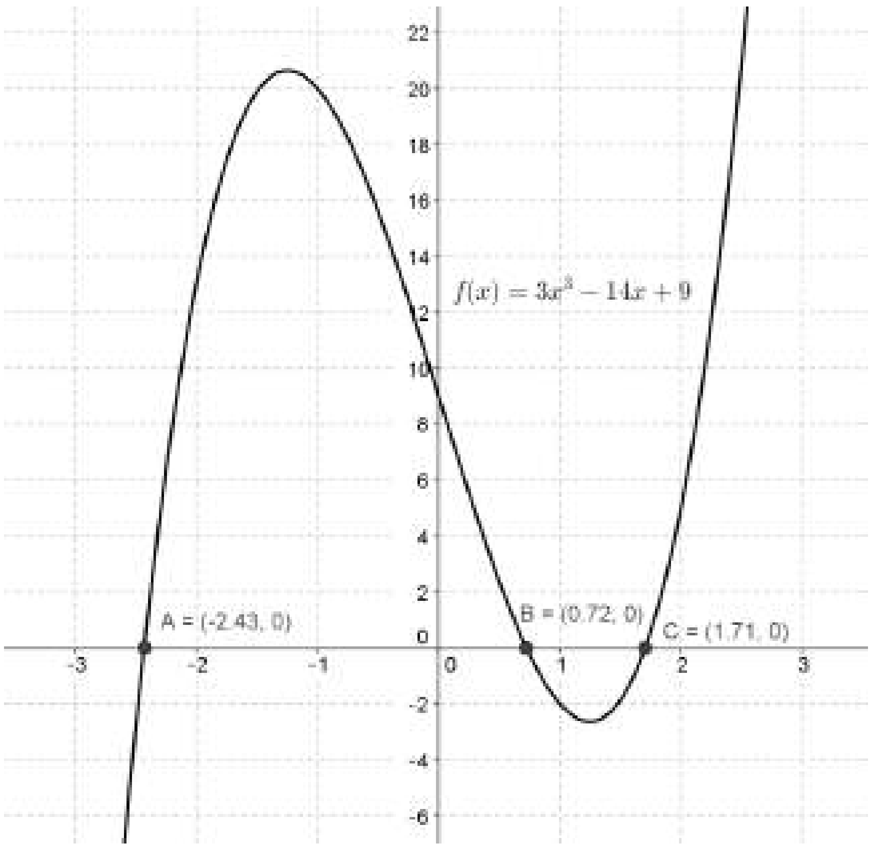
Si realizamos la gráfica de la función polinómica f(x) = $x^3 - 8x^2 + 5$ observamos que tiene tres raíces en los intervalos (- 1, 0), (0, 1) y (7, 8).



b) Procediendo como en el apartado anterior, encontramos las raíces del polinomio Q (x) = $x^4 - 5x^2 + 2$ en los intervalos (- 3, -2); (- 1, 0), (0, 1) y (2, 3). Pueden verse en la gráfica.



c) Las raíces del polinomio R (x) = $3x^3 - 14x + 9$ están en los intervalos (- 3, - 2); (0, 1) y (1, 2). Pueden verse en la gráfica.



42. a) Llamando b al número de coches blancos, **r** el número de coches rojos y **g** al número de coches grises podemos formular el siguiente sistema con las dos condiciones del enunciado:

$$\begin{cases} b + r + g = 24 \\ g = 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + r + g = 24 \\ -2r + g = 0 \end{cases}$$

Con estas ecuaciones no podemos saber el número **b** de coches blancos que hay en el aparcamiento ya que si resolvemos el sistema anterior (es compatible indeterminado), obtenemos las soluciones:

$$\begin{cases} b = 24 - 3r \\ g = 2r \end{cases}$$

b) Si añadimos la ecuación r + g = 12, el sistema anterior queda:

$$\begin{cases} b + r + g = 24 \\ -2r + g = 0 \\ r + g = 12 \end{cases}$$

Eliminamos la incógnita **g** en la última ecuación haciendo la combinación $E_3 - E_2 \rightarrow E_3$ y resolviendo el sistema resultante, obtenemos:

$$\begin{cases} b + r + g = 24 \\ -2r + g = 0 \\ 3r = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ g = 8 \\ r = 4 \end{cases}$$

Observamos que en el aparcamiento hay 12 coches blancos, 8 grises y 4 rojos.

43. Llamamos x a las personas que pagan la entrada a 9 euros, y a los jubilados y z a los niños.

$$\begin{cases} x + y + z = 500 \\ y = 2x \\ 9x + 1{,}8y + 4{,}5z = 2115 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 150 \ \textit{pagan la entrada a 9 euros} \\ y = 300 \ \textit{son jubilados} \\ z = 50 \ \textit{son niños} \end{cases}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 77

a) La tabla completa con los polígonos inscritos y circunscritos a la circunferencia de 2^{n+1} lados, es decir, 4, 8, 16, 32, 64,… lados, nos proporciona las siguientes aproximaciones numéricas de π.

Lados	Ángulo	Seno	Tangente	Semiperímetro inscrito	Semiperímetro circunscrito
4	45º	0,707106781	1	2,82842712475	4
8	22,5º	0,382683432	0,41421356237	3,06146745892	3,31370849898
16	11,25º	0,195090322	0,19891236738	3,12144515226	3,18259787807
32	5,625º	0.0980171403	0,09849140336	3,13654849055	3,15172490743
64	2,8125º	0,0490676743	0,04912684977	3,14033115695	3,14411838525
128	1,4063º	0,0245412285	0,02454862211	3,14127725093	3,14222362994
256	0,7031º	0.0122715383	0,01227246238	3,14151380114	3,14175036917
512	0,3516º	0,0061358846	0,00613600016	3,14157294037	3,1416320807

1024	0,1758º	0,0030679568	0,0030679712	3,14158772528	3,14160251026
2048	0,0879º	0,0015339802	0,0015339819	3,1415914215	3,14159511774
4096	0,0440º	0,0007669903	0,0007699054	3,1415923461	3,14159326967

b) La tabla completa con los polígonos inscritos y circunscritos a la circunferencia de $3 \cdot 2^n$ lados, es decir, 6, 12, 24 48, 96,… lados, nos proporciona las siguientes aproximaciones numéricas de π.

Lados	Ángulo	Seno	Tangente	Semiperímetro inscrito	Semiperímetro circunscrito
6	30º	0,5	0,577350269	3	3,464101615
12	15º	0,258819045	0,267949192	3,105828541	3,215390309
24	7,5º	0,130526193	0,131652497	3,132628613	3,159659942
48	3,75º	0,065403129	0,065543462	3,139350203	3,146086215
96	1,875º	0,032719082	0,03273661	3,141031951	3,1427146
192	0,9375º	0,016361731	0,016363922	3,141452472	3,14187305
384	0,4688º	0,00818139604	0,0081814134	3,141557608	3,141662747
768	0,2344º	0,00409060402	0,0040906382	3,141583892	3,141610177
1536	0,1172º	0,00204530629	0,00204531056	3,141590463	3,141597034
3072	0,0586º	0,00102265421	0,00102265421	3,141592106	3,141593749
6144	0,0293º	0,00051132691	0,00051132697	3,141592517	3,141592927

c) Para construir las dos tablas anteriores con una hoja de cálculo, en este caso Excel, seguimos las instrucciones:

Abres la Hoja de Cálculo y escribes:

1. Las cabeceras de columna (Fila 1): n, Lados, Ángulo, etc.
2. Escribes la serie de la columna A: 1, 2, 3, …., 11
3. En la celda B2 escribes: =POTENCIA(2;A2+1)
4. En la celda C2 escribes: =180/B2
5. En la celda D2 escribes: =SENO(C2*PI()/180)
6. En la celda E2 escribes: =TAN(C2*PI()/180)
7. En la celda F2 escribes: =B2*D2
8. En la celda G2 escribes: =B2*E2
9. Seleccionas con el ratón el Rango B2:G12 y pulsas Control+J
10. Seleccionas el Rango C2:G12 y Formato/Celdas/Número/11 posiciones decimales

Se obtiene la tabla que sigue.

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	Lados	Ángulo (grados)	Seno	Tangente	Semiperímetro inscrito	Semiperímetro circunscrito
2	1	4	45,00000000000	0,70710678119	1,00000000000	2,82842712475	4,00000000000
3	2	8	22,50000000000	0,38268343237	0,41421356237	3,06146745892	3,31370849898
4	3	16	11,25000000000	0,19509032202	0,19891236738	3,12144515226	3,18259787807
5	4	32	5,62500000000	0,09801714033	0,09849140336	3,13654849055	3,15172490743
6	5	64	2,81250000000	0,04906767433	0,04912684977	3,14033115695	3,14411838525
7	6	128	1,40625000000	0,02454122852	0,02454862211	3,14127725093	3,14222362994
8	7	256	0,70312500000	0,01227153829	0,01227246238	3,14151380114	3,14175036917
9	8	512	0,35156250000	0,00613588465	0,00613600016	3,14157294037	3,14163208070
10	9	1024	0,17578125000	0,00306795676	0,00306797120	3,14158772528	3,14160251026
11	10	2048	0,08789062500	0,00153398019	0,00153398199	3,14159142151	3,14159511775
12	11	4096	0,04394531250	0,00076699032	0,00076699054	3,14159234557	3,14159326963
13							

Para la segunda tabla procedemos de manera análoga:

Abres la Hoja de Cálculo y escribes:

1. Las cabeceras de columna (Fila 1): n, Lados, Ángulo, etc.
2. Escribes la serie de la columna A: 1, 2, 3, …., 11
3. En la celda B2 escribes: =3*POTENCIA(2;A2)
4. En la celda C2 escribes: =180/B2
5. En la celda D2 escribes: =SENO(C2*PI()/180)
6. En la celda E2 escribes: =TAN(C2*PI()/180)
7. En la celda F2 escribes: =B2*D2
8. En la celda G2 escribes: =B2*E2
9. Seleccionas con el ratón el rango B2:G12 y pulsas Control+J
10. Seleccionas el Rango C2:G12 y Formato/Celdas/Número/11 posiciones decimales

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	Lados	Ángulo (grados)	Seno	Tangente	Semiperímetro inscrito	Semiperímetro circunscrito
2	1	6	30,00000000000	0,50000000000	0,57735026919	3,00000000000	3,46410161514
3	2	12	15,00000000000	0,25881904510	0,26794919243	3,10582854123	3,21539030917
4	3	24	7,50000000000	0,13052619222	0,13165249759	3,13262861328	3,15965994210
5	4	48	3,75000000000	0,06540312923	0,06554346282	3,13935020305	3,14608621513
6	5	96	1,87500000000	0,03271908282	0,03273661041	3,14103195089	3,14271459965
7	6	192	0,93750000000	0,01636173163	0,01636392214	3,14145247229	3,14187304998
8	7	384	0,46875000000	0,00818113960	0,00818141340	3,14155760791	3,14166274706
9	8	768	0,23437500000	0,00409060403	0,00409063825	3,14158389215	3,14161017660
10	9	1536	0,11718750000	0,00204530629	0,00204531057	3,14159046323	3,14159703432
11	10	3072	0,05859375000	0,00102265368	0,00102265422	3,14159210600	3,14159374877
12	11	6144	0,02929687500	0,00051132691	0,00051132697	3,14159251669	3,14159292739
13							