1 Flujo del campo magnético

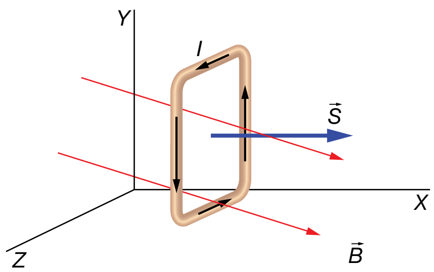
Página 133

1 **Disponemos de una superficie cuadrada de 6 cm de lado colocada perpendicularmente al eje *X*. En esta región del espacio hay un campo magnético $\vec{B} = (0{,}25 \cdot \vec{i} - 0{,}58 \cdot \vec{j})$ T. Determina el flujo magnético de este campo a través de esta superficie.**

Los datos que nos proporciona el enunciado son:

$$a = 6 \text{ cm} = 0{,}06 \text{ m} \quad ; \quad \vec{B} = (0{,}25 \cdot \vec{i} - 0{,}58 \cdot \vec{j}) \text{ T}$$

Puesto que toda la superficie es plana, y $\vec{B}$ es constante en toda la superficie, tomamos directamente el vector superficie de toda ella; no es necesario dividirla en superficies elementales.



El vector superficie lo tomamos en el sentido positivo del eje *X*:

$$\vec{S} = a^2 \cdot \vec{i} = 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} \text{ m}^2$$

Podríamos haber tomado el sentido contrario igualmente; si lo hiciéramos, el signo del flujo sería el contrario al que vamos a calcular a continuación. Puesto que no necesitamos realizar ninguna suma continua, el flujo magnético resulta:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

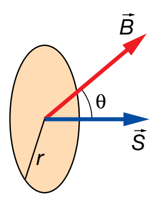
$$\Phi = (0{,}25 \cdot \vec{i} - 0{,}58 \cdot \vec{j}) \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

2 **Tenemos una superficie circular de 8 cm de radio en el interior de un campo magnético uniforme de 650 G. ¿Con qué ángulo debemos colocar la superficie para que el flujo magnético sea de 1 mWb?**

Tenemos los siguientes datos:

$$r = 8 \text{ cm} = 0{,}08 \text{ m} \quad ; \quad \Phi_B = 1 \text{ mWb} = 10^{-3} \text{ Wb} \quad ; \quad B = 650 \text{ G} \cdot \frac{1 \text{ T}}{10^4 \text{ G}} = 6{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

La situación es la siguiente:



Utilizamos la expresión de flujo magnético para una superficie plana en la que el campo magnético toma el mismo valor en todos y cada uno de sus puntos:

$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot \cos\theta \;\rightarrow\; \cos\theta = \frac{\Phi_B}{B\cdot S} = \frac{\Phi_B}{B\cdot\pi\cdot r^2} \;\rightarrow\; \theta = \arccos\frac{\Phi_B}{B\cdot\pi\cdot r^2}$$

Sustituimos valores:

$$\Phi_B = \arccos\frac{\Phi_B}{B\cdot\pi\cdot r^2} = \arccos\frac{10^{-3}}{6{,}5\cdot10^{-2}\cdot\pi\cdot0{,}08^2} = 40{,}1°$$

3 En una región del espacio hay el siguiente campo magnético:

$$\vec{B} = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\ \mathrm{T}$$

Determina el flujo magnético en cada cara de un cubo de 5 cm de arista colocado con sus caras paralelas a los planos del sistema de ejes de coordenadas cartesianas. Comprueba que el flujo total es cero en la superficie cerrada del cubo.

Los datos son:

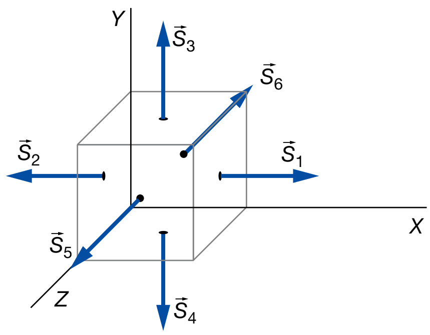
$$\vec{B} = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\ \mathrm{T} \quad ; \quad a = 5\ \mathrm{cm} = 0{,}05\ \mathrm{m}$$

El módulo de los vectores superficie de todas las caras es el mismo:

$$S = a^2 = 0{,}05^2 = 2{,}5\cdot10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$

Los vectores superficie de cada cara son:

$$\vec{S}_1 = 2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{i}\ \mathrm{m}^2$$
$$\vec{S}_2 = -2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{i}\ \mathrm{m}^2$$
$$\vec{S}_3 = 2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{j}\ \mathrm{m}^2$$
$$\vec{S}_4 = -2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{j}\ \mathrm{m}^2$$
$$\vec{S}_5 = 2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{k}\ \mathrm{m}^2$$
$$\vec{S}_6 = -2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{k}\ \mathrm{m}^2$$



Aplicamos la expresión del flujo magnético para cada cara:

$$\Phi_{B1x} = \vec{B}\cdot\vec{S}_1 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{i} = 2{,}0\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi_{B2x} = \vec{B}\cdot\vec{S}_2 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot(-2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{i}) = -2{,}0\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi_{B3y} = \vec{B}\cdot\vec{S}_3 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{j} = 2{,}5\cdot10^{-4}\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi_{B4y} = \vec{B}\cdot\vec{S}_4 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot(-2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{j}) = -2{,}5\cdot10^{-4}\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi_{B5z} = \vec{B}\cdot\vec{S}_5 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{k} = 1{,}25\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi_{B6z} = \vec{B}\cdot\vec{S}_6 = (0{,}8\cdot\vec{i} + 0{,}1\cdot\vec{j} + 0{,}5\cdot\vec{k})\cdot(-2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\vec{k}) = -1{,}25\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

Por las superficies S_1, S_3 y S_5 salen las líneas de fuerza del campo, mientras que por S_2, S_4 y S_6, entran. Los flujos en estas caras se anulan dos a dos, por lo que el flujo total en la superficie cerrada del cubo es nulo:

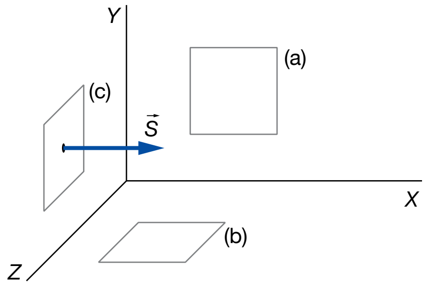
$$\Phi_B = \Phi_{B1x} + \Phi_{B2x} + \Phi_{B3y} + \Phi_{B4y} + \Phi_{B5z} + \Phi_{B6z} = 0$$

Esto quiere decir que salen el mismo número de líneas de fuerza del campo que las que entran.

4 **Determina el campo magnético uniforme y estacionario que existe en una región del espacio si su flujo en una superficie cuadrada de 2 cm de lado es cero cuando se coloca paralela al plano *XY* y también al plano *XZ*. Sin embargo, es $5 \cdot 10^{-4}$ Wb cuando se coloca paralela al plano *YZ*.**

Datos:

$$a = 2 \text{ cm} = 0{,}02 \text{ m} \quad ; \quad \Phi_B = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$



La primera situación, a), indica que el campo magnético no tiene componentes en el eje *Z*. La segunda, b), indica que tampoco tiene componentes en el eje *Y*. Y la tercera, c), nos dice que tiene componentes en el eje *X*.

Así, la expresión del campo magnético tendrá la forma:

$$\vec{B} = B \cdot \vec{i}$$

Mientras que el vector superficie lo tomamos en el sentido positivo del eje *X*:

$$\vec{S} = a^2 \cdot \vec{i} = 4 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} \text{ m}^2$$

Por tanto:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot \vec{i} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} = 4 \cdot B \cdot 10^{-4} \text{ Wb} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \rightarrow$$

$$\rightarrow B = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1{,}25 \text{ T}$$

2 Inducción de una fuerza electromotriz

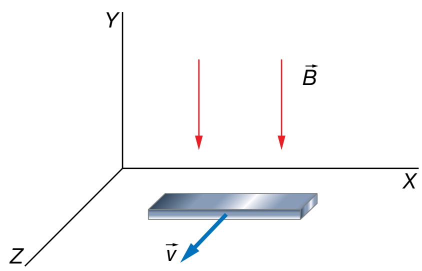
Página 135

5 **Una barra metálica de 20 cm, orientada paralelamente al eje *X*, se mueve a $\vec{v} = 0{,}5 \cdot \vec{k}$ m/s en un campo magnético $\vec{B} = -0{,}8 \cdot \vec{j}$ T. ¿Qué voltaje aparece? ¿Con qué orientación?**

Los datos que nos proporcionan son:

$$l = 20 \text{ cm} = 0{,}20 \text{ m} \quad ; \quad v = 0{,}5 \text{ m/s} \quad ; \quad \vec{B} = -0{,}8 \cdot \vec{j} \text{ T}$$

La situación del problema es la siguiente:



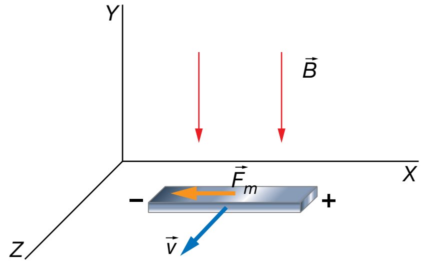
La diferencia de potencial, o voltaje, que aparece entre los extremos de la barra es:

$$V = v \cdot B \cdot l = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,20 = 0,08 \text{ V}$$

Veamos en qué sentido aparece el voltaje en la barra. Para ello, analizamos el sentido en que se desplazan los electrones de la barra debido a la fuerza magnética que actúa sobre ellos.

La fuerza magnética sobre cada electrón que se mueve con la barra es:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}), \text{ donde } q < 0$$



Por tanto, los electrones se desplazan hacia la izquierda en el dibujo. En consecuencia, el polo negativo de la barra será el extremo izquierdo de la barra, y el positivo, el de la derecha.

6 Una barra metálica de 10 cm de longitud se desplaza perpendicularmente a las líneas de fuerza de un campo *B* = 500 G. Si sobre la barra se induce una f.e.m. de 20 mV, ¿con qué celeridad se está moviendo?

Los datos son:

$$l = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m} \quad ; \quad V = 20 \text{ mV} = 0,020 \text{ V} \quad ; \quad B = 500 \text{ G} \cdot \frac{1 \text{ T}}{10^4 \text{ G}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

Simplemente tenemos que aplicar la ecuación:

$$V = v \cdot B \cdot l$$

$$v = \frac{\varepsilon}{B \cdot l} = \frac{0,02}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,10} = 4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

7 Un coche se desplaza a 120 km/h muy cerca del polo sur, donde el campo magnético de la Tierra es de 5 · 10^{-5} T y está dirigido perpendicularmente al suelo y hacia arriba.

a) Calcula la diferencia de potencial que se producirá entre los extremos del parachoques metálico de 1,8 m de largo.

b) Si el coche se mueve hacia el norte, ¿qué orientación tendrá la diferencia de potencial?

Los datos del ejercicio son:

$$v = 120 \ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} = 33,3 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad ; \quad l = 1,8 \text{ m}$$

a) La diferencia de potencial la calculamos aplicando la ecuación:

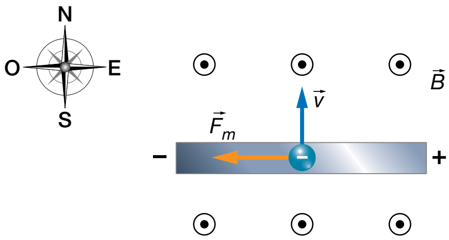
$$V = v \cdot B \cdot l$$

$$V = 33,3 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,8 = 0,003 \text{ V} = 3 \text{ mV}$$

b) Veamos la orientación del voltaje. Sobre cada electrón que se mueve en el parachoques, aparece una fuerza magnética dada por la expresión:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}), \text{ donde } q < 0$$

En la figura siguiente representamos solamente el parachoques visto desde arriba mientras se desplaza hacia el norte.



Por tanto, el polo positivo se encuentra en el extremo oeste del parachoques y el positivo, en el este.

Página 137

8 Disponemos de una espira cuadrada de 6 × 6 cm² colocada en el plano *XZ*. Determina la f.e.m. inducida y el sentido de la corriente eléctrica cuando se somete a cada uno de los siguientes campos magnéticos (medidos en teslas):

a) $\vec{B}_1 = (1 - 0{,}3 \cdot t) \cdot \vec{j}$

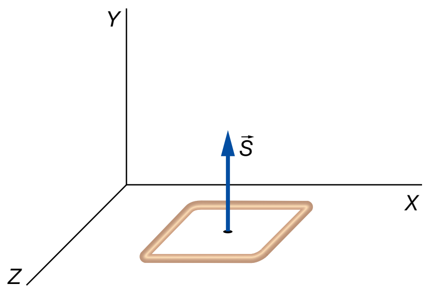
b) $\vec{B}_2 = (-0{,}5 + 0{,}3 \cdot t) \cdot \vec{j} + 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k}$

c) $\vec{B}_3 = 3{,}5 \cdot \vec{j}$

d) $\vec{B}_4 = 0{,}2 \cdot t \cdot \vec{i}$

El vector superficie de la espira cuadrada de 6 × 6 cm², colocada tal y como se muestra en la figura, es:

$$\vec{S} = 36 \cdot \vec{j}\ \text{cm}^2 = 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}\ \text{m}^2$$



Tenemos la libertad de escoger el vector superficie en cualquiera de los dos sentidos. Nosotros hemos preferido tomarlo en el sentido positivo del eje *Y*; si tomásemos el sentido contrario, el flujo magnético saldría cambiado de signo con respecto al que nosotros vamos a calcular. Pero el sentido en el que va a girar la intensidad de corriente, es independiente del sentido que tomemos. Ten en cuenta que el sentido de la corriente eléctrica es algo objetivo que se puede medir, y no podría depender del signo que arbitrariamente nosotros tomemos para realizar los cálculos.

a) Veamos el primer caso, cuando aplicamos un campo magnético igual a:

$$\vec{B}_1 = (1 - 0{,}3 \cdot t) \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

Calculamos el flujo de este campo magnético a través de la espira:

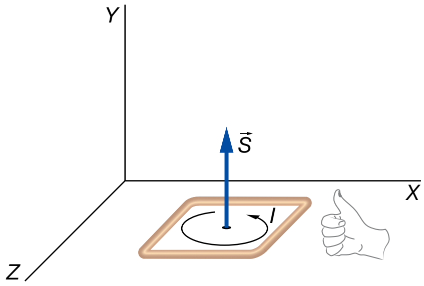
$$\Phi_{B1} = \vec{B}_1 \cdot \vec{S} = (1 - 0{,}3 \cdot t) \cdot \vec{j} \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} = (1 - 0{,}3 \cdot t) \cdot 36 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Aplicamos la ley de inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = -36 \cdot 10^{-4} \cdot (-0{,}3) = 1{,}08 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = 1{,}08\ \text{mV}$$

Una f.e.m. positiva significa que el sentido de la corriente eléctrica es también positiva, es decir, que está de acuerdo con la regla de la mano derecha.

Luego el sentido de la corriente es el que se indica en la imagen:



Vemos que el resultado coincide con la ley de Lenz. Puesto que el campo magnético inicialmente apunta hacia $\vec{j}$, y va disminuyendo, su flujo magnético va disminuyendo. Luego, sobre la espira se crea una corriente eléctrica cuyo campo magnético tiene que ser hacia $\vec{j}$ para oponerse al cambio que está ocurriendo.

Posteriormente, el campo magnético se hace cero y empieza a aumentar su valor en el sentido $-\vec{j}$. La corriente inducida sigue teniendo el mismo sentido que antes, no cambia, para crear su campo magnético hacia $\vec{j}$ oponiéndose al aumento en sentido contrario del campo externo.

b) Veamos ahora qué sucede cuando el campo magnético aplicado es:

$$\vec{B}_2 = [(-0,5 + 0,3 \cdot t) \cdot \vec{j} + 0,1 \cdot t \cdot \vec{k}]\ \text{T}$$

Procedemos análogamente:

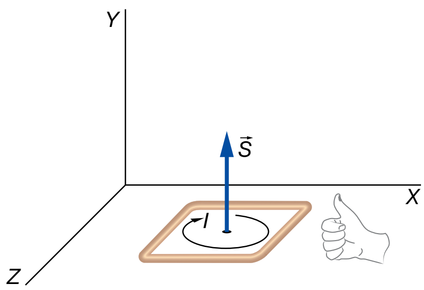
$$\Phi_{B2} = \vec{B}_2 \cdot \vec{S} = \left[(-0,5 + 0,3 \cdot t) \cdot \vec{j} + 0,1 \cdot t \cdot \vec{k}\right] \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}$$

$$= (-0,5 + 0,3 \cdot t) \cdot 36 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{B2}}{dt} = -0,3 \cdot 36 \cdot 10^{-4} = -1,08 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = -1,08\ \text{mV}$$

Sale una f.e.m. igual a la del apartado anterior, pero negativa. Esto quiere decir que el sentido de la corriente inducida no coincide con el dado por la regla de la mano derecha; tiene el sentido contrario.

Igualmente, podríamos razonar el sentido de la corriente aplicando la ley de Lenz, y dándonos cuenta que el campo magnético está aumentando hacia $\vec{j}$ constantemente.



c) En el tercer caso, cuando se aplica un campo magnético igual a:

$$\vec{B}_3 = 3,5 \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

Este creará en la espira un flujo magnético constante igual a:

$$\Phi_{B3} = \vec{B}_3 \cdot \vec{S} = 3,5 \cdot \vec{j} \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} = 1,26 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}$$

Pero que no producirá ninguna f.e.m. puesto que no varía con el tiempo:

$$\varepsilon_3 = -\frac{d\Phi_{B3}}{dt} = 0$$

d) En el cuarto caso:

$$\vec{B}_4 = 0{,}2 \cdot t \cdot \vec{i} \text{ T}$$

No hay flujo magnético puesto que el campo magnético es perpendicular al vector superficie. Es decir, ninguna línea de fuerza atraviesa la superficie definida por la espira.

$$\Phi_{B4} = \vec{B}_4 \cdot \vec{S} = 0{,}2 \cdot t \cdot \vec{i} \cdot 36 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} = 0$$

$$\varepsilon_4 = -\frac{d\Phi_{B4}}{dt} = 0$$

9 **Una espira circular de radio 3 cm se coloca en un campo magnético cuyo módulo va incrementándose 0,1 T cada segundo y formando 60° con el vector superficie. Determina la f.e.m. que se induce en la espira y el sentido de la corriente.**

Los datos son:

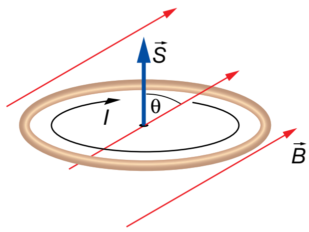
$$r = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad B = 0{,}1 \cdot t \text{ T} \quad ; \quad \theta = 60°$$

El flujo magnético es:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos\theta = 0{,}1 \cdot t \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \cos 60° = 1{,}41 \cdot t \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -1{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$



10 **Una espira rectangular de 5 × 12 cm está colocada en el plano *XY*, en una región del espacio en la que existe un campo magnético en la dirección $\vec{i} + \vec{k}$ cuyo módulo va cambiando según:**

$$\boldsymbol{B = (2{,}5 - 0{,}4 \cdot t) \text{ T}}$$

Determina la f.e.m. inducida en la espira y el sentido de la corriente.

FE DE ERRATAS DE LA PRIMERA EDICIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNADO: **El campo magnético está orientado en la dirección $\vec{i} + \vec{k}$.**

Los datos proporcionados son:

$$S = 5 \cdot 12 = 60 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \quad ; \quad B = (2{,}5 - 0{,}4 \cdot t) \text{ T}$$

Vamos a tomar el sentido del vector superficie hacia $\vec{k}$. Recordemos que es arbitrario; podríamos haber tomado el sentido contrario:

$$\vec{S} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{k} \text{ m}^2$$

También necesitamos un vector unitario en la dirección y sentido del campo magnético:

$$\vec{u} = \frac{\vec{i} + \vec{k}}{\left|\vec{i} + \vec{j}\right|} = \frac{\vec{i} + \vec{k}}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\vec{i} + \vec{k})$$

Entonces, la expresión vectorial del campo magnético es:

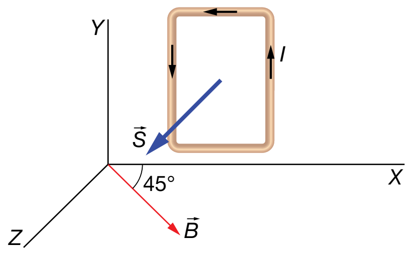
$$\vec{B} = B \cdot \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (2{,}5 - 0{,}4 \cdot t) \cdot (\vec{i} + \vec{k}) \text{ T}$$

Calculamos el flujo magnético a través de la espira:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (2,5 - 0,4 \cdot t) \cdot (\vec{i} + \vec{k}) \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{k} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot (2,5 - 0,4 \cdot t) \text{ Wb}$$

Y por último, aplicamos la ley de la inducción:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{6 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot (-0,4) = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 1,7 \text{ mV}$$



11 **Una espira circular de radio 2,5 cm está colocada en el plano *XY*. Un campo magnético uniforme pero no estacionario atraviesa dicha espira. El campo magnético varía con el tiempo según la ecuación:**

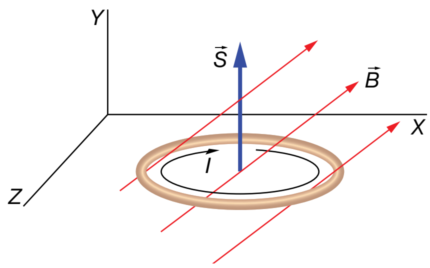
$$\vec{B} = (0,4 \cdot \vec{i} + 0,2 \cdot t \cdot \vec{j}) \text{ T}$$

Determina la f.e.m. inducida y el sentido de la corriente eléctrica.

Los datos son:

$$R = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad \vec{B} = (0,4 \cdot \vec{i} + 0,2 \cdot t \cdot \vec{j}) \text{ T}$$

Vamos a tomar el vector superficie de la espira hacia la parte positiva del eje *Y*, tal y como se aprecia en el dibujo:



En este caso, el vector superficie es:

$$\vec{S} = \pi \cdot R^2 \cdot \vec{j} = \pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \vec{j} = 1,96 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{j} \text{ m}^2$$

Al ser la superficie plana y el campo uniforme, podemos calcular el flujo utilizando la expresión:

$$\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = (0,4 \cdot \vec{i} + 0,2 \cdot t \cdot \vec{j}) \cdot 1,96 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{j} = 3,9 \cdot t \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Ahora aplicamos la ley de inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -3,9 \cdot 10^{-4} \text{ V} = -0,39 \text{ mV}$$

Puesto que la f.e.m. es negativa, esto quiere decir que la corriente eléctrica tiene el sentido contrario al definido por la regla de la mano derecha, y, por tanto, será como se muestra en la imagen anterior.

Página 138

12 Si en una horquilla de anchura 15 cm se genera una f.e.m. de 50 mV, existiendo un campo magnético perpendicular de *B* = 20 G, ¿a qué velocidad se está moviendo la barra?

Los datos son los siguientes:

$$B = 200 \cdot G \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{T} \quad ; \quad |\varepsilon| = 50\ \text{mV} = 50 \cdot 10^{-3}\ \text{V} \quad ; \quad l = 15\ \text{cm} = 0{,}15\ \text{m}$$

Se trata del experimento de la horquilla, para el cual sabemos que la f.e.m. inducida cumple la ecuación:

$$|\varepsilon| = B \cdot v \cdot l$$

Simplemente, tenemos que despejar la velocidad:

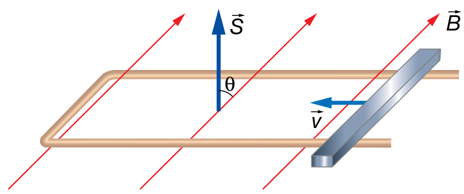
$$|\varepsilon| = B \cdot v \cdot l \quad \rightarrow \quad v = \frac{|\varepsilon|}{B \cdot l} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}15} = 16{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si la barra se desplaza haciendo la superficie de la espira cada vez más grande, estaremos en el caso que demostramos en el estudio de la unidad, obteniéndose como resultado que la f.e.m. es negativa. Si la barra se desplaza en sentido contrario, la f.e.m. es positiva. Esto se podría demostrar análogamente a como se hizo en la unidad. También se puede razonar el sentido de giro de la corriente utilizando la ley de Lenz.

13 En una horquilla como la que hemos estudiado, la barra, de longitud 20 cm, se mueve a 40 cm/s haciendo la superficie más pequeña. El campo magnético tiene de módulo 1,6 T formando un ángulo de 45° con el vector superficie de la espira. Determina la f.e.m. inducida e indica el sentido de la corriente.

Los datos del problema son:

$$B = 1{,}6\ \text{T} \quad ; \quad l = 20\ \text{cm} = 0{,}20\ \text{m} \quad ; \quad v = 40\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}} = 0{,}40\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad \theta = 45°$$



La expresión que dedujimos en el texto del epígrafe:

$$|\varepsilon| = B \cdot v \cdot l$$

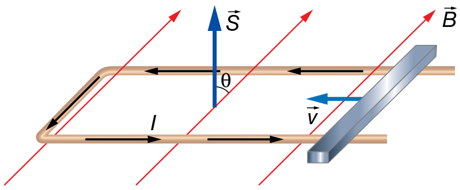
es de aplicación cuando el campo magnético es perpendicular a la superficie definida por la horquilla, pero es muy fácil considerar el caso en el que esto no suceda; basta con tener en cuenta la componente del campo que es perpendicular a la superficie:

$$B_\perp = B \cdot \cos\theta$$

Por tanto:

$$|\varepsilon| = B_\perp \cdot v \cdot l = B \cdot \cos\theta \cdot v \cdot l = 1{,}6 \cdot \cos 45° \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}20 = 0{,}091\ \text{V} = 91\ \text{mV}$$

El sentido de la corriente lo tenemos que deducir aplicando la ley de Lenz. Puesto que el flujo magnético está disminuyendo debido a que la superficie se está haciendo cada vez más pequeña, la espira se opondrá a esa disminución creando una corriente eléctrica del sentido indicado en la imagen siguiente para que su campo magnético fortalezca al exterior:



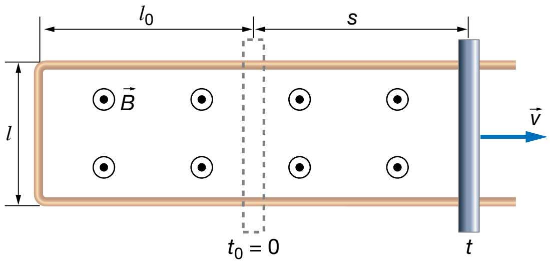
Este sentido está de acuerdo con el criterio de la mano derecha según el sentido asignado al vector superficie. Esto quiere decir que la f.e.m., cuyo valor absoluto hemos calculado, es positiva.

14 **Sea una horquilla colocada perpendicularmente al campo, en el que la barra empieza a moverse con aceleración *a* aumentando la superficie de la espira. El ancho de la horquilla es *l*. ¿Será la f.e.m. inducida constante? Encuentra una expresión.**

Supongamos una horquilla cuya barra se encuentra, inicialmente, a una longitud l_0, y que va a moverse con aceleración constante ampliando la superficie de la espira definida por la horquilla y la barra.

El espacio que recorrerá en un tiempo t es:

$$S = l_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



La superficie definida por la espira va aumentando con el tiempo:

$$S(t) = l \cdot s = l \cdot \left(l_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2\right)$$

El flujo magnético es:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S = B \cdot l \cdot \left(l_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2\right)$$

El vector superficie lo hemos tomado en el mismo sentido que el campo magnético.

Por último, aplicamos la ley de inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \cdot l \cdot a \cdot t$$

Como vemos, la f.e.m. es negativa y va aumentando su valor absoluto linealmente con el tiempo.

3 Dispositivos de corriente alterna

Página 141

15 La espira de la figura del ejercicio resuelto 9 tiene un radio de 5 cm, y gira con una velocidad angular de 1 200 r.p.m. Encuentra la expresión de la f.e.m. inducida en la espira si *B* = 1 T. ¿Cuánto vale el período de la f.e.m. inducida?

Los datos son:

$$r = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad ; \quad f = 1200 \text{ r.p.m.} = 1200 \ \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 20 \ \frac{\text{vueltas}}{\text{s}} = 20 \text{ Hz}$$

$$B = 1 \text{ T}$$

La frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 20 = 40 \cdot \pi \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La superficie de la espira es:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Según vimos en el texto del epígrafe, si calculamos el flujo magnético y después derivamos para aplicar la ley de inducción, obtenemos:

$$\varepsilon = B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0)$$

Sustituimos los valores:

$$\varepsilon = B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0) = 1 \cdot 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot \pi \cdot sen\,(40 \cdot \pi \cdot t + \theta_0)$$

$$\varepsilon = 0{,}99 \cdot sen\,(40 \cdot \pi \cdot t + \theta_0) \text{ V}$$

La fase inicial, θ_0, no la conocemos, aunque en realidad no es un dato importante. Lo realmente interesante es el voltaje máximo que se alcanza, 0,987 V, y con qué ritmo lo hace, bien especificando la frecuencia angular, la frecuencia o el período.

En este caso, el enunciado pide el período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0{,}05 \text{ s}$$

16 Una espira circular de 8 cm de diámetro gira en un campo magnético de 1 000 G como en el ejercicio anterior, tardando 20 s en dar 500 vueltas. Si la resistencia de la espira es de 5 Ω, encuentra una expresión para la corriente eléctrica inducida.

Los datos son:

$$D = 8 \text{ cm} = 0{,}08 \text{ m} \quad ; \quad B = 1000 \text{ G} \cdot \frac{1 \text{ T}}{10^4 \text{ G}} = 0{,}1 \text{ T} \quad ; \quad f = \frac{500 \text{ vueltas}}{20 \text{ s}} = 25 \ \frac{\text{vueltas}}{\text{s}} = 25 \text{ Hz}$$

$$R = 5 \ \Omega$$

El radio de la espira es:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04 \text{ m}$$

Y la superficie de la espira:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}04^2 = 1{,}6 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

La expresión de la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0)$$

Como sabemos, θ_0 es un dato irrelevante. Nos queda por determinar ω:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 25 = 50 \cdot \pi \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Sustituimos:

$$\varepsilon = 0,1 \cdot 1,6 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot \pi \cdot sen\,(50 \cdot \pi \cdot t + \theta_0) = 0,079 \cdot sen\,(50 \cdot \pi \cdot t + \theta_0) \ \text{V}$$

Para determinar la intensidad de corriente, utilizamos la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,079 \cdot sen\,(50 \cdot \pi \cdot t + \theta_0)}{5} = 0,016 \cdot sen\,(50 \cdot \pi \cdot t + \theta_0) \ \text{A} = 16 \cdot sen\,(50 \cdot \pi \cdot t + \theta_0) \ \text{mA}$$

Página 142

17 **Un alternador constituido por una bobina de 500 espiras circulares de 3 cm de diámetro, da vueltas a una frecuencia *f* = 20 Hz en un campo magnético de 100 mT. Determina la expresión de la f.e.m. inducida.**

Los datos del ejercicio son:

$$N = 50 \quad ; \quad D = 3 \ \text{cm} = 3 \cdot 10^{-2} \ \text{m} \quad ; \quad f = 20 \ \text{Hz} \quad ; \quad B = 100 \ \text{mT} = 0,1 \ \text{T}$$

Recordemos que la expresión matemática de la f.e.m. de un alternador, sin tener en cuenta la fase inicial es:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t)$$

donde:

$$\varepsilon_0 = N \cdot B \cdot S \cdot \omega$$

La superficie de la espira es:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (3 \cdot 10^2)^2 = 2,25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \ \text{m}^2$$

Y la frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 20 = 40 \cdot \pi \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Por tanto:

$$\varepsilon_0 = 500 \cdot 0,1 \cdot 2,25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot \pi = 4,44 \ \text{V}$$

La expresión que varía con el tiempo es:

$$\varepsilon = 4,44 \cdot sen\,(40 \cdot \pi \cdot t) \ \text{V}$$

4 Autoinducción e inducción mutua

Página 144

18 **¿Cómo está relacionado el henrio (H) con las unidades básicas del SI de unidades?**

Veamos la dimensión del coeficiente de autoinducción. Para ello podemos utilizar cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \quad ; \quad \Phi_B = L \cdot I \quad ; \quad \varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Vamos a usar, por ejemplo, la segunda:

$$[\Phi_B]=[L]\cdot[I]=[L]\cdot \mathrm{I}$$

De la ecuación:

$$\Phi_B=\vec{B}\cdot\vec{S}$$

Obtenemos que:

$$[\Phi_B]=[B]\cdot[S]=[B]\cdot \mathrm{L}^2$$

Y de la ecuación:

$$\vec{F}=q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})$$

Obtenemos que:

$$[F_m]=[q]\cdot[v]\cdot[B] \;\rightarrow\; [B]=\frac{[F_m]}{[q]\cdot[v]}=\frac{[m]\cdot[a]}{[I]\cdot[t]\cdot\frac{[e]}{[t]}}=\frac{\mathrm{M\cdot L\cdot T^{-2}}}{\mathrm{I\cdot L}}=\mathrm{M\cdot T^{-2}\cdot I^{-1}}$$

En consecuencia:

$$[\Phi_B]=[B]\cdot L^2=\mathrm{M\cdot L^2\cdot T^{-2}\cdot I^{-1}}$$

Y ya podemos escribir que:

$$[\Phi_B]=[L]\cdot \mathrm{I} \;\rightarrow\; [L]=\frac{[\Phi_B]}{\mathrm{I}}=\frac{\mathrm{M\cdot L^2\cdot T^{-2}\cdot I^{-1}}}{\mathrm{I}}=\mathrm{M\cdot L^2\cdot T^{-2}\cdot I^{-2}}$$

La unidad del coeficiente de autoinducción guarda la misma relación con las unidades fundamentales o básicas del SI que su magnitud con las magnitudes fundamentales:

$$\mathrm{H=k\cdot g\cdot m^2\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}=\frac{k\cdot g\cdot m^2}{s^2\cdot A^2}}$$

19 Determina el valor del coeficiente de autoinducción de una bobina de 8 cm de largo, 2 cm de diámetro y con 50 espiras por centímetro. Además, tiene un núcleo de μ_r = 4 000.

Los datos son:

$$l=8\ \mathrm{cm}=8\cdot10^{-2}\ \mathrm{m}\ \ ;\ \ D=2\ \mathrm{cm}=2\cdot10^{-2}\ \mathrm{m}\ \ ;\ \ n=50\ \frac{\mathrm{espiras}}{\mathrm{cm}}\ \ ;\ \ \mu_r=4\,000$$

El coeficiente de autoinducción depende de la geometría de la bobina de la siguiente manera.

$$L=\frac{\mu\cdot N^2\cdot S}{l}$$

Veamos cuánto vale N:

$$N=n\cdot l=50\ \mathrm{cm}^{-1}\cdot 8\ \mathrm{cm}=400\ \mathrm{espiras}$$

Ahora S:

$$S=\pi\cdot r^2=\pi\cdot\left(\frac{D}{2}\right)^2=\pi\cdot\left(\frac{2\cdot10^{-2}}{2}\right)^2=\pi\cdot10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

Por último, μ:

$$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}\ \rightarrow\ \mu=\mu_r\cdot\mu_0=4\,000\cdot4\cdot\pi\cdot10^{-7}=1,6\cdot\pi\cdot10^{-3}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$$

Sustituimos ya todos estos valores para obtener el coeficiente de autoinducción:

$$L=\frac{1,6\cdot\pi\cdot10^{-3}\cdot400^2\cdot\pi\cdot10^{-4}}{8\cdot10^{-2}}=3,16\ \mathrm{H}$$

20 El coeficiente de autoinducción de una bobina es de 50 mH. ¿Qué flujo magnético la atraviesa cuando es recorrida por una corriente de 1 mA? ¿Y cuando es de 1 A? Si el cambio anterior ocurre linealmente en una décima de segundo, ¿qué f.e.m. media se induce durante este cambio de flujo magnético?

Los datos proporcionados son:

$$L = 50\ \text{mH} = 0{,}050\ \text{H} \quad ; \quad I_1 = 1\ \text{mA} = 10^{-3}\ \text{A} \quad ; \quad I_2 = 1\ \text{A} \quad ; \quad \Delta t = 0{,}1\ \text{s}$$

En una bobina, el flujo magnético es directamente proporcional a la intensidad que la recorre, y la constante de proporcionalidad es el coeficiente de autoinducción. Por tanto:

$$\Phi_B = L \cdot I$$

Para el primer caso:

$$\Phi_{B1} = L \cdot I_1 = 0{,}050 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$$

Y para el segundo:

$$\Phi_{B2} = L \cdot I_2 = 0{,}050 \cdot 1 = 5 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}$$

Ahora, suponemos que por la bobina circula una corriente I_1, y que en una décima de segundo cambia a I_2.

Para determinar la f.e.m. que se induce tenemos que aplicar la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Puesto que no sabemos cómo se produce la variación del flujo magnético, no podemos calcular la f.e.m. en cada instante mientras se está produciendo el cambio durante esa décima de segundo. Lo único que podemos determinar es, en media, cuál ha sido la f.e.m. inducida. Esto es equivalente a suponer que la variación del flujo magnético ha sido lineal, entonces la f.e.m. ha permanecido constante a lo largo de la décima de segundo. Podemos encontrar la función matemática que expresa esa variación lineal del flujo magnético. Pero al derivar, se nos va a quedar la pendiente de esa recta. Por eso, nosotros nos vamos a preocupar de calcular precisamente la pendiente:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-5}}{0{,}1} = -0{,}5\ \text{V}$$

Para el caso de una bobina para la cual se conoce su coeficiente de autoinducción, la ley de la inducción de Faraday-Henry adquiere la siguiente forma:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Luego también se puede resolver esta última parte haciendo:

$$\varepsilon_m = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

21 El número de espiras en el primario de un transformador es de 500. Si queremos transformar 220 V a 125 V, ¿qué número de espiras debe haber en el secundario?

Los datos son:

$$N_1 = 500 \quad ; \quad V_1 = 220\ \text{V} \quad ; \quad V_2 = 125\ \text{V}$$

En un transformador, se cumple:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Simplemente sustituimos:

$$\frac{220}{125} = \frac{500}{N_2} \quad \rightarrow \quad N_2 = \frac{500 \cdot 125}{220} = 284 \text{ espiras}$$

22 **Disponemos de un transformador con 1 200 espiras en el primario y 2 000 en el secundario. ¿Qué voltaje efectivo deberemos aplicar a la entrada para que el voltaje de salida tenga de pico 35 V?**

Según la ecuación de un transformador ideal:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

donde los voltajes son los de pico, o los efectivos de una corriente alterna. Por tanto, si utilizamos el voltaje de pico para V_2, tenemos:

$$\frac{V_1}{35} = \frac{1200}{2\,000}$$

Obtendremos el voltaje de pico, el máximo, que hay que aplicar a la entrada del transformador:

$$V_1 = \frac{1200 \cdot 35}{2\,000} = 21 \text{ V}$$

Luego, el voltaje efectivo en el primario es:

$$V_{1EF} = \frac{V_1}{\sqrt{2}} = \frac{21}{\sqrt{2}} = 14{,}8 \text{ V}$$

Página 150

Flujo magnético

1 **Se coloca una espira cuadrada de 10 cm de lado en una región del espacio donde el campo magnético es uniforme y estacionario de valor 0,1 T. ¿Qué ángulo forma el vector superficie con el campo si el flujo magnético es de 0,5 mWb?**

Los datos de la actividad son:

$$l = 10 \text{ cm} = 0{,}10 \text{ m} \quad ; \quad B = 0{,}1 \text{ T} \quad ; \quad \Phi_B = 0{,}5 \text{ mWb} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

La superficie de la espira es:

$$S = l^2 = 0{,}10^2 = 0{,}01 \text{ m}^2$$

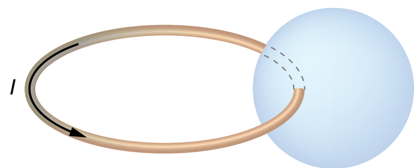
En este caso, en que el campo magnético es uniforme, podemos utilizar la expresión:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

De aquí, despejamos el ángulo:

$$\theta = \arccos \frac{\Phi_B}{B \cdot S} = \arccos \frac{5 \cdot 10^{-4}}{0{,}1 \cdot 0{,}01} = 60°$$

2 **¿Qué valor tomará el flujo magnético a través de una superficie esférica colocada junto a una espira de corriente tal y como se indica en la imagen?**

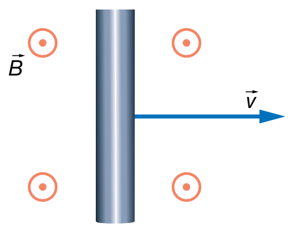


Como sabemos, las líneas de fuerza del campo magnético son siempre cerradas; el creado por una espira circular también.

En consecuencia, el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre cero, puesto que saldrán el mismo número de líneas de fuerza que las que entran a través de la superficie.

Barra en movimiento en un campo magnético

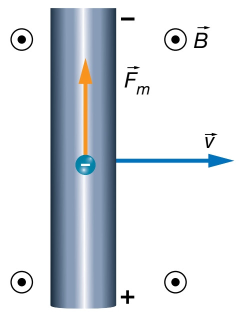
3 **Una barra metálica de un metro se coloca de manera perpendicular a un campo magnético de 560 G mientras se desplaza perpendicularmente al campo, tal y como se muestra en la imagen, a una velocidad *v*. Determina dicha velocidad, si entre los extremos de la barra aparece una diferencia de potencial de 25 mV. Indica la polaridad del voltaje.**



Los datos que proporciona el enunciado son:

$$B = 560\ \text{G} \cdot \frac{1\ \text{T}}{10^4\ \text{G}} = 5{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{T} \quad ; \quad l = 1\ \text{m} \quad ; \quad V = 25\ \text{mV} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{V}$$

Según la regla del producto vectorial, el producto $\vec{v} \times \vec{B}$ es hacia abajo en la barra, pero al multiplicarlo por la carga negativa del electrón, la fuerza magnética es hacia arriba en la barra, tal y como se muestra en la imagen. En consecuencia, el polo negativo está arriba en la barra, y el positivo, abajo.



Se alcanza un equilibrio sobre los electrones libres de la barra que aún no se han desplazado al extremo superior entre la fuerza magnética, que tira hacia arriba, y la fuerza eléctrica del campo creado en la barra, que tira del electrón hacia abajo:

$$F_m = F_e$$

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E \quad \rightarrow \quad E = v \cdot B$$

Puesto que el voltaje es:

$$V = E \cdot l = v \cdot B \cdot l$$

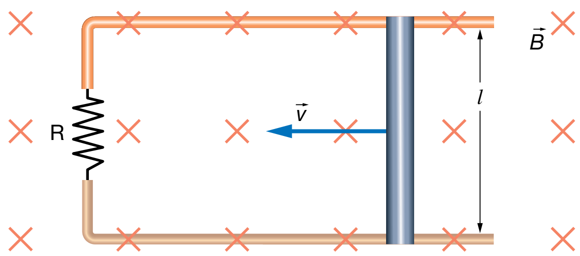
Despejamos la velocidad a la que se desplaza la barra:

$$v = \frac{V}{B \cdot l} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-2}}{5{,}6 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 0{,}45\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

4 **Una barra metálica, de longitud 25 cm, se mueve a 60 cm/s en contacto con una horquilla tal y como se muestra en la imagen. Todo ello, inmerso en un campo magnético de 1,4 T.**

a) Determina la intensidad de la corriente eléctrica que circula por la horquilla si tiene una resistencia de 10 Ω, y el sentido en el que lo hará.

b) Determina la fuerza que tendremos que realizar sobre la barra para mantener la velocidad suponiendo despreciable el rozamiento con la horquilla.



Vamos a resolver este ejercicio suponiendo que el alumnado todavía no ha estudiado la ley de la inducción de Faraday-Henry.

Los datos del ejercicio son los siguientes:

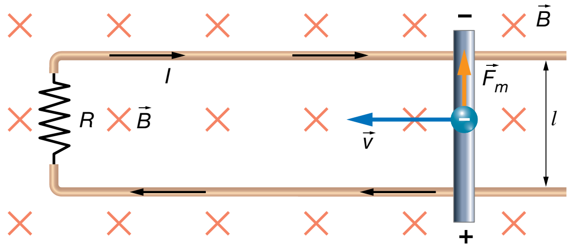
$$l = 25\ \text{cm} = 0{,}25\ \text{m}\ \ ;\ \ v = 60\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{m}}{100\ \text{s}} = 0{,}60\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \ ;\ \ B = 1{,}4\ \text{T}\ \ ;\ \ R = 10\ \Omega$$

a) Sobre los electrones de la barra va a aparecer una fuerza magnética, que determinaremos mediante la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Según la regla del producto vectorial, el producto $(\vec{v} \times \vec{B})$ es hacia abajo en la barra, pero al multiplicar por la carga negativa de los electrones, la fuerza magnética sale hacia arriba en la barra.

Por tanto, la parte superior de la barra quedará con exceso de electrones, mientras que en la parte inferior habrá defecto de electrones, es decir, carga eléctrica positiva. Así, la barra actuará como un generador de corriente continua, que origina una corriente eléctrica que sale por el polo positivo, recorre la horquilla y entra por el polo negativo.



Como hemos estudiado en el epígrafe 2 del libro del alumnado, en la barra se forma un campo eléctrico igual a:

$$E = v \cdot B$$

Y en consecuencia, se forma una diferencia de potencial entre los extremos de la barra:

$$V = E \cdot l = v \cdot B \cdot l = 0{,}60 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}21\ \text{V}$$

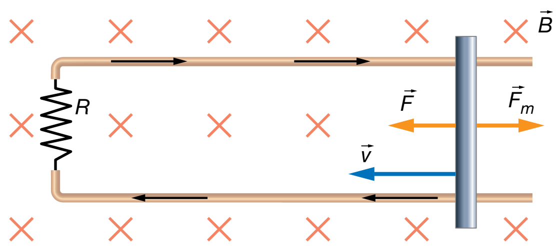
Mediante la ley de Ohm, calculamos la intensidad de corriente:

$$V = I \cdot R\ \ \rightarrow\ \ I = \frac{V}{R} = \frac{0{,}24}{10} = 0{,}021\ \text{A} = 21\ \text{mA}$$

b) La barra se ve atravesada por una corriente eléctrica de 21 mA hacia abajo, y puesto que existe un campo magnético externo hacia adentro del papel, aparecerá una fuerza magnética sobre la barra que podemos determinar mediante la expresión:

$$\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

Mediante la regla del producto vectorial, deducimos que la fuerza magnética tira de la barra hacia la derecha, es decir, tiende a frenarla. Para mantener la barra en movimiento, tendremos que aplicar una fuerza sobre la barra hacia la izquierda que anule a la fuerza magnética.

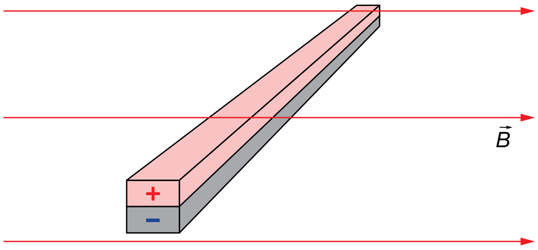


Por tanto, la fuerza que hay que aplicar sobre la barra es:

$$F = F_m$$

$$F = I \cdot l \cdot B = 21 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}25 \cdot 1{,}4 = 0{,}007 \text{ N}$$

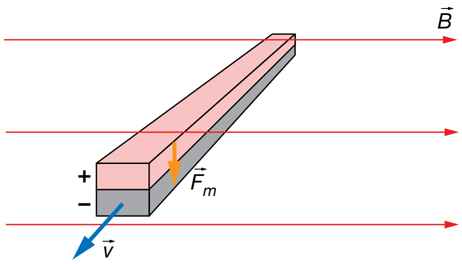
5 **La barra metálica de la imagen está en movimiento en un campo magnético uniforme y estacionario, y se forma una diferencia de potencial tal y como se muestra. Indica en qué dirección y sentido se está moviendo la barra.**



Debemos tener en cuenta que al mover la barra se va a aplicar una fuerza magnética sobre los electrones de la barra. La fuerza que les empuja la determinamos mediante la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}), \text{con } q < 0$$

Observamos en la figura que la parte inferior de la barra es negativa, lo que significa que la fuerza magnética empuja a los electrones hacia abajo. Tenemos que deducir, por tanto, que la barra se mueve perpendicular al papel y hacia afuera:

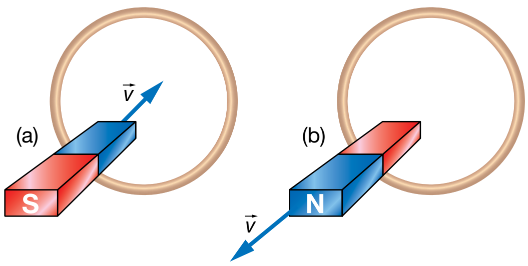


Ley de Lenz

6 **Determina el sentido de giro de la corriente en la espira de la imagen cuando:**

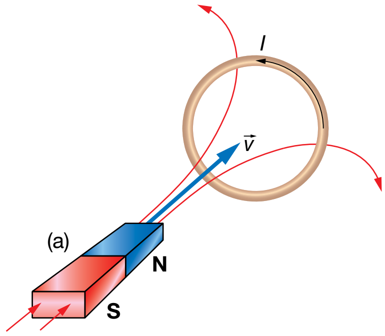
a) Se le acerca un imán por su polo norte.

b) Se le retira el imán por su polo sur.

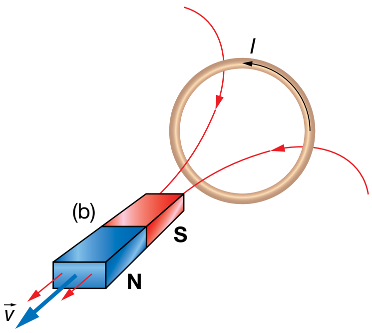


La ley de Lenz nos dice que cuando sobre una espira se induce una corriente eléctrica debido a un flujo variable del campo magnético a través de la superficie definida por la espira, el sentido de la corriente es el adecuado para oponerse a la variación del flujo magnético.

a) En este caso, las líneas de fuerza que atraviesan la espira son las que salen del polo norte del imán. Puesto que se está acercando, el flujo magnético que atraviesa la espira va aumentando. En consecuencia, sobre la espira se induce una corriente eléctrica que, según la ley de Lenz, tenderá a oponerse a ese aumento de flujo. La manera de lograrlo es haciendo que el campo magnético que la corriente inducida genera se oponga al del imán. Para ello, la corriente debe ser antihoraria:



b) Ahora, las líneas de fuerza que atraviesan la espira son las que entran en el polo sur del imán. Al alejar el imán, se está debilitando el campo magnético. La corriente inducida en la espira se opondrá a esa disminución creando un campo magnético que apoye al externo del imán. Para ello, la corriente eléctrica inducida tendrá que girar, al igual que en el caso anterior, en sentido antihorario.

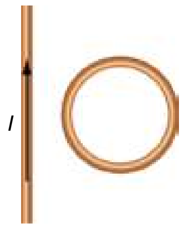


Página 151

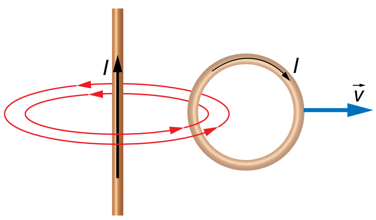
7 **Determina el sentido de la corriente eléctrica inducida en la espira de la imagen cuando:**

a) Se aleja radialmente del hilo.

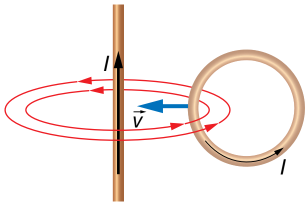
b) Se acerca radialmente al hilo.



a) Al alejar la espira del hilo de corriente, el flujo magnético que la atraviesa hacia adentro del papel disminuye; según la ley de Lenz, la corriente eléctrica inducida en la espira girará en sentido horario para crear un campo magnético hacia adentro del papel, oponiéndose a la disminución de flujo:

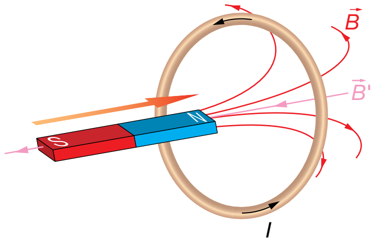


b) Si la espira se acerca al hilo, el flujo magnético hacia adentro del papel va aumentando. En consecuencia, según la ley de Lenz, el sentido de la corriente eléctrica será antihorario para que su campo magnético sea hacia afuera del papel, oponiéndose al aumento de flujo.

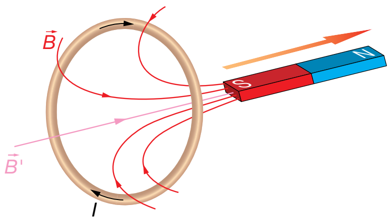


8 **Acercamos un imán por su polo norte a un aro metálico, lo pasamos por su centro atravesándolo y alejándolo por el otro lado. Explica qué sucede en el aro durante el movimiento del imán.**

Si suponemos que el imán acerca su polo norte al aro metálico, esto produce un aumento en el número de las líneas de campo que atraviesan el aro metálico. Debido a ello, aparecerá en el aro una corriente inducida que tenderá a contrarrestar este aumento de líneas de campo, creando un campo magnético, $\vec{B}'$, de sentido contrario. Para ello, la corriente inducida en el arco circulará en sentido antihorario, como se muestra en la ilustración:



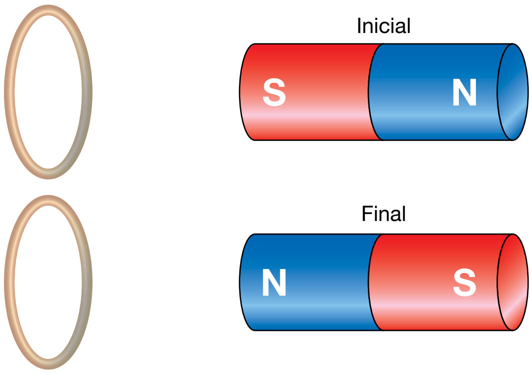
Cuando se aleja el imán del aro (esto es, el polo sur del imán se aleja), se produce una disminución del número de líneas de campo que atraviesan el aro. La corriente que se origine en el aro debe producir un campo magnético, $\vec{B}'$, que compense la disminución del flujo experimentado. Por tanto, la corriente inducida originada en el aro circulará en sentido horario:



9 **La espira de la figura tiene un radio de 5 cm. Inicialmente está sometida a un campo magnético de 0,2 T debido al imán, cuyo eje es perpendicular al plano de la espira:**

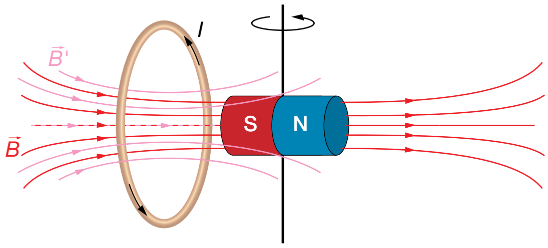
a) Explica el sentido de la corriente inducida mientras se gira el imán hasta la posición final.

b) Calcula el valor de la f.e.m. media inducida si el giro anterior se realiza en 0,1 s.



a) Las líneas de fuerza salen del polo norte del imán y entran por el polo sur, como se muestra en la ilustración.

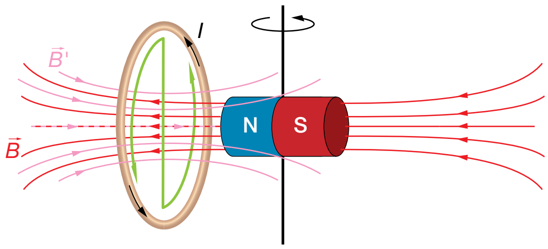
Si giramos el imán de tal forma que el polo sur se va alejando de la espira, disminuirá el número de líneas de campo que llegan a la espira, es decir, se producirá una disminución del flujo magnético; por ello, se inducirá una corriente eléctrica en la espira.



El sentido de la corriente inducida será tal que origine un campo magnético $\vec{B}'$ en el mismo sentido que las líneas de campo que están desapareciendo.

Según la regla de la mano derecha, si el pulgar indica el sentido de $\vec{B}'$, el movimiento de los dedos indica el sentido de la corriente inducida.

Cuando se acerca el polo norte del imán a la espira, el número de líneas del campo magnético, $\vec{B}$, que la atraviesan aumenta, aunque su sentido es el contrario al de la situación inicial. La corriente inducida, I, crea un campo magnético, $\vec{B}'$, que se opone a este aumento de flujo magnético; por tanto, la corriente inducida circulará en el sentido indicado en la siguiente figura:



Durante todo el proceso, la corriente inducida circula en el mismo sentido.

b) El flujo que atraviesa la espira circular, como hemos visto, se calcula a partir de la expresión:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{S}\right| \cdot \cos\alpha$$

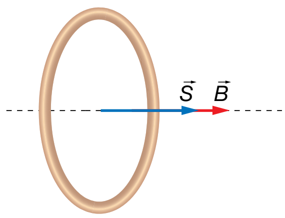
En este caso, la superficie se corresponde con la de un círculo:

$$S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Así, el flujo inicial que atraviesa la espira es:

$$\Phi_i = \vec{B} \cdot \vec{S} = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{S}\right| \cdot \cos\alpha = 0{,}2 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 0° = 1{,}57 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

En la figura se pueden comprobar la dirección y el sentido iniciales de los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$.



Y el flujo final que atraviesa la espira:

$$\Phi_f = \vec{B} \cdot \vec{S} = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{S}\right| \cdot cos\ \alpha = 0,2 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot cos\ 180° = -1,57 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

La fuerza electromotriz inducida en la espira será, entonces:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{t} \rightarrow \varepsilon_m = -\frac{-1,57 \cdot 10^{-3} - 1,57 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 3,14 \cdot 10^{-2}\ \text{V}$$

Ley de Faraday-Henry

10 El eje de una bobina de *N* = 50 espiras circulares de radio *R* = 5 cm es paralelo a un campo magnético uniforme de módulo *B* = 0,2 T. Determina la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida entre los extremos de la bobina cuando, durante un intervalo Δ*t* = 10 ms y de forma lineal, se duplica el campo magnético. ¿Cuánto valdrá dicha f.e.m. si en el mismo intervalo Δ*t* invertimos el sentido del campo?

El flujo inicial del campo magnético a través de la superficies es:

$$\Phi = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot cos\ 0° = 1,57 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

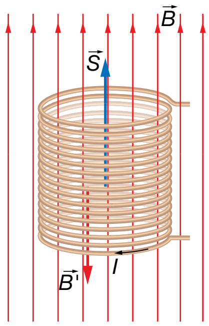
El flujo magnético cuando se duplica el campo magnético es:

$$\Phi_f = 0,4 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot cos\ 0° = 3,14 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

La fuerza electromotriz inducida en la bobina es, en este caso:

$$\varepsilon = -50 \cdot \frac{3,14 \cdot 10^{-3} - 1,57 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = -7,85\ \text{V}$$

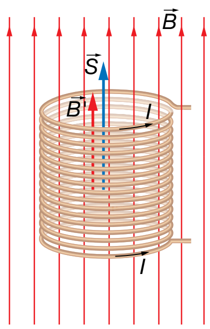
El sentido de la corriente será el indicado en la figura. Como el campo magnético, $\vec{B}$, está aumentando, cada vez más líneas atraviesan la bobina; la corriente inducida será tal que el campo magnético creado por ella, $\vec{B}'$, tenga sentido contrario al que está aumentando, de acuerdo con la ley de Lenz:



Si se invirtiera el sentido del campo, los valores inicial y final del flujo serían:

$$\Phi_0 = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot cos\ 0° = 1,57 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

$$\Phi_f = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot cos\ 180° = -1,57 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$



La fuerza electromotriz inducida en la bobina es, en este caso:

$$\varepsilon = -50 \cdot \frac{-1,57 \cdot 10^{-3} - 1,57 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 15,7\ \text{V}$$

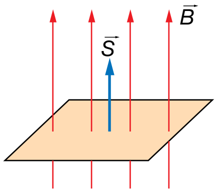
En este caso, el sentido de la corriente inducida sería el contrario, para compensar la disminución del flujo magnético. Esto es, el campo $\vec{B}'$ que crea la corriente inducida trata de compensar que el campo $\vec{B}$ inicial se va haciendo menor y luego cambia de sentido.

11 **Una espira conductora de 40 cm² se sitúa perpendicularmente a un campo magnético de 0,3 T:**

a) Calcula el flujo magnético a través de la espira. ¿Cuál sería su valor si la espira girara 60° en torno a un eje perpendicular al campo?

b) Si el tiempo invertido en ese giro es de $3 \cdot 10^{-2}$ s, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? ¿Qué hubiera ocurrido si la espira se hubiera girado en sentido contrario?

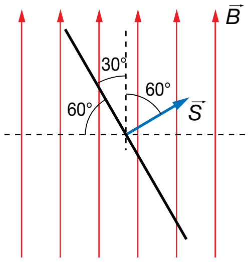
a) Cuando la espira está colocada perpendicularmente al campo, los vectores forman un ángulo de 0°, de forma que θ = 0, como se muestra en la figura:



El flujo inicial será:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\ \theta$$

Cuando la espira gira 60°, su posición respecto al campo magnético es la que se muestra en la figura:



El flujo magnético será, en este caso:

$$\Phi = 0,3 \cdot 40 \cdot 10^{-4} \cdot cos\ 60° = 6 \cdot 10^{-4}\ \ \text{Wb}$$

b) La fuerza electromotriz, en este caso, será:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t}$$

$$\varepsilon_m = -\frac{6 \cdot 10^{-4} - 1,2 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-2}} = 0,02\ \ \text{V}$$

La ley de Lenz dice que el sentido de la corriente es tal que se opone a la causa que la origina, lo que se indica mediante el signo menos en la fórmula. Esto quiere decir que, si durante el movimiento de la espira cada vez la atraviesan menos líneas de fuerza, la corriente inducida en la espira circulará de forma que produzca un campo magnético en el sentido del campo que está desapareciendo, en sentido antihorario en este caso. Si al girar la espira cada vez la atraviesan más líneas de fuerza, la corriente inducida en la espira circulará de forma que produzca un campo magnético de sentido contrario al que está aumentando.

En el caso de que la espira girara en sentido contrario al inicial, la corriente inducida en ella iría también en sentido antihorario, pues el flujo del campo magnético también estaría disminuyendo.

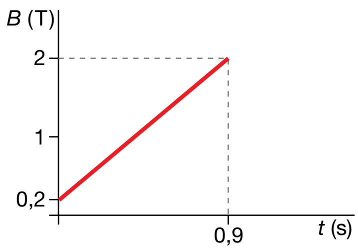
12 **Una espira cuadrada de 12 cm de lado, situada en el plano *XY*, está en el seno de un campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje *Z*. Calcula la f.e.m. inducida si *B* aumenta linealmente desde 0,2 T hasta 2,0 T en 0,9 s.**

Los datos son los siguientes:

$$a = 12\ \text{cm} = 12 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \quad ; \quad B_0 = 0{,}2\ \text{T} \quad ; \quad B_f = 2\ \text{T} \quad ; \quad \Delta t = 0{,}9\ \text{s}$$

El módulo del campo magnético varía linealmente desde 0,2 hasta 2 teslas en 0,9 segundos, por lo que su ecuación es de la forma:

$$B(t) = m \cdot t + n$$



La pendiente de la recta es:

$$m = \frac{2 - 0{,}2}{0{,}9} = 2\ \text{T/s}$$

Y la ordenada en el origen es n = 0,2 T.

Por tanto, el campo magnético varía con el tiempo según la ecuación:

$$B(t) = (2 \cdot t + 0{,}2)\ \text{T}$$

Y vectorialmente se puede escribir:

$$\vec{B} = -(2 \cdot t + 0{,}2) \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

Vamos a tomar el vector superficie de la espira en el sentido del campo magnético, es decir, $-\vec{k}$. Por tanto:

$$\vec{S} = -a^2 \cdot \vec{k} = -(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \vec{k} = -144 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k}\ \text{m}^2$$

Entonces, el flujo magnético es:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = -(2 \cdot t + 0{,}2) \cdot \vec{k} \cdot (-144 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{k}) = 144 \cdot 10^{-4} \cdot (2 \cdot t + 0{,}2)\ \text{Wb}$$

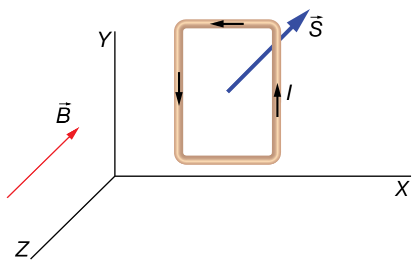
Aplicamos la ley de inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -2 \cdot 144 \cdot 10^{-4} = -28{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = -28{,}8\ \text{mV}$$

Luego la f.e.m. que se induce en la espira es de 28,8 mV. Esta f.e.m. no está localizada en ningún punto en concreto de la espira, sino que se encuentra uniformemente repartida a lo largo del recorrido de ella.

El signo menos que hemos obtenido nos dice que el sentido de la corriente eléctrica no coincide con el sentido indicado por la regla de la mano derecha, sino el contrario. En consecuencia, gira como se muestra en la imagen.

El sentido de la corriente también podría obtenerse aplicando la ley de Lenz.

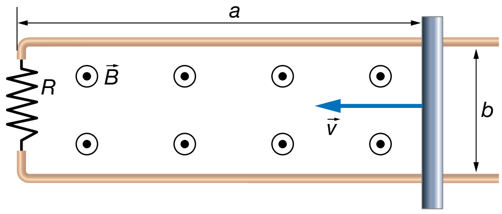


13 **Una espira conductora rectangular, de 12 cm por 22 cm y resistencia 15 Ω, se coloca perpendicular a un campo magnético *B* = 2,2 T. Uno de los lados de 12 cm se va a mover a *v* = 5 cm/s haciendo que la superficie de la espira sea cada vez más pequeña. Determina la f.e.m. inducida y la corriente que recorre la espira.**

Los datos del ejercicio son:

$$a_0 = 22\ \text{cm} = 0,22\ \text{m}\ ;\ b = 12\ \text{cm}\ ;\ R = 15\ \Omega\ ;\ B = 2,2\ \text{T}\ ;\ v = 5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{m}}{100\ \text{cm}} = 0,05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Este ejercicio puede resolverse también estudiando el equilibrio de fuerzas en la barra, pudiéndose calcular el voltaje que aparece en los extremos de la barra, que actuará como f.e.m. del circuito. Nosotros lo haremos aplicando la ley de inducción de Faraday-Henry.



La superficie va cambiando con el tiempo, puesto que *a* se va haciendo cada vez más pequeña:

$$a(t) = a_0 - v \cdot t = (0,22 - 0,05 \cdot t)\ \text{m}$$

Por tanto, la superficie de la espira es:

$$S(t) = a(t) \cdot b = (0,22 - 0,05 \cdot t) \cdot 0,12\ \text{m}^2$$

Tomaremos el sentido del vector superficie igual que el del campo magnético. Así, el flujo del campo magnético a través de la superficie varía con el tiempo según la ecuación:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S(t) = 2,2 \cdot (0,22 - 0,05 \cdot t) \cdot 0,12 = 0,264 \cdot (0,22 - 0,05 \cdot t)\ \text{Wb}$$

Ahora aplicamos la ley de inducción:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0,264 \cdot 0,05 = 13,2 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = 13,2\ \text{mV}$$

El signo positivo de la f.e.m. indica que el sentido de la corriente coincide con el indicado por la regla de la mano derecha. En nuestro dibujo, el sentido es antihorario. También podemos razonar el sentido mediante la ley de Lenz: el flujo magnético va disminuyendo, por lo que aparece una corriente eléctrica inducida que crea su propio campo magnético de modo que se opone a esa disminución; para ello, tiene que ser hacia afuera del papel apoyando al campo externo.

Con la ley de Ohm determinamos la corriente eléctrica:

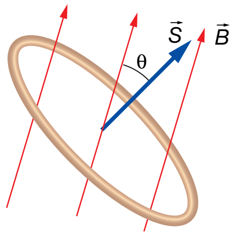
$$V = I \cdot R \ \rightarrow\ I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{13,2 \cdot 10^{-3}}{15} = 8,8 \cdot 10^{-4}\ \text{A} = 0,88\ \text{mA}$$

14 **Una espira circular de 4 cm de radio está colocada en un campo magnético uniforme pero no estacionario que forma un ángulo de 30° con el vector superficie de la espira. El módulo del campo magnético cambia según la ecuación: *B*(*t*) = (2 – 0,2 · *t*) T. Determina la f.e.m. inducida e indica el sentido de la corriente en la espira.**

Los datos son:

$$a = 4\ \text{cm} = 0,04\ \text{m}\ \ ;\ \ \theta = 30°\ \ ;\ \ B(t) = (2 - 0,2 \cdot t)\ \text{T}$$

La situación del problema es la que se indica en la imagen, donde se aprecia que el módulo del campo magnético va a ir disminuyendo hasta anularse y luego se invierte el sentido mientras sigue aumentando en el sentido negativo:



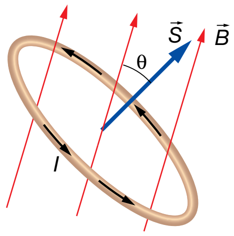
La expresión del flujo magnético variante con el tiempo es:

$$\Phi_B(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = B(t) \cdot S \cdot cos\ 30° = B(t) \cdot \pi \cdot a^2 \cdot cos\ 30° = (2 - 0,2 \cdot t) \cdot \pi \cdot 0,04^2 \cdot cos\ 30°\ \text{Wb}$$

Aplicamos la ley de la inducción:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0,2 \cdot \pi \cdot 0,04^2 \cdot cos\ 30° = 8,7 \cdot 10^{-4}\ \text{V} = 0,87\ \text{mV}$$

La f.e.m. se mantiene constante a pesar de que el campo magnético se invierta. Puesto que es positiva, significa que el sentido de la corriente eléctrica es el definido por la regla de la mano derecha, tal y como se indica en la imagen.



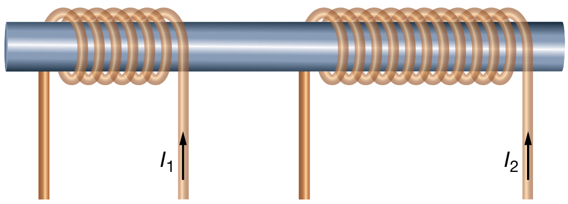
Como en problemas anteriores, el sentido puede razonarse mediante la ley de Lenz.

15 **Sobre un núcleo cilíndrico de hierro de 3 cm² de sección y cuya permeabilidad magnética relativa es μ_r = 1 500, se colocan enrollados dos hilos de corriente. En uno de ellos, de 5 cm de longitud, hay 100 vueltas y lo va a recorrer una corriente eléctrica variable según la ecuación *I* = 0,4 · *t* A. Determina la intensidad de corriente que va a recorrer el segundo circuito, sabiendo que está formado por 120 vueltas y con una resistencia eléctrica de 10 Ω.**

Los datos son:

$$S = 3\ \text{cm}^2 = 3 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2\ \ ;\ \ \mu_r = 1500\ \ ;\ \ N_1 = 100\ \ ;\ \ l_1 = 5\ \text{cm} = 0,05\ \text{m}$$

$$N_2 = 120\ \ ;\ \ R_2 = 10\ \Omega\ \ ;\ \ I_1(t) = 0,4 \cdot t\ \text{A}$$



Determinamos el campo magnético que crea el primer circuito en el núcleo de hierro, utilizando la expresión del campo creado por una bobina:

$$B_1 = \mu \cdot n_1 \cdot I_1 = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N_1}{l_1} \cdot I_1 = 1500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100}{0,05} \cdot 0,4 \cdot t = 1,508 \cdot t\ \text{T}$$

El flujo magnético en una espira del segundo circuito es:

$$\Phi'_B(t) = B_1 \cdot S = 1,508 \cdot t \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 4,524 \cdot 10^{-4} \cdot t\ \text{Wb}$$

El flujo magnético total en las N_2 espiras del segundo circuito es:

$$\Phi_B = N_2 \cdot \Phi'_B(t) = 120 \cdot 4,524 \cdot 10^{-4} \cdot t = 5,429 \cdot 10^{-2} \cdot t \text{ Wb}$$

Aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry para calcular la f.e.m. inducida en el segundo circuito:

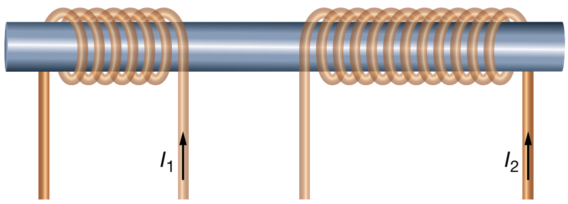
$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -5,429 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

El signo negativo de la f.e.m. indica que el sentido de la corriente eléctrica es el contrario al definido por la regla de la mano derecha. En consecuencia, la intensidad en el segundo circuito es negativa y tendrá el sentido contrario al dibujado en la imagen.

Con la ley de Ohm:

$$V = I_2 \cdot R \;\rightarrow\; I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{\varepsilon}{R_2} = \frac{-5,429 \cdot 10^{-2}}{10} = -5,429 \cdot 10^{-3} \text{ A} = -5,4 \text{ mA}$$

Nota: si el arrollamiento del segundo circuito se hiciera en sentido contrario, tal y como se muestra en la imagen siguiente, entonces, la intensidad que obtendríamos en el segundo circuito sería positiva. Este es un detalle que en la mayoría de ejercicios que se proponen en otros textos se olvidan de especificar. Por eso, es aconsejable realizar siempre un dibujo en el que se vea hacia dónde se enrollan los hilos.



Página 152

16 **Una bobina de 500 espiras y de 5 cm de diámetro está colocada en la misma dirección que un campo magnético uniforme, cuyo módulo varía según la ecuación:**

$$B(t) = (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \text{ T}$$

Determina:

a) La f.e.m. inducida en la bobina.

b) La intensidad de corriente inducida en la bobina en el instante $t = 6$ s si la resistencia eléctrica es de 5 Ω.

Los datos son:

$$N = 500 \;\; ; \;\; D = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m} \;\; ; \;\; B(t) = (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \text{ T} \;\; ; \;\; R = 5 \; \Omega$$

a) El flujo magnético en función del tiempo a través de una única espira es:

$$\Phi'_B = B(t) \cdot S = B(t) \cdot \pi \cdot r^2 = B(t) \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot B(t) \cdot \pi \cdot D^2$$

Hemos supuesto el vector superficie de la espira en el mismo sentido que el campo.

A través de las N espiras, el flujo es:

$$\Phi_B(t) = N \cdot \Phi'_B = N \cdot \frac{1}{4} \cdot B(t) \cdot \pi \cdot D^2 = 500 \cdot \frac{1}{4} \cdot (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \cdot \pi \cdot 0,05^2 =$$

$$= 0,3125 \cdot \pi \cdot (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \text{ Wb}$$

Aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = 0,3125 \cdot \pi \cdot 0,02 \cdot 3 \cdot t^2 = 58,9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 \text{ V} = 58,9 \cdot t^2 \text{ mV}$$

Como vemos en la expresión anterior, la f.e.m. inducida depende del tiempo.

b) Puesto que la f.e.m. es positiva, el sentido de la corriente eléctrica cumple la regla de la mano derecha. Su valor lo determinamos mediante la ley de Ohm:

$$V = I \cdot R \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{58{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2}{5} = 11{,}78 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 \ \text{A} = 11{,}78 \cdot t^2 \ \text{mA}$$

Como vemos, la intensidad de corriente también depende del tiempo.

A los 6 s, la intensidad de corriente es:

$$I(6) = 11{,}78 \cdot 6^2 = 424{,}1 \ \text{mA}$$

Espiras o campos giratorios

17 **Una espira está girando con un período de 2,0 s en un campo magnético constante, produciéndose una fuerza electromotriz máxima en la espira de 5,2 V. Si se reduce el período de giro a la espira hasta 1,5 s, ¿cuánto vale ahora la f.e.m.?**

Los datos son:

$$T_1 = 2{,}0 \ \text{s} \quad ; \quad \varepsilon_{0i} = 5{,}2 \ \text{V} \quad ; \quad T_2 = 1{,}5 \ \text{s}$$

El valor máximo, o de pico, que alcanza la f.e.m. en una espira girando en un campo magnético es:

$$\varepsilon_0 = B \cdot S \cdot \omega$$

donde recordemos que la f.e.m. varía según la ecuación:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0)$$

Tenemos que, inicialmente:

$$\varepsilon_{0i} = B \cdot S \cdot \omega_i = B \cdot S \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}$$

Y tras reducirse el período:

$$\varepsilon_{0f} = B \cdot S \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_f}$$

Vamos a dividir la primera ecuación por la segunda para hallar la f.e.m. final:

$$\frac{\varepsilon_{0i}}{\varepsilon_{0f}} = \frac{T_f}{T_i} \quad \rightarrow \quad \frac{5{,}2}{\varepsilon_{0f}} = \frac{1{,}5}{2{,}0} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{0f} = \frac{5{,}2 \cdot 2{,}0}{1{,}5} = 6{,}93 \ \text{V}$$

18 **Una bobina formada por 25 espiras circulares de 6 cm de diámetro gira con un período de 0,3 s en un campo magnético uniforme de 200 G. Encuentra la f.e.m. máxima inducida en los extremos de la bobina.**

Los datos son:

$$N = 25 \quad ; \quad D = 6 \ \text{cm} = 0{,}06 \ \text{m} \quad ; \quad T = 0{,}3 \ \text{s} \quad ; \quad B = 200 \ \text{G} \cdot \frac{1 \ \text{T}}{10^4 \ \text{G}} = 0{,}02 \ \text{T}$$

Suponemos que la bobina no está inclinada con respecto al campo y que en su giro hay un instante en el que el campo es totalmente perpendicular a la superficie de cada espira. En ese caso, sabemos que la f.e.m. que se induce en cada espira es:

$$\varepsilon' = \varepsilon'_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0)$$

donde:

$$\varepsilon'_0 = B \cdot S \cdot \omega = B \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} = 0{,}02 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0{,}06}{2}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{0{,}3} = 1{,}18 \cdot 10^{-3} \ \text{V} = 1{,}18 \ \text{mV}$$

Puesto que la bobina tiene N espiras, la f.e.m. total en toda la bobina es:

$$\varepsilon_0 = N \cdot \varepsilon'_0 = 25 \cdot 1{,}18 = 29{,}5 \ \text{mV}$$

19 **Una espira circular de 1 cm de radio gira a una frecuencia de 10 Hz en un campo magnético uniforme y estacionario. Si la f.e.m. inducida máxima es de 0,1 mV, ¿cuál es el módulo del campo magnético?**

Los datos son:

$$r = 1 \text{ cm} = 0{,}01 \text{ m} \quad ; \quad f = 10 \text{ Hz} \quad ; \quad \varepsilon_0 = 0{,}1 \text{ mV} = 10^{-4} \text{ V}$$

Suponemos que la espira no tiene ninguna inclinación con respecto al campo y que en su giro hay un instante en el que el campo es totalmente perpendicular a la superficie definida por ella.

En tal caso, la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t + \theta_0)$$

donde:

$$\varepsilon_0 = B \cdot S \cdot \omega$$

Por tanto:

$$\varepsilon_0 = B \cdot S \cdot \omega = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi^2 \cdot B \cdot f \cdot r^2$$

$$B = \frac{\varepsilon_0}{2 \cdot \pi^2 \cdot 10 \cdot 0{,}01^2} = 5{,}066 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 5{,}066 \text{ mT}$$

20 **Una bobina circular de 20 cm de radio y 10 espiras se encuentra, en el instante inicial, en el interior de un campo magnético uniforme de 0,04 T, perpendicular al plano de su superficie. Si la bobina comienza a girar alrededor de uno de sus diámetros 120 r.p.m., determina:**

a) El flujo magnético máximo que atraviesa la bobina.

b) La f.e.m. inducida en la bobina en el instante *t* = 0,1 s.

Los datos son:

$$r = 20 \text{ cm} = 0{,}20 \text{ m} ; N = 10 \ ; \ B = 0{,}04 \text{ T} ; f = 120 \text{ r.p.m.} = 120 \ \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \text{ Hz} ; \theta_0 = 0$$

a) El flujo magnético que atraviesa una espira es:

$$\Phi'_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\,(\omega \cdot t + \theta_0) = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot cos\,(\omega \cdot t + \theta_0) =$$

$$= 0{,}04 \cdot \pi \cdot 0{,}20^2 \cdot cos\,(2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot t + 0) = 1{,}6 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \cdot cos\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ Wb}$$

El flujo magnético debido a las *N* espiras es:

$$\Phi_B\,(t) = N \cdot \Phi'_B = 10 \cdot 1{,}6 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \cdot cos\,(4 \cdot \pi \cdot t) = 1{,}6 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot cos\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ Wb} =$$

$$= 50{,}27 \cdot 10^{-3} \cdot cos\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ Wb}$$

En consecuencia, el flujo magnético máximo es:

$$\Phi_{B0} = 50{,}27 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} = 50{,}27 \text{ mWb}$$

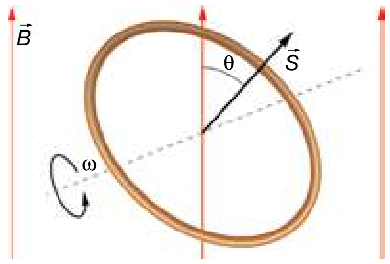
b) Aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 50{,}27 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ V} = 0{,}632 \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ V} = 632 \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ mV}$$

En el instante 0,1 segundos, la f.e.m. es:

$$\varepsilon\,(t) = 632 \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ mV} \quad \rightarrow \quad \varepsilon\,(0{,}1) = 632 \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot 0{,}1) = 601 \text{ mV}$$

21 **Inicialmente, una espira circular de 2 cm de radio se encuentra tal y como se muestra en la imagen, donde θ inicial es de 30°. La espira comienza a girar según el sentido indicado a 5 vueltas por segundo. Si el módulo del campo magnético es de 0,25 T, encuentra la expresión matemática de la f.e.m. en función del tiempo.**



Los datos son:

$$r = 2\ \text{cm} = 0{,}02\ \text{m} \quad ; \quad \theta_0 = 30° = \frac{\pi}{6}\ \text{rad} \quad ; \quad f = 5\ \text{Hz} \quad ; \quad B = 0{,}25\ \text{T}$$

La frecuencia angular es:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10 \cdot \pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Puesto que la espira gira haciendo el ángulo θ más pequeño, su fase es:

$$\theta = -\omega \cdot t + \theta_0 = \left(-10 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\ \text{rad}$$

El flujo magnético es:

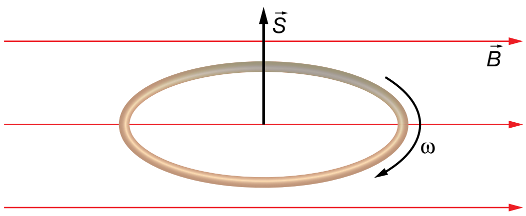
$$\Phi_B(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos\theta = 0{,}25 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot \cos\left(-10 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\ \text{Wb} =$$

$$= \pi \cdot 10^{-4} \cdot \cos\left(-10 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\ \text{Wb}$$

Aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot \pi \cdot sen\left(-10 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\ \text{V} = -9{,}870 \cdot 10^{-3} \cdot sen\left(-10 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\ \text{V}$$

22 **Una espira circular de 5 cm de radio se encuentra fija en el *XZ*. Inicialmente, el campo magnético de 0,08 T, tiene la dirección y sentido del semieje positivo *X*, y empieza a girar sobre un eje paralelo al *Z*, a 160 r.p.m. Determina la f.e.m. inducida en función del tiempo y después de 2 s.**



Los datos del ejercicio son:

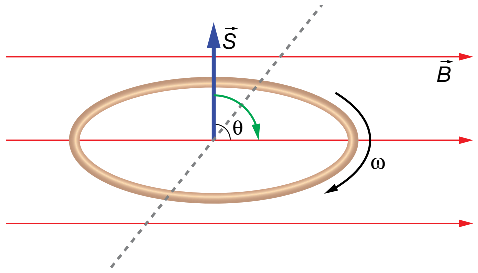
$$r = 5\ \text{cm} = 0{,}05\ \text{m} \quad ; \quad \theta_0 = 90° = \frac{\pi}{2}\ \text{rad} \quad ; \quad B = 0{,}08\ \text{T}$$

$$f = 160\ \text{r.p.m.} = 160\ \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = \frac{8}{3}\ \text{Hz}$$

La frecuencia angular es:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \cdot \pi \ \frac{rad}{s}$$

Puesto que el ángulo inicialmente va a disminuir, según el sentido de giro de la espira, su fase es:



$$\theta = -\omega \cdot t + \theta_0 = \left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad}$$

El flujo magnético es:

$$\Phi_B(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\ \theta = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot cos\ \theta = 0{,}085 \cdot \pi \cdot 0{,}05^2 \cdot cos\left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= 2{,}125 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot cos\left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ Wb}$$

Ahora, aplicamos la ley de la inducción de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -2{,}125 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{16}{3} \cdot \pi \cdot sen\left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = -11{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot sen\left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$$

La f.e.m., a los 2 segundos, es:

$$\varepsilon(2) = -11{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot sen\left(-\frac{16}{3} \cdot \pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V} = 5{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 5{,}6 \text{ mV}$$

23 **Una espira gira en un campo magnético uniforme y estacionario a una frecuencia de 4 Hz produciendo una f.e.m. inducida de pico de 0,5 mV. ¿Qué f.e.m. de pico se inducirá si hacemos que gire con un período de 0,1 s?**

Los datos son:

$$f_1 = 4 \text{ Hz} \ ; \ \varepsilon_{01} = 0{,}5 \text{ V} \ ; \ T_2 = 0{,}1 \text{ s}$$

La f.e.m. máxima inducida en la espira que gira en el primer caso es:

$$\varepsilon_{01} = B \cdot S \cdot \omega_1 = B \cdot S \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_1 \ \rightarrow \ 0{,}5 = 2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 4$$

Y en el segundo:

$$\varepsilon_{02} = B \cdot S \cdot \omega_2 = B \cdot S \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_2} \ \rightarrow \ \varepsilon_{02} = B \cdot S \cdot \frac{2 \cdot \pi}{0{,}1} \ \rightarrow \ \varepsilon_{02} = 2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 10$$

Disponemos de dos ecuaciones que nos permiten despejar nuestra incógnita, ε_{02}:

$$\begin{cases} 0{,}5 = 2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 4 \\ \varepsilon_{02} = 2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 10 \end{cases}$$

Por ejemplo, podemos proceder dividiendo una ecuación entre la otra:

$$\frac{\varepsilon_{02}}{0{,}5} = \frac{2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot B \cdot S \cdot 4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \ \rightarrow \ \varepsilon_{02} = 0{,}5 \cdot \frac{5}{2} = 1{,}25 \text{ mV}$$

Autoinducción

24 **Una bobina, de coeficiente de autoinducción *L* = 200 mH, es recorrida por una corriente eléctrica de intensidad *I*(*t*) = (–10 + 2 · *t*) mA. Determina la fuerza electromotriz autoinducida.**

Los datos son:

$$L = 200\ \text{mH} = 0{,}2\ \text{H} \quad ; \quad I(t) = (-10 + 2 \cdot t)\ \text{mA} = (-10 + 2 \cdot t)\ \text{mA} = (-10 + 2 \cdot t) \cdot 10^{-3}\ \text{A}$$

La ley de la inducción de Faraday-Henry para el caso de una bobina se puede escribir:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -0{,}2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = -0{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = -0{,}4\ \text{mV}$$

El signo menos de la f.e.m. indica que la corriente eléctrica que se genera en la bobina tiene el sentido contrario al especificado por la regla de la mano derecha. Luego, durante los primeros 5 segundos, la corriente eléctrica externa que se aplica y la inducida tienen el mismo sentido; a partir de ese instante, la corriente externa invierte el sentido, aunque la inducida se mantiene constante siempre.

Página 153

25 **Una bobina es recorrida por una intensidad variable *I*(*t*) = 0,02 · *t* A que induce una f.e.m. en la bobina ε = –5 V. Calcula el coeficiente de autoinducción de la bobina.**

Los datos del ejercicio son:

$$I(t) = 0{,}02 \cdot t\ \text{A} \quad ; \quad \varepsilon = -5\ \text{V}$$

La ley de inducción para una bobina toma la forma:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt} \ \rightarrow\ -5 = -L \cdot 0{,}02 \ \rightarrow\ L = \frac{5}{0{,}02} = 250\ \text{H}$$

26 **Una bobina, de longitud 12 cm y 10 espiras por centímetro, tiene un núcleo de hierro de μ_r = 1 500. Las espiras tienen un diámetro de 3 cm. Determina la f.e.m. inducida en la bobina, si por ella circula una intensidad de corriente *I*(*t*) = (1 – 0,08 · *t*) A.**

Los datos del ejercicio son los siguientes:

$$l = 12\ \text{cm} = 0{,}12\ \text{m} \quad ; \quad n = 10\ \frac{\text{espiras}}{\text{cm}} \cdot \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}} = 1000\ \frac{\text{espiras}}{\text{m}}$$

$$\mu = 1500 \cdot \mu_0 \quad ; \quad D = 3\ \text{cm} = 0{,}03\ \text{m}$$

$$I(t) = (1 - 0{,}08 \cdot t)\ \text{A}$$

El coeficiente de autoinducción es:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot (n \cdot l)^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{l} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot l \cdot \pi \cdot D^2}{4} =$$

$$= \frac{1500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{7} \cdot 1000^2 \cdot 0{,}12 \cdot \pi \cdot 0{,}03^2}{4} = 0{,}160\ \text{H}$$

Para el caso de una bobina, la ley de la inducción es:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -0{,}160 \cdot (-0{,}08) = 0{,}013\ \text{V} = 13\ \text{mV}$$

27 **La fuerza electromotriz inducida en una bobina de 5 cm de longitud, con 100 espiras y con un diámetro de 4 cm, es de –0,4 V cuando es recorrida por una intensidad que varía 0,02 A cada segundo. Determina la permeabilidad magnética relativa del material que se encuentra formando el núcleo.**

Datos del ejercicio:

$$l = 5 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ m} \quad ; \quad N = 100 \quad ; \quad D = 4 \text{ cm} = 0{,}04 \text{ m} \quad ; \quad \varepsilon = -0{,}4 \text{ V} \quad ; \quad I(t) = (0{,}02 \cdot t + I_0) \text{ A}$$

El coeficiente de autoinducción de una bobina es:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{l} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot \pi \cdot D^2}{4 \cdot l} = \frac{\mu_r \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot \pi \cdot 0{,}04^2}{4 \cdot 0{,}05} =$$

$$= 3{,}16 \cdot \mu_r \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

Hemos encontrado su valor en función de μ_r. Ahora, apliquemos la ley de la inducción, que para una bobina es:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -3{,}16 \cdot \mu_r \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}02 = -6{,}32 \cdot \mu_r \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Puesto que conocemos ε, podemos despejar la permeabilidad magnética relativa:

$$-0{,}4 = -6{,}32 \cdot \mu_r \cdot 10^{-6} \quad \rightarrow \quad \mu_r = \frac{0{,}4}{632 \cdot 10^{-6}} = 63\,291$$

Transformador

28 **Un transformador tiene en el primario 400 espiras, y en el secundario, 250.**

a) ¿Qué voltaje se obtendrá en la salida si introducimos en el primario un voltaje alterno de 200 V de pico?

b) ¿Y cuando introducimos 100 V de voltaje continuo?

Tenemos los siguientes datos:

$$N_1 = 400 \quad ; \quad N_2 = 250 \quad ; \quad V_{01} = 200 \text{ V}$$

a) Para un transformador se cumple:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Los voltajes V_1 y V_2 son voltajes alternos de la forma:

$$V_1(t) = V_{01} \cdot cos\,(\omega \cdot t) \quad ; \quad V_2(t) = V_{02} \cdot cos\,(\omega \cdot t)$$

Y, por tanto:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{01}}{V_{02}}$$

Así, la ecuación para un transformador la podemos escribir en función de los voltajes de pico:

$$\frac{V_{01}}{V_{20}} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad \frac{200}{V_{02}} = \frac{400}{250} \quad \rightarrow \quad V_{02} = \frac{200 \cdot 250}{400} = 125 \text{ V}$$

b) El transformador no induce ninguna f.e.m. en el secundario si en el primario se pone un voltaje continuo, puesto que su campo magnético no cambiaría con el tiempo y, en consecuencia, no habría flujo magnético variable en el secundario.

29 **Si mediante un transformador queremos transformar una tensión alterna de 220 V efectiva a 125 V efectiva, ¿qué relación deberá haber entre el número de vueltas en el primario con respecto al secundario?**

Los datos son:

$$V_{1_{ef}} = 220 \text{ V} \quad ; \quad V_{2_{ef}} = 125 \text{ V}$$

Recordemos cómo está relacionado el voltaje efectivo con el voltaje de pico:

$$V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad V_0 = \sqrt{2} \cdot V_{ef}$$

Por tanto, al aplicar la ecuación de un transformador, podemos escribirla en función de los voltajes efectivos si lo deseamos:

$$\frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad \frac{V_{1_{ef}}}{V_{2_{ef}}} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad \frac{220}{125} = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad 1{,}76 = \frac{N_1}{N_2} \quad \rightarrow \quad N_1 = 1{,}76 \cdot N_2$$

Por ejemplo, si N_2 fuese 100 espiras, entonces, el primario debería tener N_1 = 176 espiras.