INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

- La finalidad de esta unidad consiste en el estudio de los sistemas de ecuaciones y los métodos de resolución.

En primer lugar leeremos el texto introductorio y observaremos la imagen de presentación. Después lo comentaremos siguiendo este cuestionario:

– *¿Cuál es la diferencia entre una ecuación y un sistema de ecuaciones?*

– *¿En qué situaciones de la vida humana crees que son útiles los sistemas de ecuaciones?*

– *¿Has resuelto alguna situación o problema mediante una ecuación o sistema de ecuaciones?*

- A continuación prestaremos atención al índice de contenidos de esta unidad didáctica y al esquema que los relaciona, y plantearemos estas preguntas:

– *¿Cuándo una ecuación es lineal? Pon un ejemplo.*

– *¿Y una ecuación lineal con dos incógnitas?*

– *¿Cuántas soluciones puede tener un sistema de ecuaciones lineales?*

– *¿Cómo podemos asegurarnos de que la solución obtenida es realmente una solución del sistema?*

Empezamos la unidad

- Con el fin de introducir y repasar ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se proponen una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

– La actividad 1 recuerda el tipo de situaciones que podemos describir matemáticamente a partir de expresiones algebraicas, lo que nos será muy útil después para construir las ecuaciones.

– La actividad 2 repasa la operativa con ecuaciones e introduce el concepto de valor numérico de una ecuación para una valor dado de la incógnita.

– La actividad 3 revisa los métodos de resolución de ecuaciones lineales.

- Para concluir esta introducción a la unidad, pediremos a los alumnos que resuelvan por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*.

De esta manera, facilitamos la interacción del alumnado así como la toma de consciencia de sus fortalezas y carencias en relación al tema que comienza.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 1*. Interpretar un enunciado en el que se incluyen términos técnicos específicos de la materia.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2 y 3.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 2 y 3.* Saber transformar la información sobre álgebra, recopilada en cursos anteriores en conocimiento propio.

■ *Esquema pág. 122*. Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto pág. 122.* Valorar el uso y la aplicación de los sistemas de ecuaciones, como herramienta matemática al servicio de cuestiones cotidianas y en la Ciencia.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Actividades.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen sobre polinomios.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para iniciar la unidad sobre sistemas de ecuaciones y destacar el uso del álgebra, les propondremos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747012

La página web ofrece una breve historia de la aparición del álgebra que permite repasar su evolución en diferentes culturas.

Les propondremos que realicen una lectura con detalle y que respondan a estas preguntas que les planteamos a continuación:

- *¿Qué es lo que más te ha sorprendido de esta parte de la historia matemática? ¿Sabrías decir qué tipo de álgebra desarrollaron los griegos?*
- *En la tumba de Diophante aparece un epigrama algebraico. ¿Sabrías resolverlo?*
- *Ahora deberás proponer tu alguno, sobre tu vida y compartirlo en clase para resolverlos entre todos.*

Estas actividades nos permitirán resaltar los aspectos prácticos y aplicables del álgebra.

Educamos en valores

Educación vial y los medios de transporte

■ El área de matemáticas puede estudiar varios aspectos del transporte, desde el físico, como la velocidad o la dirección, hasta el ecológico, como la contaminación o el ahorro energético.

El mundo del transporte da pie a situaciones que pueden analizarse con el empleo de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, como el tiempo transcurrido, la distancia recorrida o la velocidad alcanzada en un desplazamiento.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de la unidad que contribuyen a conseguir este objetivo:

– Podemos aprovechar la imagen de las págs. 122 y 123 para comentar los diferentes medios de transporte colectivo que conocemos y su impacto ambiental.

– Las actividades 77 y 79 trabajan con velocidades y pueden permitirnos hablar sobre límites de velocidad y educación vial.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 123

Para empezar…

1. Las situaciones dadas se expresan como:

a) $x+10$ b) $2\cdot(x+y)$ c) $(4z)^2$ d) $2a\cdot(5+b^2)$

2. Sustituyendo la incógnita por el valor dado en cada caso, se obtiene:

a) $0^2-2\cdot 0+15=15$

b) $3^2-2\cdot 3+15=18$

c) $5^2-2\cdot 5+15=18$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2}+15=\frac{57}{4}$

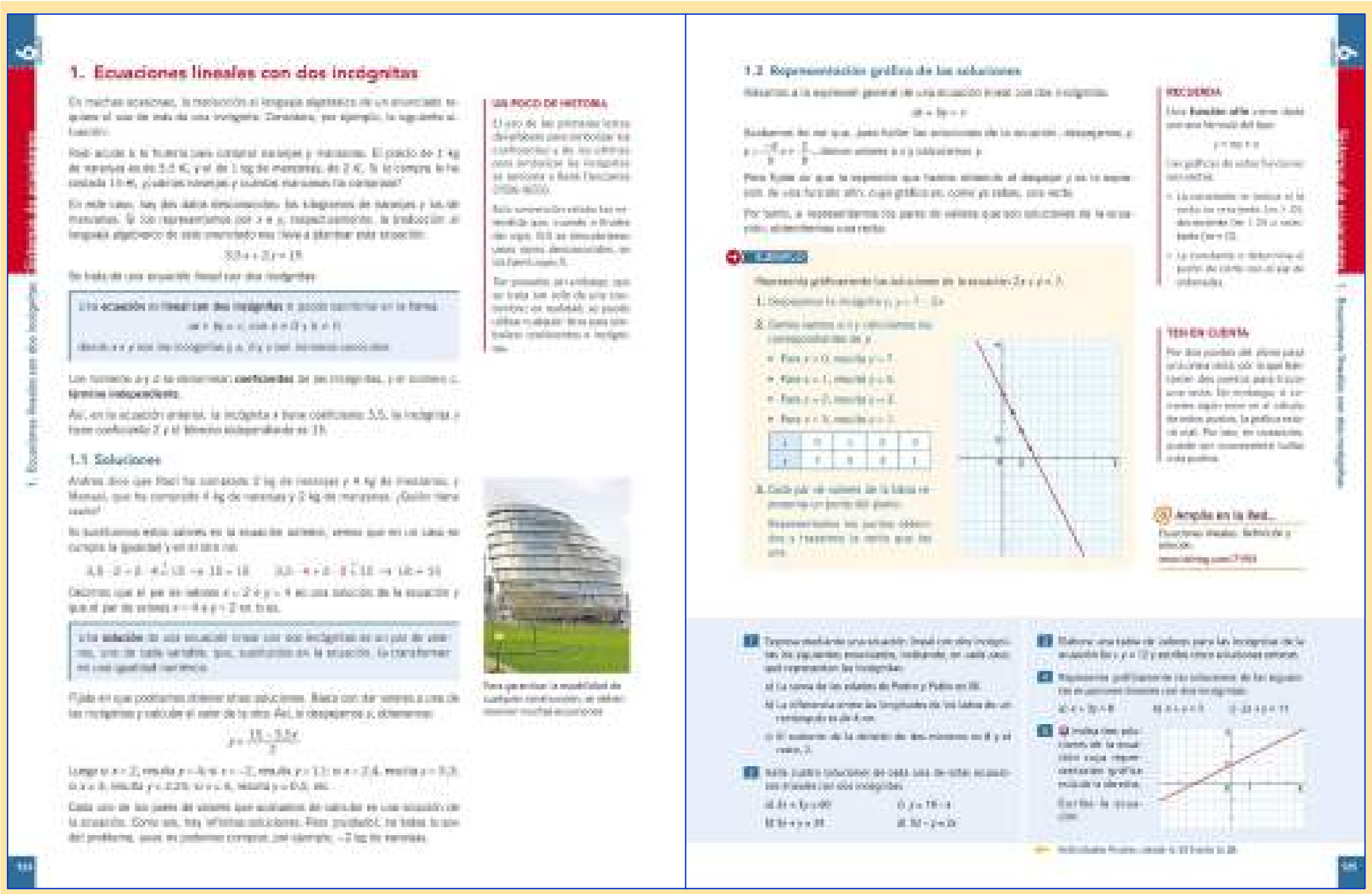
e) $(-1)^2-2\cdot(-1)+15=18$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2-2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+15=\frac{151}{9}$

3. Las soluciones de cada ecuación son:

a) $5x=-5 \Leftrightarrow x=-1$ c) $-2=4x \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

b) $-x=4 \Leftrightarrow x=-4$ d) $3+3x=2x-3 \Leftrightarrow x=-6$


1. Ecuaciones lineales con dos incógnitas
1.2 Representación gráfica de las soluciones

1. ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

■ El objetivo de esta sección es el estudio de las ecuaciones lineales con dos incógnitas y su resolución.

Después de leer la introducción de la sección, preguntaremos al alumnado:

– *¿Qué forma tiene una ecuación lineal con dos incógnitas?*

– *¿Cuáles son los coeficientes y el término independiente?*

– *¿Si el término independiente es cero, sigue siendo una ecuación lineal con dos incógnitas?*

A continuación leeremos el apunte *Un poco de historia,* que nos explica el origen de la convención de las letras a usar para designar los coeficientes e incógnitas de una ecuación.

1.1 Soluciones

■ Los alumnos y alumnas leerán ahora el primer apartado, atendiendo al ejemplo y la ilustración. Luego les formularemos este cuestionario:

– *¿Cuántos valores forman la solución de una ecuación de dos incógnitas?*

– *¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de dos incógnitas?*

– *¿Son todas las soluciones de la ecuación soluciones del problema planteado? Razona tu respuesta.*

1.2 Representación gráfica de las soluciones

■ Proseguiremos con la lectura del siguiente apartado, repasando algunos conceptos importantes en la nota del margen *Recuerda*:

– *¿Qué tipo de gráfica obtenemos si representamos las soluciones de una ecuación lineal de dos incógnitas?*

– *¿Y si el término independiente fuera cero?*

■ Como aplicación de lo anterior observaremos el ejemplo resuelto, y plantearemos estas cuestiones:

– *¿Podríamos haber despejado la incógnita x en lugar de la incógnita y?*

– *¿Puedes identificar las soluciones de la ecuación a partir de la gráfica?*

Después leeremos la nota *Ten en cuenta* del margen, que nos aporta una sugerencia interesante a la hora de resolver ecuaciones por el método gráfico.

■ El alumnado podrá repasar y practicar estos conceptos accediendo al recurso *@Amplía en la Red.*

Por último los alumnos y alumnas resolverán las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 1, 3 y 5.* Leer e interpretar el enunciado procesando los datos de manera ordenada.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1, 3 y 4.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre ecuaciones lineales.
- *Act. 2.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.
- *Act. 5.* Aplicar los nuevos conocimientos adquiridos a situaciones parecidas propuestas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 1, 2, 3 y 4.* Afrontar los ejercicios siendo creativo, flexible en los planteamientos y perseverante al buscar las respuestas.
- *Act. 5.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre ecuaciones lineales.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar el concepto de ecuación lineal, ahora con dos incógnitas, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/747013

– La siguiente página web es un recurso del tipo Descartes. En ella nuestros alumnos podrán seguir una explicación, entretenida y lúdica, sobre la ecuación lineal y sus características, descubriendo de forma interactiva las escenas y los resultados.

Seguidamente, podrán realizar los seis ejercicios interactivos y comprobar por sí mismos el afianzamiento de estos contenidos.

Al final hay varios sistemas de ecuaciones para resolver. Como son actividades autocorrectivas facilitan la autonomía en los aprendizajes.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 125

1. Los enunciados dados quedan como:

a) Si x representa la edad de Pedro e y representa la edad de Pablo: $x + y = 56$.

b) Si x representa los centímetros que mide de largo e y representa los que mide de ancho: $x - y = 4$.

c) Si x representa el dividendo e y representa el divisor: $x = 8y + 2$.

2. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $x = 3; \quad y = 18$

b) $x = 5; \quad y = -1$

c) $x = 10; \quad y = 8$

d) $x = 3; \quad y = 46$

3. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Para x = -1, resulta y = 18.

Para x = 0, resulta y = 12.

Para x = 1, resulta y = 6.

Para x = 2, resulta y = 0.

Para x = 3, resulta y = -6.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	-1	0	1	2	3
y	18	12	6	0	-6

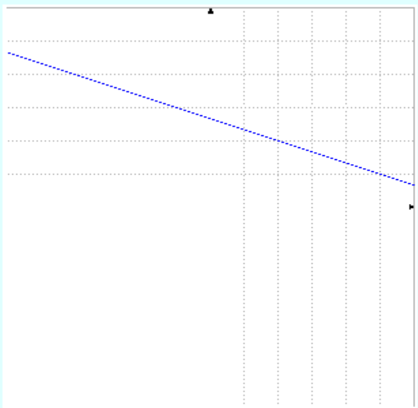
4. Se representa cada uno de los apartados:

a) Despejamos la incógnita y: $y = \dfrac{8-x}{3}$.

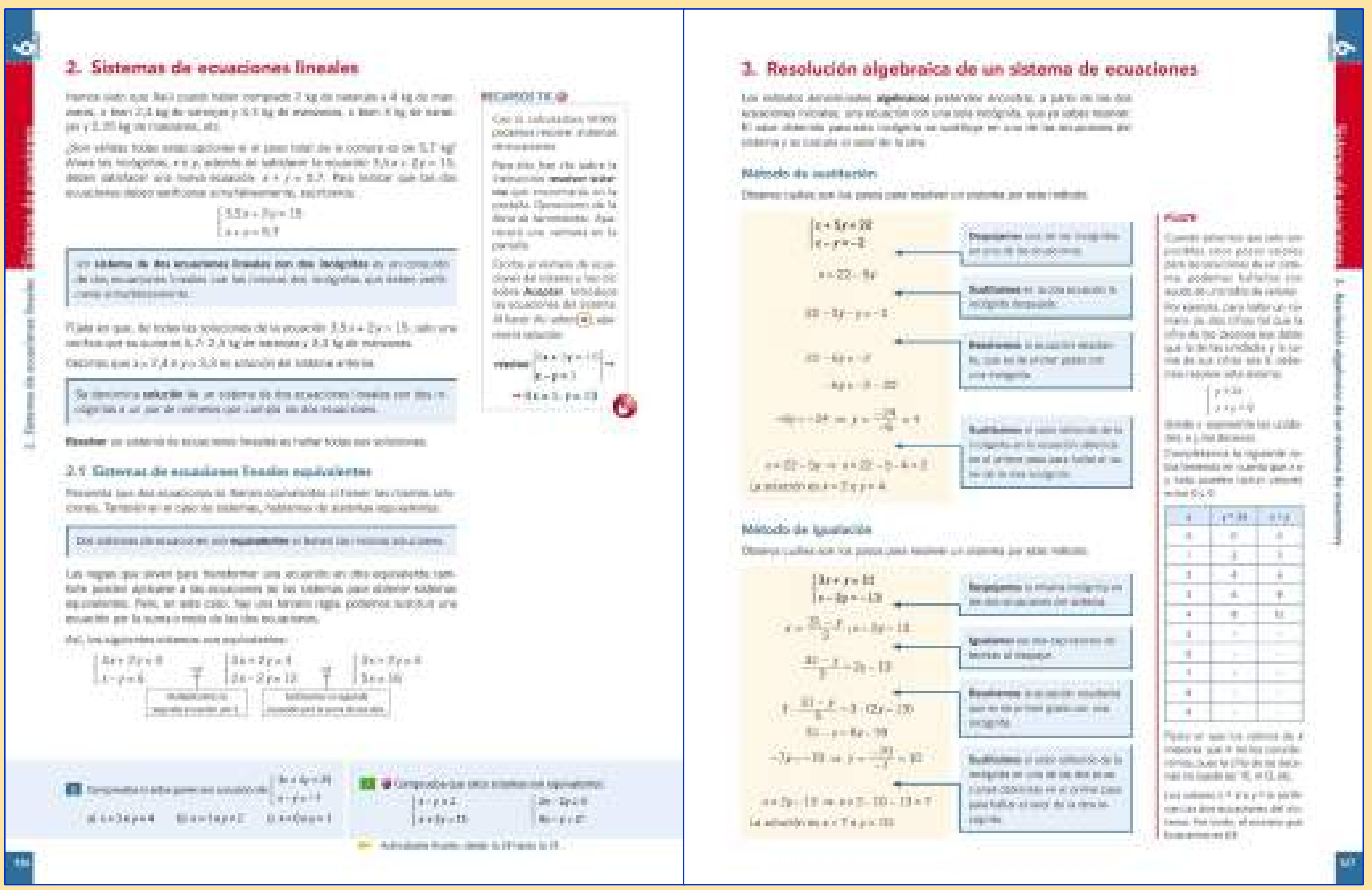
A continuación formamos la tabla de valores:

x	-4	-1	2	5
y	4	3	2	1

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano. Trazando la recta que los unen:



(Continúa en la página 6-40 de la guía)


2. Sistemas de ecuaciones lineales

3. Resolución algebraica de un sistema de ecuaciones

2. SISTEMAS DE EC... / 3. RESOLUCIÓN...

■ El objetivo de estas dos secciones es introducir los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y los procedimientos empleados en su resolución.

Comenzaremos leyendo la primera parte de la sección, donde se describe este tipo de sistemas de ecuaciones y sus soluciones:

- *¿Cuántos valores forman la solución del sistema?*
- *¿Qué representa cada ecuación del sistema?*

2.1 Sistemas de ec. lineales equivalentes

■ A continuación leeremos el siguiente apartado, destacando su importancia a la hora de resolver sistemas, como veremos más adelante:

- *¿Cómo podemos obtener sistemas de ecuaciones equivalentes? ¿Recuerdas las reglas de transformación de ecuaciones en sus equivalentes?*
- *¿Por qué crees que es de gran utilidad transformar sistemas en equivalentes?*

■ Los alumnos y alumnas resolverán ahora las actividades propuestas en el libro.

Después el docente mostrará al alumnado la posibilidad que ofrece la calculadora online *Wiris* de resolver sistemas de ecuaciones, siguiendo el procedimiento que se indica en el margen.

■ Posteriormente leeremos la introducción de la siguiente sección, donde se resume el procedimiento general de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

- *¿En qué se diferenciará cada método de resolución?*

■ A continuación examinaremos con el alumnado el ejemplo, para comprender el método de sustitución:

- *¿En qué se basa este método?*
- *¿Podemos despejar cualquiera de las dos incógnitas?*
- *¿Por qué crees que hemos despejado la x?*
- *¿Cómo podríamos comprobar la solución obtenida?*

■ En el siguiente ejemplo observaremos los pasos a seguir para resolver un sistema por igualación:

- *¿Cuál es el primer paso en la aplicación de este método?*
- *¿Qué tienen en común ambos métodos?*
- *Comprueba que las soluciones satisfacen el sistema.*

Después los alumnos y alumnas observarán en el apunte *Fíjate* del margen, otro método para resolver sistemas:

- *¿En qué consiste este método? ¿Se puede aplicar siempre?*
- *¿Cómo hemos obtenido las dos ecuaciones del sistema en el ejemplo?*

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Recursos TIC, pág 126.* Desarrollar la capacidad de comprender un texto que incluye vocabulario específico para operar y utilizar elementos de la tecnología.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC pág. 126.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con el cual se pueden resolver sistemas de ecuaciones.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 7.* Trabajar la aplicación de los conocimientos sobre ecuaciones equivalentes de manera sistemática.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 6 y 7.* Desarrollar la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre sistemas de ecuaciones, extrayendo conclusiones y siendo perseverante en la resolución.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 nos permitirá afianzar el concepto de solución de un sistema de ecuaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para ampliar la información sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, y practicar los diferentes métodos de resolución, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/747014

Esta página web ofrece diferentes recursos didácticos sobre los sistemas de ecuaciones.

Primeramente explica que es un sistema de ecuaciones y da la información teórica del procedimiento y los pasos muy bien detallados, para resolver un sistema de ecuaciones por los diferentes métodos.

Nuestros alumnos leerán el proceso a seguir, así como los consejos prácticos que se incluyen. A continuación, les pediremos que completen los ejercicios interactivos que se hallan al final de cada apartado.

Son actividades autocorrectivas que los alumnos realizarán para que sean conscientes del proceso y de su aprendizaje.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 126

6. Sustituyendo en el sistema de ecuaciones las incógnitas por los valores dados en cada apartado, se obtiene:

a) $x = 3$ e $y = 4$

Sí es solución, ya que:

$$\begin{cases} 3\cdot 3+4\cdot 4=25 \\ 3-4=-1 \end{cases}$$

b) $x = 1$ e $y = 2$

No es solución, ya que:

$$\begin{cases} 3\cdot 1+4\cdot 2=11\neq 25 \\ 1-2=-1 \end{cases}$$

c) $x = 0$ e $y = 1$

No es solución, ya que:

$$\begin{cases} 3\cdot 0+4\cdot 1=4\neq 25 \\ 0-1=-1 \end{cases}$$

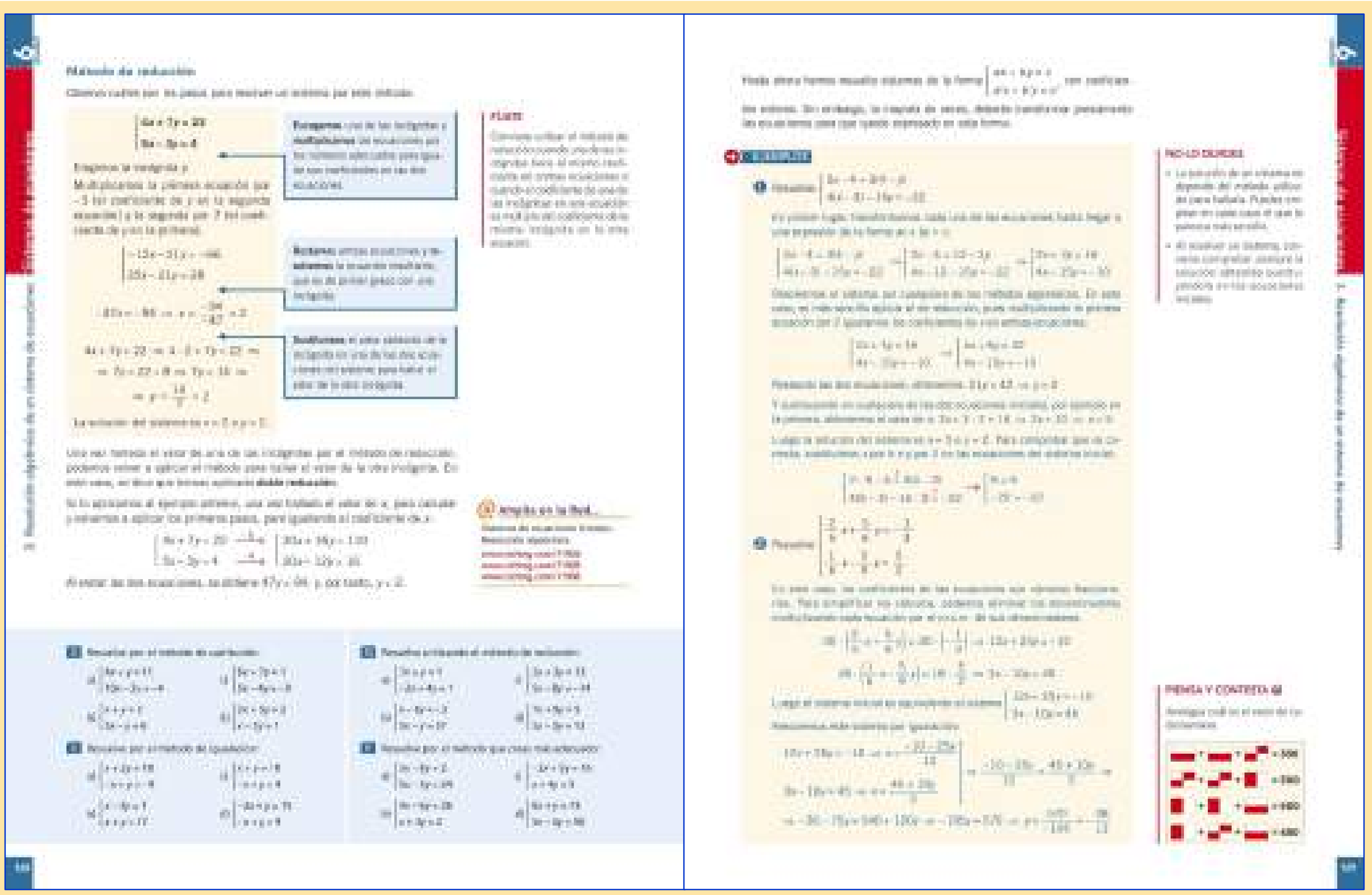
7. En primer lugar, se sustituye la segunda ecuación por la suma de ésta y el triple de la primera:

$$\begin{cases} x-y=2 \\ 4x-y=21 \end{cases}$$

A continuación, se multiplica la primera ecuación por 2, obteniendo así el sistema indicado:

$$\begin{cases} 2x-2y=4 \\ 4x-y=21 \end{cases}$$

Por lo tanto podemos afirmar que los dos sistemas son equivalentes.



3. RESOLUCIÓN ALGEBRAICA... (CONT.)

■ Observaremos ahora una tercera estrategia de resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas.

En primer lugar analizaremos los pasos seguidos en el ejemplo y después prestaremos atención a la nota *Fíjate:*

– *¿Cuál es la primera transformación aplicada en este método?*

– *¿Cómo es el sistema obtenido al aplicar dicha transformación?*

– *¿En qué casos es interesante aplicar este método?*

Continuaremos leyendo este subapartado, donde se expone el método de doble reducción.

■ Con el fin de practicar los procedimientos presentados, el alumnado puede acceder a los recursos web de *@Amplía en la Red*, que incluyen un repaso de la teoría, ejemplos resueltos y una colección de ejercicios.

Después comprobaremos el nivel de asimilación de conceptos por parte de los alumnos y alumnas, resolviendo las actividades propuestas en el libro.

■ A continuación veremos una serie de ejemplos en los que se añade un nivel de complejidad más a los sistemas de ecuaciones.

Leeremos previamente la nota del margen *No lo olvides*, que nos destaca un par de pautas importantes a la hora de resolver sistemas de ecuaciones:

– *¿Se puede aplicar cualquiera de los métodos estudiados para resolver un sistema? ¿Llegaríamos a la misma solución?*

– *¿Cuál debería ser el último paso al resover un sistema?*

■ Ahora leeremos el párrafo introductorio a los ejemplos y examinaremos el primero de ellos:

– *¿Qué transformación hemos aplicado en primer lugar?*

– *¿Por qué es necesario realizar dicha transformación?*

– *¿Por qué hemos aplicado el método de reducción?*

– *¿Cómo podríamos haber eliminado la incógnita y en lugar de x, para obtener una ecuación de primer grado de incógnita x?*

■ A continuación observaremos detenidamente las transformaciones realizadas en el segundo ejemplo:

– *¿En este caso obtenemos alguna ventaja al aplicar el método de igualación frente a los otros dos métodos?*

– *Comprueba que las soluciones cumplen el sistema.*

En este punto indicaremos a los alumnos y alumnas que observen el planteamiento de la derecha, en el epígrafe *Piensa y contesta*, y piensen cómo lo resolverían. Después pondrermos en común los procedimientos seguidos por el alumnado.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 8 a 11.* Trabajar los términos específicos sobre las operaciones con sistemas de ecuaciones.

APRENDER A APRENDER

- *Actividades.* Aplicar reglas operativas de forma repetitiva para mejorar la eficacia de resolución de los sistemas de ecuaciones.
- *Acts. 8, 9, 10 y 11.* Desarrollar o adquirir estrategias de aprendizaje, debido al carácter repetitivo de la actividad.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 8, 9, 10 y 11.* Afrontar una situación problemática aplicando los métodos y conocimientos adquiridos para resolver sistemas de ecuaciones.
- *Piensa y contesta, pág. 129.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ Mediante la realización de las actividades de refuerzo 2 y 3 podremos recordar los dos métodos de resolución estudiados en primer lugar: sustitución e igualación.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de seguir practicando los métodos algebraicos para resolver un sistema de ecuaciones, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/747015

En la página encontraremos una breve descripción y a continuación, propuestas de actividades con soluciones.

Pediremos a nuestros alumnos que para automatizar los diferentes mecanismos, resuelvan los cuatro sistemas de ecuaciones propuestos en el ejercicio.

También, siguiendo las consignas, podrán comprobar la resolución de forma gráfica e interectuar con varias escenas.

Como docentes nos interesará que los alumnos adquieran habilidades y destrezas al resolver y observar la ecuación, de manera que también desarrollen la capacidad de autoavaluarse y ser conscientes de sus propios errores.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 128

8. Siguiendo los pasos del método de sustitución, se resuelven:

a) Despejamos la incógnita "y" de la primera ecuación:

$y = 11 - 4x$

A continuación, se sustituye "y" en la segunda ecuación:

$10x - 2\cdot(11-4x) = -4$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$10x - 22 + 8x = -4 \Leftrightarrow 18x = 18 \Leftrightarrow x = 1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 11 - 4\cdot 1 \Leftrightarrow y = 11 - 4 \Leftrightarrow y = 7$

La solución es x = 1 e y = 7.

b) Despejamos la incógnita "y" de la segunda ecuación:

$y = 5x - 6$

A continuación, se sustituye "y" en la segunda ecuación:

$x + (5x - 6) = 3$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$x + 5x - 6 = 3 \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = 3/2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 5\cdot(3/2) - 6 \Leftrightarrow y = 15/2 - 6 \Leftrightarrow y = 3/2$

La solución es x = 3/2 e y = 3/2.

c) Despejamos la incógnita "x" de la primera ecuación:

$x = \frac{1-7y}{6}$

A continuación, se sustituye "x" en la segunda ecuación:

$5\cdot\left(\frac{1-7y}{6}\right) - 4y = -9$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

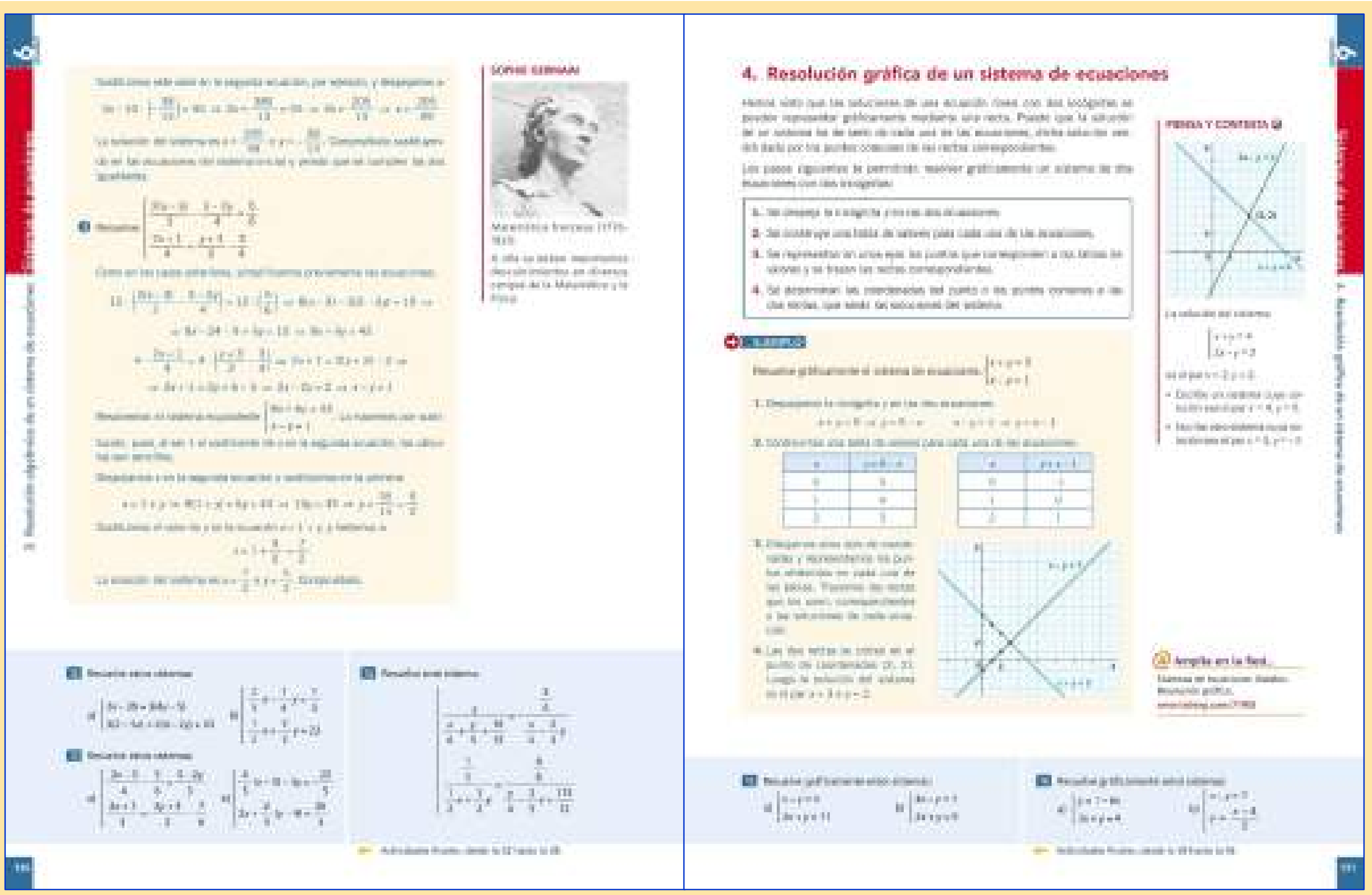
$5 - 35y - 24y = -54 \Leftrightarrow 59 = 59y \Leftrightarrow y = 1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = \frac{1-7\cdot 1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1-7}{6} \Leftrightarrow x = -1$

La solución es x = -1 e y = 1.

(Continúa en la página 6-41 de la guía)


4. Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones

3. RESOLUCIÓN... (CONT.) / 4. RESOLUCIÓN...

■ Seguiremos con el último ejemplo de resolución algebraica de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Observaremos el procedimiento seguido paso a paso y lo comentaremos a través de este cuestionario:

– *¿Por qué hemos multiplicado por 12 la primera ecuación en el primer paso? ¿Y la segunda por 4?*

– *¿Por qué el sistema obtenido es equivalente al primero?*

– *¿Por qué resulta más sencillo aplicar el método de sustitución en este caso?*

Después el alumnado leerá la nota del margen, dedicado a la matemática *Sophie Germain* y, para terminar esta sección, el alumnado resolverá los sistemas propuestos en las actividades del libro.

■ El objetivo de la siguiente sección consiste en presentar un método alternativo de resolución de sistemas lineales con dos incógnitas, basado en la representación gráfica de sus ecuaciones.

En primer lugar leeremos la introducción y el procedimiento para aplicar este método:

– *¿Qué forma tendrá la representación gráfica de cada ecuación?*

– *¿Cuál será la solución del sistema?*

– *¿Puede haber más de una solución?*

■ A continuación observaremos el ejemplo resuelto, comprobando la aplicación de cada uno de los pasos indicados anteriormente. Para valorar su comprensión por parte del alumnado les formularemos estas preguntas:

– *¿Por qué despejamos la variable y?*

– *¿Cómo obtenemos las tablas de valores?*

– *¿Cuántos valores necesitamos para representar cada ecuación?*

– *¿Por qué la solución del sistema es el punto de corte de las dos rectas?*

– *¿Crees que se puede aplicar este método a cualquier sistema lineal de dos incógnitas?*

■ Un buen ejercicio para poner en práctica este método es que se plantea en el apunte del margen *Piensa y contesta.* Propondremos a los alumnos y alumnas su resolución y después lo corregiremos.

A continuación pueden seguir practicando la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones, accediendo al recurso *@Amplía en le Red.*

Por último pediremos al alumnado que conteste a las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Actividades.* Interpretar los enunciados de las actividades propuestas, que contienen términos específicos sobre álgebra.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 12, 13 y 14.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.
- *Acts. 15 y 16.* Reconocer y asimilar los procedimientos de representación gráfica, y ser capaz de reproducirlos y explicarlos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 15 y 16.* Identificar, en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.
- *Piensa y contesta, pág. 131.* Afrontar una situación problemática, aplicando los conocimientos adquiridos sobre resolución de sistemas de ecuaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En la actividad de refuerzo 4 podemos continuar trabajando la resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Naveguemos por Tiching

– Para completar las matemáticas con otros conocimientos, accederemos a este enlace:

http://www.tiching.com/747016

En este caso, es un portal divulgativo de diferentes aspectos y recursos de las matemáticas. El profesor les propondrá una lectura de la biografía de la matemática francesa, Sophie Germain.

A continuación les preguntaremos:

- *Anota tres rasgos de su persona que destacarías como relevantes y que te hayan producido una satisfacción o admiración.*
- *¿Qué fue lo que la conmovió y la motivó a adentrarse en el mundo de las Matemáticas? ¿De qué le servía en aquel momento?*
- *¿Por qué crees que mantuvo su identidad en secreto mientras se carteaba con el matemático K. F. Gauss?*

Conocer personajes ilustres que han ayudado al avance de la humanidad, reconocer sus dificultades y admirar su tenacidad y valentía, fomentan en nuestros alumnos claros ejemplos a tener en cuenta.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 130

12. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado:

a) Simplificamos previamente las ecuaciones:

$2x-39=12y-15 \Rightarrow 2x-12y=24 \Rightarrow$

$\Rightarrow x-6y=12$

$6-15x=8-4y+63 \Rightarrow 15x-4y=-65$

Resolvemos el sistema equivalente:

$$\begin{cases} x-6y=12 \\ 15x-4y=-65 \end{cases}$$

Utilizando el método de REDUCCIÓN DOBLE, escogemos la incógnita “x” para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 15 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 15x-90y=180 \\ 15x-4y=-65 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-86y=245$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y=-245/86$

Para calcular el valor de la otra incógnita, x, volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de y, multiplicando la primera ecuación por 2 y la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases} 2x-12y=24 \\ 45x-12y=-195 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-43x=219$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x=-219/43$

La solución es x = -219/43 e y = -245/86.

b) Simplificamos previamente las ecuaciones:

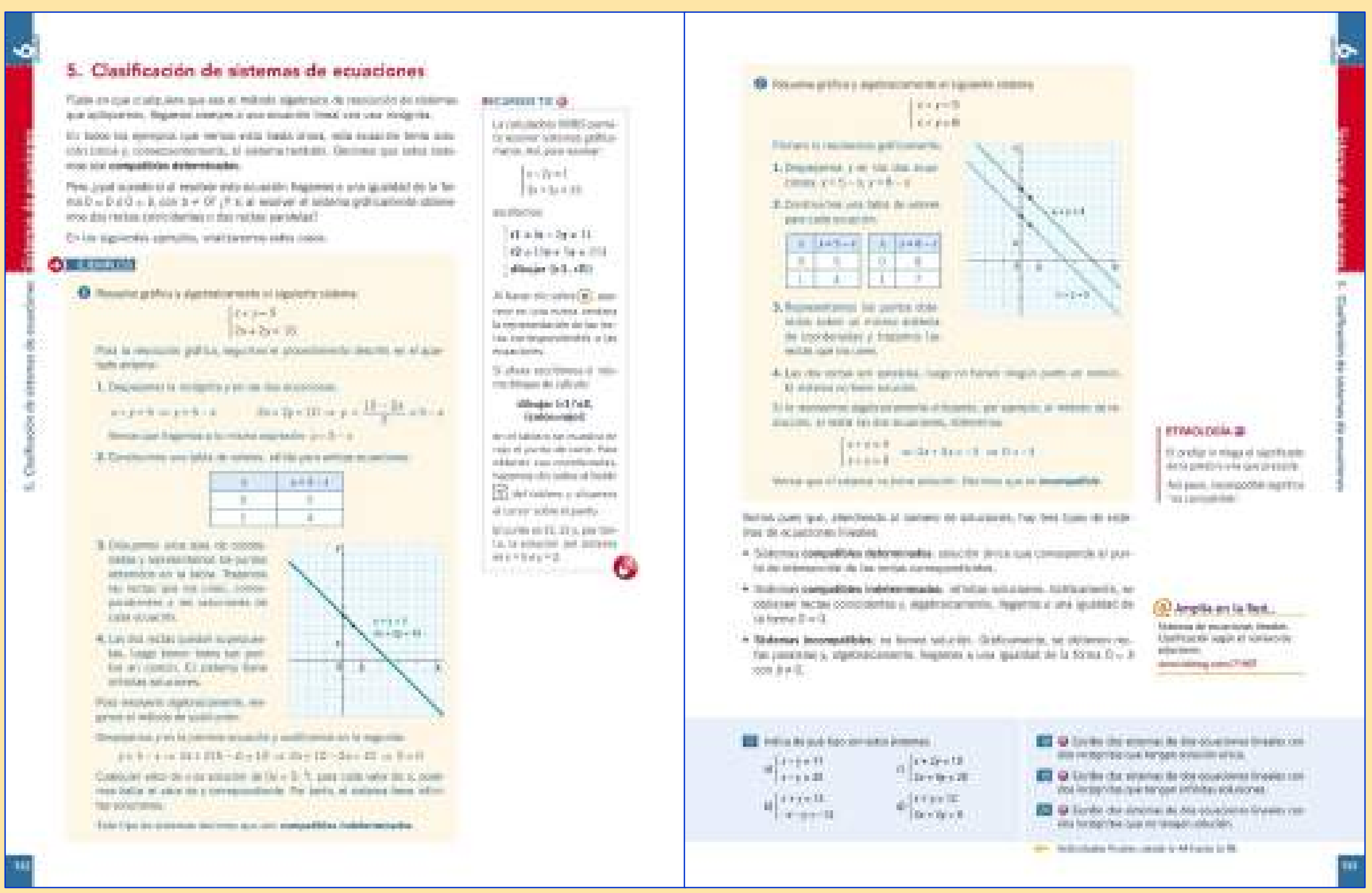
$$12\cdot\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}y\right)=12\cdot\frac{1}{3} \Rightarrow 8x-3y=4$$

$$6\cdot\left(\frac{1}{2}x+\frac{5}{3}y\right)=6\cdot 23 \Rightarrow 3x+10y=138$$

Resolvemos el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 8x-3y=4 \\ 3x+10y=138 \end{cases}$$

(Continúa en la página 6-43 de la guía)


5. Clasificación de sistemas de ecuaciones

5. CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE EC.

■ El objetivo básico de esta sección es el estudio de los distintos tipos de sistemas de ecuaciones atendiendo al número de soluciones que tengan.

En primer lugar los alumnos y alumnas leerán la introducción, donde se presentan los casos particulares que analizaremos detenidamente a continuación:

– *¿Qué significa que un sistema sea compatible determinado?*

■ Después examinaremos el primer ejemplo, en el que se resolverá el primer caso particular que nos podemos encontrar al resolver sistemas de ecuaciones.

Analizaremos los pasos seguidos para la resolución gráfica y algebraica y preguntaremos al alumnado:

– *¿Puede tener más de una solución un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

– *¿Cómo se denominan los sistemas con infinitas soluciones?*

– *¿Cómo será la representación gráfica de su solución? Razona tu respuesta.*

– *¿A qué igualdad llegaremos si lo resolvemos algebráicamente?*

■ Continuaremos observando detenidamente el segundo ejemplo propuesto, y lanzaremos estos retos a los alumnos:

– *¿Qué ocurre cuando al representar gráficamente un sistema de ecuaciones obtenemos dos rectas paralelas? Razona tu respuesta.*

– *¿Cómo denominamos a estos sistemas?*

– *¿Podemos resolverlos por el método algebraico?*

El alumnado prestará atención a la nota *Etimología*, donde se explica por qué estos sistemas se denominan “incompatibles”, a partir del origen de dicho término.

■ A continuación leeremos las conclusiones obtenidas de los ejemplos analizados, donde se describen los tipos de sistemas en base a su número de soluciones:

– *¿Tiene siempre solución un sistema de ecuaciones?*

– *¿Qué obtenemos en la resolución gráfica de un sistema compatible indeterminado?*

– *¿A qué igualdad llegamos al resolver algebraicamente un sistema incompatible?*

– *¿Cómo se llaman los sistemas con solución única?*

■ El alumnado puede acceder ahora al recurso *@Amplía en la Red,* para completar estos conceptos.

En este punto pediremos a los alumnos y alumnas que resuelvan las actividades propuestas en el libro.

Por último el docente indicará a los alumnos cómo se pueden resolver sistemas mediante la calculadora *Wiris.*

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Etimología, pág. 133.* Usar el vocabulario adecuado y aprender sobre el origen etimológico de palabras clave del tema.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC, pág. 132.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se puede resolver sistemas gráficamente.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 17.* Aplicar el proceso aprendido de forma repetitiva para mejorar la eficacia en su resolución.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 18, 19 y 20.* Reflexionar antes de resolver las actividades y tomar decisiones de forma razonada, aplicando los conocimientos y las estrategias aprendidas de manera sistemática.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 servirá para poner en práctica los métodos de resolución aprendidos en el contexto de un problema.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para trabajar en clase la clasificación de los sistemas de ecuaciones, podemos acceder al siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747017

Este recurso propone diferentes ejercicios interactivos. Antes de iniciar los ejercicios, les preguntaremos, sin que consulten al libro:

- *¿Podrías recordar cómo es la ecuación a la que llegamos al resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

Al finalizar, les pediremos que comprueben los resultados. Si el resultado es erróneo, facilita el desarrollo del ejercicio, con lo que el alumno puede comprobar por sí mismo dónde ha fallado. Pueden imprimir los ejercicios con el desarrollo completo.

Es un recurso que promueve la autonomía en los aprendizajes, ya que ellos pueden repasar la teoría, volver a repetir el ejercicio o repasar alguna parte del procedimiento cuando tengan dudas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 133

17. Clasificamos los sistemas resolviéndolos:

a) MÉTODO DE IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita “x” de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 11 + y \\ x = 20 + y \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$11 + y = 20 + y$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$0y = 9 \Leftrightarrow 0 = 9$$

Vemos que el sistema no tiene solución. Por lo tanto el sistema es **INCOMPATIBLE**.

b) MÉTODO DE REDUCCIÓN: Ya tienen el mismo coeficiente, pero de signo opuesto, por lo que sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$0x + 0y = 0$$

De donde:

$$0 = 0$$

Se obtiene que para cualquier valor de x o de y se cumple la ecuación. Por lo tanto, el sistema es **COMPATIBLE INDETERMINADO**.

c) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la primera ecuación:

$$x = 10 - 2y$$

A continuación, se sustituye “x” en la segunda ecuación:

$$2 \cdot (10 - 2y) + 4y = 20$$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$$20 - 4y + 4y = 20 \Leftrightarrow 0y = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

Se obtiene que para cualquier valor de y se cumple la ecuación. Por lo tanto, el sistema es **COMPATIBLE INDETERMINADO**.

d) MÉTODO DE REDUCCIÓN: Escogemos la incógnita “x” para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 3 y la segunda ecuación se mantiene igual:

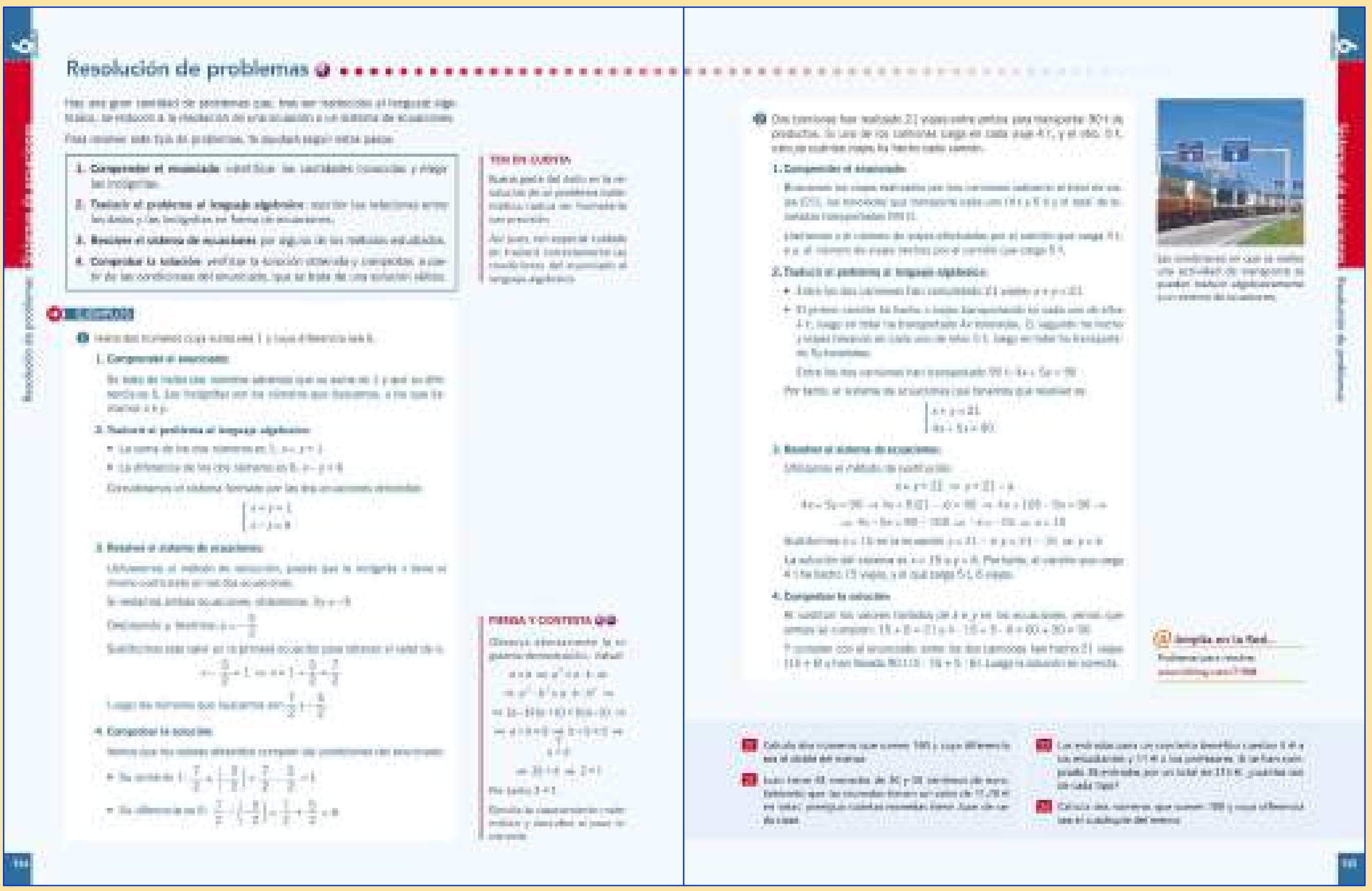
$$\begin{cases} 3x + 3y = 36 \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo:

$$0x + 0y = 36$$

Vemos que el sistema es **INCOMPATIBLE**.

(Continúa en la página 6-45 de la guía)



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

■ El objetivo de esta sección es comprobar la utilidad de los sistemas de ecuaciones a la hora de resolver diversos tipos de problemas.

Para empezar leeremos la introducción y el procedimiento a seguir para resolver problemas mediante sistemas.

El docente hará hincapié en la trascendencia del segundo paso, tal como indica la nota al margen *Ten en cuenta.*

■ A continuación analizaremos el primer ejemplo, identificando los pasos indicados anteriormente y destacando la importancia de comprobar siempre las soluciones:

– *¿Cómo hemos obtenido las dos ecuaciones del sistema?*
– *¿Podríamos haber traducido la segunda condición como $y - x = 0$? ¿Habríamos llegado al mismo resultado?*
– *¿Qué tipo de sistema de ecuaciones hemos obtenido?*
– *¿Hubieras elegido el mismo método para resolver el sistema de ecuaciones? Razona tu respuesta.*

■ Después observaremos el segundo ejemplo y formularemos las siguientes preguntas al alumnado:

– *¿Cómo identificamos las incógnitas?*
– *¿En qué parte del enunciado se establecen las condiciones para construir cada ecuación?*
– *¿Crees que el método elegido para resolver el sistema es el más adecuado a la vista de las ecuaciones?*
– *¿Qué otro método de resolución podríamos haber aplicado?*
– *¿Cuál es el último paso a la hora de resolver este tipo de problemas?*
– *¿Cómo comprobamos que las soluciones verifican el problema propuesto?*

Los alumnos leerán ahora la nota del margen, en la que se destaca la utilidad de los sistemas de ecuaciones a la hora de resolver problemas de la vida cotidiana.

■ Una vez comprendida la lógica de resolución de este tipo de problemas, el docente propondrá un reto a los alumnos y alumnas. Para ello leeremos el epígrafe *Piensa y contesta,* en el margen derecho de la página 134, y pediremos al alumnado que lo resuelva por parejas.

A continuación, los alumnos y alumnas practicarán la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones, accediendo al recurso *@Amplía en la Red.*

Por último pueden resolver los ejercicios propuestos, en los que pondrán a prueba su destreza aplicando el procedimiento descrito en los ejemplos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 21 a 24.* Leer e interpretar los enunciados procesando los datos de manera ordenada.

APRENDER A APRENDER

- *Piensa y contesta, pág. 134.* Analizar situaciones problemáticas, identificar los procesos y aprender de los errores observados.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 22 y 23.* Afrontar la situación problemática propuesta, aplicando los conocimientos adquiridos.
- *Resolución de problemas, pág. 134*. Observar el planteamiento y la resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.
- *Piensa y contesta, pág. 134.* Afrontar una situación problemática, aplicando los conocimientos adquiridos y extrayendo conclusiones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En las actividades de ampliación encontraremos diferentes situaciones problemáticas en las que hacer uso del lenguaje algebráico y la resolución de sistemas.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos ampliar la información sobre la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones entrando en este enlace:

http://www.tiching.com/747018

Esta dirección nos dará acceso a una página interactiva dónde nuestros alumnos podrán repasar la metodología a seguir. Les pediremos que observen el ejemplo y que lo comparen con el libro.

Para que el aprendizaje pueda resultar al mismo tiempo un proceso lúdico y formativo, propondremos a nuestros alumnos que realicen un trabajo en equipo, completando las actividades que hay al final de la página y que son una propuesta de investigación en grupo.

La evaluación será grupal e individual, para ello les indicaremos nuestras pautas de observación:

- *Cooperación en el trabajo grupal.*
- *Implicación en el desarrollo de la actividad.*
- *Respeto por las aportaciones de otros.*
- *Mantener clima de trabajo en el aula y cumplir con los tiempos asignados.*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 134

Para empezar…

El paso incorrecto es el siguiente:

$$(a-b)(a+b)=b(a-b)\Rightarrow a+b=b$$

Ya que, como a = b, entonces a – b = 0, por lo que no se puede dividir entre a – b.

Página 135

21. Tomamos como incógnitas x: el número mayor, y: el número menor. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=160 \\ x-y=2y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=160 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de REDUCCIÓN: Como la incógnita x ya tiene el mismo coeficiente en ambas ecuaciones, restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$4y=160$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$y=40$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x+40=160 \Leftrightarrow x=120$$

La solución del sistema es x = 120 e y = 40. Por tanto, los números buscados son 120 y 40.

22. Tomamos como incógnitas x: el número de monedas de 20 céntimos, y: el número de monedas de 50 céntimos. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=48 \\ 0,20x+0,50y=11,70 \end{cases}$$

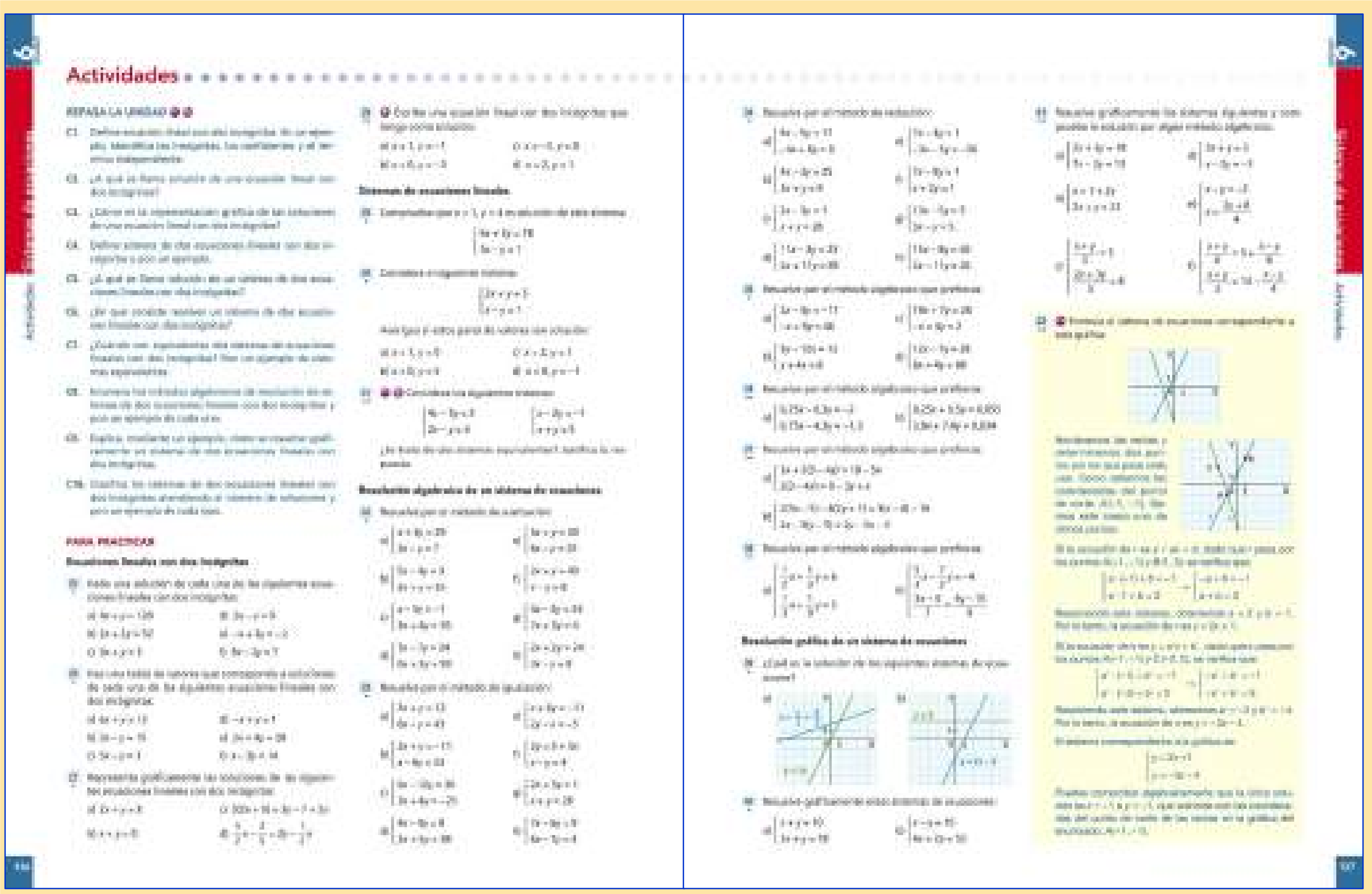
A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la primera ecuación, obteniendo:

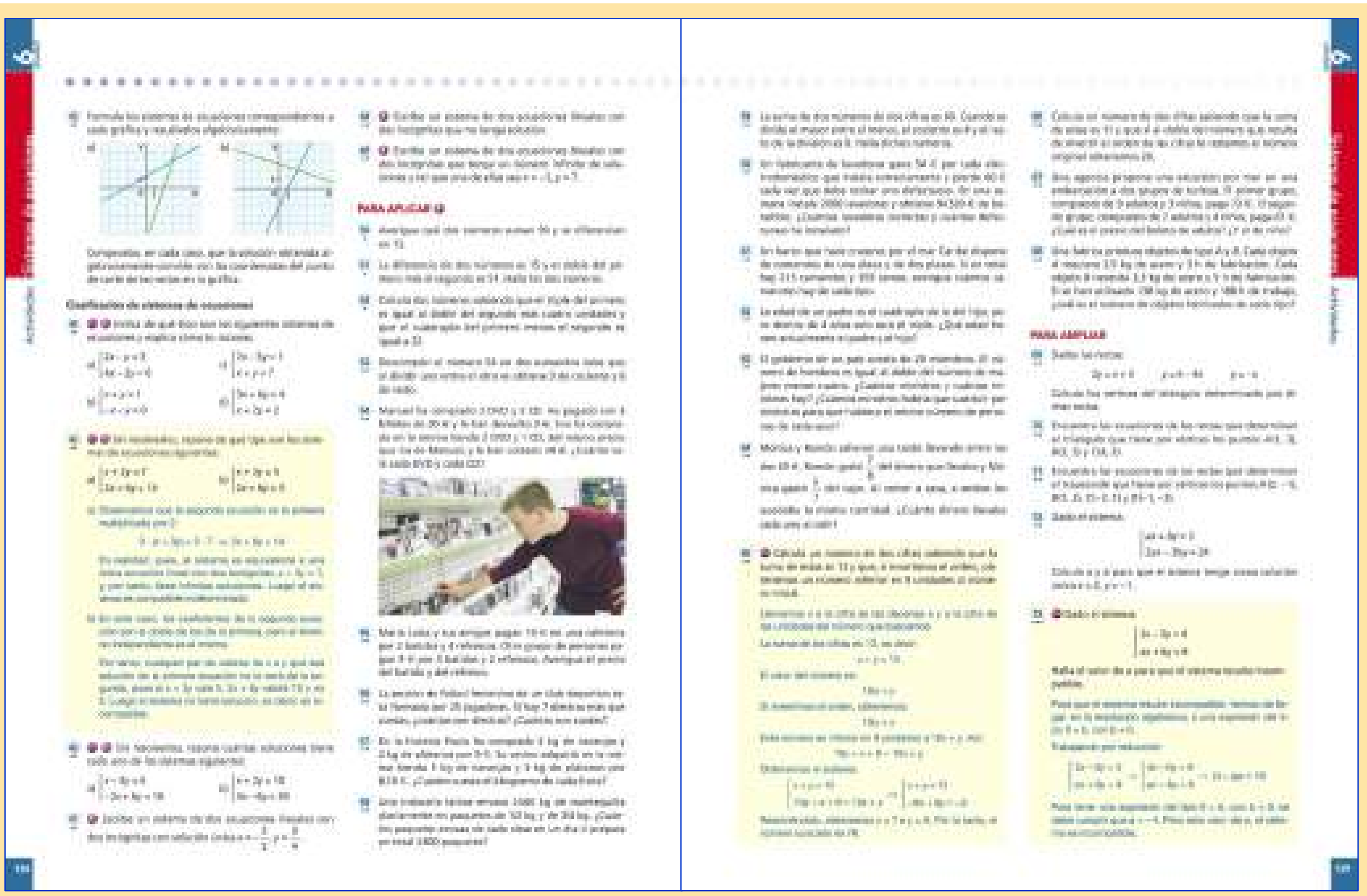
$$x=48-y$$

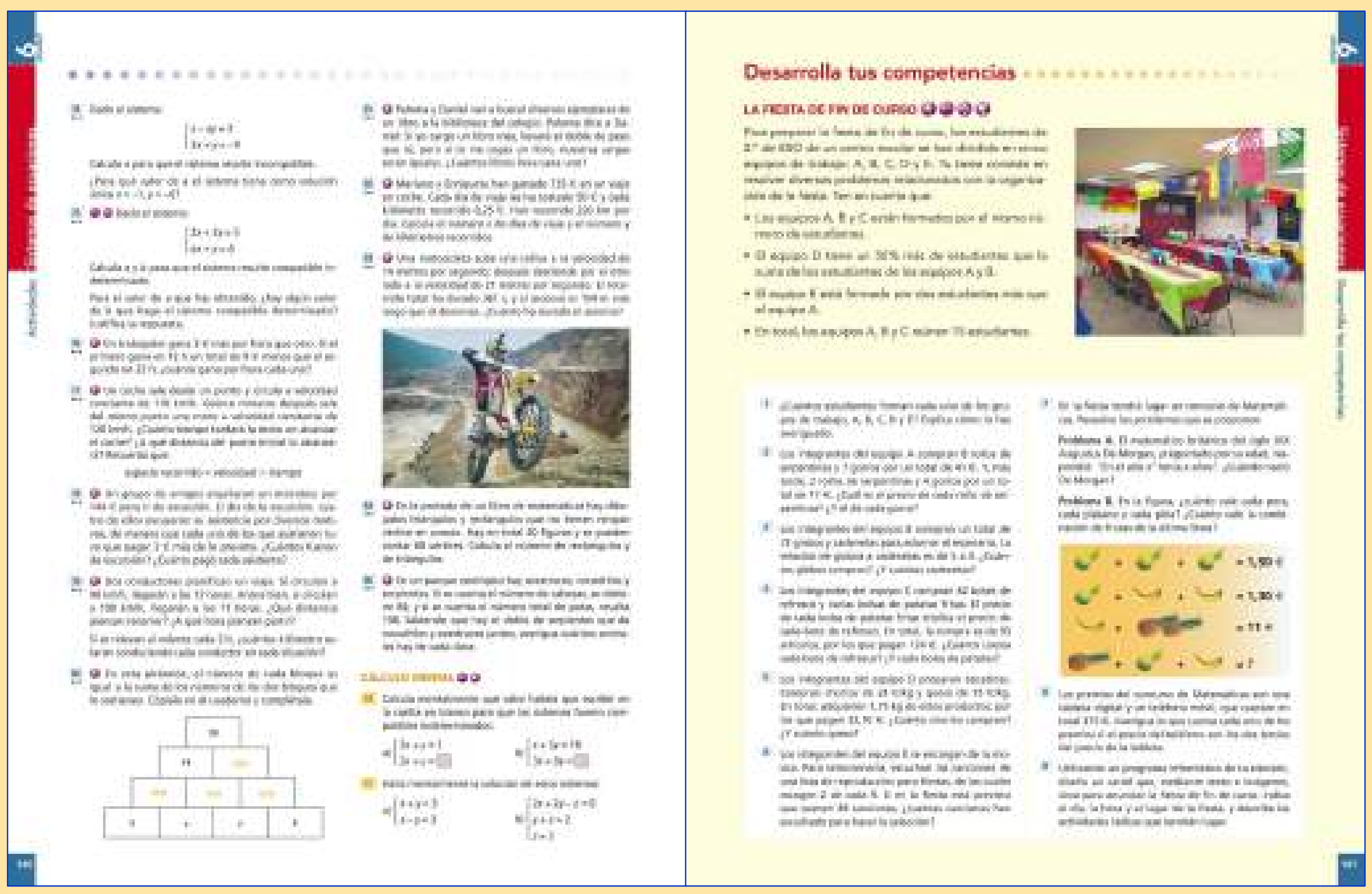
Se sustituye ahora “x” en la segunda ecuación:

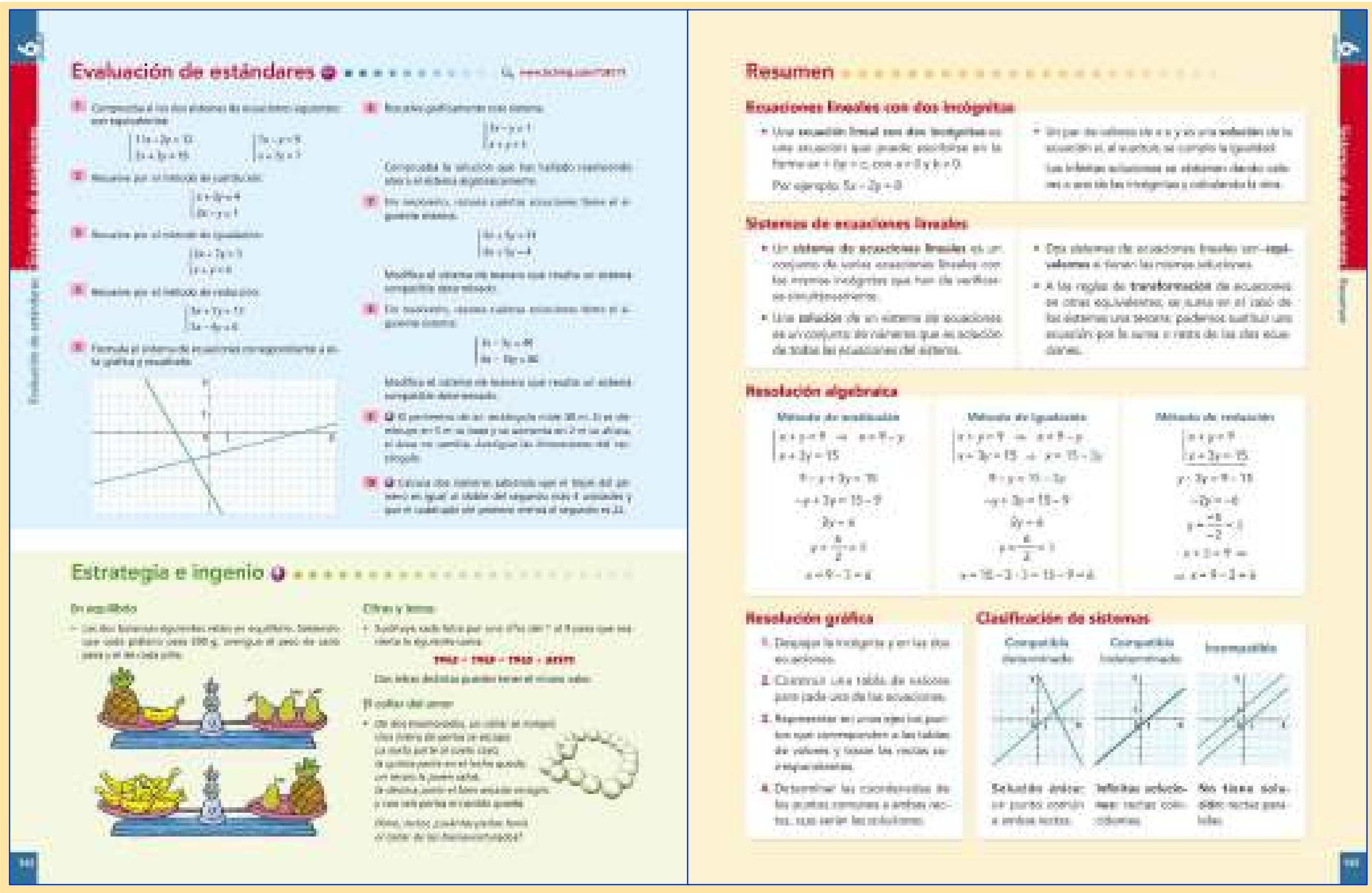
$$0,20\cdot(48-y)+0,50y=11,70$$

(Continúa en la página 6-45 de la guía)


Actividades




Desarrolla tus competencias
LA FIESTA DE FIN DE CURSO


Evaluación de estándares
Estrategia e ingenio
Resumen
Ecuaciones lineales con dos incógnitas
Sistemas de ecuaciones lineales
Resolución algebraica
Resolución gráfica
Clasificación de sistemas

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Repasa la unidad, pág. 136*. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.

■ *Acts. 31, 44, 45, 46 y 75. Desarrolla tus competencias, pág. 141*. Leer y comprender el estímulo y los enunciados y expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada a la actividad.

APRENDER A APRENDER

■ *Repasa la unidad, pág. 136.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.

■ *Acts. 31, 44, 46 y 75.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

■ *Acts. 42, 45, 65 y 73.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.

■ *Cálculo mental, pág. 140.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 141.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles.

■ *Evaluación de estándares, pág. 142*. Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Para aplicar, pág. 138.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos adquiridos.

■ *Cálculo mental, pág. 140.* Elegir entre diferentes alternativas y ser capaz de planificar mentalmente la resolución.

■ *Acts. 28, 47, 48 y 49.* Afrontar una situación problemática, aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio al resolverla.

■ *Acts. 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84 y 85.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, evaluando las acciones realizadas.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 141. Evaluación de estándares, pág. 142, acts. 9 y 10.* Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 141.* Estimular la competencia para organizar actividades grupales y llevarlas a término.

ACTIVIDADES FINALES

■ En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista tanto teórico como práctico.

■ La sección *Desarrolla…* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.

■ Con la sección de *Evaluación…* se pretende que los alumnos valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.

■ La sección *Estrategia…* propone una serie de acertijos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.

■ La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 136

C1. Una ecuación es lineal con dos incógnitas se puede escribirse en la forma:

$$ax + by = c \text{, con } a \neq 0 \text{ y } b \neq 0$$

donde x e y son las incógnitas y a, b y c son números conocidos. A modo de ejemplo, en la expresión

$$7x - 2y = 3$$

las incógnitas son x e y, los coeficientes son 7 y -2 y, el término independiente, es 3.

C2. Una solución de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par de valores, uno de cada variable, que, sistituidos en la ecuación, la transforman en una igualdad numérica.

C3. Al despejar la incógnita "y" de una ecuación lineal con dos incógnitas, se obtiene la expresión de una función afín, cuya gráfica es una recta. Por tanto, si se representan los pares de valores que son solución de la ecuación, se obtiene una recta.

C4. Un sistema de dos ecuaciones lintales con dos incógnitas es un conjunto de dos ecuaciones lineales con las mismas dos incógnitas que deben verificarse simultáneamente. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 11y = 214 \end{cases}$$

C5. Se denomina solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas a un par de números que cumpla las dos ecuaciones.

C6. Resolver un sistema de ecuaciones lineales es hallar todas sus soluciones.

C7. Dos sistemas de ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 6 \end{cases} \text{ y } \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x = 16 \end{cases}$$

C8. Los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas son:

– **Método de Sustitución**. A modo de ejemplo, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ 2x + 5y = 117 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la primera ecuación, obteniendo:

$$x = 48 - y$$

Se sustituye ahora “x” en la segunda ecuación:

$$2 \cdot (48 - y) + 5y = 117$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$96 - 2y + 5y = 117 \Rightarrow 3y = 21 \Rightarrow y = 7$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 48 - 7 \Leftrightarrow x = 41$$

La solución del sistema es x = 41 e y = 7.

– **Método de Igualación**. A modo de ejemplo, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 11y = 214 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita “x” de las dos ecuaciones, obteniendo:

$$\begin{cases} x = 36 - y \\ x = \dfrac{214 - 11y}{4} \end{cases}$$

Igualando las dos ecuaciones obtenidas:

$$36 - y = \frac{214 - 11y}{4}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$144 - 4y = 214 - 11y \Rightarrow 7y = 70 \Rightarrow y = 10$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 36 - 10 \Leftrightarrow x = 26$$

La solución del sistema es x = 26 e y = 10.

– **Método de Reducción**. A modo de ejemplo, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x - y = 4y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x - 5y = 0 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de REDUCCIÓN: Como la incógnita x ya tiene el mismo coeficiente en ambas ecuaciones, restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$6y = 180$$

Resolvemos ahora la ecuación: $y = 30$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x + 30 = 180 \Leftrightarrow x = 150$$

La solución del sistema es x = 150 e y = 30. Por tanto, los números buscados son 150 y 30.

C9. Ejercicio libre. A modo de ejemplo, resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

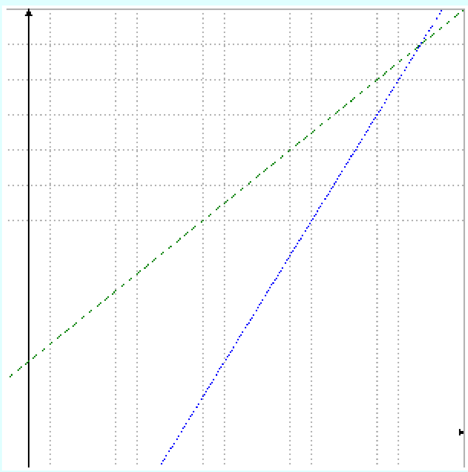
$$y = x - 7 \qquad y = \frac{x + 4}{2}$$

Construimos una tabla de valores para cada ecuación:

x	$y = x - 7$
0	-7
1	-6
2	-5

x	$y = \dfrac{x+4}{2}$
-2	2
0	1
2	3

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (18, 11). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 18 e y = 11.

C10. Los sistemas, según el número de soluciones, se clasifican en:

– Sistemas compatibles determinados: solución única que corresponde al punto de intersección de las rectas correspondientes. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

– Sistemas compatibles indeterminados: infinitas soluciones. Gráficamente, se obtienen rectas coincidentes y, algebraicamente, llegamos a una igualdad de la forma 0 = 0. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

– Sistemas incompatibles: no tienen solución. Gráficamente, se obtienen rectas paralelas y, algebraicamente, llegamos a una igualdad de la forma 0 = b, con $b \neq 0$. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

25. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $x = 10; \quad y = 80$

b) $x = 8; \quad y = 8$

c) $x = 1; \quad y = 2$

d) $x = 7; \quad y = 5$

e) $x = 5; \quad y = 1$

f) $x = 3; \quad y = 1$

26. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $y = 12 - 6x$

Para x = 0, resulta y = 12.

Para x = 1, resulta y = 6.

Para x = 2, resulta y = 0.

Para x = 3, resulta y = -6.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	0	1	2	3
y	12	6	0	-6

b) $y = 3x - 15$

Para x = 0, resulta y = -15.

Para x = 1, resulta y = -12.

Para x = 2, resulta y = -9.

Para x = 3, resulta y = -6.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	0	1	2	3
y	-15	12	-9	-6

c) $y = 5x - 3$

Para x = 0, resulta y = -3.

Para x = 1, resulta y = 2.

Para x = 2, resulta y = 7.

Para x = 3, resulta y = 12.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	0	1	2	3
y	-3	2	7	12

d) $y = x + 1$

Para x = 0, resulta y = 1.

Para x = 1, resulta y = 2.

Para x = 2, resulta y = 3.

Para x = 3, resulta y = 4.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	0	1	2	3
y	1	2	3	4

e) $y = 7 - x/2$

Para x = 0, resulta y = 7.

Para x = 2, resulta y = 6.

Para x = 4, resulta y = 5.

Para x = 6, resulta y = 4.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	0	2	4	6
y	7	6	5	4

f) $y = \dfrac{x - 14}{3}$

Para x = 2, resulta y = -4.

Para x = 5, resulta y = -3.

Para x = 8, resulta y = -2.

Para x = 11, resulta y = -1.

Por lo tanto, la tabla de valores sería:

x	2	5	8	11
y	-4	-3	-2	-1

27. A continuación se representan las soluciones de cada ecuación:

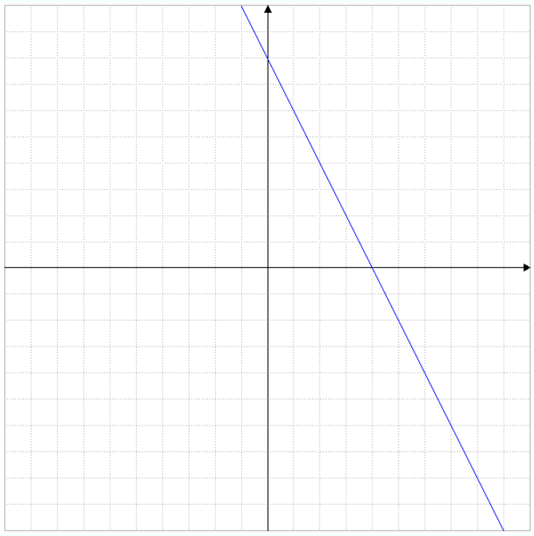
a) Despejamos la incógnita *y*:

$y = 8 - 2x$.

A continuación formamos la tabla de valores, dando valores a *x* y calculando los correspondientes de *y*:

x	0	1	2
y	8	6	4

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano, por lo que, representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:



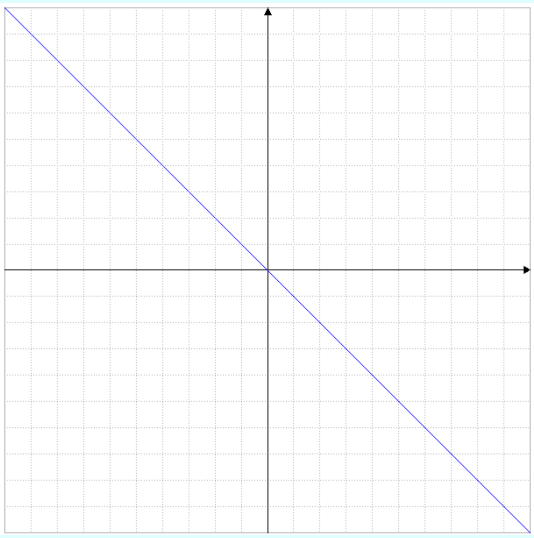
b) Despejamos la incógnita *y*:

$y = -x$

A continuación formamos la tabla de valores, dando valores a *x* y calculando los correspondientes de *y*:

x	0	1	2
y	0	-1	-2

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano, por lo que, representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:



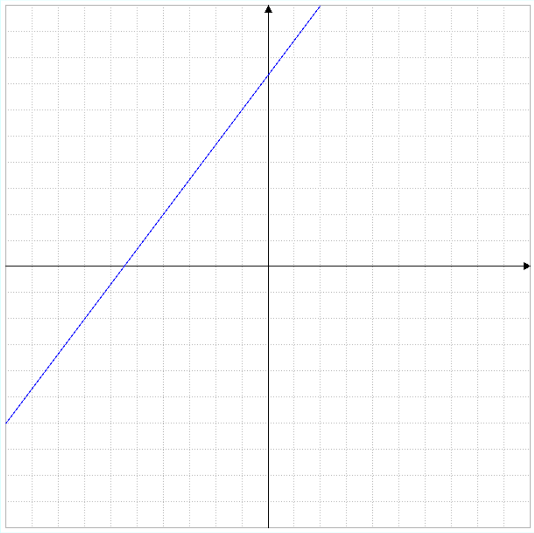
c) Despejamos la incógnita y:

$$y = \frac{4x + 22}{3}$$

A continuación formamos la tabla de valores, dando valores a *x* y calculando los correspondientes de *y*:

x	-4	-1	2
y	2	6	10

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano, por lo que, representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:



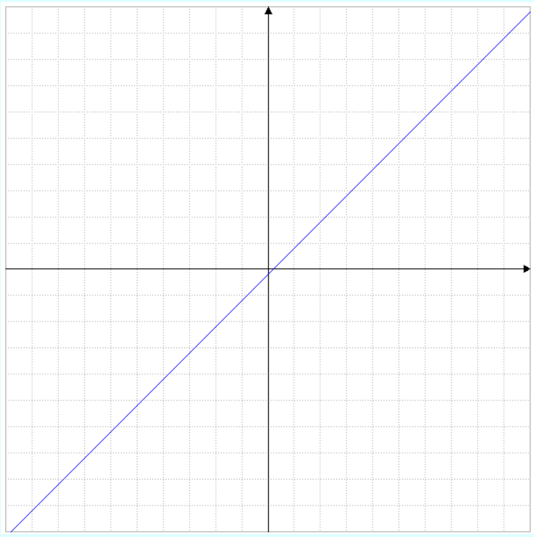
d) Despejamos la incógnita *y*:

$$y = \frac{5x - 1}{5}$$

A continuación formamos la tabla de valores, dando valores a *x* y calculando los correspondientes de *y*:

x	0	1	2
y	-1/5	4/5	9/5

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano, por lo que, representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:



28. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) $2x + 3y = -1$

b) $-5x + 7y = -21$

c) $\frac{x}{3} - \frac{2}{5}y = -1$

d) $3x - 4y = 2$

29. Sustituyendo en el sistema de ecuaciones las incógnitas por los valores dados se obtiene que sí es solución, ya que:

$$\begin{cases} 6\cdot 1+3\cdot 4=18 \\ 5\cdot 1-4=1 \end{cases}$$

30. Sustituyendo en el sistema de ecuaciones las incógnitas por los valores dados en cada apartado, se obtiene:

a) No es solución, ya que:

$$\begin{cases} 2\cdot 1+0=2\neq 5 \\ 1-0=1 \end{cases}$$

b) No es solución, ya que:

$$\begin{cases} 2\cdot 0+5=5 \\ 0-5=-5\neq 1 \end{cases}$$

c) Sí es solución, ya que:

$$\begin{cases} 2\cdot 2+1=5 \\ 2-1=1 \end{cases}$$

d) No es solución, ya que:

$$\begin{cases} 2\cdot 0-1=-1\neq 5 \\ 0-(-1)=1 \end{cases}$$

31. En primer lugar, se sustituye la primera ecuación por la resta de ésta menos la segunda:

$$\begin{cases} 2x-4y=-2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

A continuación, se divide la primera ecuación entre 2:

$$\begin{cases} x-2y=-1 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

Por último, se sustituye la segunda ecuación por la resta de ésta menos la primera:

$$\begin{cases} x-2y=-1 \\ x+y=5 \end{cases}$$

Se llega al sistema indicado, por lo que, se puede afirmar que sí son equivalentes.

32. Siguiendo los pasos del método de sustitución, se resuelven:

a) Despejamos la incógnita "x" de la primera ecuación:

$x=29-3y$

A continuación, se sustituye "x" en la segunda ecuación:

$3\cdot(29-3y)-y=7$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$87-9y-y=7 \Leftrightarrow 80=10y \Leftrightarrow y=8$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x=29-3\cdot 8 \Leftrightarrow x=5$

La solución es x = 5 e y = 8.

b) Despejamos la incógnita "y" de la segunda ecuación:

$y=35-2x$

A continuación, se sustituye "y" en la primera ecuación:

$5x-4\cdot(35-2x)=3$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$5x-140+8x=3 \Leftrightarrow 13x=143 \Leftrightarrow x=11$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=35-2\cdot 11 \Leftrightarrow y=13$

La solución es x = 11 e y = 13.

c) Despejamos la incógnita "x" de la primera ecuación:

$x=-1+5y$

A continuación, se sustituye "x" en la primera ecuación:

$3\cdot(-1+5y)+4y=35$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$-3+15y+4y=35 \Leftrightarrow 19y=38 \Leftrightarrow y=2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x=-1+5\cdot 2 \Leftrightarrow x=9$

La solución es x = 9 e y = 2.

d) Despejamos la incógnita "y" de la segunda ecuación y simplificamos la expresión obtenida:

$y=33-2x$

A continuación, se sustituye "y" en la primera ecuación:

$3x-7\cdot(33-2x)=24$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$3x-231+14x=24 \Leftrightarrow 17x=255 \Leftrightarrow x=15$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=33-2\cdot 15 \Leftrightarrow y=3$

La solución es x = 15 e y = 3.

e) Despejamos la incógnita "y" de la primera ecuación:

$y=30-5x$

A continuación, se sustituye "y" en la segunda ecuación:

$6x-(30-5x)=25$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$6x-30+5x=25 \Leftrightarrow 11x=55 \Leftrightarrow x=5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=30-5\cdot 5 \Leftrightarrow y=5$

La solución es x = 5 e y = 5.

f) Despejamos la incógnita "y" de la segunda ecuación:

$y = x - 8$

A continuación, se sustituye "y" en la primera ecuación:

$2x + (x - 8) = 40$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$2x + x - 8 = 40 \Leftrightarrow 3x = 48 \Leftrightarrow x = 16$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 16 - 8 \Leftrightarrow y = 8$

La solución es x = 16 e y = 8.

g) Despejamos la incógnita "y" de la primera ecuación y simplificamos la expresión obtenida:

$y = 2x - 12$

A continuación, se sustituye "y" en la segunda ecuación:

$7x + 3 \cdot (2x - 12) = 4$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$7x + 6x - 36 = 4 \Leftrightarrow 13x = 40 \Leftrightarrow x = 40/13$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 2 \cdot (40/13) - 12 \Leftrightarrow y = -76/13$

La solución es x = 40/13 e y = -76/13.

h) Despejamos la incógnita "y" de la segunda ecuación:

$y = 3x - 8$

A continuación, se sustituye "y" en la primera ecuación:

$2x + 2 \cdot (3x - 8) = 12$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$2x + 6x - 16 = 24 \Leftrightarrow 8x = 40 \Leftrightarrow x = 5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 3 \cdot 5 - 8 \Leftrightarrow y = 7$

La solución es x = 5 e y = 7.

33. Siguiendo los pasos del método de igualación, se resuelven:

a) Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 12 - 3x \\ y = 8x - 43 \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$12 - 3x = 8x - 43$

Resolvemos ahora la ecuación:

$55 = 11x \Leftrightarrow x = 5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 8 \cdot 5 - 43 \Leftrightarrow y = -3$

La solución es x = 5 e y = -3.

b) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{-11 - y}{2} \\ x = 53 + 6y \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{-11 - y}{2} = 53 + 6y$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$-11 - y = 106 + 12y \Leftrightarrow -117 = 13y \Leftrightarrow y = -9$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 53 + 6 \cdot (-9) \Leftrightarrow x = -1$

La solución es x = -1 e y = -9.

c) Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones y simplificamos la expresión obtenida de la primera:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{5 - x}{2} \\ y = \dfrac{-25 - 3x}{4} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$-\frac{5 - x}{2} = \frac{-25 - 3x}{4}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$20 - 4x = 50 + 6x \Leftrightarrow -30 = 10x \Leftrightarrow x = -3$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = -\frac{5 - (-3)}{2} \Leftrightarrow y = -4$$

La solución es x = -3 e y = -4.

d) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{9y}{4} \\ x = \dfrac{38 - 5y}{2} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{9y}{4} = \frac{38 - 5y}{2}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$9y = 76 - 10y \Leftrightarrow 19y = 76 \Leftrightarrow y = 4$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{9 \cdot 4}{4} \Leftrightarrow x = 9$$

La solución es x = 9 e y = 4.

e) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = -11 - 6y \\ x = 2y + 5 \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$-11 - 6y = 2y + 5$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$-16 = 8y \Leftrightarrow y = -2$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 2 \cdot (-2) + 5 \Leftrightarrow x = 1$$

La solución es x = 1 e y = -2.

f) Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \dfrac{5 + 3x}{2} \\ y = x - 4 \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{5 + 3x}{2} = x - 4$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$5 + 3x = 2x - 8 \Leftrightarrow x = -13$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = -13 - 4 \Leftrightarrow y = -17$$

La solución es x = -13 e y = -17.

g) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1 - 3y}{2} \\ x = 28 - y \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{1 - 3y}{2} = 28 - y$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$1 - 3y = 56 - 2y \Leftrightarrow -55 = y$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 28 - (-55) \Leftrightarrow x = 83$$

La solución es x = 83 e y = -55.

h) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{9 + 6y}{7} \\ x = \dfrac{4 + 7y}{6} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{9 + 6y}{7} = \frac{4 + 7y}{6}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$54 + 36y = 28 + 49y \Leftrightarrow 26 = 13y \Leftrightarrow y = 2$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{4 + 7 \cdot 2}{6} \Leftrightarrow x = 3$$

La solución es x = 3 e y = 2.

Página 137

34. Siguiendo los pasos del método de reducción, se resuelven:

a) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 6 y la segunda por 5:

$$\begin{cases} 54x - 30y = 102 \\ -20x + 30y = 0 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$34x = 102$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$x = 102/34 \Leftrightarrow x = 3$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$-4 \cdot 3 + 6y = 0 \Leftrightarrow 6y = 12 \Leftrightarrow y = 2$$

La solución es x = 3 e y = 2.

b) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 3 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 25 \\ 9x + 3y = 27 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$13x = 52$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$x = 52/13 \Leftrightarrow x = 4$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$3 \cdot 4 + y = 9 \Leftrightarrow y = 9 - 12 \Leftrightarrow y = -3$

La solución es x = 4 e y = -3.

c) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por -2 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -2x - 2y = -56 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-5y = -55$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = -55 / -5 \Leftrightarrow y = 11$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$x + 11 = 28 \Leftrightarrow x = 28 - 11 \Leftrightarrow x = 17$

La solución es x = 17 e y = 11.

d) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 11 y la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases} 121x - 33y = 253 \\ 6x + 33y = 255 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$127x = 508$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 508 / 127 \Leftrightarrow x = 4$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$2 \cdot 4 + 11y = 85 \Leftrightarrow 11y = 77 \Leftrightarrow y = 7$

La solución es x = 4 e y = 7.

e) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 3 y la segunda ecuación por 7:

$$\begin{cases} 21x - 12y = 3 \\ -21x - 35y = -210 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-47y = -207$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 207 / 47$

Para calcular el valor de la otra incógnita, x, usando el método de reducción doble y volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de y, multiplicando la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 4:

$$\begin{cases} 35x - 20y = 5 \\ 12x + 20y = 120 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$47x = 125$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 125 / 47$

La solución es x = 125/47 e y = 207/47.

f) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 7 y la primera se mantiene igual:

$$\begin{cases} 7x - 8y = 1 \\ -7x - 14y = -7 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-22y = -6$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 3 / 11$

Para calcular el valor de la otra incógnita, x, usando el método de reducción doble y volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de y, multiplicando la segunda ecuación por 4 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 7x - 8y = 1 \\ 4x + 8y = 4 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$11x = 5$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 5 / 11$

La solución es x = 5/11 e y = 3/11.

g) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 5 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 13x - 5y = 5 \\ 15x - 5y = 25 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-2x = -20$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 20 / 2 \Leftrightarrow x = 10$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$3 \cdot 10 - y = 5 \Leftrightarrow y = 30 - 5 \Leftrightarrow y = 25$

La solución es x = 10 e y = 25.

h) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por -2 y la segunda ecuación por 15:

$$\begin{cases} -30x + 16y = -92 \\ 30x - 165y = 390 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-149y = 298$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = -298/149 \Leftrightarrow y = -2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$2x - 11\cdot(-2) = 26 \Leftrightarrow 2x = 26 - 22 \Leftrightarrow x = 2$

La solución es x = 2 e y = -2.

35. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado:

a) MÉTODO DE REDUCCIÓN: Escogemos la incógnita “x” para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 2 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -17 \\ -2x + 18y = 92 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$15y = 75$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 75/15 \Leftrightarrow y = 5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$-x + 9\cdot 5 = 46 \Leftrightarrow x = 45 - 46 \Leftrightarrow x = -1$

La solución es x = -1 e y = 5.

b) MÉTODO DE IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita “x” de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4-3y}{-4} \\ x = \dfrac{8-y}{4} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$-\frac{4-3y}{4} = \frac{8-y}{4}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$-4 + 3y = 8 - y \Leftrightarrow 4y = 12 \Leftrightarrow y = 3$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{8-3}{4} \Leftrightarrow x = 5/4$$

La solución es x = 5/4 e y = 3.

c) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la segunda ecuación:

$x = 3y - 2$

A continuación, se sustituye “x” en la primera ecuación:

$19\cdot(3y - 2) + 7y = 26$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$57y - 38 + 7y = 26 \Leftrightarrow 64y = 64 =\Leftrightarrow y = 1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 3\cdot 1 - 2 \Leftrightarrow x = 1$

La solución es x = 1 e y = 1.

d) MÉTODO DE REDUCCIÓN DOBLE: En primer lugar, se simplifica la segunda ecuación del sistema:

$$\begin{cases} 12x - 7y = 28 \\ 2x + y = 22 \end{cases}$$

Escogemos la incógnita “y” para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 7 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 12x - 7y = 28 \\ 14x + 7y = 154 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$26x = 182$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 182/26 \Leftrightarrow x = 7$

Para calcular el valor de la otra incógnita, y, usando el método de reducción doble y volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de x, multiplicando la segunda ecuación por 6 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 12x - 7y = 28 \\ 12x + 6y = 132 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-13y = -104$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = -104/-13 \Leftrightarrow y = 8$

La solución es x = 7 e y = 8.

36. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado y expresando, previamente, en la forma general:

a) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases} 5x - 6y = -40 \\ 15x - 86y = -26 \end{cases}$$

Utilizando el método de SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la primera ecuación:

$$x = \frac{6y - 40}{5}$$

A continuación, se sustituye “x” en la segunda ecuación:

$$15\cdot\left(\frac{6y-40}{5}\right) - 86y = -26$$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$18y-120-86y=-26 \Leftrightarrow -94=68y \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y=-47/34$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x=\frac{6\cdot(-47/34)-40}{5} \Leftrightarrow x=-821/85$$

La solución es x = -821/85 e y = -47/34.

b) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases}50x+100y=11\\1900x+3700y=417\end{cases}$$

Utilizando el método de REDUCCIÓN: Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 37 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases}1850x+3700y=407\\1900x+3700y=417\end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-50x=-10$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x=-10/-50 \Leftrightarrow x=1/5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$50\cdot(1/5)+100y=11 \Leftrightarrow 100y=1 \Leftrightarrow y=1/100$ La solución es x = 1/5 e y = 1/100.

37. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado y expresando, previamente, en la forma general:

a) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases}x-y=1\\3x-y=-1\end{cases}$$

Utilizando el método de IGUALACIÓN:
Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases}y=x-1\\y=3x+1\end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$x-1=3x+1$

Resolvemos ahora la ecuación:

$-2=2x \Leftrightarrow x=-1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=-1-1 \Leftrightarrow y=-2$

La solución es x = -1 e y = -2.

b) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases}3x-8y=-14\\7x-5y=-19\end{cases}$$

Utilizando el método de REDUCCIÓN:

Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 7 y la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases}21x-56y=-98\\21x-15y=-57\end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-41y=-41$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y=-41/-41 \Leftrightarrow y=1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$3x-8\cdot1=-14 \Leftrightarrow 3x=-14+8 \Leftrightarrow x=-2$

La solución es x = -2 e y = 1.

38. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado y expresando, previamente, en la forma general:

a) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases}3x+2y=36\\3x+y=45\end{cases}$$

Utilizando el método de SUSTITUCIÓN:

Despejamos la incógnita "x" de la segunda ecuación:

$$x=\frac{45-y}{3}$$

A continuación, se sustituye "x" en la primera ecuación:

$$3\cdot\left(\frac{45-y}{3}\right)+2y=36$$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$45-y+2y=36 \Leftrightarrow y=-9$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x=\frac{45-(-9)}{3} \Leftrightarrow x=18$$

La solución es x = 18 e y = -9.

b) Simplificando las ecuaciones, el sistema queda como:

$$\begin{cases}10x-21y=-24\\27x-28y=-34\end{cases}$$

Utilizando el método de IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \dfrac{10x + 24}{21} \\ y = \dfrac{27x + 34}{28} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{10x + 24}{21} = \frac{27x + 34}{28}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$40x + 96 = 81x + 102 \Leftrightarrow -6 = 41x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -6/41$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = \frac{10 \cdot (-6/41) + 24}{21} \Leftrightarrow y = {}^{44}\!/_{41}$$

La solución es x = -6/41 e y = 44/41.

39. La solución de cada uno de los sistemas siguientes es el punto en el que se cortan las rectas que representan las ecuaciones dadas:

a) $x = 1;\quad y = 2$

b) $x = 2;\quad y = 2$

40. A continuación se resuelven gráficamente los sistemas dados:

a) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

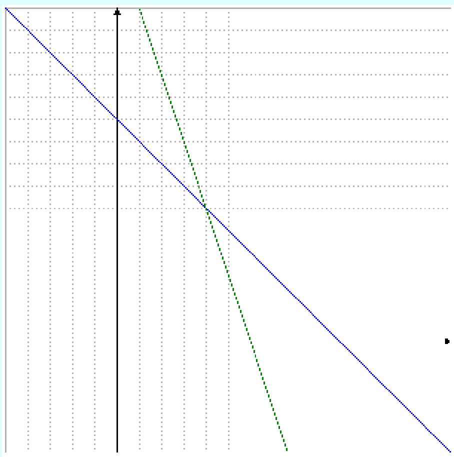
$y = 10 - x \qquad\qquad y = 18 - 3x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = 10 - x$
0	10
1	9
2	8

x	$y = 18 - 3x$
2	12
3	9
4	6

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (4, 6). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 4 e y = 6.

b) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

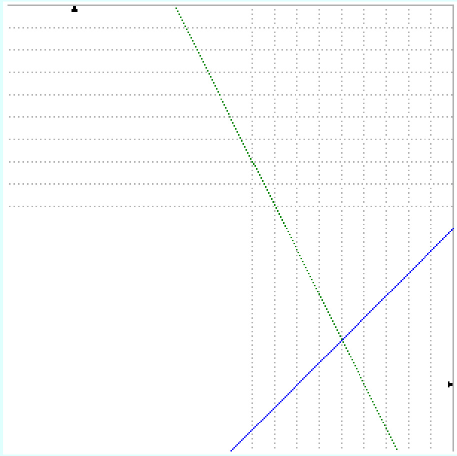
$y = x - 10 \qquad\qquad y = 26 - 2x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = x - 10$
10	0
11	1
12	2

x	$y = 26 - 2x$
10	6
11	4
12	2

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (12, 2). Por lo tanto, la solución del sistema es x = = 12 e y = 2.

41. A continuación se resuelven los sistemas dados:

a) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

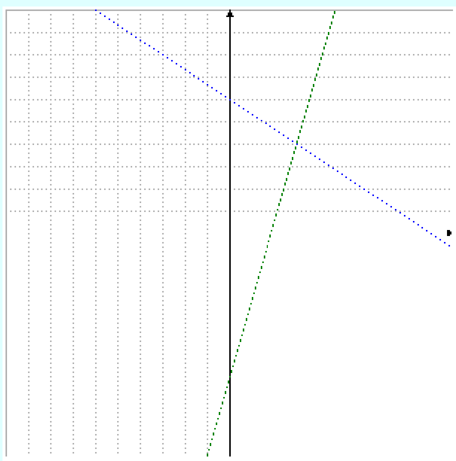
$y = \dfrac{18 - 2x}{3} \qquad\qquad y = \dfrac{7x - 13}{2}$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = \dfrac{18 - 2x}{3}$
0	6
3	4
6	2

x	$y = \dfrac{7x - 13}{2}$
-1	-10
1	-3
3	4

A continuación representamos las rectas:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (3, 4). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 3 e y = 4.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita "y" de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y = \dfrac{18-2x}{3} \\ y = \dfrac{7x-13}{2} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{18-2x}{3} = \frac{7x-13}{2}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$36-4x = 21x-39 \Leftrightarrow 75 = 25x \Leftrightarrow x = 3$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = \frac{18-2\cdot 3}{3} \Leftrightarrow y = 4$$

b) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

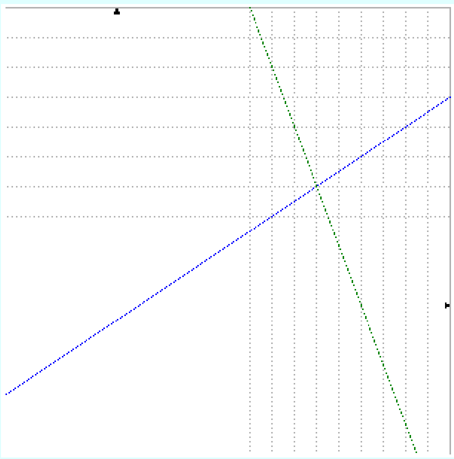
$$y = \frac{x-1}{2} \qquad y = 22-2x$$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = \frac{x-1}{2}$
5	2
7	3
9	4

x	$y = 22-2x$
8	6
9	4
10	2

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (9, 4). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 9 e y = 4.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita "y" de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y = \dfrac{x-1}{2} \\ y = 22-2x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{x-1}{2} = 22-2x$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$x-1 = 44-4x \Leftrightarrow 5x = 45 \Leftrightarrow x = 9$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = 22-2\cdot 9 \Leftrightarrow y = 4$$

c) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

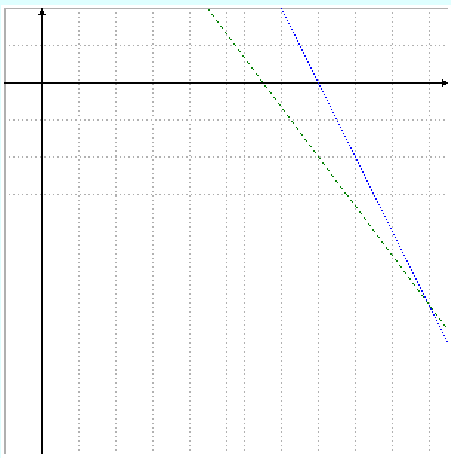
$$y = 15-x \qquad y = \frac{24-2x}{3}$$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = 15-x$
6	9
7	8
8	7

x	$y = \frac{24-2x}{3}$
0	8
3	6
6	4

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (21, -6). Por lo tanto, la solución del sistema es x = = 21 e y = -6.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita "y" de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y = 15-x \\ y = \dfrac{24-2x}{3} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$15-x = \frac{24-2x}{3}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$45-3x=24-2x \Leftrightarrow 21=x$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=15-21 \Leftrightarrow y=-6$

d) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

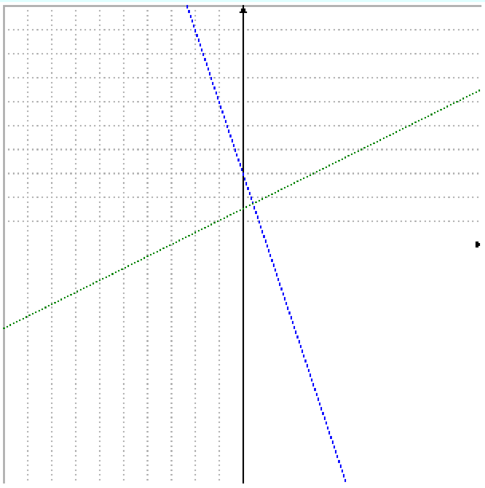
$y=3-3x \qquad y=\frac{x+3}{2}$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y=3-3x$
0	3
1	0
2	-3

x	$y=\frac{x+3}{2}$
1	2
3	3
5	4

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (3/7, -2/7). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 3/7 e y = -2/7.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita “y” de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y=3-3x \\ y=\frac{x+3}{2} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$3-3x=\frac{x+3}{2}$

Resolvemos ahora la ecuación:

$6-6x=x+3 \Leftrightarrow 3=7x \Leftrightarrow x=3/7$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=3-3x \Leftrightarrow y=-2/7$

e) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

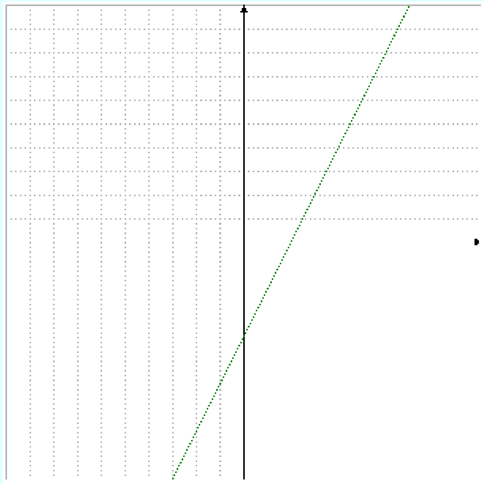
$y=x+2 \qquad y=2x-4$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y=x+2$
0	2
1	3
2	4

x	$y=2x-4$
0	-4
1	-2
2	0

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (6, 8). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 6 e y = 8.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita “y” de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y=x+2 \\ y=2x-4 \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$x+2=2x-4$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x=6$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=6+2 \Leftrightarrow y=8$

f) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

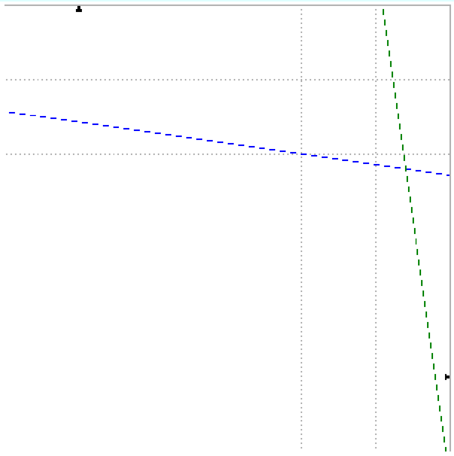
$y=\frac{120-x}{7} \qquad y=168-7x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y=\frac{120-x}{7}$
8	16
15	15
22	14

x	$y=168-7x$
10	98
11	91
12	84

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas (las divisiones van cada 5 unidades) los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (22, 14). Por lo tanto, la solución del sistema es x = = 22 e y = 14.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita "y" de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y = \dfrac{120-x}{7} \\ y = 168 - 7x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{120-x}{7} = 168 - 7x$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$120 - x = 1176 - 49x \Leftrightarrow 48x = 1056 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 22$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$$y = 168 - 7 \cdot 22 \Leftrightarrow y = 14$$

42. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 138

43. A continuación, se formulan los sistemas dados:

a) Si la ecuación de *r* es *y = ax + b*, dado que *r* pasa por los puntos A(3, 3) y B(-4, -1), se verifica que:

$$\begin{cases} 3 = 3a + b \\ -1 = -4a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos a = 7/4 y b = = 6. Por lo tanto, la ecuación de *r* es *y = 7/4x + 6*.

Si la ecuación de *s* es *y = a'x + b'*, dado que *s* pasa por los puntos A(3, 3) y C(2, 0), se verifica que:

$$\begin{cases} 3 = 3a + b \\ 0 = 2a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos a = 3 y b = -6.

Por lo tanto, la ecuación de *r* es *y = 3x - 6*.

El sistema correspondiente a la gráfica es:

$$\begin{cases} y = \dfrac{7}{4}x + 6 \\ y = 3x - 6 \end{cases}$$

b) Si la ecuación de *r* es *y = ax + b*, dado que *r* pasa por los puntos A(2, 2) y B(1, 0), se verifica que:

$$\begin{cases} 2 = 2a + b \\ 0 = a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos a = 2 y b = -2. Por lo tanto, la ecuación de *r* es *y = 2x - 2*.

Si la ecuación de *s* es *y = a'x + b'*, dado que *s* pasa por los puntos A(2, 2) y C(5, 1), se verifica que:

$$\begin{cases} 2 = 2a + b \\ 1 = 5a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos:

a = -1/3 y b = 8/3

Por lo tanto, la ecuación de *r* es *y = -1/3x + 8/3*.

El sistema correspondiente a la gráfica es:

$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

44. A continuación, se indica de qué tipo son los sistemas de ecuaciones dados:

a) Sistema Compatible Indeterminado.

b) Sistema Incompatible.

c) Sistema Compatible Determinado.

d) Sistema Incompatible.

45. Ejercicio resuelto en el libro.

46. A continuación, se indica el número de soluciones que tiene cada uno de los sistemas de ecuaciones dados:

a) Se trata de un Sistema Incompatible, por lo tanto, no tiene soluciones.

b) Se trata de un Sistema Compatible Determinado, por lo que tiene una única solución.

47. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = \dfrac{7}{20} \\ -x + 2y = \dfrac{19}{10} \end{cases}$$

48. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 14 \end{cases}$$

49. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

50. Tomamos como incógnitas x: el número mayor, y: el número menor. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ x - y = 13 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 103/2 e y = 77/2. Por tanto, los números buscados son 51,5 y 38,5.

51. Tomamos como incógnitas x: el primer número, y: el segundo número. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x - y = 15 \\ 2x + y = 51 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 22 e y = 7. Por tanto, los números buscados son 22 y 7.

52. Tomamos como incógnitas x: el primer número, y: el segundo número. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 3x = 2y + 4 \\ 4x - y = 22 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - y = 22 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 8 e y = 10. Por tanto, los números buscados son 8 y 10.

53. Tomamos como incógnitas x: el sumando mayor, y: el sumando menor. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 54 \\ x = 3y + 6 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 54 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 42 e y = 12. Por tanto, los sumandos buscados son 42 y 12.

54. Tomamos como incógnitas x: precio de cada DVD, y: el precio de cada CD. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 57 \\ 2x + y = 34 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 11 e y = 12. Por tanto, un DVD costaría 11 euros, mientras que los CD los han pagado a 12 euros.

55. Tomamos como incógnitas x: el precio de cada batido, y: el precio de cada refresco. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 2 e y = 3/2. Por tanto, cada batido vale 2 euros, mientras que cada refresco ha costado 1,50 euros.

56. Tomamos como incógnitas *x*: el número de jugadoras diestras, *y*: el número de jugadoras zurdas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ x = y + 7 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 16 e y = 9. Por tanto, el club cuenta con 16 jugadoras diestras y 9 jugadoras zurdas.

57. Tomamos como incógnitas x: el precio de cada kg de naranjas, y: el precio de cada kg de plátanos. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ 3x + 3y = 8{,}10 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 1,2 e y = 1,5. Por tanto, las naranjas cuestan 1,20 €/kg y, los plátanos, 1,50€/kg.

58. Tomamos como incógnitas x: el número de paquetes de 1/2 kg, y: número de paquetes de 3/4 kg. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 4800 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 2500 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 4800 \\ 2x + 3y = 10000 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 4400 e y = 400. Por tanto, la industria envasa 4400 paquetes de 1/2 kg y 400 de 3/4 kg al día.

Página 139

59. Tomamos como incógnitas x: el número mayor, y: el número menor. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=60 \\ x=4y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=60 \\ x-4y=0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 48 e y = 12. Por tanto, los números son 48 y 12.

60. Tomamos como incógnitas x: el número de lavadoras que instala correctamente, y: el número lavadoras que instala defectuosas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=2000 \\ 54x-60y=94320 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 1880 e y = 120. Por tanto, el número de lavadoras que instala correctamente es 1880, contra las 120 que instala defectuosas.

61. Tomamos como incógnitas x: el número de camarotes de 1 plaza, y: el número de camarotes de 2 plazas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=215 \\ x+2y=359 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 71 e y = 144. Por tanto, el crucero contiene 71 camarotes de una plaza y 144 de dos plazas.

62. Tomamos como incógnitas x: la edad del padre, y: la edad del hijo. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x=4y \\ x+4=3\cdot(y+4) \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x-4y=0 \\ x-3y=8 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 32 e y = 8. Por tanto, el padre tiene 32 años y, el hijo, 8 años.

63. Tomamos como incógnitas x: el número de hombres, y: el número de mujeres. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=20 \\ x=2y-4 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=20 \\ x-2y=-4 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 12 e y = 8. Por tanto, en el congreso cuentan con 12 hombres y 8 mujeres.

Para que se cumpla la segunda condición de que “haya el mismo número de personas de cada sexo”, habría que reemplazar 2 hombres por dos mujeres, por lo que, habría 10 de cada sexo.

64. Tomamos como incógnitas x: dinero con que salió Mónica, y: dinero con que salió Ramón. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=60 \\ x-\frac{6}{7}x=y-\frac{7}{8}y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 8x-7y=0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 28 e y = 32. Por tanto, Mónica salió con 28 euros y Ramón con 32 euros.

65. Ejercicio resuelto en el libro.

66. Tomamos como incógnitas x: la cifra de las unidades, y: la cifra de las decenas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=11 \\ 2\cdot(10x+y)-(10y+x)=20 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=11 \\ 19x-8y=20 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 4 e y = 7. Por tanto, la cifra de las unidades es 4 y, la de las decenas, 7, por lo que, el número buscado es 74.

67. Tomamos como incógnitas x: precio del boleto de adulto, y: precio del boleto de niño. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 9x+3y=72 \\ 7x+4y=61 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 3x+y=24 \\ 7x+4y=61 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 7 e y = 3. Por tanto, el precio del boleto de cada adulto es a 7 euros y, el de cada niño, a 3 euros.

68. Tomamos como incógnitas x: número de objetos fabricados de tipo A, y: número de objetos fabricados de tipo B. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 2{,}5x + 3{,}5y = 138 \\ 3x + 5y = 188 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 5x + 7y = 276 \\ 3x + 5y = 188 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 16 e y = 28. Por tanto, el número de piezas fabricadas de tipo A es 16 y, de tipo B, 28.

69. Los vértices son los puntos de intersección entre las rectas, tomadas de dos en dos. Para calcular esos tres puntos, se plantean tres sistemas de ecuaciones entre las rectas dadas, sin que éstas se repitan.

El primer vértice (*A*), se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 2y = x + 3 \\ y = 6 - 4x \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 1 e y = 2. Por tanto, el primer vértice es *A(1, 2)*.

El segundo vértice (*B*), se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 2y = x + 3 \\ y = -x \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = -1 e y = 1. Por tanto, el primer vértice es *B(-1, 1)*.

El último vértice (*C*), se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} y = -x \\ y = 6 - 4x \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 2 e y = -2. Por tanto, el último vértice es *C(2, -2)*.

Luego, los vértices del triángulo son: *A(1, 2)*, *B(-1, 1)* y *C(2, -2)*.

70. Una recta está determinada por dos puntos distintos. Utilizaremos como puntos los vértices dados, calculando la recta que pasa por cada dos de los puntos dados.

La primera recta (*r: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *A* y *C* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 3 = a + b \\ 2 = 4a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = -1/3 e b = 8/3. Por tanto, la primera recta es $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$.

La segunda recta (*s: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *A* y *B* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 3 = a + b \\ 5 = 2a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = 2 e b = 1. Por tanto, la segunda recta es $y = 2x + 1$.

La última recta (*t: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *B* y *C* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 5 = 2a + b \\ 2 = 4a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = -3/2 e b = 8. Por tanto, la primera recta es $y = -\frac{3}{2}x + 8$.

Luego, las ecuaciones del triángulo son:

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3},\ y = 2x + 1,\ y = -\frac{3}{2}x + 8\frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

71. Procedemos de manera similar al ejercicio anterior, teniendo en cuenta que, en este caso, se trata de un trapezoide, por lo que se piden 4 rectas. Utilizaremos como puntos los vértices dados, calculando la recta que pasa por cada dos de los puntos dados.

La primera recta (*r: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *A* y *B* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} -1 = 2a + b \\ 2 = a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = -3 e b = 5. Por tanto, la primera recta es $y = -3x + 5$.

La segunda recta (*s: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *B* y *C* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 2 = a + b \\ 1 = -2a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = 1/3 e b = 5/3. Por tanto, la segunda recta es $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

La última recta (*t: y = ax+b*), pongamos que pasa por los vértices *C* y *D* y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} 1 = -2a + b \\ -3 = -a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es:

a = -4 e b = -7.

Por tanto, la primera recta es $y = -4x - 7$.

La última recta (t: y = ax+b), pongamos que pasa por los vértices A y D y se obtiene como solución al sistema:

$$\begin{cases} -1 = 2a + b \\ -3 = -a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es a = 2/3 e b = -7/3. Por tanto, la primera recta es $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

Luego, las ecuaciones del trapezoide son: $y = -3x + 5$, $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$, $y = -4x - 7$, $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

72. El hecho de que tenga como solución única los valores de x e y dados, significa que, al sustituirlos en el sistema dado, éste ha de cumplirse. Por lo tanto, el sistema quedaría como:

$$\begin{cases} 2a - b = 2 \\ 4a + 3b = 24 \end{cases}$$

A continuación, resolviéndolo por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que las soluciones son a = 3 y b = 4. Por lo tanto, el sistema quedará como:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 6x - 12y = 24 \end{cases}$$

73. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 140

74. En primer lugar, para que el sistema resulte incompatible, hemos de llegar, en la resolución algebraica, a una expresión del tipo $0 = a$, con $a \neq 0$. Trabajando por reducción:

$$\begin{cases} x - ay = 3 \\ 3x + y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 3ay = 9 \\ 3x + y = -9 \end{cases} \Rightarrow (1 + 3a)y = -18$$

Para tener la expresión buscada, se tiene que cumplir que a = -1/3. Luego, para este valor de a, el sistema es incompatible.

En segundo lugar, para que el sistema sea compatible determinado y con la solución dada, se sustituyen dichos valores por x e y en el sistema y se calcula lo que tiene que valer a para que se cumpla la ecuación:

$$\begin{cases} -1 + 6a = 3 \\ -3 - 6 = -9 \end{cases}$$

Despejando a de la primera ecuación, se obtiene que a = 2/3.

75. En primer lugar, para que el sistema resulte compatible indeterminado, hemos de llegar, en la resolución algebraica, a una expresión del tipo $0 = 0$. Trabajando por reducción:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ -2ax - 2y = -2b \end{cases} \Rightarrow (2 - 2a)x = 5 - 2b$$

Para que en ambos miembros sea 0 el resultado, se tiene que cumplir que a = 1 y b = 5/2. Luego, para estos valores de a y b, el sistema es compatible indeterminado.

En segundo lugar, buscamos los posibles valores de b para que el sistema sea compatible determinado. Teniendo en cuenta el valor de a obtenido, el sistema quedaría como:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ -2x - 2y = -2b \end{cases}$$

Se observa que el miembro de cada ecuación que contiene las incógnitas son proporcionales (los mismos coeficientes pero con distinto signo), por lo que, en ningún caso podría ser compatible determinado, ya que, procediendo por reducción, se llegaría a la expresión: $0 = 5 - 2b$. Por lo tanto, no existe ningún valor de b para que este sistema sea compatible determinado.

76. Tomamos como incógnitas x: dinero que gana por hora el primer trabajador; y: dinero que gana por hora el segundo trabajador. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ 12x = 22y - 9 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 12x - 22y = -9 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 7,5 e y = 4,5. Por tanto, el primer trabajador gana 7,5 euros cada hora mientras que, el segundo trabajador, gana 4,5 euros la hora.

77. Tomamos como incógnitas x: la distancia recorrida desde el punto inicial, y: tiempo (en horas). El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x = 110y \\ x = 120 \cdot (y - 0{,}25) \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x - 110y = \\ x - 120y = 30 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 330 e y = 3. Por tanto, la moto tardará en alcanzar al coche 3 horas y lo hará a una distancia de 330 km con respecto al punto inicial.

78. Tomamos como incógnitas x: número de amigos que se apuntaron a la excursión inicialmente, y: precio inicial. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x \cdot y = 144 \\ (x-4)\cdot(y+3) = 144 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} xy = 144 \\ 3x - 4y + xy = 156 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 16 e y = 9. Por tanto, el número de amigos que, finalmente, fueron de excursión es 12 y tuvieron que pagar 12 euros cada uno.

79. Tomamos como incógnitas x: tiempo del viaje (en horas), y: distancia recorrida. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} y = 90x \\ y = 100\cdot(x-1) \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 90x - y = 0 \\ 100x - y = 1 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 10 e y = 900. Por tanto, la distancia que piensan recorrer es de 900 km y saldrían a las 2 horas.

Para contestar a la segunda pregunta, nos ponemos en las dos situaciones:

En el caso de que circulen a 90 km/h, el viaje duraría 10 horas, por lo que, el primer conductor estaría al volante durante 6 horas y, el segundo conductor, durante 4 horas.

En el caso de que circulasen a 100 km/h, el viaje duraría 9 horas, luego, el primer conductor conduciría durante 5 horas y, el segundo, durante 4 horas.

80. Completando con las expresiones adecuadas, la pirámide quedaría como:

35
19 | 35-19=16
x+3 | x+y | y+5
3 | x | y | 5

Se puede plantear un sistema como:

$$\begin{cases} 19 = (x+3)+(x+y) \\ 16 = (x+y)+(y+5) \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 7 e y = 2. Por tanto, la pirámide quearía como:

35
19 | 16
10 | 9 | 7
3 | 7 | 2 | 5

81. Tomamos como incógnitas x: número de libros que lleva Paloma, y: número de libros que lleva Daniel. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + 1 = 2y \\ x - 1 = y + 1 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 5 e y = 3. Por tanto, el número de libros que lleva Paloma es 5, mientras que Daniel lleva 3 libros.

82. Tomamos como incógnitas x: número de días de viaje, y: número de kilómetros recorridos. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 50x + 0{,}25y = 735 \\ y = 220x \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 50x + 0{,}25y = 735 \\ 220x - y = 0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 7 e y = 1540. Por tanto, el número de días que dura el viaje es 7 y han recorrido 1540 km.

83. Tomamos como incógnitas x: tiempo empleado en el ascenso (en segundos), y: tiempo empleado en el descenso (en segundos). El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 361 \\ 14x = 21y + 154 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 361 \\ 14x - 21y = 154 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 221 e y = 140. Por tanto, el ascenso lo realiza en 221 segundos, mientras que, el descenso, en 140 segundos.

84. Tomamos como incógnitas x: número rectángulos, y: número de triángulos. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 4x+3y=68 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 8 e y = 12. Por tanto, hay 8 rectángulos y 12 triángulos en la portada.

85. Tomamos como incógnitas x: número avestruces, y: número de cocodrilos. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y+2\cdot(x+y)=84 \\ 2x+4y=108 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=28 \\ x+2y=54 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 2 e y = 26. Por tanto, el número de avestruces es 2, el de cocodrilos es 26 y, el de serpientes, es 56.

86. Los valores son los siguientes:

a) 1

b) 54

87. Las soluciones a los sistemas propuestos sería:

a) $x=3;\quad y=0$

b) $x=5/2;\quad y=-1;\quad z=3$

Página 141

Desarrolla tus competencias

1. Tomamos como incógnitas A: el número de estudiantes del grupo A, B: el número de alumnos del grupo B, C: el número de estudiantes del grupo C, D: el número de estudiantes del grupo D, E: el número de estudiantes del grupo E. Tenemos las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} A=B=C \\ D=(A+B)+\dfrac{A+B}{2} \\ E=A+2 \\ A+B+C=15 \end{cases}$$

Utilizando la primera y la última, se obtiene que A = 5, B = 5 y C = 5. Y, por lo tanto, E = 7 y D = 15.

2. Tomamos como incógnitas x: precio de cada rollo de serpentina, y: precio de cada gorro. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 8x+7y=41 \\ 2x+4y=17 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 2,5 e y = 3. Por tanto, el precio de cada rollo de serpentina es 2,5 euros y, el de cada gorro, 3 euros.

3. Tomamos como incógnitas x: número de globos, y: número de cadenetas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=72 \\ x=\dfrac{5}{3}y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x+y=72 \\ 3x-5y=0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 45 e y = 27. Por tanto, el número de globos comprados es 45 y, el de cadenetas, 27.

4. Tomamos como incógnitas x: precio de cada bote de refresco, y: precio de cada bolsa de patatas. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 62x+31y=124 \\ y=3x \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 0,8 e y = 2,4. Por tanto, el precio de cada refresco es 80 céntimos, mientras que, el de cada bolsa de patatas es 2,40 euros.

5. Tomamos como incógnitas x: kg que compran de chorizo, y: kg que compran de queso. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x+y=1,75 \\ 24x+15y=32,10 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 0,65 e y = 1,1. Por tanto, han comprado 650 g de chorizo y 1 kg 100 g de queso

6. Tomando como incógnita "x" el número total de canciones que han escuchado para hacer la selección, se tiene:

$$\frac{2}{9}x=38$$

Resolviendo la ecuación, se obtiene que, x = 171. Por lo tanto, el número de canciones escuchadas para hacer la selección es 171.

7. A continuación se resuelve cada uno de los problemas planteados:

PROBLEMA A: Buscamos un número cuyo cuadrado esté comprendido entre 1800 y 1900, ya que, se indica que el matemático es del siglo XIX. Por lo tanto, se reducen las posibilidades a:

$43^2 = 1849$

Luego, el matemático De Morgan tenía 43 años en el 1849, por lo que, se puede afirmar que nació en el año 1806.

PROBLEMA B: El precio de cada una de las frutas sería:

- Pera: 0,50 €.
- Plátano: 0,40 €.
- Piña: 5,30 €.

Luego, la combinación de frutas de la última línea valdrá: 6,20 €.

8. Tomamos como incógnitas x: precio de la tableta, y: precio del teléfono. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 375 \\ y = \dfrac{2}{3}x \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 375 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 225 e y = 150. Por tanto, el precio de la tableta sería de 225 euros, mientras que, el del teléfono, 150 euros.

9. Actividad personal.

Página 142

Evaluación de estándares

1. Estos sistemas NO son equivalentes, ya que, no se puede transformar uno en el otro. Además, no tienen las mismas soluciones.

2. Despejamos la incógnita "x" de la primera ecuación:

$x = 4 - 3y$

A continuación, se sustituye "x" en la segunda ecuación:

$2 \cdot (4 - 3y) - y = 1$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$8 - 6y - y = 1 \Leftrightarrow 7 = 7y \Leftrightarrow y = 1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 4 - 3 \cdot 1 \Leftrightarrow x = 1$

La solución es x = 1 e y = 1.

3. Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 2x}{7} \\ y = 4 - x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{3 - 2x}{7} = 4 - x$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$3 - 2x = 28 - 7x \Leftrightarrow 5x = 25 \Leftrightarrow x = 5$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 4 - 5 \Leftrightarrow y = -1$

La solución es x = 5 e y = -1.

4. Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 4 y la segunda ecuación por 7:

$$\begin{cases} 12x + 28y = 52 \\ 35x - 28y = 42 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$47x = 94$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 94/47 \Leftrightarrow x = 2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$10 - 4y = 6 \Leftrightarrow 4y = 4 \Leftrightarrow y = 1$

La solución es x = 2 e y = 1.

5. Si la ecuación de *r* es *y* = *ax* + *b*, dado que *r* pasa por los puntos A(1, -1) y B(5, 0), se verifica que:

$$\begin{cases} -1 = a + b \\ 0 = 5a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos:

a = 1/4 y b = -5/4

Por lo tanto, la ecuación de *r* es *y = 1/4x -5/4*.

Si la ecuación de *s* es *y = a'x + b'*, dado que *s* pasa por los puntos C(-3, 2) y D(-1, -1,5), se verifica que:

$$\begin{cases} 2 = -3a + b \\ -1{,}5 = -1a + b \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos:

a = -7/4 y b = -13/4

Por lo tanto, la ecuación de s es *y = -7/4x – 13/4*.

El sistema correspondiente a la gráfica es:

$$\begin{cases} y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{5}{4} \\ y = -\dfrac{7}{4}x - \dfrac{13}{4} \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x-4y=5 \\ 7x+4y=-13 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = -1 e y = -3/2.

6. Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

$y=2x-1$

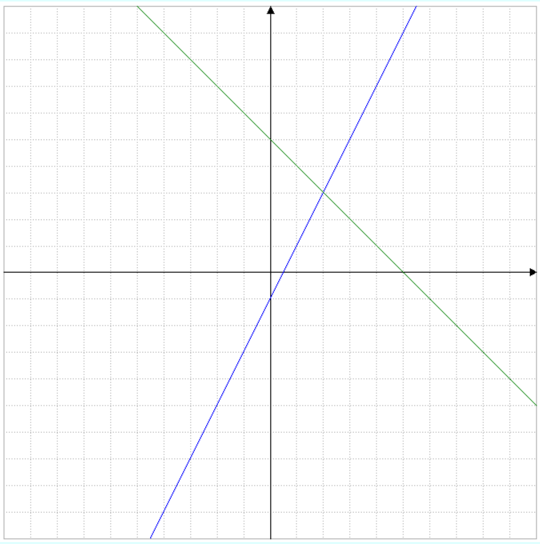
$y=5-x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y=2x-1$
0	-1
1	1
2	3

x	$y=5-x$
0	5
1	4
2	3

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (2, 3). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 2 e y = 3.

Para comprobar que es correcto, aprovechamos que está despejada la incógnita "y" de las dos ecuaciones, aplicamos el método de IGUALACIÓN:

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=5-x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$2x-1=5-x$

Resolvemos ahora la ecuación:

$3x=6 \Leftrightarrow x=2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y=2\cdot 2-1 \Leftrightarrow y=3$

7. Se trata de un sistema incompatible, ya que, los coeficientes de ambas expresiones son iguales, pero el término independiente no coincide. Por lo tanto, no tiene solución.

Sin embargo, para que el sistema fuera compatible determinado, bastaría con cambiar uno de los cuatro coeficientes, cualquiera de ellos. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 6x+5y=31 \\ 3x+5y=4 \end{cases}$$

8. Se trata de un sistema compatible indeterminado, ya que, tanto los coeficientes de la segunda expresión como el término independiente son el doble de los de la primera expresión. Por lo tanto, tiene infinitas soluciones.

Sin embargo, para que el sistema fuera compatible determinado, tendían que modificarse, al menos, dos números. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 3x-5y=40 \\ x-y=80 \end{cases}$$

9. Tomamos como incógnitas x: base, y: altura. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} (x-5)\cdot(y+2)=xy \\ 2x+2y=38 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 2x-5y=10 \\ x+y=19 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 15 e y = 4. Por tanto, las dimensiones del rectángulo son 15 metros de base y 4 metros de altura.

10. Tomamos como incógnitas x: primer número, y: segundo número. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} 3x=2y+4 \\ 4x-y=22 \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 4x-y=22 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 8 e y = 10. Por tanto, los números buscados son 8 y 10.

Estrategia e ingenio

En equilibrio

Tomamos como incógnitas x: peso de cada pera (en gramos), y: peso de cada piña (en gramos).

El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} y + 200 = 3x \\ 1400 = x + y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} 3x - y = 200 \\ x + y = 1400 \end{cases}$$

A continuación, resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos estudiados, se obtiene que la solución del sistema es x = 400 e y = 1000. Por tanto, cada pera pesa 400 g y, cada piña, 1000 g.

Cifras y letras

El valor de cada letra sería: T = 8; R = 5; E = 6; S = 2; I = 5. Se comprueba:

		T	R	E	S
		8	5	6	2
+		8	5	6	2
		8	5	6	2
	2	5	6	8	6
	S	I	E	T	E

El collar del amor

Llamando x al total de perlas que tenía el collar, se plantea la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{10}x + 6 = x$$

A continuación, resolviendo la ecuación, se obtiene que x = 30. Por lo tanto, el collar tenía 30 perlas.

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

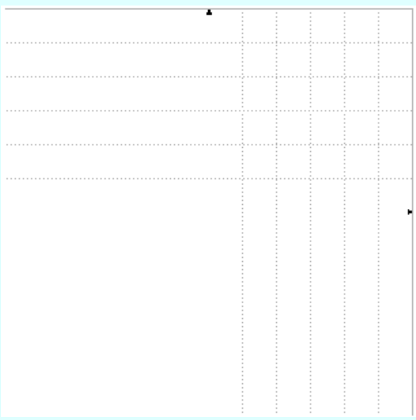
(Viene de la página 6-5 de la guía)

b) Despejamos la incógnita y: $y = 5 - x$.

A continuación formamos la tabla de valores:

x	0	1	2	3
y	5	4	3	2

Representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:

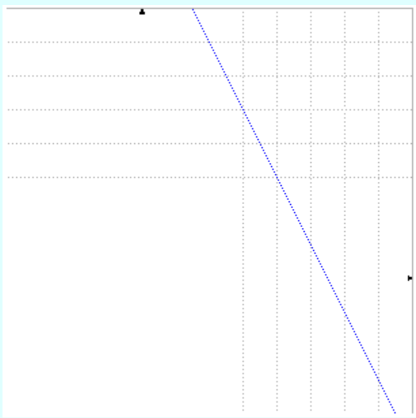


c) Despejamos la incógnita y: $y = 11 - 2x$.

A continuación formamos la tabla de valores, dando valores a x y calculando los correspondientes de y:

x	0	1	2	3
y	11	9	7	5

Cada par de valores de la tabla representa un punto en el plano, por lo que, representando los puntos obtenidos y trazando la recta que los une, quedaría representada como:



5. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Para x = -2, resulta y = 0.

Para x = 0, resulta y = 1.

Para x = 2, resulta y = 2.

La ecuación es: $x - 2y = -2$

(Viene de la página 6-9 de la guía)

d) Despejamos la incógnita "x" de la segunda ecuación:

$x = 1 + 3y$

A continuación, se sustituye "x" en la primera ecuación:

$2 \cdot (1 + 3y) + 5y = 2$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$2 + 6y + 5y = 2 \Leftrightarrow 11y = 0 \Leftrightarrow y = 0$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 1 + 3 \cdot 0 \Leftrightarrow x = 1$

La solución es x = 1 e y = 0.

9. Siguiendo los pasos del método de igualación, se resuelven:

a) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 18 - 2y \\ x = y + 9 \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$18 - 2y = y + 9$

Resolvemos ahora la ecuación:

$18 - 9 = 3y \Leftrightarrow 9 = 3y \Leftrightarrow y = 3$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 3 + 9 \Leftrightarrow x = 12$

La solución es x = 12 e y = 3.

b) Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 1 + 3y \\ x = 17 - y \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$1 + 3y = 17 - y$

Resolvemos ahora la ecuación:

$4y = 16 \Leftrightarrow y = 4$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 17 - 4 \Leftrightarrow x = 13$

La solución es x = 13 e y = 4.

c) Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 18 - x \\ y = 4 + x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$18 - x = 4 + x$

Resolvemos ahora la ecuación:

$14 = 2x \Leftrightarrow x = 7$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 4 + 7 \Leftrightarrow y = 11$

La solución es x = 7 e y = 11.

d) Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 15 + 2x \\ y = 9 + x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$15 + 2x = 9 + x$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = -6$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 9 - 6 \Leftrightarrow y = 3$

La solución es x = -6 e y = 3.

10. Siguiendo los pasos del método de reducción, se resuelven:

a) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 4 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 28x + 4y = 4 \\ -2x + 4y = 1 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$30x = 3$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 3/30 \Leftrightarrow x = 1/10$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$$7 \cdot \left(\frac{1}{10}\right) + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - \frac{7}{10} \Leftrightarrow y = \frac{3}{10}$$

La solución es x = 1/10 e y = 3/10.

b) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 5x - 30y = -15 \\ 5x - y = 57 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo:

$-29y = -72$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 72/29$

Para calcular el valor de la otra incógnita, x, aplicaremos el método de reducción doble. Por lo tanto, volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de y, multiplicando la segunda ecuación por 6 y manteniendo igual la primera:

$$\begin{cases} x - 6y = -3 \\ 30x - 6y = 342 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-29x = -345$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 345/29$

La solución es x = 345/29 e y = 72/29.

c) Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 2:

$$\begin{cases} 10x + 15y = 65 \\ 10x - 16y = -28 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$31y = 93$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 93/31 \Leftrightarrow y = 3$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$2x + 3 \cdot 3 = 13 \Leftrightarrow 2x = 13 - 9 \Leftrightarrow x = 2$

La solución es x = 2 e y = 3.

d) Escogemos la incógnita "y" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 3 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} 7x + 9y = 5 \\ 15x - 9y = 39 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$22x = 44$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = 44/22 \Leftrightarrow x = 2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita y:

$5 \cdot 2 - 3y = 13 \Leftrightarrow 10 - 13 = 3y \Leftrightarrow y = -1$

La solución es x = 2 e y = -1.

11. A continuación se resuelven los sistemas propuestos, indicando, en cada caso, el método empleado:

a) MÉTODO DE REDUCCIÓN DOBLE: Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases} 15x - 40y = 10 \\ 15x - 9y = 72 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-31y = -62$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = -62/-31 \Leftrightarrow y = 2$

Para calcular el valor de la otra incógnita, x, usando el método de reducción doble y volviendo al sistema inicial, se igualan los coeficientes de y, multiplicando la primera ecuación por 6 y la segunda ecuación por 8:

$$\begin{cases} 9x - 24y = 6 \\ 40x - 24y = 192 \end{cases}$$

Restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$-31x = -186$

Resolvemos ahora la ecuación:

$x = -186/-31 \Leftrightarrow x = 6$

La solución es x = 6 e y = 2.

b) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita "x" de la segunda ecuación:

$x = 2 - 3y$

A continuación, se sustituye "x" en la primera ecuación:

$4 \cdot (2 - 3y) - 6y = 26$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$8 - 12y - 6y = 26 \Leftrightarrow -18 = 18y \Leftrightarrow y = -1$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$x = 2 - 3 \cdot (-1) \Leftrightarrow x = 5$

La solución es x = 5 e y = -1.

c) MÉTODO DE REDUCCIÓN: Escogemos la incógnita "x" para suprimir de las dos ecuaciones. Para igualar los coeficientes, se multiplica la segunda ecuación por 2 y la primera ecuación se mantiene igual:

$$\begin{cases} -2x + 5y = 16 \\ 2x + 8y = 10 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$13y = 26$

Resolvemos ahora la ecuación:

$y = 26/13 \Leftrightarrow y = 2$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la segunda ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$x + 4 \cdot 2 = 5 \Leftrightarrow x = 5 - 8 \Leftrightarrow x = -3$

La solución es x = -3 e y = 2.

d) MÉTODO DE IGUALACION: Despejamos la incógnita “y” de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 73 - 6x \\ y = \dfrac{56-5x}{-4} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$73 - 6x = \frac{56-5x}{-4}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$-292 + 24x = 56 - 5x \Leftrightarrow 29x = 348 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 12$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

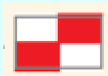
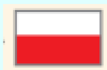
$$y = 73 - 6 \cdot 12 \Leftrightarrow y = 1$$

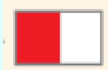
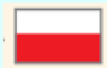
La solución es x = 12 e y = 1.

Página 129

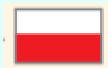
Piensa y contesta

Despejando en primera y tercera ecuación se obtiene:

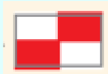
 = 350 – 2· 

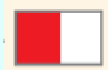
 = 250 –  /2

A continuación, sustituyendo y resolviendo en la tercera ecuación se obtiene que:

 =100

Y, por lo tanto, sustituyendo en las otras dos:

 =150

 =200

(Viene de la página 6-11 de la guía)

Utilizando el método de IGUALACIÓN, despejamos la incógnita “x” de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{4+3y}{8} \\ x = \dfrac{138-10y}{3} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{4+3y}{8} = \frac{138-10y}{3}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$3 \cdot (4+3y) = 8 \cdot (138-10y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12 + 9y = 1104 - 72y \Rightarrow 63y = 1092 \Rightarrow$$
$$y = 1092/63$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{4 + 3 \cdot (1092/63)}{8} \Rightarrow x = 454/89$$

La solución es x = 454/89 e y = 1092/63.

13. A continuación se resuelven los sistemas indicando, en cada caso, el método empleado:

a) Simplificamos previamente las ecuaciones:

$$12 \cdot \left(\frac{2x-3}{4} - \frac{5}{6} \right) = 12 \cdot \left(\frac{3-2y}{3} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3 \cdot (2x-3) - 2 \cdot 5 = 4 \cdot (3-2y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6x - 9 - 10 = 12 - 8y \Rightarrow 6x + 8y = 31$$
$$6 \cdot \left(\frac{2x+1}{3} \right) = 6 \cdot \left(\frac{2y+3}{2} - \frac{7}{6} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2 \cdot (2x+1) = 3 \cdot (2y+3) - 7 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x + 2 = 6y + 9 - 7 \Rightarrow 4x - 6y = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x - 3y = 0$$

Resolvemos el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 6x + 8y = 31 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

Utilizando el método de SUSTITUCIÓN: Despejamos la incógnita “x” de la segunda ecuación:

$$x = 3y/2$$

A continuación, se sustituye “x” en la primera ecuación:

$$6 \cdot (3y/2) + 8y = 31$$

Resolvemos ahora la ecuación obtenida:

$$9y + 8y = 31 \Leftrightarrow 17y = 31 = \Leftrightarrow y = 31/17$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{3 \cdot (31/17)}{2} \Leftrightarrow x = {}^{93}\!/_{34}$$

La solución es x = 93/34 e y = 31/17.

b) Simplificamos previamente las ecuaciones:

$$5 \cdot \left[\frac{4(x-3)}{5} - 3y \right] = 5 \cdot \left(\frac{-22}{5} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4(x-3) - 5 \cdot 3y = -22 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x - 12 - 15y = -22 \Rightarrow 4x - 15y = -10$$
$$3 \cdot \left[2x + \frac{2(y-4)}{3} \right] = 3 \cdot \left(\frac{26}{3} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3 \cdot 2x + 2(y-4) = 26 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6x + 2y - 8 = 26 \Rightarrow 6x + 2y = 34 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 3x + y = 17$

Resolvemos el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 4x - 15y = -10 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$$

Utilizando el método de IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita "y" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \dfrac{10 + 4x}{15} \\ y = 17 - 3x \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{10 + 4x}{15} = 17 - 3x$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$10 + 4x = 255 - 45x \Leftrightarrow 49x = 245 \Leftrightarrow x = 7$ Por último, sustituyendo el valor obtenido de x en la segunda ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita y:

$y = 17 - 3 \cdot 5 \Leftrightarrow y = 2$

La solución es x = 7 e y = 2.

14. Simplificamos previamente las ecuaciones:

$$\frac{2}{\frac{5x + 6y + 32}{30}} = -\frac{3/5}{\frac{3x - 8y}{12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{60}{5x + 6y + 32} = -\frac{36}{15x - 40y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(15x - 40y) = -3(5x + 6y + 32) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 75x - 200y = -15x - 18y - 96 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60x - 182y = -96 \Leftrightarrow 30x - 91y = -48$$

$$\frac{1/5}{\frac{x + y}{2}} = \frac{4/6}{\frac{15y - 24x + 875}{60}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5x + 5y} = \frac{40}{15y - 24x + 875} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15y - 24x + 875 = 20(5x + 5y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15y - 24x + 875 = 100x + 100y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 124x + 85y = 875$$

Resolvemos el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 45x - 91y = -48 \\ 124x + 85y = 875 \end{cases}$$

Utilizando el método de IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \dfrac{-48 + 91y}{45} \\ x = \dfrac{875 - 85y}{124} \end{cases}$$

A continuación, igualamos las dos expresiones obtenidas:

$$\frac{-48 + 91y}{45} = \frac{875 - 85y}{124}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$-5952 + 11284y = 39375 - 3825y \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 15109y = 45327 \Leftrightarrow y = 3$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación obtenida en el primer paso, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = \frac{-48 + 91 \cdot 3}{45} \Leftrightarrow x = 5$$

La solución es x = 5 e y = 3.

Página 131

Piensa y contesta

Actividad personal. A modo de ejemplo:

– El sistema cuya solución es x = 4 e y = 0:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

– El sistema cuya solución es x = 0 e y = -2:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

15. A continuación se resuelven gráficamente los sistemas dados:

a) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

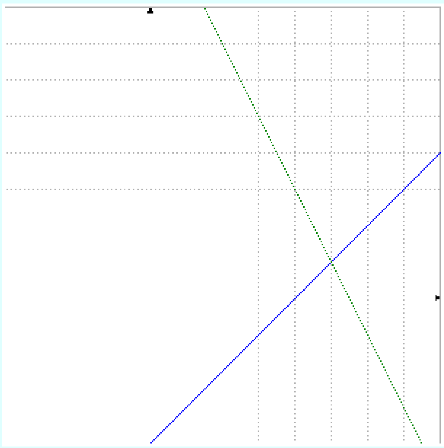
$y = x - 4 \quad y = 11 - 2x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = x - 4$
0	-4
1	-3
2	-2

x	$y = 11 - 2x$
0	11
1	9
2	7

A continuación, se representan en unos ejes de corrdenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (5, 1). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 5 e y = 1.

b) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

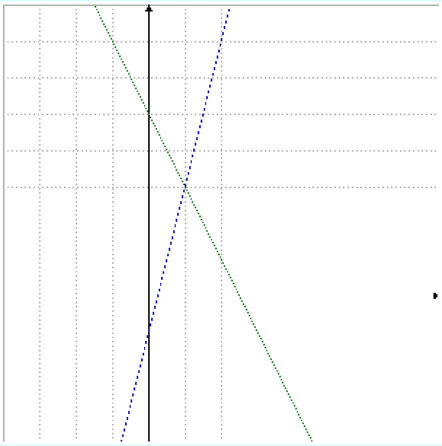
$y = 4x - 1 \qquad\qquad y = 5 - 2x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = 4x - 1$
0	-1
1	3
2	7

x	$y = 5 - 2x$
0	5
1	3
2	1

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (1, 3). Por lo tanto, la solución del sistema es x = 1 e y = 3.

16. Resolvemos gráficamente:

a) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

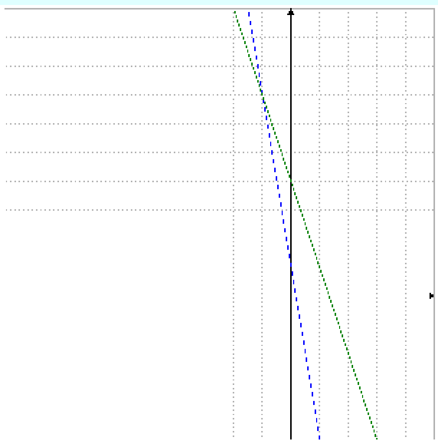
$y = 1 - 6x \qquad\qquad y = 4 - 3x$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = 1 - 6x$
-1	7
0	1
1	-5

x	$y = 4 - 3x$
0	4
1	1
2	-2

Representamos las rectas a continuación:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (-1, 7). Por lo tanto, la solución del sistema es x = -1 e y = 7.

b) Despejando la incógnita y de las dos ecuaciones:

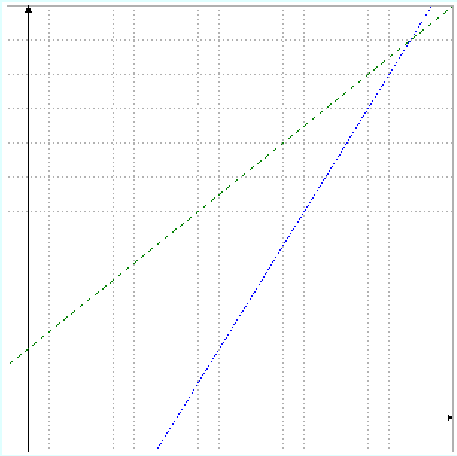
$y = x - 7 \qquad\qquad y = \dfrac{x+4}{2}$

Construimos una tabla de valores para cada una de las ecuaciones:

x	$y = x - 7$
0	-7
1	-6
2	-5

x	$y = \dfrac{x+4}{2}$
-2	2
0	1
2	3

A continuación, se representan en unos ejes de coordenadas los puntos obtenidos y trazamos las rectas que los unen:



Las dos rectas se cortan en el punto de coordenadas (18, 11). Por lo tanto, la solución del sistema es x = = 18 e y = 11.

(Viene de la página 6-13 de la guía)

18. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

19. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

20. Actividad personal. A modo de ejemplo:

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ -4x + 2y = 0 \end{cases}$$

(Viene de la página 6-15 de la guía)

Resolvemos ahora la ecuación:

$9{,}6 - 0{,}20y + 0{,}50y = 11{,}70 \Rightarrow 0{,}30y = 2{,}1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 7$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 48 - 7 \Leftrightarrow x = 41$$

La solución del sistema es x = 41 e y = 7. Por tanto, Juan tiene 41 monedas de 20 céntimos y 7 monedas de 50.

23. Tomamos como incógnitas x: el número de estudiantes, y: el número de profesores. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 11y = 214 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de IGUALACIÓN: Despejamos la incógnita "x" de las dos ecuaciones, obteniendo:

$$\begin{cases} x = 36 - y \\ x = \dfrac{214 - 11y}{4} \end{cases}$$

Igualando las dos ecuaciones obtenidas:

$$36 - y = \frac{214 - 11y}{4}$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$144 - 4y = 214 - 11y \Rightarrow 7y = 70 \Rightarrow y = 10$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x = 36 - 10 \Leftrightarrow x = 26$$

La solución del sistema es x = 26 e y = 10. Por tanto, se compraron 26 entradas de estudiante y 10 entradas de profesor.

24. Tomamos como incógnitas x: el número mayor, y: el número menor. El problema se plantearía como:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x - y = 4y \end{cases}$$

Simplificamos las ecuaciones para que el sistema quede en la forma general:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x - 5y = 0 \end{cases}$$

A continuación resolvemos el sistema utilizando el método de REDUCCIÓN: Como la incógnita x ya tiene el mismo coeficiente en ambas ecuaciones, restamos ambas ecuaciones, obteniendo la expresión:

$$6y = 180$$

Resolvemos ahora la ecuación:

$$y = 30$$

Por último, sustituyendo el valor obtenido de y en la primera ecuación del sistema, se halla el valor de la incógnita x:

$$x + 30 = 180 \Leftrightarrow x = 150$$

La solución del sistema es x = 150 e y = 30. Por tanto, los números buscados son 150 y 30.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/747012	http://enebro.pntic.mec.es/~jhep0004/Paginas/CarmenIn/historia.htm
http://www.tiching.com/747013	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/sistemas_lineales_dos_incognitas_dchg/index.html
http://www.tiching.com/747014	http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/500/555/html/Unidad03/pagina_3.html
http://www.tiching.com/747015	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Sistemas_ecuaciones_lineales_interpretacion/Sistemas_lineales.htm
http://www.tiching.com/747016	http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&id=3348%3Agermain-sophie-1776-1831
http://www.tiching.com/747017	http://www.vitutor.com/ecuaciones/sistemas/tipos_e.html
http://www.tiching.com/747018	http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0045-01/secciones/presentacion.html