INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ La finalidad de esta unidad consiste en la aplicación de los conceptos de proporcionalidad directa e inversa a la resolución de problemas.

En primer lugar leeremos el texto introductorio y lo comentaremos con el alumnado siguiendo este cuestionario:

– *¿Qué idea estamos aplicando cuando en la frutería calculamos el precio de 2 kilos de manzanas a partir del precio de la unidad?*

– *¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana empleamos el concepto de proporcionalidad directa?*

– *¿Son útiles los porcentajes en la vida diaria?*

■ A continuación prestaremos atención a la imagen de presentación, al índice de contenidos de esta unidad y al esquema que los relaciona:

– *¿Se te ocurren dos magnitudes que sean directamente proporcionales? Razona tu respuesta. ¿E inversamente proporcionales?*

– *¿Cómo expresamos un porcentaje en forma de fracción?*

Empezamos la unidad

■ Como introducción y repaso de ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se proponen una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

– La actividad 1 introduce el concepto de razón, fundamental para entender cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales.

– En la actividad 2 se repasa la idea de fracción equivalente, relacionada con el concepto de proporción que estudiaremos posteriormente en este mismo tema.

– La actividad 3 revisa la operativa de las proporciones, que aplicaremos a la resolución de la regla de tres.

– En la actividad 4 repasaremos el cálculo con porcentajes.

– La actividad 5 relaciona los conceptos de proporcionalidad directa e inversa.

■ Con el fin de comprobar el nivel de conocimientos del que parten los alumnos y alumnas, les pediremos que resuelvan por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 4 y 5.* Leer comprender e interpretar el enunciado y saber desarrollar los propios argumentos por escrito, para resolver la actividad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2, 3, 4 y 5.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 1, 2, y 3.* Saber transformar la información recopilada en unidades anteriores en conocimiento propio.

■ *Esquema pág. 144.* Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto pág. 144.* Valorar la proporcionalidad en los cálculos comerciales y su aplicación a otro tipo de estudios planteados en diferentes disciplinas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Actividades.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para introducir el tema sobre proporcionalidad y ver la realidad de su utilización, propondremos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747100

Se trata de un recurso que nos permitirá comprobar hasta qué punto tienen conciencia de su aplicación en cuestiones de la vida corriente. También sabremos sus conocimientos previos sobre el tema.

A partir de una página de publicidad, les pediremos que realicen descuentos. No es necesario utilizar la calculadora, pueden practicar el cálculo mental y adquirir estrategias. Les preguntaremos:

- *¿Sabrías decir el precio de un televisor, si esta semana se aplica una rebaja del 25% sobre ellos?*
- *Encuentra un gran electrodoméstico y aplica una rebaja del 10% en su precio inicial.*
- *Finalmente en informática se realiza una rebaja del 50%. ¿Qué artículo vas a comprar?*

Educamos en valores

Valoración de la iniciativa personal y de las estrategias propias de resolución de situaciones problemáticas

■ El desarrollo de estrategias personales eficaces de resolución de problemas contribuye a valorar las propias capacidades y a sacar partido de su iniciativa per-sonal.

El área de matemáticas contribuye a la aplicación de métodos personales de resolución de problemas que pueden ser útiles en otras circunstancias de la vida.

Las actividades que contribuyen a lograr este objetivo son:

– En las actividades *Estrategia e ingenio* de la página 139 el alumnado debe diseñar una estrategia de resolución personal que le permita abordar dos problemas que no se resuelven con los métodos estándar estudiados.

– La *Resolución de problemas* de la pág. 157.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 145

Para empezar…

1. Las razones son las siguientes:

a) $\frac{5}{7}=0,71$ b) $\frac{5}{100}=0,05$ c) $\frac{8,4}{2,1}=4$

2. Las fracciones equivalentes son:

a) $\frac{5}{8}$ y $\frac{15}{24}$ c) $\frac{4}{7}$ y $\frac{20}{35}$

3. Los valores de *x* son los siguientes:

a) $\frac{x}{5}=\frac{3}{4}$; $x=\frac{3\cdot 5}{4}=\frac{15}{4}$

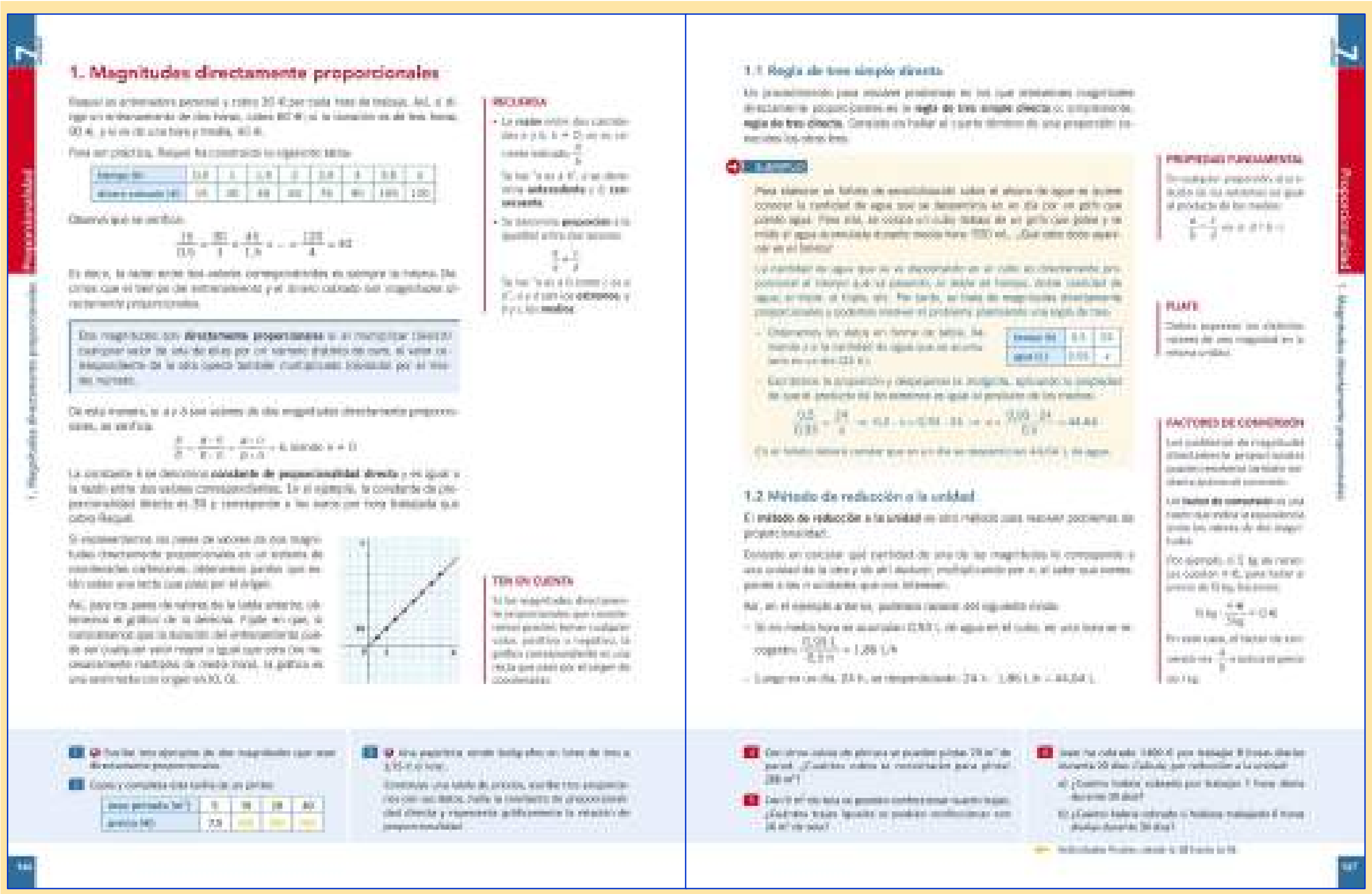
b) $\frac{15}{7}=\frac{x}{14}$; $x=\frac{15\cdot 14}{7}=30$

c) $\frac{7}{21}=\frac{21}{x+11}$; $7(x+11)=21^2$; $7x=21^2-77$;

$x=\frac{441-77}{7}=\frac{364}{7}=52$

d) $\frac{x-1}{3}=\frac{x+1}{4}$; $4x-4=3x+3$; $x=7$

(Continúa en la página 7-27 de la guía)



1. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

■ El objetivo de esta sección consiste en introducir el concepto de proporcionalidad directa y sus aplicaciones a la hora de resolver problemas.

En primer lugar leeremos el ejemplo inicial que nos sirve para explicar prácticamente las ideas de *razón* y *magnitudes directamente proporcionales.* Prestaremos atención a la nota *Recuerda,* donde se recoge cierta terminología relacionada:

- *¿Cómo se halla la razón entre dos valores dados?*
- *¿Qué nos indica la razón entre los valores de dos magnitudes?*
- *¿A qué llamamos proporción?*

■ A continuación leeremos la definición del recuadro y los párrafos que siguen, junto con la nota *Ten en cuenta.* Después plantearemos al alumnado un cuestionario que resuma las ideas más importantes:

- *¿Cuándo se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales?*
- *¿Cómo es la representación gráfica de sus pares de valores?*
- *¿Qué es la constante de proporcionalidad directa?*

■ Para afianzar todos estos conceptos introducidos, los alumnos y alumnas resolverán los ejercicios de la página 146.

1.1 Regla de tres simple directa

■ Leeremos la introducción del apartado y la nota del margen *Propiedad fundamental.* A continuación analizaremos el ejemplo de aplicación de la teoría:

- *¿Qué información extraemos del enunciado?*
- *¿Qué propiedad hemos aplicado para resolver la proporción?*
- *¿Es correcto que obtengamos una cantidad de agua mayor en el caso de las 24h que para media hora?*

El docente destacará la observación del margen *Fíjate*, muy importante a la hora de realizar los cálculos.

1.2 Método de reducción a la unidad

■ Proseguiremos con la lectura del siguiente apartado, prestando atención al ejemplo:

- *¿En qué consiste este método?*
- *¿Podrías poner otro ejemplo de aplicación?*

Ahora leeremos el tercer método expuesto, en el apunte del margen *Factores de conversión* y preguntaremos*:*

- *¿Cómo se calcula el factor de conversión?*
- *¿Por qué multiplicamos los 15 kg por dicho factor?*

■ Por último los alumnos y alumnas resolverán las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 3.* Comprender e interpretar el enunciado del problema que se plantea y ser capaz de responder con la solución adecuada.

■ *Acts. 4, 5 y 6.* Leer y comprender los enunciados y procesar correctamente los datos.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 1.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades en situaciones parecidas y contextos diversos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 1, 4 y 5.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos en este apartado.

■ *Acts. 3 y 6.* Analizar el enunciado, seleccionar una estrategia, valorar las posibles respuestas y tomar decisiones con criterio propio, todo ello con la finalidad de resolver el ejercicio.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para asentar la relación entre magnitudes directamente proporcionales.

✓ La actividad de ampliación 1 resultará útil para poner en práctica lo aprendido en un caso físico particular.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar con la proporcionalidad, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/747101

Se trata de un recurso del tipo Descartes en el que los alumnos podrán repasar la teoría de forma muy sencilla y con ejemplos entendedores.

A continuación, les pediremos que realicen los ejercicios en los cuales aplicarán los conceptos trabajados. Son actividades autocorrectivas para que sean conscientes de su aprendizaje.

Seguidamente, les podríamos preguntar:

- *¿Puedes poner un ejemplo sobre factores de conversión?*
- *¿Sabrías proponer un ejemplo dónde aplicar el método de reducción a la unidad?*

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 146

1. Actividad personal. A modo de ejemplo:

– La longitud del lado de un polígono regular y su perímetro.

– La masa y el peso de un cuerpo.

– Nº de bombillas iguales y consumo eléctrico.

– Cantidad de botellas de agua de 2 litros y peso que tienen.

– Número de artículos iguales y precio que cuestan.

2. Son magnitudes directamente proporcionales y basta multiplicar por 2:

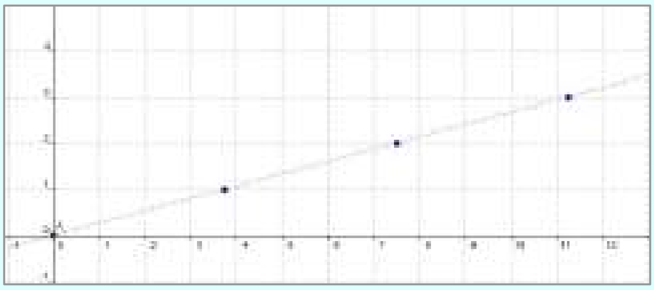
área pintada (m^2)	5	10	20	40
precio (€)	7,5	15	30	60

3. Construimos la tabla de precios:

número de lotes	1	2	3	4
coste (€)	3,75	7,5	11,25	15

Escribimos tres proporciones: $\frac{3,75}{1}=\frac{7,5}{2}=\frac{11,25}{3}=3,75$

La constante de proporcionalidad es k = 3,75.



Página 147

4. Ordenamos los datos en forma de tabla:

número de cubos	5	x
superficie (m^2)	70	266

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x.

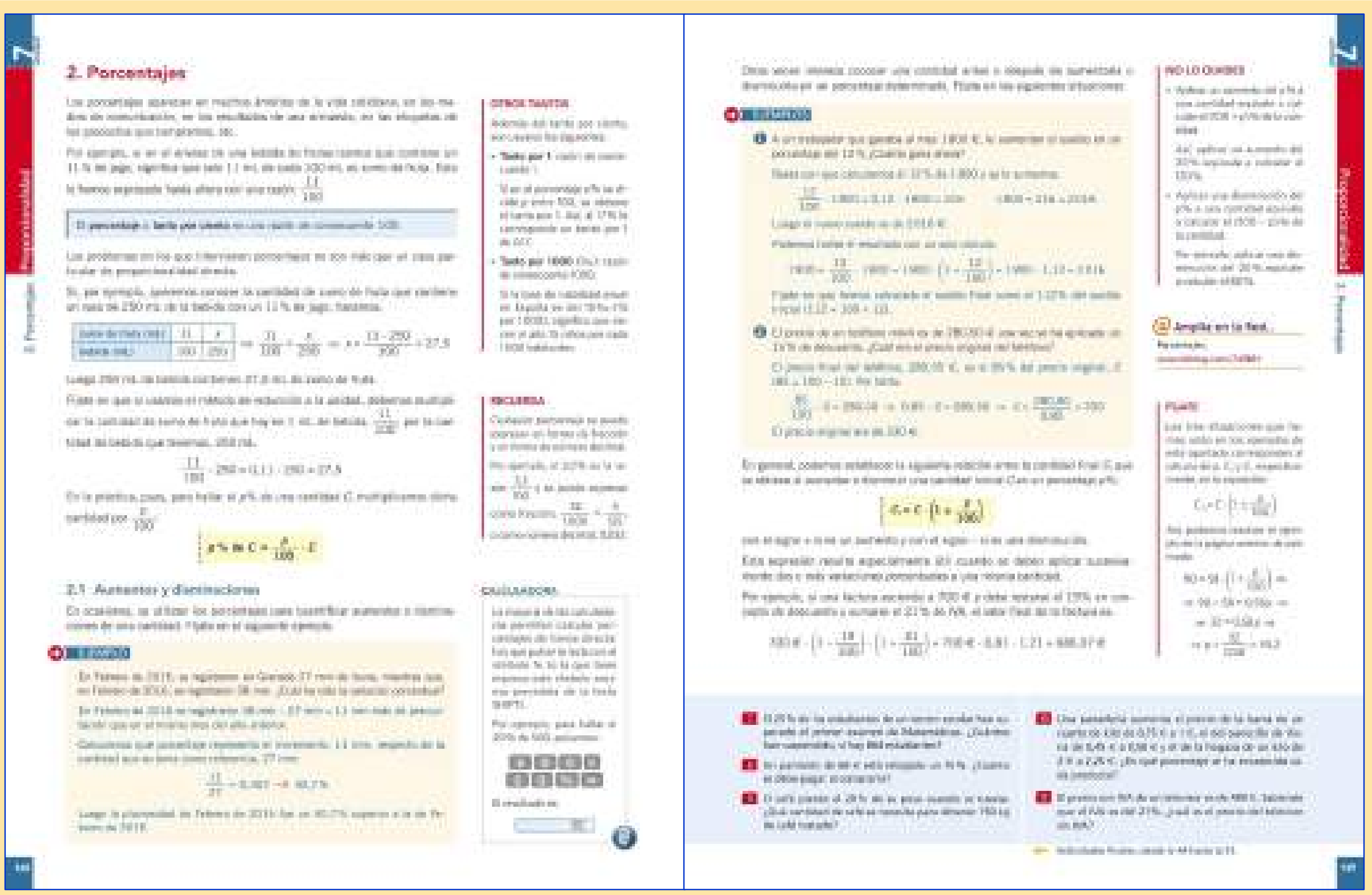
$$\frac{5}{70}=\frac{x}{266} \Rightarrow 70x = 1300 \Rightarrow x = \frac{1300}{70}=19$$

Se necesitarán 19 cubos.

5. Ordenamos los datos en forma de tabla:

número de trajes	4	x
tela (m^2)	9	26

(Continúa en la página 7-27 de la guía)



2. PORCENTAJES

■ El objetivo de esta sección es recordar la utilidad de los porcentajes en el día a día y las reglas básicas que rigen su operativa.

Para empezar leeremos la primera parte de la sección, observando detenidamente los ejemplos, donde aprenderemos a calcular porcentajes:

– *¿Qué es en realidad un porcentaje? Pon un ejemplo.*
– *¿Cómo podemos calcular un porcentaje de un número?*

■ A continuación prestaremos atención a las tres notas que aparecen en el margen de esta misma página, donde se repasan algunas carácterísticas de los porcentajes:

– *Expresa el porcentaje del 5% de los diferentes modos estudiados.*
– *¿Cuál es el tanto por uno correspondiente al 25%?*
– *¿Qué es un tanto por 1000?*

2.1 Aumentos y disminuciones

■ En este apartado trabajaremos la aplicación práctica más habitual de los porcentajes, a través de tres ejemplos.

Leeremos la introducción y observaremos detenidamente los cálculos realizados en el primer ejemplo:

– *¿Qué valores hemos dividido para obtener el incremento de lluvia en 2016?*
– *¿Cómo lo traducimos después a un porcentaje?*

■ Luego analizaremos los dos ejemplos siguientes y nos aseguraremos de su adecuada compresión realizando este cuestionario al alumnado:

– *¿Qué representa la cantidad 216 en el ejemplo 1?*
– *¿Con qué operación única podemos resolver el ejemplo 1?*
– *¿Por qué dividimos entre 0,85 en el ejemplo 2?*

Ahora leeremos la nota *No lo olvides* y preguntaremos:

– *¿Cómo aplicarías un aumento del 10% a 500?*
– *Aplica una disminución del 5% a 90.*

■ Continuaremos leyendo el texto de este apartado, junto con la nota *Fíjate*, donde se resume la metodología seguida para resolver este tipo de planteamientos:

– *¿Cómo podemos aplicar sucesivamente un aumento y un descuento en porcentaje a una cantidad inicial?*
– *Calcula la cantidad inicial antes de aplicarle un incremento del 5% y un descuento del 15% a 156.*

■ Los alumnos y alumnas resolverán ahora las actividades propuestas en el libro.

Podrán seguir practicando la operativa con porcentajes accediendo al recurso *@Amplía en la Red*.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Actividades.* Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas que se plantean para poderlos resolver.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 7, 8 y 9.* Aplicar reglas operativas de forma repetitiva para mejorar la eficacia de resolución.
- *Acts. 10 y 11.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre porcentajes.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 7, 8 y 9.* Desarrollar la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre porcentajes, siendo perseverante en la resolución.
- *Acts. 10 y 11.* Identificar en la realización de los problemas las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En las actividades de refuerzo 2 y 4 así como en la actividad de ampliación 2 podremos seguir trabajando los conceptos de aumento y disminución porcentual y sus aplicaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos entrar en el siguiente enlace para reforzar los automatismos en los porcentajes.

http://www.tiching.com/747102

La siguiente página web es un recurso del tipo Descartes. En ella se combina una explicación teórica con ejemplos sencillos y una propuesta de actividades relacionadas.

Es un recurso que permite un trabajo autónomo con lo que el profesor lo podrá proponer según el ritmo de cada alumno.

Pediremos a los alumnos que los resuelvan en su cuaderno y, a continuación, organizaremos una puesta en común sobre las dificultades o ventajas que han encontrado y favorecer así la interrelación en temas matemáticos de uso cotidiano.

Les podemos hacer notar cómo aumenta o disminuye el precio de un producto en el que aplicamos un descuento y el IVA.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 150

7. Bastará con calcular el 75 % de 864:

$\left(1-\frac{25}{100}\right)\cdot 864=\frac{75}{100}\cdot 864=\frac{3}{4}\cdot 864=648$ estudiantes han suspendido.

8. El precio final del pantalón es el 100% – 15% = 85% de su valor inicial.

Calculamos el 85% de 68: $\frac{85}{100}\cdot 68 = 0{,}85\cdot 68 = 57{,}8$

Se deben pagar 57,80 euros al comprarlo.

9. Los 150 kg de café tostado corresponde al 100% – 20% = 80% del café inicial.

Calculamos la cantidad C de café inicial: $\frac{80}{100}\cdot C = 150$

$\Rightarrow C=\frac{150\cdot 100}{80}=187{,}5$

Se necesitan 187,5 kg de café.

10. Calculamos los porcentajes:

Barra de un cuarto de kilo: $1 = 0{,}75\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow 1 = 0{,}75 + 0{,}0075p \Rightarrow 0{,}25 = 0{,}0075p \Rightarrow$

$p=\frac{0{,}25}{0{,}0075}=33{,}333\ldots \Rightarrow$ Se ha encarecido un 33,33%

Panecillo de Viena: $0{,}50 = 0{,}45\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}50 = 0{,}45 + 0{,}0045p \Rightarrow 0{,}05 = 0{,}0045p \Rightarrow$

$\Rightarrow p=\frac{0{,}05}{0{,}0045}=11{,}11 \Rightarrow$ Se ha encarecido un 11,11%

Hogaza de un kilo: $2{,}25 = 2\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow 2{,}25 = 2 + 0{,}02p \Rightarrow 0{,}25 = 0{,}02p \Rightarrow$

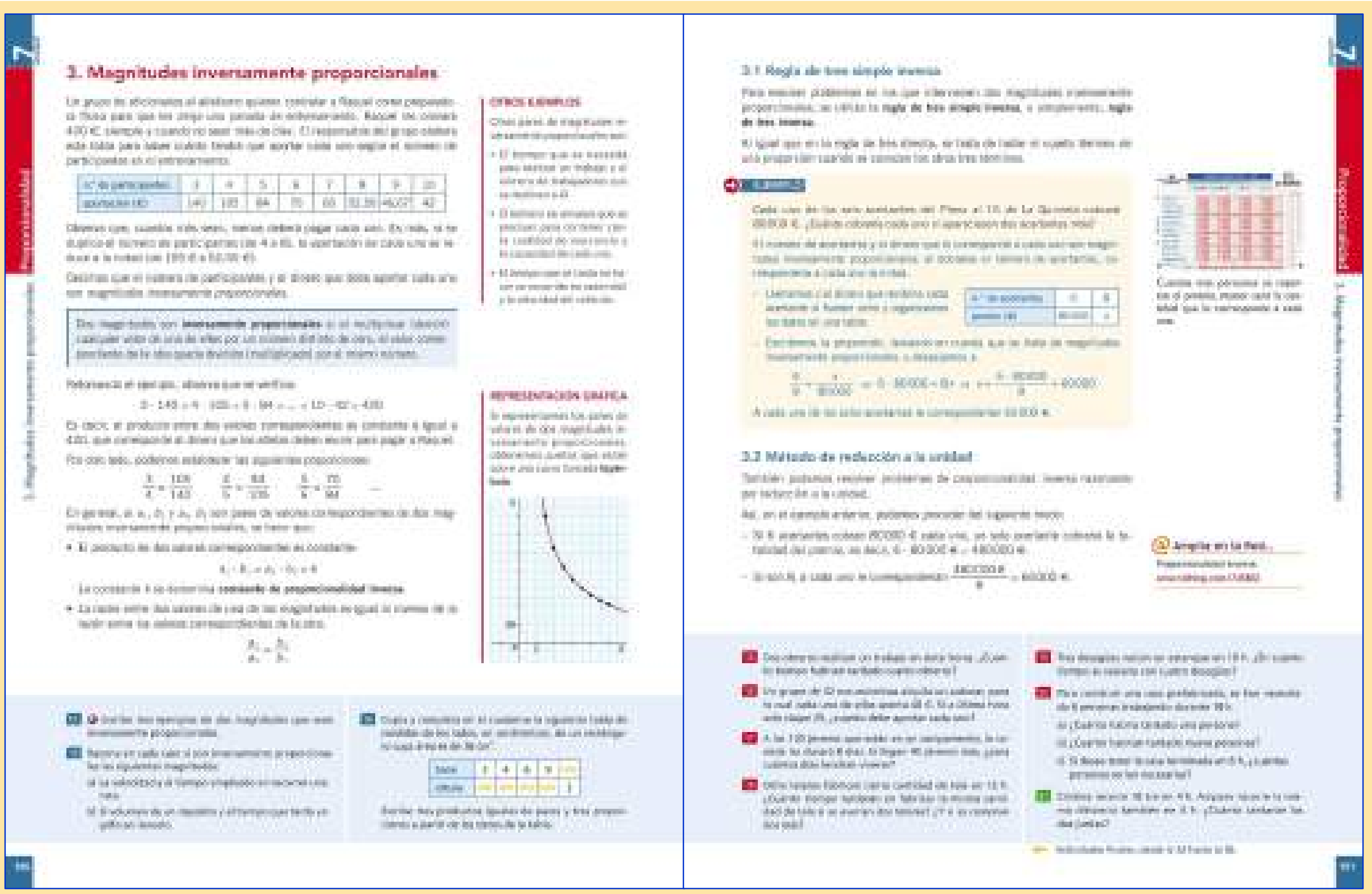
$\Rightarrow p=\frac{0{,}25}{0{,}02}=12{,}5 \Rightarrow$ Se ha encarecido un 12,5%

11. Si el precio del televisor sin IVA es C $\Rightarrow$

$\Rightarrow 480 = C\cdot\left(1+\frac{21}{100}\right)\Rightarrow 480 = C\cdot 1{,}21\Rightarrow$

$\Rightarrow C=\frac{480}{1{,}21}\simeq 396{,}7$

El precio del televisor sin IVA es de 396,7 euros.



3. MAGNITUDES INV. PROPORCIONALES

■ El objetivo básico de esta sección es comprender la relación entre magnitudes inversamente proporcionales y su características y aplicaciones.

Comenzaremos leyendo los tres primeros párrafos, donde se introduce mediante un ejemplo cuándo dos magnitudes son inversamente proporcionales:

– *¿Por qué decimos que las magnitudes del ejemplo son inversamente proporcionales?*

– *¿Qué otro ejemplo se te ocurre de dos magnitudes inversamente proporcionales?*

– *¿En qué se diferencian de las magnitudes directamente proporcionales?*

■ Ahora leeremos la definición del recuadro y las características de estas magnitudes, expresadas en los párrafos que siguen:

– *Verifica que se cumple la definición en el caso de las magnitudes del ejemplo anterior.*

– *¿Qué es la constante de proporcionalidad inversa? ¿Qué valor tiene en el ejemplo?*

– *¿La razón entre dos valores correspondientes de las dos magnitudes es siempre la misma? Compruébalo en el caso de las magnitudes del ejemplo.*

■ Nos fijaremos a continuación en las notas del margen: *Otros ejemplos* y *Representación gráfica*, que comentaremos con los alumnos y alumnas:

– *Razona por qué las magnitudes de los ejemplos son inversamente proporcionales.*

– *¿Cómo es la representación gráfica de dos magnitudes inversamente proporcionales? ¿Es una curva creciente o decreciente? ¿Por qué?*

3.1 Regla de tres simple inversa

■ El alumnado leerá la introducción del siguiente apartado y después observaremos el ejemplo y la nota del margen:

– *¿Por qué las magnitudes del ejemplo son inversamente proporcionales?*

– *¿Qué pasaría si hubiera sólo 4 acertantes?*

– *¿En qué consiste la regla de tres inversa?*

Para afianzar este método, el alumnado accederá al recurso web que encontrará en *@Amplía en la Red.*

3.2 Método de reducción a la unidad

■ Leeremos a continuación este apartado, en el que resolveremos el ejemplo anterior aplicando otro método:

– *¿De qué dos pasos consta el método de reducción a la unidad?*

Por último los alumnos y alumnas realizarán las actividades propuestas en las páginas 150 y 151.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 13.* Desarrollar la capacidad de formular y expresar procesos y estrategias propias de resolución y de generar ideas e hipótesis.
- *Acts. 15 a 21.* Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas y procesar los atos adecuadamente.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 15, 16, 17 y 18.* Aplicar los conocimientos adquiridos sobre la regla de tres simple inversa de manera repetitiva, para mejorar la eficacia de la resolución de problemas.
- *Acts. 19, 20 y 21.* Saber transformar la información para construir sus propias estrategias y aplicarlas en la resolución de las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 12 y 21.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre magnitudes, siendo creativo, flexible y perseverante.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En la actividad de refuerzo 3 trataremos de identificar dos magnitudes inversamente proporcionales.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para seguir trabajando en clase con magnitudes y proporciones, proponemos el siguiente recurso del tipo Descartes:

http://www.tiching.com/747103

Antes de introducirse en el tema, les preguntaremos:

- *¿Cómo explicarías la relación entre el tiempo empleado en levantar un muro y los obreros que realizan el trabajo?*
- *Si aumentamos los litros de leche a envasar pero utilizamos el mismo número de envases ¿cómo podemos explicar esto?*

En esta página web encontrarán una parte teórica y unas actividades interactivas a resolver. Dentro del mismo recurso, les podemos sugerir que accedan al apartado sobre proporcionalidad inversa y que completen las actividades que se proponen sobre regla de tres inversa.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 150

12. Actividad personal. A modo de ejemplo:

– Velocidad y tiempo empleado en recorrer una distancia fija.

– Número de operarios y tiempo empleado en realizar un trabajo determinado.

– Número de animales y días que le dura una cantidad fija de alimento.

13. Razonamos si son inversamente proporcionales las magnitudes dadas:

a) Sí son inversamente proporcionales, porque a más velocidad menos tiempo empleado y además al doble de velocidad la mitad de tiempo.

b) No son inversamente proporcionales (son directamente proporcionales), porque a más volumen más tiempo en llenarlo y el doble de volumen el doble de tiempo.

14. Completamos la tabla, teniendo en cuenta que el producto de ambas dimensiones es siempre 36:

base	2	4	6	9	12
altura	18	9	6	4	3

Tres productos de pares iguales son: $2 \cdot 18, 4 \cdot 9, 6 \cdot 6$

Tres proporciones son: $\frac{4}{2} = \frac{18}{9}, \frac{6}{4} = \frac{9}{6}, \frac{2}{6} = \frac{6}{18}$

Página 151

15. Por definición de magnitudes inversamente proporcionales, el doble de obreros tarda la mitad de tiempo, por tanto habrían tardado 3 horas y media.

16. Tratándose de magnitudes inversamente proporcionales:

$$32 \cdot 40 = 25 \cdot x \Rightarrow x = \frac{32 \cdot 40}{25} = 51,2\ €$$

17. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

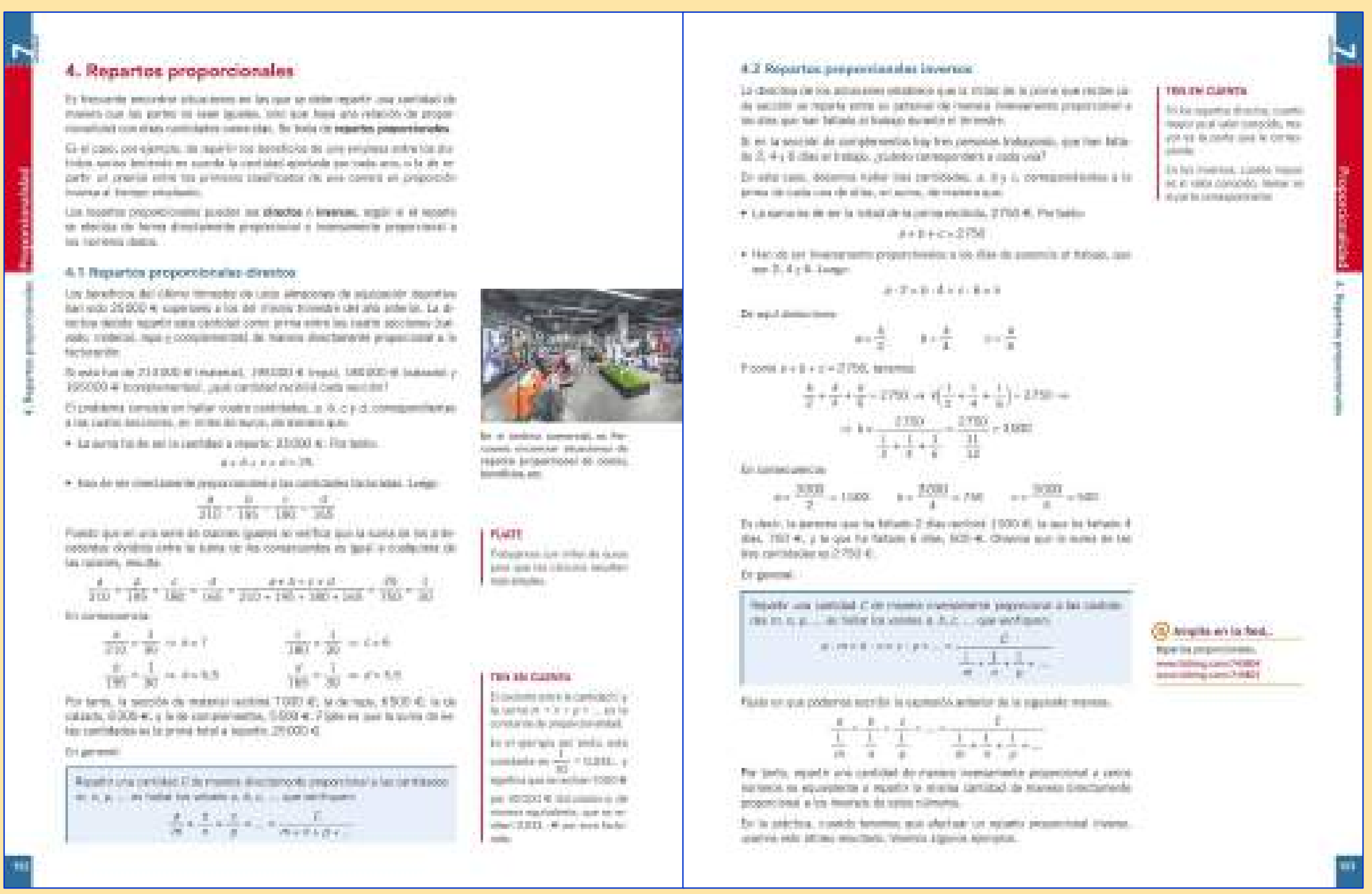
Nº de jóvenes	120	160
días	8	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{120}{160} = \frac{x}{8} \Rightarrow 160x = 960 \Rightarrow x = \frac{960}{160} = 6$$

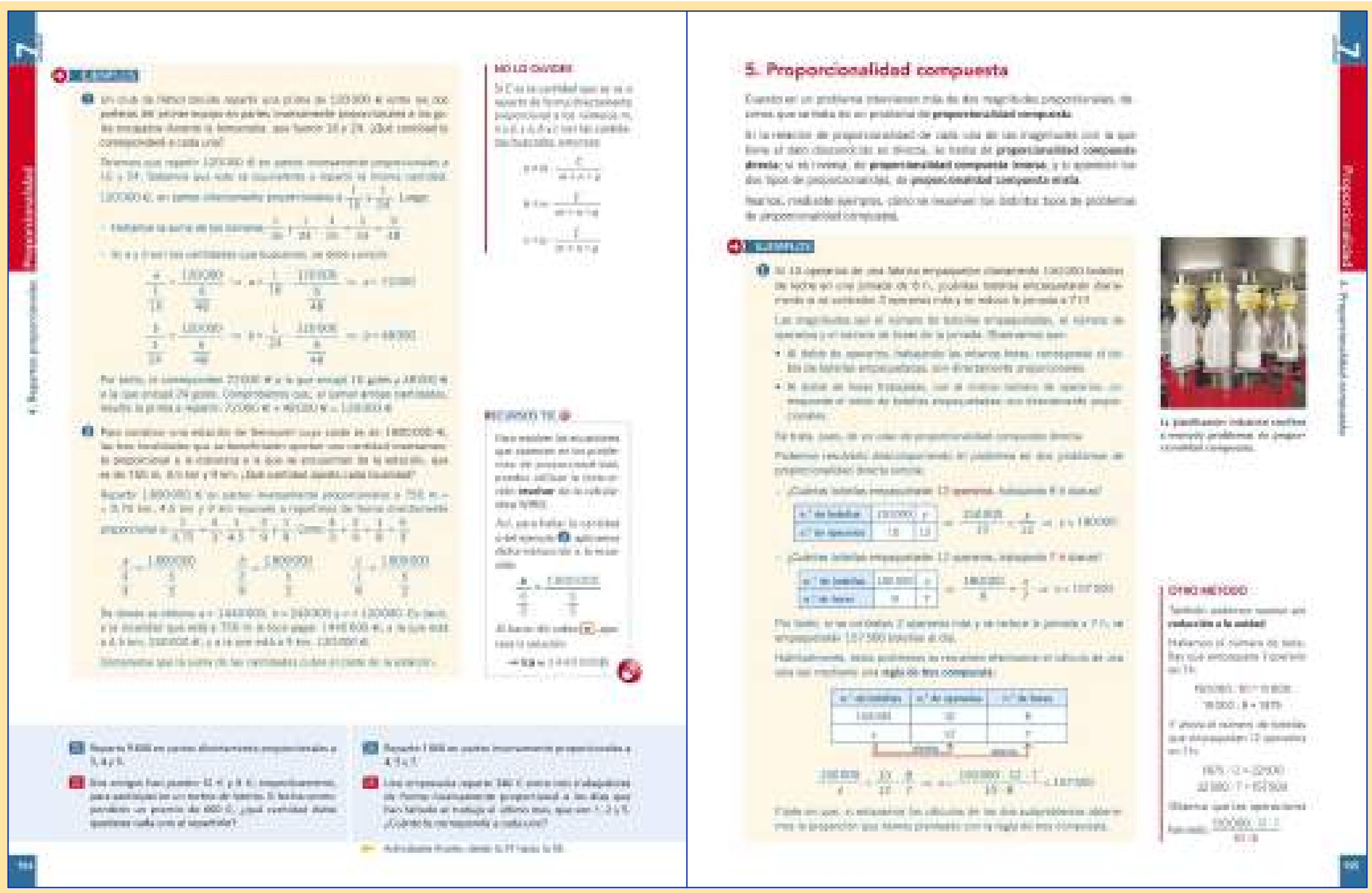
Tendrán víveres para 6 días.

(Continúa en la página 7-27 de la guía)


4. Repartos proporcionales

4.1 Repartos proporcionales directos

4.2 Repartos proporcionales inversos


5. Proporcionalidad compuesta

4.1 Rep. prop. directos / 4.2 Rep. prop. inversos

■ Para empezar esta sección leeremos la introducción, observando la imagen de la derecha, y proseguiremos con el ejemplo resuelto en el primer apartado, prestando atención a la nota *Fíjate:*

- *¿Cuándo se dice que un reparto proporcional es directo?*
- *¿Por qué se cumple que a/210 = b/195* en el ejemplo*?*
- *¿Qué regla, aplicada en el ejemplo, se cumple entre varias razones iguales?*
- *¿Cómo obtenemos que 25/750 = 1/30?*
- *¿A quién le corresponde más prima, al que facturó más o al que facturó menos?*

Después destacaremos al alumnado la fórmula del recuadro y el apunte del margen *Ten en cuenta*.

■ Procederemos del mismo modo con el siguiente apartado, planteando las siguientes preguntas a los alumnos y alumnas:

- *¿Qué representa el valor k?*
- *¿Por qué sabemos que 2a = 4b = 6c?*
- *¿Quién ha recibido mayor cantidad, el empleado que ha faltado más días o el que ha faltado menos?*

Después leeremos la nota *Ten en cuenta* y practicaremos los métodos explicados realizando los ejercicios propuestos en los recursos *@Amplía en la Red.*

■ A continuación leeremos los tres párrafos siguientes, donde aprenderemos una forma alternativa de repartir de manera inversamente proporcional a unas cantidades.

Antes de observar los ejemplos, leeremos la nota *No lo olvides.* Después analizaremos detenidamente los dos ejemplos y preguntaremos a los alumnos y alumnas:

- *¿Quién debe recibir mayor prima, el portero que encajó 16 goles o el que encajó 24?*
- *¿Qué fórmula hemos aplicado para calcular cada cantidad? Razona tu respuesta.*

Ahora el alumnado resolverá los ejercicios del libro y el docente explicará, siguiendo la nota del margen, cómo *Wiris* puede ayudarles a resolver este tipo de problemas.

■ Comenzaremos la siguiente sección con la lectura de la introducción, que comprenderemos mejor mediante los ejemplos resueltos en el libro a continuación.

Observaremos el primer ejemplo, resuelto de tres formas diferentes, incluyendo la indicada en la nota *Otro método.* Nos fijaremos en la imagen del margen y después el alumnado contestará a este cuestionario:

- *¿Por qué sabemos que el supuesto del ejemplo es un caso de proporcionalidad compuesta directa?*
- *¿En qué se parecen los tres métodos?*

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 23 y 25.* Leer e interpretar el enunciado procesando los datos de manera ordenada.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Amplía en la Red, pág. 153.* Aprender a reforzar los contenidos vistos en la unidad mediante el uso de los recursos que nos ofrece la red, en este caso, dos páginas web sobre repartos proporcionales.

■ *Recursos TIC, pág. 154.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se pueden resolver las ecuaciones que aparecen en los problemas de proporcionalidad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 22 y 24.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades adquiridas a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 23 y 25.* Identificar en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 154

22. Se verifica que:

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}=\frac{9600}{3+4+5}=\frac{9600}{12}=800\text{ . Por tanto:}$$

$$\frac{a}{3}=800 \Rightarrow a=3\cdot 800=2400$$

$$\frac{b}{4}=800 \Rightarrow b=4\cdot 800=3200$$

$$\frac{c}{5}=800 \Rightarrow c=5\cdot 800=4000$$

Las partes del reparto son 2400, 3200 y 4000.

23. Se trata de un reparto directamente proporcional:

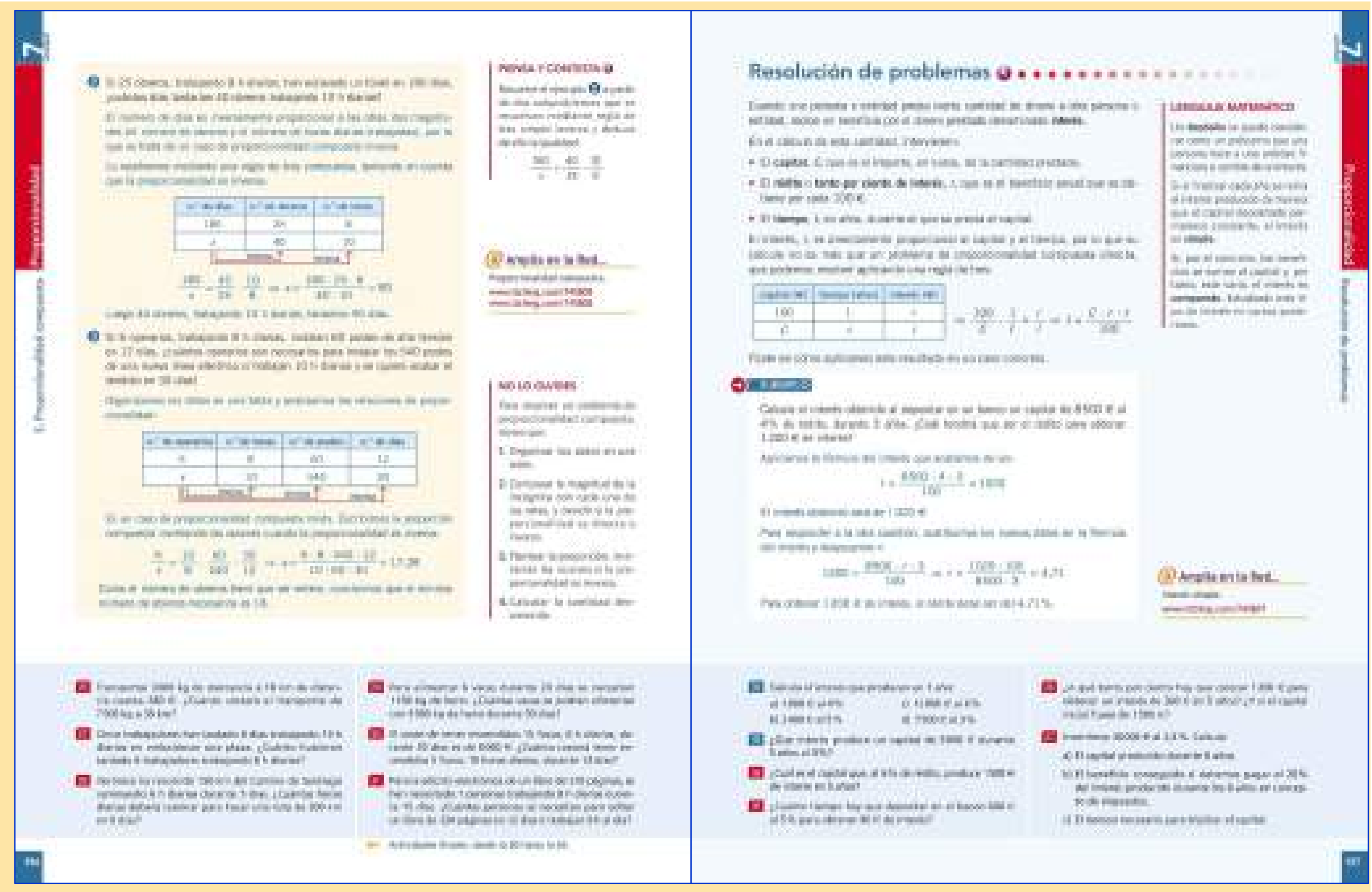
Se verifica: $\frac{a}{12}=\frac{b}{8}=\frac{660}{12+8}=\frac{660}{20}=33$. Por tanto:

$$\frac{a}{12}=33 \Rightarrow a=12\cdot 33=396$$

$$\frac{b}{8}=33 \Rightarrow b=8\cdot 33=264$$

El primero (que puso 12 €) debe quedarse 396 € y el segundo 264 €.

(Continúa en la página 7-28 de la guía)


Resolución de problemas

5. PROPORCIONALIDAD... (CONT) / RESOLUCIÓN...

■ Analizaremos a continuación el ejemplo 2, de proporcionalidad compuesta inversa, y lanzaremos los siguientes retos al alumnado:

– *¿Por qué el número de días es inversamente proporcional a las otras dos magnitudes?*
– *¿Cómo hemos obtenido la expresión para resolver el problema?*
– *¿Tiene sentido que los obreros tarden la mitad de días?*

Ahora plantearemos a los alumnos y alumnas el ejercicio indicado en el epígrafe *Piensa y contesta.*

■ Después examinaremos el segundo ejemplo, en este caso de proporcionalidad compuesta mixta:

– *¿Por qué el número de horas y operarios son inversamente proporcionales?*
– *¿Por qué hemos invertido las razones de las magnitudes número de horas y número de días?*
– *¿Por qué el número de obreros es 18 y no 17?*

■ Como repaso de la metodología trabajada en los ejemplos, podemos leer la nota *No lo olvides*, que recoge los pasos a seguir para resolver este tipo de problemas.

Los alumnos y alumnas afianzarán este método mediante los ejercicios planteados en *Amplía en la Red* en la página 156. Posteriormente les indicaremos que resuelvan los propuestos en el libro en la misma página.

■ El objetivo de la siguiente sección consiste en presentar una de las principales aplicaciones de los métodos estudiados en esta unidad.

En primer lugar leeremos la explicación teórica, que comentaremos con el alumnado a través de las siguientes cuestiones:

– *¿Qué es el interés? ¿Y el rédito?*
– *¿Por qué el interés es directamente proporcional al capital y al tiempo?*
– *¿En qué unidad se expresa el tiempo?*

■ A continuación veremos cómo aplicar los conceptos anteriores en el ejemplo resuelto:

– *¿Por qué el rédito obtenido es superior al inicial?*

Completaremos estos conceptos con las ideas expresadas en el apunte *Lenguaje matemático.*

■ Los alumnos y alumnas pueden acceder ahora al recurso web *@Amplía en la Red* de la página 157, donde pondrán autoevaluar su destreza a la hora de resolver este tipo de problemas.

Por último pediremos al alumnado que conteste a las actividades propuestas en el libro en la página 157.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Actividades.* Leer, comprender e interpretar los enunciados, procesando los datos de manera adecuada y ordenada.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 26 a 31.* Aplicar el proceso aprendido sobre proporcionalidad compuesta, de forma repetitiva, para mejorar la eficacia en su resolución.
- *Actividades.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Piensa y contesta, pág. 156.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.
- *Resolución de problemas, pág. 157.* Observar el planteamiento y la resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 persigue seguir trabajando el cálculo de un interés simple.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de adquirir práctica en la resolución de problemas de proporcionalidad, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/747105

En la página web se proponen variedad de problemas de diferente nivel. Como docentes les presentaremos el enunciado sin la solución. A continuación, pediremos a nuestro alumnado que resuelvan los problemas en el cuaderno.

Posteriormente podrán acceder a la página y verificar el planteamiento y la solución, repasando paso a paso todo el desarrollo del problema.

Como son ejercicios autocorrectivos, el alumno tiene un conocimiento más personalizado de su proceso de aprendizaje, lo que favorece su compromiso y así mismo facilita la autonomía.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 156

26. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Peso (kg)	Distancia (km)	Coste (€)
3000	18	280
7500	36	*x*

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{280}{x}=\frac{3000}{7500}\cdot\frac{18}{36}\Rightarrow x=\frac{280\cdot 7500\cdot 36}{3000\cdot 18}=\frac{75600}{54}=1400$$

El transporte costará 1400 euros.

27. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº trabajadores	días	Horas / día
5	8	10
6	*x*	8

Inversa *Inversa*

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{8}{x}=\frac{6}{5}\cdot\frac{8}{10}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{8\cdot 5\cdot 10}{6\cdot 8}=8{,}333\ldots$$

Hubieran tardado 8 días y 8 horas.

28. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Distancia (km)	Horas / día	Días
150	6	5
200	*x*	8

Directa *Inversa*

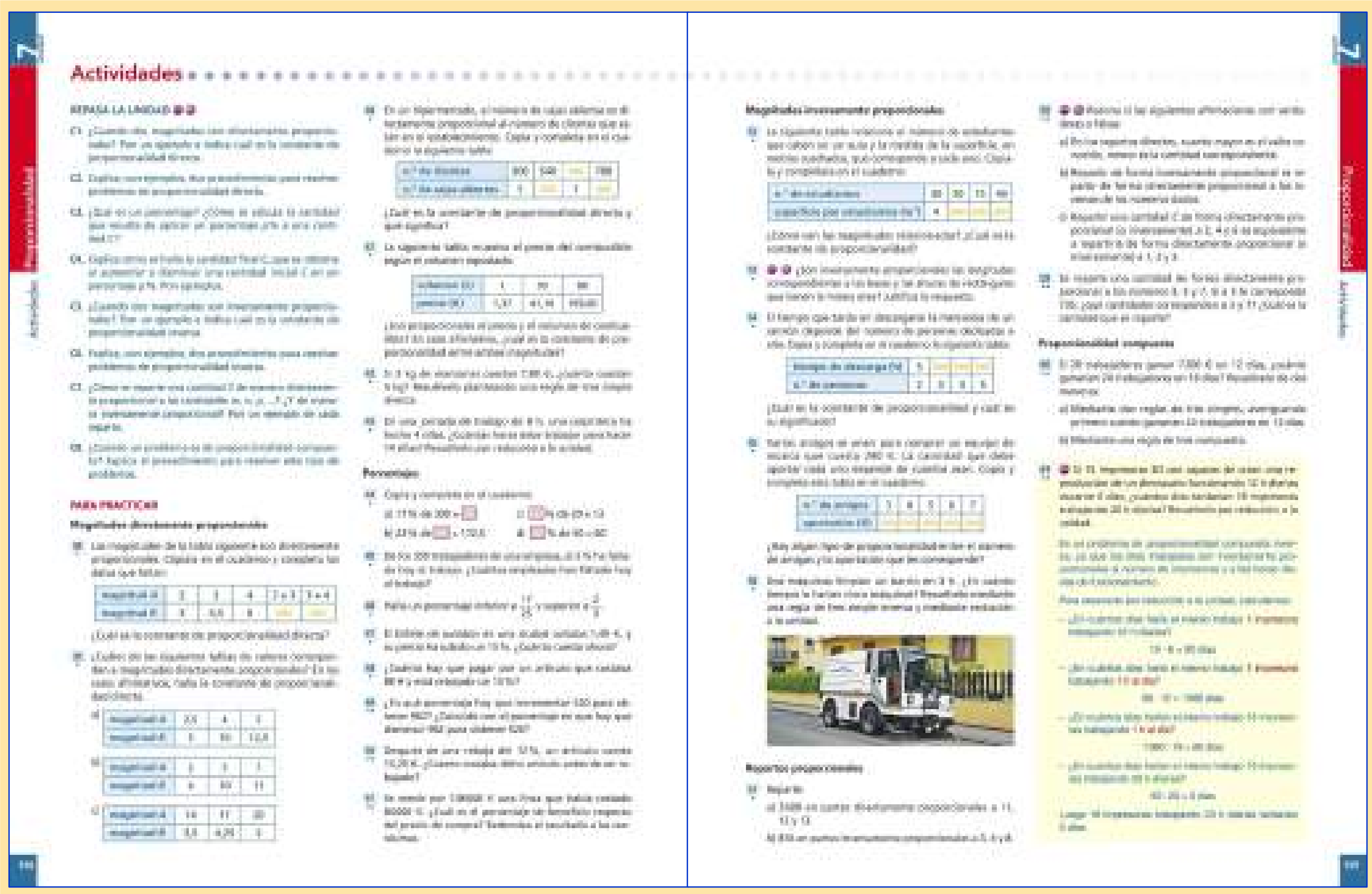
Escribimos la proporción compuesta:

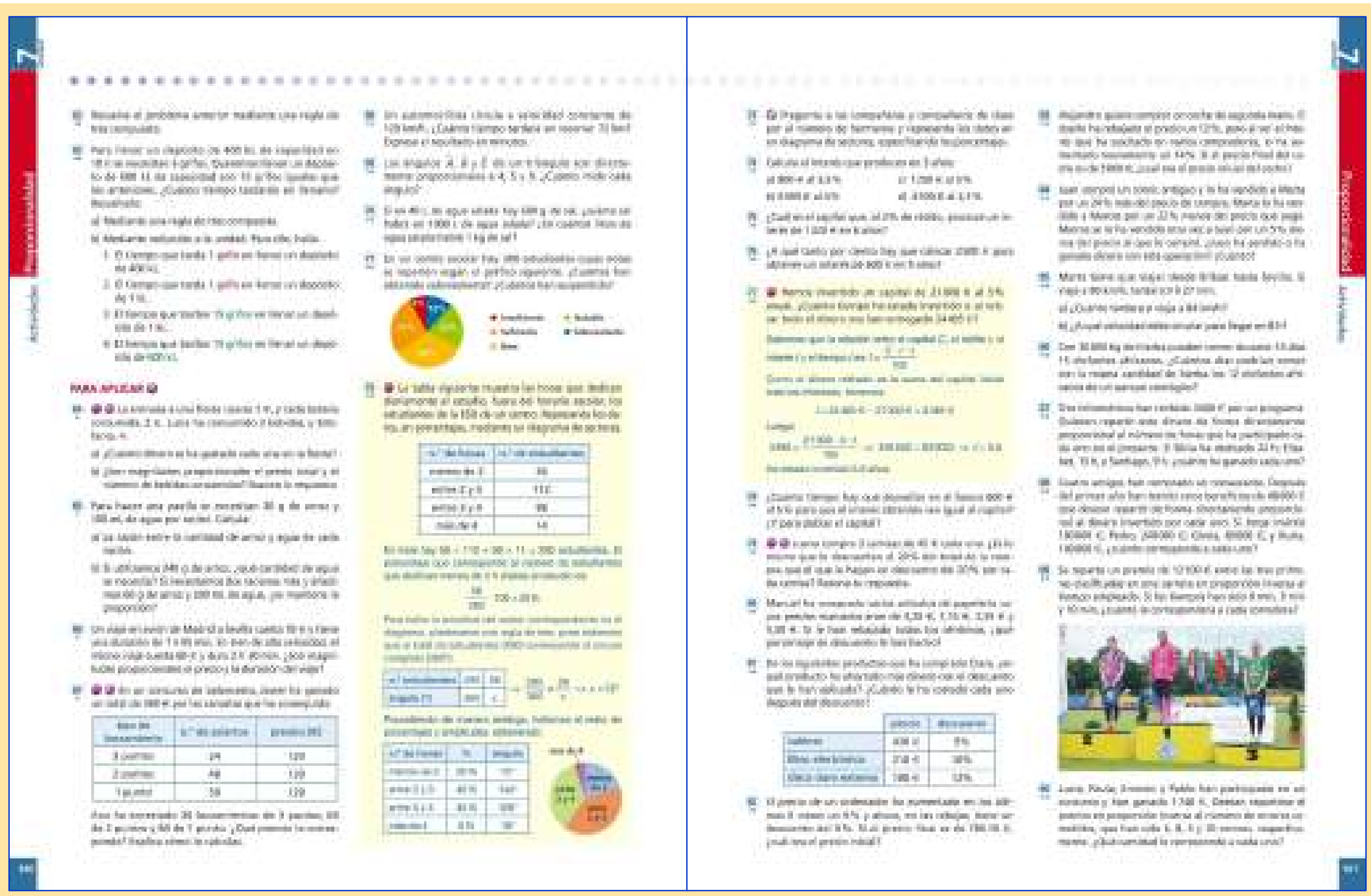
$$\frac{6}{x}=\frac{150}{200}\cdot\frac{8}{5}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{6\cdot 200\cdot 5}{150\cdot 8}=\frac{600}{120}=5$$

Verónica deberá caminar durante 5 horas diarias.

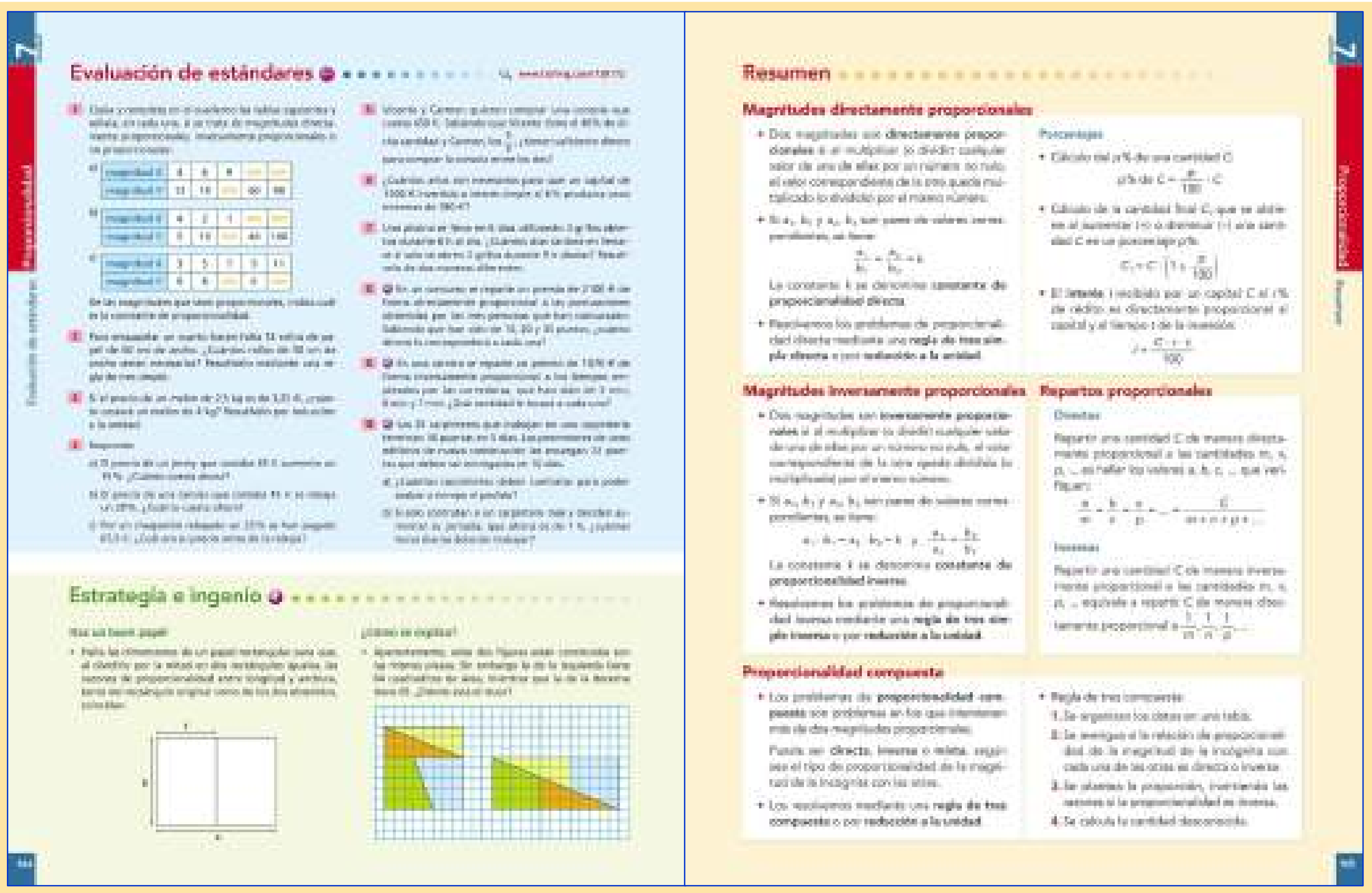
(Continúa en la página 7-28 de la guía)





Desarrolla tus competencias

OFERTAS Y DESCUENTOS



Evaluación de estándares

Estrategia e ingenio

Resumen

Magnitudes directamente proporcionales

Magnitudes inversamente proporcionales

Repartos proporcionales

Proporcionalidad compuesta

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

Repasa la unidad, pág. 158. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad.

Usar el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.

- *Acts. 53, 58, 64, 67 y 79 y Desarrolla tus competencias, pág. 163.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados y expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad, pág. 158.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.
- *Acts. 53, 58, 64, 67, 79, 98 y 99.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 61, 72 y 77.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.
- *Cálculo mental, pág. 162.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza en uno mismo y en las propias estrategias.
- *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Evaluación de estándares, pág. 164.* Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar, pág. 160.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre proporcionalidad trabajados en el tema.
- *Acts. 96 a 104.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio al llevar las ideas a la práctica.
- *Cálculo mental, pág. 162.* Elegir entre diferentes alternativas y ser capaz de planificar mentalmente la resolución.
- *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Evaluación de estándares, pág. 164, acts. 8, 9 y 10.* Buscar las soluciones de forma creativa, imaginativa y flexible en el planteamiento, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

COMPETENCIA SOCIAL

- *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Act. 73.* Estimular la competencia para organizar actividades grupales y desarrollar las habilidades sociales para ello.

ACTIVIDADES FINALES

- En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista práctico y teórico.
- La sección *Desarrolla…* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.
- Con la sección de *Evaluación…* se pretende que los alumnos y alumnas valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.
- La sección *Estrategia…* propone una serie de acertijos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.
- La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 158

C1. Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar o dividir cualquier valor de una de ellas por un número distinto de cero, el valor correspondiente de la otra queda también multiplicado o dividido por el mismo número.

Como ejemplo, tenemos dos magnitudes proporcionales, *a* y *b*:

magnitud a	3	6	9
magnitud b	1	2	3

Su constante de proporcionalidad directa es:

$$\frac{3}{1}=\frac{6}{2}=\frac{9}{3}=3$$

C2. Actividad personal. Dos posibles procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa son la *regla de tres simple directa* y el *método de reducción a la unidad*.

C3. Un porcentaje es una razón de consecuente 100.

Para calcular el $p\%$ de una cantidad C, multiplicamos dicha cantidad por $\frac{p}{100}$:

$$p\% \text{ de } C = \frac{p}{100} \cdot C$$

C4. La cantidad final C_f que se obtiene al aumentar o disminuir una cantidad inicial *C* en un porcentaje *p%:*

$$C_f = C \cdot \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$$

Ejemplos:

Si se aumenta un 6% el precio de un producto que cuesta 45€:

$$C_f = 45 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right) = 47,7$$

Si se rebaja un 12% el precio de un producto que cuesta 51€:

$$C_f = 51 \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 44,88$$

C5. Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar cualquier valor de una de ellas por un número distinto de cero, el valor correspondiente de la otra queda también dividido por el mismo número.

Como ejemplo, tenemos dos magnitudes, *a* y *b*:

magnitud a	3	6	12
magnitud b	4	2	1

Su constante de proporcionalidad inversa es:

$$3 \cdot 4 = 6 \cdot 2 = 12 \cdot 1 = 12$$

C6. Actividad personal. Dos posibles procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa son la *regla de tres simple inversa* y el *método de reducción a la unidad*.

C7. Para repartir una cantidad *C* de manera directamente proporcional a unas cantidades *m, n, p, ...*:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} = ... = \frac{C}{m+n+p+...}$$

Siendo *a, b, c, ...* las cantidades a repartir.

Para repartir un cantidad *C* de manera inversamente proporcional a unas cantidades *m, n, p, ...*:

$$a \cdot m = b \cdot n = c \cdot p = ... = \frac{C}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + ...}$$

Siendo *a, b, c, ...* las cantidades a repartir.

C8. Un problema es de **proporcionalidad compuesta** cuando intervienen en él más de dos magnitudes proporcionales.

Los pasos a seguir para resolver un problema de este tipo son:

1. Organizar los datos en una tabla.
2. Comparar la magnitud de la incógnita con cada una de las otras, y decidir si la proporcionalidad es directa o inversa.
3. Plantear la proporción, invirtiendo las razones si la proporcionalidad es inversa.
4. Calcular la cantidad desconocida.

38. La tabla completa sería:

magnitud *A*	2	3	4	2+3	3+4
magnitud *B*	3	4,5	6	7,5	10,5

La constante de proporcionalidad es $k = \frac{3}{2} = 1,5$.

39. Comparamos las proporciones y decidimos:

a) $\frac{5}{2,5} \neq \frac{10}{4} = \frac{12,5}{5} \Rightarrow$ NO son magnitudes directamente proporcionales.

b) $\frac{4}{2} = \frac{10}{5} \neq \frac{11}{7} \Rightarrow$ NO son magnitudes directamente proporcionales.

c) $\frac{3,5}{14} = \frac{4,25}{17} = \frac{5}{20} = 0,25 \Rightarrow$ SI son magnitudes directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es k = 0,25.

40. La tabla completa sería:

Nº de clientes	300	540	420	780
Nº de cajas abiertas	5	9	7	13

La constante de proporcionalidad directa es:

$k = \frac{5}{300} = \frac{1}{60}$, y significa que hay una caja abierta por cada 60 clientes.

41. Comparamos las proporciones y decidimos:

$\frac{1,37}{1} = \frac{41,10}{30} = \frac{109,60}{80} = 1,37 \Rightarrow$ SI son directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es:

k = 1,37 (el precio del litro)

42. Lo resolvemos por el método de la regla de tres directa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

peso (kg)	3	5
coste (€)	7,80	*x*

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{3}{7,80} = \frac{5}{x} \Rightarrow 3x = 39 \Rightarrow x = \frac{39}{3} = 13$$

5 kg de manzanas cuestan 13 euros.

43. Lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

Si para hacer 4 sillas el carpintero tarda 8 horas, para 1 silla tardará 8 : 4 = 2 horas.

Luego para hacer 14 sillas tardará 14 · 2 = 28 horas.

44. Completamos:

a) 17% de 300 = $\boxed{51}$

b) 23% de $\boxed{750}$ = 172,5

c) $\boxed{65}$ % de 20 = 13

d) $\boxed{120}$ % de 50 = 60

45. Calculamos el 2% de 350 = 0,02·350 = 7

Han faltado hoy 7 empleados

46. Resolvemos:

Por un lado $\frac{17}{25} = \frac{68}{100}$

Por lo tanto cualquier porcentaje menor que 68%.

Por otro lado $\frac{2}{3} = \frac{66,\widehat{6}}{100}$

Es decir, es válido cualquier porcentaje mayor que $66,\widehat{6}\%$.

47. Calculamos el precio final C_f después de la subida:

$$C_f = 1{,}40\left(1+\frac{15}{100}\right) = 1{,}40 \cdot 1{,}15 = 1{,}61$$

El billete cuesta ahora 1,61 euros.

48. Calculamos el precio final C_f después de la rebaja:

$$C_f = 88\left(1-\frac{15}{100}\right) = 88 \cdot 0{,}85 = 74{,}8$$

Hay que pagar 74,8 euros.

49. Calculamos el porcentaje p a incrementar:

$$962 = 520\left(1+\frac{p}{100}\right) \Rightarrow 962 = 520 + 5{,}20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 442 = 5{,}20p \Rightarrow p = \frac{4{,}42}{5{,}20} = 85$$

Hay que incrementarlo un 85%.

Calculamos el porcentaje p a disminuir:

$$520 = 962\left(1-\frac{p}{100}\right) \Rightarrow 520 = 962 - 9{,}62p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -442 = -9{,}62p \Rightarrow p = \frac{-442}{-9{,}62} = 45{,}9$$

Hay que disminuirlo un 45,9%, por tanto no coincide con el porcentaje a incrementar anterior.

50. Calculamos el precio inicial C:

$$13{,}20 = C\left(1-\frac{12}{100}\right) \Rightarrow 13{,}20 = 0{,}88 \cdot C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{13{,}20}{0{,}88} = 15$$

El artículo costaba 15 euros antes de ser rebajado.

51. Calculamos el porcentaje p de beneficio:

$$108000 = 84000\left(1+\frac{p}{100}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 108000 = 84000 + 840p \Rightarrow 24000 = 840p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{24000}{840} \simeq 28{,}57$$

El porcentaje de beneficio es 28,57%.

Página 159

52. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Nº de alumnos	30	20	15	40
Superficie por alumno (m^2)	4	6	8	3

Son magnitudes inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es k = 30 · 4 = 120.

53. Sí son inversamente proporcionales, porque el producto de la base por la altura siempre da el mismo resultado, el área, que es la constante de proporcionalidad inversa.

54. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Tiempo de descarga (h)	5	3,33	2,5	2
Nº de personas	2	3	4	5

La constante de proporcionalidad inversa es k = 5 · 2 = = 10, y significa el tiempo que tarda una sola persona en descargar la mercancía.

55. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Nº de amigos	3	4	5	6	7
Contribución (€)	80	60	48	40	34,29

Son magnitudes inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es k = 3 · 80= 240.

56. Primero lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Nº de máquinas	2	5
Tiempo (h)	3	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{3} \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5} = 1{,}2$$

Lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

– Si 2 máquinas tardan 3 horas, 1 máquina tardará 2 · 3 = 6 horas.

– Si son 5 máquinas tradarán 6 : 5 = 1,2 horas.

Por tanto, 5 máquinas lo harán en 1,2 horas = 1 hora 12 minutos.

57. Repartimos:

a) Se verifica que:

$$\frac{a}{11}=\frac{b}{12}=\frac{c}{13}=\frac{3600}{11+12+13}=\frac{3600}{36}=100$$

Por tanto:

$$\frac{a}{11}=100 \Rightarrow a = 1100$$

$$\frac{b}{12}=100 \Rightarrow b = 1200$$

$$\frac{c}{13}=100 \Rightarrow c = 1300$$

Las partes del reparto son 1100, 1200 y 1300.

b) Se verifica que:

$$3a = 4b = 8c = \frac{816}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = \frac{816}{\frac{8+6+3}{24}} = 1152$$

Por tanto:

$$3a = 1152 \Rightarrow a = \frac{1152}{3}=384$$

$$4b = 1152 \Rightarrow b = \frac{1152}{4}=288$$

$$8c = 1152 \Rightarrow c = \frac{1152}{8}=144$$

Las partes del reparto son 384, 288 y 144.

58. Las respuestas son las siguientes:

a) Falso, a mayor valor le corresponde mayor cantidad, pues al dividirlos siempre tiene que dar la misma cantidad.

b) Verdadero, pues que se verifique:

$$a \cdot m = b \cdot n = \ldots = \frac{c}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\ldots}$$

equivale a que se verifique:

$$\frac{a}{\frac{1}{m}}=\frac{b}{\frac{1}{n}}=\ldots=\frac{c}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\ldots}$$

c) Verdadero, porque los valores conocidos son proporcionales.

59. Se verifica que:

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{5}=\frac{c}{7}=\frac{C}{15}$$

Si b = 735, será $\frac{b}{5}=\frac{735}{5}=147$. Por tanto:

$$\frac{a}{3}=147 \Rightarrow a = 441$$

$$\frac{c}{7}=147 \Rightarrow c = 1029$$

$$\frac{C}{15}=147 \Rightarrow C = 2205$$

A 3 le corresponde 441, a 7 le corresponde 1029 y la cantidad que se reparte es 2205.

60. Las soluciones son las siguientes:

a) ¿Cuánto ganarán 24 trabajadores en 12 días?

Nº trabajadores	20	24
Ganancia (€)	7200	*y*

$$\frac{20}{700}=\frac{24}{y} \Rightarrow 20y = 16800 \Rightarrow y = 8640$$

¿Cuánto ganarán 24 trabajadores en 16 días?

Días	12	16
Ganancia (€)	8640	*x*

$$\frac{12}{8640}=\frac{16}{x} \Rightarrow 12x = 138\,240 \Rightarrow x = 11\,520$$

Ganarían 11 520 euros.

b) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº trabajadores	Ganancia (€)	Días
150	7200	12
200	*x*	16

Directa *Directa*

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{7200}{x}=\frac{20}{24}\cdot\frac{12}{16} \Rightarrow x = \frac{7200\cdot 24\cdot 16}{20\cdot 12} = 11520$$

Ganarían 11 520 euros.

61. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 160

62. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº impresoras	Horas/día	Días
15	12	6
18	20	*x*

Inversa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x}=\frac{18}{15}\cdot\frac{20}{12} \Rightarrow x = \frac{6\cdot 15\cdot 12}{18\cdot 20} = 3$$

Tardarían 3 días.

63. Resolvemos:

a) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Capacidad (kL)	Horas	Nº grifos
400	10	6
600	*x*	15

Directa *Inversa*

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{10}{x}=\frac{400}{600}\cdot\frac{15}{6}\Rightarrow x=\frac{10\cdot 600\cdot 6}{400\cdot 15}=6$$

Tardarían en llenarlo 6 horas

b) Mediante reducción a la unidad:

¿En cuántas horas llena 1 grifo un depósito de 400 kL? 10 · 6 = 60 horas

¿En cuántas horas llena 1 grifo un depósito de 1 kL? 60 : 400 = 0,15 horas

¿En cuántas horas llenan 15 grifos un depósito de 1 kL? 0,15:15 = 0,01 horas

¿En cuántas horas llenan 15 grifos un depósito de 600 kL? 600·0,01 = 6 horas

64. Las soluciones son las siguientes:

a) Lucía se ha gastado: 3 + 3 · 2 = 3 + 6 = 9 euros.

Eva se ha gastado: 3 + 4 · 2 = 3 + 8 = 11 euros.

b) Hacemos una tabla con algunos ejemplos:

Nº de bebidas	1	2	3	4
Precio total (€)	5	7	9	11

$\frac{1}{5}\neq\frac{2}{7}\neq\frac{3}{9}$ → No son proporcionales.

65. Calculamos:

a) La razón es $k=\frac{30}{100}=0{,}3$.

b) Planteamos la proporcionalidad:

Para 240 g de arroz: $\frac{30}{100}=\frac{240}{x}\Rightarrow 30x = 24000$ $\Rightarrow x = 800$

Se necesitan 800 mL de agua.

Si necesitamos 2 raciones más, serán 300 g de arroz y 1000 mL = 1 L de agua: $\frac{300}{1000}=0{,}3$

Es decir, se mantiene la proporción.

66. Ordenamos los datos en forma de tabla:

Precio (€)	55	60
Duración (h)	1,083	2,50

En el caso de ser proporcionales lo serían inversamente. Lo comprobamos: 55 · 1,083 ≠ 60 · 2,50.

No son proporcionales.

67. Calculamos, por reducción a la unidad, cuánto dinero le corresponde por 1 acierto de cada tipo de lanzamiento:

– 1 acierto de 3 puntos ⇒ 120 : 24 = 5 euros

– 1 acierto de 2 puntos ⇒ 120 : 48 = 2,5 euros

– 1 acierto de 1 puntos ⇒ 120 : 50 = 2,4 euros

Obtenemos el premio de Ana: 36·5 + 64·2,5 + 80·2,4 = = 180 + 160 + 192 = 532

A Ana le corresponde un premio de 532 euros.

68. Ordenamos los datos en una tabla de magnitudes directamente proporcionales:

Distancia (km)	120	72
Tiempo (min)	60	*x*

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{120}{60}=\frac{72}{x}\Rightarrow 120x=4320\Rightarrow x=\frac{4320}{120}=36$$

Tardará 36 minutos.

69. Se verifica que:

$\frac{A}{4}=\frac{B}{5}=\frac{C}{9}=\frac{180}{4+5+9}=\frac{180}{18}=10$. Por tanto:

$\frac{A}{4}=10\Rightarrow A=40$

$\frac{B}{5}=10\Rightarrow A=50$

$\frac{C}{9}=10\Rightarrow C=90$

Los ángulos miden 40, 50, 90 grados.

70. Ordenamos los datos en forma de tabla:

Agua (L)	40	1000	*y*
Sal (g)	600	*x*	1000

Calculamos la sal en 1000 litros de agua:

$$\frac{40}{600}=\frac{1000}{x}\Rightarrow 40x=600000\Rightarrow x=15000$$

Habrá 15000 g = 15 kg de sal.

Calculamos el agua para 1 kg de sal:

$$\frac{40}{600}=\frac{y}{1000}\Rightarrow 600y=40000\Rightarrow y=66{,}666\ldots$$

Se deben tomar 66,67 litros de agua.

71. Han obtenido sobresaliente:

$300\cdot\frac{12}{100}=36$ estudiantes.

Han suspendido:

$300\cdot\frac{8}{100}=24$ estudiantes.

72. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 161

73. Actividad personal.

74. Aplicamos la fórmula del interés para t = 3:

a) $I=\frac{800\cdot 3{,}5\cdot 3}{100}=84$ euros

b) $I=\frac{6000\cdot 4\cdot 3}{100}=720$ euros

c) $I=\frac{1250\cdot 5\cdot 3}{100}=187{,}5$ euros

d) $I = \dfrac{4500 \cdot 2{,}5 \cdot 3}{100} = 337{,}5$ euros

75. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el capital *C:*

$$1320 = \frac{C \cdot 3 \cdot 6}{100} \Rightarrow C = \frac{132\,000}{18} = 7333{,}333\ldots$$

El capital es de 7333,33 euros.

76. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el rédito *r:*

$$600 = \frac{2500 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{60\,000}{12\,500} = 4{,}8$$

Hay que colocar el dinero al 4,8%.

77. Ejercicio resuelto en el libro.

78. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t:

$$600 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{60\,000}{3000} = 20$$

$$1200 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{120\,000}{3000} = 40$$

Hay que depositarlo durante 20 años para obtener un interés igual al capital, y 40 años para doblarlo.

79. Calculamos el precio total de la compra:

$3 \cdot 45 = 135$ euros en total

Calculamos la cantidad a pagar al descontarle el 20% del total:

$$C_f = 135\left(1 - \frac{20}{100}\right) = 135 \cdot 0{,}80 = 108 \text{ euros}$$

Calculamos lo que cuesta cada camiseta al descontarle el 20%:

$$C_f = 45\left(1 - \frac{20}{100}\right) = 45 \cdot 0{,}80 = 36 \text{ euros}$$

Calculamos lo que pagan por las 3 camisetas con el precio descontado: $3 \cdot 36 = 108$ euros.

Luego, sí es lo mismo.

80. Calculamos el precio total de la compra:

$3{,}20 + 1{,}15 + 2{,}35 + 4{,}30 = 11$ euros

Calculamos el precio total sin los céntimos:

$3 + 1 + 2 + 4 = 10$ euros

Calculamos el porcentaje de descuento:

$$10 = 11\left(1 - \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 10 = 11 - 0{,}11p \Rightarrow$$

$$1 = 0{,}11p \Rightarrow p = 9{,}09$$

Le han aplicado un 9,09% de descuento.

81. Primero, calculamos el dinero ahorrado en cada producto:

Tableta: 5% de 430 = $0{,}05 \cdot 430 = 21{,}5$ euros.

Libro electrónico: 10% de 210 = $0{,}10 \cdot 210 = 21$ euros.

Disco duro externo: 12% de 180 = $0{,}12 \cdot 180 = 21{,}6$ euros.

Se ha ahorrado más dinero con el disco duro.

Calculamos el precio después del descuento de cada producto:

Tableta: $430 - 21{,}5 = 409{,}5$ euros.

Libro electrónico: $210 - 21 = 189$ euros.

Disco duro externo: $180 - 21{,}6 = 158{,}4$ euros.

82. Calculamos el precio inicial *C* mediante porcentajes sucesivos:

$$780{,}16 = C \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{8}{100}\right) \Rightarrow$$

$$780{,}16 = C \cdot 1{,}06 \cdot 0{,}92 \Rightarrow$$

$$C = \frac{780{,}16}{0{,}9652} = 800$$

El precio inicial era de 800 euros.

83. Calculamos el precio inicial C mediante porcentajes sucesivos.

$$5060 = C \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{14}{100}\right) \Rightarrow$$

$$5060 = C \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}14 \Rightarrow$$

$$C = \frac{5060}{1{,}0032} = 5043{,}86$$

El precio inicial era de 5043,86 euros.

84. Llamamos C al dinero que pagó Juan por el cómic.

Marta paga: $C \cdot \left(1 + \dfrac{20}{100}\right) = 1{,}2C$

Marcos paga: $1{,}2C \cdot \left(1 - \dfrac{22}{100}\right) = 0{,}936 \cdot C \cdot 0{,}95 =$ $0{,}8892C$

Juan ganó al principio $1{,}2C - C = 0{,}2C$, pero se ha gastado después $0{,}8892C$, que es mayor. Por tanto, ha perdido dinero, concretamente $0{,}8892C - 0{,}2C = 0{,}6892C$ euros

85. Las soluciones son las siguientes:

a) Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Velocidad (km/h)	80	84
Tiempo (min)	567	*x*

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{80}{84} = \frac{x}{567} \Rightarrow 84x = 45\,360 \Rightarrow x = \frac{45\,360}{84} = 540$$

Tardará 540 minutos = 9 horas.

b) Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Velocidad (km/h)	80	*x*
Tiempo (min)	567	480

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{80}{x}=\frac{480}{567}\Rightarrow 480x = 45\,360 \Rightarrow x = 94{,}5$$

Debe circular a 94,5 km/h.

86. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa.

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Días	10	*x*
Nº de elefantes	15	12

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{10}{x}=\frac{12}{15}\Rightarrow 12x = 150 \Rightarrow x = 12{,}5$$

Podrían comer durante 12 días y medio.

87. Las soluciones son las siguientes:

Se verifica que:

$$\frac{a}{24}=\frac{b}{15}=\frac{c}{9}=\frac{3600}{24+15+9}=\frac{3600}{48}=75$$

Por tanto:

$$\frac{a}{24}=75 \Rightarrow a = 1800$$

$$\frac{b}{15}=75 \Rightarrow b = 1125$$

$$\frac{c}{9}=75 \Rightarrow c = 675$$

Silvia ha ganado 1800 euros, Elisabet 1125 euros y Santiago 675 euros.

88. Se verifica que (utilizamos los datos en miles de euros):

$$\frac{a}{180}=\frac{b}{240}=\frac{c}{80}=\frac{d}{140}=\frac{48}{640}=0{,}075 \text{ . Por tanto:}$$

$$\frac{a}{180}=0{,}075 \Rightarrow a = 13{,}5$$

$$\frac{b}{240}=0{,}075 \Rightarrow b = 18$$

$$\frac{c}{80}=0{,}075 \Rightarrow c = 6$$

$$\frac{d}{140}=0{,}075 \Rightarrow d = 10{,}5$$

A Jorge le corresponden 13 500 euros, a Pedro 18 000 euros, a Gloria 6 000 euro y a Nuria 10 500 euros.

89. Se verifica que:

$$8a = 9b = 10c = \frac{12100}{\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}}=\frac{12100}{\frac{45+40+36}{360}}=$$

$= 36\,000$. Por tanto:

$$8a = 36000 \Rightarrow a = \frac{36000}{8}=4500$$

$$9b = 36000 \Rightarrow b = \frac{36000}{9}=4000$$

$$10c = 36000 \Rightarrow c = \frac{36000}{10}=3600$$

A la primera corredora le corresponde 4500 euros, a la segunda 4000 euros y a la tercera 3600 euros.

90. Se verifica que:

$$6a = 8b = 3c=10d =$$

$$=\frac{1740}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{1}{10}}=\frac{1740}{\frac{20+15+40+12}{120}}=2400$$

Por tanto:

$$6a = 2400 \Rightarrow a = \frac{2400}{6}=400$$

$$8b = 2400 \Rightarrow b = \frac{2400}{8}=300$$

$$3c = 2400 \Rightarrow c = \frac{2400}{3}=800$$

$$10d = 2400 \Rightarrow d = \frac{2400}{10}=240$$

A Lucía le corresponde 400 euros, a Paula 300 euros, a Ernesto 800 euros y a Pablo 240 euros.

Página 162

91. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de personas	Días	Coste (€)
6	4	1080
x	5	900

Inversa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x}=\frac{5}{4}\cdot\frac{1080}{900}\Rightarrow x = \frac{6\cdot 4\cdot 900}{5\cdot 1080}=4$$

La familia consta de 4 personas.

92. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Volumen (m^3)	Horas/día	Gas (m^3)
15 000	8	75
12 000	10	*x*

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{75}{x}=\frac{15000}{12000}\cdot\frac{8}{10}\Rightarrow x=\frac{75\cdot 12000\cdot 10}{15000\cdot 8}=75$$

Se consumirían también 75 m^3 de gas.

93. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº obreros	Horas/día	Días
8	6	12
x	8	3

Inversa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{75}{x}=\frac{15000}{12000}\cdot\frac{8}{10}\Rightarrow x=\frac{75\cdot 12000\cdot 10}{15000\cdot 8}=75$$

Se consumirían también 75 m^3 de gas.

94. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Peso (kg)	Distancia (km)	Coste (€)
5	60	9
50	200	*x*

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{9}{x}=\frac{5}{50}\cdot\frac{60}{200}\Rightarrow x=\frac{9\cdot 50\cdot 200}{5\cdot 60}=300$$

Costará 300 euros.

95. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº albañiles	Horas/día	Días	Longitud (m)
12	8	20	576
15	10	25	*x*

Directa

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{576}{x}=\frac{12}{15}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{20}{25}\Rightarrow x=\frac{576\cdot 15\cdot 10\cdot 25}{12\cdot 8\cdot 20}=1125$$

La longitud del muro sería de 1125 metros de longitud.

96. Las soluciones son las siguientes:

a) El chándal rebajado le cuesta 280 – 226 = 54 euros.

Si estaba rebajado un 25%, calculamos el precio inicial C:

$$54=C\left(1-\frac{25}{100}\right)\Rightarrow 54=C-0{,}25C=0{,}75C\Rightarrow$$

$$\Rightarrow C=\frac{54}{0{,}75}=72$$

El chándal costaba 72 euros antes de la rebaja.

b) Ha comprado las zapatillas por la mitad de lo que costaban, por tanto le han hecho un 50% de rebaja.

c) $C_f=60\cdot\left(1+\frac{21}{100}\right)\Rightarrow C_f=60\cdot 1{,}21=72{,}6$

La bolsa de deporte le ha costado 72,6 euros.

d) En total ha gastado: 54 + 32 + 72,6 = 158,6 euros.

Calculamos el porcentaje gastado:

$$x\%\text{ de }280=158{,}6\Rightarrow\frac{x}{100}\cdot 280=158{,}6\Rightarrow$$

$$x=\frac{158{,}6}{280}\cdot 100=56{,}64$$

Ha gastado un 56,64% del dinero inicial.

97. Calculamos cuántos son mayores de edad:

176527 – 41227 = 135300 habitantes

Participaron en las elecciones:

45140 + 53355 = 98495

Calculamos los habitantes con derecho a voto que no participaron:

135300 – 98495 = 36805

Obtenemos el porcentaje que no participó:

$$x\%\text{ de }135300=36805\Rightarrow\frac{x}{100}\cdot 135300=36805\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{36815}{135300}\cdot 100=27{,}2$$

No participaron el 27,2% de los habitantes con derecho a voto.

98. Por un lado $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$

Por otro $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (a+b)(c-d)=(a-b)(c+d)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ac-ad+bc-bd=ac+ad-bc-bd\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2bc=2ad\Leftrightarrow bc=ad\Leftrightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

Por tanto, si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

99. Llamamos C al capital invertido, de manera que si se duplica (2C) el interés será C.

Se verifica que $C=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}\Rightarrow 100C=C\cdot r\cdot t\Rightarrow$

$$\Rightarrow t=\frac{100C}{r\cdot C}\Rightarrow t=\frac{100}{r}$$

Luego el tiempo *t* sólo depende del rédito *r*.

100. Resolvemos:

Se verifica que: $\frac{150}{10}=\frac{b}{14}=\frac{c}{x}=\frac{600}{10+14+x}$.

Por tanto:

$\frac{150}{10}=\frac{b}{14}\Rightarrow 10b=150\cdot 14\Rightarrow b=210$

$\frac{150}{10}=\frac{600}{24+x}\Rightarrow 15(25+x)=600\Rightarrow$

$\Rightarrow 360+15x=600\Rightarrow 15x=240\Rightarrow x=16$

$\frac{150}{10}=\frac{c}{16}\Rightarrow 10c=150\cdot 16\Rightarrow c=240$

La edad de la hija mayor es 16 años.

El hijo menor cobra 150 euros, el mediano 210 euros y la mayor 240 euros.

101. Se verifica que:

$\frac{\frac{C}{2}}{m}=\frac{\frac{C}{3}}{n}=\frac{\frac{C}{6}}{p}=\frac{C}{m+n+p}\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{C}{2m}=\frac{C}{3n}=\frac{C}{6p}=\frac{C}{m+n+p}$

Por tanto:

$2m=3n$

$3n=6p\Rightarrow n=2p$

$2m=6p\Rightarrow m=3p$

Es decir, hay dos ecuaciones con tres incógnitas, por tanto no hay una única solución. Así, para cualquier número p será m = 3p y n = 2p. Un ejemplo de solución sería m = 3, n = 2, p = 1.

102. Obtenemos la superficie de los muros:

$50\cdot 1{,}75=87{,}5\ m^2$

$100\cdot 3{,}5=350\ m^2$

Lo resolvemos por el método de la regla de tres compuesta:

Nº de obreros	Días	Superficie (m^2)
7	4	87,5
14	*x*	350

Inversa *Directa*

$\frac{4}{x}=\frac{14}{7}\cdot\frac{87{,}5}{350}\Rightarrow x=\frac{4\cdot 7\cdot 350}{14\cdot 87{,}5}=\frac{9800}{1225}=8$

Necesitarán 8 días.

103. Las soluciones son las siguientes:

a) Si la prima son 1800 euros por terminar 8 horas antes, por cada hora que terminan antes reciben 1800 : 8 = 225 euros.

Si terminan 9 horas antes: 9 · 225 = 2025 euros.

b) Calculamos primero la prima: 6·225 = 1350 euros.

Los 18 programadores recibirán 8640 + 1350 = = 9990 euros.

Por tanta cada programador ganaría 9990:18 = 555 euros.

c) Aplicamos una regla de tres inversa:

Nº de programadores	18	*x*
Horas	24	18

$\frac{18}{x}=\frac{18}{24}\Rightarrow 18x=18\cdot 24\Rightarrow x=24$

Deben formar el equipo 24 programadores.

104. Llamaremos *x* a las vacas que tiene e *y* a los días que puede alimentarlas:

Aplicamos una regla de tres inversa:

Nº de vacas	x – 15	x + 10	x
días	y + 2	y – 1	y

Por un lado $\frac{x-15}{x}=\frac{y}{y+2}\Rightarrow (x-15)(y+2)=xy\Rightarrow$

$\Rightarrow xy+2x-15y-30=xy\Rightarrow 2x-15y=30$

Por otro $\frac{x+10}{x}=\frac{y}{y-1}\Rightarrow (x+10)(y-1)=xy\Rightarrow$

$\Rightarrow xy-x+10y-10=xy\Rightarrow -x+10y=10$

Resolvemos el sistema de ecuaciones resultante, por el método de reducción, multiplicando por 2 la segunda ecuación y sumando:

$$\begin{cases}2x-15y=30\\-2x+20y=20\end{cases}$$
$$5y=50$$

Resolvemos la ecuación: $5y=50\Rightarrow y=10$

Sustituimos en la segunda ecuación: $-x+10\cdot 10=10\Rightarrow x=90$

Tiene 90 vacas y puede alimentarlas durante 10 días.

105. Las soluciones son las siguientes:

a) 10% de 374 = 37,4

b) 30% de 220 = 66

c) 40% de 120 = 48

d) 60% de 75 = 45

e) 70% de 90 = 63

f) 80% de 550 = 440

106. Los resultados de los porcentajes son los siguientes:

a) 25% de 72 = 18

25% de 1220 = 305

25% de 3000 = 750

25% de 840 = 210

25% de 64 = 16

25% de 412 = 103

b) 50% de 85 = 42,5

50% de 1750 = 875

50% de 7500 = 3750

50% de 192 = 96

50% de 268 = 134

50% de 1420 = 710

c) 75% de 64 = 48

75% de 360 = 270

75% de 6500 = 4875

75% de 900 = 675

75% de 2840 = 2130

75% de 8880 = 6660

Desarrolla tus competencias

1. Resolvemos:

a) Electro-K

Si compras 3 unidades pagas sólo 2 unidades.

Sin oferta: costaría 20 euros cada unidad.

Con la oferta: el lote costaría 2 · 20 = 40 euros, por tanto cada unidad 40 : 3 = 13,33 euros.

Calculamos el porcentaje *p* de descuento por unidad:

$$13{,}33 = 20\left(1 - \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 13{,}33 = 20 - 0{,}20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6{,}66 = -0{,}20p \Rightarrow p = 33{,}3\%$$

Teknix

Si compras 2 unidades pagas la mitad en la segunda unidad.

Sin oferta: costaría 20 euros cada unidad.

Con oferta: el lote costaría 20 + 10 = 30 euros, por tanto cada unidad 30 : 2 = 15 euros.

Calculamos el porcentaje *p* de descuento por unidad:

$$15 = 20\left(1 - \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 15 = 20 - 0{,}20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5 = -0{,}20p \Rightarrow p = 25\%$$

La tabla queda:

Proveedor	Oferta	% descuento
Electro-K	3 x 2	33,3%
Teknix	2ª unidad al 50%	25%

b) Coste total de Electro-K:

Se tienen que comprar 10 lotes y cada lote cuesta 20 · 2 = 40 euros, por tanto 40 · 10 = 400 euros es el coste.

Coste total de Teknix:

Se tienen que comprar 15 lotes y cada lote cuesta 20 + 10 = 30 euros, por tanto 15 · 30 = 450 euros es el coste.

Es más económico Electro-K.

2. Las soluciones son:

a) La tabla queda así:

Proveedor	Oferta	% descuento
S&H Solutions	3 x 2	33,3%
GlobalComp	4 x 3	25%

b) Coste total de S&H Solutions:

Se tienen que comprar 10 lotes y cada lote cuesta 100 · 2 = 200 euros, por tanto 200 · 10 = 2000 euros es el coste.

Coste total de GlobalComp:

Se tienen que comprar 7 lotes y 2 discos más, y cada lote cuesta 3 · 100 = 300 euros, por tanto:

300 · 7 + 2 · 100 = 2100 + 200 = 2300 euros es el coste.

Es más económico S&H Solutions.

3. Buscamos la distribuidora con la oferta más ventajosa:

OptoPlus: sin descuento: 3·260 = 780 euros.

Con el 40% de descuento:

60% de 780 = 0,60 · 780 = 468 euros.

DigitalMarket: hay que comprar un lote (2 unidades) y otra unidad, es decir, 2 unidades completas y una unidad rebajada un 40%:

Calculamos la unidad rebajada:

60% de 180 = 0,60 · 180 = 108 euros.

Obtenemos el total: 108 + 2·180 = 468 euros.

La opción C es la correcta (es indiferente).

4. Resolvemos:

a) Las 3 tarjetas sin la oferta cuestan:

16 + 12 + 8 = 36 euros

Las 3 tarjetas con la oferta cuestan:

16 + 12 = 28 euros

Calculamos el porcentaje global de descuento:

$$28 = 36\left(1 - \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 28 = 36 - 0{,}36p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8 = -0{,}36p \Rightarrow p = 22{,}22\%$$

El porcentaje de descuento es 22,22%.

b) La estrategia sería comprar 3 tarjetas iguales (de cualquier tipo), porque el descuento sería de un 33,33% (como una oferta 3 x 2).

5. Las respuestas son las siguientes:

a) 15% de 124 = 0,15·124 = 18,6

El vale asciende a 18,60 euros.

b) El objetivo es que volvamos al centro comercial de nuevo a comprar más productos.

Evaluación de estándares

1. Las tablas completas quedan así:

a) $\frac{12}{4}=\frac{18}{6}=...=\frac{90}{30}=3$

Son magnitudes directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es k = 3.

Magnitud X	4	6	9	20	30
Magnitud Y	12	18	27	60	90

b) 4 · 5 = 2 · 10 = … = 0,2 · 100 = 20

Son magnitudes inversamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es k = 20.

Magnitud X	4	2	1	0,5	0,2
Magnitud Y	5	10	20	40	100

c) No son magnitudes proporcionales

Magnitud X	3	5	7	9	11
Magnitud Y	9	8	7	6	5

2. Son magnitudes inversamente proporcionales:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Número de rollos	18	*x*
Superficie (m^2)	60	50

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{18}{x}=\frac{50}{60}\Rightarrow 50x=1080\Rightarrow x=21{,}6$$

Serían necesarios 22 rollos de papel.

3. Si 2,5 kg cuestan 3,25 euros, 1 sólo kilo cuesta:

3,25 : 2,5 = 1,3

Si son 4 kg costarán 4·1,3 = 5,2

El melón costará 5,20 euros.

4. Las soluciones son las siguientes:

a) Calculamos el precio final C_f después del aumento:

$$C_f=35\left(1+\frac{15}{100}\right)=35\cdot 1{,}15=40{,}25$$

El jersey cuesta ahora 40,25 euros.

b) Calculamos el precio final C_f después de la rebaja:

$$C_f=45\left(1-\frac{20}{100}\right)=45\cdot 0{,}80=36$$

La camisa cuesta ahora 36 euros.

c) Calculamos el precio inicial C antes de la rebaja:

$$67{,}5=C\left(1-\frac{25}{100}\right)\Rightarrow 6{,}75=C\cdot 0{,}75\Rightarrow C=90$$

La chaqueta costaba antes de la rebaja 90 euros.

5. Vicente tiene el 40% de 450 = 0,40·450 = 180 euros.

Carmen tiene $\frac{5}{9}$ de 450 = $\frac{5}{9}\cdot 450=250$ euros.

Entre los dos tienen 180 + 250 = 430 euros. No tienen suficiente dinero.

6. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo *t:*

$$180=\frac{1500\cdot 6\cdot t}{100}\Rightarrow t=\frac{180\cdot 100}{1500\cdot 6}=2$$

Serán necesarios 2 años.

7. Resolvemos por la regla de tres compuesta:

Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Días	Nº de grifos	Horas/día
6	3	8
x	2	9

Inversa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x}=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}\Rightarrow x=\frac{6\cdot 3\cdot 8}{2\cdot 9}=8$$

Tardará en llenarse 8 días.

Resolvemos ahora por reducción a la unidad:

Calculamos los días que tarda1 grifo 1 hora al día:

– Si 3 grifos tardan 6 días (abiertos 8 h/día), 1 sólo grifo tarda 3 · 6 = 18 días.

– Si 1 grifo tarda 18 días, abierto 8 h/días, abierto 1 hora al día tarda 18 · 8 = 144 horas.

Calculamos los días que tardan 2 grifos abiertos 9 horas al día:

– Si 1 grifo tarda 144 horas (abierto 1 h/día), 2 grifos tardan 144 : 2 = 72 horas.

– Si 2 grifos, abiertos 1 h/día, tardan 72 horas, abiertos 9 horas al día tardan 72 : 9 = 8 días.

Tardará en llenarse 8 días.

8. Se verifica que:

$$\frac{a}{15}=\frac{b}{20}=\frac{c}{35}=\frac{2100}{15+20+35}=\frac{2100}{70}=30$$

Por tanto:

$$\frac{a}{15}=30\Rightarrow a=15\cdot 30=450$$

$$\frac{b}{20}=30\Rightarrow b=20\cdot 30=600$$

$$\frac{c}{35}=30\Rightarrow c=35\cdot 30=1050$$

Al primer concursante (15 puntos) le corresponden 450 euros, al segundo 600 euros y al tercero 1050 euros.

9. Se verifica que:

$$5a=6b=7c=\frac{1070}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}}=\frac{1070}{\frac{107}{210}}=2100$$

Por tanto:

$5a=2100\Rightarrow a=420$

$6b = 2100 \Rightarrow b = 350$

$7c = 2100 \Rightarrow c = 300$

Al primer corredor (5 minutos) le tocan 420 euros, al segundo 350 euros y al tercero 300 euros.

10. Las soluciones son:

a) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de carpinteros	**Nº de puertas**	**Días**
25	30	5
x	72	10

Directa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{25}{x} = \frac{30}{72} \cdot \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 72 \cdot 5}{30 \cdot 10} = 30$$

Son necesarios 30 carpinteros, por tanto deben contratar a 5 carpinteros más.

b) Organizamos los datos en una tabla y escribimos la proporción compuesta:

Días	**Nº de carpinteros**	**Nº de puetas**	**Horas/día**
5	25	30	7
10	26	72	*x*

$$\frac{7}{x} = \frac{30}{72} \cdot \frac{26}{25} \cdot \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 72 \cdot 25 \cdot 5}{30 \cdot 26 \cdot 10} \simeq 8$$

Deberían trabajar unas 8 horas diarias.

Estrategia e ingenio

Haz un buen papel

Por un lado $a = 2c \Rightarrow c = \frac{a}{2}$

Por otro lado $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

Luego $\frac{a}{b} = \frac{b}{\frac{a}{2}} = \frac{2b}{a} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}\, b$

Las dimensiones a y b del rectángulo deben cumplir la relación $a = \sqrt{2}\, b$.

¿Cómo se explica?

La explicación se encuentra en que las dimensiones de las piezas de la figura de la izquierda no permiten encajar exactamente en el rectángulo de la figura de la derecha; En realidad se forma un hueco casi imperceptible con forma de cuadrilátero muy alargado (de área 1 cuadra-dito).

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 7-3 de la guía)

4. Significa que 20 de cada 100 aspirantes, o lo que es lo mismo 1 de cada 5 aspirantes, no han superado dicha prueba.

Han logrado acceder a la segunda fase:

$$90 \cdot \left(\frac{100-20}{100}\right) = 90 \cdot \frac{4}{5} = 72 \text{ aspirantes.}$$

5. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Magnitudes directamente proporcionales:

– Espacio recorrido y tiempo empleado.

– Presión y temperatura.

– Volumen y temperatura.

– Cantidad de dinero y productos que puedo comprar.

Magnitudes inversamente proporcionales:

– Velocidad y tiempo empleado en un recorrido.

– Presión y volumen.

– Caudal y tiempo necesario para llenar un contenedor.

(Viene de la página 7-5 de la guía)

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{4}{9} = \frac{x}{26} \Rightarrow 9x = 104 \Rightarrow x = \frac{104}{9} = 11{,}555\ldots$$

6. Juan ha cobrado 1400 euros por 8 · 20 = 160 horas:

a) Si por 160 horas cobra 1400 euros, por una hora cobrará: $\frac{1400}{160} = 8{,}75$ euros por hora.

Luego en 30 horas cobraría: 30 · 8,75 = 262,5 euros.

b) En 6 · 30 = 180 horas cobraría: 180 · 8,75 = 1575 euros

(Viene de la página 7-9 de la guía)

18. Son magnitudes inversamente proporcionales y lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

Si 8 telares tardan 12 horas, un telar tardará 8 · 12 = 96 horas.

Si son 6 telares tardarán 96 : 6 = 16 horas.

Si son 10 telares tradarán 96 : 10 = 9,6 horas.

Por tanto, si se averían 2 telares tardarán 16 horas, y si se compran 2 más tardarán 9 horas y 36 min.

19. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Nº de desagües	3	4
tiempo (h)	10	*x*

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita *x*:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{10} \Rightarrow 4x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

Se vaciaría en 7 horas y media.

20. Son magnitudes inversamente proporcionales y lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

a) Si 6 personas tardan 18 horas, 1 persona tardará $6 \cdot 18 = 108$ horas.

b) Si son 9 personas tardarán $108 : 9 = 12$ horas.

c) Si quiere terminar en 6 horas se necesitarán $108 : 6 = 18$ personas.

21. No son dos magnitudes proporcionales. Las dos emplearán el mismo tiempo en recorrer los 18 km tanto juntas como separadas.

(Viene de la página 7-11 de la guía)

24. Se verifica que:

$4a = 5b = 7c =$

$$= \frac{1660}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}} = \frac{1660}{\frac{35+28+20}{140}} = \frac{1660}{\frac{83}{140}} = 2800$$

Por tanto:

$$4a = 2800 \Rightarrow a = \frac{2800}{4} = 700$$

$$5b = 2800 \Rightarrow b = \frac{2800}{5} = 560$$

$$7c = 2800 \Rightarrow c = \frac{2800}{7} = 400$$

Las partes del reparto son 700, 560 y 400

25. Se verifica que:

$$1a = 2b = 5c = \frac{340}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}} = \frac{340}{\frac{17}{10}} = 200$$

Por tanto:

$a = 200$

$2b = 200 \Rightarrow b = 100$

$5c = 200 \Rightarrow c = 40$

Al primer trabajador (que faltó 1 día) le corresponden 200 euros, al segundo 100 euros y al tercero 40 euros.

(Viene de la página 7-13 de la guía)

29. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de vacas	Días	Peso (kg)
6	20	1100
x	30	9900

Inversa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{30}{20} \cdot \frac{1100}{9900} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 20 \cdot 9900}{30 \cdot 1100} = \frac{1188}{33} = 36$$

Se podrán alimentar 36 vacas.

30. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº focos	Horas / día	Días	Coste (€)
15	6	20	6000
5	10	12	*x*

Directa

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6000}{x} = \frac{15}{5} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{20}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{6000 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 12}{15 \cdot 6 \cdot 20} = \frac{360000}{180} = 2000$$

Costará tenerlos encendidos 2000 euros.

31. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº páginas	Nº personas	Horas / día	Días
210	7	8	15
324	*x*	9	12

Directa *Inversa*

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{7}{x} = \frac{210}{324} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{12}{15} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 324 \cdot 8 \cdot 15}{210 \cdot 9 \cdot 12} = \frac{272160}{22680} = 12$$

Se necesitan 12 personas.

PIENSA Y CONTESTA

Descomponemos el problema en dos problemas de proporcionalidad inversa simple:

¿Cuántos días tardarán 40 obreros en excavar un tunel, trabajando 8 horas?

Nº días	Nº de obreros
180	25
y	40

$\Rightarrow \frac{180}{y} = \frac{40}{25}$

¿Cuántos días tardarán 40 obreros en excavar un tunel, trabajando 10 horas?

Nº días	Nº de horas
y	8
x	10

$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{10}{8}$

Despejando el valor de *y* en la primera expresión y sustituyendo en la segunda ecuación:

$$y = \frac{180 \cdot 25}{40} \Rightarrow \frac{\frac{180 \cdot 25}{40}}{x} = \frac{10}{8}; \frac{180 \cdot 25}{x \cdot 40} = \frac{10}{8}; \frac{180}{x} = \frac{40}{25} \cdot \frac{10}{8}$$

Página 157

32. Aplicamos la fórmula del interés para t = 1:

a) $I = \frac{1800 \cdot 4}{100} = 72$ euros

b) $I = \frac{2400 \cdot 5}{100} = 120$ euros

c) $I = \frac{12\,000 \cdot 6}{100} = 720$ euros

d) $I = \frac{7\,500 \cdot 3}{100} = 225$ euros

33. Aplicamos la fórmula del interés:

$$I = \frac{9000 \cdot 4 \cdot 5}{100} = 1800$$

El interés que produce es de 1800 euros.

34. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el capital C:

$$1500 = \frac{C \cdot 6 \cdot 5}{100} \Rightarrow C = \frac{1500 \cdot 100}{6 \cdot 5} = 5000$$

El capital es de 5000 euros.

35. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t:

$$90 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{90 \cdot 100}{600 \cdot 5} = 3$$

Hay que depositarlo durante 3 años.

36. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el rédito r:

1) $360 = \frac{1200 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{360 \cdot 100}{1200 \cdot 5} = 6$

2) $360 = \frac{1500 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{360 \cdot 100}{1500 \cdot 5} = 4{,}8$

Hay que colocarlo al 6% de interés si son 1200 euros de capital, y al 4,8% si son 1500 euros.

37. Calculamos:

a) Aplicamos la fórmula del interés:

$$I = \frac{36000 \cdot 2{,}4 \cdot 6}{100} = 5184$$

El capital producido es de 5184 euros.

b) El beneficio será el 100% – 20% = 80% del interés producido: 0,80 · 5184 = 4147,2

El beneficio conseguido será de 4147,2 euros.

c) Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t:

$$3 \cdot 36000 = \frac{36000 \cdot 2{,}4 \cdot t}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 \cdot 36000 \cdot 100}{36000 \cdot 2{,}4} = 125$$

Serán necesarios 125 años.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/747100	http://www.mediamarkt.es/
http://www.tiching.com/747101	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm
http://www.tiching.com/747102	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Porcentajes_e_indices/porcentaje.htm
http://www.tiching.com/747103	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Proporcionalidad/index.htm
http://www.tiching.com/747105	https://lacasadegauss.files.wordpress.com/2011/04/2c2ba_eso_ejercicios_proporcionalidad-con-soluciones.pdf