

INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ La finalidad de esta unidad consiste en la aplicación de los conceptos de proporcionalidad directa e inversa a la resolución de problemas.

En primer lugar leeremos el texto introductorio y lo comentaremos con el alumnado siguiendo este cuestionario:

- ¿Qué idea estamos aplicando cuando en la frutería calculamos el precio de 2 kilos de manzanas a partir del precio de la unidad?
- ¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana empleamos el concepto de proporcionalidad directa?
- ¿Son útiles los porcentajes en la vida diaria?

■ A continuación prestaremos atención a la imagen de presentación, al índice de contenidos de esta unidad y al esquema que los relaciona:

- ¿Se te ocurren dos magnitudes que sean directamente proporcionales? Razona tu respuesta. ¿E inversamente proporcionales?
- ¿Cómo expresamos un porcentaje en forma de fracción?

Empezamos la unidad

■ Como introducción y repaso de ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se proponen una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

- La actividad 1 introduce el concepto de razón, fundamental para entender cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales.
- En la actividad 2 se repasa la idea de fracción equivalente, relacionada con el concepto de proporción que estudiaremos posteriormente en este mismo tema.
- La actividad 3 revisa la operativa de las proporciones, que aplicaremos a la resolución de la regla de tres.
- En la actividad 4 repasaremos el cálculo con porcentajes.
- La actividad 5 relaciona los conceptos de proporcionalidad directa e inversa.

■ Con el fin de comprobar el nivel de conocimientos del que parten los alumnos y alumnas, les pediremos que resuelvan por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 4 y 5.* Leer comprender e interpretar el enunciado y saber desarrollar los propios argumentos por escrito, para resolver la actividad.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1, 2, 3, 4 y 5.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.
- *Acts. 1, 2, y 3.* Saber transformar la información recopilada en unidades anteriores en conocimiento propio.
- *Esquema pág. 144.* Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Texto pág. 144.* Valorar la proporcionalidad en los cálculos comerciales y su aplicación a otro tipo de estudios planteados en diferentes disciplinas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Actividades.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen.

Educamos en valores

Valoración de la iniciativa personal y de las estrategias propias de resolución de situaciones problemáticas

- El desarrollo de estrategias personales eficaces de resolución de problemas contribuye a valorar las propias capacidades y a sacar partido de su iniciativa personal.

El área de matemáticas contribuye a la aplicación de métodos personales de resolución de problemas que pueden ser útiles en otras circunstancias de la vida.

Las actividades que contribuyen a lograr este objetivo son:

- En las actividades *Estrategia e ingenio* de la página 139 el alumnado debe diseñar una estrategia de resolución personal que le permita abordar dos problemas que no se resuelven con los métodos estándar estudiados.
- La *Resolución de problemas* de la pág. 157.

Libro Digital

- *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

Navegamos por Tiching



- Para introducir el tema sobre proporcionalidad y ver la realidad de su utilización, propondremos entrar en el siguiente enlace:

<http://www.tiching.com/747100>

Se trata de un recurso que nos permitirá comprobar hasta qué punto tienen conciencia de su aplicación en cuestiones de la vida corriente. También sabremos sus conocimientos previos sobre el tema.

A partir de una página de publicidad, les pediremos que realicen descuentos. No es necesario utilizar la calculadora, pueden practicar el cálculo mental y adquirir estrategias. Les preguntaremos:

- *¿Sabrías decir el precio de un televisor, si esta semana se aplica una rebaja del 25% sobre ellos?*
- *Encuentra un gran electrodoméstico y aplica una rebaja del 10% en su precio inicial.*
- *Finalmente en informática se realiza una rebaja del 50%. ¿Qué artículo vas a comprar?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 145

Para empezar...

1. Las razones son las siguientes:

a) $\frac{5}{7} = 0,71$ b) $\frac{5}{100} = 0,05$ c) $\frac{8,4}{2,1} = 4$

2. Las fracciones equivalentes son:

a) $\frac{5}{8}y \frac{15}{24}$ c) $\frac{4}{7}y \frac{20}{35}$

3. Los valores de x son los siguientes:

a) $\frac{x}{5} = \frac{3}{4}$; $x = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4}$

b) $\frac{15}{7} = \frac{x}{14}$; $x = \frac{15 \cdot 14}{7} = 30$

c) $\frac{7}{21} = \frac{21}{x+11}$; $7(x+11) = 21^2$; $7x = 21^2 - 77$;
 $x = \frac{441 - 77}{7} = \frac{364}{7} = 52$

d) $\frac{x-1}{3} = \frac{x+1}{4}$; $4x - 4 = 3x + 3$; $x = 7$

(Continúa en la página 7-27 de la guía)

1. Magnitudes directamente proporcionales

Resolvamos un problema práctico y resolvamos 20 € por cada hora de trabajo. Así, si el hijo se trabaja durante de las horas, cobra 80 € y si la semana es de las horas, 93 €, y si en 10 días trabaja y cobra, 40 €.

Para ser práctico, resolvamos los siguientes datos:

Horas trabajadas	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Cobro	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

Observa qué se verifica:

$$\frac{10}{20} = \frac{20}{40} = \frac{30}{60} = \frac{40}{80} = \frac{50}{100} = \frac{60}{120} = \frac{70}{140} = \frac{80}{160} = \frac{90}{180} = \frac{100}{200}$$

Es decir, la razón entre los valores correspondientes es siempre la misma. De ahí que en el lenguaje del matemático y el dibujo cabría que se dijera que directamente proporcionales.

Las magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar (dividir) cualquier valor de una de ellas por un número positivo de veces, el valor de la otra cambia también exactamente la misma cantidad por el mismo número.

De esta manera, si x y y son valores de dos magnitudes directamente proporcionales, se verifica:

$$\frac{x}{y} = \frac{x'}{y'} = \frac{x''}{y''} = k, \text{ siendo } k > 0$$

La constante k se denomina **coeficiente de proporcionalidad directa** y es igual a la razón entre dos valores correspondientes. En el ejemplo, la constante de proporcionalidad directa es $\frac{20}{10}$ y representa a los euros por hora trabajada que cobra el hijo.

Si representamos los pares de valores de las magnitudes directamente proporcionales en un sistema de coordenadas cartesianas, obtenemos puntos que se sitúan sobre una recta que pasa por el origen.

Así, para los pares de valores de la tabla anterior, obtenemos el gráfico de la derecha. Fíjate en que, la constante que es la razón del anterior se puede ver también por el ángulo que forman con los ejes los segmentos rectos que crean triángulos rectángulos que tienen como origen en (0,0).

RECUERDA

- La razón entre dos cantidades x y y es $\frac{x}{y}$ si se ven como cociente $\frac{x}{y}$.
- La razón $\frac{x}{y}$ es $\frac{x'}{y'}$ si se ven como fracción $\frac{x}{y} = \frac{x'}{y'}$.
- Las razones $\frac{x}{y}$ y $\frac{x'}{y'}$ se denominan **razones** entre las cantidades x y y y x' y y' respectivamente.

TEN EN CUENTA

Si las magnitudes directamente proporcionales que se comparan pueden tener cualquier valor, podemos ir reduciendo la proporcionalidad a una razón que tiene como el origen de las coordenadas.

1.1 Regla de tres simple directa

Una proporción para resolver problemas de las que relacionan magnitudes directamente proporcionales es la **regla de tres simple directa** o, simplemente, **regla de tres directa**. Consiste en hallar el cuarto término de una proporción teniendo los otros tres.

Para obtener un valor de una magnitud cuando el valor de la otra se conoce la cantidad de agua que se debe consumir en un día con el grifo que cuando está abierto. Para ello, se cobra un litro de agua cada hora y se mide el agua que se consume durante media hora: 100 ml. ¿Cuánto agua se consume en un día?

El número de litros que se va consumiendo en un día es directamente proporcional al tiempo que se va pasando, así que si pasamos, desde el inicio de la mañana, un día, se consume el triple de agua que en media hora. Para tanto, se debe de consumir directamente proporcionalmente y podemos resolver el problema planteando una regla de tres:

— Ordenamos los datos en forma de tabla, la primera x o la cantidad de agua que se consume en un día (en litros) x .

Horas de agua	0,5	24
litros de agua <td>100</td> <td>x</td>	100	x

— Efectuamos la operación y despejamos la incógnita, aplicando la propiedad de que el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$\frac{0,5}{100} = \frac{24}{x} \Rightarrow 0,5 \cdot x = 100 \cdot 24 \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 24}{0,5} = 4800$$

Es el total de litros de agua que se consume en un día: se consumen 4800 l de agua.

1.2 Método de reducción a la unidad

El método de **reducción a la unidad** es otro método para resolver problemas de proporcionalidad.

Debido a un cálculo del período de una de las magnitudes lo convertimos a una unidad de la otra y lo aplicamos, multiplicando por el valor que queremos a las unidades que nos interesa.

Así, en el ejemplo anterior, podemos calcular así el siguiente dato:

- Si en media hora se consumen 100 l de agua en el tubo, en una hora se consumirán $\frac{100 \cdot 2}{1} = 200$ l/h.
- Por tanto, en un día, se consumirán: $24 \cdot 200 = 4800$ l.

PROPIEDAD FUNDAMENTAL

Una proporción es una igualdad de fracciones que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

FÍJATE

Debido a que las fracciones de una igualdad en la misma unidad.

FACTORES DE CONVERSIÓN

Los factores de conversión se utilizan para transformar una magnitud de una unidad a otra. Se expresan como fracciones que tienen como denominador la unidad a la que se quiere convertir y como numerador la unidad a la que se quiere convertir.

Por ejemplo, si se quiere convertir 10 kg a gramos, se utiliza el factor de conversión $\frac{1000}{1}$ y se obtiene el resultado: $10 \cdot 1000 = 10000$ g.

1. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

■ El objetivo de esta sección consiste en introducir el concepto de proporcionalidad directa y sus aplicaciones a la hora de resolver problemas.

En primer lugar leeremos el ejemplo inicial que nos sirve para explicar prácticamente las ideas de *razón* y *magnitudes directamente proporcionales*. Prestaremos atención a la nota *Recuerda*, donde se recoge cierta terminología relacionada:

- ¿Cómo se halla la razón entre dos valores dados?
- ¿Qué nos indica la razón entre los valores de dos magnitudes?
- ¿A qué llamamos proporción?

■ A continuación leeremos la definición del recuadro y los párrafos que siguen, junto con la nota *Ten en cuenta*. Después plantearemos al alumnado un cuestionario que resume las ideas más importantes:

- ¿Cuándo se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales?
- ¿Cómo es la representación gráfica de sus pares de valores?
- ¿Qué es la constante de proporcionalidad directa?

■ Para afianzar todos estos conceptos introducidos, los alumnos y alumnas resolverán los ejercicios de la página 146.

1.1 Regla de tres simple directa

■ Leeremos la introducción del apartado y la nota del margen *Propiedad fundamental*. A continuación analizaremos el ejemplo de aplicación de la teoría:

- ¿Qué información extraemos del enunciado?
- ¿Qué propiedad hemos aplicado para resolver la proporción?
- ¿Es correcto que obtengamos una cantidad de agua mayor en el caso de las 24h que para media hora?

El docente destacará la observación del margen *Fíjate*, muy importante a la hora de realizar los cálculos.

1.2 Método de reducción a la unidad

■ Proseguiremos con la lectura del siguiente apartado, prestando atención al ejemplo:

- ¿En qué consiste este método?
- ¿Podrías poner otro ejemplo de aplicación?

Ahora leeremos el tercer método expuesto, en el apunte del margen *Factores de conversión* y preguntaremos:

- ¿Cómo se calcula el factor de conversión?
- ¿Por qué multiplicamos los 15 kg por dicho factor?

■ Por último los alumnos y alumnas resolverán las actividades propuestas en el libro.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- Act. 3. Comprender e interpretar el enunciado del problema que se plantea y ser capaz de responder con la solución adecuada.
- Acts. 4, 5 y 6. Leer y comprender los enunciados y procesar correctamente los datos.

APRENDER A APRENDER

- Act. 1. Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades en situaciones parecidas y contextos diversos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- Acts. 1, 4 y 5. Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos en este apartado.
- Acts. 3 y 6. Analizar el enunciado, seleccionar una estrategia, valorar las posibles respuestas y tomar decisiones con criterio propio, todo ello con la finalidad de resolver el ejercicio.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para asentar la relación entre magnitudes directamente proporcionales.
- ✓ La actividad de ampliación 1 resultará útil para poner en práctica lo aprendido en un caso físico particular.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 146

- Actividad personal. A modo de ejemplo:
 - La longitud del lado de un polígono regular y su perímetro.
 - La masa y el peso de un cuerpo.
 - N° de bombillas iguales y consumo eléctrico.
 - Cantidad de botellas de agua de 2 litros y peso que tienen.
 - Número de artículos iguales y precio que cuestan.

- Son magnitudes directamente proporcionales y basta multiplicar por 2:

área pintada (m ²)	5	10	20	40
precio (€)	7,5	15	30	60

- Construimos la tabla de precios:

número de lotes	1	2	3	4
coste (€)	3,75	7,5	11,25	15

Escribimos tres proporciones: $\frac{3,75}{1} = \frac{7,5}{2} = \frac{11,25}{3} = 3,75$

La constante de proporcionalidad es $k = 3,75$.

Navegamos por Tiching



- Con la intención de practicar con la proporcionalidad, proponemos entrar en este enlace:

<http://www.tiching.com/747101>

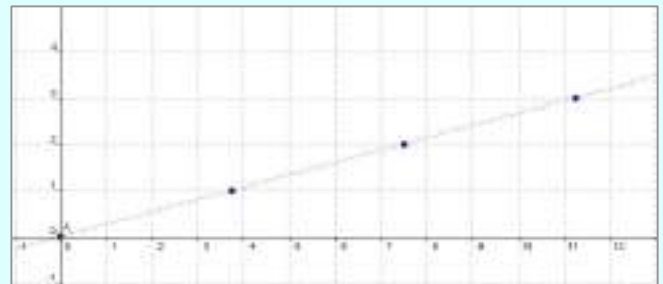
Se trata de un recurso del tipo Descartes en el que los alumnos podrán repasar la teoría de forma muy sencilla y con ejemplos entendedores.

A continuación, les pediremos que realicen los ejercicios en los cuales aplicarán los conceptos trabajados. Son actividades autocorrectivas para que sean conscientes de su aprendizaje.

Seguidamente, les podríamos preguntar:

- ¿Puedes poner un ejemplo sobre factores de conversión?
- ¿Sabrías proponer un ejemplo dónde aplicar el método de reducción a la unidad?

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.



Página 147

- Ordenamos los datos en forma de tabla:

número de cubos	5	x
superficie (m ²)	70	266

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{5}{70} = \frac{x}{266} \Rightarrow 70x = 1300 \Rightarrow x = \frac{1300}{70} = 19$$

Se necesitarán 19 cubos.

- Ordenamos los datos en forma de tabla:

número de trajes	4	x
tela (m ²)	9	26

(Continúa en la página 7-27 de la guía)

2. Porcentajes

Los porcentajes aparecen en muchos ámbitos de la vida cotidiana, en los medios de comunicación, en los resultados de una encuesta, en las etiquetas de los productos que compramos, etc.

Por ejemplo, si en el verano se una familia de tres personas que consume un 11% de agua, significa que cada 11 litro, se gastan 200 litros, es como si fuera. Para lo hemos expresado hasta ahora con una fracción:

$$\frac{11}{100} = \frac{200}{x}$$

El porcentaje x tanto por ciento es una parte de una comunidad total.

Los problemas en los que trabajamos porcentajes se son más que un tipo particular de proporcionalidad en serie.

Si, por ejemplo, queremos calcular la cantidad de agua de lluvia que contiene un vaso de 250 ml de la bebida con un 11% de agua, hacemos:

$$\frac{11}{100} = \frac{x}{250} \Rightarrow x = \frac{11 \cdot 250}{100} = 27,5$$

Luego 275 ml de bebida contiene 27,5 ml de agua de lluvia.

Para ser que el tamaño el tamaño de reducción a la unidad, debemos multiplicar la cantidad de agua de lluvia que hay en 100 ml de bebida, $\frac{11}{100}$, por la cantidad de bebida que tenemos, 250 ml.

$$\frac{11}{100} \cdot 250 = 11 \cdot \frac{250}{100} = 27,5$$

En la práctica, para, para hallar el $x\%$ de una cantidad C , multiplicamos dicha cantidad por $\frac{x}{100}$.

$$x\% \text{ de } C = \frac{x}{100} \cdot C$$

2.1 Aumentos y disminuciones

En ocasiones, se utilizan los porcentajes para aumentar o disminuir una cantidad. Fíjate en el siguiente ejemplo.

¿CÓMO TRABAJA?

En febrero de 2015, se registró un aumento de 27 mm de lluvia, mientras que en febrero de 2016, se registró 58 mm. ¿Cuál ha sido la variación porcentual?

En febrero de 2015 se registraron 58 mm = 57 mm + 1 mm más de precipitación que en el mismo mes del año anterior.

Calculamos qué porcentaje representa el incremento, 1 mm, respecto de la cantidad que se tenía como referencia, 57 mm:

$$\frac{1}{57} = 0,0175 = 1,75\%$$

Luego el porcentaje, en febrero de 2015, fue un 1,75% superior al de febrero de 2014.

¿CÓMO TRABAJA?

Además del tanto por ciento, encontramos los siguientes:

- Tanto por 1 cuando se indica cuando 1.
- Si se el porcentaje $x\%$ se divide y entre 100, se obtiene el tanto por 1. Así, el 17% lo convertimos en tanto por 1 de 0,17.
- Tanto por 1000 (ppm) cuando se indica porcentaje PPM.
- Si se trata de cantidad en peso, se utiliza el tanto por ciento en peso. Así, el 10% de un producto que pesa 1000 gramos, equivale a 100 gramos.

REGLAS BÁSICAS

Calcular porcentajes no es difícil cuando se lo hace de forma adecuada y con un método de trabajo adecuado.

Por ejemplo, el 20% de 14 es $\frac{20}{100} \cdot 14 = 2,8$.

Como fracción, $\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, obtenemos el 20% de 14, 2,8.

CÁLCULADORA

La mayoría de las calculadoras permiten calcular porcentajes de forma directa. Hay que poner la tecla de la división (%), la tecla de la multiplicación (\cdot), la tecla de la cantidad que queremos calcular (en este caso, 14) y la tecla de la cantidad a la que queremos calcular el porcentaje (en este caso, 20).

Por ejemplo, para hallar el 20% de 1400, hacemos:

El resultado es:

$$1400 \cdot \left(\frac{20}{100} \right) = 280$$

NO LO OLVIDES

- Aplica un aumento del $x\%$ a una cantidad C añadiendo a C el tanto por ciento $x\%$ de C .
- Aplica una disminución del $x\%$ a una cantidad C restando a C el tanto por ciento $x\%$ de C .
- Si se trata de un aumento o disminución del $x\%$, mantén constante el tanto por ciento $x\%$.

Amplía en la Red

Responde:

¿Cómo se calcula el tanto por ciento $x\%$ de una cantidad C ?

Fíjate:

Las tres situaciones que hemos visto en este apartado de porcentajes se pueden resumir en una sola expresión:

$$C' = C \left(1 \pm \frac{x}{100} \right)$$

Donde C es la cantidad inicial, C' es la cantidad final, x es el porcentaje de aumento o disminución, y \pm indica si se trata de un aumento (+) o de una disminución (-).

Esta expresión resulta especialmente útil cuando se deben aplicar sucesivamente dos o más variaciones porcentuales a una misma cantidad.

Por ejemplo, si una factura ascendía a 700 € y recibe un aumento del 15% en concepto de impuestos y un descuento del 21% de IVA, el valor final de la factura es:

$$700 \cdot \left(1 + \frac{15}{100} \right) \cdot \left(1 - \frac{21}{100} \right) = 700 \cdot 1,15 \cdot 0,79 = 628,35 \text{ €}$$

¿CÓMO TRABAJA?

El 20% de los habitantes de un centro escolar han sido beneficiarios de un programa de becas. ¿Cuántos alumnos hay en el centro?

En un pueblo de 800 habitantes un 15% de la población se dedica a la agricultura. ¿Cuántos habitantes se dedican a la agricultura?

El café cuesta 0,28 € por cada kilogramo. ¿Cuánto café se necesita para obtener 150 kg de café torado?

Una panadería aumenta el precio de la harina de un cuarto de euro de 0,75 € a 1 €, el precio por kilo de harina de 0,45 € a 0,58 € y el de la hogaza de un 45% de 3 € a 4,25 €. ¿En qué porcentaje se ha incrementado el precio de la panadería?

El precio con IVA de un artículo es de 480 €. Sabiendo que el IVA es del 21%, ¿cuál es el precio sin IVA de dicho artículo?

2. PORCENTAJES

■ El objetivo de esta sección es recordar la utilidad de los porcentajes en el día a día y las reglas básicas que rigen su operativa.

Para empezar leeremos la primera parte de la sección, observando detenidamente los ejemplos, donde aprenderemos a calcular porcentajes:

- ¿Qué es en realidad un porcentaje? Pon un ejemplo.
- ¿Cómo podemos calcular un porcentaje de un número?

■ A continuación prestaremos atención a las tres notas que aparecen en el margen de esta misma página, donde se repasan algunas características de los porcentajes:

- Expresa el porcentaje del 5% de los diferentes modos estudiados.
- ¿Cuál es el tanto por uno correspondiente al 25%?
- ¿Qué es un tanto por 1000?

2.1 Aumentos y disminuciones

■ En este apartado trabajaremos la aplicación práctica más habitual de los porcentajes, a través de tres ejemplos.

Leeremos la introducción y observaremos detenidamente los cálculos realizados en el primer ejemplo:

- ¿Qué valores hemos dividido para obtener el incremento de lluvia en 2016?

– ¿Cómo lo traducimos después a un porcentaje?

- ¿Cómo lo traducimos después a un porcentaje?

■ Luego analizaremos los dos ejemplos siguientes y nos aseguraremos de su adecuada comprensión realizando este cuestionario al alumnado:

- ¿Qué representa la cantidad 216 en el ejemplo 1?
- ¿Con qué operación única podemos resolver el ejemplo 1?
- ¿Por qué dividimos entre 0,85 en el ejemplo 2?

Ahora leeremos la nota *No lo olvides* y preguntaremos:

- ¿Cómo aplicarías un aumento del 10% a 500?
- Aplica una disminución del 5% a 90.

■ Continuaremos leyendo el texto de este apartado, junto con la nota *Fíjate*, donde se resume la metodología seguida para resolver este tipo de planteamientos:

- ¿Cómo podemos aplicar sucesivamente un aumento y un descuento en porcentaje a una cantidad inicial?
- Calcula la cantidad inicial antes de aplicarle un incremento del 5% y un descuento del 15% a 156.

■ Los alumnos y alumnas resolverán ahora las actividades propuestas en el libro.

Podrán seguir practicando la operativa con porcentajes accediendo al recurso *@Amplía en la Red*.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Actividades.* Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas que se plantean para poderlos resolver.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 7, 8 y 9.* Aplicar reglas operativas de forma repetitiva para mejorar la eficacia de resolución.
- *Acts. 10 y 11.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre porcentajes.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Acts. 7, 8 y 9.* Desarrollar la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre porcentajes, siendo perseverante en la resolución.
- *Acts. 10 y 11.* Identificar en la realización de los problemas las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ En las actividades de refuerzo 2 y 4 así como en la actividad de ampliación 2 podremos seguir trabajando los conceptos de aumento y disminución porcentual y sus aplicaciones.

Navegamos por Tiching



- Proponemos entrar en el siguiente enlace para reforzar los automatismos en los porcentajes.

<http://www.tiching.com/747102>

La siguiente página web es un recurso del tipo Descartes. En ella se combina una explicación teórica con ejemplos sencillos y una propuesta de actividades relacionadas.

Es un recurso que permite un trabajo autónomo con lo que el profesor lo podrá proponer según el ritmo de cada alumno.

Pediremos a los alumnos que los resuelvan en su cuaderno y, a continuación, organizaremos una puesta en común sobre las dificultades o ventajas que han encontrado y favorecer así la interrelación en temas matemáticos de uso cotidiano.

Les podemos hacer notar cómo aumenta o disminuye el precio de un producto en el que aplicamos un descuento y el IVA.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 150

7. Bastará con calcular el 75 % de 864:

$$\left(1 - \frac{25}{100}\right) \cdot 864 = \frac{75}{100} \cdot 864 = \frac{3}{4} \cdot 864 = 648 \text{ estudiantes han suspendido.}$$

8. El precio final del pantalón es el 100% – 15% = 85% de su valor inicial.

$$\text{Calculamos el 85\% de 68: } \frac{85}{100} \cdot 68 = 0,85 \cdot 68 = 57,8$$

Se deben pagar 57,80 euros al comprarlo.

9. Los 150 kg de café tostado corresponde al 100% – 20% = 80% del café inicial.

$$\text{Calculamos la cantidad C de café inicial: } \frac{80}{100} \cdot C = 150$$

$$\Rightarrow C = \frac{150 \cdot 100}{80} = 187,5$$

Se necesitan 187,5 kg de café.

10. Calculamos los porcentajes:

$$\text{Barra de un cuarto de kilo: } 1 = 0,75 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = 0,75 + 0,0075p \Rightarrow 0,25 = 0,0075p \Rightarrow$$

$$p = \frac{0,25}{0,0075} = 33,333... \Rightarrow \text{Se ha encarecido un 33,33\%}$$

$$\text{Panecillo de Viena: } 0,50 = 0,45 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,50 = 0,45 + 0,0045p \Rightarrow 0,05 = 0,0045p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{0,05}{0,0045} = 11,11 \Rightarrow \text{Se ha encarecido un 11,11\%}$$

$$\text{Hogaza de un kilo: } 2,25 = 2 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,25 = 2 + 0,02p \Rightarrow 0,25 = 0,02p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{0,25}{0,02} = 12,5 \Rightarrow \text{Se ha encarecido un 12,5\%}$$

11. Si el precio del televisor sin IVA es C \Rightarrow

$$\Rightarrow 480 = C \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right) \Rightarrow 480 = C \cdot 1,21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{480}{1,21} \approx 396,7$$

El precio del televisor sin IVA es de 396,7 euros.

3. Magnitudes inversamente proporcionales

Un grupo de aficionados al fútbol quiere contratar a Rafael como preparador físico para que les dé una pasada de entrenamiento. Rafael les cobrará 400 € siempre y cuando no sean más de diez. El responsable del grupo cobrará más dinero para haber cobrado menos que antes cada vez que el número de participantes en el entrenamiento...

Nº de participantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cantidad (€)	400	200	133	100	80	66,66	57,14	50	44,44	40

Clavos con, clavos sin, tornillos, tornillos de plástico, tornillos de aluminio, tornillos de acero... El número de tornillos de aluminio que se fabrican en una fábrica es inversamente proporcional al número de tornillos de acero que se fabrican en la misma fábrica (100 € a 10.000 €).

Calcula con el número de participantes y el dinero que debe pagar cada año las magnitudes inversamente proporcionales.

Una magnitud es **inversamente proporcional** a otra si al multiplicar cualquier valor de una de ellas por un número distinto de cero, el otro cambia también de la misma manera (multiplicado por el mismo número).

Reflexiona el ejemplo, observa que se verifica:

$$1 \cdot 400 = 2 \cdot 200 = 3 \cdot 133 = \dots = 10 \cdot 40 = 4000$$

El cociente que produce entre dos valores correspondientes de constantes es igual a 4000 que corresponde al dinero que los aficionados deben pagar para pagar a Rafael. Por otro lado, podemos establecer las siguientes relaciones:

$$\frac{x}{4} = \frac{100}{4} \quad \frac{x}{5} = \frac{80}{5} \quad \frac{x}{6} = \frac{70}{6} \quad \dots$$

En general, si x_1, y_1 y x_2, y_2 son pares de valores correspondientes de dos magnitudes inversamente proporcionales, se tiene que:

- El producto de los valores correspondientes es constante: $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = k$
- La constante k se denomina **constante de proporcionalidad inversa**.
- La razón entre dos valores de una de las magnitudes es igual al inverso de la razón entre los valores correspondientes de la otra: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Las representaciones gráficas de una de las OCA (gráficas de inversamente proporcionalidad) obtenemos curvas que representan una curva llamada **hipérbola**.

1. Observa los ejemplos de las magnitudes que son inversamente proporcionales.

2. Haz un gráfico de una de ellas (por ejemplo, el ejemplo de la velocidad y el tiempo empleado en recorrer una ruta).

3. El producto de un número y el tiempo que tarda en recorrer una ruta es constante y equivale a 4000.

4. Haz un gráfico con el número de participantes y el dinero que debe pagar cada año para pagar a Rafael.

3.1 Regla de tres simple inversa

Para resolver problemas de los que observamos dos magnitudes inversamente proporcionales, se utiliza la **regla de tres simple inversa**, o simplemente, **regla de tres inversa**.

El igual que en la regla de tres directa, se trata de hallar el cuarto término de una proporción cuando se conocen los otros tres términos.

4.º Ejemplo

Calcula con el número de participantes del Píleo al T.O. de La Guardia cobrará 4000 €. ¿Cuánto cobrará cada uno si participan dos aficionados más?

El número de aficionados y el dinero que se cobrará en cada sesión son magnitudes inversamente proporcionales, el cociente es llamado **constante de proporcionalidad** k (4000 € a 4000 €).

Entonces, al saber que cobrará cada aficionado si fueran uno o dos aficionados, se sabe el otro valor.

Entonces la proporción, buscando un número que se divida de 40000 (manteniendo proporcionalidad a 4000 €).

$$\frac{x}{2} = \frac{4000}{2} \quad \frac{x}{3} = \frac{4000}{3} \quad \dots$$

A cada uno de los dos aficionados se le cobrará 2000 €.

3.2 Método de reducción a la unidad

También podemos resolver problemas de proporcionalidad inversa utilizando el método de la unidad.

Así, en el ejemplo anterior, podemos proceder del siguiente modo:

- Si 10 aficionados cobran 40000 € cada uno, en total cobrarán el total de 400000 € (10 · 40000 € = 400000 €).
- Si 12 aficionados se les cobrará $\frac{400000}{12} = 33333,33$ €.

1. Observa los ejemplos de las magnitudes que son inversamente proporcionales.

2. Haz un gráfico de una de ellas (por ejemplo, el ejemplo de la velocidad y el tiempo empleado en recorrer una ruta).

3. El producto de un número y el tiempo que tarda en recorrer una ruta es constante y equivale a 4000.

4. Haz un gráfico con el número de participantes y el dinero que debe pagar cada año para pagar a Rafael.

5. Observa los ejemplos de las magnitudes que son inversamente proporcionales.

6. Haz un gráfico de una de ellas (por ejemplo, el ejemplo de la velocidad y el tiempo empleado en recorrer una ruta).

7. El producto de un número y el tiempo que tarda en recorrer una ruta es constante y equivale a 4000.

8. Haz un gráfico con el número de participantes y el dinero que debe pagar cada año para pagar a Rafael.

3. MAGNITUDES INV. PROPORCIONALES

■ El objetivo básico de esta sección es comprender la relación entre magnitudes inversamente proporcionales y su características y aplicaciones.

Comenzaremos leyendo los tres primeros párrafos, donde se introduce mediante un ejemplo cuándo dos magnitudes son inversamente proporcionales:

- ¿Por qué decimos que las magnitudes del ejemplo son inversamente proporcionales?
- ¿Qué otro ejemplo se te ocurre de dos magnitudes inversamente proporcionales?
- ¿En qué se diferencian de las magnitudes directamente proporcionales?

■ Ahora leeremos la definición del recuadro y las características de estas magnitudes, expresadas en los párrafos que siguen:

- Verifica que se cumple la definición en el caso de las magnitudes del ejemplo anterior.
- ¿Qué es la constante de proporcionalidad inversa? ¿Qué valor tiene en el ejemplo?
- ¿La razón entre dos valores correspondientes de las dos magnitudes es siempre la misma? Compruébalo en el caso de las magnitudes del ejemplo.

■ Nos fijaremos a continuación en las notas del margen: *Otros ejemplos* y *Representación gráfica*, que comentaremos con los alumnos y alumnas:

mos con los alumnos y alumnas:

- *Razona por qué las magnitudes de los ejemplos son inversamente proporcionales.*
- *¿Cómo es la representación gráfica de dos magnitudes inversamente proporcionales? ¿Es una curva creciente o decreciente? ¿Por qué?*

3.1 Regla de tres simple inversa

■ El alumnado leerá la introducción del siguiente apartado y después observaremos el ejemplo y la nota del margen:

- *¿Por qué las magnitudes del ejemplo son inversamente proporcionales?*
- *¿Qué pasaría si hubiera sólo 4 acertantes?*
- *¿En qué consiste la regla de tres inversa?*

Para afianzar este método, el alumnado accederá al recurso web que encontrará en @Amplía en la Red.

3.2 Método de reducción a la unidad

■ Leeremos a continuación este apartado, en el que resolveremos el ejemplo anterior aplicando otro método:

- *¿De qué dos pasos consta el método de reducción a la unidad?*

Por último los alumnos y alumnas realizarán las actividades propuestas en las páginas 150 y 151.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- Act. 13. Desarrollar la capacidad de formular y expresar procesos y estrategias propias de resolución y de generar ideas e hipótesis.
- Acts. 15 a 21. Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas y procesar los atos adecuadamente.

APRENDER A APRENDER

- Acts. 15, 16, 17 y 18. Aplicar los conocimientos adquiridos sobre la regla de tres simple inversa de manera repetitiva, para mejorar la eficacia de la resolución de problemas.
- Acts. 19, 20 y 21. Saber transformar la información para construir sus propias estrategias y aplicarlas en la resolución de las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- Acts. 12 y 21. Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre magnitudes, siendo creativo, flexible y perseverante.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ En la actividad de refuerzo 3 trataremos de identificar dos magnitudes inversamente proporcionales.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 150

12. Actividad personal. A modo de ejemplo:
- Velocidad y tiempo empleado en recorrer una distancia fija.
 - Número de operarios y tiempo empleado en realizar un trabajo determinado.
 - Número de animales y días que le dura una cantidad fija de alimento.
13. Razonamos si son inversamente proporcionales las magnitudes dadas:
- Sí son inversamente proporcionales, porque a más velocidad menos tiempo empleado y además al doble de velocidad la mitad de tiempo.
 - No son inversamente proporcionales (son directamente proporcionales), porque a más volumen más tiempo en llenarlo y el doble de volumen el doble de tiempo.
14. Completamos la tabla, teniendo en cuenta que el producto de ambas dimensiones es siempre 36:

base	2	4	6	9	12
altura	18	9	6	4	3

Navegamos por Tiching



- Para seguir trabajando en clase con magnitudes y proporciones, proponemos el siguiente recurso del tipo Descartes:

<http://www.tiching.com/747103>

Antes de introducirse en el tema, les preguntaremos:

- ¿Cómo explicarías la relación entre el tiempo empleado en levantar un muro y los obreros que realizan el trabajo?
- Si aumentamos los litros de leche a envasar pero utilizamos el mismo número de envases ¿cómo podemos explicar esto?

En esta página web encontrarán una parte teórica y unas actividades interactivas a resolver. Dentro del mismo recurso, les podemos sugerir que accedan al apartado sobre proporcionalidad inversa y que completen las actividades que se proponen sobre regla de tres inversa.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

Tres productos de pares iguales son: $2 \cdot 18, 4 \cdot 9, 6 \cdot 6$

Tres proporciones son: $\frac{4}{2} = \frac{18}{9}, \frac{6}{4} = \frac{9}{6}, \frac{2}{6} = \frac{6}{18}$

Página 151

15. Por definición de magnitudes inversamente proporcionales, el doble de obreros tarda la mitad de tiempo, por tanto habrían tardado 3 horas y media.
16. Tratándose de magnitudes inversamente proporcionales:

$$32 \cdot 40 = 25 \cdot x \Rightarrow x = \frac{32 \cdot 40}{25} = 51,2 \text{ €}$$

17. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Nº de jóvenes	120	160
días	8	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{120}{160} = \frac{x}{8} \Rightarrow 160x = 960 \Rightarrow x = \frac{960}{160} = 6$$

Tendrán víveres para 6 días.

(Continúa en la página 7-27 de la guía)

4. Repartos proporcionales

En frecuente encontrar situaciones en las que se debe repartir una cantidad de dinero que los partes no sean iguales, sino que haya una relación de proporcionalidad con ellas (números o cosas). Se trata de **repartos proporcionales**.

En el caso, por ejemplo, de repartir los beneficios de una empresa entre los dueños, según los inversos en cuanto a la cantidad que cada uno de ellos ha aportado al capital, entre los amigos beneficiarios de una obra o un proyecto, o entre los socios de una empresa, se trata de repartos proporcionales.

Los repartos proporcionales pueden ser directos e inversos, según si el reparto se efectúa de forma directamente proporcional e inversamente proporcional a los factores dados.

4.1 Repartos proporcionales directos

Los beneficios del último trimestre de una empresa de educación superior han sido 25.000 € y se reparten a los dos socios fundadores del 25% cada uno. La distribución de los beneficios se reparte entre los socios de acuerdo con el número de acciones que cada uno de ellos posee, es decir, de forma directamente proporcional a la facturación.

Se sabe que el socio A tiene 180 acciones y el socio B, 120 acciones. ¿Cuánto le corresponde a cada uno de ellos?

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea directamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120}$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero directamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

4.2 Repartos proporcionales inversos

La división de los beneficios entre los socios de una empresa se reparte de forma inversamente proporcional a los factores que los socios aportan al capital.

En el caso, por ejemplo, de repartir los beneficios de una empresa entre los socios, según los inversos en cuanto a la cantidad que cada uno de ellos ha aportado al capital, entre los amigos beneficiarios de una obra o un proyecto, o entre los socios de una empresa, se trata de repartos proporcionales inversos.

Los repartos proporcionales inversos se efectúan de forma inversamente proporcional a los factores dados.

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea inversamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $a \cdot 180 = b \cdot 120 = c \cdot 180 = d \cdot 120$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero inversamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

5. Proporcionalidad compuesta

Cuando en un problema intervienen más de dos magnitudes proporcionales, se trata de un problema de **proporcionalidad compuesta**.

En la resolución de proporcionalidad de más de dos magnitudes, con lo que se hace el caso de proporcionalidad directa, se trata de proporcionalidad compuesta directa, si el número de proporcionalidad compuesta directa, y si el número de los tipos de proporcionalidad, de proporcionalidad compuesta directa.

En el caso, por ejemplo, de repartir los beneficios de una empresa entre los socios, según los inversos en cuanto a la cantidad que cada uno de ellos ha aportado al capital, entre los amigos beneficiarios de una obra o un proyecto, o entre los socios de una empresa, se trata de repartos proporcionales inversos.

Los repartos proporcionales inversos se efectúan de forma inversamente proporcional a los factores dados.

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea inversamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $a \cdot 180 = b \cdot 120 = c \cdot 180 = d \cdot 120$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero inversamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

4. Repartos proporcionales

4.1 Repartos proporcionales directos

Los socios de una empresa de educación superior han sido 25.000 € y se reparten a los dos socios fundadores del 25% cada uno. La distribución de los beneficios se reparte entre los socios de acuerdo con el número de acciones que cada uno de ellos posee, es decir, de forma directamente proporcional a la facturación.

Se sabe que el socio A tiene 180 acciones y el socio B, 120 acciones. ¿Cuánto le corresponde a cada uno de ellos?

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea directamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120}$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero directamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

4.2 Repartos proporcionales inversos

La división de los beneficios entre los socios de una empresa se reparte de forma inversamente proporcional a los factores que los socios aportan al capital.

En el caso, por ejemplo, de repartir los beneficios de una empresa entre los socios, según los inversos en cuanto a la cantidad que cada uno de ellos ha aportado al capital, entre los amigos beneficiarios de una obra o un proyecto, o entre los socios de una empresa, se trata de repartos proporcionales inversos.

Los repartos proporcionales inversos se efectúan de forma inversamente proporcional a los factores dados.

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea inversamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $a \cdot 180 = b \cdot 120 = c \cdot 180 = d \cdot 120$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero inversamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

5. Proporcionalidad compuesta

Cuando en un problema intervienen más de dos magnitudes proporcionales, se trata de un problema de **proporcionalidad compuesta**.

En la resolución de proporcionalidad de más de dos magnitudes, con lo que se hace el caso de proporcionalidad directa, se trata de proporcionalidad compuesta directa, si el número de proporcionalidad compuesta directa, y si el número de los tipos de proporcionalidad, de proporcionalidad compuesta directa.

En el caso, por ejemplo, de repartir los beneficios de una empresa entre los socios, según los inversos en cuanto a la cantidad que cada uno de ellos ha aportado al capital, entre los amigos beneficiarios de una obra o un proyecto, o entre los socios de una empresa, se trata de repartos proporcionales inversos.

Los repartos proporcionales inversos se efectúan de forma inversamente proporcional a los factores dados.

El problema consiste en hallar cuatro cantidades, a, b, c y d, correspondientes a los socios A y B, en los dos meses, de manera que:

- La suma total de los repartos sea de 25.000 €. Por tanto, $a + b + c + d = 25.000$.
- En el primer mes, el reparto sea inversamente proporcional a las cantidades de acciones. Luego, $a \cdot 180 = b \cdot 120 = c \cdot 180 = d \cdot 120$.

Puede que en un primer momento parezca complicado, pero si se hace un pequeño dibujo entre la suma de los constantes en los dos meses, resulta:

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{120} = \frac{c}{180} = \frac{d}{120} = \frac{a+b+c+d}{180+120} = \frac{25.000}{300}$$

En consecuencia:

$$\frac{a}{180} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow a = 15.000 \quad \frac{b}{120} = \frac{25.000}{300} \Rightarrow b = 10.000$$

Por tanto, el socio A recibe 15.000 €, el socio B, 10.000 €, la c y la d, 0.000 €, y la c y la d, 0.000 €. 5.000 €, 2.500 € que la suma de los repartos es la suma total a repartir, 25.000 €.

En general:

Repartir una cantidad C de dinero inversamente proporcional a los factores a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, que verifican:

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d} = \frac{e}{e} = \frac{f}{f} = \frac{g}{g} = \frac{h}{h} = \frac{i}{i} = \frac{j}{j} = \frac{k}{k} = \frac{l}{l} = \frac{m}{m} = \frac{n}{n} = \frac{o}{o} = \frac{p}{p} = \frac{q}{q} = \frac{r}{r} = \frac{s}{s} = \frac{t}{t} = \frac{u}{u} = \frac{v}{v} = \frac{w}{w} = \frac{x}{x} = \frac{y}{y} = \frac{z}{z}$$

4.1 Rep. prop. directos / 4.2 Rep. prop. inversos

■ Para empezar esta sección leeremos la introducción, observando la imagen de la derecha, y proseguiremos con el ejemplo resuelto en el primer apartado, prestando atención a la nota *Fíjate*:

- ¿Cuándo se dice que un reparto proporcional es directo?
- ¿Por qué se cumple que $a/210 = b/195$ en el ejemplo?
- ¿Qué regla, aplicada en el ejemplo, se cumple entre varias razones iguales?
- ¿Cómo obtenemos que $25/750 = 1/30$?
- ¿A quién le corresponde más prima, al que facturó más o al que facturó menos?

Después destacaremos al alumnado la fórmula del recuadro y el apunte del margen *Ten en cuenta*.

■ Procederemos del mismo modo con el siguiente apartado, planteando las siguientes preguntas a los alumnos y alumnas:

- ¿Qué representa el valor k ?
- ¿Por qué sabemos que $2a = 4b = 6c$?
- ¿Quién ha recibido mayor cantidad, el empleado que ha faltado más días o el que ha faltado menos?

Después leeremos la nota *Ten en cuenta* y practicaremos los métodos explicados realizando los ejercicios propues-

tos en los recursos *@Amplía en la Red*.

■ A continuación leeremos los tres párrafos siguientes, donde aprenderemos una forma alternativa de repartir de manera inversamente proporcional a unas cantidades.

Antes de observar los ejemplos, leeremos la nota *No lo olvides*. Después analizaremos detenidamente los dos ejemplos y preguntaremos a los alumnos y alumnas:

- ¿Quién debe recibir mayor prima, el portero que encajó 16 goles o el que encajó 24?
- ¿Qué fórmula hemos aplicado para calcular cada cantidad? Razona tu respuesta.

Ahora el alumnado resolverá los ejercicios del libro y el docente explicará, siguiendo la nota del margen, cómo *Wiris* puede ayudarles a resolver este tipo de problemas.

■ Comenzaremos la siguiente sección con la lectura de la introducción, que comprenderemos mejor mediante los ejemplos resueltos en el libro a continuación.

Observaremos el primer ejemplo, resuelto de tres formas diferentes, incluyendo la indicada en la nota *Otro método*. Nos fijaremos en la imagen del margen y después el alumnado contestará a este cuestionario:

- ¿Por qué sabemos que el supuesto del ejemplo es un caso de proporcionalidad compuesta directa?
- ¿En qué se parecen los tres métodos?

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 23 y 25*. Leer e interpretar el enunciado procesando los datos de manera ordenada.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Amplía en la Red, pág. 153*. Aprender a reforzar los contenidos vistos en la unidad mediante el uso de los recursos que nos ofrece la red, en este caso, dos páginas web sobre repartos proporcionales.

■ *Recursos TIC, pág. 154*. Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se pueden resolver las ecuaciones que aparecen en los problemas de proporcionalidad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 22 y 24*. Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades adquiridas a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 23 y 25*. Identificar en la realización de las actividades, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 154

22. Se verifica que:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{9600}{3+4+5} = \frac{9600}{12} = 800. \text{ Por tanto:}$$

$$\frac{a}{3} = 800 \Rightarrow a = 3 \cdot 800 = 2400$$

$$\frac{b}{4} = 800 \Rightarrow b = 4 \cdot 800 = 3200$$

$$\frac{c}{5} = 800 \Rightarrow c = 5 \cdot 800 = 4000$$

Las partes del reparto son 2400, 3200 y 4000.

23. Se trata de un reparto directamente proporcional:

$$\text{Se verifica: } \frac{a}{12} = \frac{b}{8} = \frac{660}{12+8} = \frac{660}{20} = 33. \text{ Por tanto:}$$

$$\frac{a}{12} = 33 \Rightarrow a = 12 \cdot 33 = 396$$

$$\frac{b}{8} = 33 \Rightarrow b = 8 \cdot 33 = 264$$

El primero (que puso 12 €) debe quedarse 396 € y el segundo 264 €.

(Continúa en la página 7-28 de la guía)

7 Proporcionalidad compuesta

1 Si 25 obreros, trabajando 8 horas, han acabado un trabajo en 20 días, ¿cuántos días tardan 40 obreros trabajando 10 horas?

El número de días es inversamente proporcional al número de obreros y directamente proporcional al número de horas que trabajan. Por lo tanto, el número de días es inversamente proporcional al producto del número de obreros y el número de horas que trabajan. Este es el caso de proporcionalidad compuesta inversa.

La ecuación planteada para resolver este problema, teniendo en cuenta que la proporcionalidad es inversa:

nº de obreros	nº de horas	nº de días
25	8	20
40	10	x

El resultado es: $x = 10$ días.

2 Si se agotan 20 trabajadores en 12 días, ¿cuántos días tardan 30 trabajadores en 27 días, ¿cuántos operarios son necesarios para acabar un trabajo en 10 días?

El número de días es directamente proporcional al número de operarios y inversamente proporcional al número de días que tardan en hacerlo. Este es el caso de proporcionalidad compuesta mixta. La ecuación planteada para resolver este problema, teniendo en cuenta que la proporcionalidad es mixta:

nº de operarios	nº de días	nº de días
20	12	12
30	27	10
x	10	10

El resultado es: $x = 18$ operarios.

PIENSA Y CONTESTA

Resuelve el ejercicio 2 a partir de una situación real que se resuelve mediante reglas de tres simples. Intenta resolverlo con una regla de tres simple.

$$\frac{200}{100} = \frac{40}{20} = \frac{20}{10}$$

Amplía en la Red

Proporcionalidad compuesta mixta. Ejercicios 2 y 3. www.1000.com/14808

NO LO OLVIDES

Para resolver un problema de proporcionalidad compuesta mixta:

- Organizar los datos en una tabla.
- Determinar la magnitud de la incógnita con cada una de las reglas, y observar si la proporcionalidad es directa o inversa.
- Plantear la proporción, teniendo en cuenta si la proporcionalidad es directa o inversa.
- Calcular la cantidad desconocida.

Resolución de problemas

Calcula el interés obtenido al depositar en un banco un capital de 8.000 € al 4% de interés durante 3 años. ¿Cuál tendría que ser el interés para obtener 1.200 € de interés?

Aplicamos la fórmula del interés que obtenemos de:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = 1.200$$

El interés obtenido será de 1.200 €.

Para resolver a la vez las dos incógnitas, sustituyendo los datos de la fórmula del interés e despejando:

$$1.200 = \frac{8000 \cdot r \cdot 3}{100} \Rightarrow r = \frac{1000 \cdot 100}{8000 \cdot 3} = 4,17\%$$

Para obtener 1.200 € de interés, el interés debe ser de 4,17%.

Lenguaje Matemático

La **proporción** se puede considerar como un problema que una persona hace a una persona. El resultado es una relación de igualdad y se llama **proporción**. La proporción se puede considerar como una relación de igualdad y se llama **proporción**. La proporción se puede considerar como una relación de igualdad y se llama **proporción**.

Amplía en la Red

Proporcionalidad compuesta mixta. Ejercicios 2 y 3. www.1000.com/14808

5. PROPORCIONALIDAD... (CONT) / RESOLUCIÓN...

■ Analizaremos a continuación el ejemplo 2, de proporcionalidad compuesta inversa, y lanzaremos los siguientes retos al alumnado:

- ¿Por qué el número de días es inversamente proporcional a las otras dos magnitudes?
- ¿Cómo hemos obtenido la expresión para resolver el problema?
- ¿Tiene sentido que los obreros tarden la mitad de días?

Ahora plantearemos a los alumnos y alumnas el ejercicio indicado en el epígrafe *Piensa y contesta*.

■ Después examinaremos el segundo ejemplo, en este caso de proporcionalidad compuesta mixta:

- ¿Por qué el número de horas y operarios son inversamente proporcionales?
- ¿Por qué hemos invertido las razones de las magnitudes número de horas y número de días?
- ¿Por qué el número de obreros es 18 y no 17?

■ Como repaso de la metodología trabajada en los ejemplos, podemos leer la nota *No lo olvides*, que recoge los pasos a seguir para resolver este tipo de problemas.

Los alumnos y alumnas afianzarán este método mediante los ejercicios planteados en *Amplía en la Red* en la

página 156. Posteriormente les indicaremos que resuelvan los propuestos en el libro en la misma página.

■ El objetivo de la siguiente sección consiste en presentar una de las principales aplicaciones de los métodos estudiados en esta unidad.

En primer lugar leeremos la explicación teórica, que comentaremos con el alumnado a través de las siguientes cuestiones:

- ¿Qué es el interés? ¿Y el rédito?
- ¿Por qué el interés es directamente proporcional al capital y al tiempo?
- ¿En qué unidad se expresa el tiempo?

■ A continuación veremos cómo aplicar los conceptos anteriores en el ejemplo resuelto:

- ¿Por qué el rédito obtenido es superior al inicial?

Completaremos estos conceptos con las ideas expresadas en el apunte *Lenguaje matemático*.

■ Los alumnos y alumnas pueden acceder ahora al recurso web *@Amplía en la Red* de la página 157, donde pondrán autoevaluar su destreza a la hora de resolver este tipo de problemas.

Por último pediremos al alumnado que conteste a las actividades propuestas en el libro en la página 157.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Actividades.* Leer, comprender e interpretar los enunciados, procesando los datos de manera adecuada y ordenada.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 26 a 31.* Aplicar el proceso aprendido sobre proporcionalidad compuesta, de forma repetitiva, para mejorar la eficacia en su resolución.

■ *Actividades.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Piensa y contesta, pág. 156.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.

■ *Resolución de problemas, pág. 157.* Observar el planteamiento y la resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas, así como el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 5 persigue seguir trabajando el cálculo de un interés simple.

Navegamos por Tiching



– Con la intención de adquirir práctica en la resolución de problemas de proporcionalidad, proponemos entrar en este enlace:

<http://www.tiching.com/747105>

En la página web se proponen variedad de problemas de diferente nivel. Como docentes les presentaremos el enunciado sin la solución. A continuación, pediremos a nuestro alumnado que resuelvan los problemas en el cuaderno.

Posteriormente podrán acceder a la página y verificar el planteamiento y la solución, repasando paso a paso todo el desarrollo del problema.

Como son ejercicios autocorrectivos, el alumno tiene un conocimiento más personalizado de su proceso de aprendizaje, lo que favorece su compromiso y así mismo facilita la autonomía.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 156

26. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Peso (kg)	Distancia (km)	Coste (€)
3000	18	280
7500	36	x



Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{280}{x} = \frac{3000}{7500} \cdot \frac{18}{36} \Rightarrow x = \frac{280 \cdot 7500 \cdot 36}{3000 \cdot 18} = \frac{75600}{54} = 1400$$

El transporte costará 1400 euros.

27. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº trabajadores	días	Horas / día
5	8	10
6	x	8



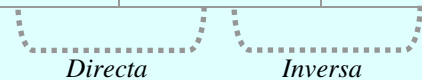
Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{8}{x} = \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{10} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 5 \cdot 10}{6 \cdot 8} = 8,333\dots$$

Hubieran tardado 8 días y 8 horas.

28. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Distancia (km)	Horas / día	Días
150	6	5
200	x	8



Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{150}{200} \cdot \frac{8}{5} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 200 \cdot 5}{150 \cdot 8} = \frac{600}{120} = 5$$

Verónica deberá caminar durante 5 horas diarias.

(Continúa en la página 7-28 de la guía)

Actividades

REPASA LA LINGÜAJE

1. ¿Cuánto más magnitud los incrementos proporcionales? Por un ejemplo a todos cada 10 unidades de proporcionalidad directa.

2. Explica con ejemplos, dos procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa.

3. ¿Cuál es un porcentaje? ¿Cómo se utiliza la cantidad que resulta de aplicar un porcentaje a un valor dado?

4. Explica cómo se utiliza la cantidad final C que se obtiene al aumentar o disminuir una cantidad inicial I en un porcentaje p%. Pon ejemplos.

5. ¿Cuál es un porcentaje que incrementa proporcionalmente? Por un ejemplo a todos cada 10 unidades de proporcionalidad inversa.

6. Explica, con ejemplos, dos procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa.

7. ¿Cómo se resuelve una cantidad I de un valor disminuyendo proporcionalmente a las cantidades a, b, c, d y e de un valor inicial I? Por un ejemplo a todos cada 10 unidades de proporcionalidad inversa.

8. ¿Cómo se resuelve un problema de proporcionalidad compuesta? Explica el procedimiento para resolver este tipo de problemas.

PARA PRACTICAR

Magnitud inversamente proporcional

1. La longitud de la tabla depende del desarrollo proporcional. Copia en el cuaderno y completa los datos que faltan.

Longitud (m)	2	3	4	7	8	9	4
Superficie (m ²)	9	6,5	6	4,5	4	3,5	3

¿Cuál es la constante de proporcionalidad directa?

2. ¿Cuáles son los cuadrados de los valores correspondientes magnitud directamente proporcional? En los casos donde no, indica la constante de proporcionalidad.

Longitud (m)	2	3	4	5
Superficie (m ²)	9	16	25	36

Longitud (m)	3	5	7	9
Superficie (m ²)	9	25	49	81

3. Magnitud directamente proporcional a 11 y 11.

Longitud (m)	14	11	20
Superficie (m ²)	5,6	4,9	8

4. En un supermercado, el número de cajas de leche es directamente proporcional al número de clientes que están en el supermercado. Copia y completa en el cuadro la siguiente tabla.

n.º de clientes	100	240	360
n.º de cajas de leche	5	12	18

¿Cuál es la constante de proporcionalidad directa y qué significa?

5. La siguiente tabla muestra el precio de los cereales según el volumen comprado.

Volumen (kg)	1	20	80
Precio (€)	1,37	41,4	109,6

¿Los precios son directamente proporcionales al volumen comprado? ¿Por qué?

6. Si 3 kg de cereales cuestan 2,88 €, ¿cuánto costarán 5 kg? Responde justificando con regla de tres simple directa.

7. El precio de un artículo de 8 €, con un descuento de 15 %, ¿cuánto costará? ¿Cuánto costará antes de aplicar una tasa de inflación del 10%?

Porcentajes

1. Copia y completa en el cuadro:

a) 11% de 200 = b) 12% de 12 =

c) 23% de = 17,6 d) 7% de 80 =

2. Si se 200 toneladas de una materia prima se fabrica 10 toneladas de azúcar, ¿cuántas toneladas de azúcar se fabrican con 500 toneladas de la misma materia prima?

3. ¿Cuál es el porcentaje inferior a $\frac{1}{25}$ y superior a $\frac{1}{20}$?

4. El índice de ventas de una tienda online, en el mes de febrero, es inferior a 10%. ¿Cuál es el índice de ventas en el mes de marzo?

5. ¿Cuánto hay que pagar por un artículo que costaba 80 € y está rebajado un 10%?

6. Si el porcentaje que representa 120 personas es 60%, ¿cuántas personas representan el 80%?

7. Después de una rebaja del 10%, un artículo cuesta 10,20 €. ¿Cuánto costaba antes de rebajarse un 10%?

8. Se vende por 18000 € una cosa que había costado 20000 €. ¿Cuál es el porcentaje de beneficio respecto al precio de compra? ¿Será más el beneficio si la compra se hace en un país extranjero?

Magnitud directamente proporcional

1. ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre el número de amigos y el número de cumpleaños? ¿Por qué?

2. Una máquina trabaja un día en 3 h. ¿Cuánto tiempo le tomará hacer una máquina de 100 unidades de producción a la semana?

Magnitud inversamente proporcional

1. ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre el número de amigos y el número de cumpleaños? ¿Por qué?

2. Una máquina trabaja un día en 3 h. ¿Cuánto tiempo le tomará hacer una máquina de 100 unidades de producción a la semana?

Proporcionalidad compuesta

1. Reparto: a) 200 € en partes directamente proporcionales a 11, 13 y 9. b) 60 € en partes inversamente proporcionales a 5, 6 y 8.

Actividades

1. Resuelve el problema anterior haciendo una regla de tres compuesta.

2. Para hacer un depósito de 400 € de depósito en un banco con un interés de 4%, ¿cuánto dinero debes depositar al banco? ¿Cuánto tiempo tardará en llegar el dinero?

3. Mediante una regla de tres compuesta: a) Mediante una regla de tres compuesta. b) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar el dinero? c) ¿Cuánto dinero debes depositar al banco? d) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar el dinero?

PARA APLEAR

1. La tienda de una tienda tiene 100 € y cada día vende 100 unidades de producto. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

2. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

3. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

4. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

5. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

6. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

7. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

8. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

9. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

10. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

11. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

12. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

13. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

14. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

15. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

16. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

17. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

18. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

19. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

20. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

21. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

22. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

23. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

24. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

25. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

26. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

27. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

28. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

29. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

30. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

31. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

32. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

33. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

34. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

35. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

36. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

37. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

38. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

39. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

40. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

41. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

42. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

43. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

44. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

45. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

46. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

47. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

48. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

49. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

50. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

51. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

52. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

53. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

54. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

55. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

56. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

57. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

58. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

59. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

60. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

61. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

62. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

63. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

64. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

65. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

66. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

67. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

68. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

69. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

70. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

71. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

72. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

73. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

74. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

75. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

76. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

77. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

78. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

79. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

80. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

81. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

82. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

83. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

84. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

85. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

86. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

87. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

88. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

89. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

90. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

91. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

92. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

93. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

94. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

95. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

96. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

97. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

98. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

99. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

100. ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto? ¿Cuánto tiempo tardará en vender 100 unidades de producto?

Activación

7

1. La familia de una familia de 4 personas que ha permanecido en un hotel durante 4 días ha sido de 1000 €. ¿De cuántas personas consta esta familia que ha estado 5 días en el mismo hotel y ha pagado 1400 €?

2. Para abonar un crédito de 1000€ me descuentan el 5% de intereses. ¿Cuánto pago en concepto de intereses si el crédito es de 12000€ al día 10 de mayo?

3. Para construir una casa prefabricada se necesitan 8 días hábiles. ¿Cuántos días se necesitan si el día hábil es de 8 horas de trabajo? ¿Cuántos días se necesitan si el día hábil es de 10 horas de trabajo? ¿Cuántos días se necesitan si el día hábil es de 12 horas de trabajo? ¿Cuántos días se necesitan si el día hábil es de 14 horas de trabajo? ¿Cuántos días se necesitan si el día hábil es de 16 horas de trabajo?

4. Enviar un paquete urgente de 5 kg a un cliente que está a 50 km del día de hoy le cuesta 5€. ¿Cuánto me costará enviar un paquete de 10 kg a una ciudad que está a 100 km del día de hoy?

5. Si 12 obreros se encargan de 24 m de obra en 30 días, ¿cuántos días se necesitan para hacer 36 m de obra si se emplean 18 obreros?

PARA APLICAR

1. Carlos tiene 200€. Compra un pantalón de 25€, y se quedan 175€. Después compra por 31€ una camiseta que cuesta 44€. ¿Cuánto dinero le queda? ¿Cuánto dinero le queda antes de comprar el 31€ de la camiseta?

2. ¿Qué porcentaje de trabajo le han hecho en los días pasados?

3. ¿Cuánto le ha costado la bolsa de cemento?

4. ¿Qué porcentaje ha ganado del dinero invertido?

5. ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años? ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años? ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años?

6. ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años?

7. ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años?

8. ¿Cuánto me costará ir a las últimas elecciones en un autobús de 150 personas, de los cuales 40 son niños de 10 años?

Desarrolla tus competencias

OPORTAS Y DESCUENTOS

En un centro comercial, se van a renovar parte de los escaparates del centro comercial Julia de Terzaghi, y se ha encargado a los alumnos y alumnas de 2.º de ESO que, como actividad, ayuden a la dirección del centro a calcular los costes que les han hecho pagar algunas prestaciones.

Se tiene que calcular el coste de realizar una compra al por mayor para decidir qué propuesta es la más ventajosa.

1. Se quiere saber a qué precio se le da 30 unidades de trabajo de una instalación. Comenzan 3000€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€.

propuesta	precio por unidad	¿descuento por cantidad en un lote?
Electro-R	3 + 2	no
Telera	2 + 1	sí

2. Se pretende la renovación de equipos electrónicos en Julia de Terzaghi para renovar material al por mayor. Comenzan 3000€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€.

3. Para hacer cajas de regalo de las cosas guardadas en los armarios, se quiere comprar material de 30 unidades de regalo. Comenzan 300€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€.

propuesta	precio por unidad	¿descuento por cantidad en un lote?
EMF Impresora	3 + 2	no
GlobalComp	2 + 1	sí

4. Se quiere saber a qué precio se le da 30 unidades de trabajo de una instalación. Comenzan 3000€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€.

5. Se quiere saber a qué precio se le da 30 unidades de trabajo de una instalación. Comenzan 3000€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€. El precio por unidad es de 100€.

Evaluación de estándares

7

1. Dada y conocida en el cuadrado la tabla siguiente y sabiendo que en cada fila y en cada columna la suma de las magnitudes es la misma, ¿cuánto vale la magnitud x ?

magnitud 1	4	6	8	x
magnitud 2	12	18	90	99

2. Dada y conocida en el cuadrado la tabla siguiente y sabiendo que en cada fila y en cada columna la suma de las magnitudes es la misma, ¿cuánto vale la magnitud x ?

magnitud 1	4	2	1	x
magnitud 2	8	18	48	144

3. Dada y conocida en el cuadrado la tabla siguiente y sabiendo que en cada fila y en cada columna la suma de las magnitudes es la misma, ¿cuánto vale la magnitud x ?

magnitud 1	3	5	9	15
magnitud 2	6	6	6	6

4. Una magnitud que tiene proporcionalmente inversa a la constante de proporcionalidad.

5. Para encontrar un número x que sea 12 veces el 20% de un número, ¿cuánto me costará comprar un número x que sea 12 veces el 20% de un número? Resultado por cada operación de tres números.

6. Si el precio de un kilo de 25 kg es de 3,21 €, ¿cuánto me costará comprar un kilo de 3 kg? Resultado por cada operación de tres números.

7. Respuesta.

8. Si el precio de un kilo es de 10 €, ¿cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €?

9. Si el precio de un kilo es de 10 €, ¿cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €?

10. Si el precio de un kilo es de 10 €, ¿cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €? ¿Cuánto me costará comprar un kilo de 10 €?

Estrategia e ingenio

1. Para la construcción de un patio rectangular tiene que ser idéntico por la mitad en sus dimensiones, las personas se proporcionalmente entre longitud y anchura, tanto en la longitud original como en los dos alambres, como se ve.

2. ¿Cómo se explica?

3. ¿Cómo se explica?

Resumen

Magnitudes directamente proporcionales

• Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar la segunda cualquier valor de una de ellas por un número no nulo, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado o dividido por el mismo número.

• Si a_1, b_1 y a_2, b_2 son pares de valores correspondientes, se tiene:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = k$$

La constante k se denomina **constante de proporcionalidad directa**.

• Resolvemos los problemas de proporcionalidad directa mediante una regla de tres simple directa o por reducción a la unidad.

Magnitudes inversamente proporcionales

• Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar la segunda cualquier valor de una de ellas por un número no nulo, el valor correspondiente de la otra queda dividido o multiplicado por el mismo número.

• Si a_1, b_1 y a_2, b_2 son pares de valores correspondientes, se tiene:

$$a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = k$$

La constante k se denomina **constante de proporcionalidad inversa**.

• Resolvemos los problemas de proporcionalidad inversa mediante una regla de tres simple inversa o por reducción a la unidad.

Proporcionalidad compuesta

• Los problemas de proporcionalidad compuesta son problemas en los que intervienen más de dos magnitudes proporcionales.

• Para resolverlos, primero se indica el tipo de proporcionalidad de la magnitud de la incógnita con las otras.

• Los resolvemos mediante una regla de tres compuesta o por reducción a la unidad.

Partes proporcionales

• Si una cantidad C de monedas directamente proporcional a las cantidades m, n, p, \dots se reparte en partes a, b, c, \dots que veriñican:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} = \dots = \frac{C}{m+n+p+\dots}$$

Se llama **partes proporcionales**.

• Si una cantidad C de monedas inversamente proporcional a las cantidades m, n, p, \dots se reparte en partes a, b, c, \dots de monedas directamente proporcionales a $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}, \frac{1}{p}, \dots$ se llama **partes inversamente proporcionales**.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

Repasa la unidad, pág. 158. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad.

Usar el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.

■ *Acts. 53, 58, 64, 67 y 79 y Desarrolla tus competencias, pág. 163.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados y expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada.

APRENDER A APRENDER

■ *Repasa la unidad, pág. 158.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.

■ *Acts. 53, 58, 64, 67, 79, 98 y 99.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

■ *Acts. 61, 72 y 77.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de una actividad o un problema.

■ *Cálculo mental, pág. 162.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza en uno mismo y en las propias estrategias.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Evaluación de estándares, pág. 164.* Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Para aplicar, pág. 160.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre proporcionalidad trabajados en el tema.

■ *Acts. 96 a 104.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio al llevar las ideas a la práctica.

■ *Cálculo mental, pág. 162.* Elegir entre diferentes alternativas y ser capaz de planificar mentalmente la resolución.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Evaluación de estándares, pág. 164, acts. 8, 9 y 10.* Buscar las soluciones de forma creativa, imaginativa y flexible en el planteamiento, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

COMPETENCIA SOCIAL

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 163. Act. 73.* Estimular la competencia para organizar actividades grupales y desarrollar las habilidades sociales para ello.

ACTIVIDADES FINALES

■ En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista práctico y teórico.

■ La sección *Desarrolla...* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.

■ Con la sección de *Evaluación...* se pretende que los alumnos y alumnas valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.

■ La sección *Estrategia...* propone una serie de acertijos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.

■ La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 158

C1. Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar o dividir cualquier valor de una de ellas por un número distinto de cero, el valor correspondiente de la otra queda también multiplicado o dividido por el mismo número.

Como ejemplo, tenemos dos magnitudes proporcionales, *a* y *b*:

magnitud a	3	6	9
magnitud b	1	2	3

Su constante de proporcionalidad directa es:

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = 3$$

C2. Actividad personal. Dos posibles procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa son la *regla de tres simple directa* y el *método de reducción a la unidad*.

C3. Un porcentaje es una razón de consecuente 100.

Para calcular el *p*% de una cantidad *C*, multiplicamos dicha cantidad por $\frac{p}{100}$:

$$p\% \text{ de } C = \frac{P}{100} \cdot C$$

C4. La cantidad final C_f que se obtiene al aumentar o disminuir una cantidad inicial C en un porcentaje $p\%$:

$$C_f = C \cdot \left(1 \pm \frac{P}{100}\right)$$

Ejemplos:

Si se aumenta un 6% el precio de un producto que cuesta 45€:

$$C_f = 45 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right) = 47,7$$

Si se rebaja un 12% el precio de un producto que cuesta 51€:

$$C_f = 51 \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 44,88$$

C5. Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar cualquier valor de una de ellas por un número distinto de cero, el valor correspondiente de la otra queda también dividido por el mismo número.

Como ejemplo, tenemos dos magnitudes, a y b :

magnitud a	3	6	12
magnitud b	4	2	1

Su constante de proporcionalidad inversa es:

$$3 \cdot 4 = 6 \cdot 2 = 12 \cdot 1 = 12$$

C6. Actividad personal. Dos posibles procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad inversa son la *regla de tres simple inversa* y el *método de reducción a la unidad*.

C7. Para repartir una cantidad C de manera directamente proporcional a unas cantidades m, n, p, \dots :

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} = \dots = \frac{C}{m+n+p+\dots}$$

Siendo a, b, c, \dots las cantidades a repartir.

Para repartir un cantidad C de manera inversamente proporcional a unas cantidades m, n, p, \dots :

$$a \cdot m = b \cdot n = c \cdot p = \dots = \frac{C}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \dots}$$

Siendo a, b, c, \dots las cantidades a repartir.

C8. Un problema es de **proporcionalidad compuesta** cuando intervienen en él más de dos magnitudes proporcionales.

Los pasos a seguir para resolver un problema de este tipo son:

1. Organizar los datos en una tabla.
2. Comparar la magnitud de la incógnita con cada una de las otras, y decidir si la proporcionalidad es directa o inversa.

3. Plantear la proporción, invirtiendo las razones si la proporcionalidad es inversa.

4. Calcular la cantidad desconocida.

38. La tabla completa sería:

magnitud A	2	3	4	2+3	3+4
magnitud B	3	4,5	6	7,5	10,5

La constante de proporcionalidad es $k = \frac{3}{2} = 1,5$.

39. Comparamos las proporciones y decidimos:

a) $\frac{5}{2,5} \neq \frac{10}{4} = \frac{12,5}{5} \Rightarrow$ NO son magnitudes directamente proporcionales.

b) $\frac{4}{2} = \frac{10}{5} \neq \frac{11}{7} \Rightarrow$ NO son magnitudes directamente proporcionales.

c) $\frac{3,5}{14} = \frac{4,25}{17} = \frac{5}{20} = 0,25 \Rightarrow$ SI son magnitudes directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es $k = 0,25$.

40. La tabla completa sería:

Nº de clientes	300	540	420	780
Nº de cajas abiertas	5	9	7	13

La constante de proporcionalidad directa es:

$k = \frac{5}{300} = \frac{1}{60}$, y significa que hay una caja abierta por cada 60 clientes.

41. Comparamos las proporciones y decidimos:

$\frac{1,37}{1} = \frac{41,10}{30} = \frac{109,60}{80} = 1,37 \Rightarrow$ SI son directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es: $k = 1,37$ (el precio del litro)

42. Lo resolvemos por el método de la regla de tres directa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

peso (kg)	3	5
coste (€)	7,80	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{3}{7,80} = \frac{5}{x} \Rightarrow 3x = 39 \Rightarrow x = \frac{39}{3} = 13$$

5 kg de manzanas cuestan 13 euros.

43. Lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

Si para hacer 4 sillas el carpintero tarda 8 horas, para 1 silla tardará $8 : 4 = 2$ horas.

Luego para hacer 14 sillas tardará $14 \cdot 2 = 28$ horas.

44. Completamos:

a) $17\% \text{ de } 300 = \boxed{51}$

b) 23% de $\boxed{750} = 172,5$

c) $\boxed{65} \%$ de $20 = 13$

d) $\boxed{120} \%$ de $50 = 60$

45. Calculamos el 2% de $350 = 0,02 \cdot 350 = 7$

Han faltado hoy 7 empleados

46. Resolvemos:

Por un lado $\frac{17}{25} = \frac{68}{100}$

Por lo tanto cualquier porcentaje menor que 68% .

Por otro lado $\frac{2}{3} = \frac{66,6}{100}$

Es decir, es válido cualquier porcentaje mayor que $66,6\%$.

47. Calculamos el precio final C_f después de la subida:

$$C_f = 1,40 \left(1 + \frac{15}{100} \right) = 1,40 \cdot 1,15 = 1,61$$

El billete cuesta ahora 1,61 euros.

48. Calculamos el precio final C_f después de la rebaja:

$$C_f = 88 \left(1 - \frac{15}{100} \right) = 88 \cdot 0,85 = 74,8$$

Hay que pagar 74,8 euros.

49. Calculamos el porcentaje p a incrementar:

$$962 = 520 \left(1 + \frac{p}{100} \right) \Rightarrow 962 = 520 + 5,20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 442 = 5,20p \Rightarrow p = \frac{4,42}{5,20} = 85$$

Hay que incrementarlo un 85% .

Calculamos el porcentaje p a disminuir:

$$520 = 962 \left(1 - \frac{p}{100} \right) \Rightarrow 520 = 962 - 9,62p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -442 = -9,62p \Rightarrow p = \frac{-442}{-9,62} = 45,9$$

Hay que disminuirlo un $45,9\%$, por tanto no coincide con el porcentaje a incrementar anterior.

50. Calculamos el precio inicial C :

$$13,20 = C \left(1 - \frac{12}{100} \right) \Rightarrow 13,20 = 0,88 \cdot C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{13,20}{0,88} = 15$$

El artículo costaba 15 euros antes de ser rebajado.

51. Calculamos el porcentaje p de beneficio:

$$108000 = 84000 \left(1 + \frac{p}{100} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 108000 = 84000 + 840p \Rightarrow 24000 = 840p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{24000}{840} \approx 28,57$$

El porcentaje de beneficio es $28,57\%$.

Página 159

52. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Nº de alumnos	30	20	15	40
Superficie por alumno (m ²)	4	6	8	3

Son magnitudes inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es $k = 30 \cdot 4 = 120$.

53. Sí son inversamente proporcionales, porque el producto de la base por la altura siempre da el mismo resultado, el área, que es la constante de proporcionalidad inversa.

54. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Tiempo de descarga (h)	5	3,33	2,5	2
Nº de personas	2	3	4	5

La constante de proporcionalidad inversa es $k = 5 \cdot 2 = 10$, y significa el tiempo que tarda una sola persona en descargar la mercancía.

55. Completamos la tabla teniendo en cuenta que el producto de los valores correspondientes de ambas magnitudes es el mismo número:

Nº de amigos	3	4	5	6	7
Contribución (€)	80	60	48	40	34,29

Son magnitudes inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es $k = 3 \cdot 80 = 240$.

56. Primero lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Nº de máquinas	2	5
Tiempo (h)	3	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{3} \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5} = 1,2$$

Lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

– Si 2 máquinas tardan 3 horas, 1 máquina tardará $2 \cdot 3 = 6$ horas.

– Si son 5 máquinas tardarán $6 : 5 = 1,2$ horas.

Por tanto, 5 máquinas lo harán en 1,2 horas = 1 hora 12 minutos.

57. Repartimos:

a) Se verifica que:

$$\frac{a}{11} = \frac{b}{12} = \frac{c}{13} = \frac{3600}{11+12+13} = \frac{3600}{36} = 100$$

Por tanto:

$$\frac{a}{11} = 100 \Rightarrow a = 1100$$

$$\frac{b}{12} = 100 \Rightarrow b = 1200$$

$$\frac{c}{13} = 100 \Rightarrow c = 1300$$

Las partes del reparto son 1100, 1200 y 1300.

b) Se verifica que:

$$3a = 4b = 8c = \frac{816}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{816}{\frac{8+6+3}{24}} = 1152$$

Por tanto:

$$3a = 1152 \Rightarrow a = \frac{1152}{3} = 384$$

$$4b = 1152 \Rightarrow b = \frac{1152}{4} = 288$$

$$8c = 1152 \Rightarrow c = \frac{1152}{8} = 144$$

Las partes del reparto son 384, 288 y 144.

58. Las respuestas son las siguientes:

a) Falso, a mayor valor le corresponde mayor cantidad, pues al dividirlos siempre tiene que dar la misma cantidad.

b) Verdadero, pues que se verifique:

$$a \cdot m = b \cdot n = \dots = \frac{c}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \dots}$$

equivale a que se verifique:

$$\frac{a}{\frac{1}{m}} = \frac{b}{\frac{1}{n}} = \dots = \frac{c}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \dots}$$

c) Verdadero, porque los valores conocidos son proporcionales.

59. Se verifica que:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{C}{15}$$

Si $b = 735$, será $\frac{b}{5} = \frac{735}{5} = 147$. Por tanto:

$$\frac{a}{3} = 147 \Rightarrow a = 441$$

$$\frac{c}{7} = 147 \Rightarrow c = 1029$$

$$\frac{C}{15} = 147 \Rightarrow C = 2205$$

A 3 le corresponde 441, a 7 le corresponde 1029 y la cantidad que se reparte es 2205.

60. Las soluciones son las siguientes:

a) ¿Cuánto ganarán 24 trabajadores en 12 días?

Nº trabajadores	20	24
Ganancia (€)	7200	y

$$\frac{20}{700} = \frac{24}{y} \Rightarrow 20y = 16800 \Rightarrow y = 8640$$

¿Cuánto ganarán 24 trabajadores en 16 días?

Días	12	16
Ganancia (€)	8640	x

$$\frac{12}{8640} = \frac{16}{x} \Rightarrow 12x = 138240 \Rightarrow x = 11520$$

Ganarán 11 520 euros.

b) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº trabajadores	Ganancia (€)	Días
150	7200	12
200	x	16

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{7200}{x} = \frac{20}{24} \cdot \frac{12}{16} \Rightarrow x = \frac{7200 \cdot 24 \cdot 16}{20 \cdot 12} = 11520$$

Ganarán 11 520 euros.

61. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 160

62. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº impresoras	Horas/día	Días
15	12	6
18	20	x

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{18}{15} \cdot \frac{20}{12} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 15 \cdot 12}{18 \cdot 20} = 3$$

Tardarán 3 días.

63. Resolvemos:

a) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Capacidad (kL)	Horas	Nº grifos
400	10	6
600	x	15

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{10}{x} = \frac{400}{600} \cdot \frac{15}{6} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 600 \cdot 6}{400 \cdot 15} = 6$$

Tardarían en llenarlo 6 horas

b) Mediante reducción a la unidad:

¿En cuántas horas llena 1 grifo un depósito de 400 kL? $10 \cdot 6 = 60$ horas

¿En cuántas horas llena 1 grifo un depósito de 1 kL? $60 : 400 = 0,15$ horas

¿En cuántas horas llenan 15 grifos un depósito de 1 kL? $0,15 : 15 = 0,01$ horas

¿En cuántas horas llenan 15 grifos un depósito de 600 kL? $600 \cdot 0,01 = 6$ horas

64. Las soluciones son las siguientes:

a) Lucía se ha gastado: $3 + 3 \cdot 2 = 3 + 6 = 9$ euros.

Eva se ha gastado: $3 + 4 \cdot 2 = 3 + 8 = 11$ euros.

b) Hacemos una tabla con algunos ejemplos:

Nº de bebidas	1	2	3	4
Precio total (€)	5	7	9	11

$$\frac{1}{5} \neq \frac{2}{7} \neq \frac{3}{9} \rightarrow \text{No son proporcionales.}$$

65. Calculamos:

a) La razón es $k = \frac{30}{100} = 0,3$.

b) Planteamos la proporcionalidad:

$$\text{Para 240 g de arroz: } \frac{30}{100} = \frac{240}{x} \Rightarrow 30x = 24000$$

$$\Rightarrow x = 800$$

Se necesitan 800 mL de agua.

Si necesitamos 2 raciones más, serán 300 g de arroz

$$\text{y 1000 mL = 1 L de agua: } \frac{300}{1000} = 0,3$$

Es decir, se mantiene la proporción.

66. Ordenamos los datos en forma de tabla:

Precio (€)	55	60
Duración (h)	1,083	2,50

En el caso de ser proporcionales lo serían inversamente. Lo comprobamos: $55 \cdot 1,083 \neq 60 \cdot 2,50$.

No son proporcionales.

67. Calculamos, por reducción a la unidad, cuánto dinero le corresponde por 1 acierto de cada tipo de lanzamiento:

$$- 1 \text{ acierto de 3 puntos} \Rightarrow 120 : 24 = 5 \text{ euros}$$

$$- 1 \text{ acierto de 2 puntos} \Rightarrow 120 : 48 = 2,5 \text{ euros}$$

$$- 1 \text{ acierto de 1 punto} \Rightarrow 120 : 50 = 2,4 \text{ euros}$$

$$\text{Obtenemos el premio de Ana: } 36 \cdot 5 + 64 \cdot 2,5 + 80 \cdot 2,4 = 180 + 160 + 192 = 532$$

A Ana le corresponde un premio de 532 euros.

68. Ordenamos los datos en una tabla de magnitudes directamente proporcionales:

Distancia (km)	120	72
Tiempo (min)	60	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{120}{60} = \frac{72}{x} \Rightarrow 120x = 4320 \Rightarrow x = \frac{4320}{120} = 36$$

Tardará 36 minutos.

69. Se verifica que:

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{5} = \frac{C}{9} = \frac{180}{4+5+9} = \frac{180}{18} = 10. \text{ Por tanto:}$$

$$\frac{A}{4} = 10 \Rightarrow A = 40$$

$$\frac{B}{5} = 10 \Rightarrow B = 50$$

$$\frac{C}{9} = 10 \Rightarrow C = 90$$

Los ángulos miden 40, 50, 90 grados.

70. Ordenamos los datos en forma de tabla:

Agua (L)	40	1000	y
Sal (g)	600	x	1000

Calculamos la sal en 1000 litros de agua:

$$\frac{40}{600} = \frac{1000}{x} \Rightarrow 40x = 600000 \Rightarrow x = 15000$$

Habrán 15000 g = 15 kg de sal.

Calculamos el agua para 1 kg de sal:

$$\frac{40}{600} = \frac{y}{1000} \Rightarrow 600y = 40000 \Rightarrow y = 66,666\dots$$

Se deben tomar 66,67 litros de agua.

71. Han obtenido sobresaliente:

$$300 \cdot \frac{12}{100} = 36 \text{ estudiantes.}$$

Han suspendido:

$$300 \cdot \frac{8}{100} = 24 \text{ estudiantes.}$$

72. Ejercicio resuelto en el libro.

Página 161

73. Actividad personal.

74. Aplicamos la fórmula del interés para $t = 3$:

$$\text{a) } I = \frac{800 \cdot 3,5 \cdot 3}{100} = 84 \text{ euros}$$

$$\text{b) } I = \frac{6000 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 720 \text{ euros}$$

$$\text{c) } I = \frac{1250 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 187,5 \text{ euros}$$

$$d) I = \frac{4500 \cdot 2,5 \cdot 3}{100} = 337,5 \text{ euros}$$

75. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el capital C :

$$1320 = \frac{C \cdot 3 \cdot 6}{100} \Rightarrow C = \frac{132000}{18} = 7333,333\dots$$

El capital es de 7333,33 euros.

76. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el rédito r :

$$600 = \frac{2500 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{60000}{12500} = 4,8$$

Hay que colocar el dinero al 4,8%.

77. Ejercicio resuelto en el libro.

78. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t :

$$600 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{60000}{3000} = 20$$

$$1200 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{120000}{3000} = 40$$

Hay que depositarlo durante 20 años para obtener un interés igual al capital, y 40 años para doblarlo.

79. Calculamos el precio total de la compra:

$$3 \cdot 45 = 135 \text{ euros en total}$$

Calculamos la cantidad a pagar al descontarle el 20% del total:

$$C_f = 135 \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 135 \cdot 0,80 = 108 \text{ euros}$$

Calculamos lo que cuesta cada camiseta al descontarle el 20%:

$$C_f = 45 \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 45 \cdot 0,80 = 36 \text{ euros}$$

Calculamos lo que pagan por las 3 camisetas con el precio descontado: $3 \cdot 36 = 108$ euros.

Luego, sí es lo mismo.

80. Calculamos el precio total de la compra:

$$3,20 + 1,15 + 2,35 + 4,30 = 11 \text{ euros}$$

Calculamos el precio total sin los céntimos:

$$3 + 1 + 2 + 4 = 10 \text{ euros}$$

Calculamos el porcentaje de descuento:

$$10 = 11 \left(1 - \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 10 = 11 - 0,11p \Rightarrow$$

$$1 = 0,11p \Rightarrow p = 9,09$$

Le han aplicado un 9,09% de descuento.

81. Primero, calculamos el dinero ahorrado en cada producto:

$$\text{Tableta: } 5\% \text{ de } 430 = 0,05 \cdot 430 = 21,5 \text{ euros.}$$

$$\text{Libro electrónico: } 10\% \text{ de } 210 = 0,10 \cdot 210 = 21 \text{ euros.}$$

$$\text{Disco duro externo: } 12\% \text{ de } 180 = 0,12 \cdot 180 = 21,6 \text{ euros.}$$

Se ha ahorrado más dinero con el disco duro.

Calculamos el precio después del descuento de cada producto:

$$\text{Tableta: } 430 - 21,5 = 409,5 \text{ euros.}$$

$$\text{Libro electrónico: } 210 - 21 = 189 \text{ euros.}$$

$$\text{Disco duro externo: } 180 - 21,6 = 158,4 \text{ euros.}$$

82. Calculamos el precio inicial C mediante porcentajes sucesivos:

$$780,16 = C \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{8}{100}\right) \Rightarrow$$

$$780,16 = C \cdot 1,06 \cdot 0,92 \Rightarrow$$

$$C = \frac{780,16}{0,9652} = 800$$

El precio inicial era de 800 euros.

83. Calculamos el precio inicial C mediante porcentajes sucesivos.

$$5060 = C \cdot \left(1 - \frac{12}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{14}{100}\right) \Rightarrow$$

$$5060 = C \cdot 0,8 \cdot 1,14 \Rightarrow$$

$$C = \frac{5060}{1,0032} = 5043,86$$

El precio inicial era de 5043,86 euros.

84. Llamamos C al dinero que pagó Juan por el cómic.

$$\text{Marta paga: } C \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 1,2C$$

$$\text{Marcos paga: } 1,2C \cdot \left(1 - \frac{22}{100}\right) = 0,936 \cdot C \cdot 0,95 = 0,8892C$$

Juan ganó al principio $1,2C - C = 0,2C$, pero se ha gastado después $0,8892C$, que es mayor. Por tanto, ha perdido dinero, concretamente $0,8892C - 0,2C = 0,6892C$ euros

85. Las soluciones son las siguientes:

a) Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Velocidad (km/h)	80	84
Tiempo (min)	567	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{80}{84} = \frac{x}{567} \Rightarrow 84x = 45360 \Rightarrow x = \frac{45360}{84} = 540$$

Tardará 540 minutos = 9 horas.

b) Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Velocidad (km/h)	80	x
Tiempo (min)	567	480

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{80}{x} = \frac{480}{567} \Rightarrow 480x = 45\,360 \Rightarrow x = 94,5$$

Debe circular a 94,5 km/h.

86. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa.

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Días	10	x
Nº de elefantes	15	12

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{10}{x} = \frac{12}{15} \Rightarrow 12x = 150 \Rightarrow x = 12,5$$

Podrían comer durante 12 días y medio.

87. Las soluciones son las siguientes:

Se verifica que:

$$\frac{a}{24} = \frac{b}{15} = \frac{c}{9} = \frac{3600}{24+15+9} = \frac{3600}{48} = 75$$

Por tanto:

$$\frac{a}{24} = 75 \Rightarrow a = 1800$$

$$\frac{b}{15} = 75 \Rightarrow b = 1125$$

$$\frac{c}{9} = 75 \Rightarrow c = 675$$

Silvia ha ganado 1800 euros, Elisabet 1125 euros y Santiago 675 euros.

88. Se verifica que (utilizamos los datos en miles de euros):

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{240} = \frac{c}{80} = \frac{d}{140} = \frac{48}{640} = 0,075. \text{ Por tanto:}$$

$$\frac{a}{180} = 0,075 \Rightarrow a = 13,5$$

$$\frac{b}{240} = 0,075 \Rightarrow b = 18$$

$$\frac{c}{80} = 0,075 \Rightarrow c = 6$$

$$\frac{d}{140} = 0,075 \Rightarrow d = 10,5$$

A Jorge le corresponden 13 500 euros, a Pedro 18 000 euros, a Gloria 6 000 euro y a Nuria 10 500 euros.

89. Se verifica que:

$$8a = 9b = 10c = \frac{12100}{\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}} = \frac{12100}{\frac{45+40+36}{360}} =$$

= 36 000. Por tanto:

$$8a = 36000 \Rightarrow a = \frac{36000}{8} = 4500$$

$$9b = 36000 \Rightarrow b = \frac{36000}{9} = 4000$$

$$10c = 36000 \Rightarrow c = \frac{36000}{10} = 3600$$

A la primera corredora le corresponde 4500 euros, a la segunda 4000 euros y a la tercera 3600 euros.

90. Se verifica que:

$$6a = 8b = 3c = 10d =$$

$$= \frac{1740}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}} = \frac{1740}{\frac{20+15+40+12}{120}} = 2400$$

Por tanto:

$$6a = 2400 \Rightarrow a = \frac{2400}{6} = 400$$

$$8b = 2400 \Rightarrow b = \frac{2400}{8} = 300$$

$$3c = 2400 \Rightarrow c = \frac{2400}{3} = 800$$

$$10d = 2400 \Rightarrow d = \frac{2400}{10} = 240$$

A Lucía le corresponde 400 euros, a Paula 300 euros, a Ernesto 800 euros y a Pablo 240 euros.

Página 162

91. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de personas	Días	Coste (€)
6	4	1080
x	5	900

Inversa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1080}{900} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 4 \cdot 900}{5 \cdot 1080} = 4$$

La familia consta de 4 personas.

92. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Volumen (m ³)	Horas/día	Gas (m ³)
15 000	8	75
12 000	10	x

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{75}{x} = \frac{15000}{12000} \cdot \frac{8}{10} \Rightarrow x = \frac{75 \cdot 12000 \cdot 10}{15000 \cdot 8} = 75$$

Se consumirían también 75 m³ de gas.

93. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº obreros	Horas/día	Días
8	6	12
x	8	3

Inversa
Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{75}{x} = \frac{15000}{12000} \cdot \frac{8}{10} \Rightarrow x = \frac{75 \cdot 12000 \cdot 10}{15000 \cdot 8} = 75$$

Se consumirían también 75 m³ de gas.

94. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Peso (kg)	Distancia (km)	Coste (€)
5	60	9
50	200	x

Directa
Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{9}{x} = \frac{5}{50} \cdot \frac{60}{200} \Rightarrow x = \frac{9 \cdot 50 \cdot 200}{5 \cdot 60} = 300$$

Costará 300 euros.

95. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº albañiles	Horas/día	Días	Longitud (m)
12	8	20	576
15	10	25	x

Directa
Directa
Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{576}{x} = \frac{12}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{20}{25} \Rightarrow x = \frac{576 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 25}{12 \cdot 8 \cdot 20} = 1125$$

La longitud del muro sería de 1125 metros de longitud.

96. Las soluciones son las siguientes:

- a) El chándal rebajado le cuesta 280 - 226 = 54 euros.
Si estaba rebajado un 25%, calculamos el precio inicial C:

$$54 = C \left(1 - \frac{25}{100}\right) \Rightarrow 54 = C - 0,25C = 0,75C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{54}{0,75} = 72$$

El chándal costaba 72 euros antes de la rebaja.

- b) Ha comprado las zapatillas por la mitad de lo que costaban, por tanto le han hecho un 50% de rebaja.

$$c) C_f = 60 \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right) \Rightarrow C_f = 60 \cdot 1,21 = 72,6$$

La bolsa de deporte le ha costado 72,6 euros.

- d) En total ha gastado: 54 + 32 + 72,6 = 158,6 euros.

Calculamos el porcentaje gastado:

$$x\% \text{ de } 280 = 158,6 \Rightarrow \frac{x}{100} \cdot 280 = 158,6 \Rightarrow$$

$$x = \frac{158,6}{280} \cdot 100 = 56,64$$

Ha gastado un 56,64% del dinero inicial.

97. Calculamos cuántos son mayores de edad:

$$176527 - 41227 = 135300 \text{ habitantes}$$

Participaron en las elecciones:

$$45140 + 53355 = 98495$$

Calculamos los habitantes con derecho a voto que no participaron:

$$135300 - 98495 = 36805$$

Obtenemos el porcentaje que no participó:

$$x\% \text{ de } 135300 = 36805 \Rightarrow \frac{x}{100} \cdot 135300 = 36805 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{36805}{135300} \cdot 100 = 27,2$$

No participaron el 27,2% de los habitantes con derecho a voto.

98. Por un lado $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

$$\text{Por otro } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(c-d) = (a-b)(c+d) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ac - ad + bc - bd = ac + ad - bc - bd \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2bc = 2ad \Leftrightarrow bc = ad \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{Por tanto, si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

99. Llamamos C al capital invertido, de manera que si se duplica (2C) el interés será C.

$$\text{Se verifica que } C = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow 100C = C \cdot r \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{100C}{rC} \Rightarrow t = \frac{100}{r}$$

Luego el tiempo t sólo depende del rédito r.

100. Resolvemos:

$$\text{Se verifica que: } \frac{150}{10} = \frac{b}{14} = \frac{c}{x} = \frac{600}{10+14+x}.$$

Por tanto:

$$\frac{150}{10} = \frac{b}{14} \Rightarrow 10b = 150 \cdot 14 \Rightarrow b = 210$$

$$\frac{150}{10} = \frac{600}{24+x} \Rightarrow 15(25+x) = 600 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 360 + 15x = 600 \Rightarrow 15x = 240 \Rightarrow x = 16$$

$$\frac{150}{10} = \frac{c}{16} \Rightarrow 10c = 150 \cdot 16 \Rightarrow c = 240$$

La edad de la hija mayor es 16 años.

El hijo menor cobra 150 euros, el mediano 210 euros y la mayor 240 euros.

101. Se verifica que:

$$\frac{C}{2} = \frac{C}{3} = \frac{C}{6} = \frac{C}{m+n+p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{C}{2m} = \frac{C}{3n} = \frac{C}{6p} = \frac{C}{m+n+p}$$

Por tanto:

$$2m = 3n$$

$$3n = 6p \Rightarrow n = 2p$$

$$2m = 6p \Rightarrow m = 3p$$

Es decir, hay dos ecuaciones con tres incógnitas, por tanto no hay una única solución. Así, para cualquier número p será $m = 3p$ y $n = 2p$. Un ejemplo de solución sería $m = 3$, $n = 2$, $p = 1$.

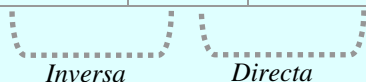
102. Obtenemos la superficie de los muros:

$$50 \cdot 1,75 = 87,5 \text{ m}^2$$

$$100 \cdot 3,5 = 350 \text{ m}^2$$

Lo resolvemos por el método de la regla de tres compuesta:

Nº de obreros	Días	Superficie (m ²)
7	4	87,5
14	x	350



$$\frac{4}{x} = \frac{14}{7} \cdot \frac{87,5}{350} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 7 \cdot 350}{14 \cdot 87,5} = \frac{9800}{1225} = 8$$

Necesitarán 8 días.

103. Las soluciones son las siguientes:

- a) Si la prima son 1800 euros por terminar 8 horas antes, por cada hora que terminan antes reciben $1800 : 8 = 225$ euros.

Si terminan 9 horas antes: $9 \cdot 225 = 2025$ euros.

b) Calculamos primero la prima: $6 \cdot 225 = 1350$ euros.

Los 18 programadores recibirán $8640 + 1350 = 9990$ euros.

Por tanta cada programador ganaría $9990 : 18 = 555$ euros.

c) Aplicamos una regla de tres inversa:

Nº de programadores	18	x
Horas	24	18

$$\frac{18}{x} = \frac{18}{24} \Rightarrow 18x = 18 \cdot 24 \Rightarrow x = 24$$

Deben formar el equipo 24 programadores.

104. Llamaremos x a las vacas que tiene e y a los días que puede alimentarlas:

Aplicamos una regla de tres inversa:

Nº de vacas	$x - 15$	$x + 10$	x
días	$y + 2$	$y - 1$	y

$$\text{Por un lado } \frac{x-15}{x} = \frac{y}{y+2} \Rightarrow (x-15)(y+2) = xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow xy + 2x - 15y - 30 = xy \Rightarrow 2x - 15y = 30$$

$$\text{Por otro } \frac{x+10}{x} = \frac{y}{y-1} \Rightarrow (x+10)(y-1) = xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow xy - x + 10y - 10 = xy \Rightarrow -x + 10y = 10$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones resultante, por el método de reducción, multiplicando por 2 la segunda ecuación y sumando:

$$\begin{cases} 2x - 15y = 30 \\ -2x + 20y = 20 \end{cases} \Rightarrow \underline{5y = 50}$$

Resolvemos la ecuación: $5y = 50 \Rightarrow y = 10$

Sustituimos en la segunda ecuación: $-x + 10 \cdot 10 = 10 \Rightarrow x = 90$

Tiene 90 vacas y puede alimentarlas durante 10 días.

105. Las soluciones son las siguientes:

- a) 10% de 374 = 37,4
 b) 30% de 220 = 66
 c) 40% de 120 = 48
 d) 60% de 75 = 45
 e) 70% de 90 = 63
 f) 80% de 550 = 440

106. Los resultados de los porcentajes son los siguientes:

- a) 25% de 72 = 18
 25% de 1220 = 305
 25% de 3000 = 750
 25% de 840 = 210
 25% de 64 = 16
 25% de 412 = 103

- b) 50% de 85 = 42,5
 50% de 1750 = 875
 50% de 7500 = 3750
 50% de 192 = 96
 50% de 268 = 134
 50% de 1420 = 710
- c) 75% de 64 = 48
 75% de 360 = 270
 75% de 6500 = 4875
 75% de 900 = 675
 75% de 2840 = 2130
 75% de 8880 = 6660

Desarrolla tus competencias

1. Resolvemos:

a) Electro-K

Si compras 3 unidades pagas sólo 2 unidades.
 Sin oferta: costaría 20 euros cada unidad.
 Con la oferta: el lote costaría $2 \cdot 20 = 40$ euros, por tanto cada unidad $40 : 3 = 13,33$ euros.
 Calculamos el porcentaje p de descuento por unidad:

$$13,33 = 20 \left(1 - \frac{p}{100} \right) \Rightarrow 13,33 = 20 - 0,20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6,66 = -0,20p \Rightarrow p = 33,3\%$$

Teknix

Si compras 2 unidades pagas la mitad en la segunda unidad.
 Sin oferta: costaría 20 euros cada unidad.
 Con oferta: el lote costaría $20 + 10 = 30$ euros, por tanto cada unidad $30 : 2 = 15$ euros.
 Calculamos el porcentaje p de descuento por unidad:

$$15 = 20 \left(1 - \frac{p}{100} \right) \Rightarrow 15 = 20 - 0,20p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5 = -0,20p \Rightarrow p = 25\%$$

La tabla queda:

Proveedor	Oferta	% descuento
Electro-K	3 x 2	33,3%
Teknix	2ª unidad al 50%	25%

b) Coste total de Electro-K:

Se tienen que comprar 10 lotes y cada lote cuesta $20 \cdot 2 = 40$ euros, por tanto $40 \cdot 10 = 400$ euros es el coste.

Coste total de Teknix:

Se tienen que comprar 15 lotes y cada lote cuesta $20 + 10 = 30$ euros, por tanto $15 \cdot 30 = 450$ euros es el coste.

Es más económico Electro-K.

2. Las soluciones son:

a) La tabla queda así:

Proveedor	Oferta	% descuento
S&H Solutions	3 x 2	33,3%
GlobalComp	4 x 3	25%

b) Coste total de S&H Solutions:

Se tienen que comprar 10 lotes y cada lote cuesta $100 \cdot 2 = 200$ euros, por tanto $200 \cdot 10 = 2000$ euros es el coste.

Coste total de GlobalComp:

Se tienen que comprar 7 lotes y 2 discos más, y cada lote cuesta $3 \cdot 100 = 300$ euros, por tanto:

$300 \cdot 7 + 2 \cdot 100 = 2100 + 200 = 2300$ euros es el coste.

Es más económico S&H Solutions.

3. Buscamos la distribuidora con la oferta más ventajosa:

OptoPlus: sin descuento: $3 \cdot 260 = 780$ euros.

Con el 40% de descuento:

60% de $780 = 0,60 \cdot 780 = 468$ euros.

DigitalMarket: hay que comprar un lote (2 unidades) y otra unidad, es decir, 2 unidades completas y una unidad rebajada un 40%:

Calculamos la unidad rebajada:

60% de $180 = 0,60 \cdot 180 = 108$ euros.

Obtenemos el total: $108 + 2 \cdot 180 = 468$ euros.

La opción C es la correcta (es indiferente).

4. Resolvemos:

a) Las 3 tarjetas sin la oferta cuestan:

$16 + 12 + 8 = 36$ euros

Las 3 tarjetas con la oferta cuestan:

$16 + 12 = 28$ euros

Calculamos el porcentaje global de descuento:

$$28 = 36 \left(1 - \frac{p}{100} \right) \Rightarrow 28 = 36 - 0,36p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8 = -0,36p \Rightarrow p = 22,22\%$$

El porcentaje de descuento es 22,22%.

b) La estrategia sería comprar 3 tarjetas iguales (de cualquier tipo), porque el descuento sería de un 33,33% (como una oferta 3 x 2).

5. Las respuestas son las siguientes:

a) 15% de $124 = 0,15 \cdot 124 = 18,6$

El vale asciende a 18,60 euros.

b) El objetivo es que volvamos al centro comercial de nuevo a comprar más productos.

Evaluación de estándares

1. Las tablas completas quedan así:

$$a) \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = \dots = \frac{90}{30} = 3$$

Son magnitudes directamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es $k = 3$.

Magnitud X	4	6	9	20	30
Magnitud Y	12	18	27	60	90

$$b) 4 \cdot 5 = 2 \cdot 10 = \dots = 0,2 \cdot 100 = 20$$

Son magnitudes inversamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad es $k = 20$.

Magnitud X	4	2	1	0,5	0,2
Magnitud Y	5	10	20	40	100

c) No son magnitudes proporcionales

Magnitud X	3	5	7	9	11
Magnitud Y	9	8	7	6	5

2. Son magnitudes inversamente proporcionales:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Número de rollos	18	x
Superficie (m²)	60	50

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x :

$$\frac{18}{x} = \frac{50}{60} \Rightarrow 50x = 1080 \Rightarrow x = 21,6$$

Serían necesarios 22 rollos de papel.

3. Si 2,5 kg cuestan 3,25 euros, 1 sólo kilo cuesta:

$$3,25 : 2,5 = 1,3$$

Si son 4 kg costarán $4 \cdot 1,3 = 5,2$

El melón costará 5,20 euros.

4. Las soluciones son las siguientes:

a) Calculamos el precio final C_f después del aumento:

$$C_f = 35 \left(1 + \frac{15}{100} \right) = 35 \cdot 1,15 = 40,25$$

El jersey cuesta ahora 40,25 euros.

b) Calculamos el precio final C_f después de la rebaja:

$$C_f = 45 \left(1 - \frac{20}{100} \right) = 45 \cdot 0,80 = 36$$

La camisa cuesta ahora 36 euros.

c) Calculamos el precio inicial C antes de la rebaja:

$$67,5 = C \left(1 - \frac{25}{100} \right) \Rightarrow 6,75 = C \cdot 0,75 \Rightarrow C = 90$$

La chaqueta costaba antes de la rebaja 90 euros.

5. Vicente tiene el 40% de 450 = $0,40 \cdot 450 = 180$ euros.

$$\text{Carmen tiene } \frac{5}{9} \text{ de } 450 = \frac{5}{9} \cdot 450 = 250 \text{ euros.}$$

Entre los dos tienen $180 + 250 = 430$ euros. No tienen suficiente dinero.

6. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t :

$$180 = \frac{1500 \cdot 6 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{180 \cdot 100}{1500 \cdot 6} = 2$$

Serán necesarios 2 años.

7. Resolvemos por la regla de tres compuesta:

Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Días	Nº de grifos	Horas/día
6	3	8
x	2	9

Inversa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 9} = 8$$

Tardará en llenarse 8 días.

Resolvemos ahora por reducción a la unidad:

Calculamos los días que tarda 1 grifo 1 hora al día:

– Si 3 grifos tardan 6 días (abierto 8 h/día), 1 sólo grifo tarda $3 \cdot 6 = 18$ días.

– Si 1 grifo tarda 18 días, abierto 8 h/días, abierto 1 hora al día tarda $18 \cdot 8 = 144$ horas.

Calculamos los días que tardan 2 grifos abiertos 9 horas al día:

– Si 1 grifo tarda 144 horas (abierto 1 h/día), 2 grifos tardan $144 : 2 = 72$ horas.

– Si 2 grifos, abiertos 1 h/día, tardan 72 horas, abiertos 9 horas al día tardan $72 : 9 = 8$ días.

Tardará en llenarse 8 días.

8. Se verifica que:

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{20} = \frac{c}{35} = \frac{2100}{15+20+35} = \frac{2100}{70} = 30$$

Por tanto:

$$\frac{a}{15} = 30 \Rightarrow a = 15 \cdot 30 = 450$$

$$\frac{b}{20} = 30 \Rightarrow b = 20 \cdot 30 = 600$$

$$\frac{c}{35} = 30 \Rightarrow c = 35 \cdot 30 = 1050$$

Al primer concursante (15 puntos) le corresponden 450 euros, al segundo 600 euros y al tercero 1050 euros.

9. Se verifica que:

$$5a = 6b = 7c = \frac{1070}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}} = \frac{1070}{\frac{107}{210}} = 2100$$

Por tanto:

$$5a = 2100 \Rightarrow a = 420$$

$$6b = 2100 \Rightarrow b = 350$$

$$7c = 2100 \Rightarrow c = 300$$

Al primer corredor (5 minutos) le tocan 420 euros, al segundo 350 euros y al tercero 300 euros.

10. Las soluciones son:

- a) Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de carpinteros	Nº de puertas	Días
25	30	5
x	72	10



Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{25}{x} = \frac{30}{72} \cdot \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 72 \cdot 5}{30 \cdot 10} = 30$$

Son necesarios 30 carpinteros, por tanto deben contratar a 5 carpinteros más.

- b) Organizamos los datos en una tabla y escribimos la proporción compuesta:

Días	Nº de carpinteros	Nº de puertas	Horas/día
5	25	30	7
10	26	72	x

$$\frac{7}{x} = \frac{30}{72} \cdot \frac{26}{25} \cdot \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 72 \cdot 25 \cdot 5}{30 \cdot 26 \cdot 10} \approx 8$$

Deberían trabajar unas 8 horas diarias.

Estrategia e ingenio

Haz un buen papel

Por un lado $a = 2c \Rightarrow c = \frac{a}{2}$

Por otro lado $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

Luego $\frac{a}{b} = \frac{b}{\frac{a}{2}} = \frac{2b}{a} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a = \sqrt{2} b$

Las dimensiones a y b del rectángulo deben cumplir la relación $a = \sqrt{2} b$.

¿Cómo se explica?

La explicación se encuentra en que las dimensiones de las piezas de la figura de la izquierda no permiten encajar exactamente en el rectángulo de la figura de la derecha; En realidad se forma un hueco casi imperceptible con forma de cuadrilátero muy alargado (de área 1 cuadra-dito).

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 7-3 de la guía)

4. Significa que 20 de cada 100 aspirantes, o lo que es lo mismo 1 de cada 5 aspirantes, no han superado dicha prueba.

Han logrado acceder a la segunda fase:

$$90 \cdot \left(\frac{100 - 20}{100} \right) = 90 \cdot \frac{4}{5} = 72 \text{ aspirantes.}$$

5. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Magnitudes directamente proporcionales:

- Espacio recorrido y tiempo empleado.
- Presión y temperatura.
- Volumen y temperatura.
- Cantidad de dinero y productos que puedo comprar.

Magnitudes inversamente proporcionales:

- Velocidad y tiempo empleado en un recorrido.
- Presión y volumen.
- Caudal y tiempo necesario para llenar un contenedor.

(Viene de la página 7-5 de la guía)

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{4}{9} = \frac{x}{26} \Rightarrow 9x = 104 \Rightarrow x = \frac{104}{9} = 11,555\dots$$

6. Juan ha cobrado 1400 euros por $8 \cdot 20 = 160$ horas:

- a) Si por 160 horas cobra 1400 euros, por una hora cobrará: $\frac{1400}{160} = 8,75$ euros por hora.

Luego en 30 horas cobraría: $30 \cdot 8,75 = 262,5$ euros.

- b) En $6 \cdot 30 = 180$ horas cobraría: $180 \cdot 8,75 = 1575$ euros

(Viene de la página 7-9 de la guía)

18. Son magnitudes inversamente proporcionales y lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

Si 8 telares tardan 12 horas, un telar tardará $8 \cdot 12 = 96$ horas.

Si son 6 telares tardarán $96 : 6 = 16$ horas.

Si son 10 telares tardarán $96 : 10 = 9,6$ horas.

Por tanto, si se averían 2 telares tardarán 16 horas, y si se compran 2 más tardarán 9 horas y 36 min.

19. Lo resolvemos por el método de la regla de tres inversa:

Ordenamos los datos en forma de tabla:

Nº de desagües	3	4
tiempo (h)	10	x

Escribimos la proporción y despejamos la incógnita x:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{10} \Rightarrow 4x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{4} = 7,5$$

Se vaciaría en 7 horas y media.

20. Son magnitudes inversamente proporcionales y lo resolvemos por el método de reducción a la unidad:

- Si 6 personas tardan 18 horas, 1 persona tardará $6 \cdot 18 = 108$ horas.
- Si son 9 personas tardarán $108 : 9 = 12$ horas.
- Si quiere terminar en 6 horas se necesitarán $108 : 6 = 18$ personas.

21. No son dos magnitudes proporcionales. Las dos emplearán el mismo tiempo en recorrer los 18 km tanto juntas como separadas.

(Viene de la página 7-11 de la guía)

24. Se verifica que:

$$4a = 5b = 7c =$$

$$= \frac{1660}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{1660}{\frac{35+28+20}{140}} = \frac{1660}{\frac{83}{140}} = 2800$$

Por tanto:

$$4a = 2800 \Rightarrow a = \frac{2800}{4} = 700$$

$$5b = 2800 \Rightarrow b = \frac{2800}{5} = 560$$

$$7c = 2800 \Rightarrow c = \frac{2800}{7} = 400$$

Las partes del reparto son 700, 560 y 400

25. Se verifica que:

$$1a = 2b = 5c = \frac{340}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}} = \frac{340}{\frac{17}{10}} = 200$$

Por tanto:

$$a = 200$$

$$2b = 200 \Rightarrow b = 100$$

$$5c = 200 \Rightarrow c = 40$$

Al primer trabajador (que faltó 1 día) le corresponden 200 euros, al segundo 100 euros y al tercero 40 euros.

(Viene de la página 7-13 de la guía)

29. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº de vacas	Días	Peso (kg)
6	20	1100
x	30	9900

Inversa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6}{x} = \frac{30}{20} \cdot \frac{1100}{9900} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 20 \cdot 9900}{30 \cdot 1100} = \frac{1188}{33} = 36$$

Se podrán alimentar 36 vacas.

30. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº focos	Horas / día	Días	Coste (€)
15	6	20	6000
5	10	12	x

Directa

Directa

Directa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{6000}{x} = \frac{15}{5} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{20}{12} \Rightarrow x = \frac{6000 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 12}{15 \cdot 6 \cdot 20} = \frac{360000}{180} = 2000$$

Costará tenerlos encendidos 2000 euros.

31. Organizamos los datos en una tabla y analizamos las relaciones de proporcionalidad:

Nº páginas	Nº personas	Horas / día	Días
210	7	8	15
324	x	9	12

Directa

Inversa

Inversa

Escribimos la proporción compuesta:

$$\frac{7}{x} = \frac{210}{324} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{12}{15} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 324 \cdot 8 \cdot 15}{210 \cdot 9 \cdot 12} = \frac{272160}{22680} = 12$$

Se necesitan 12 personas.

PIENSA Y CONTESTA

Descomponemos el problema en dos problemas de proporcionalidad inversa simple:

¿Cuántos días tardarán 40 obreros en excavar un tunel, trabajando 8 horas?

Nº días	Nº de obreros
180	25
y	40

$$\Rightarrow \frac{180}{y} = \frac{40}{25}$$

¿Cuántos días tardarán 40 obreros en excavar un tunel, trabajando 10 horas?

Nº días	Nº de horas
y	8
x	10

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{10}{8}$$

Despejando el valor de y en la primera expresión y sustituyendo en la segunda ecuación:

$$y = \frac{180 \cdot 25}{40} \Rightarrow \frac{180 \cdot 25}{x} = \frac{10}{8}; \frac{180 \cdot 25}{x \cdot 40} = \frac{10}{8}; \frac{180}{x} = \frac{40}{25} \cdot \frac{10}{8}$$

Página 157

32. Aplicamos la fórmula del interés para $t = 1$:

a) $I = \frac{1800 \cdot 4}{100} = 72$ euros

b) $I = \frac{2400 \cdot 5}{100} = 120$ euros

c) $I = \frac{12000 \cdot 6}{100} = 720$ euros

d) $I = \frac{7500 \cdot 3}{100} = 225$ euros

33. Aplicamos la fórmula del interés:

$$I = \frac{9000 \cdot 4 \cdot 5}{100} = 1800$$

El interés que produce es de 1800 euros.

34. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el capital C:

$$1500 = \frac{C \cdot 6 \cdot 5}{100} \Rightarrow C = \frac{1500 \cdot 100}{6 \cdot 5} = 5000$$

El capital es de 5000 euros.

35. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t:

$$90 = \frac{600 \cdot 5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{90 \cdot 100}{600 \cdot 5} = 3$$

Hay que depositarlo durante 3 años.

36. Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el rédito r:

1) $360 = \frac{1200 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{360 \cdot 100}{1200 \cdot 5} = 6$

2) $360 = \frac{1500 \cdot r \cdot 5}{100} \Rightarrow r = \frac{360 \cdot 100}{1500 \cdot 5} = 4,8$

Hay que colocarlo al 6% de interés si son 1200 euros de capital, y al 4,8% si son 1500 euros.

37. Calculamos:

a) Aplicamos la fórmula del interés:

$$I = \frac{36000 \cdot 2,4 \cdot 6}{100} = 5184$$

El capital producido es de 5184 euros.

b) El beneficio será el $100\% - 20\% = 80\%$ del interés producido: $0,80 \cdot 5184 = 4147,2$

El beneficio conseguido será de 4147,2 euros.

c) Aplicamos la fórmula del interés y despejamos el tiempo t:

$$3 \cdot 36000 = \frac{36000 \cdot 2,4 \cdot t}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 \cdot 36000 \cdot 100}{36000 \cdot 2,4} = 125$$

Serán necesarios 125 años.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/747100	http://www.mediamarkt.es/
http://www.tiching.com/747101	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm
http://www.tiching.com/747102	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Porcentajes_e_indices/porcentaje.htm
http://www.tiching.com/747103	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Proporcionalidad/index.htm
http://www.tiching.com/747105	https://lacasadegauss.files.wordpress.com/2011/04/2c2ba_eso_ejercicios_proporcionalidad-con-soluciones.pdf