Actividades de ampliación pág. 299

1. Calcula el ángulo que forma una fuerza de 35 N con el desplazamiento que provoca en un móvil si sabemos que ha realizado un trabajo de 730 J cuando el objeto se ha desplazado 27 m. ¿Cuál debería ser el valor y el ángulo de la fuerza mínima necesaria para producir ese trabajo con ese desplazamiento?

Solución:

Aplicando $W = F\,d\cos\alpha$ $\qquad \cos\alpha = \dfrac{W}{F\,d} = \dfrac{730\text{ J}}{35\text{ N}\cdot 27\text{ m}} = 0{,}7725$

$\alpha = 39°\ 25'$

En este segundo caso, $\cos\alpha = 1$ y $\alpha = 0°$, para que la fuerza sea mínima.

De $W = F\,d\cos\alpha$

$$F = \frac{W}{d\cos\alpha} = \frac{730\text{ J}}{27\text{ m}\cdot 1} = 27\text{ N}$$

2. ¿Es posible hacer un trabajo de 300 J aplicando una fuerza de 150 N a lo largo de 1,83 m de recorrido? Razona la respuesta.

Solución:

Aplicando $W = F\,d\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{W}{F\,d} = \frac{300\text{ J}}{150\text{ N}\cdot 1{,}83\text{ m}} = 1{,}09$$

Es imposible, ya que el coseno de un ángulo nunca puede ser superior a 1. Esto sólo podría ser cierto en el caso de un aporte externo de energía.

Actividad de ampliación pág. 300

Representa en una gráfica *F*-*x* la función *F* = 30*x* (en unidades SI), correspondiente a la fuerza que tensa un muelle (*F* = *k x*). Calcula el trabajo que se ha realizado para estirar el muelle 50 cm.

Solución:

Al representar la gráfica vemos que el área contenida debajo de la fuerza tiene forma de triángulo, por lo que el trabajo ha de ser el área contenida por él.

$$W = \frac{\text{base}\cdot h}{2} = \frac{0{,}50\text{ m}\cdot 30\cdot 0{,}50\text{ N}}{2} = 3{,}75\text{ J}$$

Actividades de ampliación pág. 301

1. Calcula el trabajo de rozamiento que realiza un cuerpo de 30 kg cuando desciende 16 m por un plano inclinado 45° sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3.

Solución:

El trabajo de rozamiento viene dado por la expresión $W_{roz} = -\mu\, m\, g\, \Delta x\cos\alpha$, por lo que

$$W_{roz} = -0{,}3\cdot 30\text{ kg}\cdot 9{,}8\text{ m s}^{-2}\cdot 16\text{ m}\cdot\cos 45° = -1\,000\text{ J}$$

2. Calcula qué inclinación presenta un plano inclinado si sabemos que un cuerpo de 15 kg que desciende desde 3 m de altura por él realiza un trabajo de rozamiento de –150 J cuando el coeficiente de rozamiento vale 0,23.

Solución:

Calculamos Δx aplicando la trigonometría:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{\Delta x},\ \text{por lo que}\ \Delta x = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$

Aplicando $W_{roz} = -\mu\, m\, g\,\Delta x\cos\alpha$, por lo que

$$\cos\alpha = \frac{W_{roz}}{\mu\, m\, g\,\Delta x} = \frac{-150\text{ J}}{-0{,}23\cdot 15\text{ kg}\cdot 9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\dfrac{3\text{ m}}{\text{sen}\,\alpha}}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} = 1{,}48 \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{1}{1{,}48} = 0{,}68 \Rightarrow \alpha = 34°\ 4'$$

Actividades de refuerzo pág. 302

1. Calcula la potencia que desarrolla un motor que es capaz de realizar un trabajo de 104 350 J cada hora. Si ese motor está situado en un vehículo de juguete de 125 g de masa que recibe una fuerza de rozamiento constante de 6 N, calcula a qué velocidad puede ir el vehículo propulsado por dicho motor.

Solución:

Como $\quad P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{104\,350\text{ J}}{1\text{ h}\cdot\dfrac{3\,600\text{ s}}{1\text{ h}}} = 29\text{ W}$

Como $\quad P = F\,v_m \Rightarrow v_m = \dfrac{P}{F} = \dfrac{29\text{ W}}{6\text{ N}} = 4{,}8\text{ m/s} = 17\text{ km/h}$

2. Calcula el trabajo que es capaz de realizar en un minuto un automóvil de 136 CV de potencia.

Solución:

$$W = P\,t = 136\text{ CV}\cdot\frac{735{,}5\text{ W}}{1\text{ CV}}\cdot 60\text{ s} = 6\cdot 10^6\text{ J}$$

Actividad de refuerzo pág. 303

Calcula el trabajo realizado por un motor de potencia 36 kW h si funciona durante 20 min.

Solución:

Pregunta trampa para ver si han asumido que los kW h no es una unidad de potencia, sino de energía. Evidentemente, el trabajo que ha realizado es 36 kW h, pero no es dependiente de ninguna cantidad de tiempo. La pregunta que podemos responder es la potencia que desarrolla si tomamos como trabajo los 36 kW h. En ese caso:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36\text{ kW h}\cdot\dfrac{3\,600\,00\text{ J}}{1\text{ kW h}}}{20\text{ min}\cdot\dfrac{60\text{ s}}{1\text{ min}}} = 108\text{ kW}$$

También se puede calcular teniendo en cuenta que 20 min es 1/3 de hora:

$$P = 36\text{ kW h}/1/3\text{ h} = 108\text{ kW}$$

Actividad de ampliación pág. 303

Sabemos que un motor es capaz de realizar un trabajo de 500 000 J en 8 s. ¿Cuál es el valor de la potencia que desarrolla?

En las instrucciones del motor especifica que tiene una potencial nominal (supuesta de fábrica) de 130 CV. ¿Cuál es el rendimiento real del motor?

Solución:

Como $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{500\,000 \text{ J}}{8 \text{ s}} = 62\,500 \text{ W} = 62{,}5 \text{ kW}$

$$\eta = \frac{P_{\text{real}}}{P_{\text{teórica}}} \cdot 100\,\% = \frac{62\,500 \text{ W} \cdot 100\,\%}{130 \text{ CV} \cdot \dfrac{735{,}5 \text{ W}}{1 \text{ CV}}} = 65\,\%$$

Actividades de refuerzo pág. 305

1. Al soltar un objeto de 14 kg de masa desde una determinada altura se observa que adquiere una velocidad de 13 m/s. ¿Qué trabajo se ha realizado sobre él? ¿De dónde ha salido ese trabajo?

Solución:

El trabajo viene dado por

$$W = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 14 \text{ kg} \cdot (13 \text{ m/s})^2 = 1\,200 \text{ J}$$

Por el enunciado del problema puede interpretarse que el trabajo se hace a costa de pérdida de energía potencial gravitatoria del objeto.

2. Un cuerpo cambia de velocidad pasando de 54 a 36 km/h intercambiando un trabajo de 3 200 J. ¿Cuál es su masa? El trabajo, ¿lo realiza él o lo realizan sobre él?

Solución:

Pierde energía cinética, por lo que el trabajo lo realiza él.

Despejando m de $W = 1/2\ m\ v_f^2 - 1/2\ m\ v_0^2$

$$m = \frac{2\ W}{v_f^2 - v_0^2} = \frac{2 \cdot (-3\,200 \text{ J})}{\left(36 \text{ km/h} \cdot \dfrac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right)^2 - \left(54 \text{ km/h} \cdot \dfrac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right)^2} =$$

$$= \frac{-6\,400 \text{ J}}{(10 \text{ m/s})^2 - (15 \text{ m/s})^2} = 51 \text{ kg}$$

Actividad de ampliación pág. 305

Al chocar dos cuerpos entre sí, el primero, de masa 10 kg y con una velocidad inicial de 12 m/s, pierde velocidad hasta moverse a 4 m/s. Si el trabajo que éste realiza sólo se transmite en un 80 % al otro, de masa 3 kg y con velocidad inicial de 7 m/s, ¿a qué velocidad se mueve ahora?

Solución:

El primero cumple que: $W = 1/2\ m\ v_f^2 - 1/2\ m\ v_0^2$

$$W = 1/2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot [(4 \text{ m/s})^2 - (12 \text{ m/s})^2] = -640 \text{ J}$$

Al segundo sólo se transmite el 80 %, por lo que se transmiten 80 % · 640 J = 510 J (es positivo, porque éste recibe la energía).

Actividad de refuerzo pág. 306

Calcula hasta qué altura sube un cuerpo de masa 12 kg e inicialmente a 5 m de altura cuando se ejerce sobre él un trabajo de 22 000 J.

Solución:

Despejando $W = m\ g\ h_f - m\ g\ h_0$

$$h_f = \frac{W}{m\ g} + h_0 = \frac{22\,000 \text{ J}}{12 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} + 5 \text{ m} = 192 \text{ m}$$

Actividad de ampliación pág. 306

¿Qué trabajo hay que realizar sobre un satélite artificial de 80 kg (radio de su órbita = 42 000 km) para situarlo en órbita desde la superficie de la Tierra? El radio de la Tierra es 6 380 km, G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2} y M_T = 5,98 · 10^{24} kg.

Solución:

$$W = -G\frac{M\ m}{R} - \left(-G\frac{M\ m}{R_T}\right) = G\ M\ m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R}\right)$$

$W = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 80 \text{ kg} \cdot (1/6\,380 \text{ km} -$
$- 1/42\,000 \text{ km}) = 4{,}24 \cdot 10^9 \text{ J}$

Actividad de ampliación pág. 307

Un muelle, de constante k = 40 N/cm, que se encontraba comprimido 12 cm por un objeto, se suelta libre y se estira hasta que se separa del objeto. ¿Qué trabajo ha realizado sobre el objeto? Si se separa cuando todavía está comprimido 3 cm, ¿qué trabajo ha realizado ahora?

Solución:

Convertimos la constante a unidades SI:

$$k = 40\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 4\,000 \text{ N/m}$$

El trabajo viene dado por $W = 1/2\ k\ (\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 4\,000 \text{ N/m} \cdot (0{,}12 \text{ m})^2 = 29 \text{ J}$

Si se separan antes de haberse estirado del todo:

$W = 1/2\ k\ [(\Delta x_f)^2 - (\Delta x_0)^2] = 1/2 \cdot 4\,000 \text{ N/m} \cdot [(0{,}12 \text{ m})^2 -$
$- (0{,}03 \text{ m})^2] = 27 \text{ J}$

Actividad de refuerzo pág. 309

Un muelle, de constante k = 32 kN/m, se encuentra comprimido 30 cm por un objeto de masa 22 kg. Se deja en libertad y empuja al objeto por una superficie horizontal sin rozamiento que se va curvando hacia arriba. ¿Qué velocidad alcanza el objeto? Una vez que llega a la zona curva asciende por la superficie. ¿Hasta qué altura llegará?

Una vez que se para, vuelve a descender y llega a impactar con el muelle. ¿Cuánto se comprime ahora el muelle?

Solución:

$$E_{p\ \text{elástica}} = 1/2\ k\ (\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 32\,000 \text{ N/m} \cdot (0{,}3 \text{ m})^2 = 1\,400 \text{ J}$$

Al principio sólo hay energía elástica, luego sólo cinética y luego sólo potencial gravitatoria.

Por eso,

$$1\,400 \text{ J} = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 22 \text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_p}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1400\text{ J}}{22\text{ kg}}} = 11\text{ m/s}$$

$$1400\text{ J} = m\,g\,h$$

$$h = \frac{1400\text{ J}}{m\,g} = \frac{1400\text{ J}}{22\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2} = 6{,}5\text{ m}$$

Cuando el objeto vuelve para atrás, y dado que se conserva la energía, el muelle se vuelve a comprimir los mismos 30 cm.

Actividad de ampliación pág. 309

Un objeto de 30 kg de masa cae sobre un muelle, de constante k = 3 000 N/m, que se encuentra en equilibrio 4 m por debajo de él. ¿Cuánto se comprime el muelle supuesto que no hay pérdidas por rozamiento?

Solución:

El objeto cae y pierde energía potencial, que se transforma en energía potencial elástica del muelle. Hay que tener en cuenta que pierde no sólo la energía potencial que corresponde a su altura, sino también la que corresponde a la distancia que se comprime el muelle puesto que sigue bajando.

$$m\,g\,(h + \Delta x) = 1/2\text{ k }(\Delta x)^2$$

$$30\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (4\text{ m} + \Delta x) = 1/2 \cdot 3000\text{ N/m} \cdot (\Delta x)^2$$

$$1176 + 294\,\Delta x = 1500\,(\Delta x)^2$$

$$\Delta x = \frac{294 \pm \sqrt{(-294)^2 - 4 \cdot 1500 \cdot (-1176)}}{2 \cdot 1500} = 1\text{ m}$$

(Sólo hemos tomado la solución positiva, que es la que tiene sentido físico por como hemos calculado la energía potencial.)

Actividad de ampliación pág. 310

Calcula la velocidad final de un cuerpo de 5 kg de masa que se mueve inicialmente a una velocidad de 10 m/s, que recibe un trabajo motriz de 40 J y al que se hace ascender por una rampa de 3 m de altura, perdiendo en el proceso 17 J en forma de trabajo de rozamiento.

Solución:

Aplicando la ecuación de conservación de la energía generalizada:

$$W_{motriz} + W_{roz} + E_{c0} = E_{pf} + E_{cf}$$

$$40\text{ J} + (-17\text{ J}) + 1/2 \cdot 5\text{ kg} \cdot (10\text{ m/s})^2 = 273\text{ J} =$$
$$= 5\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 3\text{ m} + 1/2 \cdot 5\text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (273\text{ J} - 147\text{ J})}{5\text{ kg}}} = 7{,}1\text{ m/s}$$

Actividad de ampliación pág. 311

Si en una bomba atómica, constituida por átomos de ^{235}U, se pierden en la transformación (fisión) 0,6 g de uranio, que se convierten totalmente en energía, ¿cuánta energía se obtiene en la fisión?

Una tep (tonelada equivalente de petróleo: es la energía liberada en la combustión de 1 tonelada de petróleo) equivale a $4{,}18 \cdot 10^9$ J. ¿Cuántas toneladas de petróleo hay que quemar para obtener la misma energía que libera la reacción de fisión del uranio?

Aplicando la Ecuación de Einstein, $E = \Delta m\, c^2$

$E = 0{,}6\text{ g} \cdot 1\text{ kg}/1000\text{ g} \cdot (3 \cdot 10^8\text{ m/s})^2 = 5{,}4 \cdot 10^{13}\text{ J}$

$5{,}4 \cdot 10^{13}\text{ J} \cdot 1\text{ tep}/4{,}18 \cdot 10^9\text{ J} = 13000\text{ tep} = 13$ kilotones

Se puede utilizar el problema para comentar que ésta fue la pérdida de masa y la energía liberada por la primera bomba atómica lanzada en una guerra, la de Hiroshima, aunque ésta era de plutonio.

Actividad de refuerzo pág. 312

Un arco de constante k = 400 N/m se precarga con una flecha con una varilla de 60 cm de longitud y de masa 55 g, tensándose la longitud completa de la varilla.

Suponiendo que al soltar la cuerda ésta transmite a la flecha el 95 % de su energía, ¿con qué velocidad sale disparada la flecha? Si al impactar con el blanco, éste ejerce una fuerza de rozamiento de 650 N sobre la flecha, ¿cuánto se incrustará la flecha en el blanco?

Solución:

$E_{p\text{ elástica}} = 1/2\text{ k }(\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 400\text{ N/m} \cdot (0{,}6\text{ m})^2 = 72\text{ J}$

Como se aprovecha el 95 % de la energía inicial, se aprovechan 72 J · · 95 % = 68 J

Despejando,

$$68\text{ J} = 1/2\,m\,v^2 = 1/2 \cdot 0{,}055\text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 68\text{ J}}{0{,}055\text{ kg}}} = 50\text{ m/s}$$

La energía que lleva la flecha es de 68 J, que deben transformarse íntegramente en trabajo de rozamiento:

$$W = 68\text{ J} = F_{roz}\,d = 650\text{ N} \cdot d$$

$$d = 68\text{ J}/650\text{ N} = 0{,}105\text{ m} = 10{,}5\text{ cm}$$

Evaluación

1. **Calcula el trabajo que realiza el motor de un coche que realiza una fuerza horizontal de 5 000 N, mientras el coche se desplaza 30 m, a velocidad constante sin rozamientos. ¿Y el que realiza un obrero que arrastra un saco de 100 kg por un suelo deslizante a lo largo de 12 m, haciendo una fuerza de 150 N formando un ángulo de 30º sobre la horizontal? ¿Y el trabajo que hace la fuerza de rozamiento (6 N) de una moto con el suelo cuando ésta recorre 400 m?**

   Solución:

   Como el trabajo es $W = F\,\Delta x \cos \alpha$:

   Coche: $W = 5000\text{ N} \cdot 30\text{ m} \cdot \cos 0º = 150000\text{ J}$

   Obrero: $W = 150\text{ N} \cdot 12\text{ m} \cdot \cos 30º = 1560\text{ J}$

   Moto: $W = 6\text{ N} \cdot 400\text{ m} \cdot \cos 180º = -2400\text{ J}$

2> Un lanzador de piedras lanza una piedra de 40 kg de masa sobre el suelo con una velocidad de 6 m s^{-1}, y ésta se desplaza 3,5 m hasta que se detiene. Calcula el valor del trabajo de rozamiento y el coeficiente de rozamiento de la piedra con el suelo.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}**

Solución:

La piedra tiene energía cinética:

$1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 40\ \text{kg} \cdot (6\ \text{m s}^{-1})^2 = 720\ \text{J}$

Como al final toda la energía cinética se pierde, ésta se transforma en trabajo de rozamiento:

$$W_r = -80\ \text{J}$$

Aplicando la fórmula del trabajo de rozamiento:

$$W_r = \mu\ m\ g \cos\alpha\ \Delta x \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \mu = \frac{-720\ \text{J}}{40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 180° \cdot 3{,}5\ \text{m}} = 0{,}52$$

3> Calcula la potencia que debe tener una bomba de agua para elevar 40 m^3 de agua hasta una altura de 20 m en una hora. Contesta en W y CV. Expresa la cantidad de energía que se le ha suministrado al agua (en forma de energía potencial) en kW h.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}; densidad del agua: 1 kg/dm^3**

Solución:

Al elevar el agua, lo que hacemos es aumentar la energía potencial de ésta, por lo que

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E_p}{t} = \frac{m\ g\ \Delta h}{t} = \frac{d\ V\ g\ \Delta h}{t} =$$

$$= \frac{1\ \dfrac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \dfrac{1\,000\ \text{dm}^3}{1\ \text{m}^3} \cdot 40\ \text{m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 20\ \text{m}}{1\ \text{h} \cdot \dfrac{3\,600\ \text{s}}{1\ \text{h}}} = 2\,180\ \text{W}$$

$$2\,180\ \text{W} \cdot \frac{1\ \text{CV}}{735\ \text{W}} = 2{,}97\ \text{CV}$$

La energía suministrada es 2,18 kW · 1 h = 2,18 kW h.

4> ¿Quién tiene más energía: un objeto de 5 kg que se mueve a 15 m s^{-1}, un niño de 25 kg que se encuentra en un globo aerostático a 100 m de altura, o un muelle de constante recuperadora 10 000 N/m que está comprimido 10 cm? Razona la respuesta.

Solución:

El objeto tiene energía cinética: $E_c = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 5\ \text{kg} \cdot (15\ \text{m s}^{-1})^2 = 562{,}5$ J.

El niño tiene energía potencial: $E_p = m\ g\ h = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot 100\ \text{m} = 24\,500$ J.

El muelle tiene energía potencial elástica: $E_p = 1/2\ \text{k}\ (\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 10\,000\ \text{N/m} \cdot (0{,}1\ \text{m})^2 = 50$ J.

Tiene mucha más energía el niño; el que menos tiene es el muelle.

5> Un esquiador de 70 kg se tira desde un trampolín de 15 m de altura con una velocidad de 20 m s^{-1}, cayendo sobre una pista horizontal, y sin frenar, se enreda en una red elástica que se estira 4 m hasta que detiene al esquiador. Calcula la velocidad con la que llega a la pista y la constante elástica de la red.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}**

Solución:

Al principio, el esquiador tiene energía cinética y potencial con un valor total de

$$E = 1/2\ m\ v_0^2 + m\ g\ h = 1/2 \cdot 70\ \text{kg} \cdot (20\ \text{m s}^{-1})^2 + 70\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot 15\ \text{m} = 14\,000\ \text{J} + 10\,290\ \text{J} = 24\,290\ \text{J}$$

Esta energía se conserva en todo el recorrido. Primero se transforma toda ella en energía cinética cuando toca pista, con lo que la velocidad es

$$E = 1/2\ m\ v^2, \text{ de donde } v = \sqrt{\frac{2\ E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24\,290\ \text{J}}{70\ \text{kg}}} = 26{,}3\ \text{m s}^{-1}$$

Posteriormente, toda la energía cinética se transforma en elástica:

$$E = 1/2\ \text{k}\ (\Delta x)^2, \text{ de donde k} = \frac{2\ E}{(\Delta x)^2} = \frac{2 \cdot 24\,290\ \text{J}}{(4\ \text{m})^2} = 3\,036\ \text{N/m}$$