

## 1 Leyes de la óptica geométrica

Página 237

- 1 Explica lo que se observa en las imágenes siguientes empleando alguna de las leyes de la óptica geométrica.

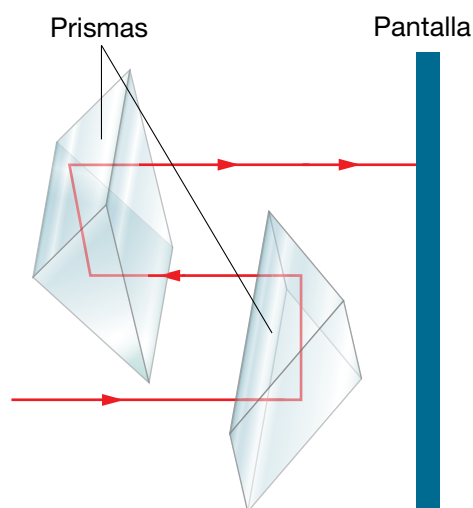


Lo recogido en ambas imágenes se explica debido a que la propagación de la luz es rectilínea en un medio homogéneo e isótropo. En la imagen de la izquierda se observa que los rayos son líneas rectas y, en la de la derecha, se aprecia una consecuencia de ello: la imagen proporcionada por un espejo plano.

- 2 Describe cómo procederías experimentalmente para demostrar la propagación rectilínea de la luz usando un juego de dos prismas rectos, un emisor de luz puntual y una pantalla. Ilustra el proceso gráficamente.

Desmontando unos prismáticos como los de la figura de la izquierda podemos obtener cuatro prismas de Porro, que son prismas rectos especialmente tallados para reflexión y no para refracción.

Tomamos una fuente de luz puntual, por ejemplo, un puntero láser, y un juego de dos prismas rectos, dispuestos con sus aristas más largas perpendiculares entre sí (las de las caras que no forman parte de los ángulos rectos). Si hacemos incidir el haz láser sobre una de dichas caras, los prismas conducirán la luz como se muestra en la figura inferior y podremos recogerla en una pantalla. Esto nos permite comprobar que la luz se propaga en línea recta pues, en caso contrario no sería conducida por los prismas siguiendo la trayectoria representada, por lo que no se recogería en la pantalla.



- 3** Comprueba de forma práctica el proceso anterior usando un puntero láser como fuente luminosa. Dado que en el haz emitido por una fuente de estas características existe una gran concentración de energía, es muy importante que tengas precaución para evitar que dicho haz incida en el ojo directamente o tras reflejarse.

Consiste en llevar a la práctica lo descrito en la actividad anterior.

### Página 239

- 4** Se dispone de dos superficies esféricas con igual radio de curvatura, una separa aire de agua; la otra, agua de aceite vegetal ( $n = 1,47$ ). ¿Cuál tendrá mayor potencia óptica?

La potencia de una superficie óptica depende del índice de los medios que separa ( $n, n'$ ) y de su geometría:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = \frac{n' - n}{n' \cdot r}$$

En los dos casos dados,  $r$  toma el mismo valor, luego la potencia mayor corresponderá a aquella superficie para la que sea mayor el valor del factor  $(n' - n)/n'$ .

- Superficie que separa aire ( $n = 1$ ) y agua ( $n' = 1,33$ ):

$$\phi' = \frac{1}{f'} = \frac{n' - n}{n' \cdot r} = \frac{0,33}{1,33 \cdot r} = \frac{0,248}{r}$$

- Superficie que separa agua y aceite vegetal ( $n' = 1,47$ ):

$$\phi' = \frac{1}{f'} = \frac{n' - n}{n' \cdot r} = \frac{0,14}{1,47 \cdot r} = \frac{0,095}{r}$$

Por tanto, la primera superficie óptica es más potente.

- 5** Dado un sistema óptico y un objeto:

a) ¿De qué signo será la distancia objeto,  $s$ , cuando dicho objeto sea: I) real; II) virtual?

b) ¿De qué signo será la distancia imagen,  $s'$ , si la imagen que proporciona el sistema es: I) real; II) virtual?

a) I) negativo; II) positivo. b) II) Positivo; I) negativo.

- 6** ¿Variará mucho o poco la trayectoria de los rayos que atraviesan un sistema óptico muy potente? ¿La distancia focal en un sistema así, será larga o corta?

Mucho; cuanto más potente sea el sistema óptico, más variará la trayectoria de los rayos que lo atraviesan y viceversa. El caso límite es una superficie plana, es decir, de potencia nula, que no varía la trayectoria de los rayos. Corta; distancia focal y potencia son inversamente proporcionales:  $\phi' = 1/f'$ .

- 7** Si por el lado en que incide la luz una superficie óptica es convexa, ¿de qué signo será su radio de curvatura? ¿Y si es cóncava?

Dado que el radio de curvatura es la distancia medida desde el vértice de la superficie hasta su centro óptico ( $r = VC$ ),  $r$  es positivo en una superficie que sea convexa por el lado en que incide la luz, y negativo en una superficie que sea cóncava por dicho lado.

- 8** ¿Qué signo tendrá  $\beta'$  cuando la imagen sea invertida? ¿Cómo será su valor absoluto cuando la imagen sea menor que el objeto?

Cuando la imagen sea invertida, los signos de  $y'$  e  $y$  serán opuestos, por lo que  $\beta' = y'/y$  será negativo. Cuando la imagen sea menor que el objeto, el valor absoluto de  $y'$  será menor que el de  $y$ , por lo que el valor absoluto de  $\beta' = y'/y$  será menor que 1.

## 2 Formación de imágenes mediante sistemas ópticos

### Página 244

- 9** Si se dispone de un haz de rayos paralelos, puede determinarse de otra forma la distancia focal de un sistema convergente, ¿sabes cómo? ¿Sirve una lupa para quemar un papel? Enlaza las dos respuestas.

Si se dispone de un haz de rayos paralelos, puede determinarse la distancia focal de un sistema convergente determinando dónde forma la imagen de dicho haz el sistema: la distancia del sistema a ese punto coincide con la distancia focal (o dicho de otro modo, dicho punto es el foco imagen del sistema).

Por eso, con un sistema convergente muy potente, como puede ser una lupa, y con luz solar, puede quemarse un papel si este se coloca en el punto donde focalizan los rayos de sol y, por tanto, donde se concentra su energía; es decir, en el foco imagen de la lupa.

### En la Web

**Busca información sobre cómo son las «cocinas solares». ¿Dónde deben situarse los alimentos para que se cocinen? Justifica tu respuesta.**

En las cocinas solares, la comida tiene que colocarse en el foco imagen del sistema óptico que constituye la cocina, que suele ser un espejo parabólico cóncavo (el foco óptico coincide con el foco geométrico de la parábola). Este es el mismo hecho en que se basa la construcción de las antenas parabólicas o los faros de los automóviles (pero, en este caso, aplicando la reversibilidad de los rayos luminosos: la fuente de luz se coloca en el foco del espejo parabólico cóncavo, de manera que los rayos de luz reflejados emergen paralelos y en la dirección de la carretera).

### Página 245

- 10** Si tomamos una cuchara metálica por el mango y observamos nuestro reflejo en ella, ¿cómo podríamos obtener una imagen derecha y otra invertida?

Si tomamos una cuchara metálica por el mango y observamos nuestro reflejo en ella, podríamos obtener una imagen derecha si miramos la superficie de la cuchara por su parte convexa (estaría funcionando como un espejo convexo) y podemos obtener una imagen invertida si la miramos por su parte cóncava (ahora, la cuchara funcionaría como un espejo cóncavo).

- 11** Al mirarnos en un espejo plano podemos ver el reflejo de nuestra imagen en nuestros ojos. Explica por qué ocurre esto y cómo es esa imagen reflejada. ¿Qué podemos hacer para verla con mayor tamaño?

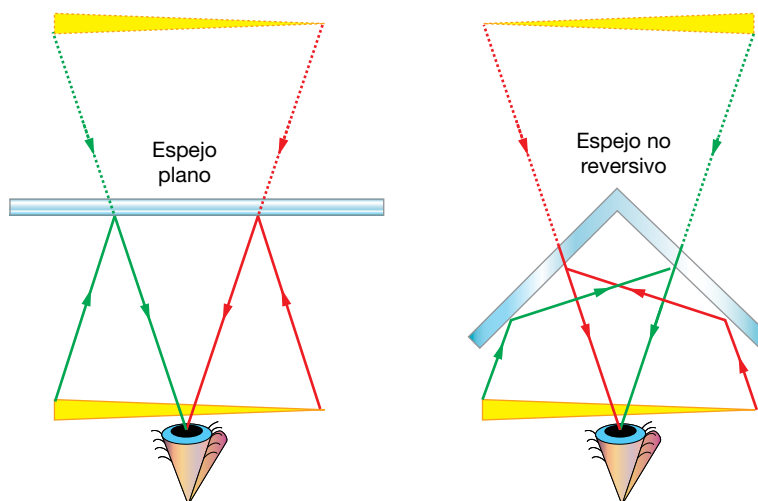
Al mirarnos en un espejo plano podemos ver el reflejo de nuestra imagen en nuestros ojos. Esta imagen se denomina primera imagen de Purkinje y es la imagen que la superficie más externa de la córnea produce de la imagen que forma el espejo plano. Es decir, esa imagen derecha es la que proporciona la superficie anterior de la córnea funcionando como un espejo convexo, siendo el objeto la imagen reflejada por el espejo plano. Para ver la primera imagen de Purkinje con mayor tamaño, como podemos comprobar fácilmente, basta con que nos acerquemos más al espejo. De esta forma, nuestro reflejo dado por el espejo plano se acerca más a nuestra córnea; o dicho de otro modo, producimos el efecto de acercar el objeto al espejo convexo y con ello, hacemos que este proporcione una imagen de mayor tamaño (podemos comprobarlo también con lo mencionado en la actividad anterior: acercando y alejando la cuchara por su parte convexa, obtenemos una imagen mayor o menor, respectivamente).

**En la Web**

Las imágenes formadas en un espejo plano presentan lo que se conoce con el nombre de inversión lateral, ya que derecha e izquierda están invertidas en la imagen. Infórmate sobre el espejo «no reversivo» y sus posibles aplicaciones.

¿Podrías construir un espejo de este tipo fácilmente? Indica cómo.

Un espejo «no reversivo» es aquel que no provoca inversión lateral en la imagen; es decir, produce una imagen en la que izquierda y derecha coinciden con las del objeto. Puede construirse un espejo «no reversivo» empleando dos espejos planos formando un ángulo de  $90^\circ$  entre sí, como se muestra en la figura:



### 3 El mecanismo óptico de la visión humana

#### Página 249

**12** A principios del siglo xx se especuló sobre la posibilidad de que el Greco pintase a las personas excesivamente estilizadas porque tuviera astigmatismo, pues en aquella época no se disponía de lentes para compensarlo. Esta teoría se desestimó, aunque aún persiste en el acervo popular. ¿Por qué no puede ser ese el motivo? Organiza un pequeño debate sobre el arraigo de teorías rebatidas por la ciencia.

La posibilidad de que el Greco pintase a las personas excesivamente estilizadas no por motivos artísticos sino porque tuviera astigmatismo se desestimó pues, en ese caso, si él hubiese tratado de hacer una pintura realista, habría reproducido la realidad tal y como era y, aunque él la viera deformada, no la veríamos así el resto de las personas que no tenemos su supuesta ametropía.

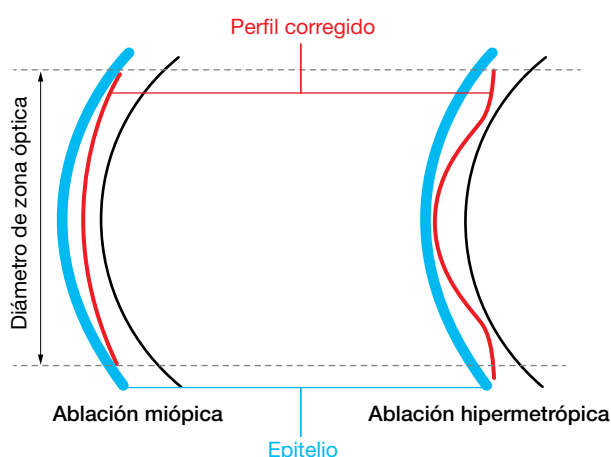
La segunda parte de la pregunta (organiza un pequeño debate sobre el arraigo de teorías rebatidas por la ciencia) es de respuesta abierta. Se pretende llamar la atención sobre la importancia de tener opiniones fundamentadas y apoyar las propias ideas en pruebas y no en creencias.

**En la Web**

Como se ha comentado, las ametropías no son patologías sino solo defectos ópticos. A pesar de ello, se realizan intervenciones quirúrgicas en la córnea para corregirlas y tratar de evitar el uso de lentes compensadoras. Investiga en qué consiste la técnica empleada en la actualidad y explica cómo se consigue corregir las ametropías mediante esta técnica.

Las intervenciones quirúrgicas que se realizan en la córnea para corregir las ametropías y evitar el uso de lentes compensadoras emplean una técnica basada en el corte o la abla-

ción de parte del tejido de la córnea para modificar su radio de curvatura y, con ello, su potencia. Para ello se emplean láseres y, por ese motivo, la técnica se denomina LASIK (*Laser Assisted in Situ Keratomileusis*). Con esta cirugía refractiva se busca disminuir el radio de curvatura en las córneas miopes para reducir su potencia (aplanando el centro de la córnea, como se muestra en la figura izquierda) o aumentar el radio de curvatura de las córneas hipermétropes para incrementar su potencia (eliminando tejido de la periferia de la córnea, como se muestra en la figura derecha). Una de las críticas de esta técnica es que se suele hacer con un patrón estandarizado y no personalizado según la forma de la superficie de la córnea del paciente (topografía corneal). Otro aspecto negativo importante es que la zona en la que se produce el cambio de curvatura de forma brusca por la acción del corte con el láser puede quedar expuesta a la entrada de luz en condiciones de baja iluminación, cuando la pupila se hace más grande (por ejemplo, por la noche). En estas condiciones, al incidir sobre esa zona con un cambio brusco de curvatura, la luz experimenta fenómenos de difracción lo cual puede provocar la visión de halos. Si bien los resultados de este tipo de cirugía dependen de cada paciente y su conformidad con ellos estará en función de cuál sea su actividad, es muy importante informarse en profundidad al respecto y conocer los principios físicos implicados, pues los cambios introducidos en la córnea son irreversibles.



**Página 251**

**13** ¿Por qué crees que adoptan esa postura las personas de las imágenes de la derecha? ¿Cuál de ellas parece ser miope? Justifica tus respuestas.



Ambas personas están tratando de observar detalles de un objeto cercano. La persona de la izquierda se está alejando dicho objeto porque su punto próximo está más lejos, mientras que a la persona de la derecha le ocurre lo contrario: se está acercando el objeto porque su punto próximo está más cerca.

Teniendo esto en cuenta, la persona que parece ser miope es la de la derecha (ver figura de la izquierda en la página 248). De hecho, los miopes tienden a quitarse sus gafas para ver objetos cercanos, pues así su punto próximo está más cerca (con las lentes compensadoras de sus gafas, son como las personas emétopes).

La persona de la izquierda, posiblemente tenga presbicia y por eso se aleja el objeto, para tratar de situarlo en su intervalo de visión nítida sin usar lentes de adición. En efecto, uno de los primeros signos de la presbicia es el alejamiento exagerado de los objetos cuando se trata de ver sus pequeños detalles.

**14 Comparados con las personas emétopes, los miopes sufren más tarde la presbicia, es decir, tardan más tiempo en tener problemas en la visión de los objetos cercanos. A los hipermetropes les ocurre lo contrario: acusan antes la «vista cansada» que las personas emétopes. ¿Por qué ocurre esto? ¿Es que el cristalino pierde flexibilidad antes en los hipermetropes que en los miopes?**

El hecho de que los miopes sufran más tarde la presbicia, es decir, tarden más tiempo en tener problemas en la visión de los objetos cercanos que las personas emétopes, se debe a que su punto próximo está más cerca que el de los emétopes. Así, es necesario que su amplitud de acomodación se reduzca más (que pase más tiempo) para que no les sea posible ver los objetos situados a 25 cm, lo cual se considera marca el inicio de la presbicia, como término medio. A los hipermetropes les ocurre al contrario, como su punto próximo, de por sí, está más alejado, a poco que se reduzca su amplitud de acomodación no les es posible ver los objetos que se encuentran a dicha distancia y acusan antes la «vista cansada». Por tanto, en general, esto no se debe a que el cristalino pierda flexibilidad antes en los hipermetropes que en los miopes.

Página 262

## Leyes de la óptica geométrica. Formación de imágenes en sistemas ópticos

- 1** ¿En qué momento del día crees que se tomó la siguiente fotografía? Relaciona tu respuesta con alguna de las leyes de la óptica geométrica vistas en la unidad.



Por la tarde, casi al anochecer. Estando el sol muy bajo en el horizonte, las sombras que se proyectan son más alargadas, como se muestra en la figura. Esto se explica por la propagación rectilínea de la luz. Las sombras se producen cuando un cuerpo opaco se interpone en la trayectoria de la luz, debido a que esta no puede «bordear» el cuerpo. La forma de la sombra depende de la orientación de la fuente emisora de luz. Podemos comprobar que la sombra es más alargada cuanto mayor es el ángulo que forma la trayectoria de la luz con la superficie donde se proyecta la sombra.

- 2** ¿Qué ley de la óptica geométrica explica lo que observamos cuando la luz del sol entra a través de la rendija de una persiana si hay polvo en la habitación?

La propagación rectilínea de la luz en un medio homogéneo e isótropo explica lo que observamos cuando la luz del sol entra a través de la rendija de una persiana si hay polvo en la habitación. Lo que hace la rendija es seleccionar una pequeña parte de la luz (un rayo) y el polvo nos facilita ver su trayectoria, lo que nos permite concluir que los rayos luminosos son líneas rectas.

- 3** Un oso que está intentando pescar en un río ve que un salmón se aproxima; ¿podrá el salmón ver al oso desde dentro del agua? Relaciona tu respuesta con alguna de las leyes de la óptica geométrica que hemos estudiado.

El salmón sí podrá ver al oso que intenta pescarlo, debido a que la trayectoria de la luz a través de ambos medios (agua y aire) es reversible (reversibilidad de los rayos luminosos).

- 4** ¿Qué ley de la óptica geométrica explica que cuando vamos conduciendo y vemos a otro conductor a través del espejo retrovisor, él también pueda vernos?

Del mismo modo que, por ejemplo, vemos al taxista en el espejo interior del coche cuando nos sentamos en los asientos traseros y él también puede vernos a nosotros, otro conductor puede vernos por el espejo retrovisor. Esto es debido a la reversibilidad de los rayos luminosos.

- 5** La aproximación paraxial implica que los ángulos que los rayos forman con el eje óptico son pequeños y su seno o su tangente puede aproximarse por su valor en radianes. Si queremos cometer un error inferior al 1% ¿qué ángulos podremos considerar? Expresa los valores de los ángulos en grados y radianes.

Para que el error que se cometa en la aproximación del ángulo  $\theta$  (valor en radianes) por su seno sea inferior al 1% debe cumplirse que:

$$|\theta - \text{sen } \theta| < 0,01 \cdot \theta \rightarrow \left| 1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta} \right| < 0,01$$

Probando con un ángulo de  $10^\circ$ :

$$\left| 1 - \frac{\text{sen } 10^\circ}{10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \right| \simeq 0,005 < 0,01$$

se encuentra que los ángulos de  $10^\circ$  cumplen la condición. Entonces, para acercarnos al valor límite del ángulo que cumple la condición, podemos probar con ángulos mayores, por ejemplo,  $15^\circ$ :

$$\left| 1 - \frac{\text{sen } 15^\circ}{15^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \right| \simeq 0,011 > 0,01$$

se encuentra que los ángulos de  $15^\circ$  no cumplen la condición, por lo que el valor límite será inferior (estará comprendido entre  $10^\circ$  y  $15^\circ$ ). Probando con ángulos de  $14^\circ$ :

$$\left| 1 - \frac{\text{sen } 14^\circ}{14^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \right| \simeq 0,009 < 0,01$$

se encuentra que, para ángulos inferiores a  $14^\circ$ , el error en la aproximación del valor del ángulo en radianes ( $14^\circ \cdot \pi/180^\circ \simeq 0,244$  radianes), por el seno del ángulo ( $\text{sen } 14^\circ \simeq 0,242$ ) es inferior al 1%. (Nótese que:  $|0,244 - 0,242| = 0,002 < 0,01$ ). Así, si tomamos esta aproximación, tendremos que considerar ángulos iguales o inferiores a  $14^\circ$ .

Procediendo de forma análoga, para que el error que se cometa en la aproximación del ángulo  $\theta$  (valor en radianes) por su tangente sea inferior al 1% debe de cumplirse que:

$$|\theta - \text{tg } \theta| < 0,01 \cdot \theta \rightarrow \left| 1 - \frac{\text{tg } \theta}{\theta} \right| < 0,01$$

Probando con un ángulo de  $10^\circ$ :

$$\left| 1 - \frac{\text{tg } 10^\circ}{10^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \right| \simeq 0,0102 > 0,01$$

se encuentra que los ángulos de  $10^\circ$  no cumplen la condición. Entonces, para acercarnos al valor límite del ángulo que cumple la condición, debemos probar con ángulos menores, por ejemplo,  $9^\circ$ :

$$\left| 1 - \frac{\text{tg } 9^\circ}{9^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \right| \simeq 0,0083 < 0,01$$

se encuentra que, para ángulos inferiores a  $9^\circ$ , el error en la aproximación del valor del ángulo en radianes ( $9^\circ \cdot \pi/180^\circ \simeq 0,157$  radianes), por la tangente del ángulo ( $\text{tg } 9^\circ \simeq 0,158$ ) es inferior al 1%. (Nótese que:  $|0,157 - 0,158| = 0,001 < 0,01$ ). Así, si tomamos esta aproximación, tendremos que considerar ángulos iguales o inferiores a  $9^\circ$ .



**6 ¿Por qué cambia lo que vemos a través de las lentes de unas gafas graduadas y no lo que vemos a través del vidrio de una ventana?**

El vidrio de una ventana es plano, no tiene curvatura alguna, por lo que su potencia óptica será nula. Ello significa que no modificará la trayectoria de los rayos luminosos y no formará una nueva imagen, como ocurre en el caso de las lentes graduadas, que sí tienen cierto radio de curvatura. Por eso no cambia lo que vemos a través del vidrio de una ventana y sí lo hace lo que vemos empleando unas lentes graduadas.

**7 ¿Cuándo será más potente una lente biconvexa, cuando los radios de curvatura de sus caras sean de valor absoluto alto o bajo? ¿Y una bicóncava?**

A mayor curvatura, mayor potencia. Esto se cumple para cualquier geometría que tengan las lentes. Mayor curvatura supone un menor valor absoluto del radio de curvatura (por el contrario, en el caso límite, un radio infinito daría lugar a una superficie sin curvatura, plana y, por tanto, de potencia nula). Así, cuando los radios de curvatura de sus caras sean de valor absoluto más bajo, la lente será más potente, tanto si es biconvexa como si es bicóncava. Esto puede comprobarse dando valores pertinentes a los radios en la ecuación:

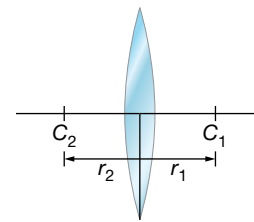
$$\phi' = \frac{1}{f'} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

**8 Calcula la potencia y la distancia focal imagen de una lente de vidrio delgada, esférica y biconvexa, cuyas caras tienen radios iguales a 20 cm, considerando que el índice de refracción del vidrio es: a) 1,5; b) 1,6; c) 1,7; d) 1,8. Analiza los resultados.**

La lente tendrá una geometría como la de la figura, siendo:  $r_1 = 20$  cm;  $r_2 = -20$  cm.

Con dichos valores de los radios, la potencia de la lente queda como:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{0,2 \text{ m}} - \frac{1}{-0,2 \text{ m}} \right) = (n - 1) \cdot 10 \text{ D}$$



a) Sustituyendo  $n = 1,5$ , se encuentra que:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = (1,5 - 1) \cdot 10 \text{ D} = 5 \text{ D} \rightarrow f' = \frac{1}{5 \text{ D}} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

b) Sustituyendo  $n = 1,6$ , se encuentra que:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = (1,6 - 1) \cdot 10 \text{ D} = 6 \text{ D} \rightarrow f' = \frac{1}{6 \text{ D}} = 0,167 \text{ m} = 16,7 \text{ cm}$$

c) Sustituyendo  $n = 1,7$ , se encuentra que:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = (1,7 - 1) \cdot 10 \text{ D} = 7 \text{ D} \rightarrow f' = \frac{1}{7 \text{ D}} = 0,143 \text{ m} = 14,3 \text{ cm}$$

d) Sustituyendo  $n = 1,8$ , se encuentra que:

$$\phi' = \frac{1}{f'} = (1,8 - 1) \cdot 10 \text{ D} = 8 \text{ D} \rightarrow f' = \frac{1}{8 \text{ D}} = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$$

Nótese que a mayor índice de refracción, mayor potencia y menor distancia focal imagen presenta la lente.

**9 La figura muestra la sección de una lente delgada de material orgánico con índice de refracción 1,6. En valor absoluto, los radios de las superficies de la lente son 10 cm y 7,5 cm. ¿De qué tipo de lente se trata según su geometría? ¿Cuál es su distancia focal y su potencia? ¿Es una lente convergente o divergente?**



Por su geometría, la lente es un menisco convergente, por ser más grueso en el centro que en los bordes. Su potencia y distancia focal pueden calcularse teniendo en cuenta que los valores de sus radios son  $r_1 = -10$  cm y  $r_2 = -7,5$  cm, y siendo  $n = 1,6$ :

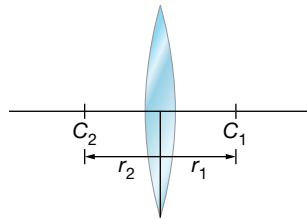
$$\varphi' = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1,6-1) \cdot \left( \frac{1}{-0,1 \text{ m}} - \frac{1}{-0,075 \text{ m}} \right) = 2 \text{ D} \rightarrow$$

$$\rightarrow f' = \frac{1}{2 \text{ D}} = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

Nótese que  $\varphi' > 0$ , por lo que se confirma que la lente es convergente.

- 10** Nos permitimos el lujo de fabricar una lupa con una lente de diamante ( $n = 2,4$ ). Determina el radio que deben tener las caras de la lente, supuesta delgada y biconvexa, para que la potencia de la lupa sea de 5 dioptrías, suponiendo que son del mismo valor absoluto. ¿Cuáles serían los radios si la lente fuera plano-convexa?

Si la lente es biconvexa, tendrá una geometría como la de la figura, siendo:  $r_2 = -r_1$ .



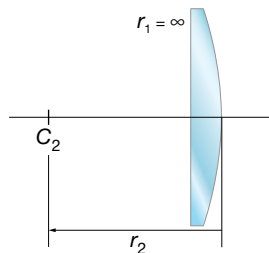
Con dichos valores de los radios y  $n = 2,4$ , la potencia de la lente queda como:

$$\varphi' = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (2,4-1) \cdot \left( \frac{2}{r_1} \right) = \frac{2,8}{r_1} = 5 \text{ D}$$

Por lo que los radios de las caras deben ser:

$$r_1 = 56 \text{ cm} ; r_2 = -r_1 = -56 \text{ cm}$$

Si la lente es plano-convexa, tendrá una geometría como la de la figura, siendo  $r_1 = \infty$ .



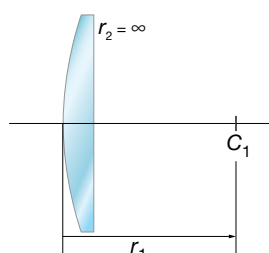
Con dicho valor de uno de los radios y  $n = 2,4$ , la potencia de la lente queda como:

$$\varphi' = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (2,4-1) \cdot \left( -\frac{1}{r_2} \right) = -\frac{1,4}{r_2} = 5 \text{ D}$$

De donde se deduce el radio de la cara convexa:

$$r_2 = -28 \text{ cm}$$

Puede comprobarse que también es válido el resultado:  $r_1 = 28$  cm;  $r_2 = \infty$ , siendo entonces la geometría de la lente la de la figura siguiente:



Nótese que en el caso de la lente plano-convexa la curvatura obtenida es mayor (el valor absoluto del radio es menor) que en el caso de la lente biconvexa, debido a que la superficie plana no aporta potencia. De hecho, el valor absoluto del radio obtenido para la superficie convexa de la lente plano-convexa es la mitad del valor absoluto de los radios de las superficies de la lente biconvexa.

**11 Una lente de distancia focal imagen de 5 cm, forma, a partir de un objeto, una imagen real e invertida cuyo tamaño es la mitad que el del objeto. Determina las posiciones del objeto y de la imagen.**

Si la lente de  $f' = 5$  cm, forma una imagen real ( $s' > 0$ ) e invertida ( $\beta' < 0$ ), cuyo tamaño es la mitad que el del objeto, se cumple que:

$$y' = -\frac{y}{2} \rightarrow \beta' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -\frac{1}{2} \rightarrow s' = -\frac{s}{2}$$

Sustituyendo  $s'$  en la ecuación de correspondencia:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow -\frac{1}{s} - \frac{2}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow -\frac{3}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = -3 \cdot f' \rightarrow$$

$$\rightarrow s = -15 \text{ cm} ; s' = -\frac{s}{2} = 7,5 \text{ cm}$$

**12 Entre un objeto de 2 cm de tamaño y una pantalla que dista de él 60 cm se coloca una lente convergente. Se obtienen imágenes nítidas en la pantalla para dos posiciones de la lente separadas entre sí 40 cm. Calcula:**

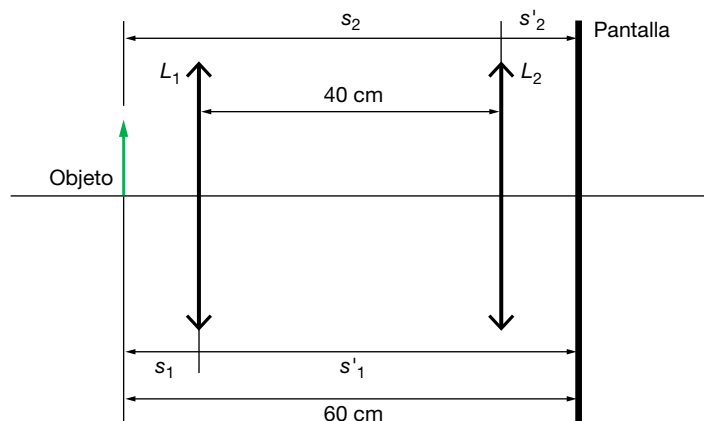
a) La distancia focal de la lente y su potencia.

b) El tamaño de las imágenes en las dos posiciones de la lente.

a) Puesto que se obtienen imágenes en la pantalla para dos posiciones de la lente, en ambos casos la imagen será real y se tendrá:  $s' > 0$ ;  $s < 0$ . Por tanto, podemos reescribir la ecuación de correspondencia de la forma que sigue, con tal de escribir siempre el valor de  $s$  en valor absoluto, es decir, positivo:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$$

En la figura se muestran las dos posiciones de la lente ( $L_1, L_2$ ):



En este caso, la ecuación para la primera posición es:

$$\frac{1}{s'_1} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{60 - s_1} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \quad [1]$$

En este caso, la ecuación para la primera posición es:

$$s_1 + s'_1 = 60 \quad [2]$$

En este caso, la ecuación para la primera posición es:

$$\frac{1}{s_2'} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s_1' - 40} + \frac{1}{s_1 + 40} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{60 - s_1 - 40} + \frac{1}{s_1 + 40} = \frac{1}{f'} \quad [3]$$

Igualando [1] y [3] se obtiene:

$$\frac{1}{60 - s_1} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{20 - s_1} + \frac{1}{s_1 + 40}$$

Resolviendo la ecuación, resulta:

$$\frac{s_1 + 60 - s_1}{(60 - s_1) \cdot s_1} = \frac{s_1 + 40 + 20 - s_1}{(20 - s_1) \cdot (s_1 + 40)} \rightarrow s_1 = 10 \text{ cm}$$

Y a partir de la relación [2] se obtiene:

$$s_1' = 60 - s_1 = 60 - 10 = 50 \text{ cm}$$

En la primera posición, el objeto se coloca a 10 cm de la lente y la imagen sale al otro lado, a una distancia de esta de 50 cm. La imagen es invertida y mayor.

En la segunda posición, tenemos que:

$$s_2' = s_1' - 40 = 50 - 40 = 10 \text{ cm} ; s_2 = s_1 + 40 = 10 + 40 = 50 \text{ cm}$$

Por tanto, el objeto se coloca, en este caso, a 50 cm de la lente y la imagen sale a 10 cm de ella. La imagen ahora es invertida y menor.

En ambos casos, se puede sustituir en [1] o en [3] para obtener el valor de la distancia focal:

$$\frac{1}{50} + \frac{1}{10} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1+5}{50} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{50}{6} = 8,3 \text{ cm}$$

La potencia de una lente se define como la inversa de la distancia focal expresada en metros. Su unidad es la dioptría:

$$\varphi' = \frac{1}{f'} \rightarrow \varphi' = \frac{1}{8,3 \cdot 10^{-2}} = 12 \text{ D}$$

b) La fórmula que permite calcular el aumento lateral de una lente es:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

En el primer caso, con el objeto a 10 cm de la lente y la imagen a 50 cm, el tamaño de la imagen será:

$$\frac{y'}{2} = \frac{50}{-10} \rightarrow y' = -\frac{100}{10} = -10 \text{ cm}$$

Por tanto, la imagen es invertida y cinco veces mayor que el objeto.

En el segundo caso, con el objeto a 50 cm de la lente y la imagen a 10 cm, el tamaño de la imagen será:

$$\frac{y'}{2} = \frac{10}{-50} \rightarrow y' = -\frac{20}{50} = -0,4 \text{ cm}$$

En este caso, la imagen es invertida y cinco veces menor que el objeto.

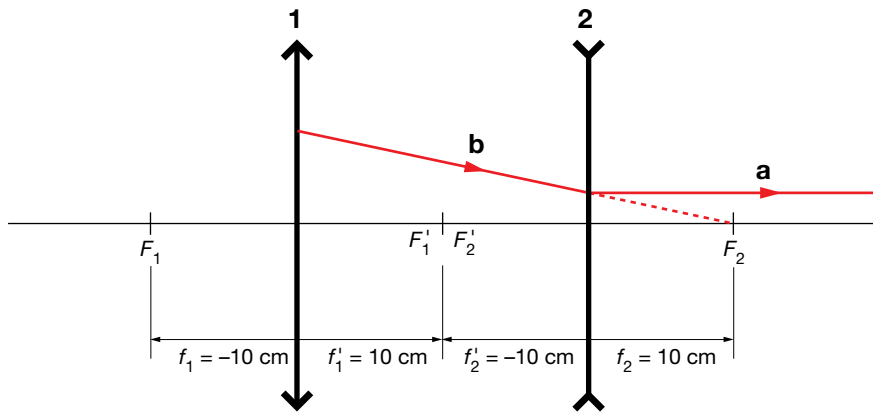
## Página 263

**13** Un sistema óptico consta de dos lentes delgadas inmersas en aire y separadas 20 cm. La primera lente es convergente y de distancia focal 10 cm, y la segunda, divergente, de distancia focal -10 cm:

a) Halla gráficamente el foco objeto del sistema.

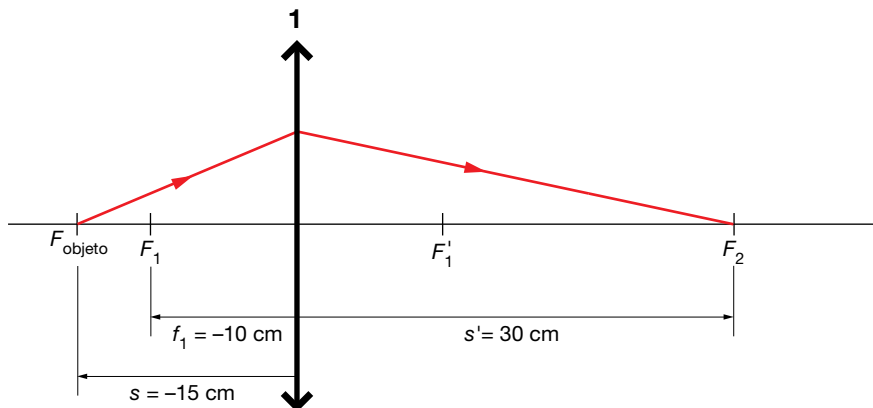
b) Halla gráfica y numéricamente el foco imagen del sistema. Explica el procedimiento seguido.

a) Según la definición de foco objeto, los rayos que parten de él salen paralelos al eje óptico después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes. Para resolver este apartado vamos a buscar, en primer lugar, de dónde viene el rayo que sale paralelo después de atravesar el sistema:



Con respecto a la lente divergente 2, el rayo que sale paralelo (tramo a), traía al llegar a la lente la dirección del foco objeto  $F_2'$  (tramo b).

Con respecto a la lente convergente 1, el rayo hubiera llegado a cortar al eje óptico en el punto  $F_2$ , 30 cm a la derecha de la lente 1:



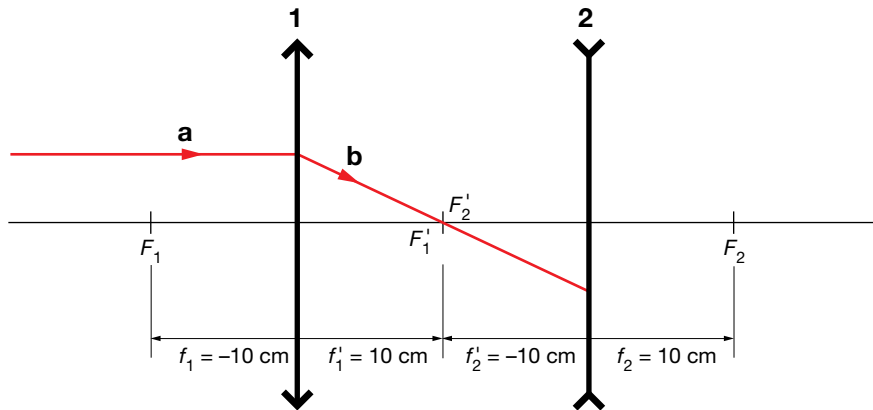
Gráficamente no podemos saber exactamente de qué punto proviene el rayo, pero podemos afirmar que está más allá del foco  $F_1$  de la lente convergente, entre  $F_1$  y el infinito, ya que su imagen es un punto real en  $F_2$ . Si el rayo viniera de un punto entre el foco y la lente, la imagen sería virtual, y se formaría a la izquierda de la lente.

Se puede calcular numéricamente la posición de ese punto, que será el foco objeto,  $F_{\text{objeto}}$ , del sistema. Aplicando la ecuación de correspondencia de las lentes delgadas, tenemos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{10} = \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1-3}{30} = \frac{1}{s} \rightarrow s = -\frac{30}{2} = -15 \text{ cm}$$

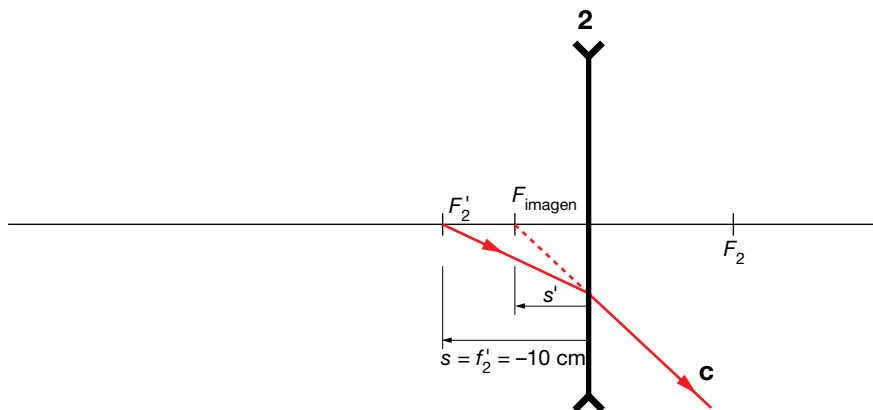
Esa es la distancia objeto y ahí, a 15 cm a la izquierda de la lente 1, está el foco objeto del sistema.

b) Según la definición de foco imagen, los rayos que llegan paralelos a la lente convergen en el foco imagen después de atravesar la lente o, en este caso, el sistema de lentes. Vamos a buscar dónde llega ese rayo que llega a la lente 1 paralelo al eje óptico:



Con respecto a la lente 1, el rayo que llega paralelo al eje óptico (tramo a), pasa por su foco imagen,  $F_1'$ , y alcanza la lente 2 recorriendo el tramo b.

Con respecto a la lente 2, como es divergente, el rayo sale en una dirección (tramo c), cuya prolongación pasaría por el foco imagen del sistema,  $F_{\text{imagen}}$ .



Gráficamente no se puede calcular con exactitud la posición del foco imagen, pero podemos afirmar que está entre  $F_2'$  y la lente 2.

Aplicando la ecuación de correspondencia para las lentes delgadas podemos calcular la posición del foco imagen del sistema formado por las dos lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{-10} \rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{10} - \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{2}{10} \rightarrow s' = -5 \text{ cm}$$

Esa es la distancia imagen, y ahí, 5 cm a la izquierda de la lente 2, está el foco imagen del sistema.

**14 Si con un espejo cóncavo queremos obtener un aumento igual a 3, ¿dónde tendremos que situar el objeto? ¿Y si queremos obtener  $\beta' = 5$ ? Expresa los resultados en función del radio del espejo y concluye hacia dónde debemos mover el objeto para obtener mayor aumento.**

Sustituyendo en la ecuación de correspondencia para los espejos  $f' = 2/r$  y la expresión de  $s'$  en función del aumento lateral se obtiene la siguiente expresión de  $s$  en función de  $r$  y  $\beta'$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \\ \beta' &= -\frac{s'}{s} \rightarrow s' = -\beta' \cdot s \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{s} - \frac{1}{\beta' \cdot s} = \frac{2}{r} \rightarrow s = \frac{r}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta'}\right)$$

Para  $\beta' = 3$ :

$$s = \frac{r}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta'}\right) = \frac{r}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow s = \frac{r}{3}$$

Para  $\beta' = 5$ :

$$s = \frac{r}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta'}\right) = \frac{r}{2} \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \rightarrow s = \frac{2 \cdot r}{5} = 0,4 \cdot r$$

Se observa que cuanto más alejado se sitúa el objeto (cuanto mayor es el valor absoluto de  $s$ ), mayor es el aumento lateral  $\beta'$ . Así, para obtener imágenes mayores, hay que alejar el objeto del espejo cóncavo, pero sin llegar a situarlo en el foco ( $r/2$ ).

**15** Determina con qué radio tiene que construirse el espejo en los dos casos del problema anterior si queremos mirarnos en él a una distancia de 25 cm.

Si hacemos  $s = -25$  cm en las expresiones anteriores:

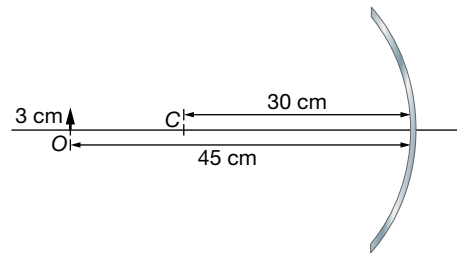
Para  $\beta' = 3$ :

$$s = \frac{r}{3} \rightarrow r = 3 \cdot s = -75 \text{ cm}$$

Para  $\beta' = 5$ :

$$s = 0,4 \cdot r \rightarrow r = 2,5 \cdot s = -62,5 \text{ cm}$$

**16** Un objeto,  $O$ , de 3 cm de altura, está situado a 45 cm del vértice de un espejo esférico cóncavo, de 30 cm de radio de curvatura, como indica la figura:



- a) Calcula la posición y el tamaño de la imagen. Indica si la imagen es real o virtual.
- b) Comprueba gráficamente los resultados mediante un trazado de rayos.
- c) Sustituimos el espejo cóncavo por uno plano. Para la misma posición del objeto, averigua mediante un trazado de rayos a qué distancia del espejo estará la imagen.

a) La ecuación de correspondencia para de los espejos esféricos es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

donde  $s$  y  $s'$  son las distancias del objeto al espejo y de la imagen al espejo respectivamente, y  $f$  es la distancia focal.

La ecuación del aumento lateral es:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

donde  $y$  y  $y'$  son los tamaños del objeto y de la imagen, respectivamente.

Aplicando la ecuación de correspondencia para los espejos esféricos, se puede calcular la posición de la imagen:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-45} = \frac{1}{-15} \quad ; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{45} - \frac{1}{15} = \frac{1-3}{45} = -\frac{2}{45} \quad ; \quad s' = -\frac{45}{2} = -22,5 \text{ cm}$$

La distancia es negativa, lo que indica que la imagen se forma a la izquierda del espejo, con los rayos reflejados. Por tanto, la imagen es real.

Aplicando la ecuación del aumento lateral se obtiene:

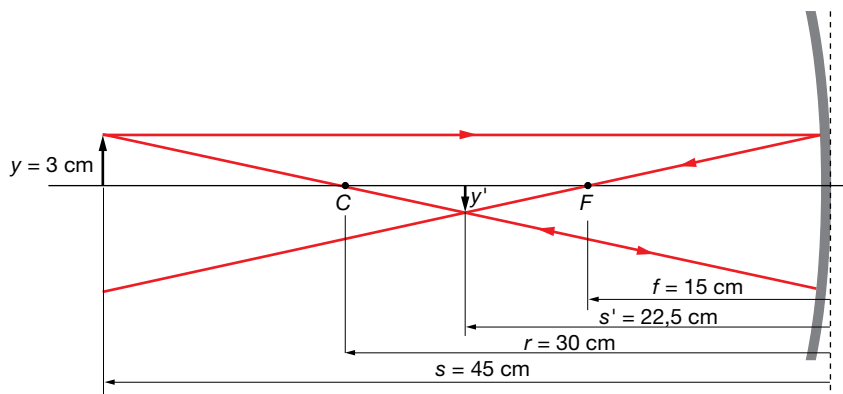
$$\frac{y'}{3} = -\frac{-22,5}{-45} = -\frac{1}{2} ; y' = -\frac{3}{2} = -1,5 \text{ cm}$$

La imagen tiene un tamaño menor que el objeto; concretamente, la mitad que este, y está invertida.

b) Para hallar gráficamente la imagen de un objeto producida por un espejo, se usan al menos dos rayos de trayectoria conocida; allí donde se corten ellos o sus prolongaciones, después de reflejarse en el espejo, estará la imagen del objeto. Estos rayos pueden ser:

- Un rayo proveniente del objeto que sale de él paralelo al eje óptico y que, después de reflejarse en el espejo, pasa por el foco.
- Un rayo que sale del objeto en la dirección que une a este con el centro de curvatura del espejo y que se refleja en el espejo en el misma dirección.
- Un rayo proveniente del objeto que se dirige al foco y que, después de reflejarse en el espejo, sale paralelo al eje óptico.

La construcción geométrica de la imagen del problema es:



Como se ve en la figura, la imagen es real porque se hace con los rayos reflejados. Es menor que el objeto y está invertida.

c) Pasando de la fórmula de los dioptrios esféricos a los planos ( $r$  tiende a infinito) y considerando la reflexión como un caso particular de la refracción en que  $n' = -n$ , se obtienen las fórmulas para la distancia y el tamaño de la imagen de un objeto en un espejo plano:

$$s' = -s ; y' = y$$

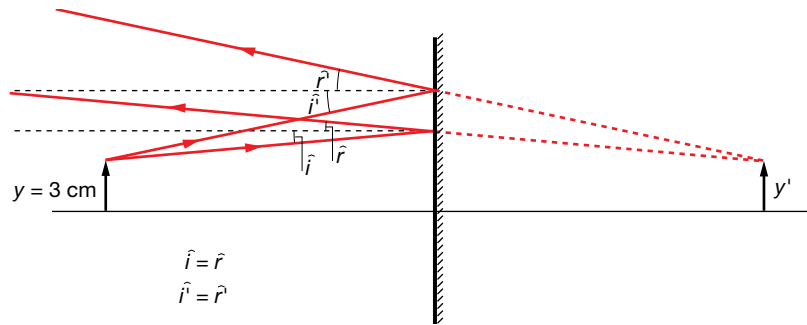
Para hallar gráficamente la imagen se usan dos rayos. Estos rayos se reflejan en el espejo según las leyes de la reflexión, de modo que las prolongaciones de los rayos nos dan la imagen que es, por tanto, virtual.

Las leyes de la reflexión son:

- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.



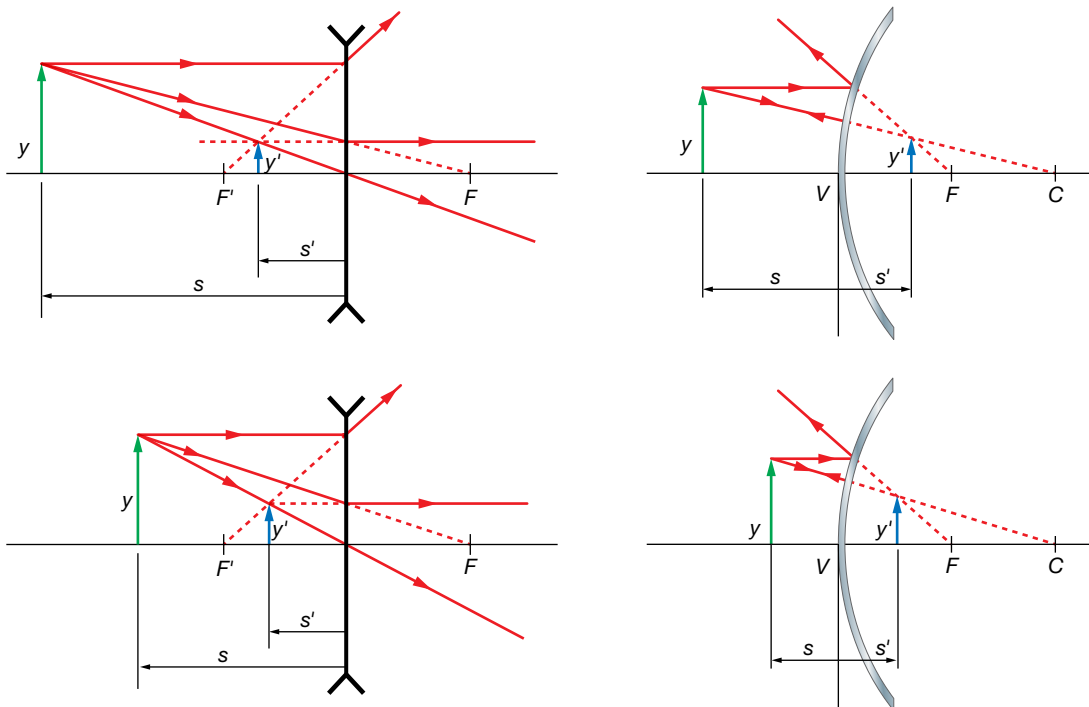
La construcción de la imagen en el espejo plano es:



Vemos que la imagen es virtual porque se hace con las prolongaciones de los rayos. Es, además, de igual tamaño que el objeto y derecha.

**17** ¿Cómo varía el tamaño de la imagen a medida que el objeto se acerca a una lente divergente? ¿Y a un espejo convexo? Ilustra ambos casos mediante trazados de rayos y compáralos.

En la unidad se ha mostrado que las lentes divergentes y los espejos convexos presentan un comportamiento análogo: en ambos sistemas la imagen formada es siempre virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto. Ahora bien, según donde se sitúe el objeto, el aumento variará. Para ilustrar lo que ocurre con el tamaño de la imagen a medida que el objeto se acerca al sistema, realizamos el trazado de rayos para dos posiciones distintas del objeto y los comparamos.



Puede observarse que, a medida que se acerca el objeto al sistema, tanto para la lente divergente como para el espejo cóncavo, el tamaño de la imagen se hace mayor. Para demostrarlo analíticamente, puede procederse análogamente a como se hace en la resolución del problema 20, llegándose en este caso a la expresión:

$$\beta' = \frac{1}{1 + \frac{s}{f'}} \rightarrow \beta' = \frac{1}{1 + \left| \frac{s}{f'} \right|}$$

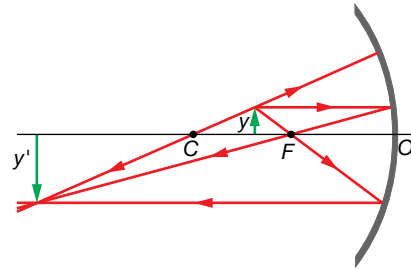
que es válida tanto para la lente divergente como para el espejo cóncavo (este último caso se aborda en la actividad 11 de los epígrafes, en la página 245).

**18** Si un espejo forma una imagen real e invertida y de mayor tamaño que el objeto, se trata de un espejo:

- a) Cónico, con el objeto situado entre el foco y el centro de curvatura.
- b) Cónico, con el objeto situado entre el foco y el espejo.
- c) Convexo, con el objeto en cualquier posición.

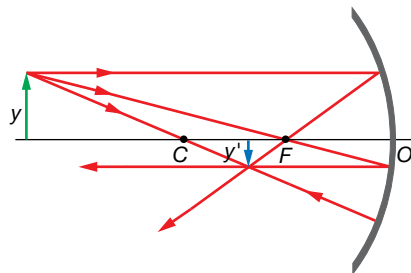
Si la imagen formada es real, se trata de un espejo cóncavo. En un espejo convexo, las imágenes obtenidas siempre son virtuales, derechas, de menor tamaño que el objeto y se sitúan entre el espejo y el foco.

Con el dato de que la imagen es invertida y de mayor tamaño que el objeto, nos están indicando dónde está situado el objeto: está situado entre el centro de curvatura del espejo y el foco. La respuesta correcta es, por tanto, la a).

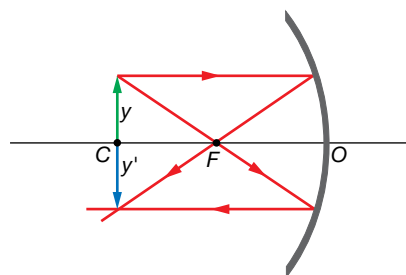


Otras imágenes que se obtienen en un espejo cóncavo, dependiendo de dónde se encuentre situado el objeto son:

- Cuando el objeto está a una distancia mayor que el radio de curvatura, la imagen que se forma es real, invertida, de menor tamaño que el objeto y situada entre el centro de curvatura y el foco:



- Cuando el objeto está situado en el centro de curvatura, la imagen que se forma es real, invertida, de igual tamaño que el objeto y está situada en el mismo punto:



**19** Una superficie esférica muy delgada se platea por ambas caras de modo que refleje la luz actuando como espejo cóncavo o convexo. Cuando se utiliza como espejo cóncavo de distancia focal  $f$ , se observa que un punto objeto  $A$ , que está a una distancia  $a$ , tiene su imagen  $a'$ , una distancia  $a' = a/2$ . Se invierte, a continuación, la superficie y se utiliza como espejo convexo:

- a) ¿Cuál es la posición del punto imagen de  $A$ ?
- b) ¿Cuál es el aumento del espejo convexo?

En los espejos esféricos, la distancia focal es igual a la mitad del radio:

$$f = \frac{r}{2}$$

La ecuación de correspondencia para los espejos esféricos es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f} \quad [1]$$

donde  $s$  y  $s'$  son la distancia del objeto al espejo y la distancia de la imagen al espejo, respectivamente, y  $f$  es la distancia focal.

La ecuación del aumento lateral es:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad [2]$$

donde  $y$  y  $y'$  son el tamaño del objeto y de la imagen, respectivamente.

a) Calculamos, en primer lugar, la distancia focal de la superficie esférica, a partir de los datos de cuando se utiliza como espejo cóncavo.

Según el convenio de signos adoptado:

$$s = -a ; s' = -\frac{a}{2}$$

Por tanto, sustituyendo los datos en la ecuación [1], se obtiene:

$$\frac{1}{-a/2} + \frac{1}{-a} = \frac{1}{f} \rightarrow -\frac{2}{a} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \rightarrow f = -\frac{a}{3}$$

Observa que la distancia focal es negativa, como corresponde a un espejo cóncavo.

Si la superficie esférica se utiliza como un espejo convexo, la distancia focal será la misma, pero cambiada de signo, y la posición del punto imagen se determina a partir de la ecuación de correspondencia para los espejos esféricos.

En este caso, según el convenio de signos:

$$s = -a ; f = \frac{a}{3}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación [1], se obtiene:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-a} = \frac{1}{a/3} \rightarrow s' = \frac{a}{4}$$

b) El aumento en el espejo convexo se calcula a partir de la expresión del aumento lateral, [2]:

$$\beta' = -\frac{s'}{s} = -\frac{a/4}{-a} = \frac{1}{4}$$

Se encuentra que en ambos casos, la imagen es menor que el objeto ( $|\beta'| < 1$ ), en mayor medida cuando la superficie actúa como espejo convexo, al ser el valor absoluto del aumento menor que cuando actúa como espejo cóncavo (siendo en ese caso:  $\beta'' = -s'/s = -1/2$ ). Nótese que cuando la superficie plateada actúa como espejo cóncavo  $\beta'' < 0$ , es decir, la imagen es invertida (además de real), mientras que cuando la superficie actúa como espejo convexo,  $\beta'' > 0$ , es decir, la imagen es derecha (además de virtual).

**20** Se ha mostrado que las lentes convergentes y los espejos cóncavos presentan un comportamiento análogo: cuando el objeto se sitúa entre el foco y el sistema, la imagen es virtual, derecha y mayor que el objeto. Pero ¿cómo debemos ir moviendo el objeto si queremos conseguir un mayor aumento? Estudia analíticamente ambos casos y compáralos.

Para estudiar analíticamente ambos casos, expresamos el aumento ( $\beta'$ ) en función de la distancia objeto ( $s$ ).

Para la lente convergente, sustituyendo en la ecuación de correspondencia la expresión de  $s'$  en función del aumento lateral, se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f'} \\ \beta' = \frac{s'}{s} \rightarrow s' &= -\beta' \cdot s \end{aligned} \right\} \rightarrow -\frac{1}{s} + \frac{1}{\beta' \cdot s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \beta' = \frac{1}{1 + \frac{s}{f'}} \rightarrow \beta' = \frac{1}{1 - \left| \frac{s}{f'} \right|}$$

Donde se ha tenido en cuenta que  $s < 0$  y  $f' > 0$  (ya que, al ser una lente convergente,  $F'$  es real y, por tanto,  $f'$  es positiva), por lo que puede tomarse el valor absoluto del cociente  $s/f'$  anteponiéndole un signo negativo. Teniendo en cuenta la expresión obtenida, se encuentra que, conforme aumenta el valor absoluto de  $s$ , es decir, conforme el objeto se aleja de la lente, mayor es el aumento (siempre sin llegar a situar el objeto sobre el foco,  $F$ ).

Para el espejo cóncavo, sustituyendo en la ecuación de correspondencia para los espejos la expresión de  $s'$  en función del aumento lateral, se obtiene:

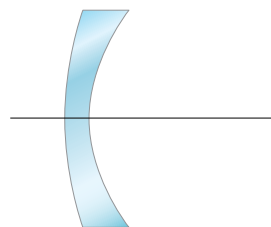
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f} \\ \beta' = -\frac{s'}{s} \rightarrow s' &= -\beta' \cdot s \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{s} - \frac{1}{\beta' \cdot s} = \frac{1}{f} \rightarrow \beta' = \frac{1}{1 - \frac{s}{f}} \rightarrow \beta' = \frac{1}{1 - \left| \frac{s}{f} \right|}$$

Donde se ha tenido en cuenta que  $s < 0$  y  $f = r/2 < 0$  (ya que, al ser un espejo cóncavo,  $r$  es negativo), por lo que puede tomarse el valor absoluto del cociente  $s/f$  sin modificar la expresión. Teniendo en cuenta la expresión obtenida, se encuentra que, conforme aumenta el valor absoluto de  $s$ , es decir, conforme el objeto se aleja del espejo, mayor es el aumento (tal y como se ha comentado en el problema 14).

## El mecanismo óptico de la visión humana

### 21 Atendiendo a su potencia ¿qué tipo de lente es la córnea del ojo humano? ¿Y el cristalino? Razona las respuestas.

Como se ha visto en el ejercicio resuelto número 8 (página 250), tanto la córnea como el cristalino son sistemas ópticos convergentes, pues su potencia es positiva, a pesar de que presenten geometrías distintas (la córnea es un menisco, mientras que el cristalino es biconvexo). Es importante tener en cuenta que, aunque la córnea sea tal y como se muestra en la figura, es decir, más delgada en el centro que en los bordes, su potencia no es negativa al ser muy distintos los índices de refracción de los medios que limita (aire y humor acuoso).



Menisco divergente

### 22 ¿Cuál es la distancia focal y la potencia del sistema óptico del ojo humano cuando se lee la pantalla de un ordenador desde 55 cm de distancia? Supón que el sistema óptico del ojo es una única lente delgada y que el globo ocular, con una longitud de 2,4 cm, está relleno de un humor cuyo índice de refracción es 1,34.

Al estar la pantalla del ordenador (objeto) 55 cm por delante del ojo:  $s = -55$  cm. Como la imagen se forma en la retina, la longitud del globo ocular coincide con la distancia imagen:

$s' = 2,4$  cm. Suponiendo que el sistema óptico del ojo es una única lente delgada, siendo  $n = 1$  y  $n' = 1,34$ , la ecuación de correspondencia quedará:

$$-\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'}{f'} \rightarrow -\frac{1}{-55 \text{ cm}} + \frac{1,34}{2,4} = \frac{1,34}{f'}$$

De donde se obtiene que la distancia focal y la potencia del sistema son:

$$\frac{1}{f'} = \varphi' = \frac{1}{1,34 \cdot 55 \text{ cm}} + \frac{1,34}{2,4} \rightarrow f' = 2,3 \text{ cm} ; \varphi' = 43 \text{ D}$$

**23 Explica en qué consisten las principales ametropías del ojo humano: miopía, hipermetropía y astigmatismo, y cómo se compensan. Ilustra tu explicación empleando diagramas de rayos.**

**Miopía:** la imagen del infinito se forma delante de la retina. Se debe a que el ojo es demasiado potente para la distancia axial (distancia cornea-retina). Normalmente esto se debe a una elevada curvatura de la superficie anterior de la cornea o a una excesiva longitud axial. Se compensa usando lentes con geometría de menisco que disminuyen la potencia total del sistema lente-ojo, es decir, con lentes de potencia negativa o divergentes (ver figura de la derecha de la página 248 del libro del alumnado).

**Hipermetropía:** la imagen del infinito se forma detrás de la córnea. Se debe a que el ojo es demasiado poco potente para la distancia axial (distancia cornea-retina). Normalmente esto se debe a una baja curvatura de la superficie anterior de la cornea o a una reducida longitud axial. Se compensa mediante lentes con geometría de menisco que aumentan la potencia total del sistema lente-ojo, es decir, con lentes de potencia positiva o convergentes (ver figura mencionada anteriormente).

**Astigmatismo:** en lugar de una sola, se producen distintas imágenes a distintas distancias de la retina, como consecuencia de las distintas potencias que posee el sistema óptico ocular según la dirección de incidencia de los rayos luminosos. Normalmente esto se debe a una irregularidad en la superficie anterior de la córnea (y menos frecuentemente del cristalino) que no presenta el mismo radio de curvatura en todas sus partes. Se compensa con lentes con lentes cilíndricas, que introducen distintas potencias en las distintas direcciones, salvo en la dirección perpendicular al eje, en la que actúan como superficies planas. Así se consigue formar una sola imagen en lugar de varias (véase la figura de la derecha de la página 249 del libro del alumnado). También se emplean lentes tóricas, con secciones de superficies como la de un barril, por ejemplo. Ambas lentes suelen combinarse con otras esféricas para compensar la miopía o hipermetropía que pueda estar también presente. Así se forman lentes con una superficie esférica y otra cilíndrica o tórica (lentes esferocilíndricas y esferotóricas, respectivamente).

**Página 264**

**24 En las imágenes siguientes se simula la visión que tendrían tres personas con las ametropías más frecuentes, si no usan lentes compensadoras. Justifica qué imagen corresponde a cada ametropía y explica las causas posibles de cada una de ellas.**



De izquierda a derecha: hipermetropía (porque los planos alejados de la imagen se ven enfocados, no así los cercanos), astigmatismo (porque la imagen se ve distorsionada, sin plano alguno enfocado) y miopía (porque los planos cercanos se ven enfocados y los alejados, no).

**25 Si una persona emétrope se pone las gafas de una miope, ¿verá los objetos lejanos? ¿Y si se pone las gafas de una persona hipermetrope?**

Si una persona emétrope se pone las gafas de una persona miope, su sistema óptico perderá potencia (dado que las lentes para compensar miopía buscan ese efecto, siendo de potencia negativa), por lo que se hará hipermetrope y no podrá ver con nitidez los objetos cercanos, pero puede que sí vea aquellos que estén más lejanos. Si una persona emétrope se pone las gafas de un hipermetrope, su sistema óptico ganará potencia (dado que las lentes para compensar hipermetropía buscan ese efecto, siendo de potencia positiva) por lo que se hará miope y no podrá ver con nitidez los objetos más lejanos, pero puede que sí vea aquellos que estén cercanos.

**26 Explica por qué: a) Los miopes se acercan mucho los objetos para ver sus detalles. b) Las personas mayores se alejan las cosas para verlas mejor. (Supón que no usan lentes compensadoras).**

Los miopes se acercan mucho los objetos para ver sus detalles cuando no llevan lentes compensadoras para situarlos dentro de su intervalo de visión nítida, que está muy cercano a su ojo (ya que su punto próximo está muy cerca de su ojo al estarlo también su punto remoto a causa de su ametropía). Por el mismo motivo, los presbitas se alejan mucho los objetos para ver sus detalles cuando no llevan lentes compensadoras: para situarlos dentro de su intervalo de visión nítida, que está muy lejos de su ojo (puesto que su punto próximo está muy alejado de su ojo, a causa de la pérdida de amplitud de acomodación con la edad).

**27 Una persona tiene una amplitud de acomodación de 4 D. Determina su intervalo de visión nítida sin lentes compensadoras si la graduación de sus lentillas es: a) -2 D. b) 2 D. c) 0 D.**

Este problema es análogo al problema resuelto 4 (página 261), pero en este caso la persona usa lentillas en lugar de gafas. La resolución es la misma, pero considerando ahora que las lentes compensadoras se colocan en contacto con el ojo, es decir:  $s_L = 0$ . Como el foco imagen de la lente compensadora se hace coincidir con el punto remoto, si denominamos  $s_L$  a la distancia de la córnea a la lente (en este caso,  $s_L = 0$ ), se cumple que:

$$s_R = f' + s_L = f'$$

lo que permite determinar la distancia de la córnea al punto remoto ( $s_R$ ).

Entonces, conocida también la amplitud de acomodación ( $A_m = 4$  D), se puede determinar la distancia de la córnea al punto próximo ( $s_P$ ) siendo:

$$A_m = \frac{1}{s_R} - \frac{1}{s_P} \rightarrow \frac{1}{s_P} = \frac{1}{s_R} - A_m$$

a) Lentillas de -2 D: la persona es miope ( $O_R$  es real,  $s_R < 0$ ).

$$\varphi' = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{\varphi'} = \frac{1}{-2 \text{ D}} = -0,5 \text{ m}$$

$$s_R = f' = -50 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s_P} = \frac{1}{s_R} - A_m = \frac{1}{-0,5 \text{ m}} - 4 \text{ D} = -6 \text{ D} \rightarrow s_P = -16,67 \text{ cm}$$

El rango de acomodación está delante del ojo, por lo que coincide con el intervalo de visión nítida y está comprendido entre 16,67 cm y 50 cm.

b) Lentillas de 2 D: la persona es hipermetrope ( $O_R$  es real,  $s_R > 0$ ).

$$\phi' = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{\phi'} = \frac{1}{2 \text{ D}} = 0,5 \text{ m}$$

$$s_R = f' = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s_P} = \frac{1}{s_R} - A_m = \frac{1}{0,5 \text{ m}} - 4 \text{ D} = -2 \text{ D} \rightarrow s_P = -50 \text{ cm}$$

Parte del rango de acomodación está detrás del ojo, al ser la distancia al punto remoto positiva, por lo que el intervalo de visión nítida se extiende desde 50 cm delante del ojo hasta el infinito.

c) La persona es emétrepe ( $O_R$  en el infinito,  $s_R = -\infty \rightarrow 1/s_R = 0$ ).

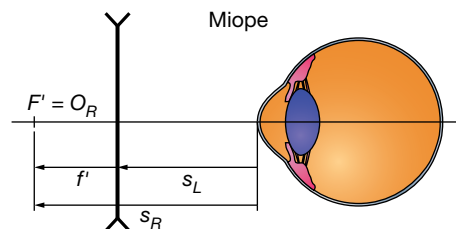
$$\frac{1}{s_P} = \frac{1}{s_R} - A_m = 0 \text{ D} - 4 \text{ D} \rightarrow s_P = -25 \text{ cm}$$

En este caso, el rango de acomodación está delante del ojo, por lo que coincide con el intervalo de visión nítida, que se extiende desde 25 cm hasta el infinito.

Nótese que en el primer caso la persona aún no tendría presbicia (el punto próximo está a una distancia del ojo menor a 25 cm), mientras que en el segundo caso sí y en el último estará en el límite.

**28 Un miope necesita una lente compensadora de  $-2,5$  dioptrías para poder ver nítidamente objetos muy alejados. Calcula a qué distancia máxima puede ver nítidamente sin lente compensadora si: a) La lente está montada en una gafa a  $1,2$  cm del ojo. b) La lente es de contacto (lentilla).**

La distancia máxima que un sujeto puede ver sin lentes compensadoras viene dada por la distancia a su punto remoto ( $s_R$ ). Como se indica en la figura, el foco de la lente compensadora se hace coincidir con dicho punto remoto.



a) Para un sujeto miope con gafas de  $-2,5$  D, situadas a  $1,2$  cm del ojo ( $s_L = -1,2$  cm), la distancia al punto remoto cumple:

$$s_R = f' + s_L = \frac{1}{\phi'} + s_L = \frac{1}{-2,5 \text{ D}} - 0,012 \text{ m} = -0,412 \text{ m} = -41,2 \text{ cm}$$

De manera que la distancia máxima a la que puede ver nítidamente sin lente compensadora es  $41,2$  cm.

b) Para un sujeto miope con lentillas de  $-2,5$  D, situadas en contacto con el ojo ( $s_L = 0$ ), la distancia al punto remoto cumple:

$$s_R = f' + s_L = \frac{1}{\phi'} + s_L = \frac{1}{-2,5 \text{ D}} = -0,4 \text{ m} = -40 \text{ cm}$$

De manera que la distancia máxima a la que puede ver nítidamente sin lente compensadora es  $40$  cm.

Se observa que, puesto que los resultados no coinciden, no se trata del mismo sujeto en los dos casos. Esto significa que la potencia de la lente compensadora adecuada para una persona no es la misma si dicha lente se monta en una gafa que si se trata de una lente de contacto. Dicho de otro modo, la graduación que una persona necesita en sus lentillas es distinta a la que necesitan en sus gafas.

**29** El ojo humano se asemeja a un sistema óptico formado por una lente convergente de +24 mm de distancia focal que forma sobre la retina la imagen de un objeto lejano (en el infinito). Obviando la existencia de los humores en el ojo, calcula:

- La longitud axial del ojo (distancia córnea-retina).
- La posición de la imagen de un árbol que está a 50 m del ojo.
- El tamaño de la imagen de un árbol de 10 m de altura que está a 100 m del ojo.

a) Ya que la retina es donde se forma la imagen de un objeto muy lejano y esta se forma sobre el plano focal imagen, la longitud axial coincide con la distancia focal, siendo entonces de 24 mm.

b) Para el árbol situado 50 m delante del ojo:  $s = -50$  m. Obviando la existencia de humores, en la ecuación de correspondencia se obtiene:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{0,024 \text{ m}} + \frac{1}{-50 \text{ m}} \rightarrow s' \simeq 0,024 \text{ m} = 24 \text{ mm}$$

Se encuentra que la imagen del árbol se forma sobre la retina (el valor de  $s'$  coincide prácticamente con el de la distancia axial).

c) Procedemos de igual forma para un árbol situado 100 m delante del ojo:  $s = -100$  m. Obviando la existencia de humores, en la ecuación de correspondencia se obtiene:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{0,024 \text{ m}} + \frac{1}{-100 \text{ m}} \rightarrow s' \simeq 0,024 \text{ m} = 24 \text{ mm}$$

También en este caso, la imagen del árbol se forma sobre la retina.

A partir del aumento lateral, puede obtenerse el tamaño de la imagen:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 10 \text{ m} \cdot \frac{0,024 \text{ m}}{-100 \text{ m}} = -0,24 \text{ cm} = -2,4 \text{ mm}$$

## Instrumentos ópticos

**30** Describe brevemente el funcionamiento de la cámara fotográfica. Supón que un objetivo normal tiene una sola lente de 50 mm de distancia focal. ¿Dónde se enfocan los objetos que están en el infinito? ¿Dónde se enfocan los objetos que están a 5 m de la cámara, más cerca o más lejos de la lente?

El objetivo de una cámara fotográfica es el sistema óptico encargado de formar la imagen. Está formado por lentes convergentes de gran potencia y, por tanto, distancia focal muy corta. Al ser muy corta la distancia focal del sistema, los objetos van a estar situados siempre fuera de ella y las imágenes van a ser reales. La variación del tamaño de la apertura del diafragma determina la cantidad de luz que entra en la cámara y la luminosidad de la imagen. El sensor compuesto por píxeles fotosensibles (granos de plata en la antigua película fotográfica) es el lugar donde se recoge la imagen formada por el objetivo. Los detectores que componen el sensor transforman la luz en señales eléctricas que pueden ser transmitidas para su posterior tratamiento. La imagen formada es real, invertida y menor que el objeto correspondiente, como ocurre cuando un objeto se encuentra considerablemente más alejado que el foco en un sistema óptico convergente. En la cámara digital, la señal eléctrica se codifica mediante un código binario de ceros y unos, y se almacena en una tarjeta de memoria a la que puede accederse mediante programas informáticos, ya sea el software interno de la cámara u otro instalado en un ordenador. Así, se puede editar la imagen y visualizarla en el monitor de la cámara o del ordenador. Mediante el proceso de enfoque se consigue que la imagen del objeto que se desea fotografiar se forme justo en la zona fotosensible. En la cámara fotográfica, como en todos los sistemas convergentes, los rayos procedentes del infinito convergen en el foco imagen. Teniendo esto en cuenta, el foco imagen del objetivo se sitúa en el sensor de la cámara. De este modo, la imagen de



los objetos lejanos se forma sobre el sensor, pero la de objetos más próximos se forma por detrás del foco imagen, por lo que no se recogería en el sensor. Para solventar esto, se alejan del sensor las lentes del objetivo, haciendo que la imagen se forme de nuevo sobre él.

Suponiendo que el objetivo de la cámara tiene una sola lente de 50 mm de distancia focal, los objetos que están en el infinito se enfocan a 50 mm de la lente (en su foco imagen). Los objetos que están a 5 m de la cámara se enfocan más lejos de la lente (por detrás del foco imagen).

**31 Una cámara fotográfica da una imagen nítida de una montaña alejada cuando la lente del objetivo está a 8 cm del sensor. ¿Qué ajuste se requiere para enfocar un objeto situado a 72 cm de la lente?**

Como la cámara fotográfica da una imagen nítida de una montaña alejada cuando la lente del objetivo está a 8 cm del sensor, será  $f' = 8$  cm. Sustituyendo este valor en la ecuación de correspondencia del objetivo para un objeto situado a 72 cm ( $s = -72$  cm) se obtiene:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{8 \text{ cm}} + \frac{1}{-72 \text{ cm}} \rightarrow s' = 9 \text{ cm}$$

Es decir, es necesario separar el objetivo del sensor 1 cm para que, en vez de a 8 cm, se encuentre a 9 cm, donde se forma la imagen del objeto indicado.

**32 Se dispone de una lente convergente (una lupa de distancia focal 5 cm) que se utiliza para ver sellos.**

a) ¿A qué distancia de ella se enfocarán los rayos solares?

b) Determina dónde hay que colocar los sellos si se quiere que su imagen sea diez veces mayor.

c) Determina las características de la imagen obtenida si el sello se coloca a 6 cm de la lente.

a) Como los rayos solares inciden paralelos al eje óptico (el Sol actúa como un objeto situado en el infinito), se enfocarán a 5 cm, en el foco imagen de la lupa.

b) Si se quiere una imagen 10 veces mayor hay que imponer:  $\beta' = 10$ . Sustituyendo en la ecuación de correspondencia de la lente convergente la expresión de  $s'$  en función del aumento lateral y despejando  $s$ , se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{f'} \\ \beta' = \frac{s'}{s} \rightarrow s' &= -\beta' \cdot s \end{aligned} \right\} \rightarrow -\frac{1}{s} + \frac{1}{-\beta' \cdot s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = f' \cdot \left( \frac{1}{\beta'} - 1 \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow s = 5 \text{ cm} \cdot \left( \frac{1}{10} - 1 \right) = -4,5 \text{ cm}$$

c) Si el sello se coloca a 6 cm de la lupa, estará más alejado de ella que el foco, por lo que su imagen será real ( $s > 0$ ), invertida ( $\beta' < 0$ ) y aumentada ( $|\beta'| > 1$ ), como puede comprobarse sustituyendo  $s = -6$  cm en la ecuación de correspondencia de la lupa de  $f' = 5$  cm. Además, se encuentra que la imagen del sello se forma 30 cm a la derecha de la lupa. Esto significa que será muy poco probable que una persona pueda verla, pues debería colocar la lupa a una distancia de su ojo igual a la suma de su distancia al punto próximo más 30 cm. Por eso, para ver la imagen del sello con comodidad, este debe colocarse entre la lupa y su foco (a menos de 5 cm de la lupa, en este caso).

**33 Miramos con una lupa de 5 D a un pulgón y a un mosquito, situados a 10 cm y 15 cm de ella, respectivamente. Si ambos insectos tienen igual tamaño (1 mm), ¿cuál de los dos veremos mayor a través de la lupa? ¿Cuál veremos más lejos?**

Sustituyendo en la ecuación de correspondencia de la lupa:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} = \varphi' \rightarrow \frac{1}{s'} = \varphi' + \frac{1}{s} \rightarrow s' = \frac{1}{\varphi' + \frac{1}{s}} = \frac{1}{5 \text{ D} + \frac{1}{s}}$$

y empleando la expresión de su aumento lateral:

$$\varphi' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y$$

Pulgón ( $s = -10 \text{ cm}$ ):

$$s' = \frac{1}{5 \text{ D} - \frac{1}{0,1 \text{ m}}} = -\frac{1}{5 \text{ D}} = -20 \text{ cm} \rightarrow y' = \frac{-20 \text{ cm}}{-10 \text{ cm}} \cdot 1 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$$

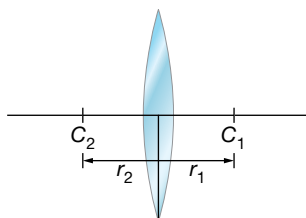
Mosquito ( $s = -15 \text{ cm}$ ):

$$s' = \frac{1}{5 \text{ D} - \frac{1}{0,15 \text{ m}}} = -\frac{1}{\frac{5}{3} \text{ D}} = -60 \text{ cm} \rightarrow y' = \frac{-60 \text{ cm}}{-15 \text{ cm}} \cdot 1 \text{ mm} = 4 \text{ mm}$$

Se encuentra que, a través de la lupa, el mosquito se ve mayor y más lejos que el pulgón. Nótese que ambos insectos están más próximos a la lupa que su foco, por lo que sus imágenes son virtuales derechas y aumentadas, además de encontrarse a una distancia de la lupa que permite su visión cómodamente.

**34** La lente del objetivo de la cámara de un teléfono móvil es biconvexa de radio 7 mm y está hecha de un plástico con 1,55 de índice de refracción. Extraemos la lente y situamos 4 mm a su izquierda un objeto. Determina la posición y las características de la imagen. ¿Está funcionando el objetivo de la cámara como otro instrumento?

Si la lente es biconvexa, será como la de la figura, siendo:  $r_1 = -r_2 = 7 \text{ mm}$ .



Con dichos valores de los radios y  $n = 1,55$ , la potencia y la distancia focal de la lente son:

$$\varphi' = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1,55-1) \cdot \left( \frac{2}{0,007 \text{ m}} \right) \approx 157 \text{ D} \rightarrow f' \approx 6,4 \text{ mm}$$

Nótese que se trata de una lente muy potente (como era de esperar al ser sus superficies de gran curvatura, por ser el valor absoluto de sus radios muy pequeño).

La posición de la imagen vendrá dada por la ecuación de correspondencia:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = 157 \text{ D} + \frac{1}{-0,004 \text{ m}} \rightarrow s = -11 \text{ mm}$$

siendo su aumento:

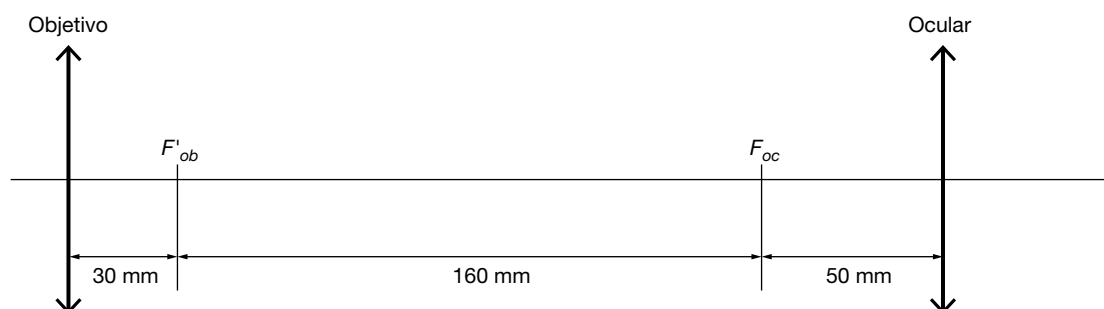
$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-11 \text{ mm}}{-4 \text{ mm}} = 2,75$$

La imagen se forma 11 mm a la izquierda de la lente, por lo que es virtual ( $s' < 0$ ), además es derecha ( $\beta' > 0$ ) y aumentada ( $|\beta'| > 1$ ).

La lente está funcionando como una lupa: colocando el objeto dentro de su distancia focal, proporciona una imagen virtual, aumentada, derecha y a una distancia que permite su visión cómoda.

- 35** Determina la distancia a la que deben situarse los objetos en un microscopio para que puedan observarse sin realizar un esfuerzo de acomodación. La distancia entre  $F'_{ob}$  y  $F_{oc}$  es 160 mm, siendo  $f_{ob} = 30$  mm y  $f'_{oc} = 50$  mm.

Suponiendo que el usuario del microscopio es emétrope o usa lentes para compensar su ametropía, a fin de que pueda observar la imagen que proporciona el instrumento sin realizar un esfuerzo de acomodación, esta deberá formarse en el infinito. Dicho de otro modo, la distancia de la imagen que forma el ocular debe ser infinito ( $s'_{oc} = \infty$ ) y, por tanto, su distancia objeto debe coincidir con su distancia focal objeto del ocular ( $s_{oc} = f_{oc} = -f'_{oc} = -50$  mm). Esto significa que la imagen que proporciona el objetivo debe formarse sobre el foco objeto del ocular ( $F_{oc}$ ). Teniendo en cuenta que la distancia entre  $F'_{ob}$  y  $F_{oc}$  es 160 mm, para dicha imagen se cumple:  $s'_{ob} = f'_{ob} + 160$  mm = 190 mm, que es la distancia entre el objetivo y el foco objeto del ocular (ver figura).



La posición del objeto vendrá dada por la ecuación de correspondencia del objetivo:

$$-\frac{1}{s_{ob}} + \frac{1}{s'_{ob}} = \frac{1}{f'_{ob}} \rightarrow \frac{1}{s_{ob}} = \frac{1}{s'_{ob}} - \frac{1}{f'_{ob}} = \frac{1}{190 \text{ mm}} - \frac{1}{30 \text{ mm}} \rightarrow s_{ob} \approx -36 \text{ mm}$$

Es decir, el objeto debe colocarse 36 mm a la izquierda del objetivo para que la imagen final que proporciona el microscopio (la que forma el ocular) pueda verse sin realizar un esfuerzo de acomodación.

**Página 265**

- 36** Un microscopio tiene como objetivo una lente de 5 cm de distancia focal y como ocular, otra de 10 cm de distancia focal. Si el objeto se coloca a 10 cm del objetivo, determina la posición del ocular para que la imagen final esté en el infinito. Realiza el trazado de rayos correspondiente.

La posición de la imagen que forma el objetivo vendrá dada por su ecuación de correspondencia:

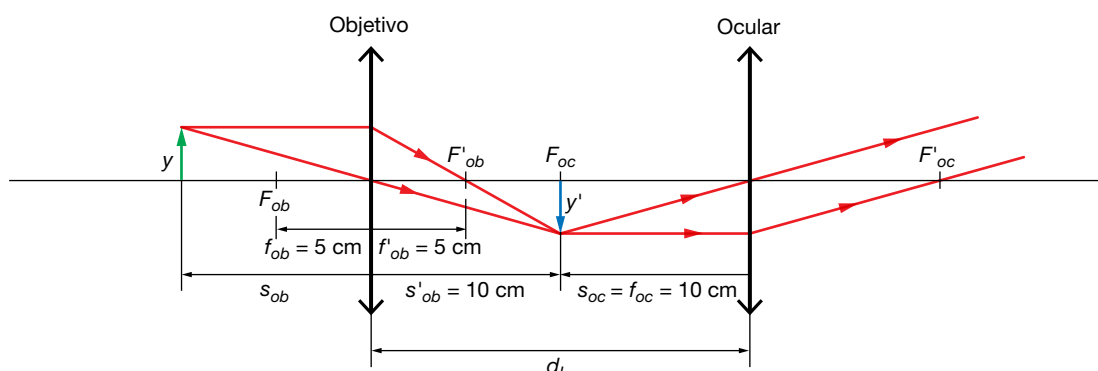
$$-\frac{1}{s_{ob}} + \frac{1}{s'_{ob}} = \frac{1}{f'_{ob}} \rightarrow \frac{1}{s'_{ob}} = \frac{1}{f'_{ob}} + \frac{1}{s_{ob}} = \frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{10 \text{ cm}} \rightarrow s'_{ob} = 10 \text{ cm}$$

Como dicha imagen ha de formarse sobre el foco objeto del ocular para que la imagen final esté en el infinito, el ocular debe colocarse a una distancia del objetivo ( $d_L$ ) que cumpla:

$$d_L = s'_{ob} - f_{oc} = s'_{ob} + f'_{oc} = 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

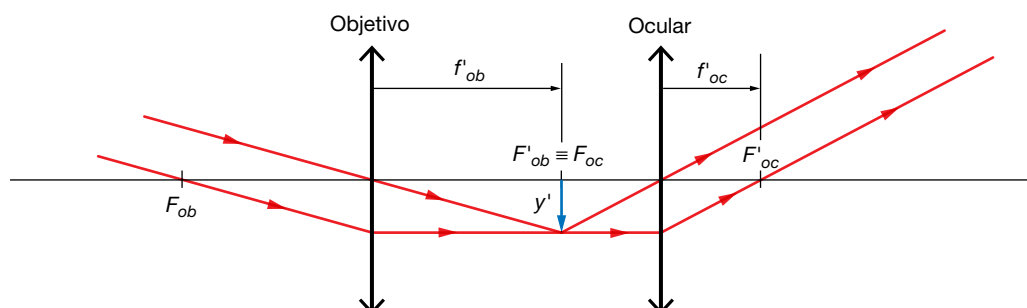
Es decir, el ocular debe colocarse 20 cm a la izquierda del objetivo para que la imagen final que proporciona el microscopio esté en el infinito.

En la figura siguiente se muestra el trazado de rayos correspondiente:



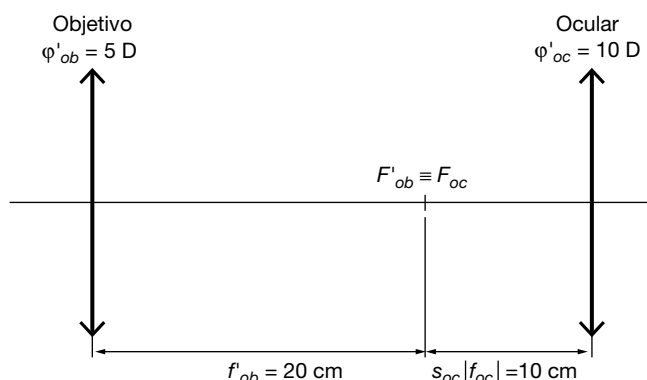
**37** ¿Cuál es la longitud mínima de un anteojo astronómico constituido por una lente de 5 D y otra de 10 D? Si dispones de una lente de  $-8$  D, ¿con cuál de las lentes anteriores la combinarías para construir un anteojo de Galileo? ¿Cuál sería la longitud mínima de este anteojo? Justifica las respuestas. Haz un esquema de cada anteojo, indicando la posición y la potencia de las lentes que actúan como objetivo y como ocular en cada caso.

Para averiguar cuál de las lentes debe actuar como objetivo y cuál como ocular, tenemos que tener en cuenta que cuanto mayor es el ángulo bajo el cual observamos un objeto o la imagen que de él proporciona un instrumento, mayor es el tamaño de la imagen que se forma en nuestra retina (como se muestra en la figura de la izquierda de la página 253), lo que hace que también sea mayor la posibilidad de observar detalles del objeto. Así, interesa que el ángulo que subtende la imagen final que observamos con el anteojo sea mayor que el ángulo que subtende el objeto. Como el anteojo es un sistema afocal, objeto e imagen están en el infinito, por lo que el ángulo que subtenden viene dado por el ángulo que forma con el eje óptico el haz de rayos paralelos a la entrada y a la salida del instrumento, respectivamente. Como se observa en la figura siguiente, las tangentes de los ángulos subtendidos por objeto e imagen son, respectivamente:  $y'/f'_{ob}$  e  $y'/f'_{oc}$ .



Así, cuanto menor sea la distancia focal, mayor será la tangente del ángulo subtendido y mayor será también dicho ángulo. Por eso, para que el ángulo subtendido por la imagen sea mayor que el subtendido por el objeto (para que el ángulo que forman los rayos con el eje sea mayor a la salida del instrumento que a la entrada) la distancia focal del ocular debe ser menor que la del objetivo y, por tanto, el ocular debe ser la lente más potente. En este

caso, como el anteojo astronómico está constituido por una lente de 5 D y otra de 10 D, la primera será el objetivo y, la segunda, el ocular, como se muestra en la figura siguiente:



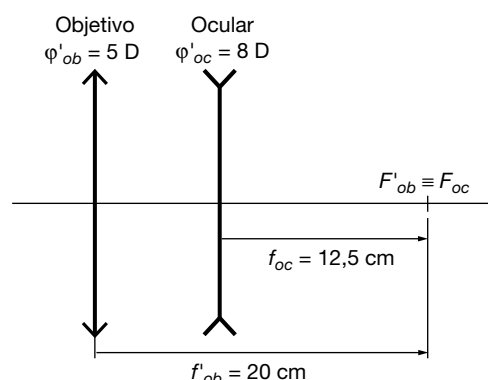
La longitud mínima de un anteojo es la distancia entre las lentes objetivo y ocular. En el anteojo astronómico de este caso, dicha longitud mínima vendrá dada por la suma de la distancia focal imagen del objetivo y el valor absoluto de la distancia focal objeto del ocular:

$$f'_{ob} + |f_{oc}| = f'_{ob} + f'_{oc} = \frac{1}{\varphi'_{ob}} + \frac{1}{\varphi'_{oc}} = \frac{1}{5 \text{ D}} + \frac{1}{10 \text{ D}} = 20 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

En un anteojo de Galileo, el foco imagen del objetivo debe coincidir con el foco objeto del ocular. Ello implica que la distancia focal imagen del objetivo debe ser mayor que la distancia focal objeto del ocular ( $f'_{ob} > f_{oc}$ ). En este caso, la focal objeto del ocular es:

$$f_{oc} = -f'_{oc} = -\frac{1}{\varphi'_{oc}} = -\frac{1}{-8 \text{ D}} = 12,5 \text{ cm}$$

De las dos lentes convergentes disponibles, solo cumple la condición  $f'_{ob} > f_{oc}$  la de 5 D ( $f'_{ob} = 20 \text{ cm} > f_{oc} = 12,5 \text{ cm}$ ). Por ello, el anteojo de Galileo se construirá con la lente de 5 D como objetivo, como se muestra en la figura siguiente.



En el anteojo de Galileo de este caso, la longitud mínima (distancia entre objetivo y ocular) vendrá dada por la diferencia de la distancia focal imagen del objetivo y la distancia focal objeto del ocular:

$$f'_{ob} - f_{oc} = f'_{ob} + f'_{oc} = \frac{1}{\varphi'_{ob}} + \frac{1}{\varphi'_{oc}} = \frac{1}{5 \text{ D}} + \frac{1}{-8 \text{ D}} = 20 \text{ cm} - 12,5 \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$$

Nótese que se trata de una longitud muy inferior a la del anteojo astronómico anterior.

- 38** Suponiendo que fuese posible la situación representada en la siguiente imagen, reflexiona sobre ella desde un punto de vista científico y coméntala. ¿Qué instrumentos alternativos a los prismáticos recomendarías en una situación como la representada pero real?



La pregunta pretende recalcar que no tiene sentido alejar un objeto si luego es necesario emplear un instrumento que permita verlo a esa distancia lejana, como es el caso de los prismáticos representados en la imagen. Por el contrario, sería más conveniente situar el objeto a una distancia cómoda, más próxima, y emplear un instrumento adecuado para verlo a dicha distancia. En este caso el instrumento sería unas lentes oftálmicas para presbicia: lentes convergentes denominadas lentes de adición.

- 39** Indica las principales diferencias que existen entre las siguientes parejas de instrumentos ópticos, señalando una aplicación distinta de cada uno de ellos:

- Lupa y microscopio.
- Microscopio y telescopio.
- Telescopio y antejo.
- Antejo astronómico y terrestre.

a) Lupa y microscopio: la lupa o microscopio simple es una sola lente convergente muy potente (se emplea para asistir a profesionales en el desarrollo de trabajos con objetos cercanos que requieren gran precisión, como la microelectrónica), mientras que el microscopio es un sistema compuesto de dos lentes convergentes, objetivo y ocular, que proporciona un mayor aumento que la lupa (permite observar tejidos en laboratorios de análisis clínicos).

b) Microscopio y telescopio: el microscopio se emplea para observar objetos cercanos, mientras que el telescopio se usa para observar objetos lejanos (observación de objetos astronómicos alejados como, por ejemplo, estrellas).

c) Telescopio y antejo: el telescopio se emplea para observar objetos más lejanos y su objetivo suele ser un espejo, mientras que el antejo se emplea para observar objetos menos alejados y su objetivo está constituido por una lente (observación de objetos astronómicos próximos como, por ejemplo, la Luna).

d) Antejo astronómico y terrestre: en el antejo astronómico la imagen final es invertida, mientras que en el terrestre es derecha (observación de objetos lejanos en la Tierra, como miras y visores en armas para caza).