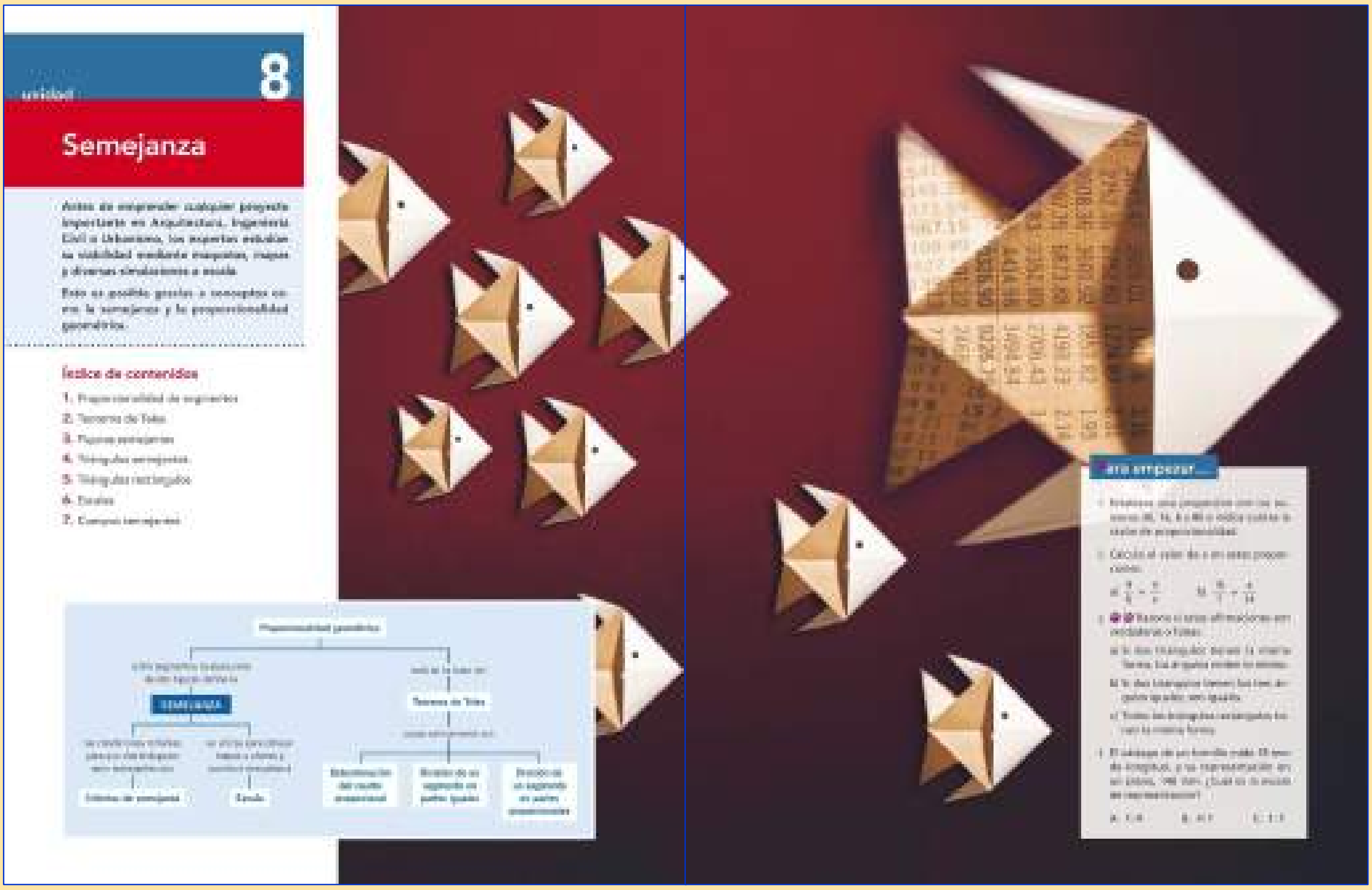


INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ La finalidad de esta unidad consiste en el estudio de la semejanza entre objetos y sus aplicaciones, a partir del concepto de proporcionalidad.

En primer lugar leeremos el texto introductorio y observaremos la imagen de presentación. Después los comentaremos con los alumnos y alumnas siguiendo este cuestionario:

– *¿En qué consiste la simulación a escala? ¿Dónde estamos acostumbrados a ver escalas?*

– *¿Qué concepto visto en temas anteriores se aplicará para la construcción de objetos a escala?*

– *¿Qué significa que dos objetos son semejantes?*

– *¿Son semejantes los objetos de la imagen? ¿Por qué?*

– *¿Se te ocurre alguna aplicación de la semejanza entre objetos? ¿Para qué nos puede ser útil?*

■ A continuación prestaremos atención al índice de contenidos y al esquema de esta unidad didáctica, y plantearemos estas preguntas al alumnado:

– *¿Podrías dibujar dos triángulos semejantes?*

– *¿Cuándo dos segmentos son proporcionales?*

Empezamos la unidad

■ Con el fin de introducir y repasar ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se proponen una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

– En la actividad 1 se repasan los conceptos de proporción y razón de proporcionalidad estudiados en el tema anterior y que en esta unidad aplicaremos a la geometría.

– La actividad 2 revisa las propiedades de las proporciones.

– En la actividad 3 se repasa, de manera directa e indirecta, el concepto de semejanza de triángulos. El alumnado deberá recordar, entre otras cosas, las razones de proporcionalidad.

– La actividad 4 introduce el concepto de escalas como relación de proporcionalidad.

■ Para concluir esta introducción a la unidad, pediremos al alumnado que resuelva por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*, de manera que identifiquen sus fortalezas y caren-cias en relación al tema que comienza, tomando conciencia de sus conocimientos previos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 4.* Expresar de forma escrita los conocimientos adquiridos en cursos anteriores al resolver la actividad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2, 3 y 4.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 1 y 2.* Saber transformar la información sobre proporcionalidad, recopilada en cursos anteriores en conocimiento propio.

■ *Esquema pág. 166.* Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto pág. 166.* Valorar conceptos como la semejanza y la proporcionalidad geométrica como una parte importante de las Matemáticas que nos permitirá aplicaciones muy amplias.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 2 y 4.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para iniciar la unidad sobre la semejanza y la proporcionalidad geométrica les propondremos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747424

Se trata de una perspectiva cónica central de un paisaje, que nos permitirá descubrir uno de los recursos que utilizan los profesionales para elaborar qualquier proyecto.

Pediremos a los alumnos que observen la perspectiva y, a continuación, les preguntaremos:

- *¿Qué elementos semejantes descubres en ella?*
- *¿Podrías decir que relación mantienen entre ellos? ¿Cómo están situados en el dibujo?*
- *¿En la realidad tienen esa mesura? ¿Qué otra técnica ilustrativa también se nos presentan los elementos de la realidad de la misma forma?*

Seria interesante proponer hacer una pequeña perspectiva para observar el uso de la proporción de la realidad al dibujo y al mismo tiempo, el uso de la semejanza para representar el espacio de la profundidad.

Educamos en valores

Autoestima personal y espíritu de superación

■ La enseñanza de las matemáticas y, en particular, de la geometría, destaca la importancia de la claridad y de la precisión de la información que se quiera comunicar.

A lo largo de la unidad didáctica se proponen métodos de trabajo y se presentan construcciones geométricas que refuerzan el valor de la precisión y la claridad.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de esta unidad didáctica que contribuyen a conseguir este objetivo:

– En las actividades 92 y 93 de la página 185 se proponen ejercicios donde se debe construir una figura geométrica para plantear el problema.

– En la actividad 9 y en las actividades de la página 187 se pone de relieve la importancia de la precisión en las representaciones planas y se practica la medida.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 167

Para empezar…

1. La proporción entre estos números y la razón de proporcionalidad son:

$$\frac{80}{30} = \frac{16}{6} = 2,67$$

2. a) $x = \dfrac{3 \cdot 6}{9} \Rightarrow x = 2$

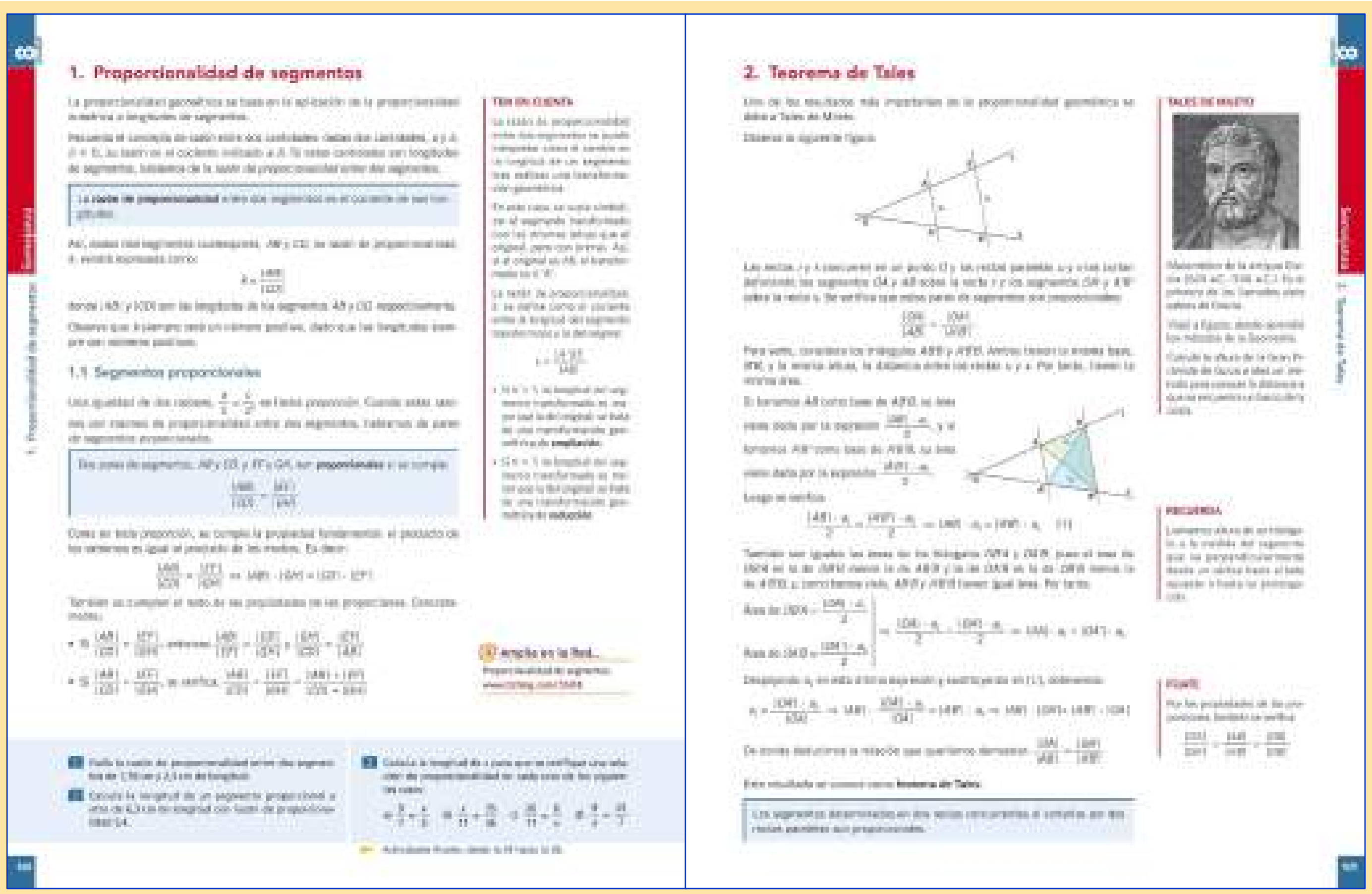
b) $x = \dfrac{15 \cdot 14}{7} \Rightarrow x = 30$

3. a) Verdadero. Dos triángulos tienen la misma forma si son proporcionales. Los ángulos de dos triángulos proporcionales son iguales.

b) Verdadero. Dos triángulos cuyos ángulos sean iguales son semejantes y, por tanto, tendrán la misma forma.

c) Falso. Dos triángulos tienen la misma forma si son proporcionales. Solamente serán proporcionales si tienen un ángulo agudo igual.

4. La escala de representación es la opción B (4:1) porque a 4 unidades en la representación le corresponde 1 unidad en el objeto real.


1. Proporcionalidad de segmentos

2. Teorema de Tales

1. PROPORCIONALIDAD DE… / 2. TEOREMA DE…

■ El objetivo de esta sección es el estudio de la proporcionalidad entre segmentos y sus propiedades.

Para empezar los alumnos y alumnas leerán la primera parte de la sección, junto con la nota *Ten en cuenta* del margen, y a continuación les preguntaremos:

– *¿Cómo se expresa la razón de proporcionalidad entre dos segmentos?*

– *¿Puede ser dicha constante menor que 1? ¿Y negativa?*

– *¿Cómo podemos interpretar la razón de proporcionalidad entre segmentos?*

– *¿Cuándo decimos que se trata de una transformación geométrica de reducción?*

1.1 Segmentos proporcionales

■ Proseguiremos leyendo el primer apartado, que comentaremos a través de estas cuestiones:

– *¿Cuándo se dice que dos pares de segmentos son proporcionales?*

– *¿Si intercambiamos los medios o los extremos obtendríamos la misma razón de proporcionalidad?*

– *¿Qué otras propiedades se cumplen en la proporcionalidad de segmentos?*

■ Como repaso de estos conceptos introducidos, el alumnado puede acceder al recurso *@Amplía en la Red.*

Después afianzará los conocimientos teóricos adquiridos por medio de los ejercicios planteados en el libro.

■ El objetivo de la siguiente sección es presentar el teorema de Tales y sus aplicaciones.

Comenzaremos leyendo los dos primeros párrafos, donde se introduce el teorema de Tales, y a continuación observaremos atentamente su demostración, fijándonos en la pista de la nota *Recuerda*:

– *¿Qué condiciones deben cumplir las rectas para que se dé la proporcionalidad de los pares de segmentos?*

– *¿Por qué los áreas de OB’A y OA’B son iguales?*

■ Después leeremos el apunte del margen *Fíjate y* el enunciado del Teorema de Tales en el recuadro coloreado:

– *¿Qué propiedades hemos aplicado para obtener las igualdades indicadas en la nota Fíjate?*

– *¿Qué enuncia el teorema de Tales?*

– *¿Se te ocurre alguna aplicación de dicho teorema?*

Por último aprenderemos, en la nota del margen, quién era *Tales de Mileto* y su aportación a las matemáticas y en general a la ciencia y la cultura.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 2 y 3.* Leer, comprender e interpretar los enunciados procesando los datos de manera ordenada.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 y 2.* Aplicar los conceptos sobre razón de proporcionalidad, de forma repetitiva para mejorar la eficacia de resolución.
- *Act. 3.* Establecer paralelismos y similitudes entre varios elementos dados, para resolver las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 2.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre segmentos proporcionales.
- *Act. 3.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para seguir trabajando la proporcionalidad entre segmentos y para practicar con el concepto de razón de proporcionalidad.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar con la proporcionalidad geométrica, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747425

Es un recurso con diferentes actividades interactivas que el profesor podrá proponer a sus alumnos para reforzar los contenidos.

Nuestros alumnos encontrarán las pautas a seguir activando y moviendo los puntos en las rectas y comprobarán qué sucede si creamos figuras semejantes.

Podemos pedirles que en grupo inventen un ejercicio semejante y que lo practiquen con sus compañeros. Como son actividades autocorrectivas, facilitan un aprendizaje autónomo y crean motivación entre ellos.

Más adelante podrán volver a este recurso para practicar con la creación de polígonos semejantes.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 168

1. La razón es el cociente de sus longitudes:

$$k = \frac{1,76}{2,3} = 0,7652 < 1$$

2. La razón es el cociente de sus longitudes:

$$5,4 = \frac{x}{6,3} \Rightarrow k = 5,4 \cdot 6,3 = 34,02$$

La longitud del segmento es 34,02 cm

3. El producto de los extremos es igual al producto de los medios:

a) $\frac{9}{7} = \frac{x}{5}$

$7x = 45$

$x = \frac{45}{7} \simeq 6,43$

b) $\frac{x}{11} = \frac{35}{36}$

$36x = 385$

$x = \frac{385}{36} \simeq 10,69$

c) $\frac{26}{11} = \frac{6}{x}$

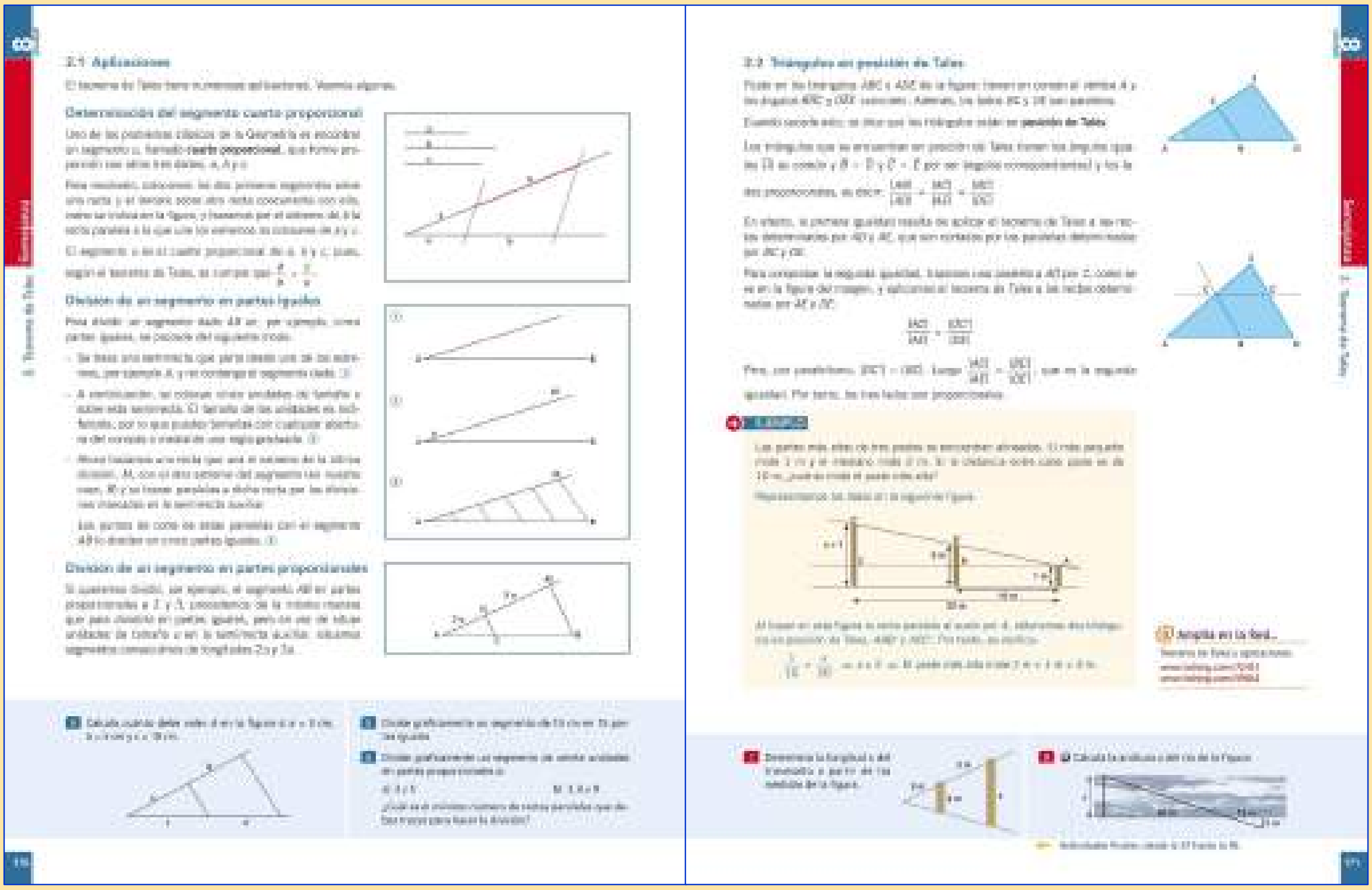
$26x = 66$

$x = \frac{66}{26} \simeq 2,54$

d) $\frac{9}{x} = \frac{25}{7}$

$25x = 63$

$x = \frac{63}{25} = 2,52$



2. TEOREMA DE TALES (CONT.)

2.1 Aplicaciones

■ A continuación trabajaremos tres aplicaciones del Teorema de Tales.

Leeremos la primera de ellas, *determinación del cuarto proporcional*, apoyándonos en el esquema de la derecha para su comprensión:

- *¿A qué se denomina cuarto proporcional de tres segmentos dados?*
- *Describe el proceso para calcularlo gráficamente.*

■ Leeremos después la segunda aplicación, *división de un segmento en partes iguales*, observando el esquema y analizándolo con los alumnos y alumnas:

- *¿Cuánto deben medir las divisiones de la semirrecta concurrente con el segmento?*
- *¿Cuál es el siguiente paso para dividir el segmento?*
- *¿Cómo sabemos que las divisiones del segmento obtenidas son iguales?*

■ A continuación observaremos el procedimiento seguido y el esquema de la tercera aplicación de Tales, *división de un segmento en partes proporcionales:*

- *¿Qué diferencia hay entre este método y el anterior?*

Ahora los alumnos y alumnas contestarán a las actividades propuestas en la página 170 del libro.

2.2 Triángulos en posición de Tales

■ Seguidamente leeremos el segundo apartado, y recogeremos las ideas principales en el siguiente cuestionario:

- *¿Cuándo se dice que dos triángulos están en posición de Tales?*
- *¿Qué caracteriza a los lados y ángulos de dos triángulos en posición de Tales?*
- *¿Cómo son los tres lados de dos triángulos en posición de Tales?*

■ Después analizaremos el ejemplo resuelto, como aplicación práctica de los triángulos de Tales:

- *¿Por qué son dos triángulos de Tales?*
- *¿Cómo hemos obtenido la igualdad 1/10 = x/20?*
- *¿Por qué le hemos sumado 1 metro al resultado?*

■ Para poner en práctica las aplicaciones del teorema de Tales, los alumnos y alumnas accederán a los recursos web indicados en el epígrafe *@Amplía en la Red.* Pueden resolver los casos planteados por parejas y comprobar las soluciones en el recurso web.

Después pediremos al alumnado que resuelva en su cuaderno de manera individual los ejercicios propuestos en el libro, en el página 171.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 6.* Interpretar los enunciados procesando los datos de manera ordenada.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 4.* Adquirir confianza en uno mismo y gusto por aprender al resolver las actividades.

■ *Acts. 5 y 6.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

■ *Acts. 7 y 8.* Trabajar la aplicación de los triángulos en posición de Tales y utilizar algunas estrategias de manera sistemática.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 4 y 6.* Reflexionar antes de resolver las actividades y tomar decisiones de forma razonada.

■ *Act. 8.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre triángulos en posición de Tales.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 4 nos plantea un ejercicio donde afinar la identificación de triángulos semejantes en posición de Tales.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para trabajar en clase las aplicaciones del teorema de Tales, proponemos entrar en este enlace del Proyecto Gauss:

http://www.tiching.com/747426

Es un recurso interactivo en el cual el alumnado, siguiendo las instrucciones que se les dan, podran comprobar un aspecto en la vida corriente del teorema de Tales.

El profesor tendrá en cuenta que es un ejercicio experiencial, para el alumno es importante que las Matemáticas sean reales, y esta clase de actividades son un buen ejemplo de ello.

Nuestros alumnos comprobarán lo aprendido al resolver el último ejercicio y al mismo tiempo irán desarrollando estrategias particulares.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 170

4. Aplicamos el teorema de Tales:

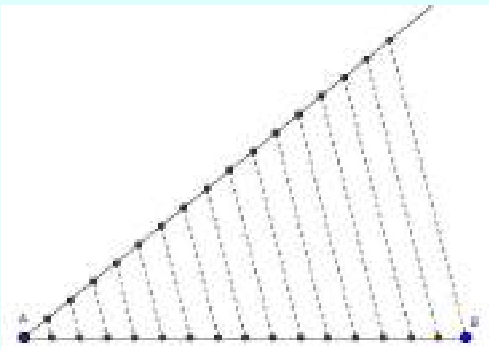
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{3}{5}=\frac{10}{d}\Rightarrow 3d=50\Rightarrow d=\frac{50}{3}\simeq 16{,}67$$

5. Llamamos AB al segmento de 15 cm.

Trazamos una semirrecta y la dividimos en 15 partes iguales.

Unimos el extremo de la última división con el punto B y trazamos paralelas a ella por los puntos de las divisiones de la semirrecta.

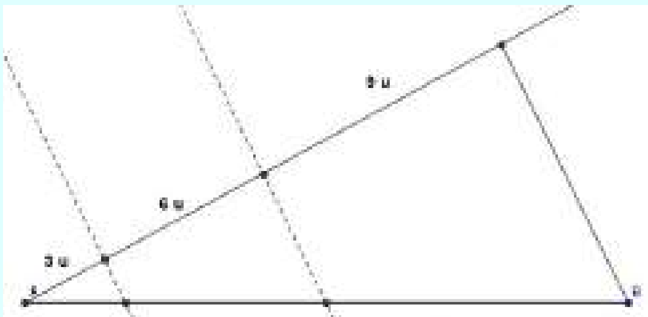
Los puntos de corte de esas paralelas con AB son las divisiones de las 15 partes iguales.



6. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Se deben trazar 2 rectas:

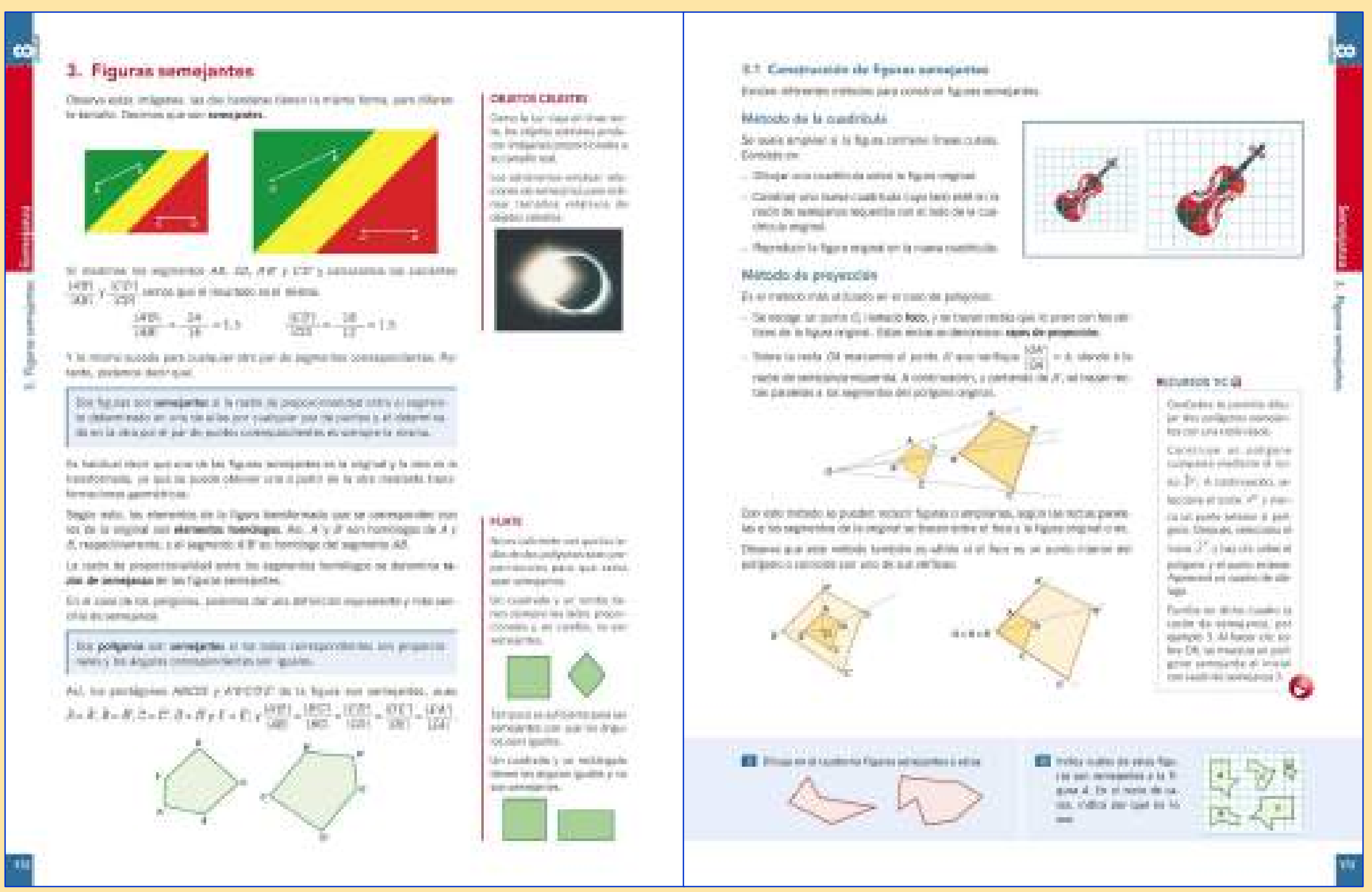
b) Se deben trazar 3 rectas:



Página 171

7. La figura forma triángulos en posición de Tales, luego sus lados son proporcionales.

(Continúa en la página 8-34 de la guía)



3. FIGURAS SEMEJANTES

■ El objetivo básico de esta sección es dar a conocer las características propias de las figuras semejantes para aprender a construir una figura semejante a otra.

Para empezar leeremos la primera parte de la sección hasta el primer recuadro coloreado, y plantearemos las siguientes cuestiones a los alumnos y alumnas:

– *¿Qué utilidad ves tú en la semejanza entre figuras?*
– *¿Podríamos conocer las características de objetos muy grandes e inaccesibles para nosotros a partir de una figura semejante?*
– *¿Cuándo dos figuras son semejantes?*

Después leeremos la nota *Objetos celestes,* que nos da una idea de la utilidad de las relaciones de semejanza.

■ Continuaremos leyendo este apartado. Comentando con el alumnado los siguientes puntos destacados:

– *¿A qué se denomina elementos homólogos?*
– *¿Existe una razón de proporcionalidad entre los elementos de dos figuras semejantes? ¿Cómo se denomina?*
– *¿Qué dos condiciones tienen que cumplirse a la vez en polígonos semejantes?*

Leeremos ahora la nota *Fíjate* del margen, que subraya la necesidad de que se cumplan las dos condiciones a la vez para que dos polígonos se consideren semejantes.

3.1 Construcción de figuras semenjantes

■ A continuación aplicaremos los conceptos anteriores a la construcción de figuras semejantes.

Empezaremos observando el primero de los métodos de construcción, denominado *Método de la cuadrícula,* comprobando su aplicación en la ilustración de la derecha:

– *¿Cuándo puede aplicarse este método?*
– *¿Lo aplicarías para hallar polígonos semejantes?*
– *¿Cómo debe ser la cuadrícula donde representaremos la figura transformada?*

■ Después nos fijaremos en la descripción del segundo método y destacaremos los siguientes aspectos:

– *¿En qué casos empleamos este método fundamentalmente?*
– *¿Podemos escoger cualquier punto como foco?*
– *¿Cómo procederemos si queremos trazar una figura más pequeña que la original?*

El docente destacará la utilidad de Geogebra para construir polígonos semejantes, según se indica en el apunte *Recursos TIC.*

El alumnado practicará los métodos introducidos en esta sección resolviendo las actividades propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 10.* Usar el vocabulario adecuado para expresar con corrección la respuesta a la actividad.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Recursos TIC, pág. 173* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como el aplicativo GeoGebra que permite dibujar polígonos semejantes con una razón dada.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 9.* Aplicar el proceso aprendido según los métodos propuestos para dibujar figuras semejantes.
- *Act. 10.* Aplicar los nuevos conocimientos adquiridos a situaciones parecidas propuestas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 10.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre figuras semejantes.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 permitirá consolidar la construcción de figuras semejantes y la autonomía a la hora de decidir el método más conveniente para su realización.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar métodos para medir o construir figuras semejantes, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747427

El proyecto Gauss ofrece recursos didácticos para trabajar la semejanza. Una de las aplicaciones del tema es la medición de figuras o áreas irregulares.

En este caso presenta una actividad interactiva para que los alumnos sigan las consignas paso a paso y completen los cálculos.

Nos interesará que asimilen bien el proceso ya que el recurso ofrece algunas herramientas útiles para medir áreas irregulares y extensas. El ejercicio se repite con varios ejemplos para que puedan automatizar los procesos.

Este tipo de propuestas fomentan la autonomía de los alumnos al ser actividades interactivas y autocorrectivas.

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

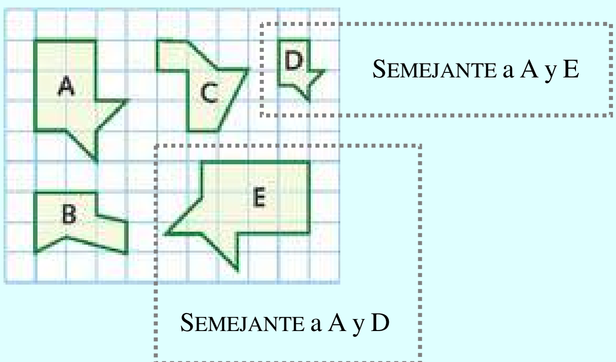
SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

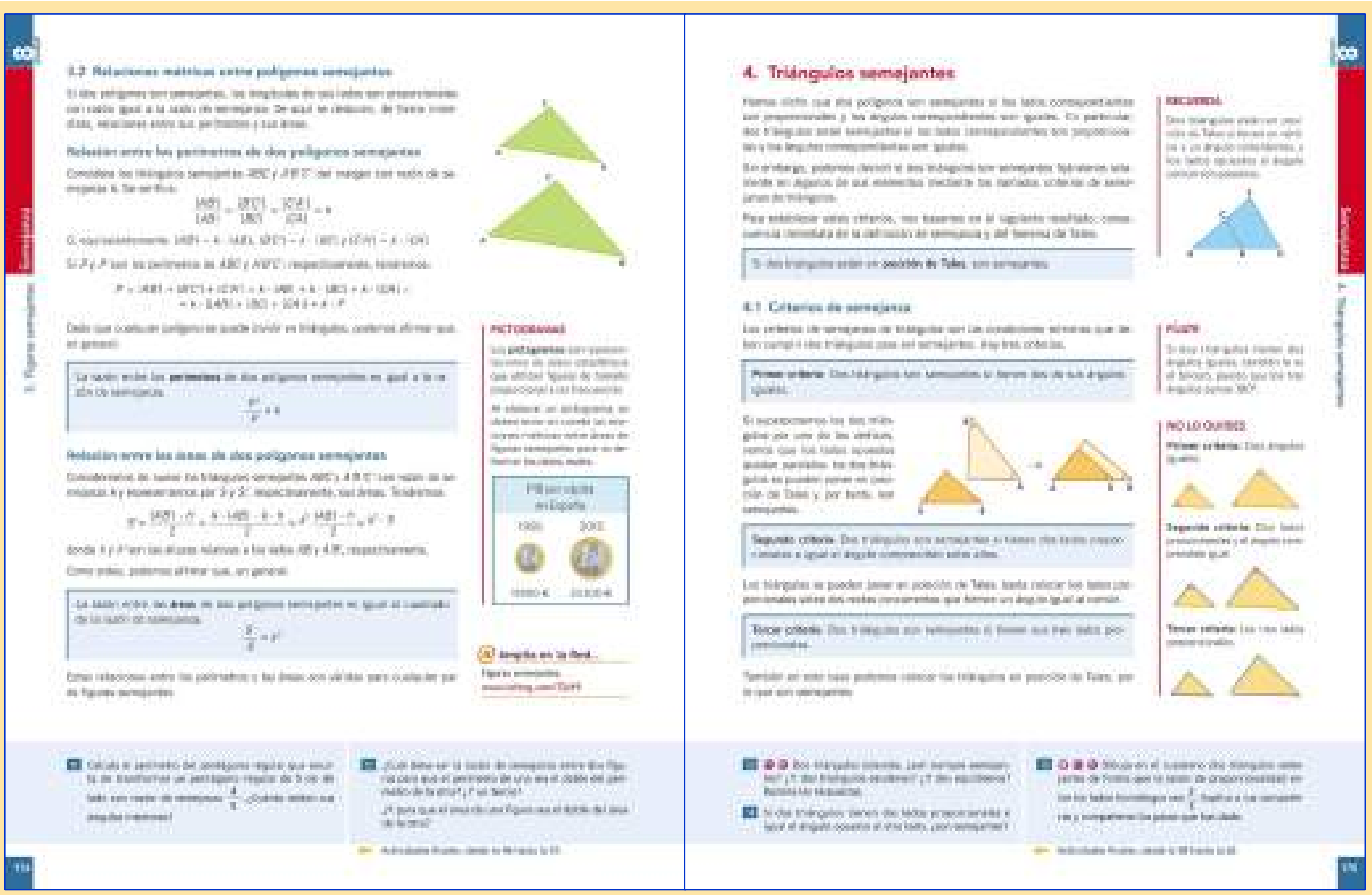
Página 173

9. Actividad personal.

Se deberán dibujar polígonos que respeten la forma, los ángulos y las proporciones de los lados de las figuras dadas.

10. Las figuras semejantes a la figura A son la **figura D** y la **figura E**, ya que a diferencia de las figuras B y C, sí mantienen la misma forma de la figura A, siendo proporcionales sus lados e iguales sus ángulos correspondientes.





3.2 Relaciones métricas entre polígonos semejantes

4. Triángulos semejantes

3. FIGURAS… (CONT.) / 4. TRIÁNGULOS…

3.2 Relaciones métricas entre polígonos…

■ En este apartado ampliaremos el estudio de las características de los polígonos semejantes.

Para empezar leeremos la introducción y el primer subapartado, atendiendo a la demostración:

– *¿Cómo son los perímetros de dos triángulos semejantes?*
– *¿Se cumple lo anterior para cualquier polígono? ¿Por qué?*

■ A continuación leeremos el siguiente subapartado, prestando atención a la deducción de la fórmula, y comentaremos con el alumnado:

– *¿Cómo se relacionan las áreas de dos polígonos semejantes?*
– *¿Y de dos figuras semejantes cualesquiera?*

■ Terminaremos esta sección con la lectura del apunte *Pictogramas*.

El alumnado accederá al recurso web indicado en *@Amplía en la Red*. Por último realizarán las actividades del libro.

■ El objetivo básico de la sección 4 consiste en enunciar las propiedades que facilitan la caracterización de los triángulos semejantes.

Comenzaremos leyendo la introducción y la nota del margen *Recuerda*, y formularemos las siguientes preguntas al alumnado:

– *¿Cuándo dos triángulos están en posición de Tales?*
– *¿Dos triángulos en posición de Tales son siempre semejantes? ¿Por qué?*

4.1 Criterios de semejanza

■ Leeremos a continuación la introducción de este apartado y el primer criterio, junto con la nota *Fíjate*:

– *¿Sabiendo que los ángulos de dos triángulos dados son iguales, será necesario verificar la igualdad de sus lados para determinar si son semejantes?*

Posteriormente nos fijaremos en el segundo criterio:

– *¿Qué enuncia este criterio? ¿Sabrías demostrarlo?*

Por último leeremos el tercero de los criterios y preguntaremos a los alumnos y alumnas:

– *¿Qué expresan los criterios de semejanza?*
– *¿Qué será más fácil identificar, la semejanza entre dos triángulos o entre dos hexágonos? ¿Por qué?*

Para repasar los dichos criterios leeremos la nota *No lo olvides*, y accederemos al recurso *@Amplía…* de la Pág. 176.

Finalmente resolverán las actividades 13 a 15 propuestas en el libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 12, 13, 15.* Desarrollar la capacidad de expresar por escrito argumentos propios, utilizando correctamente el léxico sobre el tema.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 11, 15.* Aplicar los nuevos conocimientos y capaci-dades y saber transformar la información en conocimiento propio.
- *Acts. 12, 13.* Reconocer y asimilar los conceptos y las relaciones métricas entre polígonos semejantes y ser capaz de reproducirlos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 12.* Identificar, en la realización de la actividad, las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SOCIALES Y CÍVICAS

- *Act. 15.* Manejar las habilidades sociales al realizar una actividad de grupo.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 2 servirá para revisar la semejanza de triángulos y el significado de la razón de semejanza.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Naveguemos por Tiching

– Para seguir trabajando en clase la semejanza de triángulos, podemos acceder al siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747428

Es un recurso de tipo Descartes, donde se proponen cuatro actividades interactivas. En primer lugar comprobarán el proceso a través de un ejemplo resuelto y los pasos que se deben seguir.

Seguidamente, el profesor pedirá a los alumnos y alumnas que los realicen en su cuaderno. Posteriormente podrán comprobar los resultados obtenidos mediante una sencilla aplicación.

A continuación, podemos sugerirles que construyan triángulos utilizando tiras de distintas medidas de goma espuma y demuestren entre ellos los criterios de semejanza.

Ambas actividades pueden ser interesantes para los alumnos, ya que promueven la autonomía y la creatividad en los aprendizajes.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 174

11. El pentágono a transformar tiene de perímetro: p = 5·5 = = 25 cm

Llamamos p’ al perímetro del pentágono transformado, de manera que se verifica:

$\frac{4}{5}=\frac{p'}{p} \Rightarrow 5p' = 4\cdot 25 \Rightarrow p' = 20$ cm. El perímetro mide 20 cm.

Los ángulos interiores miden lo mismo que los del pentágono original:

$$\frac{3\cdot 180^\circ}{5}=\frac{540^\circ}{5}=108^\circ$$

Cada ángulo interior mide 108º

12. Llamamos p al perímetro y A al área de una de las figuras, siendo k la razón de semejanza.

Para que un perímetro sea el doble que el otro:

Se verifica: $\frac{2p}{p}=k \Rightarrow k=2$

Para que un perímetro sea un tercio del otro:

Se verifica: $\frac{3p}{p}=k \Rightarrow k=3$

Para que el área de una figura sea el doble del área de la otra, se cumple:

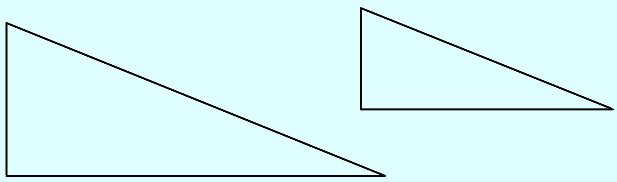
$$\frac{2A}{A}=k^2 \Rightarrow k^2=2 \Rightarrow k=\sqrt{2}$$

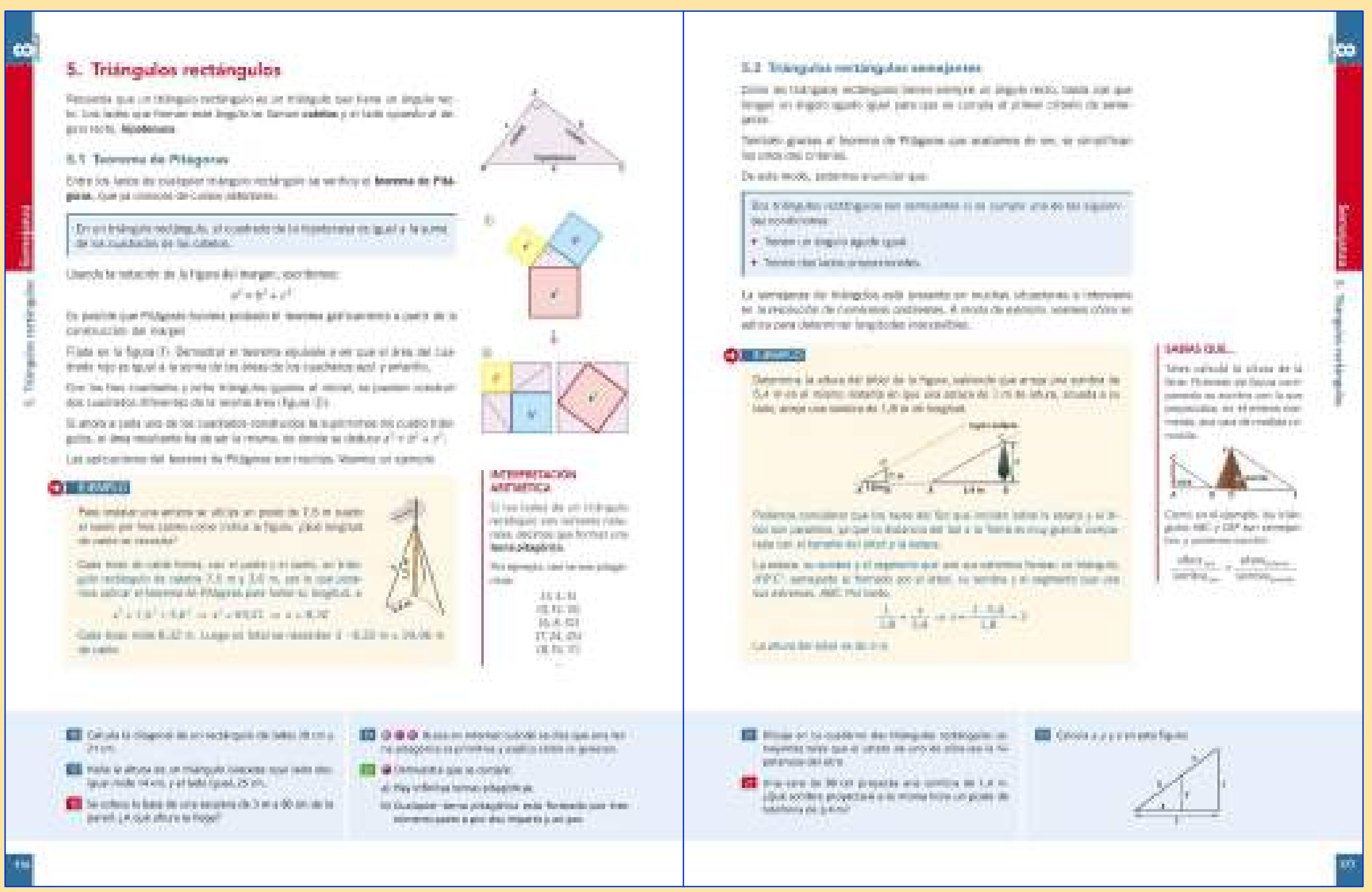
Página 175

13. Dos triángulos isósceles no siempre serán semejantes. Solo lo serán en aquellos casos que se cumpla alguno de los tres criterios de semejanza. Lo mismo sucede con los escalenos. En cambio, dos triángulos equiláteros siempre serán semejantes, ya que sus tres ángulos, en cualquier caso, medirán lo mismo: 60º.

14. No. Dos triángulos serán semejantes si tiene dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

15. Actividad personal. A modo de ejemplo, dibujamos un triángulos cuyos lados midan a = 6 cm, b = 5 cm y c = 2 cm. Aplicamos a estas medidas la razón de proporcionalidad, de manera que los lados del nuevo triángulo medirán a’ = 2a/3 = 4 cm, b’ = 2b/3 = 3,33 cm y c’ = 2c/3 = = 1,33 cm. Los triángulos serán:




5. Triángulos rectángulos

5.1 Teorema de Pitágoras

5.2 Triángulos rectángulos semejantes

5. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

5.1 Teorema de Pitágoras

■ En este apartado nos centraremos en los triángulos rectángulos.

Iniciaremos la sección recordando qué es un triángulo rectángulo y pediremos al alumnado que dibujo uno como el que aparece en la figura de la derecha.

■ Introduciremos a continuación el teorema de Pitágoras con la notación adecuada. Pediremos al alumnado que observen las figuras 1 y 2 y les preguntaremos:

– *¿Por qué dibujamos cuadrados y no otras figuras geométricas?*

– *¿Cómo relacionamos las figuras geométricas de la imagen 2 con la demostración del teorema de Pitágoras?*

Seguiremos con un análisis conjunto del ejemplo 2, del que destacaremos:

– La importancia de dibujar esquemáticamente lo que propone el problema para comprenderlo a la perfección.

– Identificar correctamente los catetos y la hipotenusa para evitar posibles errores.

Acto seguido leeremos la nota *Interpretación aritmética*, introduciendo así el concepto de terna pitagórica.

Para acabar pediremos a las alumnas y alumnos que resuelvan las actividades 13 a 15 en sus cuadernos.

5.2 Triángulos rectángulos semejantes

■ En este apartado simplificaremos los criterios de semejanza para el caso de los triángulos rectángulos.

Leeremos el texto del apartado y el recuadro coloreado. A continuación preguntaremos:

– *¿Es suficiente con que dos triángulos rectángulos tengan un ángulo agudo igual para afirmar que son semejantes?*

– *¿Cuáles son los criterios de semejanza en triángulos rectángulos?*

– *¿Qué enuncia el teorema de Pitágoras?*

■ Analizaremos a continuación el ejemplo resuelto en el siguiente apartado donde se muestra una de las aplicaciones de la semejanza de triángulos:

– *¿Cómo hemos obtenido la igualdad que resuelve el ejercicio?*

– *¿De qué otra forma podríamos haber expresado la relación de semejanza?*

En relación con el ejemplo, leeremos la nota *Sabías que…* para descubrir cómo calculó Tales de Mileto la altura de una pirámide utilizando este mismo método.

Después los alumnos y alumnas pueden resolver en grupos las actividades propuestas en la página 177 del libro.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 22.* Leer, comprender e interpretar los enunciados procesando los datos de manera ordenada.

■ *Act. 19.* Explicar conceptos matemáticos de manera clara y entendedora.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 21, 22.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones de manera racional.

■ *Act.* 20. Aplicar procedimientos adquiridos para conseguir demostraciones matemáticas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 21, 22.* Desarrollar la capacidad de poner en práctica los conocimientos adquiridos, extrayendo conclusiones y siendo perseverante en la resolución.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Acts. 19.* Desarrollar la capacidad de buscar información concreta y de calidad en Internet.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ En la actividad de refuerzo 5 encontraremos otro ejercicio donde continuar trabajando el teorema del cateto.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Con la intención de practicar con los teoremas del cateto y de la altura, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/747429

Se trata de un vídeo de casi seis minutos, en el que se explica el procedimiento por el cual se obtienen ambos teoremas. Previamente les podríamos sugerir lo siguiente:

- *Construye con goma espuma un triángulo rectángulo. Nombra y marca la altura y sus lados.*
- Construye los *dos* triángulos que se forman en su interior.

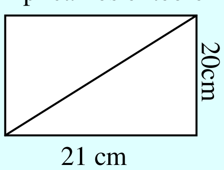
Pediremos que visualicen el vídeo y que practiquen y repitan el proceso ante sus compañeros utilizando el léxico adecuado. Podrán parar y volver atrás tantas veces como sea necesario para asegurarse de haber comprendido el procedimiento.

La geometría se presta a que los alumnos manipulen las matemáticas y así facilitarles el pensamiento matemático por demostración, no sólo para resolver problemas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 176

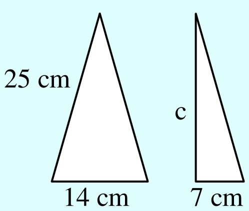
16. Aplicamos el teorema de pitágoras:



$hip^2 = 20^2 + 21^2 = 441$
$hip = 20{,}52$ cm

La diagonal mide 20,52 cm.

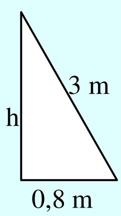
17. Aplicamos el teorema de pitágoras:



$c^2 = 25^2 - 7^2 = 576$
$c = 24$ cm

La altura del triángulo mide 24 cm.

18. Aplicamos el teorema de Pitágoras:



$h^2 = 3^2 - 0{,}8^2 = 8{,}36$
$h = 2{,}89$ m

La altura será 2,89 m.

19. Actividad personal. El alumnado deberá comentar que una terna pitagórica se considera primitiva cuando los tres números que las constituyen son corrimos, es decir, que el m.c.d. de estos tres números es 1, o lo que es lo mismo, no tienen ningún factor primo en común.

Para generar ternas pitagóricas primitivas debemos tener en cuenta que si (a, b, c) es una terna pitagórica primitiva, luego la terna de múltiplos (an, bn, cn) también lo es, donde n es un entero positivo. Calculando el m.c.d de los tres números y dividiendo an, bn, cn por el m.c.d habremos obtenido una terna primitiva.

20. a) Sea (a, b, c) una terna pitagórica, la terna de múltiplos (an, bn, cn), donde n es un entero positivo, también lo será:

$(an)^2 = (bn)^2 + (cn)^2 \rightarrow a^2n^2 = b^2n^2 + c^2n^2 \rightarrow$
$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2$

Por tanto, existirán infinitas ternas.

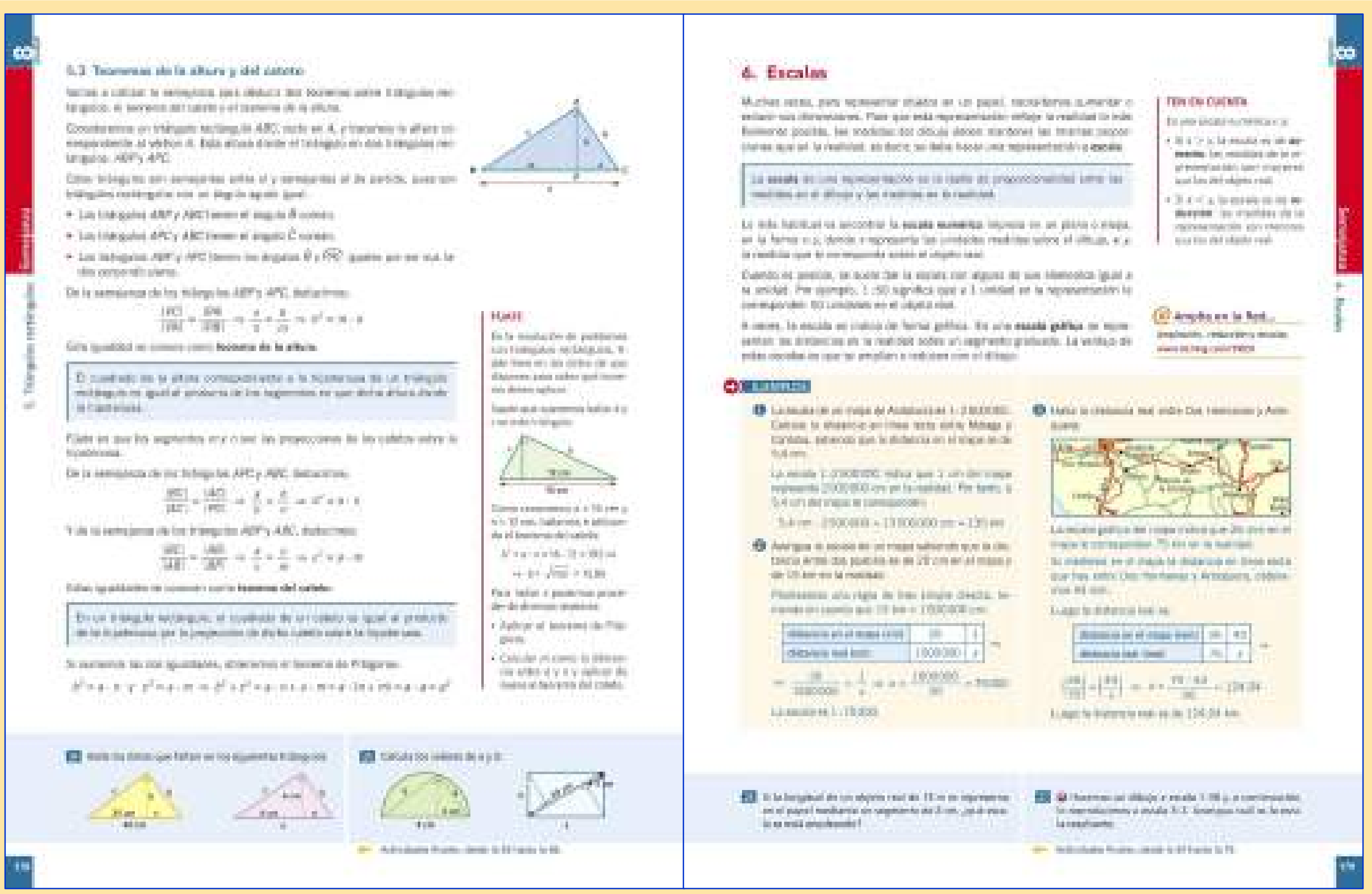
b) Por un lado sabemos que una terna pitagórica cumplirá que $a^2 = b^2 + c^2$. Por otro lado, sabemos que:

– El cuadrado de un número impar es impar, y el cuadrado de un número par es par.

– La suma de dos pares es un par, mientras que la suma de un impar y un par es un impar.

Por tanto, si uno de entre *b* y *c* es impar y el otro par, *a* será impar. En cambio, si *b* y *c* son pares, *a* será par.

(Continúa en la página 8-34 de la guía)



5. TRIÁNGULOS… (CONT.) / 6. ESCALAS

5.3 Teorema de la altura y del cateto

■ El objetivo básico de la siguiente sección consiste en deducir, a partir de las relaciones de semejanza, dos propiedades de los triángulos rectángulos muy importantes a la hora de resolver problemas.

Para ello leeremos la primera parte de la sección, donde se enuncia y deduce el teorema de la altura:

- *¿Cómo hemos obtenido la proporción entre los catetos?*
- *¿Qué enuncia el teorema de la altura?*
- *¿Se puede aplicar a cualquier triángulo?*

■ A continuación observaremos los pasos seguidos para deducir el teorema del cateto:

- *¿Cómo podemos calcular la longitud de un cateto utilizando el teorema del cateto?*
- *¿Es factible que se aplique a los dos catetos de un triángulo?*

Por último observaremos el ejemplo resuelto en la nota *Fíjate* y resolveremos las posibles dudes que el alumnado plantee.

En este punto pediremos a los alumnos y alumnas que resuelvan las actividades propuestas en la página 178 del libro.

6. Escalas

■ El objetivo de esta sección es aprender a aplicar las escalas en diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Para empezar leeremos la introducción y formularemos estas preguntas a los alumnos y alumnas:

- *¿Para qué son útiles las representaciones a escala?*
- *¿Qué expresa una escala de medida?*
- *¿Has utilizado alguna vez un documento a escala? ¿Qué representaba? Explícalo a tus compañeros.*

■ A continuación leeremos el texto y la nota *Ten en cuenta*. Después lo comentaremos entre todos mediante este cuestionario:

- *¿Qué es una escala numérica? ¿Qué dos tipos de escalas numéricas existen?*
- *¿Qué tipo de escala utilizarías para representar el plano de tu habitación?*
- *¿Qué significa la escala 1:100?*

Seguiremos con los tres ejemplos resueltos propuestos. Los comentaremos entre todos, prestando especial atención a los diferentes tipos de escalas que existen.

Para terminar, accederemos al recurso Tiching de la sección @Amplía en la Red y pediremos al alumnado que resuelva las actividades 26 y 27 en sus cuadernos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 27.* Desarrollar la capacidad de comprender e interpretar los enunciados de las actividades en los que se incluyen términos específicos.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 26 y 27.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.
- *Acts. 24 y 25.* Trabajar la aplicación de la seme-janza de triángulos, utilizándola de manera sistemática.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 27.* Analizar el enunciado, seleccionar una estrategia, valorar las posibles respuestas y tomar decisiones con criterio propio, con la finalidad de poder resolver el ejercicio.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de ampliación 3 servirá para utilizar el concepto de escala en un ejercicio de medida.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Proponemos el siguiente enlace, para practicar la razón de proporcionalidad con escalas:

http://www.tiching.com/747430

Es un recurso del Proyecto Gauss, que el profesor podrá utilizar para que los alumnos de forma autónoma trabajen con escalas y sus aplicaciones.

Al ser interactivo, ellos mismos podrán comprobar si las soluciones son correctas y volver a practicarlo si han cometido errores.

Es una forma entretenida de aplicar la proporcionalidad y mecanizar estrategias útiles en la vida cotidiana.

También les preguntaremos:

- *¿Qué quiere decir que una escala es de aumento? Explícalo con tus palabras.*
- *¿Cómo se suele expresar una escala numérica? Pon un par de ejemplos.*

Se requiere instalar el programa Java para visualizar correctamente las ventanas interactivas.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 178

24. En el primer triángulo:

Calculamos n: $n = 40 - 25 = 15$

Aplicamos el teorema de la altura:

$h^2 = 25 \cdot 15 = 375 \Rightarrow h = 19{,}36$

Aplicamos el teorema del cateto:

$a^2 = 40 \cdot 25 = 1000 \Rightarrow a = \sqrt{1000} = 31{,}62$

25. En la primera figura:

Calculamos m: $m = 8 - 3 = 5$

Aplicamos el teorema del cateto:

$a^2 = 3 \cdot 8 = 24 \Rightarrow a = \sqrt{24} = 4{,}9$

$b^2 = 5 \cdot 8 = 40 \Rightarrow b = \sqrt{40} = 6{,}32$

Por tanto a = 4,9 cm; b = 6,32 cm

En la segunda figura:

Calculamos la proyección del cateto a: $m = 20 - 5 = 15$

Aplicamos el teorema del cateto:

$a^2 = 15 \cdot 20 = 300 \Rightarrow a = \sqrt{300} = 17{,}32$

$b^2 = 5 \cdot 20 = 100 \Rightarrow b = \sqrt{100} = 10$

Por tanto a = 17,32 cm; b = 10 cm

Página 179

26. Expresamos los 15 m en cm: 15 m = 1500 cm.

Disponemos los datos en forma de regla de tres directa:

Distancia en el papel	2 cm	1
Distancia real	1500 cm	x

Calculamos x:

$$\frac{2}{1500} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1500}{2} = 750$$

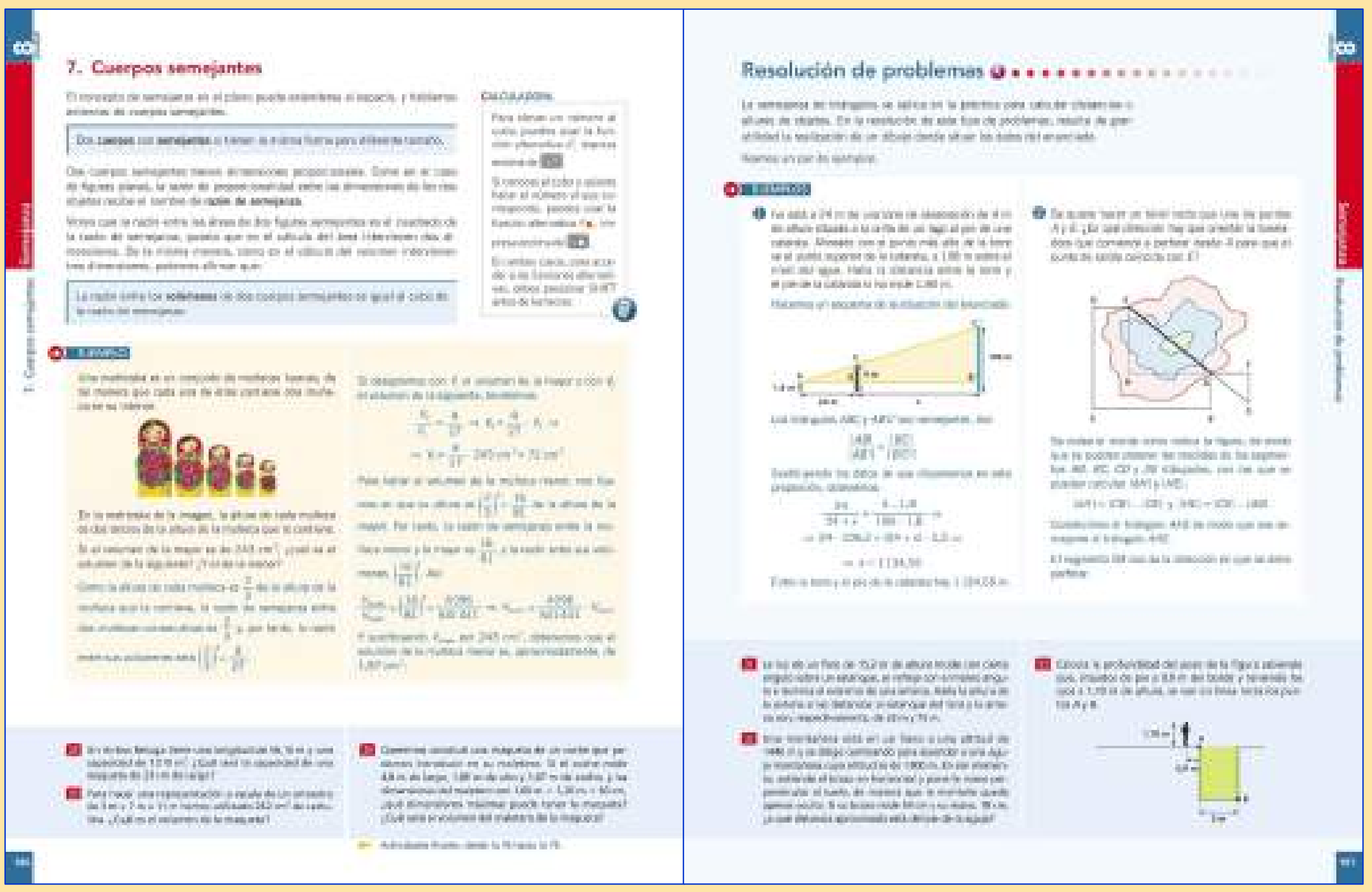
La escala es 1:750.

27. Basta multiplicar las dos fracciones correspondientes a las escalas:

$$\frac{1}{50} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{100}$$

La escala resultante es 3:100.

Calculamos x:



7. Cuerpos semejantes

Resolución de problemas

7. CUERPOS SEMEJANTES / RESOLUCIÓN DE…

■ El objetivo de esta sección es traducir las relaciones de semejanza estudiadas para los polígonos y otras figuras de dos dimensiones, a cuerpos de tres dimensiones.

Para empezar leeremos el texto y las definiciones de los recuadros, resumiendo los aspectos más importantes a través de estas cuestiones:

– *¿Qué diferencia a dos cuerpos semejantes?*
– *¿Qué tienen en común?*
– *¿Cómo se define la razón de semejanza en el caso de objetos de tres dimensiones?*
– *¿Cómo la podemos calcular?*

Antes de realizar los ejemplos y ejercicios, nos puede ser de utilidad aprender cómo realizar ciertas operaciones con la calculadora. Para ello podemos leer el apunte *Calculadora* del margen.

■ A continuación analizaremos en detalle el ejemplo resuelto, en el que se aplican las ideas introducidas sobre la relación de semejanza en el espacio:

– *¿Por qué la razón de semejanza es 2/3?*
– *¿Cómo hemos calculado la relación entre las alturas de la muñeca más pequeña y la más grande?*

Los alumnos y alumnas resolverán ahora los problemas planteados en la página 180 del libro de texto.

■ En la siguiente sección veremos cómo se aplica la teoría de la semejanza entre triángulos a la resolución de problemas.

Para ello leeremos primero la introducción y después observaremos los pasos seguidos para resolver el primer ejemplo:

– *¿Cuál es el primer paso para resolver este tipo de problemas?*
– *¿Cómo hemos construído la relación de semejanza? ¿Qué lados de los triángulos escogemos?*
– *¿Por qué restamos 1,8?*

■ A continuación observaremos el segundo ejemplo que analizaremos formulando las siguientes preguntas al alumnado:

– *¿Por qué nos interesa trazar los segmentos AB, BC, CD y DE?*
– *¿Cómo hemos trazado el triángulo semejante al AHE?*

Por último los alumnos y alumnas pueden resolver los problemas propuestos en la página 181, en los que pondrán a prueba su destreza a la hora de aplicar los conceptos y procedimientos estudiados en esta unidad.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 30*. Interpretar el enunciado del problema y generar supuestos, hipótesis e interrogantes.
- *Acts. 31 y 32*. Leer, comprender e interpretar los enunciados de los problemas planteados y resolverlos mediante la aplicación de los conocimientos adquiridos.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 28, 29 y 30.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades para resolver los ejercicios propuestos.
- *Acts. 31, 32 y 33.* Saber transformar la información recopilada y construir sus propias estrategias para aplicarlas en la resolución de los problemas y saber razonarlo.

SENTIDO DE INICIATIVA I ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Resolución de problemas, pág. 181*. Observar el planteamiento y resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas y el orden de las operaciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de ampliación 4 plantea un problema de proporciones.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para adquirir práctica en la resolución de problemas que implican la semejanza de triángulos, proponemos el enlace siguiente:

http://www.tiching.com/747431

El recurso ofrece más de setenta problemas resueltos que implican los contenidos trabajados en esta unidad. También un apartado de autoevaluación.

El docente escogerá los más adecuados de forma individualizada a cada alumno y puede sugerir que se entreguen sin el resultado.

Les pediremos que los resuelvan en su cuaderno siguiendo el siguiente esquema:

- Planteamiento de la cuestión.
- Organización de los datos.
- Operaciones y resolución.

A continuación, podrán verificar el proceso y el resultado. Pensamos que este recurso puede ser muy útil para preparar el examen de la unidad de forma autónoma.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 180

28. La escala de la maqueta es:

$\frac{23}{5615}$, que es la razón de semejanza.

Aplicamos la razón entre los volúmenes:

$$\frac{V}{1210}=\left(\frac{23}{5615}\right)^3 \Rightarrow V=\frac{529\cdot 1210}{31528225}=0{,}020302126\ \text{m}^3=$$

$= 20{,}3\ \text{cm}^3$

La capacidad de la maqueta es 20,3 cm^3.

29. Calculamos el área A y el volumen V del ortoedro:

$A = 2\cdot3\cdot7 + 2\cdot3\cdot11 + 2\cdot7\cdot11 = 42 + 66 + 154 = 262\ \text{m}^2$

$V = 3\cdot7\cdot11 = 231\ \text{m}^3$

Calculamos la razón entre las áreas:

$$262\ \text{m}^2 = 2620000\ \text{cm}^2 \Rightarrow k^2=\frac{262}{2620000}=\frac{1}{10000}$$

La razón de semejanza es $k=\sqrt{\frac{1}{10000}}=\frac{1}{100}$

Aplicamos la razón entre los volúmenes:

$$\frac{V}{231}=\left(\frac{1}{100}\right)^3 \Rightarrow V=\frac{231}{1000000}=0{,}000231\ \text{m}^3=$$

$= 231\ \text{cm}^3$

El volumen de la maqueta es de 231 cm^3

30. Dividimos las dimensiones, respectivamente:

$$\frac{4,8}{1,60}=3;\quad \frac{1,80}{1,20}=1,5;\quad \frac{0,60}{1,47}=2,45$$

La escala debe ser 1:3

Calculamos las dimensiones máximas de la maqueta:

$$4,8\cdot\frac{1}{3}=1,6,\quad 1,8\cdot\frac{1}{3}=0,6,\quad 1,47\cdot\frac{1}{3}=0,49$$

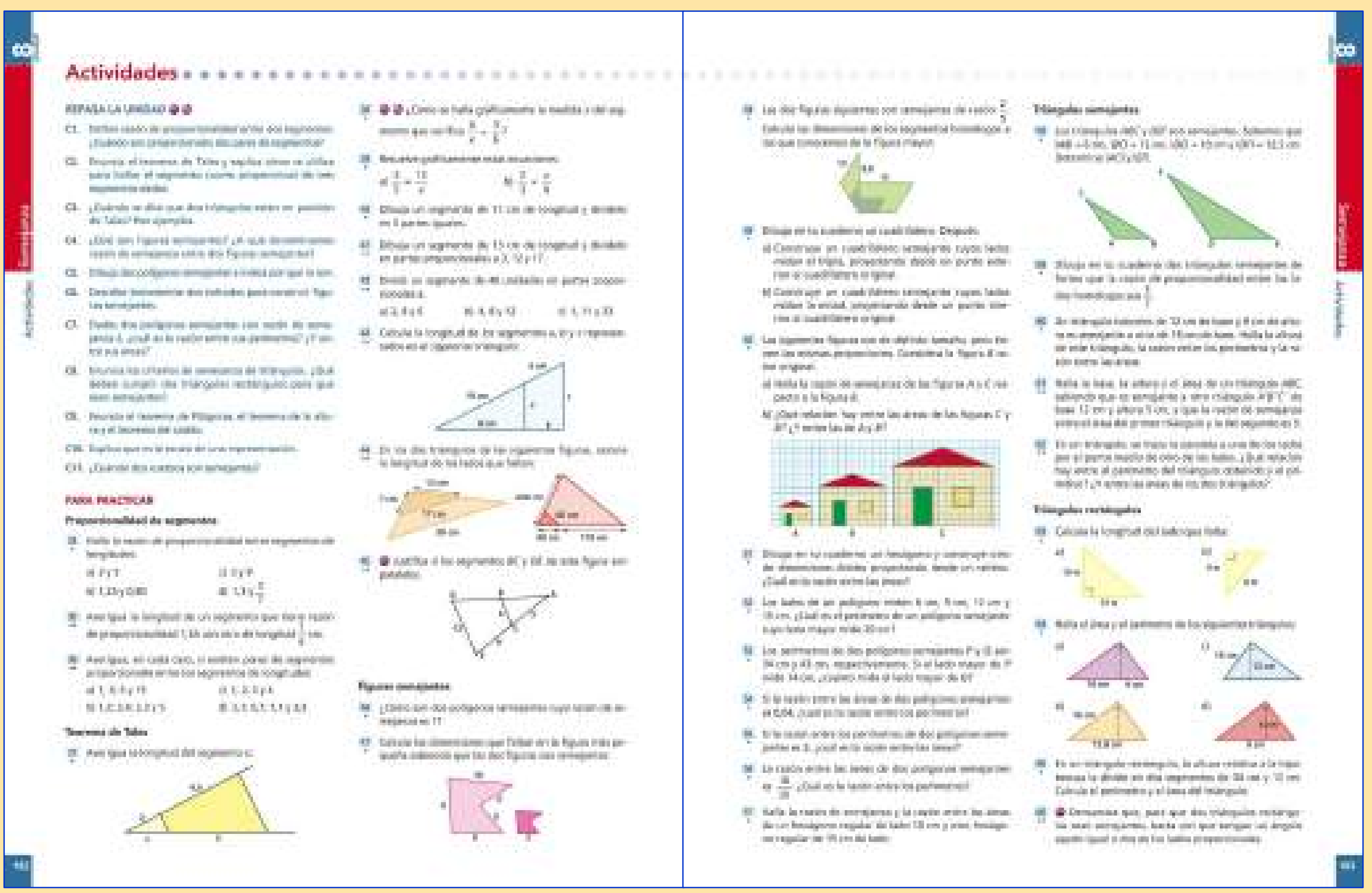
Las dimensiones son 1,6 m. 0,6 m. y 0,49 m. Aplicamos la razón entre los volúmenes:

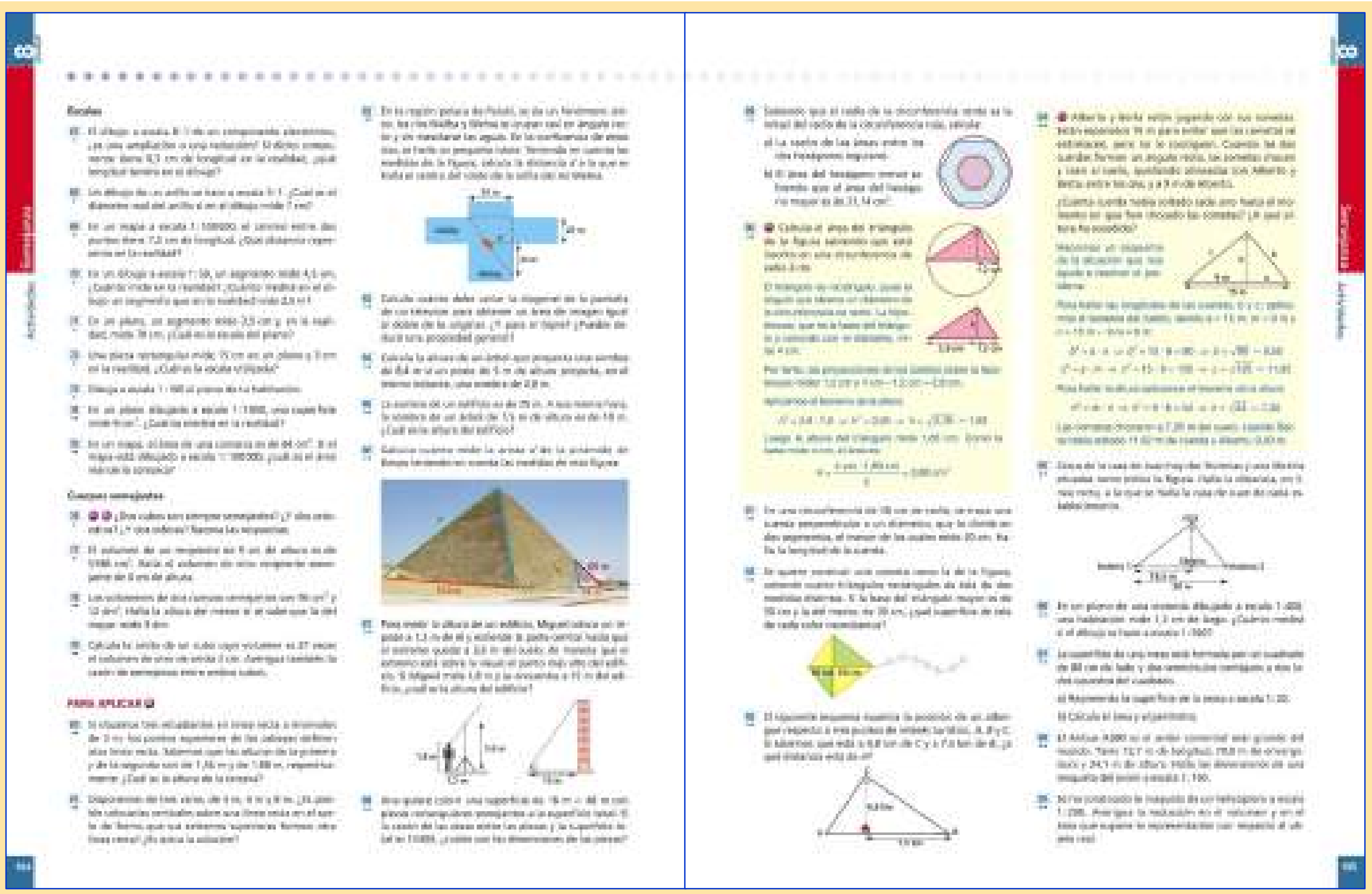
El volumen real del maletero es 1,60·1,20·0,60 = 1,152 m^3 = 1152000 cm^3. Por tanto:

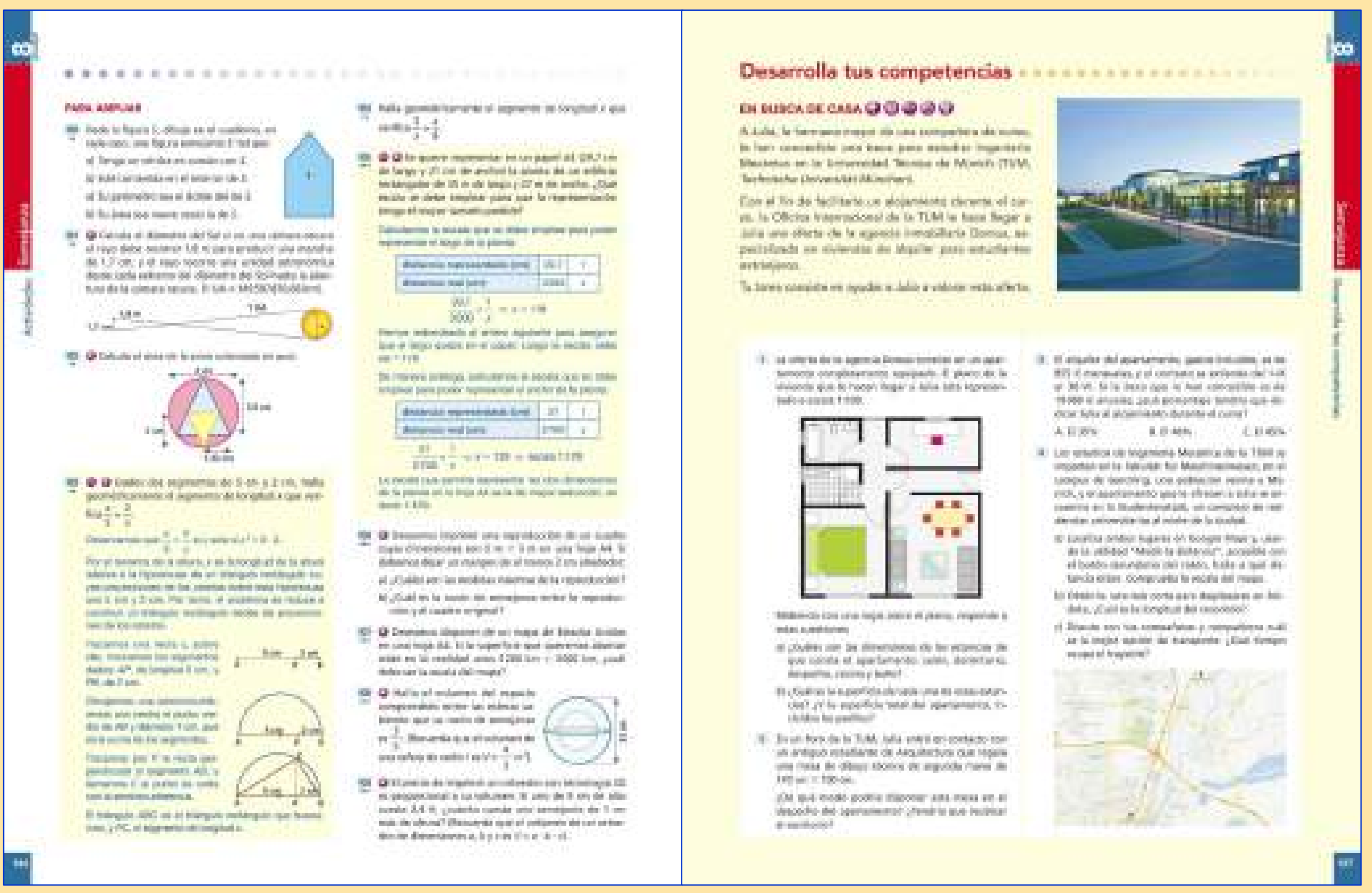
$$\frac{V}{1152000}=\left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow V=\frac{1152000}{27}=42,67\ \text{cm}^3$$

El volumen del maletero de la maqueta es de 42,67 cm^3

(Continúa en la página 8-34 de la guía)


Actividades

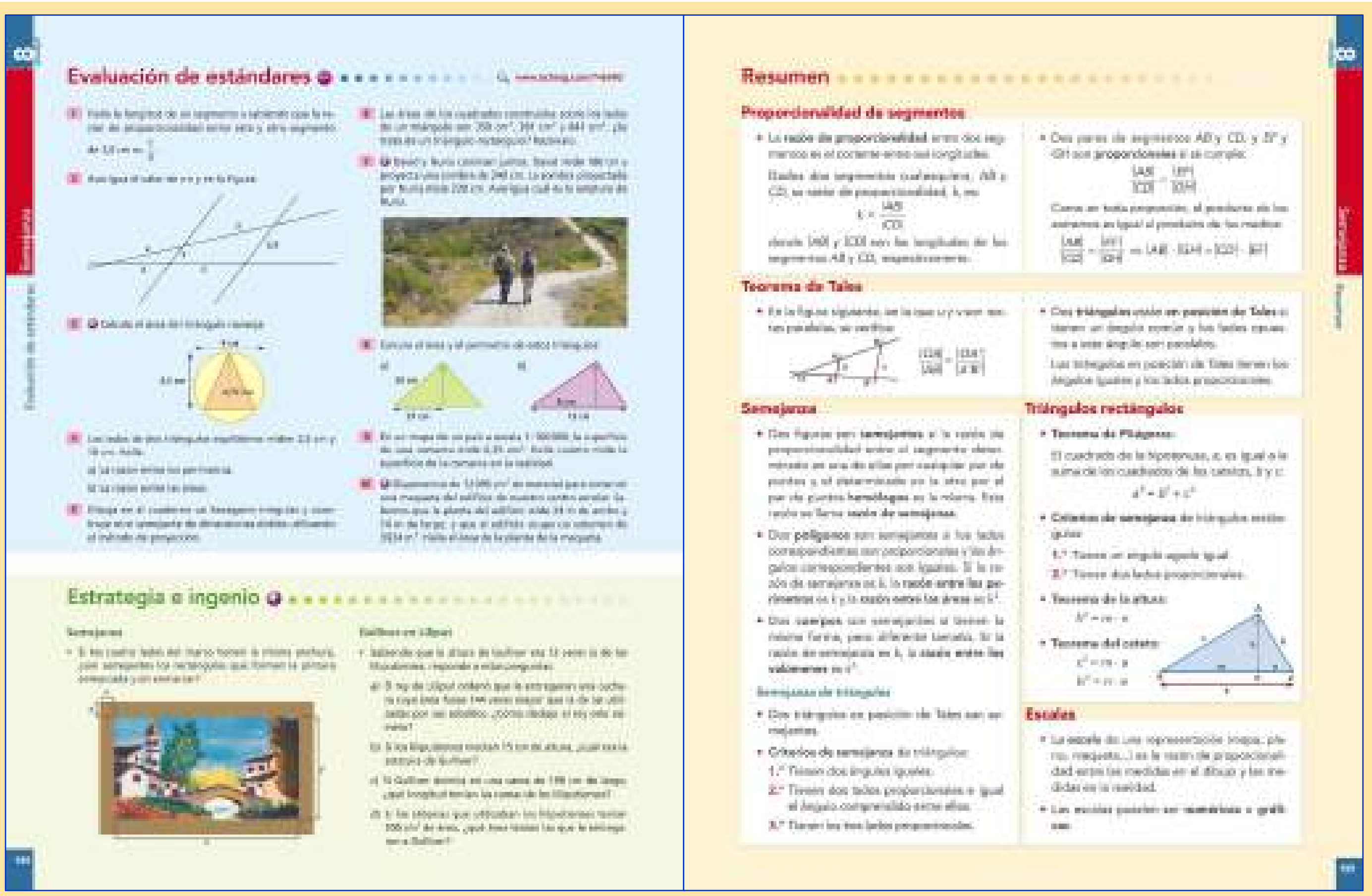




PARA AMPLIAR

Desarrolla tus competencias

EN BUSCA DE CASA



Evaluación de estándares

Estrategia e ingenio

Resumen

Proporcionalidad de segmentos

Teorema de Tales

Semejanza

Triángulos rectángulos

Escalas

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Repasa la unidad, pág. 182.* Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.

■ *Acts. 38 y 76. Desarrolla tus competències, pág. 187.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados y expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada a la actividad.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 187.* Buscar, analizar, seleccionar y manejar información en internet.

APRENDER A APRENDER

■ *Repasa la unidad, pág. 182.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.

■ *Acts. 38, 45, 66 y 76.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

■ *Acts. 90, 94, 103 y 105.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de la actividad.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 187.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles.

■ *Evaluación de estándares, pág. 188*. Ser consciente de las propias capacidades y recursos en este tema.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Para aplicar, pág. 184.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre proporcionalidad geométrica.

■ *Acts. 101, 102, 103, 105 a 109.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio.

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 187*. Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.

■ *Evaluación de estándares, pág. 188, acts. 3, 6 y 10. Estrategia e ingenio, pág. 188.* Aplicar los conocimientos sobre proporcionalidad, buscar soluciones a los problemas que se plantean y evaluar las acciones realizadas.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Desarrolla tus competencias, pág. 187.* Manejar las habilidades sociales al realizar una actividad de grupo.

ACTIVIDADES FINALES

■ En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista práctico y teórico.

■ La sección *Desarrolla…* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.

■ Con la sección de *Evaluación…* se pretende que los alumnos y alumnas valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.

■ La sección *Estrategia…* propone una serie de acertijos o juegos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.

■ La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 182

C1. La razón de proporcionalidad entre dos segmentos es el cociente de sus longitudes.

Por otra parte, dos pares de segmentos, AB y CD, y EF i GH, son proporcionales cuando se cumple la relación:

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|EF|}{|GH|}$$

C2. El teorema de Tales anuncia que los segmentos determinados en dos rectas concurrentes al cortarlas por dos rectas paralelas son proporcionales.

Para hallar el cuarto segmento conocidos tres segmentos dados, debemos colocar los dos primeros segmentos (a y b) sobre una recta yel tercero (c) sobre otra recta concurrente con ella. Entonces trazamos por el extremo del segundo segmento la recta paralela (u) a la que une los extremos no comunes del primer y el tercer segmento.

Entonces, según el teorema de Tales se cumple que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{u}$$

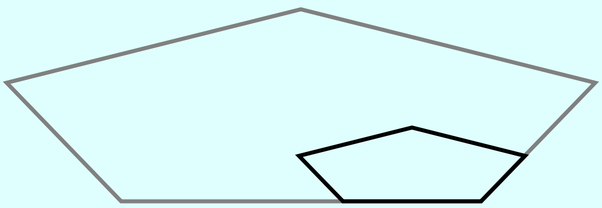
C3. Se dice que dos triángulos ABC y ADE se encuentran en posición de Tales cuando tienen en común el vértice A y los ángulos $\widehat{BAC}$ y $\widehat{DAE}$.

Algunos ejemplos pueden ser la sombra que hacen una persona y un edificio separados una cierta distancia y con el sol detrás de los dos; la distancia que hay entre una persona y un barco si colocamos un troco de longitude conocida a la riba de un río que tiene una cierta altura; etc.

C4. Las figuras semejantes son aquellas que la razón de proporcionalidad entre el segmento determinado en una de ellas por cualquier par de puntos y el determinado en la otra por el par de puntos correspondientes es siempre la misma.

La razón de semejanza entre dos figuras semejantes es la razón de proporcionalidad entre los segmentos homólogos.

C5. Los dos pentágonos siguientes son semejantes porque los lados correspondientes son proporcionales y los ángulos correspondientes son iguales.



C6. El primer método para construir figuras semejantes es el método de la cuadrícula, que consiste en dibujar una cuadrícula en la figura original, construir la nueva cuadrícula teniendo en cuenta la razón de semejanza y finalmente dibujar la figura original en la nueva cuadrícula.

El segundo método es el de la proyección, que consiste en escoger un punto llamado foco y realizar los rayos de proyección. Después teniendo en cuenta la razón de semejanza se marca el nuevo punto A' en la recta OA y se trazan líneas paralelas al polígono que queremos reproducir desde el punto A'.

C7. La razón entre los perímetros de dos polígonos semejantes es la misma que la razón de semejanza, es decir, k.

Por otra parte, la razón entre las áreas de dos polígonos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza, es decir, k^2.

C8. Los criterios de semejanza de los triángulos son:

a) Dos triángulos son semejantes si tienen dos de sus ángulos iguales.

b) Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos.

c) Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados proporcionales.

En cambio, para que dos triángulos rectangulares sean semejantes se debe cumplir que tengan almenos un ángulo agudo igual o que tengan dos lados proporcionales.

C9. El teorema de la altura dice que el cuadrado de la altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual al producto de los segmentos en que dicha altura divide la hipotenusa.

Por otra parte, el teorema del cateto dice que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de un cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección de dicho cateto sobre la hipotenusa.

C10. La escala de una representación es la razón de proporcionalidad entre las medidas en el dibujo y las medidas en la realidad.

Un ejemplo de escala numérica puede ser la de las piezas de un juego de construcción, en que las piezas son más pequeñas realmente que en el dibujo. Por otra parte, un ejemplo de escala gráfica puede ser un mapa de carreteras.

C11. Dos cuerpos son semejantes cuando tienen la misma forma pero distinto tamaño.

34. La razón de proporcionalidad es el cociente de sus longitudes:

a) $k = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

b) $k = \dfrac{1{,}25}{0{,}80} = 1{,}5625$

c) $k = \dfrac{3}{9} = 0{,}333\ldots$

d) $k = \dfrac{1{,}3}{\frac{3}{7}} = 3{,}0333\ldots$

35. La razón de proporcionalidad es el cociente de sus longitudes:

$$1{,}34 = \frac{x}{\frac{7}{6}} \Rightarrow x = 1{,}34 \cdot \frac{7}{6} = 1{,}56333\ldots$$

El segmento mide 1,56 cm.

36. Comprobamos si hay una igualdad de dos razones:

a) $\dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{15} \Rightarrow$ SI existen dos pares de segmentos proporcionales.

b) NO existen dos pares de segmentos proporcionales.

c) NO existen dos pares de segmentos proporcionales.

d) $\dfrac{2{,}1}{0{,}7} = \dfrac{3{,}3}{1{,}1} \Rightarrow$ SI existen dos pares de segmentos proporcionales

37. Son dos triángulos semejantes (en posición de Tales), por tanto se verifica:

$$\frac{x}{5} = \frac{2}{4{,}5} \Rightarrow x = \frac{2\cdot 5}{4{,}5} = 2{,}222\ldots$$

La longitud del segmento *x* es de 2,22 unidades.

38. Hallamos gráficamente la medida de *x*:

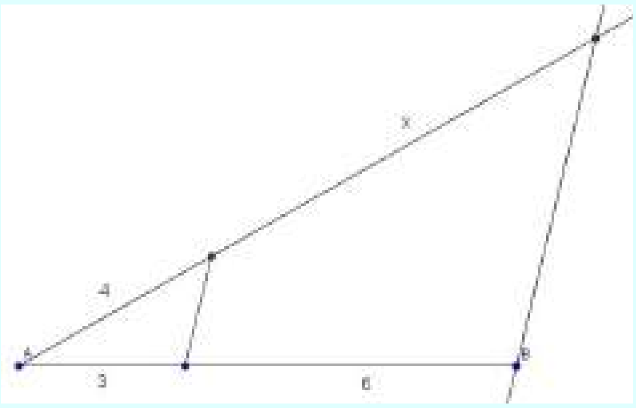
– Se dibujan dos segmentos, de longitud 3 y 6 unidades, sobre una misma recta AB.

– Se traza una semirrecta con origen A.

– Sobre la semirrecta se toma un segmento de longitud 4 unidades desde su origen A.

– Se traza la recta que une los dos extremos de los segmentos de 4 unidades y 3 unidades.

– Desde el extremo del segmento de 6 unidades se traza una paralela a la recta anterior y donde corte a la semirrecta se encuentra la medida de *x*.



39. Resolvemos gráficamente:

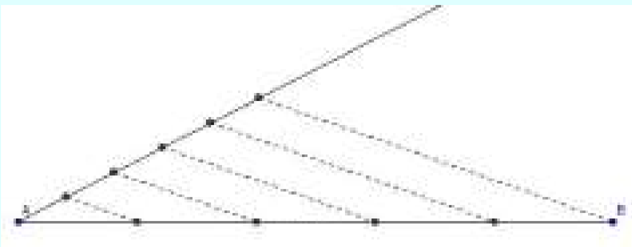
a) $\frac{2}{5} = \frac{12}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 30$

(Ver figura 1 en la página 8-35 de la guía)

b) $\frac{2}{3} = \frac{x}{9} \quad \Rightarrow \quad x = 6$

(Ver figura 2 en la página 8-35 de la guía)

40. Dividimos el segmento en 5 partes iguales por Tales:



41. *(Ver figura 3 en la página 8-35 de la guía)*

42. Las soluciones gráficas son:

a) *(Ver figura 4 en la página 8-36 de la guía)*

b) *(Ver figura 5 en la página 8-36 de la guía)*

c) *(Ver figura 6 en la página 8-36 de la guía)*

43. Son triángulos semejantes (en posición de Tales), y se verifica:

$$\frac{8}{b} = \frac{10}{5} \Rightarrow b = \frac{8\cdot 5}{10} = 4$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$8^2 + a^2 = 10^2 \Rightarrow a^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow a = 6$

Calculamos c:

$$\frac{8}{6} = \frac{8+4}{c} \Rightarrow c = \frac{12\cdot 6}{8} = 9$$

Por tanto, los segmentos miden a = 6, b = 4, c = 9.

44. Son triángulos semejantes (en posición de Tales).

<u>En el primer par de triángulos</u>:

$$\frac{7}{17} = \frac{7+x}{30} \Rightarrow 119 + 17x = 210 \Rightarrow 17x = 91 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{91}{17} = 5{,}35$$

$$\frac{13}{17} = \frac{13+y}{30} \Rightarrow 221 + 17y = 390 \Rightarrow 17y = 169 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{169}{17} = 9{,}94$$

Los dos lados que faltan miden 7 + 5,35 = 12,35 cm y 13 + 9,94 = 22, 94 cm.

<u>En el segundo par de triángulos</u>:

$$\frac{40}{60} = \frac{x}{40+110} \Rightarrow x = \frac{6000}{60} = 100$$

$$\frac{40}{y} = \frac{40+110}{240} \Rightarrow y = \frac{9600}{150} = 64$$

Los dos lados que faltan miden 100 cm y 64 cm, respectivamente.

45. Comprobamos que los triángulos están en posición de Tales:

Se cumple $\frac{9}{6} = \frac{9+9}{12} \Rightarrow$ Tienen dos lados proporcionales.

Tienen igual el ángulo comprendido entre ellos, y por lo tanto sus lados son paralelos.

46. Si la razón de semejanza es 1 los polígonos son exactamente iguales.

47. Calculamos la razón de semejanza: $k = \frac{3}{8}$

Calculamos los lados que faltan:

$9\cdot\frac{3}{8} = 3{,}375 \qquad 10\cdot\frac{3}{8} = 3{,}75$

$5\cdot\frac{3}{8} = 1{,}875 \qquad 6\cdot\frac{3}{8} = 2{,}25$

Las dimensiones que faltan son 3,375 u; 3,75 u; 1,875 u y 2,25 u.

Página 183

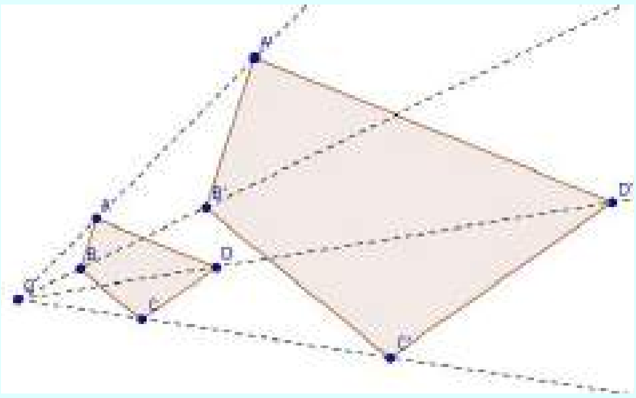
48. Multiplicamos las dimensiones por la razón de semejanza:

$10 \cdot \frac{2}{5} = 4$ $\quad 8{,}8 \cdot \frac{2}{5} = 3{,}52$ $\quad 15 \cdot \frac{2}{5} = 6$

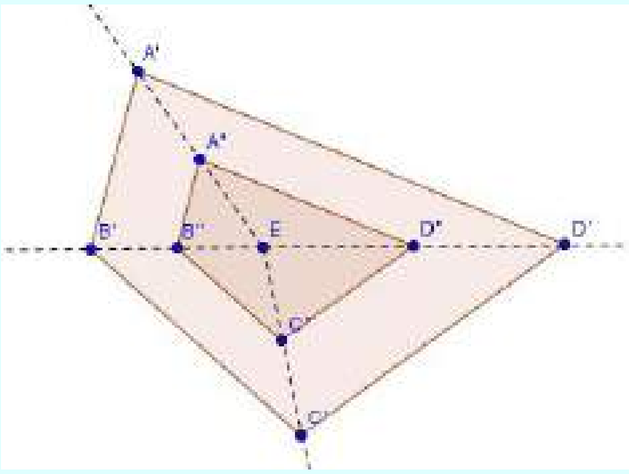
Las dimensiones de los segmentos son 4 u; 3,52 u y 6 u.

49. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Cuadrilátero semejante de razón k = 3.



b) Cuadrilátero semejante de razón k = 3.



50. Las soluciones son las siguientes:

a) Figura A:

$k = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Figura C:

$k = \frac{3}{2} = 1{,}5$

b) Entre las áreas de C y B:

$\frac{A_C}{A_B} = (1{,}5)^2 = 2{,}25$

$A_C = 2{,}25 \cdot A_B$

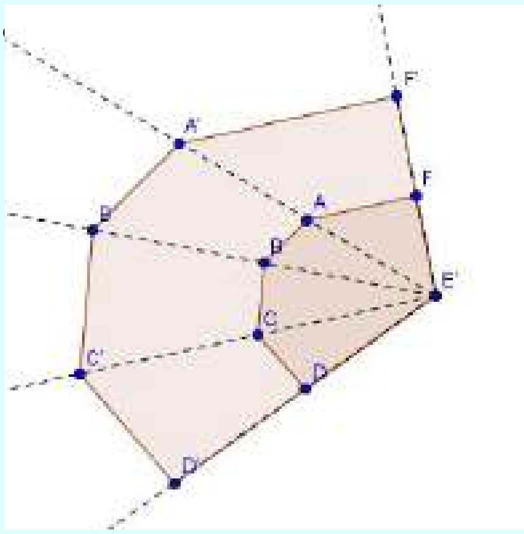
Entre las áreas de A y B:

$\frac{A_A}{A_B} = (0{,}5)^2 = 0{,}25$

$A_A = 0{,}25 \cdot A_B$

51. La razón de sus áreas es el cuadrado de la razón de semejanza, es decir, 4:

$k^2 = 2^2 = 4$



52. Calculamos el perímetro del polígono dado:

P = 6 + 9 + 12 + 15 = 42 cm

Calculamos la razón de semejanza utilizando el lado mayor de cada polígono:

$k = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

Aplicamos la razón entre los perímetros (igual a k):

$\frac{P'}{42} = \frac{4}{3} \Rightarrow P' = \frac{42 \cdot 4}{3} = 56$

El perímetro es 56 cm.

53. Calculamos la razón de semejanza, que coincide con la razón de los perímetros:

$k = \frac{34}{43}$

Obtenemos el lado mayor:

$\frac{14}{x} = \frac{34}{43} \Rightarrow x = \frac{43 \cdot 14}{34} = 17{,}70$

El lado mayor de Q mide 17,70 cm.

54. La razón de semejanza k coincide con la razón de sus perímetros, siendo k^2 la razón entre las áreas, por tanto:

$k^2 = 0{,}04 \Rightarrow k = \sqrt{0{,}04} = 0{,}2$

La razón de sus perímetros es 0,2.

55. La razón de semejanza k coincide con la razón de sus perímetros, siendo k^2 la razón entre las áreas, por tanto:

$k = 3 \Rightarrow k^2 = 9$

La razón de las áreas es 9.

56. La razón de semejanza k coincide con la razón de sus perímetros, siendo k^2 la razón entre las áreas, por tanto:

$k^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

La razón de sus perímetros es $\frac{4}{5}$

57. La razón de semejanza k coincide con la razón de sus perímetros, siendo k^2 la razón entre las áreas:

La razón de semejanza es $k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

La razón de sus áreas es $k^2 = \frac{4}{9}$

58. Calculamos la razón de semejanza:

$k = \frac{AB}{DE} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

Determinamos los lados AC y EF que son proporcionales a DF y BC respectivamente:

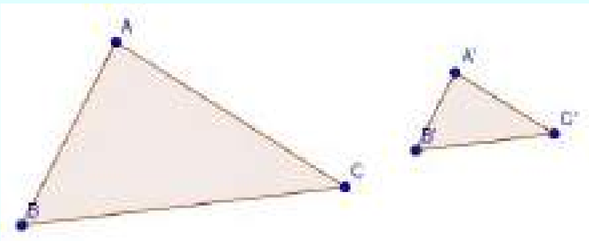
$$\frac{AC}{DF} = 0{,}6 \Rightarrow \frac{AC}{7{,}5} = 0{,}6 \Rightarrow AC = 7{,}5 \cdot 0{,}6 = 4{,}5$$

$$\frac{BC}{EF} = 0{,}6 \Rightarrow \frac{12}{EF} = 0{,}6 \Rightarrow EF = \frac{12}{0{,}6} = 20$$

El lado AC mide 4,5 cm y el lado EF 20 cm.

59. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Basta multiplicar por $\frac{3}{7}$ la longitud de cada lado del primer triángulo y obtenemos el correspondiente lado homólogo del segundo triángulo:



60. Calculamos la razón de semejanza: $k = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Calculamos la altura: $\frac{8}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12$

La razón de sus perímetros es también $k = \frac{2}{3}$

La razón de sus áreas es $k^2 = \frac{4}{9}$

61. Si la razón de sus áreas es $k^2 = 9$, la razón de semejanza es $k = 3$.

Calculamos la base: $\frac{b}{12} = 3 \Rightarrow b = 12 \cdot 3 = 36$

Calculamos la altura: $\frac{a}{5} = 3 \Rightarrow a = 5 \cdot 3 = 15$

Obtenemos el área del triángulo A'B'C':

$A' = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$

Calculamos el área: $\frac{A}{30} = 9 \Rightarrow A = 30 \cdot 9 = 270$

La base del triángulo ABC es 36 cm, la altura 15 cm y el área 270 cm^2.

62. Se obtienen dos triángulos en posición de Tales (semejantes), siendo la razón de semejanza $k = \frac{1}{2}$

La razón de sus perímetros es $\frac{P'}{P} = \frac{1}{2}$

La razón de sus áreas es $\frac{A'}{A} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

La relación entre sus perímetros es $P' = \frac{P}{2}$, y entre sus áreas es $A' = \frac{A}{4}$

63. Aplicaremos, a ambos casos, el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

a) $a^2 = 10^2 + 12^2 = 244 \rightarrow a = 15{,}62$ m.

b) $b^2 = 8^2 - 6^2 = 28 \rightarrow a = 5{,}29$ m.

64. Hallamos las áreas y los perímetros:

a) Aplicamos el teorema de la altura para calcular la altura:

$h^2 = 16 \cdot 9 = 144 \Rightarrow h = \sqrt{144} = 12$ cm

Obtenemos la base (hipotenusa): 16 + 9 = 25 cm

Calculamos el área: $A = \frac{25 \cdot 12}{2} = 150\ cm^2$

Aplicamos el teorema del cateto para calcular los catetos:

$b^2 = 16 \cdot 25 = 400 \Rightarrow b = \sqrt{400} = 20$ cm

$c^2 = 9 \cdot 25 = 225 \Rightarrow c = \sqrt{225} = 15$ cm

Obtenemos el perímetro: P = 25 + 20 + 15 = 60 cm

El área mide 150 cm^2 y el perímetro 60 cm.

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura (un cateto):

$16^2 = h^2 + (12{,}8)^2 \Rightarrow h^2 = 256 - 163{,}84 \Rightarrow$

$\Rightarrow h = \sqrt{92{,}16} = 9{,}6$ cm

Aplicamos el teorema de la altura para calcular la otra proyección:

$(9{,}6)^2 = 12{,}8 \cdot n \Rightarrow n = \frac{92{,}16}{12{,}8} = 7{,}2$

Obtenemos la base (hipotenusa): 12,8 + 7,2 = 20 cm

Calculamos el área: $A = \frac{20 \cdot 9{,}6}{2} = 96\ cm^2$

Aplicamos el teorema del cateto para calcular el otro cateto:

$b^2 = 7{,}2 \cdot 20 = 144 \Rightarrow b = \sqrt{144} = 12$ cm

Calculamos el perímetro: P = 16 + 20 + 12 = 48 cm

El área mide 96 cm^2 y el perímetro 48 cm.

c) Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular una proyección (un cateto):

$15^2 = 12^2 + m^2 \Rightarrow m^2 = 225 - 144 \Rightarrow m = \sqrt{81} =$
$= 9$ cm

Aplicamos el teorema de la altura para calcular la otra proyección:

$12^2 = 9 \cdot n \Rightarrow n = \frac{144}{9} = 16$

Obtenemos la base (hipotenusa): 9 + 16 = 25 cm

Calculamos el área: $A = \frac{25 \cdot 12}{2} = 150 \text{ cm}^2$

Aplicamos el teorema del cateto para calcular el otro cateto:

$b^2 = 16 \cdot 25 = 400 \Rightarrow b = \sqrt{400} = 20$ cm

Calculamos el perímetro:

P = 15 + 25 + 20 = 60 cm

El área mide 150 cm^2 y el perímetro 60 cm.

d) Aplicamos el teorema de la altura para calcular la otra proyección:

$6^2 = 8 \cdot n \Rightarrow n = \frac{36}{8} = 4{,}5$ cm

Obtenemos la base (hipotenusa): 8 + 4,5 = 12,5 cm

Calculamos el área: $A = \frac{12{,}5 \cdot 6}{2} = 37{,}5 \text{ cm}^2$

Aplicamos el teorema del cateto para calcular los catetos:

$b^2 = 12{,}5 \cdot 4{,}5 = 56{,}25 \Rightarrow b = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5$ cm

$c^2 = 12{,}5 \cdot 8 = 100 \Rightarrow c = \sqrt{100} = 10$ cm

Calculamos el perímetro:

P = 12,5 + 7,5 + 10 = 30 cm

El área mide 37,5 cm^2 y el perímetro 30 cm.

65. Aplicamos el teorema de la altura para calcular la altura:

$h^2 = 34 \cdot 12 = 408 \Rightarrow h = \sqrt{408} = 20{,}2$ cm

Obtenemos la base (hipotenusa): 34 + 12 = 48 cm

Calculamos el área: $A = \frac{48 \cdot 20{,}2}{2} = 464{,}6 \text{ cm}^2$

Aplicamos el teorema del cateto para calcular los catetos:

$b^2 = 12 \cdot 46 = 552 \Rightarrow b = \sqrt{552} = 23{,}5$ cm

$c^2 = 34 \cdot 46 = 1564 \Rightarrow c = \sqrt{1564} = 39{,}55$ cm

Calculamos el perímetro:

P = 46 + 23,5 + 39,5 = 109,05 cm

El área mide 464,6 cm^2 y el perímetro 109,05 cm.

66. Dos triángulos rectángulos tienen un ángulo recto (90º), de manera que si otro de los ángulos lo tienen igual, por el primer criterio de semejanza, los dos triángulos rectángulos serán semejantes.

Si tienen dos lados proporcionales podemos escribir que b/b' = a/a' k, de donde obtenemos que a = ka' y b= = kb'. Aplicando el teorema de Pitágoras veremos que necesariamente el otro lado también es proporcional:

$c' = a^2 - b^2 = (ka')^2 - (kb')^2 = k^2(a'^2 - b'^2) = k^2c'^2$

Así, $c^2 = k^2c'^2 \rightarrow c = kc' \rightarrow b/b' = a/a' = c/c' = k^2c'^2$

Por tanto, por el criterio dos de semejanza de triángulos, los dos triángulos rectángulos tratados serán semejantes.

Página 184

67. La escala 8:1 es una ampliación.

Calculamos la longitud x en el dibujo:

$\frac{8}{1} = \frac{x}{0{,}3} \Rightarrow x = 8 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$ cm

En el dibujo tendrá 2,4 cm de longitud.

68. La escala 5:1 es una ampliación.

Calculamos el diámetro real del anillo:

$\frac{5}{1} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = \frac{7}{5} = 1{,}4$ cm

El diámetro real del anillo es de 1,4 cm.

69. La escala 1:100000 es una reducción.

Calculamos la distancia real x:

$\frac{1}{100000} = \frac{7{,}2}{x} \Rightarrow x = 7{,}2 \cdot 100000 = 720000$ cm

Representa 7,2 km en la realidad.

70. Calculamos la longitud del primer segmento en la realidad:

$\frac{1}{50} = \frac{4{,}5}{x} \Rightarrow x = 50 \cdot 4{,}5 = 225 \text{ cm} = 2{,}25$ m.

El primer segmento mide 2,25 metros en la realidad.

Calculamos la longitud del segundo segmento en el dibujo:

$\frac{1}{50} = \frac{y}{2{,}5} \Rightarrow y = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05 \text{ m} = 5$ cm

El segundo segmento mide 5 cm en el dibujo.

71. La escala se obtiene como cociente entre la longitud en el plano y la longitud en la realidad:

$\frac{3{,}5}{70} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{70}{3{,}5} = 20$

La escala es 1:20.

72. La escala se obtiene como cociente entre la longitud en el plano y la longitud en la realidad:

$\frac{15}{3} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow$ La escala es 5:1

73. Actividad personal.

74. La razón de semejanza entre lo representado en el plano y la realidad es la escala:

$k = \frac{1}{1000}$

La razón de las superficies es $k^2 = \frac{1}{1000000}$

Calculamos la superficie S en la realidad:

$$\frac{9}{S} = \frac{1}{1000000} \Rightarrow S = 9000000 \text{ cm}^2 = 900 \text{ m}^2$$

La superficie medirá 900 m^2 en la realidad.

75. La razón de semejanza entre lo representado en el plano y la realidad es la escala:

$$k = \frac{1}{100000}$$

La razón de las áreas es $k^2 = \dfrac{1}{10000000000}$

Calculamos el área real A:

$$\frac{64}{A} = \frac{1}{10000000000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 640000000000 \text{ cm}^2 = 64 \text{ km}^2$$

El área real de la comarca es de 64 km^2

76. Tenemos en cuenta que dos cuerpos son semejantes si tienen la misma forma pero distinto tamaño.

– Dos cubos sí son semejantes siempre, porque vienen determinados por una sola medida, la arista.

– Dos ortoedros no son semejantes siempre, porque vienen determinados por tres medidas y no siempre tienen que ser proporcionales.

– Dos esferas sí son semejantes siempre, porque vienen determinados por una sola medida, el radio.

77. Calculamos la razón de semejanza:

$$k = \frac{9}{4}$$

Obtenemos la razón de sus volúmenes:

$$k^3 = \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{729}{64}$$

Calculamos el volumen V:

$$\frac{5586}{V} = \frac{729}{64} \Rightarrow V = \frac{5586 \cdot 64}{729} = 490{,}4 \text{ cm}^3$$

El volumen es de 490,4 cm^3

78. Comenzamos expresando los volúmenes en la misma unidad:

96 cm^3 = 0,096 dm^3

Calculamos la razón de los volúmenes:

$$k^3 = \frac{0{,}096}{12} = 0{,}008$$

Obtenemos la razón de semejanza (la escala):

$$k = \sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$$

Calculamos la altura x del cuerpo pequeño:

$$\frac{x}{3} = 0{,}2 \Rightarrow x = 3 \cdot 0{,}2 = 0{,}6 \text{ dm} = 6 \text{ cm}$$

La altura del cuerpo pequeño es de 6 cm.

79. La razón de sus volúmenes es $k^3 = 27$.

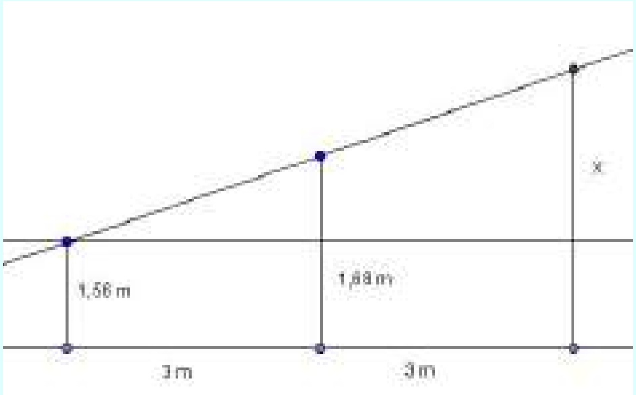
La razón de semejanza es $k = \sqrt[3]{27} = 3$

Calculamos la arista x:

$$\frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

La arista mide 6 cm.

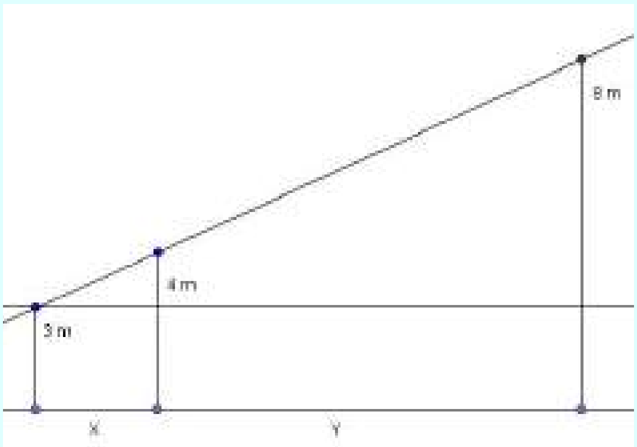
80. Representamos los datos en una figura, y trazamos una recta paralela al suelo por la cabeza de la primera estudiante, de manera que obtenemos dos triángulos en posición de tales:



Se verifica que $\dfrac{0{,}12}{3} = \dfrac{x}{6} \Rightarrow x = \dfrac{6 \cdot 0{,}12}{3} = 0{,}24$

La altura de la tercera estudiante es de 1,56 + 0,24 = = 1,80 metros.

81. Hacemos una figura de la situación (si fuera posible) y trazamos una recta paralela al suelo por el extremo superior de la vara de 3 metros, de manera que se obtendrían dos triángulos en posición de Tales:



Se verificaría que $\dfrac{1}{x} = \dfrac{5}{x+y} \Leftrightarrow 5x = x + y \Leftrightarrow y = 4x$

Se trata de una ecuación con dos incógnitas, que tiene infinitas soluciones: por ejemplo:

x =1, y = 4; x = 2, y = 8;…

Es decir, basta situar las varas de manera que la distancia entre la de 8 metros y la de 4 metros sea el cuádruple de la distancia entre la de 4 metros y la de 3 metros.

82. Según la figura tenemos dos triángulos en posición de Tales.

Se verifica que $\frac{24}{d} = \frac{24+20}{33} \Rightarrow d = \frac{792}{44} = 18$

La distancia es de 18 metros.

83. Calculamos las diagonales para cada caso:

Para un área doble:

La razón de las áreas es $k^2 = \frac{A'}{A} = \frac{2A}{A} = 2 \Rightarrow$ la razón de las diagonales (razón de semejanza) es:

$k = \sqrt{2} \Rightarrow d' = \sqrt{2} \cdot d$

La diagonal debe ser $\sqrt{2}$ veces la diagonal del televisor original.

Para un área triple:

La razón de las áreas es $k^2 = \frac{A'}{A} = \frac{2A}{A} = 3 \Rightarrow$ la razón de las diagonales (razón de semejanza) es:

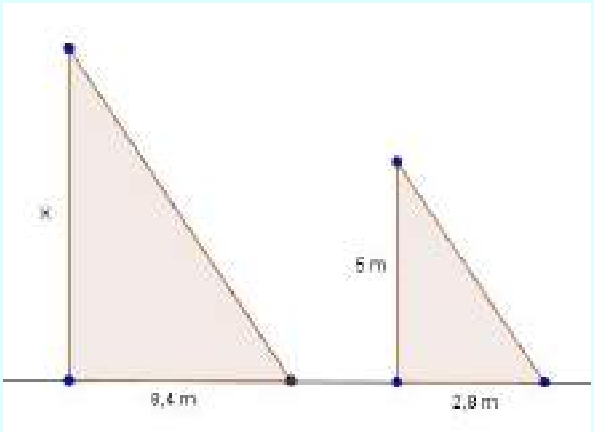
$k = \sqrt{3} \Rightarrow d' = \sqrt{3} \cdot d$

La diagonal debe ser $\sqrt{3}$ veces la diagonal del televisor original.

En general:

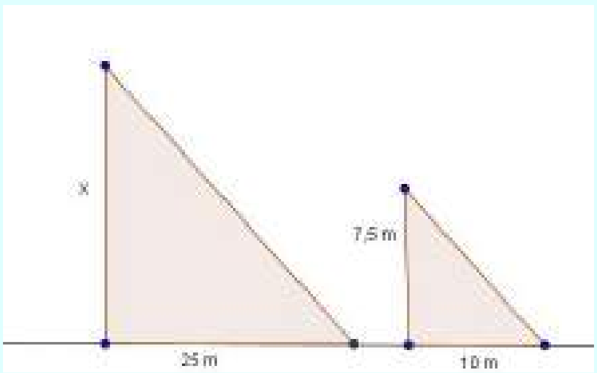
Podemos deducir, por un razonamiento similar, que para que el área de un televisor sea n veces el del original, la diagonal debe ser $\sqrt{n}$ veces la diagonal del televisor original

84. Llamamos x a la altura del árbol:



$\frac{x}{8,4} = \frac{5}{2,8} \Rightarrow \quad x = \frac{8,45}{2,8} = 15$. El árbol mide 15 m.

85. Podemos considerar que los rayos de Sol que inciden sobre el árbol y el poste son paralelos, de manera que se forman dos triángulos semejantes, y por tanto:



$\frac{x}{25} = \frac{7,5}{10} \Rightarrow \quad x = \frac{25 \cdot 7,5}{10} = 18,75$

El edificio mide 18,75 metros.

86. Según la figura, y teniendo en cuenta que es una pirámide de base cuadrada, los dos triángulos son semejantes (se pueden poner en posición de Tales).

Se verifica que $\frac{d}{60} = \frac{230}{74} \Rightarrow d = \frac{230 \cdot 60}{74} = 186,49$

La arista d mide 186,49 metros.

87. Trazamos una recta paralela al suelo por la cabeza de Miguel, de manera que obtenemos dos triángulos en posición de Tales.

Se verifica que $\frac{x}{15} = \frac{3,6-1,8}{1,2} \Rightarrow x = \frac{27}{1,2} = 22,5$

La altura del edificio se de 22,5 + 1,8 = 24,3 metros.

88. La razón de las áreas es:

$k^2 = 14400 \Rightarrow k = \sqrt{14000} = 120$ es la razón de las dimensiones de la superficie (razón de semejanza).

Se verifica:

$\frac{18}{x} = 120 \Rightarrow x = \frac{18}{120} = 0,15$ m = 15 cm

$\frac{48}{y} = 120 \Rightarrow y = \frac{48}{120} = 0,4$ m = 40 cm

Las piezas son de dimensiones 15 cm y 40 cm.

Página 185

89. Calculamos:

a) Los radios de las circunferencias son los radios de los hexágonos, y por tanto la razón de semejanza es:

$k = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$, siendo r el radio menor.

La razón de las áreas es $k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

La razón de las áreas es $\frac{1}{4}$

b) Aplicamos la razón de las áreas:

$\frac{A}{31,14} = \frac{1}{4} \Rightarrow A = \frac{31,14}{4} = 7,79$

El área del hexágono menor es de 7,79 cm^2.

90. Ejercicio resuelto en el libro.

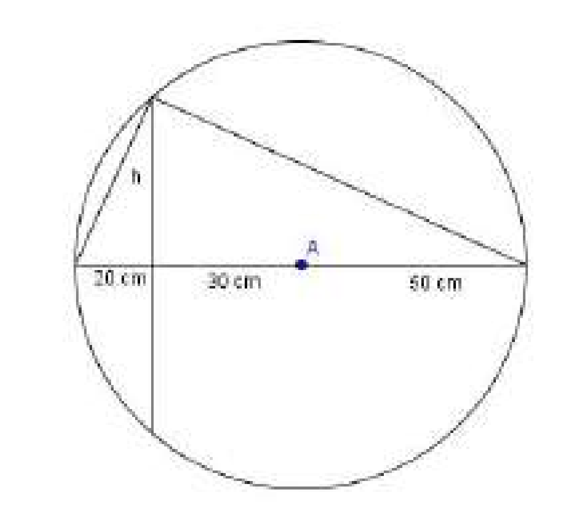
91. Se obtiene un triángulo rectángulo, pues el ángulo que abarca un diámetro de circunferencia es recto.

La hipotenusa, que es el diámetro de la circunferencia, mide 100 cm, las proyecciones de los catetos sobre ella son de 20 cm y 80 cm respectivamente, y la altura h sobre dicha hipotenusa es la mitad de la cuerda.

Aplicamos el teorema de la altura:

$h^2 = 20 \cdot 80 = 1600 \Rightarrow h = 40$

La cuerda mide 2·40 = 80 cm.



92. Aplicamos el teorema de la altura y obtenemos la altura de los triángulos:

$h^2 = 30 \cdot 50 = 150 \Rightarrow h = \sqrt{150} = 12,25$

Calculamos el área de cada tipo de triángulo:

$$A_1 = \frac{50 \cdot 12,25}{2} = 306,25 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{30 \cdot 12,25}{2} = 183,75 \text{ cm}^2$$

De cada color necesitamos 306,25 + 183,75 = 490 cm^2 de tela.

93. Aplicamos el teorema de la altura para calcular la distancia pedida m:

$$(4,8)^2 = m \cdot 7,5 \Rightarrow m = \frac{23,04}{7,5} = 3,072$$

El albergue está a 3,072 km.

94. Ejercicio resuelto en el libro.

95. Aplicamos el teorema del cateto para hallar la distancia a las fruterías:

$c^2 = 30 \cdot 18,5 = 555 \Rightarrow c = \sqrt{555} = 23,56$

$b^2 = 30 \cdot (30 - 18,5) = 30 \cdot 11,5 = 345 \Rightarrow b = \sqrt{345} = 18,57$

Aplicamos el teorema de la altura para hallar la distancia a la librería:

$h^2 = 18,5 \cdot 11,5 = 212,75 \Rightarrow h = \sqrt{212,75} = 14,59$

La casa se halla a 23,56 metros de la frutería 1, a 18,57 metros de la frutería 2 y a 14,59 metros de la librería.

96. Calculamos cuánto mide la habitación en realidad:

$$\frac{1}{400} = \frac{1,5}{x} \Rightarrow x = 400 \cdot 1,5 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$$

Calculamos la habitación en el plano a escala 1:500:

$$\frac{1}{500} = \frac{x}{600} \Rightarrow x = \frac{600}{500} = 1,2$$

La habitación medirá 1,2 cm a escala 1:500.

97. Las soluciones son las siguientes:

a) Calculamos el lado del cuadrado a escala:

$$\frac{1}{20} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = \frac{80}{20} = 4 \text{ cm}$$

Basta dibujar un cuadrado de 4 cm de lado y dos semicírculos contiguos a sus lados, de radio 2 cm, puesto que el lado coincide con el diámetro.

b) Calculamos el área de un cuadrado y el área de un círculo (2 semicírculos):

$A_1 = 80^2 = 6400 \text{ cm}^2$

$A_2 = 3,14 \cdot 40^2 = 3,14 \cdot 1600 = 5024 \text{ cm}^2$

El área de la mesa es de:

$6400 + 5024 = 11424 \text{ cm}^2 = 1,1424 \text{ m}^2$

Calculamos el perímetro de una circunferencia (2 semicircunferencias) y le añadimos dos lados del cuadrado:

$P = 2 \cdot 3,14 \cdot 40 = 251,2$ cm

El perímetro de la mesa es de:

251,2 + 80 + 80 = 411,2 cm = 4,112 m.

98. Las dimensiones a escala serían:

Calculamos la longitud:

$$\frac{1}{150} = \frac{x}{72,7} \Rightarrow x = \frac{72,7}{150} = 0,4847\text{m} = 48,47 \text{ cm}$$

Calculamos la envergadura:

$$\frac{1}{150} = \frac{y}{79,8} \Rightarrow y = \frac{79,8}{150} = 0,532\text{m} = 53,2 \text{ cm}$$

Calculamos la altura:

$$\frac{1}{150} = \frac{z}{24,1} \Rightarrow z = \frac{24,1}{150} = 0,1607\text{m} = 16,07 \text{ cm}$$

99. Obtenemos la razón de semejanza, que es la escala:

$$k = \frac{1}{200}$$

La razón de los volúmenes es:

$$k^3 = \left(\frac{1}{200}\right)^3 = \frac{1}{8\,000\,000}$$

La razón de las áreas es:

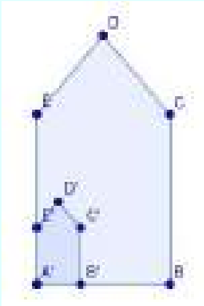
$$k^2 = \left(\frac{1}{200}\right)^2 = \frac{1}{40\,000}$$

El volumen es 8 000 000 de veces más reducido y el área 40 000 veces.

Página 186

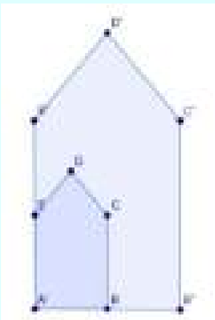
100. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Dibujamos una proyección con foco en un vértice y razón de semejanza cualquiera:

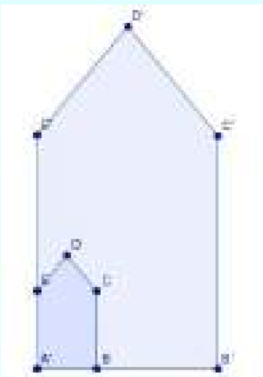


b) Dibujamos una proyección con foco en el interior del polígono y razón de semejanza menor que 1:

c) Dibujamos una proyección con razón de semejanza 2:



d) $k^2 = 9 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow$ Dibujamos una proyección con razón de semejanza 3:



101. Convertimos el dato del triángulo pequeño a la misma unidad 1,7 cm = 0,017 m y aplicamos la semejanza de los triángulos:

$\frac{1,8}{0,017} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{0,017}{1,8} = 0,009\widehat{4}$ UA =

= 1 412 868,778 km

El diámetro del Sol mide 1 412 868,778 km.

102. Consideramos las alturas de cada tipo de triángulo (que son semejantes):

Triángulo azul grande: h_1 = 3,5 cm

Triángulo amarillo: h_2 = 2 cm

Triángulo azul pequeño: h_3 = 3,5 – 2 = 1,5 cm

La razón de semejanza de los triángulos azul grande y amarillo es $k_2 = \frac{3,5}{2} = 1,75$.

La razón de semejanza de los triángulos azul grande y azul pequeño es $k_3 = \frac{3,5}{1,5} = 2,33$.

El área del triángulo azul grande es:

$A_1 = \frac{(1,32+1,32)\cdot 3,5}{2} = 4,62 \text{ cm}^2$

La razón de las áreas de los triángulos azul grande y amarillo es $k_2^2 = 1,75^2 = 3,0625$, y por tanto:

$\frac{4,62}{A_2} = 3,0625 \Rightarrow A_2 = \frac{4,62}{3,0625} = 1,51$

La razón de las áreas de los triángulos azul grande y azul pequeño es $k_3^2 = 5,44$, y por tanto:

$\frac{4,62}{A_3} = 5,44 \Rightarrow A_3 = \frac{4,62}{5,44} = 0,85$

El área de la zona azul es aproximadamente:

$1,51 + 2\cdot 0,85 = 3,21 \text{ cm}^2$

103. Ejercicio resuelto en el libro.

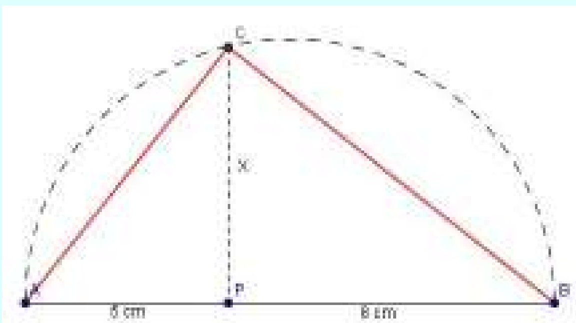
104. Observamos que $\frac{5}{x} = \frac{x}{8}$ si y sólo si $x^2 = 5\cdot 8$.

Por el teorema de la altura, x es la longitud de la altura relativa a la hipotenusa de un triángulo rectán-gulo cuyas proyecciones de los catetos sobre esta hipotenusa son 5 cm y 8 cm. Por tanto, el problema se reduce a construir un triángulo rectángulo dadas las proyecciones de los catetos.

Trazamos una semirrecta y, sobre ella, marcamos los segmentos dados: AP de longitud 5 cm, y PB de 8 cm.

Dibujamos una semicircunferencia con centro el punto medio de AB y diámetro 13 cm (radio 6,5 cm), que es la suma de los segmentos.

Trazamos por P la recta perpendicular al segmento AB, y llamamos C al punto de corte con la semicircunferencia.



El triángulo ABC es el triángulo rectángulo que buscamos, y PC, el segmento x.

105. Ejercicio resuelto en el libro.

106. El tamaño máximo que disponemos es de:

29,7 – 4 = 25,7 cm de largo y 21 – 4 = 17 cm de ancho.

Calculamos la escala para poder representar el largo del cuadro (todas las medidas en cm):

$$\frac{25,7}{500} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 20 \Rightarrow \text{la escala debe ser 1:20}$$

Calculamos la escala para poder representar el ancho del cuadro (todas las medidas en cm):

$$\frac{17}{300} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 18 \Rightarrow \text{la escala debe ser 1:18}$$

La escala que permite representar las dos dimensiones del cuadro en la hoja que disponemos es la de mayor reducción, es decir, 1:20.

107. Disponemos de una hoja A4 de dimensiones 29,7 cm y 21 cm.

Calculamos la escala para poder representar la distancia más larga (todas las medidas en cm):

$\frac{29,7}{520000000} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 17508418 \Rightarrow$ la escala debe ser 1: 17508418.

Calculamos la escala para poder representar la distancia más corta (todas las medidas en cm):

$\frac{21}{300000000} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 14285715 \Rightarrow$ la escala debe ser 1: 14285715.

La escala que permite representar las dos dimensiones de la superficie en la hoja A4 es la de mayor reducción, es decir, 1: 17508418.

108. Calculamos el volumen de la esfera grande:

$$V_g = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 16^3 = 17148,59 \text{ cm}^3$$

Calculamos el radio r de la esfera pequeña utilizando la razón de semejanza:

$$\frac{3}{5} = \frac{r}{16} \Rightarrow r = \frac{16 \cdot 3}{5} = 9,6 \text{ cm}$$

Calculamos el volumen de la esfera pequeña:

$$V_p = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (9,6)^3 = 3704,09 \text{ cm}^3$$

Obtenemos el volumen pedido como diferencia entre ambos volúmenes de las esferas:

$V = V_g - V_p = 13444,5 \text{ cm}^3$

El volumen del espacio es 13444,5 cm^3.

109. Calculamos la razón de semejanza $k = \frac{9}{10}$

Obtenemos la razón de sus volúmenes:

$$k^3 = \left(\frac{9}{10}\right)^3 = \frac{729}{1000} = 0,729$$

Llamamos V_p al volumen del ortoedro pequeño (de 9 cm de alto) y V_g al volumen del grande (de 10 cm de alto), de manera que se verifica $V_g = \frac{V_p}{0,729}$, y como el precio es proporcional al volumen, el precio del ortoedro grande será $\frac{2,4}{0,729} = 3,29$.

El ortoedro semejante cuesta 3,29 euros.

Desarrolla tus competencias

1. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Medimos con regla y utilizamos la escala multiplicando por 100; aunque al dividir entre 100 para cambiar de unidad, quedan todas las medidas igual:

Salón: 2,6 x 3 metros

Dormitorio: 2,4 x 2,5 metros

Despacho: 2,6 x 1,3 metros

Cocina: 1,5 x 1,1 metros

Baño: 1,5 x 1,2 metros

b) Obtenemos la superficie de cada estancia (rectángulos):

Salón: $2,6 \cdot 3 = 7,8$ m^2

Dormitorio: $2,4 \cdot 2,5 = 6$ m^2

Despacho: $2,6 \cdot 1,3 = 3,9$ m^2

Cocina: $1,5 \cdot 1,1 = 1,65$ m^2

Baño: $1,5 \cdot 1,2 = 1,8$ m^2

Calculamos la superficie total:

Por un lado $5,2 \cdot 5,2 = 27,04$ m^2

Por otro lado $2,7 \cdot 0,7 = 1,89$ m^2 no son del apartamento

Luego la superficie del apartamento es de:

$27,04 - 1,89 = 25,15$ m^2

2. Actividad personal.

3. El contrato dura 10 meses, por lo que se gastará en alquiler $855 \cdot 10 = 8550$ euros.

Calculamos el porcentaje:

$$\frac{19000}{100\%} = \frac{8550}{x} \Rightarrow x = \frac{855000}{19000} = 45\%$$

Le tendría que dedicar el 45% de la beca, por tanto, es correcta la opción C.

4. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Obtenemos que están a unos 8 km (en línea recta).

b) Para desplazarnos en bici el recorrido más corto es de 8,4 km.

c) El trayecto ocupa unos 25 minutos.

Evaluación de estándares

1. Hallamos la longitud del segmento x:

Se verifica que $\frac{x}{3,6} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{3,6}{3} = 1,2$

El segmento mide 1,2 cm.

2. Aplicamos el teorema de Tales y calculamos x:

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5}{4} = 3,75 \text{ cm}$$

Aplicamos la semejanza de los triángulos (están en posición de Tales) y calculamos y:

$$\frac{3}{3+4} = \frac{y}{2,5} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 2,5}{7} = 1,07 \text{ cm}$$

El valor de x es 3,75 cm y el valor de y es 1,07 cm.

3. Consideramos dos triángulos (semejantes), el naranja de altura 3,5 cm y otro más pequeño que se obtiene de éste y tiene altura 3,5:2 = 1,75 cm y base 0,74·2 = 1,48 cm:

Calculamos la razón de semejanza $k = \frac{1,75}{3,5} = 0,5$.

Calculamos el área del triángulo pequeño:

$$A_p = \frac{1,48 \cdot 1,75}{2} = 1,295 \text{ cm}^2$$

Obtenemos la razón entre sus áreas $k^2 = (0,5)^2 = 0,25$

Calculamos el área pedida A:

$$\frac{1,295}{A} = 0,25 \Rightarrow A = \frac{1,295}{0,25} = 5,18 \text{ cm}^2$$

El área del triángulo naranja es 5,18 cm^2.

4. Las soluciones son:

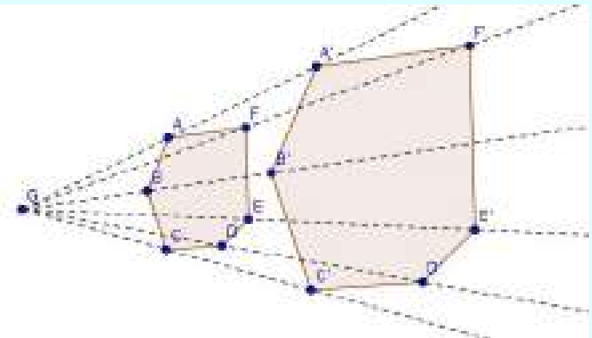
a) Calculamos la razón entre sus perímetros, que coincide con la razón de semejanza:

$$k = \frac{2,5}{10} = 0,25$$

b) La razón entre las áreas es $k^2 = (0,25)^2 = 0,0625$.

5. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Dibujamos un hexágono semejante con razón k = 2 utilizando el método de proyección.



6. Para que sean rectángulos se tiene que verificar que la suma de las áreas de los dos cuadrados pequeños sea igual a la mayor. Así, 350 + 391 = 741 cm^2, mientras que el área del cuadrado mayor es 841 cm^2. Por tanto, no son rectángulos.

7. Llamamos x a la altura de Nuria.

Podemos considerar que los rayos de Sol que inciden sobre David y Nuria son paralelos, de manera que se forman dos triángulos semejantes, y por tanto:

$$\frac{180}{x} = \frac{240}{220} \Rightarrow \quad x = \frac{180 \cdot 220}{240} = 165 \text{ cm}$$

Nuria mide165cm.

8. Las soluciones son las siguientes:

a) Aplicamos el teorema del cateto:

$$28^2 = a \cdot 21 \quad \Rightarrow a = \frac{784}{21} = 37,33 \text{ cm}$$

Calculamos la otra proyección: n = 37,33 – 21 = 16,33 cm.

Aplicamos, de nuevo, el teorema del cateto:

$$b^2 = 37,33 \cdot 16,33 = 609,6 \ \Rightarrow b = \sqrt{609,6} = 24,7 \text{ cm}$$

Aplicamos el teorema de la altura:

$$h^2 = 21 \cdot 16,33 = 342,93 \ \Rightarrow h = 18,52 \text{ cm}$$

Calculamos el área y el perímetro:

$$A = \frac{37,33 \cdot 18,52}{2} = 345,68 \text{ cm}^2$$

P = 28 + 37,33 + 24,7 = 90,03 cm

Por tanto el área mide 345,68 cm^2 y el perímetro 90,03 cm.

b) Calculamos la otra proyección: n = 12 – 8 = 4 cm.

Aplicamos el teorema de la altura:

$$h^2 = 8 \cdot 4 = 32 \ \Rightarrow h = 5,66 \text{ cm}$$

Aplicamos el teorema del cateto:

$$b^2 = 12 \cdot 4 = 48 \ \Rightarrow b = \sqrt{48} = 6,93 \text{ cm}$$

$$c^2 = 12 \cdot 8 = 96 \ \Rightarrow c = \sqrt{96} = 9,80 \text{ cm}$$

Calculamos el área y el perímetro:

$$A = \frac{12 \cdot 5,66}{2} = 33,96 \text{ cm}^2$$

P = 12 + 6,93 + 9,80 = 28,73 cm

Por tanto el área mide 33,96 cm^2 y el perímetro 28,73 cm.

9. La razón de semejanza es la escala:

$$k = \frac{1}{100\,000}$$

La razón de sus áreas es:

$$k^2 = \left(\frac{1}{100\,000}\right)^2 = \frac{1}{10\,000\,000\,000}$$

Calculamos la superficie S de la comarca:

$$\frac{6,25}{S} = \frac{1}{10000000000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ S = 62500000000 \text{ cm}^2 = 6,25 \text{ km}^2$$

La superficie de la comarca es de 6,25 km^2.

10. Calculamos la razón de los volúmenes de la maqueta y del edificio (en la misma unidad):

$$k^3 = \frac{12\,096}{3\,024\,000\,000} = 0{,}000004$$

Calculamos la razón de las áreas:

$$k = \sqrt[3]{0{,}000004} = 0{,}01587401 \Rightarrow k^2 = 0{,}00025$$

Calculamos el área de la planta del edificio:

$$14 \cdot 14 = 336 \text{ m}^2$$

Calculamos el área A de la planta de la maqueta:

$$\frac{A}{336} = 0{,}00025 \Rightarrow A = 0{,}084 \text{ m}^2 = 840 \text{ cm}^2$$

El área de la planta de la maqueta es 840 cm^2.

Estrategia e ingenio

Semejanza

Serían semejantes si:

$$\frac{y+2z}{x+2z} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow xy + 2xz = xy + 2zy \Leftrightarrow xz = yz \Leftrightarrow x = y$$

Luego en general no son semejantes (sólo serían semejantes si fuera un marco cuadrado, x = y).

Gulliver en Liliput

a) La razón de semejanza es k = 12, y la razón de las áreas de las sábanas $k^2 = 144$.

b) La altura de Gulliver es 12·15 = 180 cm = 1,80 m.

c) Calculamos la longitud x de las sábanas de los liliputienses:

$$190 = 12 \cdot x \Rightarrow x = \frac{190}{12} = 15{,}83 \text{ cm}$$

d) Calculamos el área A de las sábanas de Gulliver:

$$A = 144 \cdot 300 = 43200 \text{ cm}^2 = 4{,}32 \text{ m}^2$$

Direcciones de Internet

Tiching	Webs
http://www.tiching.com/747425	https://tube.geogebra.org/student/b471281
http://www.tiching.com/747426	http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/tales_y_pitagoras/espejo/actividad.html
http://www.tiching.com/747427	http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/escalas_y_planos/papel_milimetrado/actividad.html
http://www.tiching.com/747428	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/semejanza_triangulos_macb/index.htm
http://www.tiching.com/747429	http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com.es/2013/01/demostracion-de-los-teoremas-metricos.html
http://www.tiching.com/747430	http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/escalas_y_planos/camino_al_trabajo/actividad.html
http://www.tiching.com/747431	http://matematicas.torrealmirante.net/SEGUNDO%20ESO/soluciones%20libro%20Sm%20Esfera/tema%2012%20teorema%20de%20tales.pdf


SEMEJANZA Y TEOREMA DE PITÁGORAS CON GEOGEBRA

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 1*. Formular y expresar argumentos propios de manera convincente y adecuada al contexto para explicar y justificar la respuesta dada.
- *Act*. 2. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos para resolver el problema.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 1 y 2.* Reconocer y asimilar los conceptos y las propiedades sobre cálculos de areas y transformaciones geométricas sobre poliedros y ser capaz de reproducirlos.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Semejanza con GeoGebra*. Desarrollar la capacidad de construir figuras y cuerpos semejantes con el programa GeoGebra, potenciando la habilidad para analizar y comprobar el resultado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

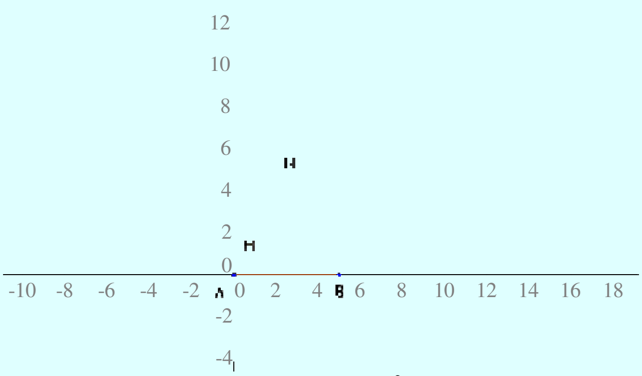
- *Act. 4.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos sobre los poliedros y sus propiedades, siendo creativo, flexible en los planteamientos y perseverante en la solución.
- *Piensa y contesta.* Identificar en la realización del problema las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 212

1. Para construir un heptágono de 5cm de lado, consideramos puntos A=(0,0) y B=(5,0), y el heptágono H que se obtiene con la herramienta *Polígono Regular* con A,B y 7 lados como entrada.

Usando la herramienta *homotecia*, podemos generar un heptágono semejante de razón 0,25, H'. En la figura siguiente vemos H y su semejante H', que hemos obtenido considerando la homotecia centrada en A:



El área de H es A_H=64,95 cm^2, y el área de H' es $A_{H'}$=4,06 cm^2, y su cociente es

$$\frac{A_{H'}}{A_H} = 0,0625 = (0,25)^2,$$

el cuadrado de la razón de la homotecia.

2. El perímetro del polígono H es 30 cm, y el del H' es 7,5 cm. Calculando la razón, 7,5/30 = 0,25 y, por tanto, es justamente la razón de semejanza.

3. Utilizando la construcción que hemos realizado, y con ayuda del programa, fácilmente podemos determinar las ternas que cumplen la condición. Tomaremos incrementos de 0,5 y partimos del triángulo inicial, que mide b = c = 1 cm.

Recordemos que el valor de *b* debe ser menor que *c*. Así, para cada *c* modificaremos b para que sea así. Por ejemplo, para c = 1,5, la b solo puede ser 1; para c = 2 podrá ser 1 y 1,5, etc. A continuación indicamos algunas de las ternas obtenidas:

(1, 1.5, 1.8); (1, 2, 2.24); (1.5, 2, 2.5); (1, 2.5, 2.69); (1.5, 2.5, 2.92); (2, 2.5, 3.2); (1, 3, 3.16); (1.5, 3, 3.35); (2, 3, 3.61); (2.5, 3, 3.91); (1, 3.5, 3.62); (1.5; 3.5; 3.81); (2, 3.5, 4.03); (2.5; 3.5; 4.3); (3, 3.5, 4.62); (1, 4, 4.12); (1.5, 4, 4.27);… (45, 50, 67.27); (45.5, 50, 67.6).

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 8-7 de la guía)

7. La figura forma triángulos en posición de Tales, luego sus lados son proporcionales:

$$\frac{3}{6}=\frac{4}{x}\Rightarrow\ 3x=24\Rightarrow x=8$$

El travesaño mide 8 metros.

8. Llamamos x a la anchura del río, y como los triángulos son semejantes (se pueden poner en posición de Tales) se verifica:

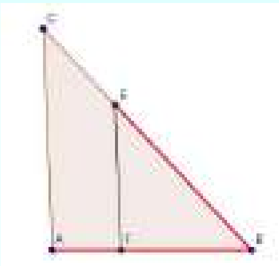
$$\frac{15}{60}=\frac{5}{x}\Rightarrow\ 15x=300\Rightarrow x=20$$

La anchura del río es de 20 metros.

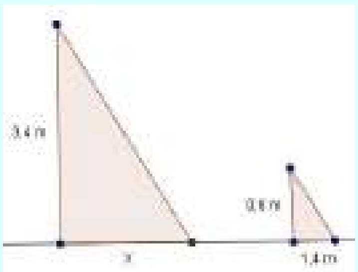
(Viene de la página 8-13 de la guía)

Página 177

21. Actividad personal. A modo de ejemplo:



22. Llamamos *x* a la sombra del poste. Podemos considerar que los rayos de Sol que inciden sobre la vara y el poste son paralelos, de manera que se forman dos triángulos semejantes, y por tanto:



$$\frac{0,8}{1,4}=\frac{3,4}{x}\Rightarrow\ x=\frac{3,4\cdot 1,4}{0,8}=5,95$$

La sombra que proyecta el poste mide 5,95 metros.

23. Son triángulos en posición de Tales, por tanto sus lados son proporcionales:

Se verifica: $\frac{5}{4}=\frac{x}{3}\Rightarrow 4x=15\Rightarrow x=\frac{15}{4}=3,75$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo pequeño:

$5^2=4^2+y^2\Rightarrow y^2=25-16=9\ \Rightarrow y=3$

Se cumple: $\frac{4}{3}=\frac{7}{z}\Rightarrow 4z=21\Rightarrow z=\frac{21}{4}=5,25$

Por tanto x = 3,75; y = 3; z = 5,25.

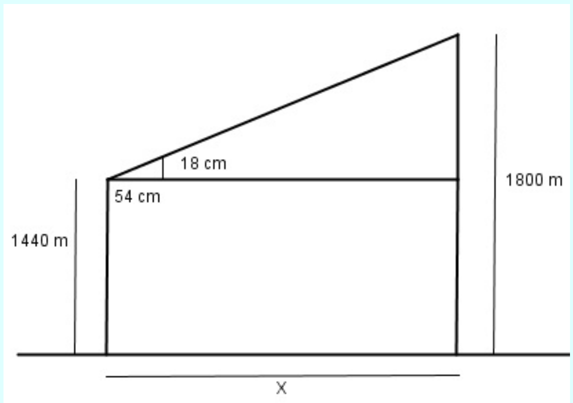
(Viene de la página 8-17 de la guía)

Página 177

31. Para hallar la altura de la antena tenemos que ver que podemos hacer dos triángulos semejantes, ya que los ángulos de incidencia y de reflexión son los mismos. Por lo tanto, para hallar la altura x:

$$\frac{32}{75}=\frac{15,2}{x}\rightarrow x=35,6\text{m}$$

32. Hacemos un dibujo de la situación, llamando x a la distancia al pie de montaña:



Aplicamos la semejanza de los triángulos construidos (despreciando la altura del montañero):

$$\frac{0,54}{x}=\frac{0,18}{360}\Rightarrow x=\frac{360\cdot 0,54}{0,18}=1080$$

El montañero está a unos 1080 m del pie de mon-taña.

33. Llamamos x a la profundidad del pozo y trazamos la recta que une los ojos y los puntos A y B. Aplicamos la semejanza de los triángulos construidos:

$$\frac{3}{0,9}=\frac{x}{1,7}\Rightarrow x=\frac{3\cdot 1,7}{0,9}=5,67$$

El pozo tiene 5,67 metros de profundidad.

FIGURA 1

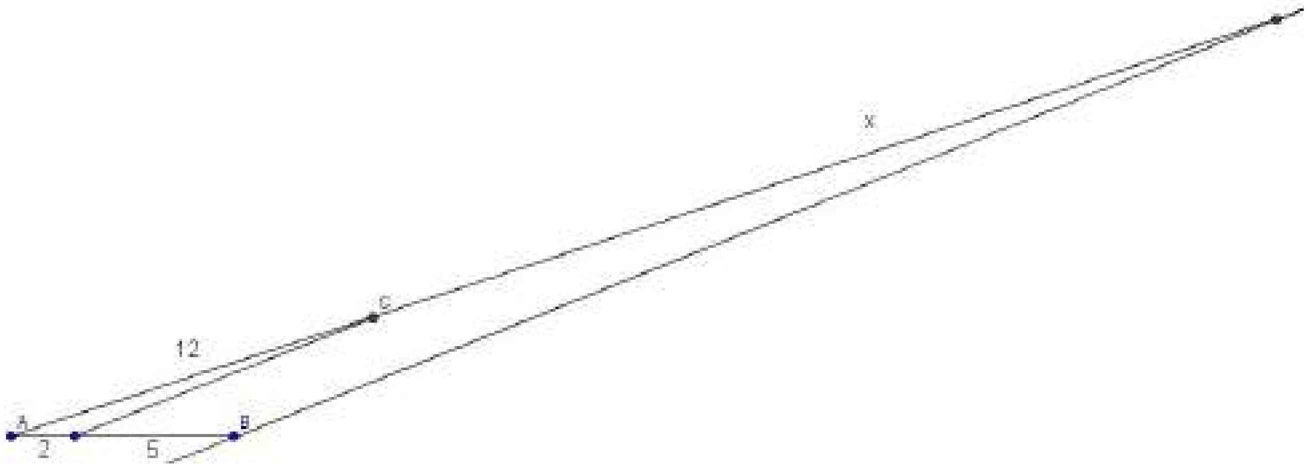


FIGURA 2

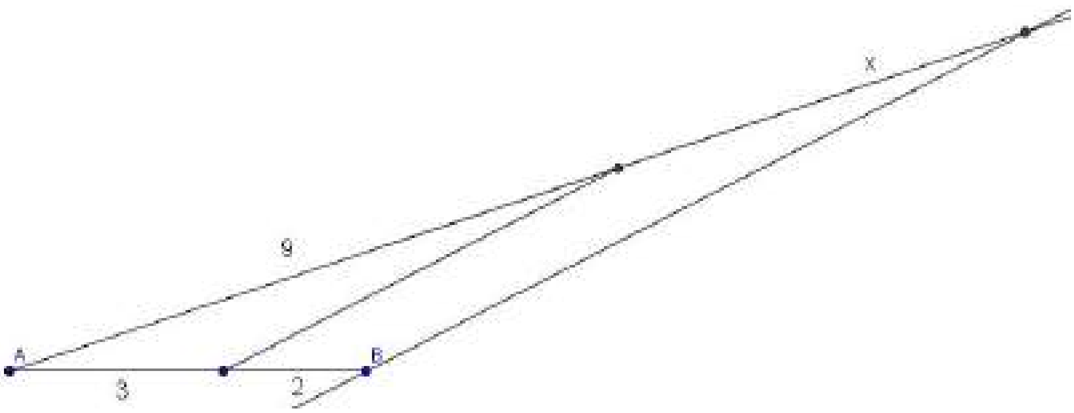


FIGURA 3

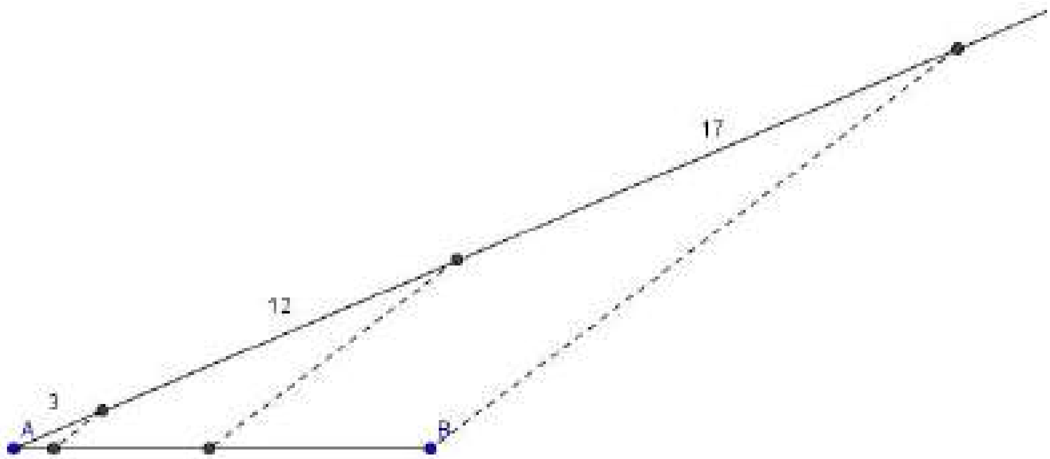


FIGURA 4

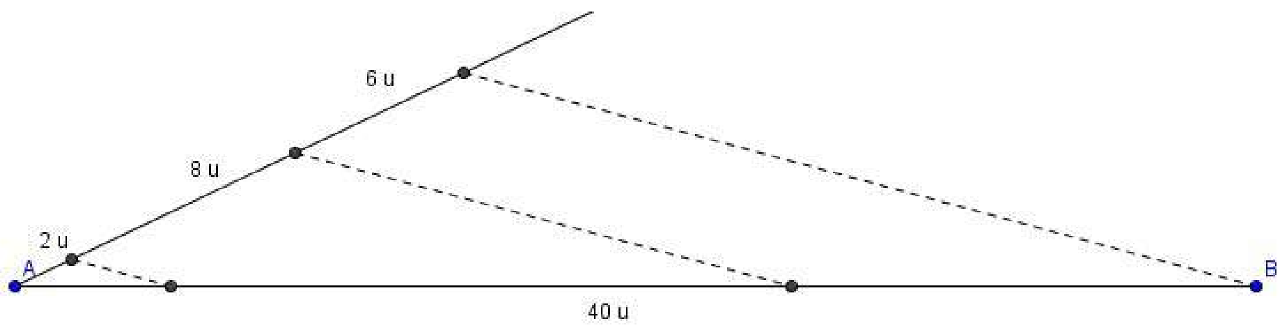


FIGURA 5

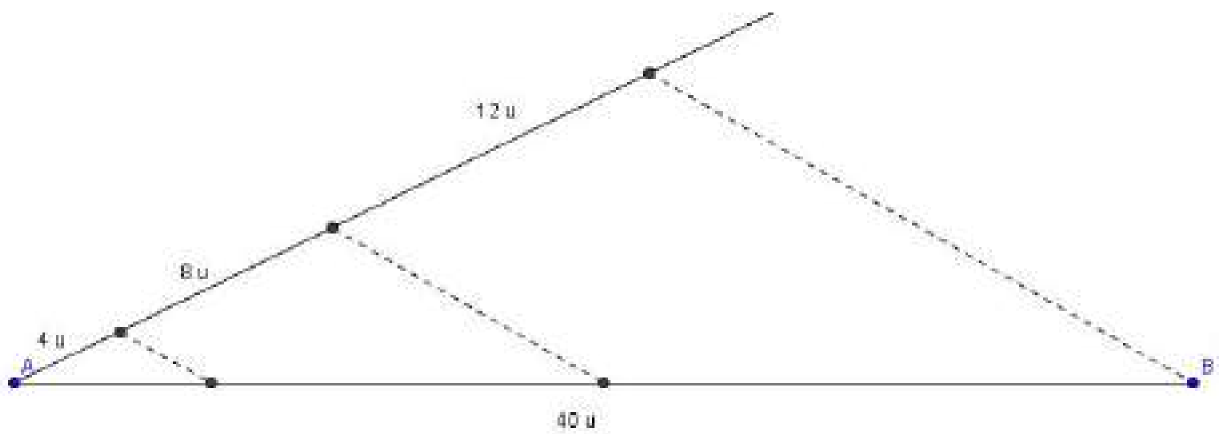


FIGURA 6