UNIDAD 10: Física nuclear

CUESTIONES INICIALES-PÁG. 271

1. ¿Cuál es la razón de que en el primer cuarto del siglo XX se descubriesen tantos elementos químicos?
Por la aplicación de las técnicas derivadas del descubrimiento de la radiactividad a la Química, pues los recientes elementos químicos son radiactivos.

2. Calcula, mediante la ecuación de Einstein, la energía que se produce al transformarse 1 g de materia en energía.
Aplicando la citada ecuación: $E_R = m_0 \text{ A } c^2 = 10^{-3}$ kg A $(3 \text{ A } 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \text{ A } 10^{13}$ J

3. La noche del 25 al 26 de abril de 1986 se produjo el mayor accidente ocurrido en una central nuclear. Tuvo lugar en la central ucraniana de Chernobil (antigua URSS).) Crees que una central nuclear, dedicada a la producción de energía eléctrica, puede explotar como una bomba atómica? Aunque en la actualidad la probabilidad del riesgo de un accidente nuclear es muy reducido, ¿por qué la sociedad acepta muy mal el riesgo nuclear, a pesar de ser muy inferior al de otros tipos de accidentes (automóvil, avión, etc)?
En cuanto a la primera pregunta: nunca podría estallar una central nuclear como una bomba atómica, pues las condiciones de trabajo en el reactor nuclear nunca son las que se precisan para ocasionar la explosión nuclear de una bomba.
Con respecto a la segunda cuestión: la respuesta es por los efectos devastadores derivados del uso militar en la fabricación de bombas nucleares y el triste recuerdo y los efectos que aún perduran del desastre de la central nuclear de Chernobil de 1986. Por otro lado, el recuerdo y la visión de películas sobre los efectos de las bombas de Hiroshima y Nagasaki han producido una memoria colectiva de rechazo. Sin perder de vista los efectos fisiológicos, tales como la aparición de cáncer, que el contacto con productos radiactivos puede ocasionar. Todo ello se traduce en gran miedo a todo lo que se relacione con la radiactividad.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 302

1. Un protón incide sobre litio y produce partículas alfa. Escribe la reacción nuclear que tiene lugar y determina en número atómico del litio y de qué isótopo de trata.
El litio tiene de número atómico Z = 3, por lo que en la reacción nuclear se producen dos partículas α.
La reacción nuclear es: ${}^{?}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2\, {}^{4}_{2}He$
Por lo que el isótopo de litio es el de número másico: A = 2 · 4 – 1 = 7

2. Completa las siguientes ecuaciones:
a) ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + ?$
b) ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + ?$
a) ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$
b) ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$

3. Desde el punto de vista de la equivalencia masa-energía,) la masa de los núcleos estables es mayor o menor que la suma de las masas de sus componentes? Razona la respuesta.
La masa de los núcleos estables es menor que la suma de las masas de sus constituyentes.

4. En una cámara de seguridad se encierra una muestra de $^{238}_{92}U$, de 0,15 kg de masa. El ^{238}U se desintegra de modo natural, produciendo $^{206}_{82}Pb$, y para simplificar se supone que este proceso tiene lugar directamente sin etapas intermedias. Al cabo de cierto tiempo, se abre la cámara, comprobando que la muestra original contiene ahora 0,04 kg de ^{206}Pb. Se sabe que el período de semidesintegración del ^{238}U es de 4,5 A 10^9 años. Calcula el tiempo transcurrido desde que se guardó la muestra hasta la apertura de la cámara.
Hay que recordar que un mol de partículas (átomos, moléculas, iones o núcleos) contiene una cantidad igual a la constante de Avogadro (N_A = 6,02 · 10^{23}) de entidades elementales (átomos, moléculas, iones o núcleos).

Para el ^{238}U su masa molar es igual a su número másico, expresado en $\frac{mol}{g}$, luego:

el número de núcleos de ^{238}U que contiene la muestra inicialmente es:

$$N_{0,U} = \frac{0,15 \cdot 10^3\ g}{238\ g/mol} \cdot N_A = 0,630 \cdot N_A$$

El número de núcleos de ^{206}Pb que tiene la muestra al final coincide con el número de núcleos de ^{238}U desintegrados y como la masa molar del ^{206}Pb es 206 $\frac{mol}{g}$, entonces:

$$N_{desintegrados,U} = N_{Pb} = \frac{0,04 \cdot 10^3\ g}{206\ g/mol} \cdot N_A = 0,194 \cdot N_A$$

Por tanto el número de núcleos de ^{238}U que quedan sin desintegrar es:
$N = N_0 - N_{Pb} = 0,436$ A N_A

Aplicando la ley de desintegración radiactiva: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{T} \cdot t}$

Y sustituyendo: $0,436 \cdot N_A = 0,630 \cdot N_A \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{4,5 \cdot 10^9\ años} \cdot t}$

Operando y tomando logaritmos neperianos resulta:

$$Ln \frac{0,436}{0,630} = -\frac{Ln\,2}{4,5 \cdot 10^9\ años} \cdot t \Rightarrow t = 2,39\ \mathrm{A}\ 10^9\ años$$

5. Se dispone de 1 mol de un isótopo radiactivo, cuyo período de semidesintegración es 100 días. a) ¿Al cabo de cuánto tiempo quedará solo el 10 % del material inicial? b) ¿Qué velocidad de desintegración o actividad tiene la muestra en ese momento?

a) Aplicando la ley de desintegración radiactiva y la relación entre el período de semidesintegración, T, y la constante de desintegración, λ, resulta que la cantidad de átomos presentes al cabo de un tiempo, t, es:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{N_0}{10} = N_0 \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{T}t}$$

Tomado logaritmos neperianos y operando resulta:

$$Ln\,10 = \frac{Ln\,2}{T} t \Rightarrow t = \frac{Ln\,10}{Ln\,2} \cdot 100\,días = 332,19\ días$$

b) A = λ · N , por tanto:

$$A = \frac{Ln2}{T} \cdot \frac{1\ mol\ \cdot N_A}{10} = \frac{Ln2}{100\,día \cdot 24\ h/día\ \cdot 3600\ s/h} \cdot \frac{1\ mol\ \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ núcleo/mol}{10}$$

de donde: A = $4{,}83 \cdot 10^{15}\ \frac{núcleo}{s} = 4{,}83 \cdot 10^{15}$ Bq

6. Se dispone de 10 mg de ^{210}Po, cuyo período de semidesintegración es 138 días. Calcula: a) El tiempo que debe transcurrir para que se desintegren 6 mg. b) La cantidad de núcleos quedan sin desintegrar al cabo de 365 días.

a) Aplicando la ley de desintegración radiactiva resulta que la cantidad de átomos presentes al cabo de un tiempo, t, es: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Los núcleos de los átomos de una muestra se pueden expresar en función de su masa (m), la constante de Avogadro (N_A) y la masa molar (M), por lo que:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{m}{M_{Po}} \cdot N_A = \frac{m_0}{M_{Po}} \cdot N_A \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Tomando logaritmos neperianos: $Ln\frac{m}{m_0} = -\lambda \cdot t$

La cantidad presente en un instante, m, es la diferencia entre la cantidad inicial m_0 y la cantidad desintegrada y como $\lambda = \frac{Ln2}{T}$, resulta que:

$Ln\frac{m_0 - m_{desintegrada}}{m_0} = -\frac{Ln2}{T}t$, despejando t resulta:

$$t = -\frac{T}{Ln2} \cdot Ln\frac{m_0 - m_{desintegrada}}{m_0} = -\frac{138\,días}{Ln2} \cdot\ Ln\frac{10\ mg - 6\ mg}{10\ mg} = 182{,}4\,días$$

b) La cantidad de núcleos de átomos iniciales que componen la muestra es:

$$N_0 = \frac{m_0}{M_{Po}} \cdot N_A = \frac{10\ \cdot 10^{-3}\ g}{210\ g/mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ núcleos/mol = 2{,}87 \cdot 10^{19}\ núcleos$$

Aplicando la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{Ln2}{T} \cdot t} = 2{,}87 \cdot 10^{19}\ núcleos\ \cdot\ e^{-\frac{Ln2}{138\,días} \cdot 365\,días} = 4{,}59 \cdot 10^{18}\ núcleos$$

7. El período de semidesintegración del ^{234}U es 2,33A10^5 años. Calcula: a) La constante de desintegración y la vida media. b) Si se parte de una muestra inicial de 5 A10^7 núcleos de átomos de dicho isótopo, ¿cuántos núcleos quedarán al cabo de 1000 años?

a) Aplicando las relaciones entre el período de semidesintegración (T), la constante de desintegración (λ) y la vida media (τ), resulta que:

$$\lambda = \frac{Ln2}{T} = \frac{Ln2}{2{,}33 \cdot 10^5\ años} = 2{,}975 \cdot 10^{-6}\ años^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2{,}975 \cdot 10^{-6}\ años^{-1}} = 3{,}36 \cdot 10^5\ años$$

b) Aplicando la ley de desintegración radiactiva resulta que la cantidad de núcleos de átomos presentes al cabo de un tiempo, t, es:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 5 \cdot 10^7\ núcleos\ \cdot\ e^{-2{,}975 \cdot 10^{-6}\ años^{-1}\ \cdot\ 1000\ años} = 4{,}985 \cdot 10^7\ núcleos$$

8. Se dispone de 1 mol del isótopo radiactivo $^{51}_{24}Cr$, cuyo período de semidesintegración es 27 días. Calcula: a) La constante radiactiva. b)) Cuántos gramos de Cr quedarán al cabo de 6 meses?

a) La constante radiactiva λ es: $\lambda = \dfrac{Ln 2}{T} = \dfrac{Ln 2}{27\, días} = 25{,}7 \cdot 10^{-3}\ días^{-1}$

b) La misma relación hay entre la masa presente y la masa inicial que entre los núcleos presentes y los núcleos iniciales, ya que la constante de proporcionalidad es la constante de Avogadro dividida entre la masa molar.

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ y también: $\dfrac{m}{M_{Cr}} \cdot N_A = \dfrac{m_0}{M_{Cr}} \cdot N_A \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, luego: $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Como la masa molar del ^{51}Cr es: $M_{Cr} = 51$ g/mol, se tiene que la masa al cabo de ese tiempo es:

$m = 1\, mol \cdot 51\, g/mol \cdot e^{-25{,}7 \cdot 10^{-3}\, día^{-1} \cdot 6\, meses \cdot 30\, días/mes} = 0{,}50\, g$

9. Una muestra arqueológica contiene ^{14}C que tiene una actividad de $2{,}8 \cdot 10^7$ Bq. Si el periodo de semidesintegración del ^{14}C es 5730 años, determina: a) La constante de desintegración del ^{14}C en s^{-1} y la población de núcleos presentes en la muestra. b) La actividad de la muestra después de 1000 años.

a) Aplicando las relaciones entre las magnitudes estadísticas, resulta que:

$\lambda = \dfrac{Ln 2}{T} = \dfrac{Ln 2}{5730\ años} = 1{,}21 \cdot 10^{-4}\ año^{-1}$

Y asimismo: $\lambda = \dfrac{Ln 2}{T} = \dfrac{Ln 2}{5730\ años \cdot 365\, días \cdot 24\, horas \cdot 3600\, s} = 3{,}8 \cdot 10^{-12}\ s^{-1}$

$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \dfrac{A}{\lambda} = \dfrac{2{,}8 \cdot 10^7\ Bq}{3{,}8 \cdot 10^{-12}\ s^{-1}} = 7{,}4 \cdot 10^{18}\ núcleos$

b) Aplicando la ley de desintegración radiactiva:

$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = 2{,}8 \cdot 10^7\ Bq \cdot e^{-1{,}21 \cdot 10^{-4}\ año^{-1} \cdot 1000\, años} = 2{,}48 \cdot 10^7\ Bq$

10. El $^{210}_{83}Bi$ se desintegra espontáneamente por emisión de electrones con un período se semidesintegración de 5 días. Si se dispone de dicho isótopo de una cantidad de 16 Α 10^{-3} kg, calcula: a) Los protones y neutrones que tiene el núcleo que resulta después de la emisión. b) La cantidad que quedará al cabo de 15 días.

a) La ecuación del proceso que tiene lugar es: $^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{210}_{84}Po$

El número atómico del núcleo Z = 84 indica el número de protones del núcleo. El número másico A expresa el número de nucleones (protones + neutrones) del núcleo. Por tanto:

- número de protones = 84
- número de neutrones = 210 - 84 = 126

b) El número de núcleos presentes en una muestra es:

$N = \dfrac{m}{M} \cdot N_A$, por tanto si no hay mezclas de sustancias radiactivas:

Aplicando la ley de desintegración radiactiva: $N = N_0\ \mathrm{A}\ e^{-\lambda \mathrm{A}\, t}$ y sustituyendo:

$\dfrac{m}{M} \cdot N_A = \dfrac{m_0}{M} \cdot N_A \cdot e^{-\frac{Ln 2}{5\, días} \cdot 15\, días}$ y operando resulta: $m = m_0 \cdot e^{-3 \cdot Ln 2}$

Tomando logaritmos neperianos: $Ln \dfrac{m}{m_0} = -Ln\, 2^3 = Ln \dfrac{1}{8} \Rightarrow m = m_0/8$

Otra forma de hacer este apartado es la siguiente: Al cabo de 15 días han transcurrido 3 períodos de semidesintegración. De una cantidad de núcleos iniciales N_0, al cabo de 5 días (T) quedan $N_0/2$, al cabo de 10 días (2 T) quedan $N_0/4$ y al cabo de 15 días (3 T) tenemos $N_0/8$.
Y la cantidad de sustancia que queda por desintegrar es: $m = m_0/8 = 2$ A 10^{-3} kg

11. El isótopo ^{214}U tiene un período de semidesintegración de 250000 años. Si se parte de una muestra de 10 gramos de dicho isótopo, determina: a) La constante de desintegración radiactiva. b) La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años.

a) La constante radiactiva λ es: $\lambda = \frac{Ln\,2}{T} = \frac{Ln\,2}{250\,000\,años} = 2{,}77 \cdot 10^{-6}\ años^{-1}$

b) La misma relación hay entre la masa presente y la masa inicial que entre los átomos presentes y los átomos iniciales ya que la constante de proporcionalidad es la constante de Avogadro dividida entre la masa molar.

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ y $\frac{m}{M_U} \cdot N_A = \frac{m_0}{M_U} \cdot N_A \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Sustituyendo: $m = 10\ g \cdot e^{-2{,}77 \cdot 10^{-6}\ años^{-1} \cdot 50000\,años} = 8{,}7\,g$

12. En un instante inicial t = 0, se dispone de una muestra de estroncio radiactivo cuya período de semidesintegración es 28,8 años. Calcula: a) La constante λ de desintegración. b) El número de años transcurridos para que el número de núcleos inestables presentes en la muestra sea el 25 % de los existentes en t = 0.

a) $\lambda = \frac{\text{Ln } 2}{\text{T}} = \frac{0{,}693}{28{,}8\ años} = 2{,}41 \cdot 10^{-2}\ años^{-1}$

b) El que el número de núcleos presentes en la muestra sea el 25 %, significa: $N = \frac{25}{100} \cdot N_0 = \frac{N_0}{4}$

Aplicando la ley de desintegración radiactiva: $N = N_0$ A $e^{-\lambda A t}$
Sustituyendo: $N_0/4 = N_0$ A $e^{-\lambda A t}$
Tomando logaritmos neperianos: Ln 1/4 = - λ A t ⇒ Ln 4 = λ A t

Despejando: $t = \frac{\text{Ln } 4}{\lambda} = \frac{\text{Ln } 4}{2{,}41 \cdot 10^{-2}\ años^{-1}} = 57{,}6\ años$

resultado lógico ya que para que quede el 25 % de una muestra radiactiva deben transcurrir 2 · T de semidesintegración.
También se puede proceder de la siguiente forma que matemáticamente es más correcta:

$N = N_0$ A $e^{-\lambda A t} \Rightarrow \frac{N_0}{4} = N_0 \cdot e^{-\frac{\text{Ln } 2}{\text{T}} \cdot t}$

Operando y tomando logaritmos neperianos: $\text{Ln}\,\frac{1}{2^2} = -\frac{\text{Ln } 2}{\text{T}} \cdot t$

Operando: $-2 \cdot \text{Ln } 2 = -\frac{\text{Ln } 2}{\text{T}} \cdot t$ Por lo que el tiempo transcurrido es: t = 2 A T

13. Dada la reacción nuclear dada por la expresión: $^{14}_{7}N$ (n, p) X. a) Determina el producto X de la misma. b) Esta reacción libera 0,61 MeV, halla el incremento o disminución de masa que tiene lugar en la misma. c) El período de semidesintegración de X es de 5600 años,) cuánto tiempo tarda en perder 1/3 de su masa?

a) ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{14}_{6}C$

b) Si se libera energía, entonces hay una disminución de masa en la reacción nuclear.

Aplicando la ecuación de Einstein: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

$0{,}61\ \text{MeV} = \Delta m \cdot 931{,}5\ \frac{\text{MeV}}{\text{u} \cdot c^2} \cdot c^2 \Rightarrow \Delta m = 6{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{u}$

c) La constante de desintegración λ del elemento X es: $\lambda = \frac{\text{Ln}\,2}{T}$

La cantidad de núcleos presentes al cabo de un tiempo es:

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{\text{Ln}\,2}{T} \cdot t}$

Si se pierde un tercio de su masa, significa que el número de núcleos presentes es:

$N = \frac{2}{3} \cdot N_0$

Sustituyendo en la ecuación exponencial, se tiene: $\frac{2}{3}\ N_0 = N_0 \cdot e^{-\frac{\text{Ln}\,2}{T} \cdot t}$

Tomando logaritmos neperianos: $\text{Ln}\,\frac{2}{3} = -\frac{\text{Ln}\,2}{T} \cdot t$

Despejando: $t = -\text{Ln}\,\frac{2}{3} \cdot \frac{T}{\text{Ln}\,2} = -\ \text{Ln}\,\frac{2}{3} \cdot \frac{5\,600\ \text{años}}{\text{Ln}\,2}$ = 3276,5 años

14. La masa del núcleo del isótopo ${}^{31}_{15}P$ es 30,970 u. Calcula: a) El defecto de masa. b) La energía media de enlace por nucleón en MeV. Datos: Masa del protón: 1,0073 u; masa del neutrón: 1,0087 u.

a) El defecto de masa es igual a la masa de los constituyentes - menos la masa del isótopo.

Constituyentes: 15 protones y 31 – 15 = 16 neutrones.

Δm = 15 protones · 1,0073 u + 16 neutrones · 1,0087 u – 30,970 u = 0,2787 u

En unidades del SI: $\Delta m = 0{,}2787\ \text{u} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg}{u} = 4{,}63 \cdot 10^{-28}\ kg$

Aplicando la ecuación de Einstein la energía de la radiación es:

$\Delta E = m \cdot c^2 = 4{,}63 \cdot 10^{-28}\ \text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 4{,}16 \cdot 10^{-11}\ \text{J}$

Y expresado en MeV: $\Delta E = 4{,}16 \cdot 10^{-11}\ J \cdot \frac{1 eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J} \cdot \frac{1 MeV}{10^6\ eV} = 260\ MeV$

Al mismo resultado se llega aplicando la relación masa energía: $1u = 931{,}5\ \frac{MeV}{c^2}$

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}2787\, u \cdot 931{,}5\ \frac{MeV}{u \cdot c^2} c^2 = 260\ MeV$

b) Como el número de nucleones, protones y neutrones, es 31 nucleones, se tiene:

Energía media enlace por nucleón = $\frac{260\ MeV}{31\ nucleones} = 8{,}39\ \frac{MeV}{nucleón}$

15. El deuterio y el tritio son dos isótopos del hidrógeno. Al incidir un neutrón sobre un núcleo de deuterio se forma un núcleo de tritio, emitiéndose radiación gamma en el proceso. Si las masas atómicas del deuterio, del tritio y del neutrón son: 2,014740 u, 3,017005 u y 1,008986 u, respectivamente, a) Escriba y ajuste la reacción nuclear citada. b) Calcula la longitud de onda del fotón emitido, así como su momento lineal.

a) ${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{3}_{1}H + \gamma$

b) En primer lugar hay que calcular el defecto de masa y la energía de la radiación:

$\Delta m = m_{deuterio} + m_{neutrón} - m_{tritio}$ = 2,014740 u + 1,008986 u – 3,017005 u = $6{,}721 \cdot 10^{-3}$ u

En unidades del SI: Δm = 6,721 · 10^{-3} u · $\frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg}{u} = 1{,}1157 \cdot 10^{-29}\ kg$

Aplicando la ecuación de Einstein la energía de la radiación es:
ΔE = Δm · c^2 = 1,1157 · 10^{-29} kg · (3 · 10^8 m/s)^2 = 1,0041 · 10^{-12} J

Aplicando la ecuación de Planck: ΔE = h · ν = h · $\frac{c}{\lambda}$, de donde:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8\ m/s}{1{,}0041 \cdot 10^{-12}\ J} = 1{,}98 \cdot 10^{-13}\ m$$

Según la ecuación de De Broglie, el momento lineal del fotón como partícula es:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{1{,}98 \cdot 10^{-13}\ m} = 3{,}35 \cdot 10^{-21}\ kg \cdot m/s$$

16. Cuando se bombardea con un protón un núcleo de litio, $^{7}_{3}Li$, éste se descompone en dos partículas α. a) Escribe y ajusta la reacción nuclear del proceso. b) Calcula la energía liberada en dicha desintegración, siendo las masas atómicas del litio, el hidrógeno y el helio 7,0182 u, 1,0076 u y 4,0029 u, respectivamente. Expresa el resultado en eV.

a) $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow 2\ ^{4}_{2}He + \gamma$

b) La pérdida de masa que se genera en el proceso es:
Δm = 7,0182 u + 1,0076 u - 2 A 4,0029 u = 0,02 u
Y aplicando la ecuación de Einstein para hallar la energía liberada resulta:
ΔE = Δm A c^2 = 0,02 u A 931,5 $\frac{MeV}{u \cdot c^2}$ · c^2 = 18,63 MeV

17. El deuterio y el tritio son isótopos de un cierto elemento químico; el primero posee un neutrón y dos el segundo, respectivamente. En un proceso de fusión nuclear, el deuterio y el tritio generan helio, y en esa reacción nuclear hay una pérdida de masa de una cuantía igual a: Δm = 0,01886 u. a) Escribe la ecuación de la reacción nuclear que tiene lugar, ajustándola adecuadamente. b) Calcula, en MeV, la energía liberada en la formación de un núcleo de helio, al producirse la reacción nuclear mencionada.

a) $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

b) Aplicando la ecuación de Einstein:
ΔE = Δm A c^2 = 0,01886 u A 931,5 $\frac{MeV}{u \cdot c^2}$ A c^2 = 17,57 MeV

18. La actividad del ^{14}C se puede usar para determinar la edad de algunos restos arqueológicos. Supón que una muestra contiene ^{14}C y presenta una actividad de 2,8 · 10^7 Bq. La vida media del ^{14}C es de 8270 años. Determina: a) La población de núcleos de *^{14}C* en dicha muestra. b) La actividad de esta muestra después de 1000 años.

a) La actividad de una muestra viene dada por la ecuación: A = λ · N y además se cumple que: $\tau = \frac{1}{\lambda}$, por tanto:

$$N = \frac{A}{\lambda} = A \cdot \tau = 2{,}8 \cdot 10^7\ \frac{núcleos}{s} \cdot 8270\ año \cdot 365\ \frac{día}{año} \cdot 24\ \frac{hora}{día} \cdot 360\ \frac{s}{hora}$$

de donde N = 7,30 · 10^{17} núcleos

b) Aplicando la ley de desintegración radiactiva: $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ resulta:

$$A = 2{,}8 \cdot 10^7\ Bq \cdot e^{-\frac{1}{8270\ año} \cdot 1000\ año} = 2{,}48 \cdot 10^7\ Bq$$

19. El ^{131}I es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para tratar el hipertiroidismo, ya que se concentra en la glándula tiroides. Su período de semidesintegración es de 8 días. a) Explica cómo cambia una muestra de 20 mg de ^{131}I tras estar almacenada en un hospital durante 48 días. b) ¿Cuál es la actividad de un microgramo de ^{131}I?

a) Aplicando la ley de desintegración radiactiva en función de la masa, se tiene que:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = m_o \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{T} t} = 20\ mg \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{8\,días} 48\,días} = 0{,}31\ mg$$

b) La actividad de una sustancia radiactiva es la cantidad de núcleos que se desintegran en la unidad de tiempo.

$A = \lambda \cdot N =$

$$= \frac{Ln\,2}{T} \cdot \frac{m}{M} = \frac{Ln\,2}{8\,días \cdot 24\ h/día \cdot 3600\,s/h} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}\,g}{131\,g/mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ núcleos/mol =$$

$= 4{,}6 \cdot 10^9$ núcleos desintegrados/s

20. Se observa que la actividad radioactiva de una muestra de madera prehistórica es diez veces inferior a la de una muestra de igual masa de madera moderna. Sabiendo que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es 5730 años, calcula la antigüedad de la primera muestra.

La actividad de una muestra en función de la actividad inicial es:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = A_0 \cdot e^{\frac{-Ln\,2}{T} t}$$

Como la actividad actual es la décima parte de la inicial, se tiene que:

$$\frac{A_0}{10} = A_0 \cdot e^{\frac{-Ln\,2}{T} t} \Rightarrow -\ Ln\,10 = -\ \frac{Ln\,2}{T} \cdot t$$

Despejando: $t = T \cdot \dfrac{Ln\,10}{Ln\,2} = 5730\ años \cdot \dfrac{Ln\,10}{Ln\,2} = 19034{,}6\ años$

21. El carbono-14 tiene un período de semidesintegración de 5730 años y una masa atómica de 14,0032 u. Se dispone de una muestra de carbono-14 con una actividad de $4{,}93 \cdot 10^9$ desintegraciones por minuto. Determina: a) La actividad. b) La masa al cabo de 10^{10} segundos.

a) La actividad de una muestra en función de la actividad inicial es:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = A_0 \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{T} t} =$$

$$= 4{,}93 \cdot 10^9\ \frac{desintegraciones}{min} \cdot \frac{min}{60\,s}\ e^{-\frac{Ln\,2}{5730\,años \cdot 3{,}15 \cdot 10^7\ s/año} \cdot 10^{10}\,s} = 7{,}91 \cdot 10^7\ Bq$$

b) La actividad de una muestra está relacionada con los átomos presentes con la relación:

$A = \lambda \cdot N$, luego:

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{A \cdot T}{Ln\,2} = \frac{7{,}91 \cdot 10^7\ Bq \cdot 5730\ años \cdot 3{,}15 \cdot 10^7\ s/año}{Ln\,2} = 2{,}06 \cdot 10^{19}\ átomos$$

Como la masa molar del carbono-14 es 14,0032 g/mol, la masa de esos átomos es:

$$m = \frac{2{,}06 \cdot 10^{19}\ átomos}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ átomos/mol} \cdot 14{,}0032\ \frac{g}{mol} = 4{,}79 \cdot 10^{-4}\ g$$

22. Calcula la energía liberada, expresada en kW·h, durante la fisión de 1 g de ^{235}U, sabiendo que la fisión de cada núcleo de uranio libera una energía de 200 MeV.

Como en un mol de átomos de uranio hay una cantidad de núcleos igual a la constante de Avogadro, resulta que los núcleos de uranio contenidos en la muestra son:

$$N = \frac{1\ g}{235\,g/mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ núcleos/mol = 2{,}56 \cdot 10^{21}\ núcleos$$

La energía liberada es: $E = 2{,}56 \cdot 10^{21}\ núcleos \cdot 200\,MeV/núcleo = 5{,}12 \cdot 10^{23}\ MeV$

Y expresada en kW·h es:

$$E = 5{,}12 \cdot 10^{23} \cdot 10^{6}\ eV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{eV} \cdot \frac{1\ kW}{1000\ J/s} \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} = 2{,}28 \cdot 10^{4}\ kW \cdot h$$

23. El Sol irradia energía con una potencia de 4 · 10^{26} W. Suponiendo que esto se deba a la conversión de cuatro protones en helio, lo cual libera 26,7 · 10^{6} eV y que los protones constituyen la mitad de la masa del Sol, estima cuántos años faltan para que el Sol se extinga si continúa radiando energía al ritmo actual. Dato: M$_{Sol}$ = 2 · 10^{30} kg.

La cantidad de protones que contiene el Sol es:

$$n_p = \frac{M_{sol}/2}{m_p} = \frac{2 \cdot 10^{30}\ kg/2}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg} = 5{,}988 \cdot 10^{56}\ protones$$

Y la energía liberada por la conversión de estos protones en helio es:

$$E = 5{,}988 \cdot 10^{56}\ protones \cdot \frac{26{,}7 \cdot 10^{6}\ eV}{4\ protones} = 4{,}13 \cdot 10^{63}\ eV$$

Y expresada en julios: $E = 4{,}13 \cdot 10^{63}\ eV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{eV} = 6{,}6 \cdot 10^{44}\ J$

Y aplicando la definición de potencia, resulta que el tiempo pedido es:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 4 \cdot 10^{26}\ W = \frac{6{,}6 \cdot 10^{44}\ J}{t} \Rightarrow t = 1{,}65 \cdot 10^{18}\ s = 5{,}2 \cdot 10^{10}\ \text{años}$$

24. El núcleo $^{32}_{15}P$ se desintegra emitiendo un electrón que adquiere una energía cinética igual a 1,71 MeV. Escribe la reacción nuclear que tiene lugar, determinando A y Z del núcleo hijo y la masa de ese núcleo si la masa del $^{32}_{15}P$ es 31,973908 u.

La reacción nuclear que tiene lugar es: $^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}X + {}^{0}_{-1}e$

La energía cinética del electrón expresada en julios es:

E = 1,71 MeV = 1,71 · 10^{6} · eV · 1,6 · 10^{-19} J/eV = 2,736 · 10^{-13} J

Que corresponde a una disminución de masa igual a:

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{2{,}736 \cdot 10^{-13}\ J}{(3 \cdot 10^{8}\ m/s)^2} = 3{,}04 \cdot 10^{-30}\ kg = 3{,}04 \cdot 10^{-27}\ g$$

Y expresada en unidades de masa atómica (u):

$$\Delta m = 3{,}04 \cdot 10^{-27}\ g = 3{,}04 \cdot 10^{-27}\ g \cdot \frac{1\ u}{1{,}6606 \cdot 10^{-24}\ g} = 1{,}83 \cdot 10^{-3}\ u$$

La masa del núcleo hijo es: 31,973908 u – 1,83·10^{-3} u = 31,972077 u

25. El isótopo de fósforo $^{32}_{15}P$, cuya masa es 31,9739 u, se transforma por emisión beta en un isótopo estable de azufre (Z = 16), de masa 31,9721 u. El proceso, cuyo período de semidesintegración es 14,28 días, está acompañado por la liberación de energía en forma de radiación electromagnética. Con estos datos: a) Escribe la reacción nuclear, el tipo de desintegración beta producido, la energía y la frecuencia de la radiación emitida. b) Calcula la fracción de núcleos de átomos de fósforo desintegrados al cabo de 48 horas para una muestra formada inicialmente sólo por núcleos de $^{32}_{15}P$.

a) $^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$, luego se trata de una emisión beta de un electrón y no de un positrón.

A continuación hay que calcular el defecto de masa para hallar la energía de la radiación emitida:

$\Delta m = m_{fósforo} - (m_{azufre} + m_{electrón}) = 31{,}9739\ u - (31{,}9721\ u + 5{,}49 \cdot 10^{-4}\ u) = 0{,}0013\ u$

En unidades del SI: $\Delta m = 0{,}0013\ u \cdot \dfrac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg}{u} = 2{,}0767 \cdot 10^{-30}\ kg$

Aplicando la ecuación de Einstein la energía de la radiación es:

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2{,}0767 \cdot 10^{-30}\ kg \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 1{,}8690 \cdot 10^{-13}\ J$

Aplicando la ecuación de Planck: $\Delta E = h \cdot \nu$, de donde:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{1{,}8690 \cdot 10^{-13}\ J}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s} = 2{,}82 \cdot 10^{20}\ s^{-1}$$

b) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{Ln\,2}{T} \cdot t}$, luego: $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\frac{Ln\,2}{T} \cdot t}$

Por tanto: $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\frac{Ln\,2}{14{,}28\ día \cdot 24\ horas/día} \cdot 48\ horas} = 0{,}907$

Y expresado en % es: 0,907 · 100 = 90,7 %, que es el % de fósforo que hay al cabo de 48 horas, luego la fracción desintegrada es: 100 – 90,7 = 9,3 %.