UNIDAD 9: La Física del siglo XX

CUESTIONES INICIALES-PÁG. 241

1. ¿Hay alguna diferencia entre observaciones y postulados?
Sí, pues son conceptos diferentes.
Una observación es una comprobación real o experimental de un hecho o un fenómeno físico que se trata de estudiar o analizar.
Un postulado es una suposición dentro de un marco teórico que se utiliza para explicar por qué sucede el hecho que se está observando.

2. Una persona que está en un globo aerostático, ve que otro globo está subiendo, ¿puede estar segura de que realmente es el otro globo el que asciende?
No, pues la misma sensación percibe el observador cuando su globo está en reposo y el otro asciende, que si su globo está bajando y el otro está en reposo.

3. Comenta la siguiente frase de Werner Heisenberg, uno de los físicos más importantes de la Física cuántica: *"Cabe decir que el progreso de la ciencia sólo exige de los que en ella cooperan el admitir y el elaborar nuevos contenidos intelectuales. Cuando se pisa un terreno realmente nuevo, puede suceder que no solamente haya que aceptar nuevos contenidos, sino que sea preciso, además, cambiar la estructura de nuestro pensar, si se quiere comprender lo nuevo".*
La frase debe conducir a la reflexión que ante nuevos hechos no explicables por el modelo teórico imperante, hay que abrir el mundo del pensamiento a nuevas fronteras, que es lo que ocurrió durante la aparición de la Física cuántica.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 268

1. Un observador terrestre mide la longitud de una nave espacial que pasa próxima a la Tierra y que se mueve a una velocidad v < c, resultando ser L. Los astronautas que viajan en la nave le comunican por radio que la longitud de su nave es L_0. a) ¿Coinciden ambas longitudes? ¿Cuál es mayor? Razona la respuesta. b) Si la nave espacial se moviese a la velocidad de la luz, ¿cuál sería la longitud que mediría el observador terrestre?
a) No, pues de las ecuaciones de transformación de Lorente y utilizando la terminología del enunciado se deduce que:

$L_0 = \dfrac{L}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ y como v < c, entonces $L_0 >$ L

b) Si v = c, resulta que: $L_0 = \dfrac{L}{\sqrt{1-\dfrac{c^2}{c^2}}} = \dfrac{L}{\sqrt{1-1}} \Rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{0} = 0$

Físicamente es un resultado imposible de darse, lo cual es una prueba de que c es la máxima velocidad que existe y que no se puede alcanzar en la práctica por cualquier sistema que no sea la luz propagándose en el vacío.

2. En relación con una nave espacial: a) ¿Cuál debería ser la velocidad de esa nave espacial respecto a la Tierra para que un observador situado en la Tierra mida que su longitud es la mitad de lo que mide un observador situado en la nave espacial? b) ¿Cuál sería la energía cinética de la nave espacial si su masa en reposo es 5000 kg?

a) $L' = \dfrac{L}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow L = L' \cdot \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$

Como: $L = \dfrac{L'}{2}$, entonces: $\dfrac{L'}{2} = L' \cdot \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$, luego: $\dfrac{1}{4} = 1-\dfrac{v^2}{c^2}$

Por tanto: $v = \sqrt{\dfrac{3}{4}} \cdot c = 2{,}59 \cdot 10^8\ m/s$

b) $E_C = (m - m_0) \cdot c^2$ donde: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, luego: $E_C = \left(\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - m_0\right) \cdot c^2$

Por tanto:

$$E_C = \left(\frac{5000\ kg}{\sqrt{1-\dfrac{(2{,}59 \cdot 10^8\ m/s)^2}{(3 \cdot 10^8\ m/s)^2}}} - 5000\ kg\right) \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 4{,}4 \cdot 10^{20}\ J$$

3. Un electrón tiene una energía en reposo de 0,51 MeV. Si el electrón se mueve con una velocidad de 0,8 · c, calcula su masa relativista, su momento lineal y su energía total. Datos: carga del electrón: e = 1,6 · 10^{-19} C; c = 3 · 10^8 m/s.

$E_R = m_0 \cdot c^2$. De esta forma:

$E_R = 0{,}51\ MeV = 0{,}51 \cdot 10^6\ eV = 0{,}51 \cdot 10^6\ eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/eV = 8{,}16 \cdot 10^{-14}\ J$

De esta forma: $8{,}16 \cdot 10^{-14}\ J = m_0 \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 \Rightarrow m_0 = 9{,}06 \cdot 10^{-31}\ kg$

Por tanto: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{9{,}06 \cdot 10^{-31}\ kg}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}8 \cdot c)^2}{c^2}}} = 15{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$

El valor numérico de su momento lineal $\vec{p}$ viene dado por la expresión:

$p = m \cdot v = 15{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8\ m/s = 3{,}62 \cdot 10^{-22}\ kg \cdot m/s$

$E = m \cdot c^2 = 15{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 1{,}36 \cdot 10^{-13}\ J$

4. ¿Con qué rapidez debe convertirse masa en energía para producir 20 MW?

$P = 20\ MW = 20 \cdot 10^6\ W$

A partir de la expresión de la potencia, se puede determinar la rapidez con que la masa se convierte en energía:

$$P = \frac{E}{t}$$

Ahora: $20 \cdot 10^6\ W = \dfrac{m \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2}{t} \Rightarrow \dfrac{m}{t} = \dfrac{20 \cdot 10^6\ W}{(3 \cdot 10^8\ m/s)^2} = 2{,}2 \cdot 10^{-10}\ kg/s$

Luego deben convertirse 2,2 · 10^{-10} kg de masa en energía cada segundo para producir 20 MW de potencia.

5. Según la teoría de la relatividad, ¿cuál debe ser la velocidad de una varilla para que su longitud sea la tercera parte de la que tiene en reposo?

$$L = L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{L^2}{L'^2}}, \text{ como: } L = \frac{L'}{3}, \text{ entonces:}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{L^2}{L'^2}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = c\sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}94 \cdot c$$

6. Se determina por métodos ópticos la longitud de una nave espacial que pasa por las proximidades de la Tierra, resultando ser de 100 m. En contacto radiofónico, los astronautas que viajan en la nave comunican que la longitud de su nave es 120 m. ¿A qué velocidad viaja la nave con respecto a la Tierra?

$$L = L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{L^2}{L'^2}} = 3 \cdot 10^8\ m/s\ \sqrt{1 - \frac{(100\ m)^2}{(120\ m)^2}} = 1{,}66 \cdot 10^8\ m/s$$

7. En qué se parece la no simultaneidad de oír el trueno después de ver el rayo a la no simultaneidad relativista.

No se parece en nada.

La duración entre ver el rayo y escuchar el trueno no tiene nada que ver con los observadores en movimiento ni con la relatividad. En este caso sólo se hacen correcciones al tiempo que tardan las señales (sonido y luz) en llegar a la persona que percibe el fenómeno.

La relatividad de la simultaneidad es una discrepancia genuina entre observaciones hechas por personas en movimiento relativo, y no sólo una disparidad entre distintos tiempos de recorrido para las distintas señales.

8. ¿Se puede considerar la ecuación: $E = m \cdot c^2$ desde otro ángulo y decir que la materia se transforma en energía pura cuando viaja con la rapidez de la luz elevada al cuadrado?

No y es un gran error hacer ese razonamiento.

No se puede hacer que la materia se mueva con la rapidez de la luz y mucho menos a la rapidez de la luz elevada al cuadrado (¡que no es una rapidez!)

La ecuación: $E = m \cdot c^2$ sólo indica que la energía y la masa son dos caras de la misma moneda.

9. El período T de un péndulo situado sobre la Tierra se mide en un sistema de referencia que está en reposo con respecto a la Tierra, encontrándose que es igual a 3,0 s ¿Cuál será el período medido por un observador que esté en una nave espacial moviéndose a una velocidad de 0,95 · c con respecto al péndulo?

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{3{,}0\ s}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}95 \cdot c)^2}{c^2}}} = 9{,}6\ s$$

Es decir, las medidas realizadas por el observador de la nave muestran que se tarda más en realizar una oscilación en comparación con un observador situado sobre la Tierra.

10. Un astronauta realiza un viaje a la estrella Sirio, situada a 8 años-luz de la Tierra. El astronauta mide que el tiempo del viaje de ida es de 6 años-luz. Si la nave espacial se mueve a una velocidad constante de 0,8 · c, ¿cómo podemos reconciliar el hecho de que la distancia sea de 8 años-luz con la duración de 6 años medida por el astronauta?

Los 8 años-luz representan la longitud propia (la distancia de la Tierra a Sirio), medida por un observador que viera tanto a la Tierra como a Sirio en reposo.
El astronauta ve que Sirio se está aproximando a él a la velocidad de 0,8 · c, pero también ve la distancia que le separa de la estrella está contraída hasta el valor:

$$L = L' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 8 \text{ añosluz} \cdot \sqrt{1 - \frac{(0{,}8 \cdot c)^2}{c^2}}$$

11. Sea un protón que se mueve a una velocidad v donde se tienen en cuenta los efectos relativistas. Halla: a) Su energía en reposo en MeV. b) Si su energía total es tres veces la del reposo, ¿cuál es el valor de su velocidad v? c) Su energía cinética. d) El módulo del momento lineal del protón. Datos: masa del protón en reposo m_p = 1,67 · 10^{-27} kg.

a) $E_R = m_0 \cdot c^2 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg · $(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1{,}50 \cdot 10^{-10}$ J

Luego: $E_R = 1{,}50 \cdot 10^{-10}\ J \cdot \frac{1\,eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J} = 937{,}5 \cdot 10^6\ eV \cdot \frac{1\,MeV}{10^6\ eV} = 937{,}5\ MeV$

b) $E = m \cdot c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3 \cdot m_0 \cdot c^2$

Por tanto: $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 3 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot c = \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot 3 \cdot 10^8\ m/s = 2{,}83 \cdot 10^8\ m/s$

c) $E_C = (m - m_0) \cdot c^2$ donde: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, luego: $E_C = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0\right) \cdot c^2$

Luego:

$$E_C = \left(\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg}{\sqrt{1 - \frac{(2{,}83 \cdot 10^8\ m/s)^2}{(3 \cdot 10^8\ m/s)^2}}} - 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg\right) \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 3{,}03 \cdot 10^{-10}\ J$$

E igualmente:

$$E_C = 3{,}03 \cdot 10^{-10}\ J \cdot \frac{1\,eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J} = 1{,}89 \cdot 10^9\ eV \cdot \frac{1\,GeV}{10^9\ eV} = 1{,}89\ GeV$$

d) El módulo de su momento lineal $\vec{p}$ viene dado por la expresión: p = m · v

Luego: $v = \frac{p}{m} = \frac{p \cdot c^2}{m \cdot c^2} = \frac{p \cdot c^2}{E}$

Sustituyendo ahora el valor de v en la ecuación: $E = m \cdot c^2$, resulta:

$$E = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{p \cdot c^2}{E}\right)^2}{c^2}}}$$

Operando y despejando E^2, se obtiene: $E^2 = p^2 \cdot c^2 + (m_0 \cdot c^2)^2$

Como: $E = 3 \cdot m_0 \cdot c^2$ entonces: $(3 \cdot m_0 \cdot c^2)^2 = p^2 \cdot c^2 + (m_0 \cdot c^2)^2$
de donde: $p^2 \cdot c^2 = 8\,(m_0 \cdot c^2)^2$

Por tanto: $p = \sqrt{8} \cdot \dfrac{m_0 \cdot c^2}{c} = \sqrt{8} \cdot \dfrac{E_R}{c} = \sqrt{8} \cdot \dfrac{1{,}50 \cdot 10^{-10}\ J}{3 \cdot 10^8\ m/s} = 1{,}4 \cdot 10^{-18}\ kg \cdot m/s$

12. ¿En qué consiste el efecto fotoeléctrico? Explica su origen y sus principales características y representa la variación de la energía cinética de los fotoelectrones emitidos en función de la frecuencia de la señal luminosa incidente.

El efecto fotoeléctrico consiste en la liberación de electrones de un metal por la acción de la luz, especialmente si tiene una frecuencia elevada.

El origen del efecto fotoeléctrico está en los trabajos que estaba realizando el físico alemán Hertz para tratar de demostrar con experiencias la teoría electromagnética de la luz y de forma fortuita comprobó que la chispa entre dos esferas metálicas cargadas eléctricamente saltaba más fácilmente si éstas eran iluminadas con luz ultravioleta.

Sus principales características son:

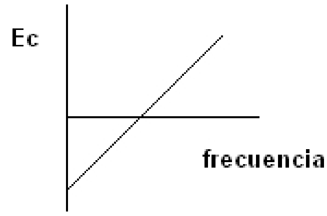
1. La energía cinética de los electrones arrancados no depende de la intensidad de la luz incidente y sí es función de la frecuencia de la misma.
2. Para cada metal existe una frecuencia luminosa umbral, llamada ν_0, por debajo de la cual no se produce la emisión fotoeléctrica.
3. Una radiación incidente de frecuencia superior a ν_0, basta para arrancar electrones, aunque su intensidad luminosa sea muy pequeña.

La ecuación que rige el efecto fotoeléctrico es:

$E = W_0 + E_C \Rightarrow\ h \mathrm{A} \nu = h \mathrm{A} \nu_o + 2 \mathrm{A} m_e \mathrm{A} v^2$

Por tanto: $E_C = E - W_0 = h \mathrm{A} \nu - W_0$

Y al representar E_C frente a ν se obtiene la siguiente gráfica:



13. Indica cuál es la respuesta correcta de las siguientes afirmaciones sobre el efecto fotoeléctrico:
a) La energía cinética de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente.
b) La energía de extracción no depende del metal.
c) Hay una frecuencia mínima para la luz incidente.
d) Al aumentar la frecuencia de la radiación incidente disminuye la energía cinética de los electrones emitidos.

La respuesta correcta es la c)

14. En el contexto del efecto fotoeléctrico, ¿qué se entiende por trabajo de extracción del metal de la placa a iluminar? Supuesto conocido el valor del trabajo de extracción, ¿cómo se puede determinar la frecuencia umbral?

Como el fotón es el cuanto de radiación que interacciona con los electrones del metal y el efecto fotoeléctrico se explica por la existencia de fotones de energía suficiente para arrancar los electrones del metal. Parte de la energía del fotón se emplea en arrancar el electrón del metal y el resto se convierte en energía cinética del electrón libre.

Se llama energía de extracción del metal, W_0 (también conocida como trabajo de extracción) a la energía que hay que transferir al metal para poder arrancar un electrón del mismo.

Si E es la energía del fotón que incide sobre el metal y que recibe el electrón, de acuerdo con el principio de conservación de la energía, $E - W_0$ es la energía cinética E_C del electrón que escapa.

Como: E - W_0, = E_C resulta que: h ν_0 - W_0 = 0 $\Rightarrow$ $\nu_0 = \dfrac{W_0}{h}$, donde ν_0 es la frecuencia umbral.

Luego si incide una radiación de frecuencia mayor que la umbral, $\nu > \nu_0$, se arrancan electrones de cierta energía cinética, y dicha energía cinética será mayor cuanto mayor sea la frecuencia ν de la radiación incidente.

15. Si el trabajo de extracción de la superficie de determinado material es W_0 = 2,07 eV: a)) Qué rango de longitudes de onda del espectro visible puede utilizarse con este material en una célula fotoeléctrica, sabiendo que las longitudes de onda de la luz visible están comprendidas entre 380 nm y 775 nm. b) Calcula la velocidad de extracción de los electrones emitidos para una longitud de onda de 400 nm.

a) La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico es: E = W_0 + E_c

La relación entre el trabajo de extracción y la longitud de onda umbral es:

$$W_0 = h \cdot \nu_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_0} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \ \cdot \ 3 \cdot 10^{8}\ m/s}{2{,}07\, eV \ \cdot \ 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/eV} = 600 \cdot 10^{-9}\, m = 600\, nm$$

El efecto fotoeléctrico se produce para las longitudes de onda menores que la umbral. Por tanto dentro del espectro visible, se arrancan electrones para las longitudes de onda comprendidas entre 380 nm y 600 nm.

b) Volviendo a aplicar la ecuación de Einstein, se tiene que:

$$h\,\frac{c}{\lambda} = h\,\frac{c}{\lambda_0} + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow h\ c\,\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$. Por tanto:

$$6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \ \cdot \ 3 \cdot 10^{8}\ m/s \left(\frac{1}{400 \cdot 10^{-9}\ m} - \frac{1}{600 \cdot 10^{-9}\ m} \right) = \frac{1}{2}\ 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg \ \cdot \ v^2$$

De donde despejando v se obtiene: v = $6{,}03 \cdot 10^{5}$ m/s

16. Determina la frecuencia de la onda asociada a un fotón con 200 MeV de energía y calcula su longitud de onda y su momento lineal.

Aplicando la ecuación de Planck, resulta que: E = h · ν, luego:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{200 \cdot 10^{6}\, eV \ \cdot \ 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/ev}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s} = 4{,}8 \cdot 10^{22}\ s^{-1}$$

Utilizando la relación entre las diferentes magnitudes, se tiene que la longitud de onda asociada es:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4{,}8 \cdot 10^{22}\ \text{s}^{-1}} = 6{,}25 \cdot 10^{-15}\ m$$

Según la hipótesis de De Broglie, el momento lineal del fotón como partícula es:

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{6{,}25 \cdot 10^{-15}\ m} = 1{,}06 \cdot 10^{-19}\ kg \cdot m/s$$

17. Un equipo láser de 630 nm de longitud de onda, concentra 10 mW de potencia en un haz de 1 mm de diámetro. a) Deduce y determina el valor de la intensidad del haz en este caso. b) Halla el número de fotones que el equipo emite en cada segundo.

a) Se denomina intensidad de una onda en un punto, *I*, a la energía que se propaga a través de la unidad de superficie perpendicularmente a la dirección de propagación en la unidad de tiempo. Como la energía propagada en la unidad de tiempo es la potencia con que emite el foco, se cumple que:

$$I = \frac{E}{\Delta S \cdot \Delta t} = \frac{P}{\Delta S} = \frac{P}{\pi \cdot r^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ W}{\pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3}\ m)^2} = 1{,}27 \cdot 10^4\ W/m^2$$

b) Utilizando la definición de potencia, la energía que concentra el haz en la unidad de tiempo es:

$$P = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow E = P \cdot \Delta t = 10 \cdot 10^{-3}\ W \cdot 1\,s = 10 \cdot 10^{-3}\ J$$

Aplicando la ecuación de Planck resulta que la energía de un fotón de esa longitud de onda es:

$$E_{fotón} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{630 \cdot 10^{-9}\ m} = 3{,}16 \cdot 10^{-19}\ J$$

Por lo que la cantidad de fotones emitidos en un segundo es:

$$n = \frac{E}{E_{fotón}} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ J}{3{,}16 \cdot 10^{-19}\ J/fotón} = 3{,}16 \cdot 10^{16}\ fotones$$

18. Un láser de helio-neón de 3 mW de potencia emite luz monocromática de longitud de onda λ = 632,8 nm. Si se hace incidir un haz de este láser sobre la superficie de una placa metálica cuya energía de extracción es 1,8 eV: a) Calcula el número de fotones que inciden sobre el metal transcurridos 3 segundos. b) La velocidad de los fotoelectrones extraídos y el potencial que debe adquirir la placa (potencial de frenado) para que cese la emisión de electrones.

a) Aplicando la definición de potencia y la ley de Planck:

$$n = \frac{Energía\ emitida}{Energía\ fotón} = \frac{P \cdot t}{h \cdot \nu} = \frac{P \cdot t}{h \cdot \frac{c}{\lambda}} = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c}$$, luego:

$$n = \frac{3 \cdot 10^{-3}\ J/s \cdot 3\,s \cdot 632{,}8 \cdot 10^{-9}\ m}{6{,}63 10^{-34}\ J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8\ m/s} = 2{,}86 \cdot 10^{16}\ fotones$$

b) La energía de la radiación incidente es: $E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$, luego:

$$E = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{632{,}8 \cdot 10^{-9}\ m} = 3{,}14 \cdot 10^{-19}\ J = 3{,}14 \cdot 10^{-19}\ J\ \frac{1\ eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J} = 1{,}96\ eV$$

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, se tiene:

$E = W_0 + E_C \Rightarrow 1{,}96\ eV = 1{,}8\ eV + E_C$

Por tanto la energía cinética de los electrones emitidos es: $E_C = 0{,}16\ eV$

Como: $E_C = V_0 \cdot e$, resulta que el potencial de detención o frenado que impide que lleguen los electrones al ánodo es:

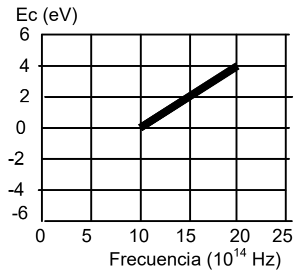
$$V_0 = 0{,}16\ V$$

Aplicando la definición de energía cinética, resulta que la velocidad de los electrones es:

$$E_C = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

luego: $0{,}16\ eV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{eV} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot v^2 \Rightarrow v = 2{,}37 \cdot 10^5\ m/s$

19. La gráfica adjunta representa la energía cinética de los electrones emitidos por un metal en función de la frecuencia de la luz incidente. Deduce el valor de la constante de Planck y de la energía de extracción del metal.



La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico es:
$E = W_0 + E_C \Rightarrow h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + E_c$

Despejando la energía cinética de los electrones emitidos, resulta que:
$E_c = h (\nu - \nu_0)$

Al representar gráficamente la energía cinética de los electrones frente a la frecuencia de la radiación incidente, se tiene que la pendiente de la gráfica es la constante h de Plack:

$pendiente = \dfrac{\Delta E_C}{\Delta \nu} = h$, luego:

$$pendiente = \frac{\Delta E_C}{\Delta \nu} = \frac{4\ eV - 0\ eV}{20\ \cdot 10^{14}\ Hz\ -\ 10\ \cdot 10^{14}\ Hz} = \frac{4\,eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/eV}{10\ \cdot 10^{14}\ Hz} = 6{,}4 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$$

Por tanto, el valor de h hallado en la gráfica es: $h = 6{,}4 \cdot 10^{-34}$ J · s

La frecuencia umbral es aquella para la que la energía cinética de los electrones emitidos es igual a cero. De la representación gráfica se deduce que su valor es:

Frecuencia umbral: $\nu_0 = 10 \cdot 10^{14}$ Hz

Por lo que la energía de extracción del metal es: $W_0 = h \cdot \nu_0 = 6{,}4 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot 10 \cdot 10^{14}\ Hz = 6{,}4 \cdot 10^{-19}\ J$

20. Al iluminar un metal con luz monocromática de frecuencia $1{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz, es necesario aplicar un potencial de frenado de 2 V para anular la corriente que se produce. Calcula la frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de dicho metal. ¿Se produce efecto fotoeléctrico al iluminar el metal con una radiación de 500 nm?

Que el potencial de frenado sea 2 V significa que la energía cinética de los electrones emitidos es igual a:
$E_C = 2$ eV.

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, resulta que:
$E = W_0 + E_C \Rightarrow h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + E_C$, de esta forma:

$6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot 1{,}2 \cdot 10^{15}\ Hz = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot \nu_0 + 2\ eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/eV$

Despejando, se obtiene que la frecuencia umbral es: $\nu_0 = 7{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz

A la radiación de 500 nm en el vacío le corresponde una frecuencia de:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\ \cdot 10^{8}\ m/s}{500 \cdot 10^{-9}\ m} = 6 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Como esta frecuencia es menor que la frecuencia umbral, no se produce efecto fotoeléctrico al iluminar el metal con esa radiación.

21. Una antena de telefonía móvil emite una radiación de 900 MHz, con una potencia de 1500 W. Calcula la longitud de onda de la radiación emitida. ¿Cuál es el valor de la intensidad de la radiación a una distancia de 50 m de la antena. ¿Cuántos fotones emite la antena en 1 s?

Utilizando la relación entre la longitud de onda y la frecuencia de la onda electromagnética resulta:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\, m/s}{900 \cdot 10^6\, Hz} = 0{,}33\, m$$

Se denomina intensidad de una onda en un punto, *I*, a la energía que se propaga a través de la unidad de superficie perpendicularmente a la dirección de propagación en la unidad de tiempo. Como la energía propagada en la unidad de tiempo es la potencia con que emite el foco y aplicándolo para una esférica, resulta:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{\Delta \mathrm{S} \cdot \Delta \mathrm{t}} = \frac{\mathrm{P}}{\Delta \mathrm{S}} = \frac{\mathrm{P}}{4 \cdot \pi \cdot \mathrm{r}^2} = \frac{1500\ W}{4 \cdot \pi \cdot (50\,\mathrm{m})^2} = 0{,}048\ W/\mathrm{m}^2$$

Aplicando la ecuación de Planck resulta que la energía de un fotón de esa longitud de onda es:

$E_{fotón} = h \cdot \nu = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s · 900 ·10^6 Hz = 5,97 · 10^{-25} J

Por lo que la cantidad de fotones emitidos en un segundo es:

$$n = \frac{P}{E_{fotón}} = \frac{1500\ J/s}{5{,}97 \cdot 10^{-25}\ J/fotón} = 2{,}51 \cdot 10^{-27}\ fotones/s$$

22. Admitiendo que el protón en reposo tiene una masa 1836 veces mayor que la del electrón en reposo, ¿qué relación existirá entre las longitudes de onda de De Broglie de las dos partículas si se mueven con la misma energía cinética y considerando despreciables los efectos relativistas?

La longitud de onda asociada a una partícula es: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow m \cdot v = \frac{h}{\lambda}$

Y su energía cinética es: $E_C = ½ \cdot m \cdot v^2$

Operando en esta ecuación: $E_C = \frac{1}{2}\frac{m^2 \cdot v^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{h^2/\lambda^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{h^2}{m \cdot \lambda^2}$

Si la energía cinética de las dos partículas son iguales, resulta que: $E_{C,p} = E_{C,e}$, luego:

$$\frac{1}{2}\frac{h^2}{m_p \cdot \lambda_p{}^2} = \frac{1}{2}\frac{h^2}{m_e \cdot \lambda_e{}^2} \Rightarrow m_p \cdot \lambda_p{}^2 = m_e \cdot \lambda^2{}_e$$

Operando: $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} = \sqrt{\frac{1836 \cdot m_e}{m_e}} = 42{,}85$

La longitud de onda asociada al electrón es aproximadamente 43 veces mayor que la longitud de onda asociada al protón.

23. ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV? ¿Se puede considerar que el electrón a esa velocidad es no relativista? Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; e = 1,6 · 10^{-19} C; $m_n = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg; c = 3 · 10^8 m/s.

Utilizando la definición de energía cinética: $E_C = ½ \cdot m \cdot v^2$ se calcula la velocidad del neutrón:

$$v_n = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6\ eV \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/ev}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg}} = 3{,}4 \cdot 10^4\ m/s$$

Aplicando la hipótesis de De Broglie, la longitud de onda asociada es:

$$\lambda_n = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot 3{,}4 \cdot 10^4\ m/s} = 1{,}2 \cdot 10^{-11}\ m$$

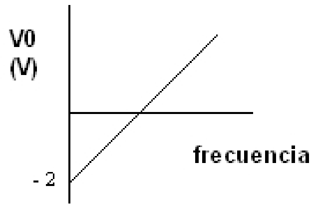
La longitud de onda asociada al electrón es:
$\lambda_e = 200 \cdot \lambda_n = 200 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-11}$ m $= 2{,}3 \cdot 10^{-9}$ m

Y su velocidad es: $\lambda_e = \dfrac{h}{m \cdot v_e} \Rightarrow v_e = \dfrac{h}{m \cdot \lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-9}\ m} = 3{,}1 \cdot 10^{5}\ m/s$

Que comparada con la velocidad de la luz resulta que es:

$\dfrac{3{,}1 \cdot 10^{5}\ m/s}{3 \cdot 10^{8}\ m/s} \cdot 100 = 0{,}1\%$ de la velocidad de la luz, por lo que sí se pueden despreciar los efectos relativistas.

24. La gráfica de la figura representa el potencial de frenado, V_0, de una célula fotoeléctrica en función de la frecuencia de la luz incidente. La ordenada en el origen tiene el valor de – 2 V. a) Deduce la expresión teórica de V_0 en función de ν. b) ¿Qué parámetro característico de la célula fotoeléctrica podemos determinar a partir de la ordenada en el origen y determina el valor. c) ¿Qué valor tendrá la pendiente de la recta de la figura.



a) La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico se puede escribir como:

$E = W_0 + E_C$ e igualmente: $E = W_0 + e \cdot V_0 \Rightarrow h \cdot \nu = W_0 + e \cdot V_0$

Despejando: $V_0 = \dfrac{h \cdot \nu}{e} - \dfrac{W_0}{e}$

b) Del valor de la ordenada en el origen se calcula el trabajo de extracción y la frecuencia umbral de emisión de electrones: $-2V = -\dfrac{W_0}{e}$

Luego: $W_0 = 2\ V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J

Y la frecuencia umbral: $\nu_0 = \dfrac{W_0}{h} = \dfrac{3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s} = 4{,}82 \cdot 10^{14}\ Hz$

c) La pendiente de la recta es: $pendiente = \dfrac{h}{e} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\ V \cdot s$

25. Halla la longitud de onda de las dos primeras líneas obtenidas por la ecuación de Balmer del espectro del átomo de hidrógeno, sabiendo que la constante de Rydberg R tiene el valor de 1,097 · 107 m^{-1}.

Se cumple la siguiente ecuación: $\dfrac{1}{\lambda} = 1{,}097 \cdot 10^{7}\ m^{-1} \left(\dfrac{1}{2^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$

Donde la primera línea del espectro es aquella en la que n = 3, de forma que:

$\dfrac{1}{\lambda_1} = 1{,}097 \cdot 10^{7}\ m^{-1} \left(\dfrac{1}{2^2} - \dfrac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda_1 = 656{,}3$ A10^{-9} m = 656,3 nm.

Repitiendo los cálculos para n = 4 se obtiene la segunda línea, de forma que:

$\dfrac{1}{\lambda_2} = 1{,}097 \cdot 10^{7}\ m^{-1} \left(\dfrac{1}{2^2} - \dfrac{1}{4^2}\right) \Rightarrow \lambda_2 = 486{,}2$ A10^{-9} m = 486,2 nm

26. Determina la longitud de onda de un electrón que se ha puesto en movimiento mediante la aplicación de un campo eléctrico de 100 V.

El electrón al ser puesto en movimiento adquiere una energía cinética y por tanto una velocidad que viene dada por la ecuación: $e \cdot V = 2 \cdot m \cdot v^2$, con lo que la velocidad del mismo es:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 100\,V}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg}} = 5{,}9 \cdot 10^{6}\ m/s$$

Comparando v con c podemos despreciar los efectos relativistas, luego la longitud de onda del electrón es:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 5{,}9 \cdot 10^{6}\,m/s} = 1{,}2 \cdot 10^{-10}\,m$$