

UNIDAD 1: LA MEDIDA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 9

1. ¿Sabrías expresar la velocidad de 10,0 m/s en km/h?

$$v = 10,0 \frac{m}{s} = 10,0 \frac{m \cdot \frac{km}{1000 m}}{s \cdot \frac{h}{3600 s}} = 36,0 \frac{km}{h}$$

2. ¿Hay alguna diferencia entre decir que la masa de una persona es 75 kg o 75000 g?

Es la misma masa pero expresada en diferentes unidades

3. Una persona mide la longitud de un campo de fútbol y dice que es de 100 m y comete un error de 1 m, mientras que otra mide la anchura de un folio y afirma que es 208 mm y comete un error de 2 mm. ¿Cuál de los dos personas ha realizado una mejor medida?

La medida del campo de fútbol es: $l = 100 \pm 1m$ y la del folio es: $h = 208 \pm 2 mm$

La mejor medida es aquella en la que se comete menor incertidumbre, de forma que:

$$Er (\%) \text{ para el campo de fútbol} = \frac{1m}{100 m} \cdot 100 = 1\%$$

$$Er (\%) \text{ para el folio} = \frac{2 mm}{208 mm} \cdot 100 = 0.96 \%$$

Por tanto es mejor medida la del ancho del folio.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 10

1. Del siguiente listado separa las magnitudes escalares de las vectoriales:

densidad	posición	energía	masa
peso	trabajo	calor	velocidad

Son escalares: densidad, energía, masa, trabajo, calor

Son vectoriales: posición, peso y velocidad

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 12

2. ¿Crees que la yarda, definida en su día como unidad de longitud y equivalente a 914 mm, y obtenida por la distancia marcada en una vara entre la nariz y el dedo pulgar de la mano del rey Enrique I de Inglaterra con su brazo estirado, sería hoy un procedimiento adecuado para establecer una unidad de longitud?

No, pues la yarda tal como se definió es una unidad arbitraria aunque luego se popularizó y se difundió en el mundo, fundamentalmente el anglosajón.

3. Las unidades del SI han sufrido cambios en su definición a lo largo de la historia. Por ejemplo, el metro se definió en 1790 como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París. En 1889 fue la distancia entre dos marcas en una barra de aleación de platino-iridio que se guarda en Sèvres. La definición actual es de 1983. ¿A qué se deben estos cambios?

Una unidad de medida, a ser posible, debe cumplir un conjunto de requisitos que son: su valor no dependerá de la persona que la utilice, del transcurso del tiempo, ni de las condiciones de trabajo. Además, debe ser reproducible y utilizable en cualquier lugar del mundo.

Por ello se intenta definir las unidades de medida en función de fenómenos reproducibles en cualquier lugar y desligarlas de objetos. Lógicamente las primeras definiciones asociaron las unidades a objetos. El avance de la ciencia ha hecho posible definir las unidades en función de fenómenos físicos.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 24

1. Del siguiente listado separa las propiedades que son magnitudes físicas de las que no lo son:
temperatura ductilidad odio color presión brillo bondad dureza olor sensación de frío

Son propiedades físicas: temperatura, ductilidad, color, presión, brillo y dureza.

No son propiedades físicas: odio, bondad, olor y sensación de frío.

2. Escribe la cantidad 0,009204 m en notación científica, cuando las cifras significativas son: dos, tres y cuatro.

Con dos cifras significativas: $9,2 \cdot 10^{-3}$ m.

Con tres cifras significativas: $9,20 \cdot 10^{-3}$ m.

Con cuatro cifras significativas: $9,204 \cdot 10^{-3}$ m.

3. Deduce la ecuación de dimensión de la magnitud física trabajo, definida matemáticamente como: $W = F \cdot \Delta r$, e indica la expresión de su unidad, el julio, en función de las unidades fundamentales del SI.

De acuerdo con la definición de trabajo:

$$[W] = [F] \cdot [\Delta r] = M \cdot [a] \cdot L = M \cdot (L/T^2) \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

Sustituyendo por las unidades del S.I: $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

4. La energía intercambiada en forma de calor por un objeto al modificarse su temperatura se determina mediante la expresión: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$. Determina la unidad del SI en la que se mide la constante calor específico c_e .

Como: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$, de donde: $c_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$, luego la unidad del calor específico es:

$$\frac{J}{kg \cdot K} = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$$

5. Determina la densidad de un objeto en la unidad del SI, si tiene una masa de 4,756 g y ocupa un volumen de 4,8 cm³.

$$d = \frac{m}{V} = \frac{4,756 \text{ g} \cdot \frac{kg}{10^3 \text{ g}}}{4,8 \text{ cm}^3 \cdot \frac{m^3}{10^6 \text{ cm}^3}} = 9,9 \cdot 10^2 \frac{kg}{m^3}$$

6. Dada la longitud 3,2 m ± 0,1 m. Determina el error relativo porcentual de la medida.

$$Er (\%) = \frac{0,1 \text{ m}}{3,2 \text{ m}} \cdot 100 = 3,1\%$$

7. La incertidumbre relativa porcentual de una medida de la longitud de una habitación es del 4 %, si el valor de la medida realizada es de 1,85 m, determina la incertidumbre absoluta cometida.

$$Er (\%) = \frac{E_a}{\text{Valor de la medida}} \cdot 100 \Rightarrow E_a = \frac{4 \cdot 1,85 \text{ m}}{100} = 0,07 \text{ m}$$

8. Señala el número de cifras significativas en las siguientes medidas de longitud:

1,55 m; 9,02 m; 0,010 cm; 1,00 · 10³ cm; 2500 cm;

1,55 m: tres.

9,02 m: tres.

0,010 cm: dos

1,00 · 10³ cm: tres

2500 cm: dos

9. Expresa las siguientes medidas en el SI, respetando el número de cifras significativas que poseen:

29 cm 100,0 dag 144 km/h 34,65 dm²

$$29 \text{ cm} = 29 \text{ cm} \cdot \frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} = 0,29 \text{ m}$$

Considerando que 100,0 dag tiene cuatro cifras significativas porque aprecia la balanza de medida hasta la décima de dag, o sea el g, resulta que:

$$100,0 \text{ dag} = 100,0 \text{ dag} \cdot \frac{\text{kg}}{100 \text{ dag}} = 1,000 \text{ kg}$$

$$144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144 \frac{\text{km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}}}{\text{h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}}} = 40,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$34,65 \text{ dm}^2 = 34,65 \text{ dm}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{100 \text{ dm}^2} = 0,3465 \text{ m}^2$$

10. Se realizan dos medidas de volumen de líquidos, una con una probeta, que tiene una sensibilidad de ± 1 mL, y otra con una micropipeta, que tiene una sensibilidad de 0,05 mL a) Si con la probeta se miden 50 mL y con la pipeta 1,1 mL, ¿qué medida es más precisa? b) ¿Se puede medir con la probeta una cantidad de 20,15 mL?

a) Con la probeta: $V_1 = 50 \pm 1$ mL y con la micropipeta: $V_2 = 1,1 \pm 0,05$ mL, de forma que:

$$Er_1 (\%) = \frac{1 \text{ mL}}{50 \text{ mL}} \cdot 100 = 2,0 \% \quad \text{y} \quad Er_2 (\%) = \frac{0,05 \text{ mL}}{1,1 \text{ mL}} \cdot 100 = 4,5 \%$$

Luego la medida más precisa es la efectuada con la probeta.

b) No, pues la probeta aprecia de mL en mL y después de medir 20 mL la siguiente medida que se puede realizar es 21 mL y no 20,15 mL.

11. ¿Cuándo se comete mayor imprecisión, al afirmar que un bebé tiene una edad de 10 meses o al decir que una persona tiene 20 años?

La imprecisión absoluta en la edad del bebé es de un mes y en la del adulto 1 año, por lo que las imprecisiones relativas son:

$$Er(\text{bebé}) = \frac{1 \text{ mes}}{10 \text{ mes}} \cdot 100 = 10 \% \quad \text{y} \quad Er(\text{adulto}) = \frac{1 \text{ año}}{20 \text{ año}} \cdot 100 = 5 \%$$

Luego es más precisa la indicación de la edad de la persona adulta.

12. Calcula la incertidumbre relativa porcentual cuando se aproxima el valor de la aceleración de la gravedad $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ al valor de 10 m/s^2 .

$$\text{La incertidumbre absoluta es: } E_a = 10 \text{ m/s}^2 - 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,19 \text{ m/s}^2$$

La incertidumbre relativa es:
$$E_r = \frac{0,19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100 = 1,94 \%$$

13. Un estudiante efectúa mediciones para calcular el tiempo que tarda en ir de su casa al colegio. Para diferentes días registra la hora de salida de casa y la hora de llegada al colegio y obtiene los siguientes valores:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
Salida	7:12	7:00	7:15	7:30	7:08	7:21	7:06	7:19	7:11	7:10
Llegada	7:40	7:24	7:45	7:55	7:37	7:47	7:31	7:48	7:37	7:38

Halla: a) El tiempo promedio empleado en este trayecto. b) La desviación estándar.

Teniendo en cuenta que en cada día el tiempo que tarda es la diferencia entre la hora de llegada y la de salida, entonces:

Día	lunes	Martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	Lunes	Martes	miércoles	jueves
t_i (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28

a) $\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_i t_i$ De esta forma:

$$\bar{t} = \frac{1}{10} (28 \text{ min} + 24 \text{ min} + 30 \text{ min} + 25 \text{ min} + 29 \text{ min} + 26 \text{ min} + 25 \text{ min} + 29 \text{ min} + 26 \text{ min} + 28 \text{ min})$$

Luego al operar, resulta: $\bar{t} = 27 \text{ min}$

b) Lo primero que hay que calcular es: $|t_i - \bar{t}|$, por lo que:

Día	lunes	Martes	Miércoles	jueves	viernes	sábado	Lunes	Martes	miércoles	jueves
t_i (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28
$ t_i - \bar{t} $ min	1	3	3	2	2	1	2	2	1	1

Como: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n (|t_i - \bar{t}|)^2}{(n-1)}}$, siendo $n = 10$, entonces:

$$\sum_i (|t_i - \bar{t}|)^2 = 1^2 \text{ min}^2 + 3^2 \text{ min}^2 + 3^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 = 38 \text{ min}^2$$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\frac{38 \text{ min}^2}{9}} = 2 \text{ min}$

14. La sensibilidad de una balanza que mide hasta 10 kg es de ± 10 g, mientras otra mide hasta 10 g y tiene una sensibilidad de ± 1 g. ¿Cuál es la mejor balanza de las dos?

La mejor balanza es la que tenga menor imprecisión relativa.

La primera balanza proporciona: $m_1 = 10 \text{ kg} \pm 10 \text{ g}$ y la segunda: $m_2 = 10 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$, por lo que resulta:

$$E_{r1} = \frac{10 \text{ g}}{10 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}} \cdot 100 = 0,1 \% \quad \text{y} \quad E_{r2} = \frac{1 \text{ g}}{10 \text{ g}} \cdot 100 = 10 \%$$

Luego la mejor balanza es la primera.

15. Expresa en la unidad adecuada del sistema internacional las magnitudes expresadas por las siguientes ecuaciones de dimensión:

a) MLT^{-2} . b) ML^{-3} . c) LT^{-1} . d) ML^2T^{-2} .

a) MLT^{-2} es: $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) ML^{-3} es: $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

c) LT^{-1} es: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

d) ML^2T^{-2} es: $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 25

16. Se mide la longitud de un lápiz nueve veces y se obtienen los siguientes valores:

l (cm)	14,31	14,30	14,38	14,32	14,35	14,32	14,39	14,31	14,36
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Halla longitud del lápiz, expresada con su incertidumbre absoluta.

Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \frac{1}{n} \sum_i L_i = \\ &= \frac{1}{9} (14,31 \text{ cm} + 14,30 \text{ cm} + 14,38 \text{ cm} + 14,32 \text{ cm} + 14,35 \text{ cm} + 14,32 \text{ cm} + 14,39 \text{ cm} + 14,31 \text{ cm} + 14,36 \text{ cm}) \end{aligned}$$

De donde, al operar, resulta: $\bar{L} = 14,34 \text{ cm}$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|L_i - \bar{L}|)^2 =$

$$= 3^2 \text{ cm}^2 + 4^2 \text{ cm}^2 + 4^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 + 1^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 + 5^2 \text{ cm}^2 + 3^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 = 88 \text{ cm}^2$$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\frac{88 \text{ cm}^2}{8}} = 3,317 \text{ cm}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad del instrumento de medida es 0,01 cm, luego: $\sigma = 3,32 \text{ cm}$, por lo que como 3,32 cm es mayor que 0,01 cm, resulta que $E_a = 3,32 \text{ cm}$. Por tanto la longitud del lápiz es: $14,34 \pm 3,32 \text{ cm}$

17. Halla las incertidumbres absolutas que proporcionan dos balanzas que se utilizan para medir la masa de un mismo objeto, realizando en cada caso cinco medidas y obteniendo los siguientes resultados:

Balanza 1 (g)	25,55	25,56	25,54	25,57	25,53
Balanza 2 (g)	25,55	25,59	25,51	25,58	25,52

Para la primera balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_i m_i = \frac{1}{5} (25,55 \text{ g} + 25,56 \text{ g} + 25,54 \text{ g} + 25,57 \text{ g} + 25,53 \text{ g}) = 25,55 \text{ g}$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|m_i - \bar{m}|)^2 = 0^2 \text{ g}^2 + 0,01^2 \text{ g}^2 + 0,01^2 \text{ g}^2 + 0,02^2 \text{ g}^2 + 0,02^2 \text{ g}^2 = 0,0010 \text{ g}^2$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\frac{0,0010 \text{ g}^2}{4}} = 0,016 \text{ g}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego: $\sigma = 0,02 \text{ g}$, por lo que como 0,02 g es mayor que 0,01 g, resulta que:

$$E_{a1} = 0,02 \text{ g}.$$

Por tanto: E_{a1} es: $\pm 0,02 \text{ g}$

Para la segunda balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_i m_i = \frac{1}{5} (25,55 \text{ g} + 25,59 \text{ g} + 25,51 \text{ g} + 25,58 \text{ g} + 25,52 \text{ g}) = 25,55 \text{ g}$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|m_i - \bar{m}|)^2 = 0^2 \text{ g}^2 + 0,04^2 \text{ g}^2 + 0,04^2 \text{ g}^2 + 0,03^2 \text{ g}^2 + 0,03^2 \text{ g}^2 = 0,0050 \text{ g}^2$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\frac{0,0050 \text{ g}^2}{4}} = 0,035 \text{ g}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego: $\sigma = 0,04 \text{ g}$, por lo que como 0,04 g es mayor que 0,01 g, resulta que:

$E_{a2} = 0,04 \text{ g}$.

Por tanto: E_{a2} es: $\pm 0,04 \text{ g}$

18. En la siguiente tabla se muestran los resultados de siete mediciones de la longitud de un objeto:

L (cm)	2,83	2,85	2,87	2,84	2,86	2,84	2,86
--------	------	------	------	------	------	------	------

Halla: a) El valor considerado como verdadero de la medida. b) Las incertidumbres relativas porcentuales que se cometen en la tercera y en la cuarta medida.

a) Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_i L_i = \frac{1}{7} (2,83 \text{ cm} + 2,85 \text{ cm} + 2,87 \text{ cm} + 2,84 \text{ cm} + 2,86 \text{ cm} + 2,84 \text{ cm} + 2,86) = 2,85 \text{ cm}$$

b) En relación con la tercera medida: $E_a = 2,87 \text{ cm} - 2,85 \text{ cm} = 0,02 \text{ cm}$

$$\text{y } E_r = \frac{0,02 \text{ cm}}{2,85 \text{ cm}} \cdot 100 = 0,70 \%$$

En relación con la cuarta medida: $E_a = 2,85 \text{ cm} - 2,84 \text{ cm} = 0,01 \text{ cm}$

$$\text{y } E_r = \frac{0,01 \text{ cm}}{2,85 \text{ cm}} \cdot 100 = 0,35 \%$$

19. Halla el perímetro y la superficie de una hoja de papel que mide 297 mm de largo y 210 mm de ancho, considerando como error absoluto de cada medida 1 mm.

El perímetro de la hoja es: $p \pm \Delta p = (l \pm \Delta l) + (l \pm \Delta l) + (a \pm \Delta a) + (a \pm \Delta a)$

$$p = 297 \text{ mm} + 297 \text{ mm} + 210 \text{ mm} + 210 \text{ mm} = 1014 \text{ mm}$$

En el caso más desfavorable: $\pm \Delta p = \pm (1 \text{ mm} + 1 \text{ mm} + 1 \text{ mm} + 1 \text{ mm}) = 4 \text{ mm}$

Por tanto: perímetro = $1014 \pm 4 \text{ mm}$

La superficie del folio es: $S = l \cdot a = 297 \text{ mm} \cdot 210 \text{ mm} = 62370 \text{ mm}^2$

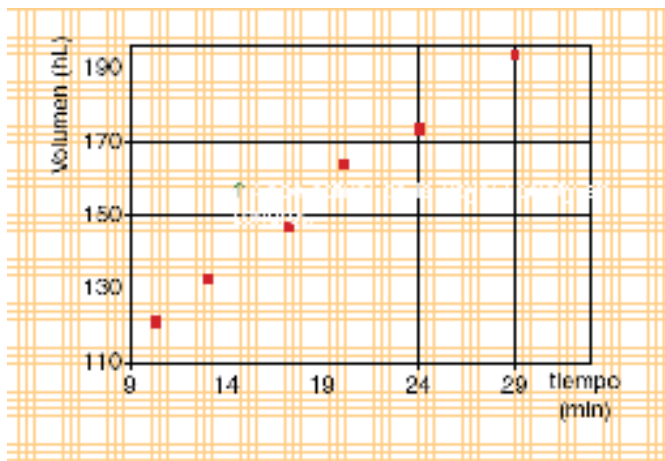
Aplicado la relación de la imprecisión relativa para el producto: $\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$

Con lo que la imprecisión absoluta en la determinación de la superficie es:

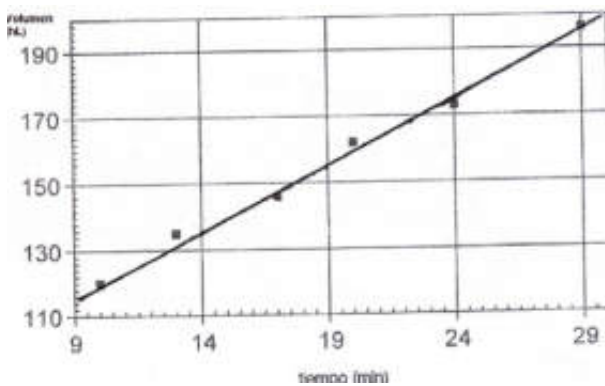
$$\Delta S = S \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} \right) = 62370 \text{ mm}^2 \left(\frac{1 \text{ mm}}{297 \text{ mm}} + \frac{1 \text{ mm}}{210 \text{ mm}} \right) = 507 \text{ mm}^2$$

Y el área del folio es: $S = 62370 \pm 507 \text{ mm}^2$

20. Un depósito contiene una cierta cantidad de agua y se está llenando con una manguera, de forma que los datos referidos al volumen de agua en determinados tiempos se representan en la gráfica adjunta. a) Dibuja la recta que mejor se adapte a los puntos representados y encuentra la ecuación matemática de la misma. b) Cuál es el contenido inicial del depósito. c) ¿Qué cantidad de agua vierte la manguera en un minuto?



a) La recta pedida en la gráfica es:



Dicha recta responde a la ecuación: $V = m \cdot (t - 9) + b$, donde por la lectura en la gráfica se observa que: $b = 118 \text{ hL}$ cuando el reloj marca 9 min, siendo t el tiempo que marca el reloj a partir del valor inicial, de 9 min.

Para hallar el valor de la pendiente, m , se eligen dos puntos de la recta y se determina sobre la gráfica la variación de las variables entre esos dos puntos:

Así, si por ejemplo, un punto es P_1 (12 min, 130 hL) y el otro P_2 (17,5 min, 150 hL), resulta que:

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{150 \text{ hL} - 130 \text{ hL}}{17,5 \text{ min} - 12 \text{ min}} = 3,6 \text{ hL/min}$$

Luego la ecuación pedida es: $V = 3,6 \frac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (t - 9 \text{ min}) + 118 \text{ hL}$

b) Para $t = 9 \text{ min}$, valor inicial o punto cero, resulta que $V = 118 \text{ hL}$

c) Si $t = 10 \text{ min}$ ha transcurrido 1 min y entonces:

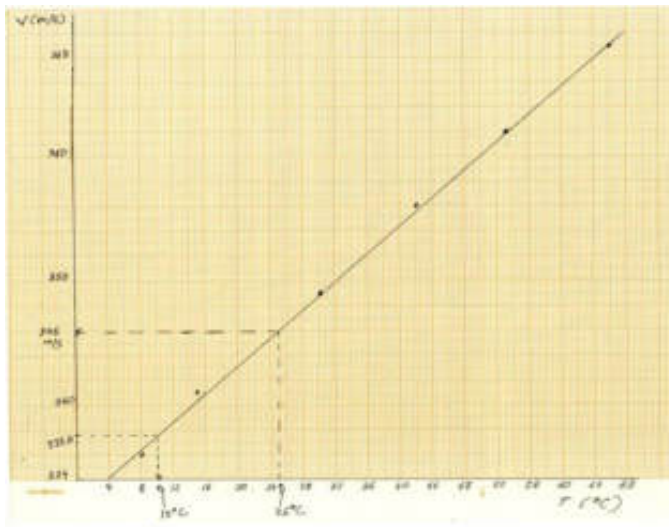
$$V = 3,6 \frac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (10 \text{ min} - 9 \text{ min}) + 118 \text{ hL} = 121,6 \text{ hL}$$

21. La velocidad del sonido depende de la temperatura del medio. Con objeto de estudiar la relación entre ambas variables, se mide la velocidad de propagación del sonido en el aire a diferentes temperaturas. Los valores obtenidos se reflejan en la siguiente tabla:

Temperatura del aire (°C)	8	17	30	42	53	65
Velocidad del sonido (m/s)	336	342	349	356	362	369

a) Representa gráficamente los datos. b) ¿Cuál es la relación entre las dos variables? c) Halla la velocidad del sonido a 25 °C. d) Un determinado sonido tarda 8 s en recorrer una distancia de 2700 m, ¿cuál es la temperatura del aire?

a) Los datos se pueden representar mediante una línea recta, ya que:



b) La ecuación matemática de dicha relación es del tipo: $y = b + m \cdot X$, donde:

- x es la temperatura en °C.

- y es la velocidad del sonido en m/s.

c) De la lectura en la gráfica, se deduce que para $t = 25 \text{ °C} \Rightarrow v = 346 \text{ m/s}$.

d) De los datos se deduce que la velocidad del sonido es $v = \frac{2700 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 337,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

El valor más próximo en la gráfica es $v = 337,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, y a dicho valor le corresponde una temperatura del aire de 10°C .

INVESTIGA-PÁG. 26

1. Busca y halla la relación de la milla, el pie por segundo y el galón con sus unidades del sistema internacional.

Milla. Esta unidad anglosajona tiene dos variantes, la milla terrestre que es equivalente a 1609,344 m y la milla náutica a 1851,85 m.

pie por segundo. Un pie es igual a 12 pulgadas y el pie es equivalente a 30,48 cm, entonces $1 \frac{\text{pie}}{\text{s}}$ es la velocidad de un móvil equivalente a $30,48 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

galón es una unidad angloamericana de volumen de líquidos, de forma que tiene las siguientes equivalencias:

1 galón inglés (imperial) = 4,546 L.

1 galón inglés (imperial) = 1,2 galones U.S.A.

1 galón U.S.A. = 0,83 galón inglés (imperial).

1 galón U.S.A = 3,785 L.

2. Da una explicación de por qué Gran Bretaña se resiste tanto a abandonar su sistema imperial de unidades.

Porque su sistema de unidades es considerado como una entidad propia que define a los británicos del resto de países.

3. Consulta una hemeroteca o en el buscador www.google.es y da una explicación de por qué tuvo el accidente la nave espacial "Mars Climate Orbiter".

Por un problema de confusión de unidades de medida.

UNIDAD 2: SISTEMAS MATERIALES

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 29

1. En el siguiente listado, diferencia los cambios físicos de los químicos: a) Madera ardiendo. b) Piedra cayendo. c) Cera fundiendo. d) Lejía blanqueando una camisa. e) Zumo de limón actuando sobre mármol. f) Huevo cociendo.

a) Madera ardiendo: Es un fenómeno químico en el que se verifica la reacción química de combustión de la madera.

b) Piedra cayendo: Es un fenómeno físico en el que únicamente cambia la posición de la piedra.

c) Cera fundiendo: Es un fenómeno físico en el que cambia el estado de agregación de la cera, pasando del estado sólido al líquido por efecto del calor.

d) Lejía blanqueando una camisa: Es un fenómeno químico en el que la lejía destruye la grasa existente en las manchas por medio de una reacción química.

e) Zumo de limón actuando sobre mármol: Es un fenómeno químico mediante el cual el ácido existente en el zumo de limón descompone el mármol.

f) Huevo cociendo: Es un fenómeno químico, pues por medio de la cocción los constituyentes del huevo se transforman en otros diferentes, que se puede apreciar fácilmente por la diferencia en la consistencia del huevo e incluso en el sabor del huevo, antes de cocer (crudo) y una vez cocido.

2. Escribe la fórmula de los siguientes compuestos químicos: a) Sulfito plumboso. b) Óxido de estaño (II). c) Silano. d) Hidróxido aúrico. e) Heptaóxido de dicloro.

a) Sulfito plumboso: PbSO_3

b) Óxido de estaño (II): SnO

c) Trioxonitrato (V) de calcio: $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$

d) Silano: SiH_4

e) Hidróxido aúrico: $\text{Au}(\text{OH})_3$

f) Heptaóxido de dicloro: Cl_2O_7

3. Explica lo que significan las siguientes fórmulas químicas e indica el nombre de los compuestos químicos que representan: a) SO_3 . b) H_2SO_4 . c) ZnCl_2 . d) CaCO_3 . e) Fe_2O_3 .

a) SO_3 es la fórmula del trióxido de azufre y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de S por tres de O.

b) H_2SO_4 es la fórmula del ácido sulfúrico y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es dos de H, por uno de S y cuatro de O.

c) ZnCl_2 es la fórmula del cloruro de cinc y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de Zn por dos de Cl.

d) CaCO_3 es la fórmula del carbonato de calcio y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de Ca por uno de C y tres de O.

e) Fe_2O_3 es la fórmula del óxido férrico y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es dos de Fe por tres de O.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 30

1. ¿Por qué a los gases y a los líquidos se les denominan fluidos?

Por su forma variable, lo que hace que puedan fluir y distribuirse por el interior del recipiente que les contiene.

2. ¿Por qué los sólidos acostumbran a ser más densos que los líquidos y éstos son mucho más densos que los gases?

Los sólidos tienen una forma constante y sus partículas están empaquetadas en el mismo, lo que hace que ocupan un volumen reducido y su densidad, por tanto, es elevada, comparada con la de los líquidos y gases.

3. ¿Qué se entiende por difusión, expansión y compresión?

Difusión es la tendencia de las partículas de un fluido a ocupar todo el volumen del recinto en el que se encuentra.

Expansión es el aumento del volumen de un sistema material.

Compresión es la reducción del volumen de un sistema material.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 33

4. A veces se dice en el lenguaje coloquial he bebido agua pura de un manantial, ¿es cierto que el agua de un manantial es una sustancia pura?

No, el agua de un manantial contiene en su disolución diversas sales minerales, si se dice que es "pura" (lo que es químicamente incorrecto) es porque es un agua de características sanitarias de buena calidad.

5. Diferencia las siguientes mezclas en homogéneas o heterogéneas: agua de mar, corcho, petróleo, humo, vino, pintura, salsa de mayonesa, bronce y acero.

Agua de mar es un sistema homogéneo líquido, si no se considera las algas, los peces que en ella habitan y la contaminación y basura sólida que cada vez contiene más.

Corcho es un sistema heterogéneo sólido, en donde es visible a simple vista sus diferentes constituyentes.

Petróleo es un sistema homogéneo líquido formado fundamentalmente por diversos hidrocarburos.

Humo es un sistema homogéneo gaseoso formado por gases procedentes de la combustión de un combustible.

Vino es un sistema homogéneo líquido formado básicamente por agua y alcohol.

Pintura es un sistema homogéneo muy espeso formado por diversas sustancias, pero que a veces por el grado de preparación puede parecer un sistema heterogéneo.

Salsa de mayonesa es un sistema homogéneo originado por aceite y huevo, pero que a veces por el grado de preparación puede parecer un sistema heterogéneo.

Bronce es una aleación metálica, por lo que es un sistema homogéneo sólido.

Acero es una aleación metálica, por lo que es un sistema homogéneo sólido.

6. Indica cuáles de los siguientes cambios son físicos o químicos: a) La formación del arco iris. b) La fermentación de la leche. c) La formación de nubes. d) La disolución de azúcar en agua. e) La obtención de sal en una salina. f) La preparación de una infusión de manzanilla. g) La obtención de hierro en un alto horno.

a) La formación del arco iris es un fenómeno óptico y, por tanto, físico.

b) La fermentación de la leche es un cambio químico.

c) La formación de nubes es un fenómeno físico.

d) La disolución de azúcar en agua es un cambio físico.

e) La obtención de sal en una salina es un cambio físico.

f) La preparación de una infusión de manzanilla es un cambio físico.

g) La obtención de hierro en un alto horno es un cambio químico.

7. Realiza una presentación en PowerPoint del descubrimiento histórico del aire, indicando las aportaciones de científicos, tales como Helmont, Boyle, Priestley y Lavoisier. Para ello busca datos en Internet a través de: www.google.es.

Es una actividad abierta en la que hay que conocer la técnica del Power Point, donde en cada diapositiva hay que incluir una pequeña biografía de que cada científico, indicando su nombre, apellidos, nacionalidad, fecha de nacimiento y muerte y breve reseña de sus aportaciones más notables, acompañadas de una foto o dibujo encontrado entre las imágenes del mismo que hay en internet y encontrada a través del buscador google.

8. Explica, mediante ecuaciones químicas, los procesos que ocurren en la formación y destrucción del óxido de mercurio (II).

Formación: $2 \text{Hg} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{HgO}$

Destrucción: $2 \text{HgO} \rightarrow 2 \text{Hg} + \text{O}_2$

9. Para Lavoisier el aire está formado por dos fluidos: aire respirable y aire mefítico. Da una explicación de sus observaciones según los conocimientos actuales.

El aire respirable es aire y por tanto es la mezcla gaseosa formada básicamente por nitrógeno y oxígeno.

El aire mefítico es la mezcla de gases que resultan después de un proceso químico y en el que no hay oxígeno, por haberse consumido antes.

10. ¿Qué se entiende por calcinación y por combustión?

En la calcinación hay la descomposición de una sustancia por la acción del calor.

En la combustión hay una reacción química de combinación de un combustible con el oxígeno.

11. ¿Qué significado tiene la transmutación del agua en tierra?

Hace referencia a la idea errónea de Aristóteles, en la que según él existían sólo cuatro elementos: tierra, aire, agua y fuego, y se podían convertir unos en otros.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 52

1. El nitrógeno y el hidrógeno se combinan en la proporción 14/3 entre las masas de nitrógeno e hidrógeno para formar amoníaco. Esto supone afirmar: a) 14 moléculas de nitrógeno reaccionan con 3 moléculas de hidrógeno. b) 14 g de nitrógeno se combinan con 3 g de hidrógeno. c) El nitrógeno reacciona mejor que el hidrógeno porque interviene en mayor proporción. Indica cuál es la afirmación correcta y razona la respuesta.

La ecuación química ajustada del proceso que tiene lugar es: $\text{N}_2 + 3 \text{H}_2 \rightarrow 2 \text{NH}_3$

Lo que muestra que la relación estequiométrica de la reacción química es 1:3:2

Ello quiere decir que:

1 mol de N_2 reacciona con 3 mol de H_2 para obtener 2 mol de NH_3

Utilizando los valores de las masas atómicas que proporciona la Tabla Periódica resulta que las masas molares de dichas sustancias son:

M de $\text{N}_2 = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, M de $\text{H}_2 = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y M de $\text{NH}_3 = 17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Por tanto:

1 mol $\cdot 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de N_2 reacciona con 3 mol $\cdot 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de H_2 para originar 2 mol $\cdot 17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de NH_3

Lo que es: 28 g de N_2 reacciona con 6 g de H_2 para originar 34 g de NH_3

Esta relación es la que se verifica o bien un múltiplo o submúltiplo de la misma, luego también se verifica que: 14 g de N_2 reacciona con 3 g de H_2 para originar 17 g de NH_3 .

Por tanto, la respuesta correcta es la b)

2. En relación con la ley de las proporciones definidas, explica la diferencia que existe entre decir la proporción entre las masas de los elementos químicos que se combinan y la proporción de los átomos de los elementos químicos que se combinan para formar un determinado compuesto químico. Explícalo con un ejemplo.

Por ejemplo, en el caso del agua, de fórmula H_2O , dos átomos del elemento químico H se combinan con 1 átomo del elemento químico O para originar una molécula del compuesto químico H_2O , o cualquier relación múltiplo de la misma, como dos mol del elemento químico H se combinan con 1 mol del elemento químico O para originar un mol del compuesto químico H_2O .

Teniendo en cuenta que las masas molares atómicas del H y del O son, respectivamente, $1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y $16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, resulta que:

Para obtener 1 mol de H_2O se necesita: 2 mol $\cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de H y 1 mol $\cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de O

para así formar 1 mol $\cdot 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ de H_2O .

En otras palabras 2 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 16 g del

elemento químico oxígeno para originar 18 g del compuesto químico H₂O

O también: 1 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 8 g del elemento químico oxígeno para originar 9 g del compuesto químico H₂O.

Por tanto, mientras que la relación atómica es 2 átomos de hidrógeno se combinan con 1 átomo de oxígeno. A nivel de masas 1 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 8 g del elemento químico oxígeno para formar 9 g del compuesto químico H₂O.

3. A partir de los datos de las masas atómicas, determina la composición centesimal de los elementos químicos que constituyen el fosfato de sodio, de fórmula Na₃PO₄.

Sabiendo que las masas molares atómicas son:

$$M_{\text{Na}} = 23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}; \quad M_{\text{P}} = 31 \frac{\text{g}}{\text{mol}}; \quad M_{\text{O}} = 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Resulta que la masa molar del fosfato de sodio es: $M = 164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$$\text{El \% de Na es: } \frac{3 \cdot M_{\text{Na}}}{M} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 42,07 \%$$

$$\text{El \% de P es: } \frac{1 \cdot M_{\text{P}}}{M} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 31 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 18,89 \%$$

$$\text{El \% de O es: } \frac{4 \cdot M_{\text{O}}}{M} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 39,04 \%$$

4. Halla el número de átomos de hidrógeno existentes en 1 kg de agua.

Dado que: $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$, para el agua, cuya masa molar es $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, resulta que:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,34 \cdot 10^{25} \text{ moléculas de H}_2\text{O}$$

Como en cada molécula de H₂O hay 2 átomos de H, luego el número de átomos de H existentes es: $2 \cdot 3,34 \cdot 10^{25}$ átomos de H = $6,69 \cdot 10^{25}$ átomos de H

5. Los porcentajes en % de los elementos químicos que constituyen un compuesto químico son: Cr: 35,40%, O: 38,00% y K: 26,60%. Determina la fórmula empírica de dicho compuesto químico.

Sabiendo que: $M_{Cr} = 52,0 \frac{g}{mol}$; $M_K = 39,1 \frac{g}{mol}$; $M_O = 16,0 \frac{g}{mol}$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{35,40 g}{52,0 \frac{g}{mol}} = 0,68 \text{ mol de Cr ;}$$

$$\frac{38,00 g}{16,0 \frac{g}{mol}} = 2,38 \text{ mol de O ;}$$

$$\frac{26,60 g}{39,1 \frac{g}{mol}} = 0,68 \text{ mol de K}$$

Es decir, la proporción del número de átomos de cada elemento químico en el compuesto químico es de 0,68 de Cr por cada 2,38 de O y 0,68 de K, o cualquier múltiplo o submúltiplo de esta relación.

Puesto que la fórmula química de un compuesto químico expresa esta relación en números enteros, se toma como dato de referencia el menor de los cocientes obtenidos anteriormente y se dividen los otros valores entre él. Con ello se obtiene la proporción relativa en la que se encuentran los átomos de los elementos químicos en el compuesto químico. De forma que:

$$\frac{0,68 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Cr ; } \frac{2,38 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 3,50 \text{ de O ; } \frac{0,68 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de K}$$

Es decir: hay 1 átomo de Cr por cada 3,5 de O y 1 átomo de K, y también 2 átomo de Cr por cada 7 de O y 2 átomo de K, luego la fórmula empírica del compuesto químico es: $K_2Cr_2O_7$.

6. Halla la fórmula empírica del cloruro de sodio, si 6,07 g de cloro se combinan con 3,93 g de sodio.

Si 6,07 g de cloro se combinan con 3,93 g de sodio se forman 10,00 g de NaCl, luego los porcentajes de cada elemento químico en el cloruro de sodio son.

$$Cl: \frac{6,07 g}{10 g} \cdot 100 = 60,7 \% \text{ y Na: } \frac{3,93 g}{10 g} \cdot 100 = 39,3 \%$$

Sabiendo que: $M_{Cl} = 35,5 \frac{g}{mol}$; $M_{Na} = 23 \frac{g}{mol}$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{6,07 g}{35,5 \frac{g}{mol}} = 1,71 \text{ mol de Cl ; } \frac{3,93 g}{23 \frac{g}{mol}} = 1,71 \text{ mol de Na}$$

Es decir, la proporción del número de átomos de cada elemento químico en el compuesto químico es de 1,71 de Cl por cada 1,71 de Na, o cualquier múltiplo o submúltiplo de esta relación.

Puesto que la fórmula química de un compuesto químico expresa esta relación en números enteros, se toma como dato de referencia el menor de los cocientes

obtenidos anteriormente y se dividen los dos valores entre él. Con ello se obtiene la proporción relativa en la que se encuentran los átomos de los elementos químicos en el compuesto químico. De forma que:

$$\frac{1,71 \text{ mol}}{1,71 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Cl}; \quad \frac{1,71 \text{ mol}}{1,71 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Na}$$

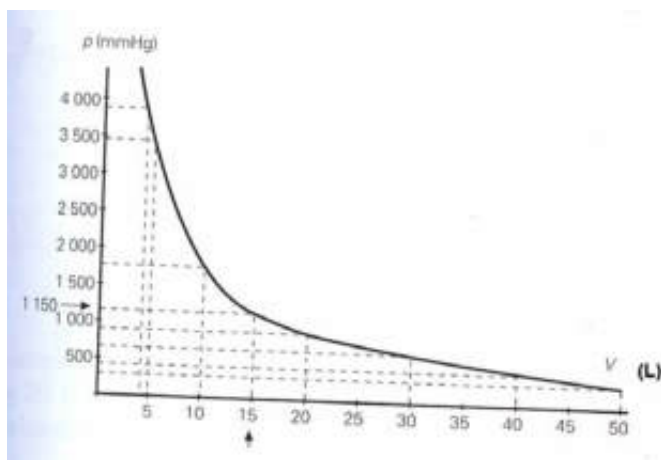
Es decir: hay 1 átomo de Cl por cada 1 de Na, luego la fórmula empírica del compuesto químico es: NaCl.

7. En una experiencia de laboratorio de gases a temperatura constante, se miden presiones en mm de Hg y volúmenes de un gas ideal en litros, obteniéndose los valores de la tabla adjunta. A partir de los datos de dicha tabla:

V (L)	p (mmHg)
50	340
40	430
30	570
20	860
10	1700
5	3425
4,5	3800

- Representa en una gráfica los valores de las presiones frente a los volúmenes.
- Determina la ecuación matemática que relaciona la presión y el volumen.
- Calcula, por dos procedimientos diferentes, el valor del volumen que se obtiene para una presión de 1150 mm de Hg.

a) La gráfica es la siguiente:



b) Multiplicando $p \cdot V$ resulta:

V (L)	p (mm Hg)	$p \cdot V$ (mm Hg · L)
50	340	17000
40	430	17200
30	570	17100
20	860	17200
10	1700	17000
5	3425	17125
4,5	3800	17100

Promediando los valores del producto $p \cdot V$ resulta 17100 mm Hg · L, y la ecuación general que relaciona la presión y el volumen es: $p \cdot V = \text{cte} = 17100 \text{ mm Hg} \cdot \text{L}$

c) Un método es aplicar la ecuación anterior, luego:

$$1150 \text{ mm Hg} \cdot V = 17100 \text{ mm Hg} \cdot L \Rightarrow V = 15 \text{ L.}$$

Otra forma es leer el valor de V sobre la gráfica representada anteriormente.

8. ¿Es compatible el modelo de la teoría cinética de la materia con el modelo de la teoría corpuscular de la materia de Dalton? Para responder a esta pregunta, te servirá de ayuda el siguiente cuestionario: a) ¿Hay ideas que se repiten en los dos modelos? b) ¿En que aspectos se diferencian? c) ¿Cuál de los dos modelos interpreta mejor el comportamiento de la materia?

Ambas teorías sí que son compatibles y hacen referencia a que la materia está formada por partículas indivisibles, que Dalton llama átomos.

La diferencia principal de dichas teorías, es que mientras la teoría cinética hace referencia a aspectos que pudiéramos llamar físicos: el movimiento de partículas gaseosas en el interior de un recipiente, sin que exista un cambio químico, la teoría de Dalton se refiere a la forma de organización de las partículas, en este caso átomos, de la materia, explicando los cambios que pueden tener lugar como consecuencia de una reacción química.

No se puede decir que un modelo interprete mejor que el otro el comportamiento de la materia, pues como se ha dicho antes, hacen referencia a aspectos distintos del comportamiento de la materia. No obstante, si tenemos en cuenta que el modelo atómico de Dalton ha sido sustituido por otros y que la teoría cinética de los gases de Bernouilli, únicamente ha sido completada por Maxwell y otros científicos en el siglo XIX en sus aspectos fundamentalmente matemáticos, se puede decir que el modelo de la teoría cinética ha llegado hasta nuestros días, mientras que la teoría atómica de Dalton no.

9. El azufre y el oxígeno pueden originar tres compuestos químicos distintos cuando se combinan entre sí. Así 32 g de azufre reaccionan con 16 g de oxígeno, pero también 32 g de azufre puede reaccionar con 32 g y con 48 g de oxígeno. ¿Existe alguna regularidad en estas proporciones? Halla las fórmulas empíricas de los tres compuestos químicos.

32 g de S reaccionan con 16 g de O₂ para formar el óxido I

32 g de S reaccionan con 32 g de O₂ para formar el óxido II

32 g de S reaccionan con 48 g de O₂ para formar el óxido III

Aplicando la ley de las proporciones múltiples resulta:

$$\text{Óxido III: } \frac{48}{16} = 3 \quad \text{Óxido II: } \frac{32}{16} = 2 \quad \text{Óxido I: } \frac{16}{16} = 1$$

Luego las fórmulas son: óxido III: SO₃; óxido II: SO₂ y óxido I: SO.

10. Calcula: a) La masa, en g, del gas butano, de fórmula C₄H₁₀, existente en un recipiente de 20,0 L de capacidad, si la presión es 2 atm y la temperatura 20 °C. b) El número de moléculas existentes.

a) Aplicando la ecuación de los gases perfectos: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, se puede calcular la cantidad de gas butano, n , en mol:

$$2 \text{ atm} \cdot 20,0 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 20) \text{ K} \Rightarrow n = 1,66 \text{ mol}$$

Sabiendo que la masa molar del butano es: $M = 58 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces la masa de butano

existente se obtiene a partir de: $n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = 1,66 \text{ mol} \cdot 58 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 96,6 \text{ g}$

b) El número de moléculas, N , se halla a partir de: $n = \frac{N}{N_A}$, luego:

$$1,66 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

11. Determina, en las condiciones normales de presión y temperatura (C.N.), el volumen de los siguientes gases: a) 1 mol de O_2 . b) de 0,5 mol de CO_2 .

Las condiciones normales son 0°C de temperatura y 1 atm de presión, y en dichas condiciones el volumen molar de cualquier gas es $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, por lo que:

$$n = \frac{V}{V_m}$$

a) $1 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 22,4 \text{ L de } \text{O}_2$

b) $0,5 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 11,2 \text{ L de } \text{CO}_2$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 53

12. Un recipiente de 272 cm^3 de capacidad contiene 1,39 g de un gas desconocido, a la temperatura de 20°C y 729 mm de Hg de presión. Halla la masa molar de dicho gas.

Sabiendo que: $V = 272 \text{ cm}^3 = 272 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3} = 0,272 \text{ L}$

$$p = 729 \text{ mm de Hg} = 729 \text{ mm Hg} \cdot \frac{\text{atm}}{760 \text{ mm Hg}} = 0,959 \text{ atm}$$

$$T = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K.}$$

Aplicando: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, resulta que:

$$0,959 \text{ atm} \cdot 0,272 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} 293 \text{ K} \Rightarrow n = 0,011 \text{ mol}$$

Por lo que, como: $n = \frac{m}{M} \Rightarrow M = \frac{m}{n} = \frac{1,39 \text{ g}}{0,011 \text{ mol}} = 128,00 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

13. ¿Qué muestra contiene mayor número de átomos: a) 1 g de Na. b) 1 mol de CO₂. c) 1 g de NH₃?

a) La masa molar atómica del Na es $23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, y como: $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$, entonces:

$$\frac{1 \text{ g}}{23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 2,62 \cdot 10^{22} \text{ átomos de Na}$$

b) La masa molar del CO₂ es $44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y como: $n = 1 \text{ mol}$, entonces:

$$1 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de CO}_2$$

Y como cada molécula de CO₂ contiene tres átomos, luego hay:

$$3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos} = 18,06 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

c) La masa molar del NH₃ es $17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y como: $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$, entonces:

$$\frac{1 \text{ g}}{17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,54 \cdot 10^{22} \text{ moléculas de NH}_3$$

Y como cada molécula de NH₃ contiene cuatro átomos, luego hay:

$$4 \cdot 3,54 \cdot 10^{22} \text{ átomos} = 1,42 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

Luego la respuesta correcta es la b)

14. Halla la masa, en g, de un colectivo de moléculas de oxígeno igual a la constante de Avogadro, sabiendo que la masa atómica del oxígeno es 16 u y que $1 \text{ u} = 1,6603 \cdot 10^{-24} \text{ g}$.

$$M_{O_2} = 2 \cdot M_O = 2 \cdot 16 \frac{\text{u}}{\text{molécula}} \cdot 1,6603 \cdot 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{u}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ molécula} = 32 \text{ g}$$

15. La sacarosa es un azúcar formado por moléculas de fórmula C₁₂H₂₂O₁₁. Si una muestra de sacarosa contiene 171 g, calcula: a) La cantidad de sacarosa existente, en mol. b) Las moléculas de sacarosa que hay. c) El contenido en

carbono, en mol. d) Los átomos de hidrógeno que hay.

a) La masa molar de la sacarosa es $M = 342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, por lo que:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{171 \text{g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,5 \text{ mol}$$

$$b) n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow 0,5 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,01 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

c) Si hay 0,5 mol de $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$, como por cada molécula de sacarosa hay 6 átomos de C, luego hay: $0,5 \text{ mol} \cdot 12 = 6 \text{ mol de C}$

d) Si hay 0,5 mol de $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$, como por cada molécula de sacarosa hay 22 átomos de H, luego hay: $0,5 \text{ mol} \cdot 22 = 11 \text{ mol de H}$ y, por tanto:

$$11 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomo}}{\text{mol}} = 6,62 \cdot 10^{24} \text{ átomos de H}$$

16. Calcula la masa de nitrógeno existente en 10 kg de nitrato de potasio de fórmula KNO_3 .

La masa molar atómica del N es $14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la masa molar del KNO_3 es $101 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Luego el % de N en el KNO_3 es: $\frac{14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{101 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 13,86 \%$, por tanto:

$$m = 10 \text{ kg} \cdot \frac{13,86}{100} = 1,38 \text{ kg}$$

17. ¿Qué compuesto químico tiene un mayor porcentaje en nitrógeno: $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ o NH_4NO_3 ?

La masa molar atómica del N es $14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, la masa molar del $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ $132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del NH_4NO_3 $80 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

$$\text{En el } (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4: \% \text{ de N: } \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 21,2 \%$$

$$\text{En el } \text{NH}_4\text{NO}_3: \% \text{ de N: } \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{80 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 35,0 \%$$

Luego el mayor porcentaje de N está en el NH_4NO_3 .

18. Determina las fórmulas empíricas de dos óxidos de hierro, sabiendo que 9,68 g y 14,11 g de oxígeno están combinados con 32,82 g de hierro, en ambos casos.

$$M_{\text{O}} = 16,0 \text{ g/mol y } M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g/mol}$$

Dividiendo cada una de las cantidades de los elementos químicos entre sus masas molares atómicas se obtiene la cantidad, en mol, de cada uno de los elementos químicos que han entrado en la combinación:

En el primer compuesto:

$$\frac{9,68 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,605 \text{ mol de O y } \frac{32,82 \text{ g}}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,588 \text{ mol de Fe}$$

Ahora dividiendo por la menor de dichas cantidades resulta que:

$$\frac{0,605 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1,02 \text{ de O y } \frac{0,588 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1 \text{ de Fe}$$

Por lo que la fórmula del compuesto es FeO .

En el segundo compuesto:

$$\frac{14,11 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,882 \text{ mol de O y } \frac{32,82 \text{ g}}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,588 \text{ mol de Fe}$$

Ahora dividiendo por la menor de dichas cantidades resulta que:

$$\frac{0,882 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1,5 \text{ de O} \quad \text{y} \quad \frac{0,588 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1 \text{ de Fe}$$

Por lo que la fórmula del compuesto sería $\text{FeO}_{1,5}$, por lo que multiplicando por dos resulta Fe_2O_3 .

19. La ecuación química que representa la reacción química entre los gases nitrógeno e hidrógeno para formar amoníaco gas es: $\text{N}_2 + \text{H}_2 \rightarrow 2 \text{NH}_3$. a) Indica cuál es la relación de los volúmenes de combinación entre dichas sustancias cuando se miden en las mismas condiciones de presión y temperatura. b) En el caso de que la relación entre los volúmenes de combinación fuese 1:1:1, ¿cuál sería la ecuación química del proceso?

a) Primero hay que ajustar la ecuación química, resultando: $\text{N}_2 + 3 \text{H}_2 \rightarrow 2 \text{NH}_3$.

De esta forma: 1 volumen de N_2 reacciona con 3 volúmenes de H_2 para originar 2 volúmenes de NH_3 y la relación entre los volúmenes es: 1:3:2.

b) Sería: $\text{N}_2 + \text{H}_2 \rightarrow \text{NH}_3$

20. Un óxido de nitrógeno gaseoso tiene 30,49% de nitrógeno y 69,51% de oxígeno. En condiciones normales de presión y temperatura, 0,253 g de dicho gas, supuesto ideal ocupan un volumen de 123 mL. Calcula la fórmula química del óxido.

Sabiendo que: $M_{\text{N}} = 14,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y $M_{\text{O}} = 16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{30,49 \text{ g}}{14,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,18 \text{ mol de N} \quad \text{y} \quad \frac{69,51 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 4,34 \text{ mol de O}$$

Dividiendo por la menor de dichas cantidades se obtiene:

$$\frac{2,18 \text{ mol}}{2,18 \text{ mol}} = 1 \text{ de N} \quad \text{y} \quad \frac{4,34 \text{ mol}}{2,18 \text{ mol}} = 2 \text{ de O}$$

Luego la fórmula empírica del óxido es NO_2

En condiciones normales, el volumen molar de dicho gas es $22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ y como:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{0,253 \text{ g}}{M} = \frac{123 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ mL}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow M = 46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Como la masa molar de la fórmula del óxido de nitrógeno es $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces la fórmula empírica coincide con la fórmula molecular y el resultado es NO_2 .

21. Un hidrocarburo contiene 85,63 % de C y 14,37 % de H. Si su masa molar es 28 g/mol, halla: a) Su fórmula empírica. b) La fórmula molecular.

Sabiendo que: $M_C = 12,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y $M_H = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

a) La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el hidrocarburo es la siguiente:

$$\frac{85,63 \text{ g}}{12,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 7,14 \text{ mol de C y } \frac{14,37 \text{ g}}{1,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 14,37 \text{ mol de H}$$

Dividiendo por la menor de dichas cantidades se obtiene:

$$\frac{7,14 \text{ mol}}{7,14 \text{ mol}} = 1 \text{ de C y } \frac{14,37 \text{ mol}}{7,14 \text{ mol}} = 2 \text{ de H}$$

Luego la fórmula empírica del hidrocarburo es CH_2

b) La masa molar de la fórmula empírica es $14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

$$n = \frac{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2, \text{ por tanto la fórmula molecular es: } (\text{CH}_2)_n = (\text{CH}_2)_2 = \text{C}_2\text{H}_4$$

22. Una muestra contiene estaño y oxígeno y tienen la siguiente composición: 19,78 g de Sn y 2,67 g de O y otra muestra contiene 23,79 g de Sn y 6,40 g de O.

¿Se trata del mismo compuesto químico o no?

En la primera muestra: hay 22,45 g de óxido y los porcentajes de cada elemento químico en el mismo son:

$$\frac{19,78 \text{ g Sn}}{22,45 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 88,11\% \text{ de Sn y } \frac{2,67 \text{ g O}}{22,45 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 11,89\% \text{ de O}$$

En la segunda muestra: hay 30,19 g de óxido y los porcentajes de cada elemento químico en el mismo son:

$$\frac{23,79 \text{ g Sn}}{30,19 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 78,80\% \text{ de Sn y } \frac{6,40 \text{ g O}}{30,19 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 21,20\% \text{ de O}$$

Luego como los porcentajes de los elementos químicos son diferentes, los óxidos también lo son.

23. Una pasta dentífrica tiene la composición del recuadro adjunto. a) Calcula la cantidad de talco en 500 g de pasta. b) Halla el tanto por ciento de la mezcla.

150 g de carbonato de calcio
100 g de glicerina
20 g de talco
5 g de esencia de menta

a) De la composición se deduce que:

$$\frac{20 \text{ g de talco}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 7,27\% \text{ de talco}$$

$$\text{Por tanto: } m = 500 \text{ g} \cdot \frac{7,27}{100} = 363,5 \text{ g de talco}$$

$$\text{b) } \frac{150 \text{ g de carbonato}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 54,55\% \text{ de carbonato}$$

$$\frac{100 \text{ g de glicerina}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 36,36\% \text{ de glicerina}$$

7,27 % de talco

$$\frac{5 \text{ g de esencia de menta}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 1,82\% \text{ de esencia de menta}$$

24. Un laboratorio ha analizado 20 g de un compuesto químico y ha obtenido la siguiente composición: 5,59 g de carbono, 6,95 g de oxígeno y 8,42 g de hidrógeno. a) El responsable del laboratorio recibe los resultados y decide repetir los análisis, ¿por qué? b) Si el resultado incorrecto es la masa del carbono, calcula la composición centesimal del compuesto químico.

a) $5,59 \text{ g} + 6,95 \text{ g} + 8,42 \text{ g} = 20,96 \text{ g}$ y como se dice que se parte de 20 g, existe un error en el análisis y se debe repetir el mismo.

b) $m \text{ de C} = 20 \text{ g} - (6,95 \text{ g} + 8,42 \text{ g}) = 4,63 \text{ g}$, por tanto:

$$\frac{4,63 \text{ g de C}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 23,15 \% \text{ de C}$$

$$\frac{6,95 \text{ g de O}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 34,75 \% \text{ de O}$$

$$\frac{8,42 \text{ g de H}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 42,10 \% \text{ de H}$$

25. Un compuesto químico tiene 14,4 % de Al. a) ¿Qué cantidad de aluminio hay en 16 kg de dicho mineral? b) ¿Qué cantidad de dicho compuesto químico se necesita para extraer 1,5 kg de aluminio?

$$\text{a) } m = 16 \text{ kg} \cdot \frac{14,4}{100} = 2,3 \text{ kg de Al}$$

$$\text{b) } 1,5 \text{ kg} = m \cdot \frac{14,4}{100} \Rightarrow m = 10,4 \text{ kg de mineral}$$

26. Calcula la densidad, en condiciones normales de presión y temperatura, de los siguientes gases: a) NO. b) N_2O_3 , c) N_2 .

Como: $n = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}$, entonces: $d = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_m}$, si $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, entonces:

$$\text{a) Si la masa molar del NO es } 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{ resulta que: } d = \frac{30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 1,34 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

b) Si la masa molar del N_2O_3 es $76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, resulta que: $d = \frac{76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 3,39 \frac{\text{g}}{\text{L}}$

c) Si la masa molar del N_2 es $28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, resulta que: $d = \frac{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 1,25 \frac{\text{g}}{\text{L}}$

27. Halla el volumen que ocupa 2 mol del gas hidrógeno a 25 °C de temperatura y 1 atm de presión.

Aplicando: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, resulta que:

$$1 \text{ atm} \cdot V = 2 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{ K} \Rightarrow V = 48,9 \text{ L}$$

INVESTIGA-PÁG. 54

A partir de la información de los contenidos de la Unidad Didáctica y de la que puedes hallar en el buscador de internet: <http://www.google.es> contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Puede haber hipótesis falsas?, y ¿leyes falsas?

Las hipótesis son suposiciones que se deben contrastar, por lo que sí puede haber hipótesis falsas, que lo son porque no son verificadas experimentalmente.

Si las hipótesis son ciertas se transforman en leyes, por lo que no puede haber leyes falsas, lo único es que a medida que avanza el conocimiento unas leyes se sustituyen por otras que reproducen mejor los hechos y son menos aproximadas.

2. ¿Por qué las teorías científicas no son verdades inmutables y se suceden unas a otras para explicar los mismos hechos?

Por el avance del conocimiento científico, pues el saber científico siempre es modificable y unas leyes y teorías se sustituyen por otras mejores que reproducen mejor los hechos observados.

UNIDAD 3: MEZCLAS

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 57

1. Sin probar, ¿cuál de las dos disoluciones acuosas siguientes de la sal cloruro de sodio está más salada?: una que contiene 10 g de sal en 500 mL de disolución u otra que contiene 2,35 g de sal en 100 cm³ de disolución.

Estará más salado aquel que tenga más contenido de cloruro de sodio por unidad de volumen. Así:

En el primer caso existen 10 g de sal en 500 mL, o bien:
$$\frac{10 \text{ g}}{500 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ mL}}} = 20 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

El segundo contiene 2,35 g de sal en 100 cm³, o bien:
$$\frac{2,35 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 23,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Luego el segundo vaso está más salado, pues su concentración es mayor.

2. De las siguientes expresiones, ¿cuál es cierta?: a) El acero es una mezcla. b) El queso es una mezcla homogénea. c) El vino es una sustancia pura. d) El aire es un compuesto químico.

La expresión a) es correcta, pues el acero es una aleación (disolución) formada por hierro metal y carbono, que puede contener además otras cantidades de otros metales como el titanio o el wolframio.

b) El queso no es una mezcla homogénea, y se puede observar a simple vista su heterogeneidad.

c) El vino no es sustancia pura, aunque es una mezcla homogénea.

d) El aire no es un compuesto químico, sino una mezcla de diversos gases.

3. ¿A qué se llama mezcla inmiscible y mezcla miscible? Pon un ejemplo de cada una de ellas.

Mezcla inmiscible es una mezcla heterogénea en la que sus componentes están perfectamente separados, por ejemplo, el agua y el aceite, o la arena y las piedras.

Mezcla miscible es una mezcla en la que sus componentes originan una mezcla homogénea, por ejemplo, la sal y el agua o el azúcar y el agua.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 58

1. Indica y explica el método que se debe utilizar para separar los componentes de las siguientes mezclas: a) Arena y grava. b) Alcohol y agua. c) Aceite y agua. d) Limaduras de hierro y azufre. e) Sal y agua. f) Glicerina y agua.

a) Arena y grava: en función del diferente tamaño de partículas entre la arena y la grava, la separación se realiza por filtración.

b) Alcohol y agua: en función de la diferente temperatura de ebullición entre el agua y el alcohol, la separación se realiza por destilación.

c) Aceite y agua; al ser dos líquidos inmiscibles, la separación se realiza por decantación

d) Limaduras de hierro y azufre: al ser dos sólidos, uno magnético y el otro no, la separación se realiza con la ayuda de un imán, que atrae las limaduras del hierro.

e) Sal y agua: si se deja evaporar el agua, la sal cristaliza, luego la separación se realiza por cristalización en función de la diferente solubilidad de la sal en el agua.

f) Glicerina y agua, la destilación a la presión atmosférica no es un buen método para separar ambos líquidos, pues la glicerina, aunque tiene una temperatura mayor de ebullición que el agua, a partir de 100 °C se evapora, por ello el mejor método de separación es por cromatografía, empleando una mezcla de alcohol y éter para efectuar la difusión y el arrastre sobre el papel en el que se realiza la cromatografía.

2. Explica lo que ocurre cuando se usa un quitamanchas para eliminar una mancha de grasa en la ropa.

Lo que hace el quitamanchas es disolver la grasa y después ésta se puede eliminar fácilmente por arrastre de la disolución.

3. ¿Qué ocurre cuando centrifuga una lavadora?

La eliminación del agua de la ropa.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 66

4. ¿Qué volumen ocupa 1 mol de un gas ideal a la presión atmosférica y temperatura de 25 °C?

Sabiendo que: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, entonces:

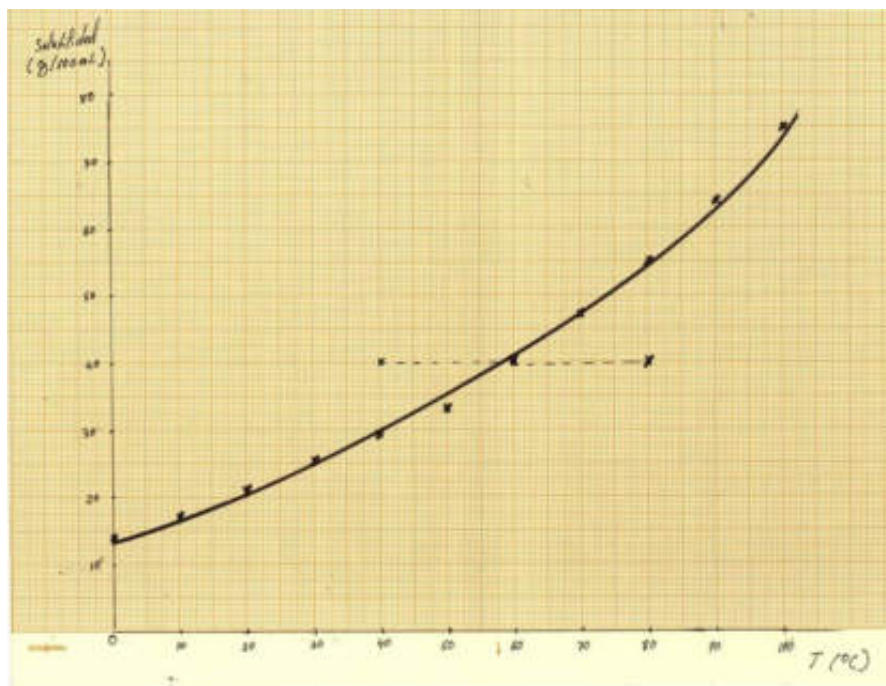
$$1 \text{ atm} \cdot V = 1 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{ K} \Rightarrow V = 24,4 \text{ L}$$

5. A partir de la tabla de datos siguiente, que proporciona la solubilidad del sulfato de cobre (II) por 100 mL de agua, a distintas temperaturas:

Sulfato de cobre (II) g	14	17	21	25	29	33	40	47	55	64	75
Temperatura (°C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Representa gráficamente la solubilidad del sulfato de cobre (II) frente a la temperatura.
- Si se dispone de una disolución de 40 g de sulfato de cobre (II) en 100 mL de agua a la temperatura de 80 °C y se enfría hasta 60 °C. ¿Qué sucederá?
- Si se sigue enfriando el conjunto, ¿qué ocurre a 40 °C?
- Representa los cambios anteriores en la gráfica obtenida en el apartado a).

a) La gráfica es la siguiente:



- A 80 °C, la solubilidad del sulfato de cobre (II) es $55 \frac{\text{g}}{100 \text{ mL}}$, luego a dicha temperatura los 40 g de sulfato están perfectamente disueltos, si ahora se enfría hasta 60 °C, como la solubilidad a dicha temperatura es $40 \frac{\text{g}}{100 \text{ mL}}$, la sal sigue disuelta.
- Si se sigue enfriando, la sal precipita, pues la solubilidad disminuye y a 40 °C, precipita una cantidad de sulfato igual a $40 \text{ g} - 29 \text{ g} = 11 \text{ g}$,
- Los cambios están representados en la gráfica anterior en la recta de puntos paralela que va desde la temperatura de 80 °C hasta 40 °C.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 74

1. Idea un procedimiento para separar los componentes de una mezcla de arena (sílice, de fórmula SiO_2), sal común (cloruro de sodio, de fórmula NaCl) y agua, sabiendo que la arena es insoluble en agua y la sal es soluble en el agua.

El procedimiento sería filtrar para que la arena se quedara en el filtro y dejar luego evaporar el agua de la disolución de sal si no se quiere recuperar el agua. Si se quiere recuperar el agua habría que destilar la disolución.

2. ¿Qué masa de cloruro de sodio hay que tomar para obtener 250 cm^3 de una disolución acuosa de NaCl de concentración $1,20 \text{ mol/L}$?

Sabemos que: $C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V}$,

por lo que como la masa molar del cloruro de sodio es $M = 58,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$1,20 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\frac{m}{58,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1}{1000 \text{ cm}^3}} \Rightarrow m = 17,55 \text{ g}$$

Para ello hay que seguir los siguientes pasos: Se pesa en una balanza de precisión $17,55 \text{ g}$ de NaCl , depositándolos en un vidrio de reloj, que previamente habremos tarado. A continuación, se vierte el NaCl con un embudo en el matraz aforado adecuado, lavándolo posteriormente con agua destilada para arrastrar los restos de NaCl dentro del matraz. Posteriormente, se añade agua destilada en el matraz y se agita para favorecer el proceso de la disolución. Una vez disuelto el cloruro de sodio, se llena el matraz aforado con agua destilada hasta el enrase que indica los 250 cm^3 y de esta forma se obtiene 250 cm^3 de una disolución acuosa de NaCl $1,20 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$.

3. Calcula el volumen de disolución existente en un recipiente que contiene $0,30 \text{ mol}$ de KOH , si la concentración de la disolución de KOH en agua es 112 g/L .

Sabemos que: $n = \frac{m}{M}$ y $C = \frac{m}{V}$

La masa molar del hidróxido de potasio es $M = 56,1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

$$0,30 \text{ mol} = \frac{m}{56,1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 16,83 \text{ g de KOH, por lo que:}$$

$$112 \frac{\text{g}}{\text{L}} = \frac{16,83 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 0,15 \text{ L}$$

4. Si partiendo de una disolución, tomamos la mitad de la misma, tendremos en ésta: a) La misma concentración. b) Concentración mitad que en la disolución inicial. c) La misma cantidad de soluto. d) Concentración doble que en la disolución de partida. Elige y razona la respuesta adecuada.

La respuesta correcta es la a). Al ser la disolución una mezcla homogénea, si se toma la mitad de la misma, se reduce el volumen de la disolución a la mitad y también la cantidad de soluto pasa a ser la mitad, luego como la concentración de la disolución es una relación entre el soluto existente y volumen o cantidad de disolución o de disolvente, la proporción no varía y, por tanto, la concentración se mantiene constante.

5. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Una disolución molal contiene un mol de soluto en 1000 g de disolución. b) Una disolución 2 M de ácido sulfúrico contiene un mol de H_2SO_4 en 1000 cm^3 .

La afirmación a) es falsa, pues la concentración molal se expresa en moles de soluto por cada kilogramo de disolvente y no de disolución.

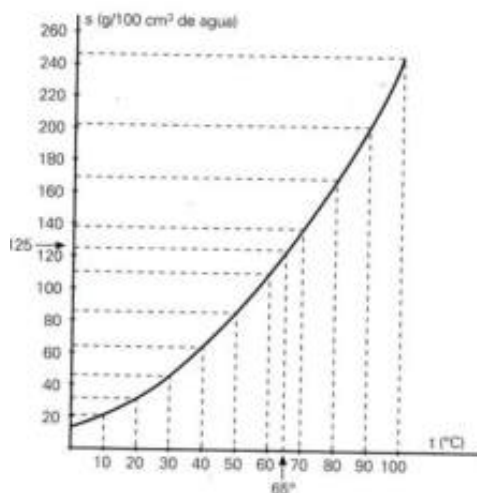
La afirmación b) es falsa ya que 2 M quiere decir que hay 2 moles de H_2SO_4 en 1 litro o 1000 cm^3 de disolución.

6. La solubilidad, s , del nitrato de potasio en agua, a diferentes temperaturas, t , está dada en la tabla siguiente:

t (°C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
s (g de sal/100 cm^3 de agua)	13,3	20,9	31,6	45,8	63,9	85,5	110	138	169	202	246

- Dibuja la curva de la solubilidad frente a la temperatura.
- Calcula, en la gráfica, la solubilidad a 65°C .
- Se disuelve nitrato de potasio en 500 g de agua hirviendo hasta la saturación. Se deja enfriar después esa disolución hasta 30°C y se filtra para separar los cristales formados. ¿Qué cantidad de nitrato de potasio cristaliza?

a) La gráfica es la siguiente:



b) En la gráfica se puede leer que la solubilidad es $125\text{ g}/100\text{ cm}^3$ de agua.

c) Admitiendo que la densidad del agua es 1 g/cm^3 , entonces 500 g de agua ocupan un volumen de: $V = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 500 \text{ g} = 500 \text{ cm}^3$, y en dicha cantidad existirán a 100°C una masa disuelta de nitrato de potasio de: $m_1 = 5 \cdot 246 \text{ g} = 1230 \text{ g}$

Del mismo modo, a 30°C habrá una cantidad disuelta de nitrato de potasio de:
 $m_2 = 5 \cdot 45,8 \text{ g} = 229 \text{ g}$

Por tanto, la cantidad de nitrato de potasio que cristaliza es:
 $m = 1230 \text{ g} - 229 \text{ g} = 1001 \text{ g}$

7. La solubilidad del bicarbonato de sodio, a 20°C , es de $9,6 \text{ g}/100 \text{ cm}^3$ de agua. Se quiere aumentar su solubilidad sin variar la temperatura, ¿es posible realizarlo añadiendo más agua? Razona la respuesta.

La respuesta es afirmativa, pues al aumentar la cantidad de disolvente se favorece el fenómeno de dispersión del soluto en él y, por tanto, su capacidad de disolución.

8. Una mezcla gaseosa consta de: 20 g de Ar, 10 g de CO_2 , 25 g de O_2 y 14 g de N_2 . Calcula la presión parcial de cada gas, si la presión total es 10 atm.

$p_A = p \cdot x_A = p \cdot \frac{n_A}{n}$, donde x_A es la fracción molar del gas A en la mezcla y p la presión total de la mezcla gaseosa.

La cantidad de cada gas, en mol, se calcula a partir de: $n = \frac{m}{M}$, de forma que si las masas molares son:

$$M \text{ de Ar} = 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M \text{ de CO}_2 = 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M \text{ de O}_2 = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y}$$

$$M \text{ de N}_2 = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{ entonces:}$$

$$n_{\text{Ar}} = \frac{20 \text{ g}}{40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,50 \text{ mol}; \quad n_{\text{CO}_2} = \frac{10 \text{ g}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,23 \text{ mol}$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{25 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,78 \text{ mol}; \quad n_{\text{N}_2} = \frac{14 \text{ g}}{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,50 \text{ mol}$$

El número total de moles de la mezcla es:

$$n = 0,50 \text{ mol} + 0,23 \text{ mol} + 0,78 \text{ mol} + 0,50 \text{ mol} = 2,01 \text{ mol}$$

Luego, las presiones parciales de cada uno de los gases son:

$$p_{\text{Ar}} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,50 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 2,5 \text{ atm}; \quad p_{\text{CO}_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,23 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 1,1 \text{ atm}$$

$$p_{O_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,78 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 3,9 \text{ atm} ; p_{N_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,50 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 2,5 \text{ atm}$$

9. Una mezcla gaseosa formada por 28 g de N₂ y 64 g de O₂, está a 27 °C en un recipiente de 20 L. Halla la presión de la mezcla y las presiones parciales de cada gas.

Las masas molares son: M de O₂ = 32 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y M de N₂ = 28 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$$n_{N_2} = \frac{28 \text{ g}}{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1 \text{ mol} \quad \text{y} \quad n_{O_2} = \frac{64 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2 \text{ mol}$$

El número total de moles de la mezcla es: $n = 1 \text{ mol} + 2 \text{ mol} = 3 \text{ mol}$, luego las fracciones molares de los dos gases son:

$$x_{N_2} = \frac{1 \text{ mol}}{3 \text{ mol}} = \frac{1}{3} \quad \text{y} \quad x_{O_2} = \frac{2 \text{ mol}}{3 \text{ mol}} = \frac{2}{3}$$

La presión total de la mezcla es: $p = \frac{n \cdot R T}{V}$, luego:

$$p = \frac{3 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 27) \text{ K}}{20 \text{ L}} = 3,7 \text{ atm}$$

Las presiones parciales de los gases son:

$$p_{N_2} = 3,7 \text{ atm} \cdot \frac{1}{3} = 1,2 \text{ atm} \quad \text{y} \quad p_{O_2} = 3,7 \text{ atm} \cdot \frac{2}{3} = 2,5 \text{ atm}$$

10. Determina la concentración de una disolución de ácido nítrico en agua, sabiendo que hay disueltos 18,9 g de ácido nítrico en 600 mL de disolución. Expresa el resultado en mol/L y g/L.

La masa molar del HNO₃ es 63 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$C_M = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{18,9 \text{ g}}{63 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{600 \text{ mL}}{1000 \text{ mL}}} = 0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$C = \frac{m}{V} = \frac{18,9 \text{ g}}{600 \text{ mL} \cdot \frac{1}{1000 \text{ mL}}} = 31,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

11. Se disuelven 50 g de ácido sulfúrico en 200 g de agua resultando una disolución de densidad 1,12 g/cm³. Calcula: a) % en masa. b) La molaridad. c) La molalidad.

La masa molar del H₂SO₄ es 98 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$\text{a) \% en masa} = \frac{50 \text{ g}}{50 \text{ g} + 200 \text{ g}} \cdot 100 = 20 \%$$

b) Primero hay que hallar el volumen de la disolución, de forma que:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{50 \text{ g} + 200 \text{ g}}{1,12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 223,2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{50 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{223,2 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 2,29 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{c) molalidad} = \frac{n}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{50 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{200 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 2,55 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

12. Halla la molaridad y la fracción molar del soluto de una disolución formada al disolver 12 g de Ca(OH)₂ en 200 g de agua, sabiendo que la densidad de esta disolución es 1,05 g/cm³.

La masa molar del Ca(OH)₂ es 74 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del H₂O 18 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

El volumen de la disolución se halla a partir de:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{12 \text{ g} + 200 \text{ g}}{1,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 201,9 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{201,9 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 0,80 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

La fracción molar del soluto es:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} = \frac{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{200 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = 0,01$$

13. Determina la molalidad y la fracción molar de la sacarosa de una disolución de azúcar sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$) en agua, si de azúcar hay un 34,20 % (en masa) y el resto es agua.

La masa molar de la $C_{12}H_{22}O_{11}$ es $342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del H_2O es $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$\text{molalidad} = \frac{n}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{(100 \text{ g} - 34,20 \text{ g}) \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 1,52 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

La fracción molar de la sacarosa es:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} = \frac{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{100 \text{ g} - 34,20 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = 0,03$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 75

14. Calcula la masa de glucosa ($C_6H_{12}O_6$) necesaria para preparar 800 g de una disolución acuosa cuya fracción molar de glucosa es 0,01.

La masa molar de $C_6H_{12}O_6$ es $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del H_2O $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} \Rightarrow 0,01 = \frac{\frac{m}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{m}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{800 \text{ g} - m}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \Rightarrow m = 73,39 \text{ g}$$

15. Partiendo de 75 g de una disolución del 15%, en masa, de sal común en agua,

se añaden 30 mL de agua. Calcula la concentración en % en masa y la molaridad de la disolución resultante, sabiendo que la densidad del agua es 1 g/cm^3 y la densidad de la disolución resultante $1,02 \text{ g/cm}^3$.

La masa molar del NaCl es $58,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La disolución inicial está formada por:

$$m_{\text{NaCl}} = 75 \text{ g} \cdot \frac{15}{100} = 11,25 \text{ g} \text{ y } m_{\text{H}_2\text{O}} = 75 \text{ g} - 11,25 \text{ g} = 63,75 \text{ g}$$

Si a esta disolución se le añaden $30 \text{ mL} = 30 \text{ cm}^3$ de agua, como su densidad es:

$$d = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \text{ entonces se añade una masa de agua: } m = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 30 \text{ cm}^3 = 30 \text{ g}$$

$$\text{De esta forma: } \% \text{ en masa} = \frac{11,25 \text{ g}}{75 \text{ g} + 30 \text{ g}} \cdot 100 = 10,71 \%$$

Para calcular la concentración molar hay que conocer el volumen de la disolución:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{11,25 \text{ g} + 63,75 \text{ g} + 30 \text{ g}}{1,02 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 102,9 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{\frac{V}{1000 \text{ cm}^3}} = \frac{\frac{11,25 \text{ g}}{58,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{102,9 \text{ cm}^3}{1000 \text{ cm}^3}} = 1,87 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

16. Halla la masa, en g, y el volumen, en mL, que es necesario tomar de una disolución de ácido sulfúrico del 96% (en masa) y densidad $1,84 \text{ g/cm}^3$, para preparar 1 L de una disolución de ácido sulfúrico 1M.

La masa molar del H_2SO_4 es $98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Para preparar 1 L de disolución de ácido sulfúrico 1 M se necesitan 1 mol de ácido sulfúrico, luego la cantidad en gramos de ácido necesaria para ello es:

$$1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\frac{m}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{1 \text{ L}} \Rightarrow m = 98 \text{ g}$$

Como el ácido no es puro, entonces la masa en gramos de la disolución inicial que tenemos que tomar para que lleven 98 g de ácido sulfúrico es:

$$m_{\text{disolución}} = 98 \text{ g} \cdot \frac{100}{96} = 102,08 \text{ g}$$

$$\text{Y el volumen: } d = \frac{m_{\text{disolución}}}{V} \Rightarrow V = \frac{m_{\text{disolución}}}{d} = \frac{102,08 \text{ g}}{1,84 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 55,48 \text{ cm}^3 = 55,48 \text{ mL}$$

17. ¿Cuántos mililitros de ácido clorhídrico de un frasco de ácido clorhídrico comercial se necesitan para preparar medio litro de disolución de HCl 0,1 M, sabiendo que las indicaciones del frasco del ácido clorhídrico son las siguientes: 36 % y densidad 1,19 g/cm³?

La masa molar del HCl es $36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Para preparar 0,5 L de una disolución 0,1 M se necesita una masa de HCl puro:

$$0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{0,5 \text{ L}} \Rightarrow m = 1,82 \text{ g}$$

La cantidad que hay que tomar del ácido comercial es:

$$m_{\text{disolución}} = 1,82 \text{ g} \cdot \frac{100}{36} = 5,06 \text{ g}$$

Y el volumen de este ácido es:

$$d = \frac{m_{\text{disolución}}}{V} \Rightarrow V = \frac{m_{\text{disolución}}}{d} = \frac{5,06 \text{ g}}{1,19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 4,25 \text{ cm}^3 = 4,25 \text{ mL}$$

18. Con 250 cm³ de una disolución de HCl 2 M se hacen las siguientes operaciones: Se añade agua destilada hasta un volumen de 500 cm³. A continuación, se toman 100 cm³ de esta disolución y se añade agua destilada hasta completar un volumen de 250 cm³. Calcula la molaridad de la disolución final.

$$\text{La disolución inicial contiene: } 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{n}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} \Rightarrow n = 0,5 \text{ mol HCl}$$

Al añadir agua se tiene 0,5 mol de HCl en 500 cm³ de disolución.

Si se toma 100 cm³ de esta disolución se dispone de: 0,5 mol / 5 = 0,1 mol de HCl, por lo que después de completar el volumen hasta 250 cm³, la molaridad final es:

$$C_M = \frac{0,1 \text{ mol}}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 0,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

19. A 200 g de disolución de KOH del 5% se le añaden 10 g de KOH. Calcula: a) La molalidad y b) El % en masa de la disolución resultante.

a) La masa molar del KOH es $56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$$m \text{ inicial de KOH en la disolución: } m = 200 \text{ g} \cdot \frac{5}{100} = 10 \text{ g}$$

Se añaden 10 g de KOH y la masa de KOH resultante es: $m = 10 \text{ g} + 10 \text{ g} = 20 \text{ g}$

$$m_{\text{disolvente}} = 200 \text{ g} - 10 \text{ g} = 190 \text{ g}$$

$$\text{molalidad} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{20 \text{ g}}{56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{190 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 1,9 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

$$\text{b) \% en masa} = \frac{20 \text{ g}}{20 \text{ g} + 190 \text{ g}} \cdot 100 = 9,5 \%$$

20. ¿Qué cantidad en gramos de una disolución de NaOH, del 20% en masa, contiene la misma cantidad, en gramos de soluto, que 100 cm³ de una disolución 2 M de dicha sustancia?

La masa molar del NaOH es $40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La masa en gramos de NaOH existentes en 100 cm³ de una disolución 2 M es:

$$2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\frac{m}{40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{100 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow m = 8 \text{ g}$$

En consecuencia de la disolución inicial, para que existan 8 g de NaOH puros, debe haber una cantidad de la disolución igual a:

$$m = 8 \text{ g} \cdot \frac{100}{20} = 40 \text{ g}$$

21. Se toman 100 mL de ácido sulfúrico de concentración 2 mol/L y se diluyen con agua hasta 250 mL. Halla la nueva concentración de la disolución del ácido sulfúrico.

La cantidad, en mol, de ácido sulfúrico inicial es:

$$2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{n}{100 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{\text{mL}}} \Rightarrow n = 0,2 \text{ mol}$$

Al diluir con agua, la cantidad, en mol, de ácido no varía, pero sí su concentración, de forma que:

$$C_M = \frac{0,2 \text{ mol}}{250 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{\text{mL}}} = 0,8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

22. Calcula la presión de vapor de una disolución de azúcar sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$) formada por 150 g de azúcar y 450 g de agua, a la temperatura de 16 °C, si la presión de vapor del agua a esa temperatura es 15,48 mm de Hg.

La masa molar de la sacarosa es $342 \frac{g}{mol}$ y la del H_2O $18 \frac{g}{mol}$

La presión de vapor de una disolución viene dada por: $p = p^0 \cdot x_d$

$$x_d = \frac{n_d}{n_s + n_d} = \frac{\frac{450 g}{18 \frac{g}{mol}}}{\frac{150 g}{342 \frac{g}{mol}} + \frac{450 g}{18 \frac{g}{mol}}} = 0,98$$

Luego: $p = 15,48 \text{ mm Hg} \cdot 0,98 = 15,17 \text{ mm Hg}$

23. La presión de vapor de una disolución de glucosa al 10%, a 30 °C, es 31,47 mm de Hg y la del agua, a dicha temperatura, 31,82 mm de Hg. Determina la masa molar de la glucosa.

La masa molar del agua es $18 \frac{g}{mol}$

De la relación entre la presión de vapor de la disolución y la del agua pura a la misma temperatura podemos calcular la fracción molar del agua: $p = p^0 \cdot x_d$, por lo que:

$$x_d = \frac{p}{p^0} = \frac{31,47 \text{ mm Hg}}{31,82 \text{ mm Hg}} = 0,989, \text{ de esta forma:}$$

Como por cada 10 g de glucosa hay 90 g de agua, entonces:

$$x_d = \frac{n_d}{n_d + n_s} \Rightarrow 0,989 = \frac{\frac{90 g}{18 \frac{g}{mol}}}{\frac{90 g}{18 \frac{g}{mol}} + \frac{10 g}{M \frac{g}{mol}}} \Rightarrow M = 180 \frac{g}{mol}$$

24. ¿Se puede utilizar un termómetro graduado de 0 a 100 °C para medir la temperatura de una disolución de glicerina ($C_3H_8O_3$) en agua, que contiene 7,20 % de glicerina, sabiendo que las constantes ebulloscópica y crioscópica del agua son, respectivamente, $K_e = 0,52 \text{ °C} \cdot \text{kg/mol}$ y $K_c = 1,86 \text{ °C} \cdot \text{kg/mol}$?

La masa molar de la glicerina es $92 \frac{g}{mol}$

La variación de la temperatura de ebullición y la de fusión vienen dadas por las ecuaciones:

$\Delta t_e = K_e \cdot m$ y $\Delta t_f = K_c \cdot m$ siendo m la molalidad.

Para esta disolución:

$$\text{molalidad} = \frac{\frac{m}{M}}{\text{m de disolvente}} = \frac{\frac{7,20 \text{ g}}{92 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{(100 \text{ g} - 7,20 \text{ g}) \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

La temperatura de ebullición de la disolución se obtiene a partir de:

$$\Delta t_e = 0,52 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}} \cdot 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = 0,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{Luego: } t_e - 100 \text{ } ^\circ\text{C} = 0,44 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow t_e = 100,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La temperatura de fusión de la disolución se obtiene a partir de:

$$\Delta t_f = 1,86 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}} \cdot 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = 1,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{Luego: } 0 \text{ } ^\circ\text{C} - t_f = 1,57 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow t_f = - 1,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Por tanto, con dicho termómetro no puede medirse la temperatura de fusión ni la de ebullición, pues la temperatura de fusión es menor que 0°C y la de ebullición mayor que 100°C .

25. De una sustancia desconocida se disuelven 24,00 g en 75,15 g de agua. Si la disolución así formada congela a la temperatura de $-1,80 \text{ } ^\circ\text{C}$, calcula la masa molar de dicha sustancia.

Primero se calcula la molalidad de la variación de la temperatura de fusión mediante $\Delta t_f = K_c \cdot m$, donde hay que tener en cuenta que la temperatura de fusión del agua (disolvente) es 0°C y:

$$\Delta t_f = 0^\circ\text{C} - (-1,80^\circ\text{C}) = 1,80 \text{ } ^\circ\text{C}, \text{ luego:}$$

$$m = \frac{\Delta t_f}{K_c} = \frac{1,80 \text{ } ^\circ\text{C}}{1,86 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}}} = 0,968 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

Y de la molalidad se obtiene la masa molar mediante:

$$0,968 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = \frac{\frac{m}{M}}{\text{m de disolvente}} = \frac{\frac{24,00 \text{ g}}{M}}{75,15 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} \Rightarrow M = 330,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

26. Halla la presión osmótica de 500 cm³ de una disolución de glucosa, que contiene 18 g de glucosa a 20 °C.

La masa molar de la glucosa es $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Aplicando: $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$, entonces:

$$\pi \cdot 500 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3} = \frac{18 \text{ g}}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 20) \text{ K} \Rightarrow \pi = 4,8 \text{ atm}$$

27. A 25 °C una disolución de 20 g de albúmina por litro de disolución tiene una presión osmótica de 7,90 mm de Hg. Calcula la masa molar de la albúmina.

Aplicando: $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$, entonces:

$$7,90 \text{ mm Hg} \cdot \frac{\text{atm}}{760 \text{ mm Hg}} \cdot 1 \text{ L} = \frac{20 \text{ g}}{M} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{ K}$$

$$\text{de donde: } M = 47016 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

28. Una masa de aire contiene un 40% de vapor de agua (humedad) a la temperatura de 42 °C y presión de 890 mm de Hg. Determina, a la temperatura de 22 °C, la presión a la que se encontrará el aire, una vez eliminado todo el vapor del agua, si el volumen del aire seco es 50 L, y se sabe que la presión del vapor del agua a la temperatura de 42 °C es 61,50 mm de Hg.

La presión del vapor de agua a 42 °C es:

$$p_{\text{vapor}} = \frac{40}{100} \cdot 61,50 \text{ mm Hg} = 24,6 \text{ mm Hg}$$

de donde la presión del aire seco a 42 °C es:

$$p_{\text{aire seco}} = 890 \text{ mm Hg} - 24,6 \text{ mm Hg} = 865,4 \text{ mm Hg}$$

Una vez eliminado el agua, el volumen del aire no varía y entonces: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$$\text{Luego: } \frac{865,4 \text{ mm Hg}}{(273 + 42) \text{ K}} = \frac{p_2}{(273 + 22) \text{ K}} \Rightarrow p_2 = 810,5 \text{ mm de Hg}$$

Consulta en internet *desalación* en páginas como la del Ministerio del Medio Ambiente: www.mma.es o en otras como www.gem.es, y www.greenpeace.org/espana. Realiza, a continuación, un esquema sobre las ventajas e inconvenientes de los métodos industriales de desalación del agua, explicando conceptos tales como: agua dulce, agua salobre agua marina y salmuera, haciendo hincapié en la importancia de la obtención de agua apta para el consumo en las distintas Autonomías de España, citando datos del último año consultado sobre volúmenes de agua consumida y agua desalada. Analiza dichos datos por diagramas de barras en diferentes Autonomías, tales como Canarias, Andalucía, Baleares o Murcia.

Es una pregunta abierta, en donde hay que citar como la gran ventaja de los métodos industriales de desalación del agua: el que permiten obtener agua para abastecer lugares en donde escasea el agua dulce, ya sea para usos industriales, agrarios o de consumo de la población y evita el tener que afrontar complicadas obras de ingeniería en base a trasvases de agua desde cuencas fluviales con agua excedente.

Los principales inconvenientes de la desalación del agua, es que es un método con un coste económico importante, que consume mucha energía en el tratamiento a realizar al agua, y que como subproducto se obtiene sal, que hay que utilizar o almacenar en lugares adecuados, considerando que el echar la sal a la tierra no se puede hacer, pues daña al suelo y su vertido al mar, en el caso de las desaladoras de agua salada del mar produce también una alteración del ecosistema marino.

Agua dulce del grifo es un agua con una concentración en sales del orden de $0,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$, si es agua mineral de mesa, puede bajar hasta $0,2 \frac{\text{g}}{\text{L}}$. El agua de río tiene una concentración de sales entre $0,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ y $3 \frac{\text{g}}{\text{L}}$. Un agua salobre tiene una concentración en sales entre $3 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ y $20 \frac{\text{g}}{\text{L}}$, el agua salada marina entre $20 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ y $50 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ y una sal muera su concentración en sales es superior a $50 \frac{\text{g}}{\text{L}}$.

Los datos consultados sobre el consumo de agua muestran que hay una península húmeda y otra seca, que cada vez se desala más agua en las zonas costeras secas, en donde hay una gran demanda de agua por el desarrollo urbanístico que están sufriendo por el sector turístico y la demanda de campos de golf en dichas zonas, además de que en algunas de dichas zonas, como la costa levantina la agricultura de la huerta murciana y los naranjales valencianos son otra fuente importante de riqueza.

UNIDAD 4: EL ÁTOMO

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 79

1. ¿Cuál es la carga eléctrica más pequeña que existe en la naturaleza?

La del electrón o la del protón, pues ambas tienen el mismo valor en culombios, pero distinto signo: $1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

2. Una idea básica de la teoría de Dalton es la de suponer que todos los átomos de un mismo elemento químico tienen la misma masa y ésta es, a su vez, distinta a la de cualquier otro. A partir de aquí se abrió una línea de investigación para averiguar cuáles son las masas de los átomos. Justifica por qué: a) No es posible medir directamente masas atómicas. b) La primera unidad de masa atómica que se definió fue la masa del átomo de hidrógeno.

a) Debido al tamaño tan pequeño de los átomos, que hace que no se pueda utilizar la balanza para medir directamente las masas atómicas.

b) La primera unidad de masa atómica que se adoptó como referencia fue la del hidrógeno, por ser el elemento químico más ligero de todos los que existen en la naturaleza. Posteriormente se ha utilizado como patrón de referencia el oxígeno, debido a su gran abundancia y existencia en un número muy elevado de compuestos. Actualmente se usa como patrón de referencia el elemento químico carbono.

3 ¿Se puede formar un ión monoatómico por adición o sustracción de protones?

No, los protones están fuertemente retenidos en el núcleo de los átomos, y sólo se arrancan los electrones de la corteza para formar iones.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 81

1. ¿Por qué los rayos canales tienen una masa variable, mientras que los rayos catódicos no?

Los rayos canales son iones positivos, que dependen del tipo de gas encerrado en el tubo y por ello su masa es variable, mientras que los rayos catódicos son electrones y, por tanto, su masa es fija, la del electrón.

2. ¿Pueden existir cargas eléctricas iguales a 2,5 o 15,3 electrones?

No, la mínima carga eléctrica es la del electrón, y las demás cargas eléctricas son múltiplos de la misma.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 83

3. ¿Qué evidencias demuestran la no veracidad del modelo atómico de J.J. Thomson?

Las experiencias de Rutherford, que condujeron a que éste científico, discípulo de Thomson, elaborara su propio modelo atómico.

4. ¿Por qué costó tanto tiempo descubrir el neutrón, si su existencia fue postulada previamente por Rutherford antes de su descubrimiento?

Porque el neutrón no tiene carga eléctrica, y, por tanto, no sufre desviación alguna en el seno de campos eléctricos y magnéticos.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 100

1. Un átomo de carbono tiene una masa de $19,92 \cdot 10^{-27}$ kg y un radio de 7,7 nm. Calcula la densidad de un átomo de carbono, suponiendo que según el modelo de Thomson el átomo es una esfera perfecta.

Como: $d = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3}$, entonces:

$$d = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{19,92 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (7,7 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9})^3} = 1,04 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

2. En su experimento de la lámina metálica, Rutherford concluyó que: a) Los electrones son partículas de gran masa. b) Las partes cargadas positivamente de los átomos son muy pequeñas y de una gran masa. c) Las partes cargadas positivamente de los átomos se mueven con una velocidad cercana a la de la luz. d) El tamaño del electrón es aproximadamente igual al del núcleo. Elige el enunciado correcto y justifica la respuesta.

El enunciado correcto es el b). La justificación de este enunciado está en el hecho de que la mayoría de las partículas pasan sin sufrir desviaciones y únicamente unas pocas son desviadas fuertemente.

3. ¿Por qué los isótopos ${}^{39}_{18}\text{Ar}$ y ${}^{39}_{19}\text{K}$ tienen distinto símbolo y en qué se diferencian los isótopos ${}^{12}_6\text{C}$ y ${}^{14}_6\text{C}$?

${}^{39}_{18}\text{Ar}$ y ${}^{39}_{19}\text{K}$ son átomos de distintos elementos químicos por tener en sus núcleos distinto número de protones; 18 el Ar y 19 el K.

${}^{12}_6\text{C}$ y ${}^{14}_6\text{C}$ se diferencian en el número de neutrones de su núcleo, en el primero hay 6 neutrones y en el segundo 8.

4. Rellena el siguiente cuadro:

Especie química	Protones	Neutrones	Electrones	Z	A
Ca	20	20			
P		16	15		
F ⁻			10		19
N	7				14
Al ³⁺				13	27
Te		78		52	
C	6				13

Para el Ca: hay 20 electrones, $Z = 20$ y $A = 20 + 20 = 40$

Para el P: hay 15 protones, $Z = 15$ y $A = 15 + 16 = 31$

Para el F⁻: hay 9 protones, $Z = 9$ y hay 10 neutrones, ya que:
 $19 = n_1 \text{ neutrones} + 9 \text{ protones}$

Para el N: hay 7 electrones, $Z = 7$ y hay 7 neutrones, ya que:
 $14 = n_1 \text{ neutrones} + 7 \text{ protones}$

Para el Al³⁺: hay 13 protones, 10 electrones y 14 neutrones, ya que:
 $27 = n_1 \text{ neutrones} + 13 \text{ protones}$

Para el Te: hay 52 protones, 52 electrones y $A = 78 + 52 = 130$

Para el C: $Z = 6$, hay 6 electrones y 7 neutrones, ya que:
 $13 = n_1 \text{ neutrones} + 6 \text{ protones}$

Por tanto, el cuadro queda relleno de la siguiente forma:

Especie química	Protones	Neutrones	Electrones	Z	A
Ca	20	20	20	20	40
P	15	16	15	15	31
F⁻	9	10	10	9	19
N	7	7	7	7	14
Al³⁺	13	14	10	13	27
Te	52	78	52	52	130
C	6	7	6	6	13

5. La diferencia de energía entre dos niveles de un átomo es de $1,80 \cdot 10^{-20}$ J. Halla la frecuencia de la radiación emitida por el electrón que salta del nivel de mayor energía al de menor energía.

Sabiendo que $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J · s y $E = h \cdot \nu$, entonces:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{1,80 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,72 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

6. El cobre tiene una masa atómica de 63,54 u y existe como ${}^{63}_{29}\text{Cu}$ y ${}^{65}_{29}\text{Cu}$. Calcula la proporción de cada uno de los dos isótopos, sabiendo que sus masas atómicas son, respectivamente, 62,93 u y 64,93 u.

Si llamamos x al % de Cu 63, 100 - x es el % de Cu 65, entonces con estas proporciones la masa relativa de un átomo promedio de cobre es:

$$M = \frac{x \cdot 62,93 \text{ u} + (100 - x) \cdot 64,93 \text{ u}}{100} = 63,54 \text{ u} \Rightarrow x = 69,5 \%$$

Por tanto, el isótopo de Cu 63, de masa 62,93 u, está en una proporción del 69,5 % y el isótopo de Cu 65, de masa 64,93 u, en una proporción del $100 - 69,5 = 30,5$ %.

7. La plata, de masa atómica 107,87 u, tiene dos isótopos, uno de ellos con una masa atómica 106,91 u y abundancia del 51,82 %, calcula la masa del otro isótopo.

$$107,87 \text{ u} = \frac{51,82 \cdot 106,91 \text{ u} + (100 - 51,82) \cdot M}{100} \Rightarrow M = 108,90 \text{ u}$$

8. Al excitar un átomo de hidrógeno con $19,2 \cdot 10^{-19}$ J, su electrón se sitúa en otro nivel energético. Calcula la longitud de onda y la frecuencia de la radiación que emite al volver a su estado fundamental.

Sabiendo que $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J · s y $E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$, donde $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, entonces:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{19,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \frac{10^9 \text{ nm}}{\text{m}} = 103,5 \text{ nm}$$

$$\text{Como: } \nu = \frac{c}{\lambda}, \text{ entonces: } \nu = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 2,899 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

9. A partir de la información que suministra la Tabla Periódica, indica: a) Los elementos químicos que forman el segundo período. b) Los elementos químicos que pertenecen al grupo de los alcalinos y el grupo en el que figura el cloro. c) El número de electrones que tiene un átomo de neón en su último nivel de energía y su configuración electrónica externa.

a) Segundo período: Li, Be, B, C, N, O, F y Ne.

b) Alcalinos: Li, Na, K, Rb, Cs y Fr.

El cloro pertenece al grupo de los halógenos.

c) $2 + 6 = 8$ electrones y su configuración electrónica externa es $2s^2 2p^6$.

10. Escribe la configuración electrónica de cada uno de los siguientes átomos e iones: Al, Na⁺, Si, Mg²⁺, S, O²⁻ y Br.

Al: Tiene 13 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

Na⁺: Tiene 10 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6$

Si: Tiene 14 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

Mg²⁺: Tiene 10 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6$

S: Tiene 16 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

O²⁻: Tiene 10 electrones y su configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6$

Br: Tiene 35 electrones y su configuración electrónica es:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^5$

11. La configuración electrónica de un elemento químico desconocido es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$. a) Indica cuál es el número atómico de dicho elemento químico. b) ¿A qué grupo de la Tabla Periódica pertenece?

a) $Z = 18$

b) Gases nobles, grupo 0 ó VIIIA

12. ¿Cuál o cuáles de los enunciados siguientes sobre el átomo de hidrógeno del modelo de Bohr no es cierto?: a) El modelo explica con éxito los espectros del átomo de hidrógeno. b) La velocidad del electrón del átomo de hidrógeno aumenta al crecer su energía. c) La energía del electrón del átomo de hidrógeno tiene solamente ciertos valores discretos. d) La distancia entre el núcleo y el electrón del átomo de hidrógeno tiene solamente ciertos valores discretos.

Según el modelo de Bohr, los enunciados c) y d) son correctos.

El b) es una consecuencia lógica, ya que al moverse el electrón, si su energía (cinética) aumenta, lógicamente crecerá su velocidad.

Por tanto el único enunciado que puede ser incorrecto es el a). Dicho enunciado no es del todo correcto, pues el modelo de Bohr no es capaz de explicar algunos detalles del espectro del átomo de hidrógeno.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 101

13. ¿Cuál de las siguientes líneas espectrales se encuentran en la región visible del espectro: a) 350 nm. b) 500 nm. c) 200 nm. d) 1000 nm. e) 780 nm?

Teniendo en cuenta que la región del espectro visible se corresponde con el intervalo (700- 400 nm), entonces la respuesta correcta es solamente la b), la de 500 nm.

14. La lámpara de vapor de mercurio emite una luz de color azul-verdoso. Estos

colores proceden de radiaciones de longitudes de onda 434,8 nm (azul) y 546,1 nm (verde). Calcula la energía de un fotón de cada radiación.

Sabiendo que $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ y $E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$, donde $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, entonces:

$$E_1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{434,8 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{546,1 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

15. El color amarillo de la luz de vapor de sodio proviene de la raya D del espectro visible de dicho elemento químico. La longitud de onda correspondiente a dicha raya es 589 nm. a) Calcula el intercambio de energía asociado a la transición electrónica de dicha raya. b) En realidad dicha raya está constituida por un doblete: $D_1 = 589 \text{ nm}$ y $D_2 = 589,6 \text{ nm}$. ¿De entre ambas rayas, cuál es la que se refiere a un salto de mayor energía?

$$\text{a) } \Delta E_1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,374 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) La D_1 corresponde al mayor salto de energía, ya que:

$$\Delta E_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589,6 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,371 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

16. Consideremos un átomo de hidrógeno excitado en el que el electrón está en el subnivel 3s. La energía que se requiere para arrancar dicho electrón es $2,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Sin embargo, la energía que se necesita para arrancar el electrón 3s del sodio es $8,22 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. ¿Por qué esta diferencia?

Porque el sodio tiene un núcleo con mayor carga eléctrica positiva que el del hidrógeno y para arrancar dicho electrón se debe vencer una mayor fuerza electrostática en el caso del sodio que en el del hidrógeno.

17. La masa de un átomo de helio es 4,0026 u. Utilizando las masas de las partículas subatómicas, halla la disminución de masa que se produce al formarse un núcleo de helio y la energía que se transfiere al exterior en el proceso, sabiendo que el número atómico del helio es 2 y su número másico 4.

Despreciando la masa del electrón, el sistema a considerar es el núcleo del átomo de helio, formado por 2 protones y 2 neutrones, luego:

$$\Delta m = 2 \cdot m_{\text{protón}} + 2 \cdot m_{\text{neutrón}} - m_{\text{He}} = 2 \cdot 1,0073 \text{ u} + 2 \cdot 1,0087 \text{ u} - 4,0026 \text{ u} = 0,0294 \text{ u}$$

$$\text{Por tanto: } E = \Delta m \cdot c^2 = 0,0294 \text{ u} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4,39 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

18. Coloca en la Tabla Periódica muda adjunta los siguientes elementos químicos con su símbolo respectivo: plomo, yodo, germanio, estaño, xenón y cesio.

	I A	II A	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
1º								
2º								
3º								
4º								
5º								
6º								
7º								

La colocación es:

	I A	II A	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
1º								
2º								
3º								
4º				Ge				
5º				Sn		I	Xe	
6º	Cs			Pb				
7º								

19. Dadas las dos siguientes configuraciones electrónicas para átomos neutros:

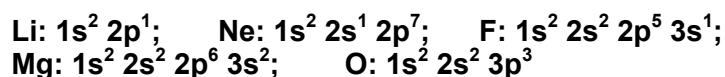


¿Cuál de estas afirmaciones es falsa?: a) Para pasar de A a B se necesita un aporte de energía. b) A representa un átomo de sodio. c) A y B representan elementos químicos distintos. d) Se necesita menos energía para extraer un electrón de B que de A.

Ambas estructuras corresponden a átomos de sodio, la primera es su configuración normal o estable y la segunda corresponde a un estado excitado.

La única afirmación falsa es la c).

20. A partir de las configuraciones electrónicas de los siguientes elementos químicos:



a) Decide, para cada una, si representa un átomo neutro, un ión positivo o un ión negativo. b) Especifica si el estado electrónico representado es un estado fundamental, un estado excitado, o un estado imposible.

Li: Es la configuración correspondiente al átomo neutro en un estado excitado.

Ne: Es una configuración imposible.

F: Es la configuración correspondiente al ión negativo en estado excitado.

Mg: Es la configuración correspondiente al átomo neutro en estado normal.

O: Es la configuración correspondiente a un ión positivo en estado excitado.

21. La primera energía de ionización del sodio es $8,22 \cdot 10^{-19}$ J por átomo. Calcula la energía que hace falta para ionizar: a) 3 átomos de sodio. b) un mol de átomos de sodio.

$$\text{a) } E = 3 \text{ átomo} \cdot 8,22 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{átomo}} = 24,66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) La energía para ionizar un mol de átomos de Na, en el que hay $6,02 \cdot 10^{23}$ átomos es:

$$E = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomo} \cdot 8,22 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{átomo}} = 4,95 \cdot 10^5 \text{ J}$$

22. La afinidad electrónica del Cl es considerablemente superior a la del S. ¿Por qué es mucho más estable el ión S^{2-} que el ión Cl^{2-} ?

La afinidad electrónica se define como la variación de energía que acompaña al proceso de incorporación de un electrón a un átomo en estado gaseoso.

Cuanto mayor sea la afinidad electrónica mayor es la tendencia de un átomo a incorporar un electrón, y como resulta que la energía puesta en juego para que el Cl se convierta en Cl^- es mayor que la del S para formar S^- , resulta que el anión Cl^- es más estable que el S^- .

Cuando se trata de incorporar un segundo electrón, el S^{2-} es más estable que el Cl^{2-} puesto que adquiere la estructura electrónica de gas noble, mientras que el Cl^- se convierte en Cl^{2-} y pierde por ello la estructura de gas noble, por lo que se hace más inestable.

INVESTIGA-PÁG. 102

Consulta en el buscador www.google.es y realiza un trabajo sobre las partículas elementales, que de respuesta a la pregunta de por qué existe un número tan

UNIDAD 5: EL ENLACE QUÍMICO

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 105

1. Nombra correctamente las sustancias que tienen las siguientes fórmulas químicas: FeCl_2 , CaCO_3 , SO_3 , $\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$, I^- , SiH_4 , $\text{Ba}(\text{OH})_2$, Cl_2O_5 , KMnO_4 y SO_3^{2-} .

FeCl_2 : Dicloruro de hierro.

CaCO_3 : Trioxocarbonato de calcio.

SO_3 : Trióxido de azufre.

$\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$: Tetraoxosulfato (VI) de cobalto (III).

I^- : Anión yoduro.

SiH_4 : Hidruro de silicio o silano.

$\text{Ba}(\text{OH})_2$: Hidróxido de bario.

Cl_2O_5 : Pentóxido de dicloro u óxido de cloro (V).

KMnO_4 : Tetraóxidomanganato (VII) de potasio

SO_3^{2-} : Anión trióxidosulfato (IV).

2. ¿Cuál es la razón por la que los gases nobles reciben también el nombre de gases inertes?

Porque son gases que difícilmente reaccionan con otras sustancias químicas. En un principio se creía que eran incapaces de reaccionar, pero en la actualidad se han encontrado algunos compuestos químicos de estos gases en unas determinadas condiciones de presión y temperatura.

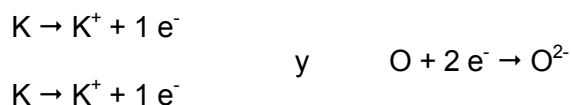
3. ¿Por qué el cloro cuando se une con el hidrógeno o con el sodio forma compuestos químicos de propiedades muy diferentes entre sí?

El cloro reacciona con el hidrógeno para originar cloruro de hidrógeno, mientras que con el sodio forma cloruro de sodio. El HCl tiene propiedades químicas muy diferentes del NaCl, por lo que debe esperarse que la razón esté en la distinta forma de combinación que tiene el cloro con el hidrógeno y con el sodio.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 108

1. Explica el enlace entre el potasio y el oxígeno en el óxido de potasio y el existente entre el bario y el bromo en el bromuro de bario, sabiendo que ambos son compuestos químicos de carácter iónico.

El óxido de potasio tiene la fórmula K_2O , de forma que lo que ocurre es:



Pues en realidad: $K_2O \rightarrow 2 K^+ + O^{2-}$

El bromuro de bario tiene la fórmula $BaBr_2$, de forma que lo que ocurre es:



Pues en realidad: $BaBr_2 \rightarrow Ba^{2+} + 2 Br^-$

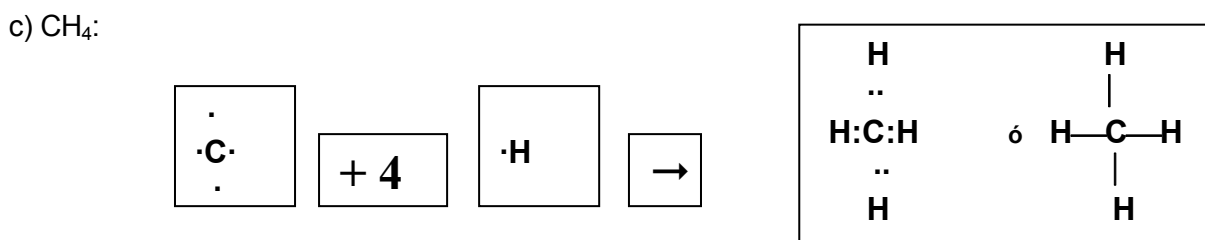
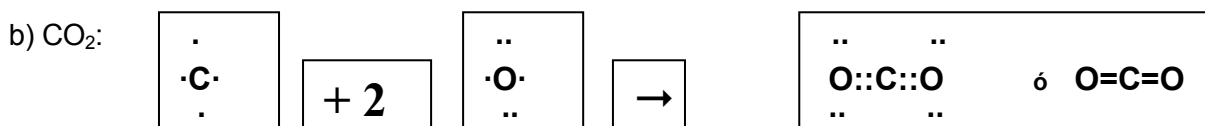
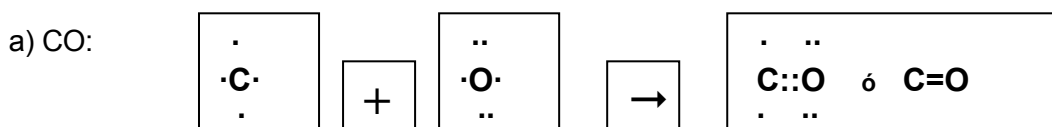
ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 110

2. ¿Pueden existir enlaces iónicos entre átomos de un mismo elemento químico?

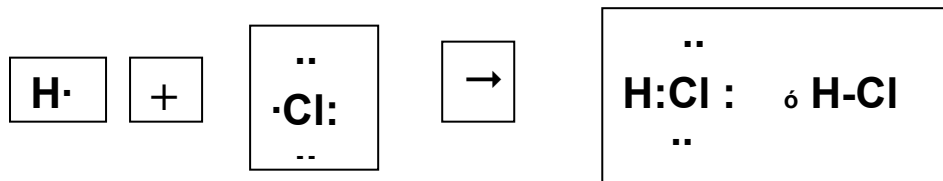
No, pues uno debe dar electrones a otro y entre átomos del mismo elemento químico esto no puede ocurrir.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 112

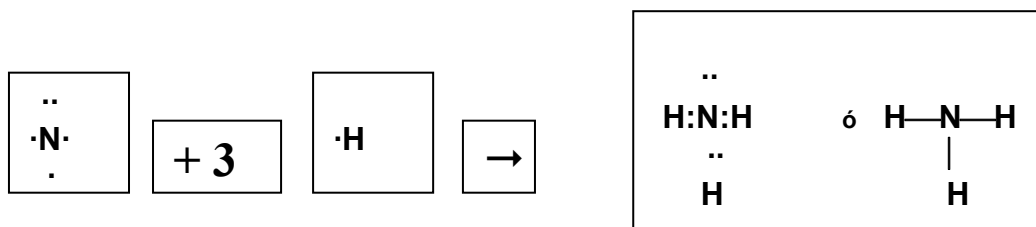
3. Mediante el diagrama de Lewis explica la formación de las siguientes moléculas, cuyas fórmulas son: a) CO. b) CO_2 . c) CH_4 . d) HCl. e) NH_3 .



d) HCl:



e) NH₃:



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 119

4. Explica porqué el agua en estado sólido tiene una menor densidad que en estado líquido.

Hay que tener en cuenta que $d = \frac{m}{V}$, y a mayor volumen menor es la densidad.

El agua en estado sólido tiene un volumen mayor que en estado líquido, debido a las estructuras unidas por puentes de hidrógeno que se forman en el agua sólida.

5. ¿Porqué el hidruro de selenio tiene una mayor temperatura de ebullición que el hidruro de azufre, y ambas temperaturas son menores que la del agua?

Los hidruros de selenio y azufre no forman enlaces por puente de hidrógeno y por ello tienen temperaturas de ebullición menores que la del agua.

La temperatura de ebullición del hidruro de selenio es mayor que la del hidruro de azufre porque tiene una masa molecular mayor.

6. ¿Es posible que en una sustancia covalente polar existan fuerzas de Van der Waals por inducción?

Sí, porque son fuerzas intermoleculares no permanentes debidas al movimiento de los electrones.

PARA SABER MÁS-PÁG. 123

7. Si el agua tiene un valor tan pequeño de su conductividad eléctrica, ¿por qué hay que evitar tocar instrumentos eléctricos, como un secador de pelo o un enchufe, con las manos mojadas?

Pero contiene sales disueltas, que son electrolitos y todo ello hace que sea suficiente para crear intensidades de corriente lo bastante elevadas como para provocar accidentes mortales en las personas.

8. Una disolución acuosa conduce la corriente eléctrica porque las moléculas de agua tienen dicha propiedad o porque existen cationes y aniones que transportan la corriente eléctrica.

El agua experimenta una ionización débil: $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}^+ + \text{OH}^-$ y dichos iones son los responsables de la conducción eléctrica.

9. Explica porqué una disolución de hidróxido sódico al 50 % es menos conductora de la electricidad que otra del mismo electrólito al 5 %.

La conductividad disminuye al aumentar en exceso la concentración de iones, pues cuanto mayor sea el número de iones en disolución más se dificulta la movilidad de los mismos y a menor movilidad menor conductividad.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 124

1. Un enlace entre dos átomos requiere que: a) Los átomos sean iguales. b) Los átomos sean diferentes. c) La estabilidad de la especie resultante sea mayor que la de los átomos por separado. d) Los átomos que forman el enlace tengan un número elevado de electrones. Selecciona y justifica entre los enunciados anteriores las respuestas más adecuadas.

La a) es falsa, pues aunque ello puede tener lugar, no es una condición necesaria.

La b) también es falsa, pues aunque ello también puede tener lugar, fundamentalmente en los compuestos iónicos, tampoco ello es una condición necesaria.

La c) es correcta, pues la razón de que se origine un enlace químico, está en que la especie resultante debe ser más estable que los reactivos de partida.

La d) es falsa, así en el enlace covalente el enlace tiene lugar por pares de electrones y tanto en el enlace iónico como en el covalente la especie resultante no tiene más electrones de valencia que los que aportan los átomos que se enlazan.

2. El cloruro de un elemento X tiene una temperatura de fusión de 722 °C. Es soluble en agua y tanto su disolución acuosa como el cloruro fundido son buenos conductores de la electricidad. Indica qué tipo de enlace tiene dicho cloruro.

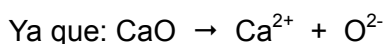
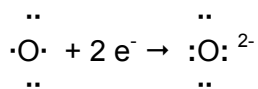
Por sus propiedades se puede concluir que es un compuesto químico de naturaleza iónica.

Si representamos su fórmula química por XCl_n entonces en disolución acuosa o fundido, tiene lugar: $\text{XCl}_n \rightarrow \text{X}^{n+} + n \text{Cl}^-$

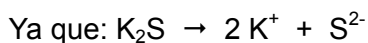
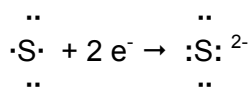
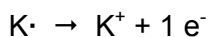
La formación de dichos iones en disolución o en estado fundido es lo que origina las propiedades conductoras. La elevada temperatura de fusión es debido a que la estructura sólida del cloruro es muy compacta, y se necesita una temperatura muy elevada para desmoronar dicha estructura.

3. Explica con ayuda de los diagramas de Lewis la formación de los compuestos iónicos: a) CaO. b) K₂S. c) Al₃Cl.

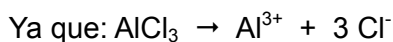
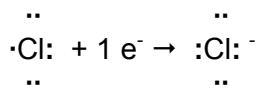
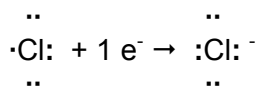
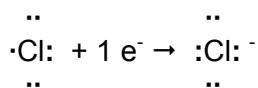
a) CaO: El Ca tiene dos electrones de valencia en su último nivel energético y el O seis, como el CaO es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:



b) K₂S: El K tiene un electrón de valencia en su último nivel energético y el azufre seis, como el K₂S es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:



c) Al₃Cl: El Al tiene tres electrones de valencia en su último nivel energético y el cloro siete, como el AlCl₃ es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:



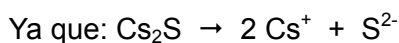
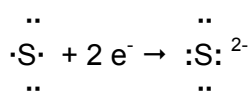
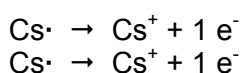
4. Escribe las configuraciones electrónicas de los elementos químicos de números atómicos 16 y 55 y con dicha información indica qué tipo de enlace existe cuando se unen entre sí ambos elementos químicos y rellena la siguiente tabla:

Elemento químico	Símbolo químico	Periodo y Grupo al que pertenecen	Electrones de valencia	Carácter metálico o no	Fórmula del compuesto químico	Diagrama de Lewis del compuesto químico
Z = 16						
Z = 55						

El elemento químico de Z = 16 tiene la siguiente configuración electrónica: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ y es el elemento químico S, que pertenece al tercer período y familia de los anfígenos. Tiene 6 electrones de valencia y no tiene carácter metálico

El elemento químico de Z = 55 tiene la siguiente configuración electrónica: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1$ y es el elemento químico Cs, que pertenece al sexto período y familia de los alcalinos. Tiene 1 electrón de valencia y sí tiene carácter metálico.

Entre ambos se forma el compuesto iónico: Cs_2S y su diagrama de Lewis es:

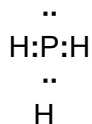


Por tanto:

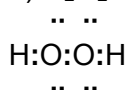
Elemento químico	Símbolo químico	Período y Grupo al que pertenecen	Electrones de valencia	Carácter metálico o no	Fórmula del compuesto químico	Diagrama de Lewis del compuesto químico
Z = 16	S	3 ^{er} período y grupo anfígenos	6	No	Cs_2S	$\begin{array}{c} \cdot \\ Cs^+ :S: ^{2-} \\ Cs^+ \cdot \end{array}$
Z = 55	Cs	6 ^o período y grupo alcalinos	1	Sí		

5. Explica con ayuda de los diagramas de Lewis la formación de los compuestos covalentes: a) PH₃. b) H₂O₂. c) Cl₂O.

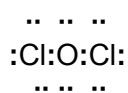
a) PH₃: El P tiene 5 electrones de valencia y el H uno, luego tiene lugar:



b) H₂O₂: Como el O tiene seis electrones de valencia, entonces:

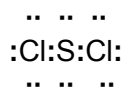


c) Cl₂O: Como el cloro tiene siete electrones de valencia, entonces:



6. El azufre forma un cloruro, SCl₂, que es un gas a temperatura ambiente. Indica el tipo de enlace que existe en dicho compuesto químico y dibuja su diagrama de Lewis.

Se trata de un compuesto químico covalente entre dos elementos próximos en la Tabla Periódica y su diagrama de Lewis es:

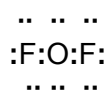


7. ¿Por qué el fluoruro de litio es un sólido cristalino, mientras que el de oxígeno es gaseoso?

El de Li es un compuesto químico iónico y el de oxígeno es covalente.

Así, en el de Li resulta que: $\text{LiF} \rightarrow \text{Li}^+ + \text{F}^-$

El fluoruro de oxígeno es:



8. ¿Cuál de las siguientes sustancias conduce la corriente eléctrica en estado sólido?: CO₂, Ag, I₂ y KCl.

Únicamente la plata, por ser un metal, el CO₂ y el I₂ son dos sustancias covalentes y el KCl es un compuesto químico iónico, que sólo conduce la corriente eléctrica en disolución o en estado fundido.

9. Rellena el siguiente cuadro:

Sustancia	Fórmula o símbolo químico	Tipo de enlace	Tipos de fuerzas atractivas	Temperatura de fusión: elevada o no	Solubilidad en agua	Conductor o no
Bromo						
Amoníaco						
Cuarzo						
Fluoruro sódico						
Cobre						
Trióxido de azufre						
Diamante						

El bromo es una sustancia covalente apolar, el amoníaco es un compuesto químico covalente polar, el cuarzo un sólido covalente reticular, el fluoruro sódico un compuesto químico iónico, el cobre un metal, el trióxido de azufre un compuesto químico covalente y el diamante una sustancia covalente reticular. En consecuencia:

Sustancia	Fórmula o símbolo químico	Tipo de enlace	Tipos de fuerza atractivas	Temperatura de fusión: elevada o no	Solubilidad en agua	Conductor o no
Bromo	Br ₂	Covalente	Fuerzas intermoleculares entre sus moléculas	No	No	No
Amoníaco	NH ₃	Covalente	Fuerzas intermoleculares entre moléculas	No	Reacciona con el agua para dar NH ₄ OH	Sí en el compuesto formado con el agua
Cuarzo	SiO ₂	Covalente	Fuerza de enlace entre los átomos	Sí	No	No
Fluoruro sódico	NaF	Iónico	Electrostáticas entre iones	Sí	Sí	Sí en disolución o fundido
Cobre	Cu	Metálico	Fuerza de enlace entre sus átomos	Sí	No	Sí en estado sólido
Trióxido de azufre	SO ₃	Covalente	Débiles fuerzas intermoleculares entre sus moléculas	No	Reacciona con el agua para dar H ₂ SO ₄	Sí en el compuesto formado con el agua
Diamante	C	Covalente	Fuerza de enlace entre los átomos	Sí	No	No

10. Dado un metal alcalino M y un halógeno X, indica el enlace que tienen y las propiedades generales de los siguientes sólidos: a) M. b) X₂. c) MX.

a) M es un metal, por tanto el enlace que caracteriza las uniones de sus átomos en estado sólido es el enlace metálico.

b) X por tener siete electrones de valencia, tiene tendencia a alcanzar la estructura de gas noble uniéndose cada dos átomos de X para formar moléculas de X₂, mediante la compartición de un par de electrones, por tanto el enlace en X₂ es de naturaleza covalente y apolar: $X + X \rightarrow X-X$

Para que X₂ sea sólido a presión y temperatura ordinarias tiene que ser el yodo, el flúor y el cloro son gaseosos y el bromo es líquido. Para que estos halógenos sean sólidos se requieren unas presiones y temperaturas determinadas.

c) MX es un compuesto químico iónico, formado por M⁺ y X⁻: $MX \rightarrow M^+ + X^-$

Las propiedades de M son las típicas de un metal, las de X₂ las de una sustancia covalente apolar y las de MX las de un compuesto químico iónico.

11. ¿Qué tipo de interacción existe entre las moléculas de: a) H₂. b) CH₄. c) NH₃. d) H₂S. e) H₂O?

a) H₂ es una sustancia covalente apolar y entre sus moléculas actúan fuerzas de Van der Waals.

b) CH₄ es un compuesto químico covalente y la diferencia de electronegatividades entre el átomo de C y el de H no llega a que aparezcan enlaces por puentes de hidrógeno y la interacción existente entre sus moléculas es de fuerzas de Van der Waals.

c) NH₃ es un compuesto químico covalente donde la interacción dominante entre sus moléculas es de enlaces por puentes de hidrógeno.

d) H₂S es un compuesto químico covalente donde, como en el caso del metano, la interacción dominante es la de fuerzas de Van der Waals.

e) H₂O es un compuesto químico covalente donde la interacción dominante entre sus moléculas es la de enlaces por puentes de hidrógeno.

12. Clasifica las siguientes moléculas en polares o apolares: NH₃, Cl₂, HCl, CO, CCl₄, H₂, BCl₃ y CH₃Cl.

NH₃ es una molécula polar, debido a que en cada enlace N—H la distribución de carga es asimétrica y la forma piramidal de la molécula hace que no se contrarreste los momentos dipolares de cada enlace N—H.

Cl₂ es una molécula apolar, formada por la unión de dos átomos iguales, que producen una distribución simétrica del par de electrones de enlace.

HCl es una molécula polar, formada por la unión de dos átomos distintos, que producen una distribución asimétrica del par de electrones de enlace.

CO es una molécula polar, formada por la unión de dos átomos distintos, que

producen una distribución asimétrica del par de electrones de enlace.

CCl_4 es una molécula apolar, ya que aunque cada enlace C—Cl tiene una distribución de carga asimétrica y por ello cada enlace tiene su momento dipolar, la forma tetraédrica de la molécula hace que la suma vectorial de los momentos dipolares de los cuatro enlaces C—Cl sea cero.

H_2 es una molécula apolar, formada por la unión de dos átomos iguales, que producen una distribución simétrica del par de electrones de enlace.

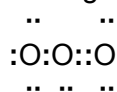
BCl_3 es una molécula apolar, aunque en cada enlace B—Cl la distribución de carga es asimétrica, la forma plana de la molécula con ángulos de enlace de 120° hace que se contrarreste los momentos dipolares de cada enlace B—Cl , y el resultado es un momento dipolar total igual a cero.

CH_3Cl es una molécula polar, ya que aunque tiene la forma tetraédrica existe un enlace C—Cl , que es diferente de los otros tres, que son C—H .

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 125

13. El ozono es una variedad del oxígeno, que tiene la fórmula O_3 . Representa mediante el diagrama de Lewis una molécula de ozono y explica la naturaleza de sus enlaces.

El diagrama de Lewis es el siguiente:

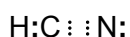


Por tanto el ozono es: $\text{O} \leftarrow \text{O} = \text{O}$, donde el primer enlace \leftarrow es un enlace coordinado, pues el segundo átomo de oxígeno presta un par de electrones al primer átomo de oxígeno. Entre el segundo y el tercer átomo de oxígeno existe un doble enlace.

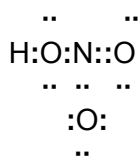
También se podría haber puesto el diagrama en la forma: $\text{O} = \text{O} \rightarrow \text{O}$, que es totalmente equivalente a la primera forma, pues ambas son las dos formas resonantes estables de dicha molécula.

14. Representa, mediante el diagrama de Lewis, las moléculas de: a) HCN . b) HNO_3 . c) H_2SO_4 . d) CF_2Cl_2 .

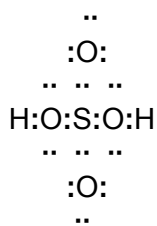
a) HCN . El H tiene un electrón de valencia, el C cuatro y el N cinco, luego:



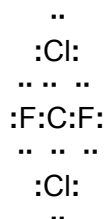
b) HNO_3 : El N tiene cinco electrones de valencia y el O seis, luego:



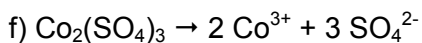
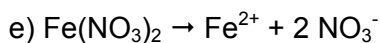
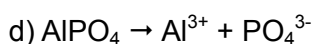
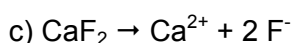
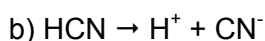
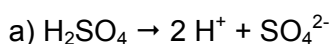
c) H_2SO_4 : Tanto el S como el O tiene seis electrones de valencia, luego:



d) CF_2Cl_2 : Tanto el F como el Cl tienen siete electrones de valencia, luego:



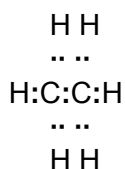
15. Escribe las ecuaciones de ionización o disociación, según sea el caso, de los siguientes compuestos químicos: a) H_2SO_4 . b) HCN . c) CaF_2 . d) AlPO_4 . e) $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$. f) $\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$.



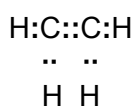
16. Las fórmulas de los hidrocarburos etano, eteno y etino son, respectivamente: C_2H_6 , C_2H_4 y C_2H_2 . Estos compuestos químicos tienen una unión entre los dos átomos de carbono. Representa dichos hidrocarburos mediante los diagramas de Lewis, sabiendo que los tres, a temperatura ambiente, son gases no conductores de la electricidad.

Son compuestos químicos covalentes y como el carbono tiene 4 electrones de valencia, entonces las fórmulas de estos compuestos responden a:

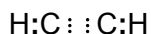
C_2H_6 :



C_2H_4 :



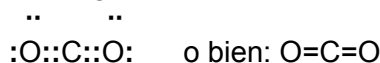
C_2H_2 :



17. Representa mediante el diagrama de Lewis, la molécula de dióxido de carbono e indica su geometría, sabiendo que el momento dipolar de la misma es nulo.

Se trata de un compuesto químico covalente y dado que su molécula no tiene momento bipolar es lineal, con ángulos de enlace de 180° .

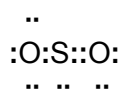
Su diagrama de Lewis es:



18. La molécula de dióxido de azufre tiene un momento dipolar distinto de cero. Ello supone afirmar que: a) La molécula no es lineal. b) Sus enlaces tienen carácter polar. c) La molécula es lineal. Justifica la respuesta.

El azufre y el oxígeno pertenecen al mismo grupo, los anfígenos, y como la diferencia de electronegatividad entre ellos no es muy acusada, el tipo de enlace entre ambos átomos es covalente.

La representación de Lewis del enlace en la molécula de SO_2 es:



Debido a que la molécula no es lineal, el ángulo del enlace O—S—O no es de 180° y el S tiene una carga eléctrica parcial positiva (δ^+) y cada oxígeno una carga eléctrica parcial negativa (δ^-). Por tanto los enlaces del S en el SO_2 son covalentes polares.

19. ¿Qué compuesto químico de hidrógeno es más covalente: LiH, CsH, HF o HI?

Consultando la tabla de electronegatividades de Pauling resulta que el H tiene un valor de 2,1, el Li de 1,0, el Cs de 0,7, el F de 4,0 y el I de 2,5, por lo que las diferencias de electronegatividades en dichos compuestos químicos son las siguientes:

$$\text{En LiH: } 2,1 - 1 = 1,1$$

$$\text{En CsH: } 2,1 - 0,7 = 1,4$$

$$\text{En HF: } 4,0 - 2,1 = 1,9$$

$$\text{En HI: } 2,5 - 2,1 = 0,4$$

Luego, atendiendo a la diferencia de electronegatividades el compuesto químico más covalente es el HI, después el LiH, le sigue el CsH y el menos el HF.

20. Escribe ejemplos de moléculas de sustancias que tengan la siguiente estructura: a) AB lineal, b) AB₂ angular, c) AB₃ plana, d) AB₃ piramidal y e) AB₄ tetraédrica.

a) AB lineal: CO₂, C₂H₂ y HCl, que tienen ángulos de enlace de 180°.

b) AB₂ angular: H₂S, H₂O y SO₂, con ángulos de enlace en torno a 104°.

c) AB₃ plana: BF₃, BCl₃, CO₃²⁻, NO₃⁻, C₂H₄, con ángulos de enlace de 120°.

d) AB₃ piramidal: NH₃, PF₃ y H₃O⁺, con ángulos de enlace de alrededor de 107°.

e) AB₄ tetraédrica: CH₄, SiF₄, CCl₄ y NH₄⁺, con ángulos de enlace de alrededor de 109,5°.

21. ¿Qué significa que la molécula de NH₃ sea piramidal y tenga un momento dipolar distinto de cero?

Que la forma geométrica de la molécula de NH₃ es una pirámide. Dicha pirámide es de base triangular, en cuyos vértices se encuentran los tres átomos de hidrógeno, y en el vértice superior se halla el átomo de nitrógeno.

Como el momento dipolar de la molécula es la suma vectorial de los momentos dipolares de cada uno de los tres enlaces N—H, dicha estructura geométrica hace que la suma vectorial sea diferente de cero, al no contrarrestarse los momentos dipolares de los enlaces N—H entre sí.

22. El hidruro de berilio no posee un momento dipolar. ¿Cuál es su geometría molecular?

Puesto que los enlaces H—Be presentan un momento dipolar, la única forma de explicar que la molécula de H₂Be sea apolar es que tenga una forma geométrica lineal, con ángulo de enlace de 180°.

23. Basándose en las diferencias de electronegatividades que cabe esperar que existan, decide entre los siguientes pares de moléculas la que tiene mayor momento dipolar molecular. Indica, además, para cada molécula qué átomo o átomos se prevén que lleven carga parcial negativa: a) H₂O y OF₂. b) H₂O y H₂S. c) NH₃ y NF₃. d) NH₃ y PH₃.

a) La electronegatividad del H es 2,1, la del O es 3,5 y la del F es 4,0.

Por tanto, en el H₂O cada enlace H— tiene una diferencia de electronegatividad de: 3,5

- 2,1 = 1,4 y en el OF₂ es de 4,0 - 3,5 = 0,5. Como ambas moléculas tienen una forma geométrica semejante, el H₂O es quien tiene un momento dipolar mayor.

En el caso del H₂O, es el O quien lleva la δ⁻ y el H la δ⁺.

En el caso del OF₂, es el F quien lleva la δ⁻ y el O la δ⁺.

b) La electronegatividad del S es 2,5.

Por tanto, en el H₂S la diferencia de electronegatividad de cada enlace H—S es de:

2,5 - 2,1 = 0,4, mientras que en el H₂O es 1,4. Como ambas moléculas tienen una forma geométrica semejante entonces es el H₂O quien tiene un momento dipolar

mayor.

En el caso del H_2O , es el O quien lleva la δ^- y el H la δ^+ .

En el caso del H_2S , es el S quien lleva la δ^- y el H la δ^+ .

c) La electronegatividad del N es 3,0.

Por tanto, en el NH_3 la diferencia de electronegatividad de cada enlace es igual a: $3,0 - 2,1 = 0,9$, mientras que en el NF_3 la diferencia de electronegatividad es igual a: $4,0 - 3,0 = 1,0$. Como ambas moléculas tienen una forma geométrica semejante, el NF_3 es quien tiene un momento dipolar mayor.

En el caso del NH_3 , es el N quien lleva la δ^- y el H la δ^+ .

En el caso del NF_3 , es el F quien lleva la δ^- y el N la δ^+ .

d) La electronegatividad del P es 2,1.

Por tanto, en el PH_3 la diferencia de electronegatividad de cada enlace es igual a:

$2,1 - 2,1 = 0$, mientras que en el NH_3 la diferencia de electronegatividad es igual a:

$3,0 - 2,1 = 0,9$. Como ambas moléculas tienen una forma geométrica semejante, el NH_3 es quien tiene un momento dipolar, pues además hay que considerar que la molécula de PH_3 es apolar.

En el caso del NH_3 , es el N quien lleva la δ^- y el H la δ^+ .

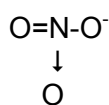
En el caso del PH_3 ninguno tiene una carga eléctrica parcial.

24. Cita todos los tipos de enlace que se deben encontrar en un cristal de nitrato sódico.

El nitrato sódico es una sal de naturaleza iónica, en la que tiene lugar en disolución o en estado fundido la disociación siguiente: $\text{NaNO}_3 \rightarrow \text{Na}^+ + \text{NO}_3^-$

Por tanto, el enlace entre el catión Na^+ y el anión NO_3^- es iónico.

Dentro del anión nitrato los enlaces que tienen lugar son de naturaleza covalente, de forma que el anión nitrato tiene una forma geométrica trigonal plana, con ángulos de enlace de 120° y responden a la forma:



En donde el N está unido covalentemente a un O mediante un doble enlace y a otro O mediante un enlace covalente sencillo, soportando además este oxígeno la carga eléctrica negativa del anión.

La otra unión nitrógeno-oxígeno es también covalente, pero su origen está en la unión del par de electrones no enlazantes del nitrógeno con el átomo de oxígeno en cuestión, representando dicho enlace mediante la flecha, dirigida en el sentido del desplazamiento de dicho par de electrones, o sea hacia el átomo de oxígeno.

25. El hecho de que una sustancia cristalice, ¿quiere decir que posee un determinado tipo de enlace químico?

No, pues pueden existir sólidos cristalinos iónicos, metálicos y covalentes reticulares.

26. ¿Qué diferencia hay entre las estructuras sólidas de los metales y las de los compuestos iónicos?

Mientras que las estructuras sólidas de los compuestos iónicos están formadas por un conjunto de iones (cationes y aniones), las estructuras sólidas de los metales están formadas por un conjunto de átomos discretos, que en el modelo de la nube electrónica, el enlace se explica mediante la existencia de los electrones de valencia en estado libre dentro de la estructura sólida, formada por los cationes del metal, pero en cualquier caso no hay verdaderos aniones en un metal.

27. ¿Qué diferencia hay entre el enlace iónico y el enlace por puentes de hidrógeno?

El enlace iónico se origina por la total transferencia de electrones desde una especie a otra y, en consecuencia se forman verdaderos iones. Por el contrario, en el enlace por puentes de hidrógeno nunca existe una verdadera transferencia de electrones entre dos átomos de dos moléculas diferentes. Lo único que existe en un enlace por puentes de hidrógeno es la atracción electrostática parcial, que se representa mediante cargas eléctricas parciales: δ^+ y δ^- , entre dos átomos distintos pero sin llegar nunca a constituir iones.

28. En la tabla adjunta se muestran las temperaturas de ebullición de los hidruros de los halógenos: a) ¿Qué tipo de interacción existe entre las moléculas de los mismos? b) ¿A qué se debe que el HF tiene una temperatura de ebullición muy superior al del resto de los hidruros de la tabla?

Compuesto químico	Tª de ebullición (°C)
HF	19,4
HCl	-83,7
HBr	-67,0
HI	-35,5

a) Todos ellos son compuestos químicos covalentes polares, cuyas moléculas se mantienen unidas entre sí por las débiles fuerzas intermoleculares.

b) La temperatura de ebullición del HF es mucho mayor que la del resto de los hidruros, porque en el

HF sus moléculas están unidas por enlaces por puentes de hidrógeno, que son unas fuerzas intermoleculares más intensas que las de Van der Waals del resto de los hidruros.

29. De entre las siguientes sustancias: Na₂O, HBr, Fe, N₂ y CCl₄, indica: a) Las que son conductoras en estado fundido. b) La de mayor temperatura de fusión y la de menor temperatura de fusión. c) Las sustancias polares. d) La sustancia conductora en estado sólido. e) Las sustancias insolubles en agua.

Na₂O es un compuesto químico iónico.

HBr es un compuesto covalente polar.

Fe es un metal.

N₂ es una sustancia covalente apolar.

CCl_4 es un compuesto covalente apolar por su forma tetraédrica.

Por tanto:

- a) En estado fundido sólo es conductor el Na_2O
- b) La de mayor temperatura de fusión es el Fe y la de menor el N_2 .
- c) La única sustancia polar es HBr.
- d) El Fe es conductor en estado sólido.
- e) Insolubles en agua son Fe, N_2 y CCl_4 .

INVESTIGA-PÁG. 126

Consulta manuales de química en una biblioteca o en el buscador www.google.es y realiza un trabajo monográfico en forma de presentación en Power Point sobre las formas alotrópicas que presentan otros elementos químicos, tales como el fósforo y el azufre, indicando sus estructuras, propiedades y utilidades de las mismas.

Es una pregunta abierta, en la que utilizando el recurso informático del Power Point hay que poner en cada diapositiva, además de alguna foto de cada elemento químico citado en sus diversas formas alotrópicas, hay que explicar sus diferentes estructuras, propiedades de cada elemento químico en sus diferentes formas alotrópicas y las utilidades más importantes de las mismas, sin olvidar que el azufre también tiene una forma amorfa, que es muy importante.

UNIDAD 6: LAS REACCIONES QUÍMICAS

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 129

1. En la siguiente lista de diez fórmulas hay tres incorrectas: CsCl, PH₄, HNO₃, Pt(NO₂)₂, Na₂S₂O₃, Li₂O₂, Ba(OH)₂, AlO₂, Na₂SO₃ y FeO₂. Encuéntralas.

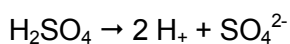
Las incorrectas son las siguientes: AlO₂, K₂SO₅ y PH₄.

El óxido de aluminio no es AlO₂, es Al₂O₃.

Es incorrecta FeO₂, los óxidos de hierro son FeO, Fe₂O₃ y Fe₃O₄.

El hidruro de fósforo no es PH₄, es PH₃.

2. Escribe la ecuación de ionización del ácido sulfúrico.



3. Sabrías decir de qué tipo es la reacción, cuya ecuación química es: Mn₂O₃ + Al → Mn + Al₂O₃. Ajusta dicha ecuación química.

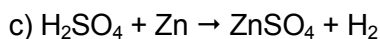
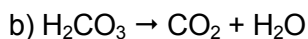
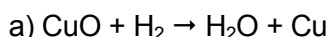
Es una reacción de oxidación-reducción.

La ecuación ajustada es: Mn₂O₃ + 2 Al → 2 Mn + Al₂O₃

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 131

1. Escribe las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones:

- El óxido de cobre (II) reacciona con el hidrógeno para formar agua y cobre metal.
- La descomposición del ácido carbónico origina dióxido de carbono y agua.
- El ácido sulfúrico reacciona con el cinc metal para formar sulfato de cinc e hidrógeno.



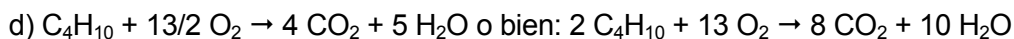
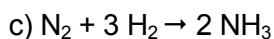
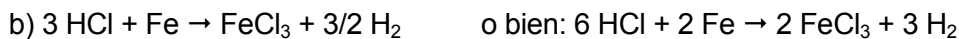
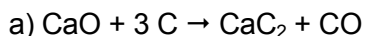
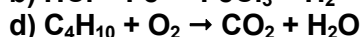
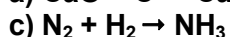
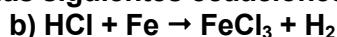
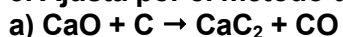
2. Explica si es posible que tenga lugar la reacción química entre el cloruro de hidrógeno y el amoníaco para formar bromuro de amonio. Escribe la ecuación química que tiene lugar entre los reactivos citados.

No, la reacción química entre el cloruro de hidrógeno y el amoníaco origina cloruro de amonio según la ecuación: $\text{HCl} + \text{NH}_3 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}$

No se puede formar bromuro de amonio, pues en los reactivos no se encuentra el bromo.

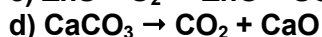
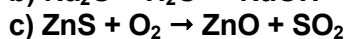
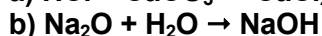
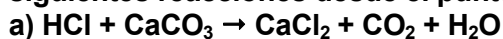
ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 132

3. Ajusta por el método de tanteo las siguientes ecuaciones químicas:



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 135

4. Ajusta e indica el grupo al que pertenecen las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones desde el punto de vista estructural:



a) $2 \text{HCl} + \text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ y es una reacción química de doble sustitución.

b) $\text{Na}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NaOH}$ y es una reacción química de síntesis.

c) $\text{ZnS} + 3/2 \text{O}_2 \rightarrow \text{ZnO} + \text{SO}_2$ o bien: $2 \text{ZnS} + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{ZnO} + 2 \text{SO}_2$ y es una reacción química de sustitución o desplazamiento.

d) $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{CaO}$ y es una reacción química de descomposición simple.

5. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

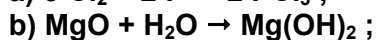
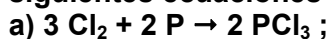
a) La ecuación: $\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$ representa a una reacción de hidrólisis.

b) La ecuación: $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$ es de una neutralización.

a) La ecuación: $\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$ no es reacción química de hidrólisis, pues una hidrólisis es la descomposición de una sal por el agua. La reacción química en cuestión es la reacción de síntesis del ácido sulfúrico.

b) La ecuación: $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$ sí es una reacción química de neutralización del ácido HCl por la base NaOH.

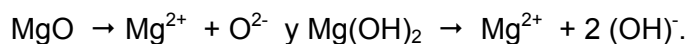
1. Indica qué información, referida a enlaces rotos y formados, contienen las siguientes ecuaciones químicas:



a) $3 \text{Cl}_2 + 2 \text{P} \rightarrow 2 \text{PCl}_3$: Cada molécula de Cl_2 tiene un enlace covalente Cl—Cl, como hay 3 moléculas de Cl_2 se deben romper 6 enlaces Cl—Cl.

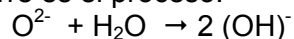
La formación de una molécula de PCl_3 requiere la unión covalente del átomo de P con tres átomos de Cl, como existen 2 moléculas de PCl_3 , se tienen que originar 6 enlaces P—Cl.

b) $\text{MgO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2$: En este caso el MgO es un compuesto químico iónico y el hidróxido de magnesio también, de forma que:



Por el contrario, el H_2O es un compuesto químico covalente.

En consecuencia, en la reacción química: $\text{MgO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2$, lo que verdaderamente ocurre es el proceso:



Luego lo que tiene lugar es:

- La ruptura de un enlace H—O en la molécula del agua para originar el anión hidroxilo: $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}^+ + \text{OH}^-$

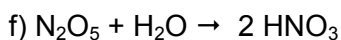
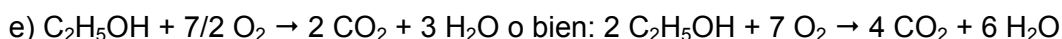
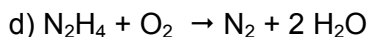
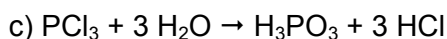
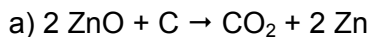
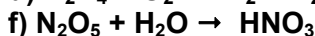
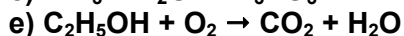
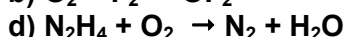
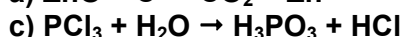
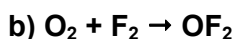
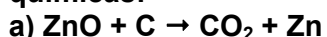
- Y la combinación del anión O^{2-} con el catión H^+ , formado al romperse la molécula de agua, y originar así el otro anión hidroxilo según: $\text{O}^{2-} + \text{H}^+ \rightarrow \text{OH}^-$

c) $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3 \text{CO} \rightarrow 2 \text{Fe} + 3 \text{CO}_2$: En la reacción el óxido férrico iónico reacciona con la molécula covalente CO para originar hierro metal y dióxido de carbono, también covalente.

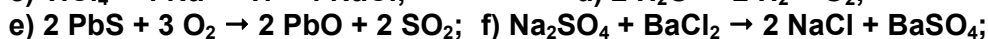
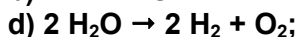
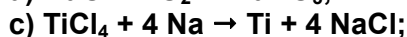
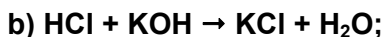
Como el Fe_2O_3 es: $2 \text{Fe}^{3+} + 3 \text{O}^{2-}$. Cada Fe^{3+} adquiere 3 electrones y se convierte en Fe metal.

En cuanto al CO, cada molécula de monóxido de carbono incorpora un oxígeno para formar un doble enlace covalente con el carbono y formar el compuesto $\text{O}=\text{C}=\text{O}$.

2. Ajusta por el método que consideres más oportuno las siguientes ecuaciones químicas:



3. Clasifica las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones según el criterio estructural:



a) $\text{CaO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3$ es una reacción química de síntesis.

b) $\text{HCl} + \text{KOH} \rightarrow \text{KCl} + \text{H}_2\text{O}$ es una reacción química de doble sustitución.

c) $\text{TiCl}_4 + 4 \text{Na} \rightarrow \text{Ti} + 4 \text{NaCl}$ es una reacción química de sustitución o desplazamiento.

d) $2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{H}_2 + \text{O}_2$ es una reacción química de descomposición simple.

e) $2 \text{PbS} + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{PbO} + 2 \text{SO}_2$ es una reacción química de descomposición mediante un reactivo.

f) $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 \rightarrow 2 \text{NaCl} + \text{BaSO}_4$ es una reacción química de doble sustitución.

4. Determina los números de oxidación de todos los elementos químicos en los siguientes compuestos químicos o iones: P_2O_5 , NaH , NF_3 , SO_3^{2-} , Ba(OH)_2 , $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$, PbSiO_4 , Li_2O_2 , NH_4^+ y HNO_2 .

P_2O_5 : -2 para el O y +5 en el P.

NaH : -1 en el H y +1 en el Na.

NF_3 : -1 en el F y +3 en el N.

SO_3^{2-} : Como el O tiene -2, entonces el S tiene +4, ya que: $4 + 3 \cdot (-2) = -2$

Ba(OH)_2 : Como el O tiene -2, el H +1, resulta que el Ba debe tener +2.

$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$: Como el O tiene -2, entonces el Cr tiene +6, ya que: $2 \cdot 6 + 7 \cdot (-2) = -2$

PbSiO_4 : Como el O tiene -2 y el Si +4, entonces el Pb tiene +4, ya que:
 $4 + 4 + 4 \cdot (-2) = 0$

Li_2O_2 : Al tratarse de un peróxido, el O tiene -1, entonces cada átomo de Li tiene +1.

NH_4^+ : Como el H tiene +1, entonces el N tiene -3, ya que: $-3 + 4 = 1$

HNO_2 : Como el O tiene -2 y el H +1, entonces el N tiene +3, ya que:
 $1 + 3 + 2 \cdot (-2) = 0$

**5. Ajusta por el método algebraico la siguiente ecuación química:
 $\text{As}_2\text{O}_3 + \text{I}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{AsO}_4 + \text{HI}$**

La ecuación química se puede escribir como:
 $a \text{As}_2\text{O}_3 + b \text{I}_2 + c \text{H}_2\text{O} \rightarrow d \text{H}_3\text{AsO}_4 + e \text{HI}$

donde hay que calcular: a, b, c, d y e.

Aplicando el balance de materia a cada elemento químico resulta:

Para el As: $2 a = d$ [1]

Para el O: $3 a + c = 4 d$ [2]

Para el I: $2 b = e$ [3]

Para el H: $2 c = 3 d + e$ [4]

Sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas, a la que se puede añadir la ecuación: $a = 1$, para así poder resolver el sistema y determinar los coeficientes estequiométricos.

De esta forma:

Como: $2 a = d \Rightarrow 2 = d$.

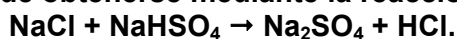
Como: $3 a + c = 4 d \Rightarrow 3 + c = 4 \cdot 2 \Rightarrow c = 5$

Como: $2 c = 3 d + e \Rightarrow 2 \cdot 5 = 3 \cdot 2 + e \Rightarrow e = 4$

Como: $2 b = e \Rightarrow 2 b = 4 \Rightarrow b = 2$

Luego la ecuación química ajustada es: $\text{As}_2\text{O}_3 + 2 \text{I}_2 + 5 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{H}_3\text{AsO}_4 + 4 \text{HI}$

6. El HCl puede obtenerse mediante la reacción química:



Calcula la cantidad de HCl que se obtiene a partir de 50 g de NaHSO_4 .

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	NaCl	+	NaHSO_4	→	Na_2SO_4	+	HCl
Relación estequiométrica	1		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ NaCl}}{1}$		$\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1}$		$\frac{n_C \text{ Na}_2\text{SO}_4}{1}$		$\frac{n_D \text{ HCl}}{1}$
Datos e incógnitas			50 g				¿m HCl?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del NaHSO}_4 = 120 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Los pasos a seguir, en los que en cada uno de ellos se utiliza el factor de conversión adecuado, son:

masa de NaHSO₄, en g $\xrightarrow{1^\circ}$ cantidad de NaHSO₄, en mol $\xrightarrow{2^\circ}$ cantidad de HCl, en mol $\xrightarrow{3^\circ}$ masa de HCl, en g

1º masa de NaHSO₄, en g $\xrightarrow{1^\circ}$ cantidad de NaHSO₄, en mol:

$$n \text{ de NaHSO}_4 = 50 \text{ g NaHSO}_4 \cdot \frac{1 \text{ mol NaHSO}_4}{120 \text{ g NaHSO}_4} = 0,42 \text{ mol NaHSO}_4$$

2º cantidad de NaHSO₄, en mol $\xrightarrow{2^\circ}$ cantidad de HCl, en mol, a través del dato de la ecuación química ajustada que proporciona que 1 mol de NaHSO₄ originan 1 mol de HCl:

$$n \text{ de HCl} = \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHSO}_4} \cdot 0,42 \text{ mol NaHSO}_4 = 0,42 \text{ mol HCl}$$

O bien también se puede aplicar: $\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1}$, de forma que:

$$\frac{0,42 \text{ mol NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1} \Rightarrow n_D = 0,42 \text{ mol HCl}$$

3º cantidad de HCl, en mol $\xrightarrow{3^\circ}$ m HCl, en g:

$$m \text{ de HCl} = 0,42 \text{ mol HCl} \cdot \frac{36,5 \text{ g HCl}}{\text{mol HCl}} = 15,2 \text{ g HCl}$$

7. Al reaccionar sulfuro de cinc con ácido clorhídrico se forma cloruro de cinc y ácido sulfhídrico. ¿Qué cantidad de HCl, del 30 % de riqueza en masa, se necesita para obtener 45 g de cloruro de cinc?

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	ZnS	+	2 HCl	→	ZnCl ₂	+	H ₂ S
Relación estequiométrica	1		2		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ ZnS}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{S}}{1}$
Datos e incógnitas			¿m HCl 30 %?		45 g		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del } \text{ZnCl}_2 = 136,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del } \text{HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_B \text{ HCl}}{2} = \frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$$

$$\text{donde: } n_C \text{ de } \text{ZnCl}_2 = 45 \text{ g } \text{ZnCl}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } \text{ZnCl}_2}{136,4 \text{ g } \text{ZnCl}_2} = 0,33 \text{ mol } \text{ZnCl}_2, \text{ por tanto:}$$

$$\frac{n_B \text{ mol HCl}}{2} = \frac{0,33 \text{ mol } \text{ZnCl}_2}{1} \Rightarrow n_B = 0,66 \text{ mol HCl}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ entonces: } 0,66 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 24,1 \text{ g HCl si fuera puro del}$$

100 %, pero como tiene una riqueza del 30 %, entonces:

$$m = 24,1 \text{ g} \cdot \frac{100}{30} = 80,3 \text{ g de HCl}$$

8. Una caliza, con un 75 % de riqueza en carbonato de calcio, se trata con ácido clorhídrico y se origina cloruro de calcio, dióxido de carbono y agua. Calcula la cantidad de caliza que se necesita para obtener 10 litros de dióxido de carbono, medidos en condiciones normales de presión y temperatura.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CaCO_3	+	2 HCl	→	CaCl_2	+	CO_2	+	H_2O
Relación estequiométrica	1		2		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ CaCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos e incógnitas	¿m CaCO_3 al 75 %?						V = 10 L en C.N.		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del } \text{CaCO}_3 = 100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$$

La cantidad de CO_2 , en mol, que se obtiene se deduce a partir de: $n = \frac{V}{V_m}$, pues en

condiciones normales de presión y temperatura: $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, luego:

$$n = \frac{10 \text{ L}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 0,45 \text{ mol de } \text{CO}_2$$

Por tanto: $\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{0,45 \text{ mol CO}_2}{1} \Rightarrow n_A = 0,45 \text{ mol de CaCO}_3$

Ahora bien: $n = \frac{m}{M}$, entonces: $0,45 \text{ mol CaCO}_3 = \frac{m}{100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 45 \text{ g CaCO}_3$ si

fuera puro del 100 %, pero como tiene una riqueza del 75 %, entonces:

$$m = 45 \text{ g} \cdot \frac{100}{75} = 60 \text{ g de CaCO}_3$$

9. El amoníaco se obtiene por reacción de hidrógeno con nitrógeno. Si los tres gases se miden en las mismas condiciones de presión y temperatura, calcula la cantidad de amoníaco que se obtiene cuando reacciona 0,5 L de hidrógeno.

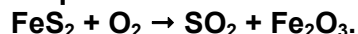
Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	3 H_2 (g)	+	N_2 (g)	→	2 NH_3 (g)
Relación estequiométrica	3		1		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de } \text{H}_2}{3}$		$\frac{n_B \text{ de } \text{N}_2}{1}$		$\frac{n_C \text{ de } \text{NH}_3}{2}$
Datos e incógnitas	0,5 L Igual p y T		Igual p y T		¿V de NH_3 ? Igual p y T

Por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de } \text{H}_2}{3} = \frac{V_C \text{ de } \text{NH}_3}{2} \Rightarrow \frac{0,5 \text{ L de } \text{H}_2}{3} = \frac{V_C \text{ de } \text{NH}_3}{2} \Rightarrow V_C = \frac{1}{3} \text{ L de } \text{NH}_3$$

10. La ecuación química de la reacción de tostación de la pirita es:



Ajusta dicha ecuación química por el método algebraico y halla el volumen de SO_2 que se recoge en condiciones normales de presión y temperatura, a partir de 1 kg de pirita.

La ecuación se puede escribir como: $a \text{FeS}_2 + b \text{O}_2 \rightarrow c \text{SO}_2 + d \text{Fe}_2\text{O}_3$
donde hay que calcular: a, b, c y d.

Aplicando el balance de materia a cada elemento químico resulta:

Para el Fe: $a = 2d$ [1]

Para el S: $2a = c$ [2]

Para el O: $2b = 2c + 3d$ [3]

Sistema de tres ecuaciones con cuatro incógnitas, a la que se puede añadir la ecuación: $a = 1$, para así poder resolver el sistema y determinar los coeficientes estequiométricos.

De esta forma: Como: $a = 2d \Rightarrow 1 = 2d \Rightarrow d = \frac{1}{2}$

Como: $2a = c \Rightarrow 2 = c$

Como: $2b = 2c + 3d \Rightarrow 2b = 2 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{11}{4}$

Luego la ecuación química ajustada es: $\text{FeS}_2 + \frac{11}{4} \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{SO}_2 + \frac{1}{2} \text{Fe}_2\text{O}_3$

O también: $4 \text{FeS}_2 + 11 \text{O}_2 \rightarrow 8 \text{SO}_2 + 2 \text{Fe}_2\text{O}_3$

Ahora se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 FeS ₂	+	11 O ₂	→	8 SO ₂	+	2 Fe ₂ O ₃
Relación estequiométrica	4		11		8		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{FeS}_2}{4}$		$\frac{n_B \text{O}_2}{11}$		$\frac{n_C \text{SO}_2}{8}$		$\frac{n_D \text{Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	1 kg				¿V SO ₂ en C.N.?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del FeS}_2 = 119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se aplica: $\frac{n_A \text{FeS}_2}{4} = \frac{n_C \text{SO}_2}{8}$

Como: $n_A \text{ de FeS}_2 = 1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \text{ de FeS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{119,8 \text{ g FeS}_2} = 8,35 \text{ mol FeS}_2$, por tanto:

$$\frac{8,35 \text{ mol FeS}_2}{4} = \frac{n_C \text{ SO}_2}{8} \Rightarrow n_C = 16,7 \text{ mol SO}_2$$

La cantidad de SO_2 , en mol se relaciona con su volumen a partir de: $n = \frac{V}{V_m}$, pues en

condiciones normales de presión y temperatura: $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, luego:

$$16,7 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 374,1 \text{ L de SO}_2$$

11. La oxidación de una lámina de hierro de 200 g produce óxido férrico. Si únicamente se producen 34 g de óxido. Calcula: a) el rendimiento de la reacción, expresado en %. b) La cantidad de hierro que se oxida.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 Fe	+	3 O ₂	→	2 Fe ₂ O ₃
Relación estequiométrica	4		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de Fe}}{4}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	200 g ¿m que se oxida?				34 g ¿rendimiento?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Fe} = 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Fe}_2\text{O}_3 = 159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_C \text{ Fe}_2\text{O}_3}{2}$$

Como: $n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3 = 34 \text{ g de Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{159,6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} = 0,21 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3$ que se obtiene.

Por tanto, la cantidad de Fe que reacciona en mol es:

$$\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{0,21 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2} \Rightarrow n_A = 0,43 \text{ mol Fe}$$

Como: $n = \frac{m}{M}$, su masa, en g, es: $0,43 \text{ mol Fe} = \frac{m}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 23,8 \text{ g Fe}$ que se

oxida.

De esta forma el rendimiento de la reacción química es:

$$\text{rendimiento} = \frac{23,8 \text{ g}}{200 \text{ g}} \cdot 100 = 11,9 \%$$

12. Se hacen reaccionar 6,5 g de carbonato de calcio con una disolución acuosa de ácido clorhídrico de concentración 1,5 mol/L. Calcula el volumen de disolución de ácido que es necesario emplear para que la reacción sea completa.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CaCO ₃	+	2 HCl	→	CaCl ₂	+	CO ₂	+	H ₂ O
Relación estequiométrica	1		2		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ CaCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos e incógnitas	6,5 g		1,5 mol/L ¿V de disolución?						

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del CaCO}_3 = 100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2}$$

$$\text{de forma que también se cumple que: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{C_{\text{ácido}} \text{ HCl} \cdot V_{\text{ácido}} \text{ HCl}}{2}$$

$$\text{Como: } n_A \text{ de CaCO}_3 = 6,5 \text{ g de CaCO}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} = 0,065 \text{ mol CaCO}_3, \text{ por}$$

tanto:

$$\frac{0,065 \text{ mol CaCO}_3}{1} = \frac{1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ HCl} \cdot V_{\text{ácido}} \text{ HCl}}{2} \Rightarrow V_{\text{ácido}} = 0,087 \text{ L de disolución de HCl}$$

13. Ajusta la ecuación química siguiente: $\text{Cr}_2\text{O}_3 + \text{Al} \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Cr}$ y calcula la cantidad de aluminio, del 98%, de riqueza necesaria para obtener una tonelada de cromo.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Cr_2O_3	+	2 Al	→	Al_2O_3	+	2 Cr
Relación estequiométrica	1		2		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{Cr}_2\text{O}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{Al}}{2}$		$\frac{n_C \text{Al}_2\text{O}_3}{1}$		$\frac{n_D \text{Cr}}{2}$
Datos e incógnitas			¿m del 98%?				1000 kg

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Al} = 27 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Cr} = 52 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Como se verifica que: $\frac{n_B \text{ Al}}{2} = \frac{n_D \text{ Cr}}{2}$, entonces:

Como: $n_D \text{ de Cr} = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de Cr} \cdot \frac{1 \text{ mol Cr}}{52 \text{ g Cr}} = 19230,8 \text{ mol Cr}$ que se obtiene.

$$\text{Y } \frac{n_B \text{ Al}}{2} = \frac{19230,8 \text{ mol Cr}}{2} \Rightarrow n_B = 19230,8 \text{ mol de Al que reaccionan}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 19230,8 \text{ mol Al} = \frac{m}{27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

De donde: $m = 519230,8 \text{ g Al que reaccionan} = 519230,8 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 519,2 \text{ kg puros}$ de Al que reaccionan.

Luego la cantidad necesaria de Al es:

$$m = 519,2 \text{ kg} \cdot \frac{100}{98} = 529,8 \text{ kg}$$

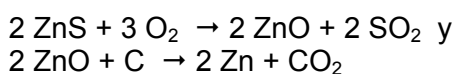
14. Para obtener el cinc a partir de la blenda, se somete el mineral a un proceso de tostación y posteriormente, se reduce el óxido obtenido con carbono. Si se parte de blenda del 60% de riqueza en ZnS ¿Qué cantidad de cinc se obtendrá partir de una tonelada de blenda, admitiendo que el rendimiento del proceso es del 90%?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

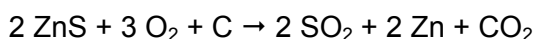
$$M \text{ del ZnS} = 97,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Zn } 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{La cantidad de ZnS que hay en la blenda es: } m = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{60}{100} = 600 \text{ kg}$$

Las ecuaciones químicas ajustadas de las reacciones que tienen lugar son:



De forma que el proceso global que tiene lugar es:



Y por tanto se cumple que: $\frac{n_A \text{ ZnS}}{2} = \frac{n_B \text{ Zn}}{2}$, en consecuencia:

$$\text{Como: } n_A \text{ de ZnS} = 600 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de ZnS} \cdot \frac{1 \text{ mol ZnS}}{97,4 \text{ g ZnS}} = 6160,2 \text{ mol ZnS} \text{ que reaccionan.}$$

$$\text{Entonces: } \frac{6160,2 \text{ mol ZnS}}{2} = \frac{n_B \text{ Zn}}{2} \Rightarrow n_B = 6160,2 \text{ mol de Zn}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 6160,2 \text{ mol Zn} = \frac{m}{65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

$$\text{De donde: } m = 402874,7 \text{ g Zn que se obtiene} = 402874,7 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 402,9 \text{ kg de Zn}$$

que se obtendría, si el rendimiento fuera del 100 %.

$$\text{Luego, la cantidad de Zn que se obtiene es: } m = 402,9 \text{ kg} \cdot \frac{90}{100} = 362,6 \text{ kg}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 151

15. La etiqueta de un frasco de ácido sulfúrico del laboratorio tiene las siguientes indicaciones: 93% en masa y densidad igual a $1,83 \text{ g/cm}^3$. Calcula la concentración molar del ácido.

La masa molar del H_2SO_4 es $98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

De 100 g de disolución 93 g son de ácido sulfúrico y 7 g de agua.

Cada 100 g de disolución ocupan un volumen obtenido a partir de:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{100 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 54,64 \text{ cm}^3$$

Por tanto, la concentración molar es:
$$C_M = \frac{M}{V} = \frac{\frac{93 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{54,64 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 17,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

16. Por oxidación catalítica de amoníaco se forma vapor de agua y óxido de nitrógeno (II) según la ecuación química: $\text{NH}_3 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$. Ajusta la ecuación química y calcula el volumen de aire necesario para oxidar 100 litros de amoníaco, sabiendo que el 21 % en volumen del aire está formado por oxígeno.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 NH_3 (g)	+	5 O_2 (g)	→	4 NO (g)	+	6 H_2O (g)
Relación estequiométrica	4		5		4		6
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ NH}_3}{4}$		$\frac{n_B \text{ O}_2}{5}$		$\frac{n_C \text{ NO}}{4}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{O}}{6}$
Datos e incógnitas	100 L		¿V aire, si el 21 % es O_2 ?				

Entendiendo que las condiciones de presión y temperatura son las mismas en todo el proceso, por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de NH}_3}{4} = \frac{V_B \text{ de O}_2}{5} \Rightarrow \frac{100 \text{ L de NH}_3}{4} = \frac{V_B \text{ de O}_2}{5} \Rightarrow V_B = 125 \text{ L de O}_2$$

Y el volumen de aire necesario es: $V = 125 \text{ L} \cdot \frac{100}{21} = 595,2 \text{ L}$

17. Partiendo de una mezcla de 1520 kg compuesta de 65% de FeO y 20% de Fe₂O₃, se obtiene una tonelada de fundición de hierro con un contenido en dicho metal del 91,3%. ¿Cuál es el rendimiento de la operación?

La masa molar del Fe es $55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, la del FeO $71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del Fe₂O₃ $159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La cantidad de hierro obtenida es: $m = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{91,3}{100} = 913 \text{ kg}$

La cantidad de hierro en la mezcla es:

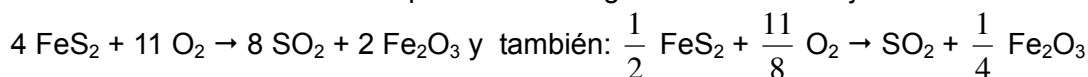
$$m = 1520 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{65}{100} \text{ FeO} \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ FeO}} + 1520 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{20}{100} \text{ Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{2 \cdot 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}_2\text{O}_3} = 980,4 \text{ kg}$$

Por tanto, el rendimiento del proceso es: $\text{rendimiento} = \frac{913 \text{ kg}}{980,4 \text{ kg}} \cdot 100 = 93,1\%$

18. Se tratan 6 kg de pirita con oxígeno y el gas producido se transforma enteramente en ácido sulfúrico obteniéndose 50 litros de disolución de concentración 2 mol/L en este ácido. ¿Qué riqueza tenía la pirita?

La masa molar de la pirita de fórmula FeS₂ es $119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La reacción de tostación de la pirita tiene la siguiente ecuación ajustada:



Y a continuación: $\text{SO}_2 + \frac{1}{2} \text{ O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$

Por lo que globalmente ocurre: $\frac{1}{2} \text{ FeS}_2 + \frac{15}{8} \text{ O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \frac{1}{4} \text{ Fe}_2\text{O}_3$

De esta forma: $\frac{n_A \text{ FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{n_B \text{ H}_2\text{SO}_4}{1}$ y también: $\frac{n_A \text{ FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{C_M \text{ ácido} \cdot V_{\text{ácido}}}{1}$

entonces: $\frac{n_A \text{ FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 50 \text{ L}}{1} \Rightarrow n_A = 50 \text{ mol de FeS}_2 \text{ que reaccionan}$

Como inicialmente hay de FeS₂:

$$n_A \text{ de FeS}_2 = 6 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de FeS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{119,8 \text{ g FeS}_2} = 50,1 \text{ mol FeS}_2$$

Por lo que el rendimiento es: $\text{rendimiento} = \frac{50 \text{ mol}}{50,1 \text{ mol}} \cdot 100 = 99,8\%$

19. Los gases residuales de una fábrica de ácido sulfúrico contienen, en volumen, 0,15% de SO₂ y 0,03% de SO₃. La fábrica produce 300.000 kg/día de H₂SO₄ y lanza a la atmósfera 40.000 m³ de gases cada hora, medidos en condiciones normales de presión y temperatura. Calcula la cantidad, en kg, de SO₂ y SO₃ vertidos cada día a la atmósfera.

Si la fábrica arroja a la hora 40000 m³ de gases, al cabo del día la cantidad de gases lanzados es:

$$V = 40000 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 24 \text{ h} = 960000 \text{ m}^3$$

$$\text{La cantidad de SO}_2 \text{ es: } V \text{ de SO}_2 = 960000 \text{ m}^3 \cdot \frac{0,15}{100} = 1440 \text{ m}^3$$

$$\text{y la cantidad de SO}_3 \text{ es: } V \text{ de SO}_3 = 960000 \text{ m}^3 \cdot \frac{0,03}{100} = 288 \text{ m}^3$$

La masa molar del SO₂ es 64 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del SO₃ 80 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$, y sabiendo que la cantidad

de ambos gases, en mol se relaciona con su volumen a partir de: $n = \frac{V}{V_m}$, donde en

condiciones normales de presión y temperatura: $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, resulta que:

$$n \text{ de SO}_2 = \frac{1440 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ L}}{\text{m}^3}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 64,3 \cdot 10^3 \text{ mol de SO}_2$$

$$n \text{ de SO}_3 = \frac{288 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ L}}{\text{m}^3}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 12,9 \cdot 10^3 \text{ mol de SO}_3$$

Como: $n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M$, luego:

$$m \text{ de SO}_2 = 64,3 \cdot 10^3 \text{ mol} \cdot 64 \cdot \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4114,3 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} \text{ de SO}_2 = 4114,3 \text{ kg de SO}_2$$

$$m \text{ de SO}_3 = 12,9 \cdot 10^3 \text{ mol} \cdot 80 \cdot \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 1028,6 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} \text{ de SO}_3 = 1028,6 \text{ kg de SO}_3$$

20. El nitrato de plomo (II) reacciona con el yoduro de potasio para originar un precipitado amarillo de yoduro de plomo (II) y nitrato de potasio. Si reaccionan 15,0 g de nitrato de plomo (II) y se obtiene 18,5 g de yoduro de plomo (II), ¿cuál es el rendimiento del proceso?

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Pb(NO ₃) ₂	+	2 KI	→	PbI ₂	+	2 KNO ₃
Relación estequiométrica	1		2		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Pb(NO}_3)_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ KI}}{2}$		$\frac{n_C \text{ PbI}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ KNO}_3}{2}$
Datos e incógnitas	15,0 g ¿rendimiento?				18,5 g		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ de PbI}_2 = 461,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Pb(NO}_3)_2 = 331,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que: $\frac{n_A \text{ Pb(NO}_3)_2}{1} = \frac{n_C \text{ PbI}_2}{1}$, entonces:

$$\text{Como: } n_C \text{ de PbI}_2 = 18,5 \text{ g de PbI}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol PbI}_2}{461,0 \text{ g PbI}_2} = 0,040 \text{ mol PbI}_2 \text{ que se obtiene.}$$

$$\text{Y } \frac{n_A \text{ Pb(NO}_3)_2}{1} = \frac{0,040 \text{ mol PbI}_2}{1} \Rightarrow n_A = 0,040 \text{ mol de Pb(NO}_3)_2 \text{ que reaccionan}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 0,040 \text{ mol Pb(NO}_3)_2 = \frac{m}{331,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

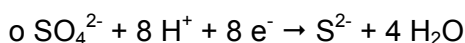
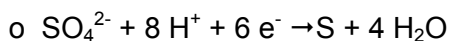
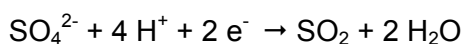
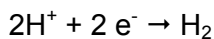
De donde: $m = 13,3 \text{ g de Pb(NO}_3)_2 \text{ que reaccionan}$

$$\text{Luego el rendimiento es: } \text{rendimiento} = \frac{13,3 \text{ g}}{15,0 \text{ g}} \cdot 100 = 88,7 \%$$

21. El ácido sulfúrico en disolución es un buen oxidante. Escribe las ecuaciones de reducción de los iones H^+ y SO_4^{2-} , sabiendo que los protones se convierten en H_2 , mientras que el anión sulfato se puede transformar en SO_2 , S y S^{2-} .

En disolución resulta que lo que hay es: $H_2 SO_4 \rightarrow 2 H^+ + SO_4^{2-}$

De forma que:



22. Se hace reaccionar 4,5 g de cinc con ácido clorhídrico del 35 % en masa y $1,18 \text{ g/cm}^3$ de densidad. Calcula el volumen de ácido necesario para que la reacción sea completa.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Zn	+	2 HCl	→	ZnCl ₂	+	H ₂
Relación estequiométrica	1		2		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Zn}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2}{1}$
Datos e incógnitas	4,5 g		HCl del 35 % d = $1,18 \text{ g/cm}^3$ ¿V?				

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ de Zn} = 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que: $\frac{n_A \text{ Zn}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2}$, entonces:

Como: $n_A \text{ de Zn} = 4,5 \text{ g} \cdot \text{de Zn} \cdot \frac{1 \text{ mol Zn}}{65,4 \text{ g Zn}} = 0,07 \text{ mol Zn}$, entonces:

$$\frac{0,07 \text{ mol Zn}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2} \Rightarrow n_B \text{ de HCl} = 0,14 \text{ mol de HCl que reacciona}$$

La masa de HCl que reacciona es:

$$0,14 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 5,02 \text{ g de HCl puros que reaccionan}$$

La masa en la disolución de dicho ácido de concentración del 35 % es:

$$m = 5,02 \text{ g} \cdot \frac{100}{35} = 14,4 \text{ g} \text{ y su volumen se halla a partir de } d = \frac{m}{V}, \text{ luego:}$$

$$1,18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{14,4 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 12,2 \text{ cm}^3$$

23. El ácido clorhídrico reacciona con el dióxido de manganeso para originar dicloruro de manganeso, cloro y agua. Halla: a) La cantidad de dicloruro de manganeso que se obtiene cuando reaccionan 7,3 g de ácido clorhídrico. b) El volumen de cloro obtenido en las condiciones de 1,5 atm y 50 °C.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	MnO ₂	+	4 HCl	→	MnCl ₂	+	Cl ₂	+	2 H ₂ O
Relación estequiométrica	1		4		1		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ MnO}_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{4}$		$\frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ Cl}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{2}$
Datos e incógnitas			7,3 g		¿m de MnCl ₂ ?		¿VCl ₂ a 1,5 atm y 50°C?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ de MnCl}_2 = 125,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{a) Se aplica: } \frac{n_B \text{ HCl}}{4} = \frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1}$$

$$\text{Como: } n_B \text{ HCl} = \frac{7,3 \text{ g}}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,2 \text{ mol de HCl, entonces:}$$

$$\frac{0,2 \text{ mol HCl}}{4} = \frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1} \Rightarrow n_C = 0,05 \text{ mol de MnCl}_2. \text{ Por tanto:}$$

$$0,05 \text{ mol MnCl}_2 = \frac{m}{125,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 6,3 \text{ g de MnCl}_2 \text{ que se obtienen.}$$

$$\text{b) También se cumple que: } \frac{n_B \text{ HCl}}{4} = \frac{n_D \text{ Cl}_2}{1}, \text{ luego:}$$

$$\frac{0,2 \text{ mol HCl}}{4} = \frac{n_D \text{ Cl}_2}{1} \Rightarrow n_D = 0,05 \text{ mol de Cl}_2 \text{ que se obtienen.}$$

Aplicando: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, resulta:

$$1,5 \text{ atm} \cdot V = 0,05 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 50) \text{ K} \Rightarrow V = 0,89 \text{ L}$$

24. Un mineral de magnesita, $MgCO_3$, contiene un 35 % de impurezas inservibles (ganga). ¿Qué cantidad de magnesio se puede obtener a partir de 10 kg de mineral?

La masa molar del Mg es $= 24,3 \frac{g}{mol}$ y la del $MgCO_3 = 84,3 \frac{g}{mol}$

El % de magnesita es $100 - 35 = 65 \%$

La cantidad de magnesita es: $m = 10 \text{ kg} \cdot \frac{65}{100} = 6,5 \text{ kg de } MgCO_3$

Como por la fórmula 1 mol de $MgCO_3$ contiene 1 mol de Mg, entonces:

$$m = 6,5 \text{ kg } MgCO_3 \cdot \frac{24,3 \frac{g}{mol} \text{ Mg}}{84,3 \frac{g}{mol} \text{ } MgCO_3} = 1,9 \text{ kg Mg}$$

25. El ácido clorhídrico reacciona con el hierro para originar cloruro de hierro (III) e hidrógeno. Si se dispone de 200,0 g de ácido clorhídrico y 90,0 g de hierro. Halla el reactivo limitante y la cantidad de cloruro de hierro (III) que se obtiene.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Fe	+	3 HCl	→	FeCl ₃	+	$\frac{3}{2} H_2$
Relación estequiométrica	1		3		1		$\frac{3}{2}$
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Fe}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{3}$		$\frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2}{\frac{3}{2}}$
Datos e incógnitas	90,0 g		200,0 g ¿reactivo limitante?		¿m?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$M \text{ de Fe} = 55,8 \frac{g}{mol}$, $M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{g}{mol}$ y $M \text{ del FeCl}_3 = 162,3 \frac{g}{mol}$

a) Se verifica que: $\frac{n_A \text{ Fe}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3}$, entonces:

Supongamos que reacciona todo el Fe, luego:

Como: $n_A \text{ de Fe} = 90,0 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}}{55,8 \text{ g Fe}} = 1,61 \text{ mol Fe}$, entonces:

$\frac{1,61 \text{ mol Fe}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3} \Rightarrow n_B \text{ de HCl} = 4,84 \text{ mol de HCl}$ que reacciona. Por tanto:

$$4,84 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 176,6 \text{ g de HCl que reaccionan.}$$

Por tanto reacciona 176,6 g de HCl y sobran $200,0 \text{ g} - 176,6 \text{ g} = 23,4 \text{ g}$ de HCl

Luego el reactivo limitante es el Fe, pues se consume todo él.

b) También se verifica: $\frac{n_A \text{ Fe}}{1} = \frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1}$, luego:

$$\frac{1,61 \text{ mol Fe}}{1} = \frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1} \Rightarrow n_C = 1,61 \text{ mol de FeCl}_3. \text{ Por tanto:}$$

$$1,61 \text{ mol FeCl}_3 = \frac{m}{162,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 261,8 \text{ g de FeCl}_3 \text{ que se obtienen.}$$

26. El hierro reacciona con el oxígeno para formar óxido férrico. Se hace reaccionar un lingote de hierro que tiene una masa de 2,0 kg y una vez transcurrida la reacción de una forma completa se obtiene 2717,2 g de óxido férrico. Determina: a) La cantidad de hierro que reacciona. b) La pureza del lingote. c) La cantidad de oxígeno que reacciona.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 Fe	+	3 O ₂	→	2 Fe ₂ O ₃
Relación estequiométrica	4		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de Fe}}{4}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	2,0 kg ¿m que se oxida? ¿pureza del lingote?		¿m de O ₂ ?		2717,2 g

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Fe} = 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M \text{ del Fe}_2\text{O}_3 = 159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del O}_2 = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se aplica: $\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_C \text{ Fe}_2\text{O}_3}{2}$. Ahora como:

$$n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3 = 2717,2 \text{ g de Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{159,6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} = 17,0 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 \text{ que se}$$

obtiene.

Por tanto, la cantidad de Fe que reacciona en mol es:

$$\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{17,0 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2} \Rightarrow n_A = 34,1 \text{ mol Fe}$$

Como: $n = \frac{m}{M}$, su masa, en g, es: $34,1 \text{ mol Fe} = \frac{m}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 1900,0 \text{ g Fe}$ que se

oxida = $1900,0 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 1,9 \text{ kg}$ de Fe que se oxida

b) La pureza del lingote viene dada por:

$$\text{pureza} = \frac{1,9 \text{ kg}}{2,0 \text{ kg}} \cdot 100 = 95 \%$$

c) También se cumple que: $\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_B \text{ O}_2}{3}$, luego:

$$\frac{34,1 \text{ mol Fe}}{4} = \frac{n_B \text{ O}_2}{3} \Rightarrow n_B = 25,5 \text{ mol de O}_2 \text{ que reacciona.}$$

Por tanto: $25,5 \text{ mol O}_2 = \frac{m}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 817,2 \text{ g de O}_2 \text{ que reacciona.}$

27. Una tonelada de carbón con una riqueza del 70 % en carbono se quema para formar dióxido de carbono. Si se recogen 1500 kg de dióxido de carbono, halla el rendimiento de la reacción química que tiene lugar.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	C	+	O ₂	→	CO ₂
Relación estequiométrica	1		1		1
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de C}}{1}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{1}$		$\frac{n_C \text{ de CO}_2}{1}$
Datos e incógnitas	1000 kg de carbón de 70 % en C				1500 kg

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del C} = 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del CO}_2 = 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se aplica: $\frac{n_A \text{ C}}{1} = \frac{n_C \text{ CO}_2}{1}$. Ahora como:

$$n_C \text{ de } \text{CO}_2 = 1500 \text{ kg de } \text{CO}_2 \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_2}{44 \text{ g}} = 34,1 \cdot 10^3 \text{ mol } \text{CO}_2 \text{ obtenidos.}$$

Luego: $\frac{n_A \text{ C}}{1} = \frac{34,1 \cdot 10^3 \text{ mol } \text{CO}_2}{1} \Rightarrow n_A = 34,1 \cdot 10^3 \text{ mol de C}$ que se corresponden con una masa de C que reacciona igual a:

$$34,1 \cdot 10^3 \text{ mol C} = \frac{m}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 409,1 \cdot 10^3 \text{ g de C que reacciona}$$

$$m = 409,1 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} = 409,1 \text{ kg de C que reacciona}$$

La cantidad de carbono inicial es: $m = 1000 \text{ kg de carbón} \cdot \frac{70}{100} = 700 \text{ kg de C}$

Luego el rendimiento es: $\text{rendimiento} = \frac{409,1 \text{ kg}}{700 \text{ kg}} \cdot 100 = 58,4 \%$

28. Una cantidad de 72,0 g de disulfuro de carbono reacciona con cloro para producir dicloruro de diazufre. a) Halla la cantidad de dicloruro de diazufre que se obtiene, si el rendimiento de la reacción es del 75 %. b) Dibuja el diagrama de Lewis del dicloruro de diazufre, sabiendo que es un compuesto covalente y justifica porqué en su fórmula no se puede simplificar. c) Porqué el dicloruro de diazufre se llama así y no disulfuro de dicloro.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CS_2	+	3 Cl_2	→	CCl_4	+	S_2Cl_2
Relación estequiométrica	1		3		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de } \text{CS}_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ de } \text{Cl}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de } \text{CCl}_4}{1}$		$\frac{n_D \text{ de } \text{S}_2\text{Cl}_2}{1}$
Datos e incógnitas	72,0 g						¿m con rendimiento del 75 %?

a) A partir de la información que proporciona la tabla periódica, las masas molares de las sustancias que intervienen en la reacción son: $M \text{ de } \text{CS}_2 = 76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y

$$M \text{ de } \text{S}_2\text{Cl}_2 = 135 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que: $\frac{n_A \text{ CS}_2}{1} = \frac{n_D \text{ S}_2\text{Cl}_2}{1}$

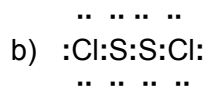
La cantidad de CS_2 en mol que reacciona es:

$$n_{\text{CS}_2} = \frac{m \text{ de CS}_2}{M \text{ de CS}_2} = 72,0 \text{ g CS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol CS}_2}{76 \text{ g CS}_2} = 0,95 \text{ mol}$$

De esta forma: $\frac{0,95 \text{ mol}}{1} = \frac{n_D \text{ S}_2\text{Cl}_2}{1} \Rightarrow n_D = 0,95 \text{ mol de S}_2\text{Cl}_2$

Y su masa es: $m = 0,95 \text{ mol S}_2\text{Cl}_2 \cdot 135 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 127,9 \text{ g de S}_2\text{Cl}_2$ que se obtendría, si el rendimiento fuera del 100 %, luego:

$$m = 127,9 \text{ g} \cdot \frac{75}{100} = 95,9 \text{ g}$$



Luego la molécula se puede representar también por: Cl—S—S—Cl, donde hay tres enlaces sencillos covalentes, dos entre un átomo de azufre y otro de cloro y el otro entre los dos átomos de azufre. Esta claro que no se puede simplificar para originar SCl porque se rompería el enlace entre los dos átomos de azufre.

c) Porque se nombra primero el elemento químico más electronegativo, y ,en este caso, lo es el cloro.

INVESTIGA-PÁG. 152

1. En las direcciones virtuales: www.monografias.com y www.textoscientificos.com se puede encontrar información adicional para realizar un trabajo monográfico sobre la corrosión, que contenga los siguientes apartados: explicación del fenómeno, causas del mismo, metales más favorables al fenómeno y formas de proteger a los metales contra la corrosión.

Es una pregunta abierta, las dos direcciones de internet citadas son fáciles de encontrar y en las mismas hay suficiente información sobre la corrosión y se puede hacer fácilmente un trabajo sobre el tema demandado siguiendo los puntos indicados en el enunciado del texto.

UNIDAD 7: REACCIONES QUÍMICAS Y ENERGÍA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 155

1. ¿Qué diferencia hay entre la reacción que ocurre en una pila eléctrica y la que tiene lugar en una electrólisis?

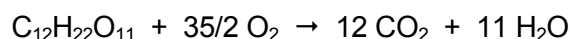
En ambas reacciones químicas la energía se transfiere en forma de energía eléctrica, pero mientras que en una pila la reacción química es exoenergética, en la electrólisis es endoenergética.

2. ¿Cómo se puede justificar que se hayan encontrado en las llanuras de Siberia cadáveres de mamuts con cerca de 30.000 años, prácticamente intactos?

Por las temperaturas tan bajas que hay en Siberia, que han hecho que la descomposición de los cadáveres se haya efectuado con una velocidad tan lenta, que prácticamente no se han descompuesto.

3. El azúcar arde en el aire a una temperatura superior a 500 °C, obteniéndose vapor de agua y dióxido de carbono. ¿Cómo pueden las personas metabolizar (quemar) azúcar dentro de sus organismos a una temperatura de 37 °C, para formar los mismos productos de reacción?

El azúcar corriente es sacarosa y responde a la fórmula química $C_{12}H_{22}O_{11}$. La reacción de combustión de la sacarosa con el oxígeno produce CO_2 y vapor de agua y responde a la siguiente ecuación:



Esta reacción química se puede producir en el interior del cuerpo humano a una temperatura de 37 °C por la intervención de unas enzimas, que catalizan dicha reacción y facilitan que se produzca la misma a una temperatura muy inferior a los 500 °C, citados en el enunciado del problema.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 157

1. ¿Qué significan los prefijos endo y exo?

Endo: aporte de algo desde el exterior a un sistema.

Exo: desprendimiento de algo desde el sistema hacia el exterior.

2. ¿A qué se llama energía química?

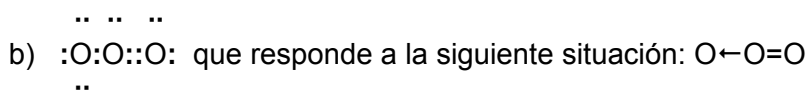
A la energía que se pone de manifiesto en una reacción química.

3. ¿Qué fotones son más energéticos, los de radiación infrarroja o ultravioleta?

Los que tiene mayor frecuencia, pues: $E = h \cdot \nu$ y, por tanto, son los de la radiación ultravioleta.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 164

4. Dibuja el diagrama de Lewis de la molécula de ozono.



5. ¿Porqué la radiación que participa de las reacciones fotoquímicas de la estratosfera debe ser la ultravioleta y no sirve otras como la infrarroja o la visible?

Porque la radiación ultravioleta, al ser más energética, puede desencadenar reacciones químicas que la radiación infrarroja no las puede provocar.

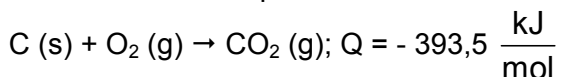
6. ¿Qué reacción es la determinante de las que ocurren en la capa de ozono?

La ruptura de la molécula de O_2 en sus dos átomos, pues éstos, una vez libres, son los que ya desencadenan todas las demás reacciones.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 174

1. Sabiendo que en la reacción de combustión del grafito se transfieren al medio exterior 393,5 kJ/mol, determina la cantidad energía en forma de calor transmitida y el volumen de dióxido de carbono obtenido en las condiciones normales de presión y temperatura a partir de 50 g de grafito.

La ecuación termoquímica de la reacción que tiene lugar es:



La masa molar atómica del C es $12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$Q = -393,5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{50 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = -1639,6 \text{ kJ}, \text{ pues es un proceso exotérmico.}$$

Como:

Ecuación química ajustada	C	+	O ₂	→	CO ₂
Relación estequiométrica	1		1		1
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n \text{ de C}}{1}$		$\frac{n \text{ de O}_2}{1}$		$\frac{n \text{ de CO}_2}{1}$
Datos e incógnitas	50 g				¿V en C.N.?

Aplicando: $\frac{n \text{ C}}{1} = \frac{n \text{ CO}_2}{1}$, entonces:

$$n \text{ de C} = 50 \text{ g de C} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g}} = 4,2 \text{ mol C}$$

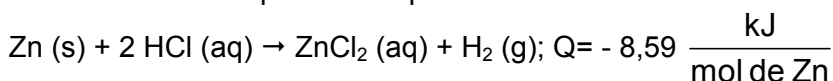
$$\text{Luego: } \frac{4,2 \text{ mol C}}{1} = \frac{n \text{ CO}_2}{1} \Rightarrow n \text{ de CO}_2 = 4,2 \text{ mol de CO}_2$$

Como en condiciones normales se cumple que: $n = \frac{V}{V_m}$ y $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, entonces:

$$4,2 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 93,3 \text{ L de CO}_2$$

2. Un mol de cinc sólido reacciona con el ácido clorhídrico para originar una disolución de cloruro de cinc e hidrógeno gaseoso, transfiriéndose al medio exterior una energía en forma de calor de 8,59 kJ. Escribe la ecuación termoquímica del proceso y calcula la cantidad de cinc que debe reaccionar en el caso de que se transmitan únicamente 100 J.

La ecuación termoquímica del proceso es:

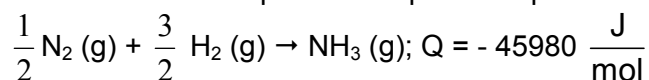


La masa molar atómica del Zn es: $65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

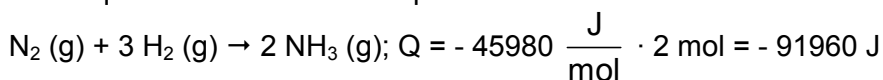
$$\text{De esta forma: } - 100 \text{ J} \cdot \frac{\text{kJ}}{1000 \text{ J}} = - 8,59 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{m}{65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 0,76 \text{ g de Zn}$$

3. El calor de la reacción de formación del amoníaco a partir de nitrógeno e hidrógeno, a 18 °C, es 45980 J/mol. Calcula la cantidad de energía que se libera en forma de calor, al reaccionar 224 litros de nitrógeno, medidos en condiciones normales de presión y temperatura, suponiendo que el rendimiento de la reacción es del 25 %.

La ecuación termoquímica del proceso que tiene lugar es:



Por lo que también se verifica que:



Como en condiciones normales se cumple que: $n = \frac{V}{V_m}$ y $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$, entonces:

$$n \text{ de N}_2 = \frac{224 \text{ L}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 10 \text{ mol de N}_2$$

Si el rendimiento de la reacción es del 25 %, entonces reaccionan:

$$n = 10 \text{ mol de N}_2 \cdot \frac{25}{100} = 2,5 \text{ mol de N}_2$$

Como por la estequiometría de la reacción 1 mol de N₂ origina 2 mol de NH₃, entonces:

$$Q = - 91960 \frac{\text{J}}{\text{mol de N}_2} \cdot 2,5 \text{ mol de N}_2 = - 229900 \text{ J}$$

4. Se electroliza una disolución de cloruro férrico, haciendo pasar una corriente de 5 amperios durante 2 horas a través de la misma. Calcula: a) La cantidad de hierro que se deposita en el electrodo. b) El volumen de cloro desprendido, medido a 734 mm de Hg de presión y 25 °C de temperatura. c) La cantidad de cloruro férrico descompuesto.

a) En disolución lo que hay es: $\text{FeCl}_3 \rightarrow 3 \text{Cl}^- + \text{Fe}^{3+}$

En la electrólisis tiene lugar: $3 \text{Cl}^- + \text{Fe}^{3+} \rightarrow \frac{3}{2} \text{Cl}_2 + \text{Fe}$

Por tanto ocurre: $\text{Fe}^{3+} + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Fe}$

Como: $n = \frac{m}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$, donde $F = 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$

La masa molar atómica del Fe es 55,8, $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ luego:

$$\frac{m}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{5 \text{ A} \cdot 2 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}}}{3 \cdot 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 6,9 \text{ g de Fe}$$

b) Además ocurre que $3 \text{Cl}^- \rightarrow \frac{3}{2} \text{Cl}_2 + 3 \text{e}^-$

Sabiendo que la masa molar del Cl_2 es $71 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, la masa desprendida de Cl_2 es:

$$\frac{m}{\frac{3}{2} \cdot 71 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{5 \text{ A} \cdot 2 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}}}{3 \cdot 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 13,2 \text{ g de Cl}_2$$

Como: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, entonces:

$$\frac{734 \text{ mm Hg}}{760 \frac{\text{mm Hg}}{\text{atm}}} \cdot V = \frac{13,2 \text{ g}}{71 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (273 + 25) \text{ K} \Rightarrow V = 4,7 \text{ L de Cl}_2$$

c) Globalmente ocurre: $\text{FeCl}_3 \rightarrow \frac{3}{2} \text{Cl}_2 + \text{Fe}$

Por lo que, dado que por la relación estequiométrica 1 mol de FeCl_3 origina 1 mol de Fe, entonces:

Si la masa molar del FeCl_3 es $162,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

$$m = 6,9 \text{ g de Fe} \cdot \frac{162,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ de FeCl}_3}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ de Fe}} = 20,2 \text{ g de FeCl}_3$$

5. Justifica si el siguiente enunciado es verdadero o falso: La teoría de colisiones establece que la velocidad de reacción es directamente proporcional al número de choques por segundo entre las partículas reaccionantes.

Es verdadero, pero hay que saber, además, que para que tenga lugar una reacción química, los choques deben ser efectivos, es decir producirse con una orientación adecuada para que tenga lugar la ruptura de unos enlaces y la formación de otros distintos.

6. La energía de activación de una reacción química: a) Es relativamente pequeña en las reacciones exotérmicas. b) Es relativamente grande en las reacciones endotérmicas. c) No depende del balance de energía interna de la reacción. d) Disminuye mucho al aumentar la temperatura. Razona y justifica cada explicación.

Con respecto a los apartados a), b) y c), la energía de activación es una magnitud que no tiene relación con el balance energético total de la reacción. Por tanto, no guarda relación con que la reacción química sea exotérmica o endotérmica. Por tanto de las tres afirmaciones, la correcta es el c).

El apartado d) no es cierto, ya que por efecto de la temperatura, aumenta la agitación de las partículas, se favorecen los choques efectivos y el nivel de energía que adquiere el sistema es superior a su energía de activación y por ello aumenta la velocidad de reacción.

7. ¿Por qué se oxidan más rápidamente unas limaduras de hierro que un clavo de hierro?

Debido a que las limaduras de hierro presentan una mayor superficie de contacto, que facilita más, que en el caso del clavo, el ataque del oxígeno del aire para formar óxido de hierro.

8. Cuando a una reacción química se le añade un catalizador: a) Disminuye la energía interna del sistema. b) Aumenta únicamente la velocidad de la reacción directa. c) Aumentan por igual las dos velocidades, la de la reacción directa y la de la reacción inversa. Razona y justifica cada explicación.

La respuesta a) es incorrecta, pues lo que disminuye es la energía de activación y no la energía interna del sistema.

La b) es falsa, ya que lo que tiene lugar es el aumento por igual de las dos velocidades, la directa y la inversa, en el caso de que la reacción química sea reversible. Por tanto, la respuesta correcta es la c).

9. El peróxido de hidrógeno puro, H_2O_2 (l), con una concentración de 40 mol/L es una sustancia peligrosa, pues su descomposición según la siguiente ecuación química es explosiva: $2 \text{H}_2\text{O}_2$ (l) \rightarrow $2 \text{H}_2\text{O}$ (g) + O_2 (g).

Justifica que esto mismo no suceda con una disolución de peróxido de hidrógeno en agua, llamada agua oxigenada, que se compra en las farmacias como agente desinfectante y que tiene una concentración de aproximadamente 1 mol/L.

La velocidad de la reacción de descomposición del H_2O_2 depende del valor de la concentración inicial de dicha sustancia, de forma que cuanto mayor sea dicha concentración mayor es su velocidad de descomposición, resultando que a una concentración de 40 mol/L la reacción química es explosiva. Pero con un concentración 40 veces menor, la velocidad es mucho menor, y ya no es una reacción química explosiva.

10. A 40 °C la velocidad de la reacción de descomposición del peróxido de hidrógeno, H_2O_2 , según la siguiente ecuación: $2 \text{H}_2\text{O}_2$ (l) \rightarrow $2 \text{H}_2\text{O}$ (l) + O_2 (g), medida por la desaparición del H_2O_2 es $1,93 \cdot 10^{-4}$ mol/L·minuto, halla la concentración del H_2O_2 al cabo de 45 segundos, si su concentración inicial es 0,1 mol/L.

$$v = 1,93 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}}} = 3,217 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{s}}$$

$$\text{Luego: } 3,217 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{s}} = - \frac{([\text{H}_2\text{O}_2] - 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}})}{(45 \text{ s} - 0 \text{ s})} \Rightarrow [\text{H}_2\text{O}_2] = 0,093 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

11. Se electroliza ZnCl_2 fundido mediante una corriente de 3 A, depositándose en el electrodo 24,5 g de cinc. A) Explica las reacciones que tienen lugar. b) Halla el tiempo de duración de la electrólisis.

a) El ZnCl_2 fundido está disociado, de forma que: $\text{ZnCl}_2 \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2 \text{Cl}^-$

Las reacciones que tienen lugar son:
 Cátodo: $\text{Zn}^{2+} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{Zn}$
 Ánodo: $2 \text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2 \text{e}^-$

Y el proceso global se puede escribir mediante: $\text{ZnCl}_2 \rightarrow \text{Zn} + \text{Cl}_2$

b) Sabiendo que la masa molar atómica del Zn es $65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y aplicando la ecuación de

$$\text{Faraday, resulta: } \frac{24,5 \text{ g}}{65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{3 \text{ A} \cdot t}{2 \cdot 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}} \Rightarrow t = 24100,4 \text{ s}$$

12. Una pila-botón en forma de disco de las utilizadas como estimulador cardiaco suministra una corriente eléctrica continua de 100 μA a la diferencia de potencial de 1,3 V y durante 1000 horas. Calcula su capacidad en A·h y la energía total suministrada en forma de trabajo eléctrico.

Dado que: $\tau = \frac{Q}{I}$, resulta que: $1000 \text{ h} = \frac{Q}{100 \mu\text{A} \cdot \frac{\text{A}}{10^6 \mu\text{A}}} \Rightarrow Q = 0,01 \text{ A} \cdot \text{h}$

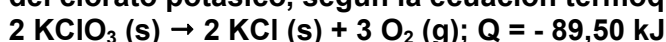
$W_{\text{eléctrico}} = Q \cdot \Delta V = 0,01 \text{ A} \cdot \text{h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \cdot 1,3 \text{ V} = 46,8 \text{ J}$

13. Explica por qué en las reacciones lentas es donde, por lo general, el efecto de la temperatura sobre la velocidad de reacción es más acusado.

Una reacción lenta tiene una energía de activación elevada, por ello cualquier aumento de la temperatura produce en los reactivos una mayor agitación, que provoca que aumente el número de choques efectivos y adquieran, además, un estado energético mayor, que si es superior al valor de la energía de activación se produce la reacción química.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 175

14. Para la obtención del oxígeno en el laboratorio se utiliza la descomposición del clorato potásico, según la ecuación termoquímica:



Halla la cantidad de energía en forma de calor de dicha reacción cuando se obtienen 20 L de O_2 , a 25 °C y 1 atm de presión.

El volumen de 20 L de O_2 , obtenido en las condiciones del problema tiene una cantidad de O_2 , en mol, dado a partir de la ecuación: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, entonces:

$$1 \text{ atm} \cdot 20 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (273 + 25) \text{ K} \Rightarrow n = 0,82 \text{ mol de O}_2$$

Ahora hay que hallar la cantidad de KClO_3 que reacciona, de forma que se cumple que:

Ecuación química ajustada	2 KClO_3	→	3 O_2	+	2 KCl
Relación estequiométrica	2		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n \text{ de } \text{KClO}_3}{2}$		$\frac{n \text{ de } \text{O}_2}{3}$		$\frac{n \text{ de } \text{KCl}}{2}$
Datos e incógnitas	¿n de KClO_3 ?		0,82 mol		

Aplicando: $\frac{n \text{KClO}_3}{2} = \frac{n \text{O}_2}{3}$, entonces:

$$\frac{n \text{KClO}_3}{2} = \frac{0,82 \text{ mol}}{3} \Rightarrow n \text{KClO}_3 = 0,55 \text{ mol de KClO}_3 \text{ que reacciona, luego:}$$

$$Q = - 89,5 \frac{\text{kJ}}{2 \text{ mol de KClO}_3} \cdot 0,55 \text{ mol de KClO}_3 = - 24,4 \text{ kJ} , \text{ pues es un proceso exotérmico.}$$

15. Considera la reacción:



a) Explica cómo es posible determinar la velocidad de la reacción con ayuda de una balanza. b) Si al cabo de un minuto de reacción, la masa del conjunto ha disminuido en 0,50 g, calcula la cantidad, en mol, de CO₂ producido en ese intervalo de tiempo. c) Halla la velocidad media de la reacción en ese intervalo de tiempo, expresada en mol de CO₂/minuto.

a) Dado que como producto se obtiene dióxido de carbono, que es un gas, si se pesa el sistema reaccionante antes, durante y después de la reacción y la reacción se verifica sobre un recipiente abierto como un matraz erlenmeyer, la disminución de masa del conjunto se debe al dióxido de carbono perdido en la atmósfera. Luego como el dióxido de carbono es un producto de la reacción, la disminución de masa del sistema por unidad de tiempo es equivalente a la cantidad de dióxido de carbono aparecido por unidad de tiempo y ello es una medida de la velocidad de reacción que tiene lugar.

b) Si el sistema disminuye en 0,50 g, quiere decir que se originan 0,50 g de CO₂ y puesto que la masa molar de dicho gas es $44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$n = \frac{0,50 \text{ g}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,01 \text{ mol}$$

$$\text{c) } v_{\text{media}} = \frac{0,01 \text{ mol}}{1 \text{ min}} = 0,01 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

16. En la reacción:

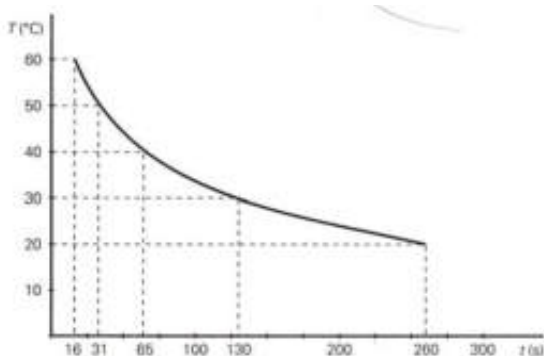


se mide, a diferentes temperaturas, el tiempo que tarda en enturbiarse el conjunto, al aparecer el azufre, por reacción entre el tiosulfato sódico y el ácido clorhídrico, de forma que sin variar las concentraciones de los reactivos se obtiene la siguiente tabla de datos:

Temperatura (°C)	20	30	40	50	60
Tiempo (s)	260	130	65	31	16

a) Construye la gráfica temperatura frente al tiempo de reacción e indica la temperatura en la que es más rápida la reacción. b) Cómo varía la velocidad de reacción por cada aumento de 10 °C.

a) La gráfica que se obtiene es:



Como cuanto menor es el tiempo de reacción y mayor es la temperatura, mayor es la velocidad de la reacción, resulta que la reacción es más rápida a 60 °C.

b) Como no varían las concentraciones de los reactivos, el factor de que depende la ecuación de la velocidad de reacción es el tiempo, de forma que:

- De 20 °C a 30 °C el tiempo de reacción se reduce a la mitad: 260 s - 130 s = 130 s y la velocidad se duplica.

- De 30 °C a 40 °C el tiempo de reacción se reduce a la mitad: 130 s - 65 s = 65 s y la velocidad se duplica.

- De 40 °C a 50 °C el tiempo de reacción se reduce a la mitad: 65 s - 31 s = 34 s y la velocidad prácticamente se duplica.

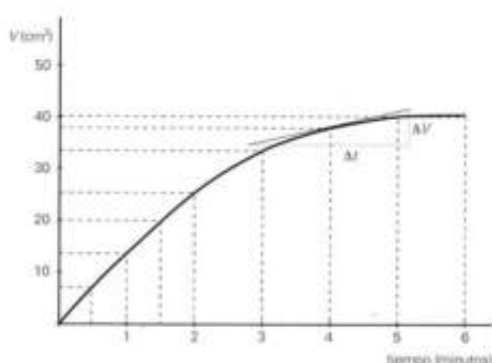
- De 50 °C a 60 °C el tiempo de reacción se reduce a la mitad: 31 s - 16 s = 15 s y la velocidad prácticamente se duplica.

17. En la reacción: $\text{Mg (s)} + 2 \text{HCl (aq)} \rightarrow \text{MgCl}_2 \text{ (aq)} + \text{H}_2 \text{ (g)}$, se mide la velocidad de la reacción en función del volumen de hidrógeno desprendido por unidad de tiempo y se obtienen los siguientes datos:

Volumen de H_2 (cm^3)	0	8	14	20	25	33	38	40	40
Tiempo (minutos)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	5,0

a) Construye la gráfica: volumen de H_2 frente al tiempo de reacción, ¿qué ocurre a partir de los 5,0 minutos de reacción? b) Halla la velocidad media al cabo de los cinco minutos de reacción, así como las velocidades entre el primer y el segundo minuto y entre el tercer y el cuarto minuto y analiza los resultados en relación con el valor de la velocidad media.

a) La gráfica es:



Y a partir de 5,0 min el volumen de hidrógeno no aumenta y por tanto la reacción ha finalizado.

$$\text{b) } v_{\text{media}} = \frac{40 \text{ cm}^3 - 0 \text{ cm}^3}{5 \text{ min} - 0 \text{ min}} = 8 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

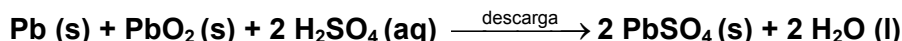
$$v_{t=2\text{min} - t=1\text{min}} = \frac{25 \text{ cm}^3 - 14 \text{ cm}^3}{2 \text{ min} - 1 \text{ min}} = 11 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

$$v_{t=4\text{min} - t=3\text{min}} = \frac{38 \text{ cm}^3 - 33 \text{ cm}^3}{4 \text{ min} - 3 \text{ min}} = 5 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

Los resultados indican que a medida que crece el tiempo, la velocidad va disminuyendo. Justamente entre el segundo y el tercer minuto la velocidad es igual a la media entre los cinco minutos, pues:

$$v_{t=3\text{min} - t=2\text{min}} = \frac{33 \text{ cm}^3 - 25 \text{ cm}^3}{3 \text{ min} - 2 \text{ min}} = 8 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

18. Un acumulador de plomo (batería) es un sistema electroquímico reversible en el que durante la descarga actúa como un generador electroquímico y tiene lugar:



y durante la carga del mismo tiene lugar la reacción inversa. Si durante la descarga tiene lugar las siguientes reacciones de oxidación de reducción en los electrodos: $\text{PbO}_2 + 4 \text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2 \text{H}_2\text{O}$ y $\text{Pb} + \text{SO}_4^{2-} \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2 \text{e}^-$, halla la cantidad de PbO_2 que consume una batería que durante una hora proporciona una corriente de 50 A.

La masa molar del PbO_2 es $239,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, y aplicando a la pila la ecuación de Faraday, resulta:

$$\frac{m}{239,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{50 \text{ A} \cdot 1 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}}{2 \cdot 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 223,1 \text{ g}$$

19. Una película fotográfica tiene una cantidad de bromuro de plata igual a 25 mg. Determina la cantidad de plata que se puede extraer de la película, si en el proceso de reducción de la sal se convierte en plata metálica únicamente el 30 % de cantidad total que pudiera esperarse.

El AgBr sufre una descomposición de forma que: $\text{AgBr} \rightarrow \text{Ag} + \text{Br}$

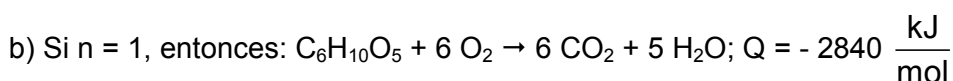
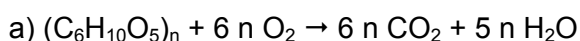
Si la masa molar atómica de Ag es $107,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la masa molar del AgBr $187,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$m = 25 \text{ mg} \cdot \frac{\text{g}}{10^3 \text{ mg}} \text{ de AgBr} \cdot \frac{107,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ de Ag}}{187,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ de AgBr}} = 14,4 \cdot 10^{-3} \text{ g de Ag}$$

Pero como sólo se obtiene el 30 %, luego:

$$m = 14,4 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \frac{30}{100} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \frac{10^3 \text{ mg}}{\text{g}} = 4,3 \text{ mg de Ag}$$

20. La combustión completa de un trozo de madera de un árbol, suponiendo que está formado únicamente por celulosa, proporciona dióxido de carbono y vapor de agua. a) Escribe la ecuación química de la reacción química que tienen lugar, sabiendo que la celulosa tienen la fórmula $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$, donde n es un número entero elevado. b) Sabiendo que para $n = 1$, la combustión completa a 25°C proporciona 2840 kJ/mol , determina el poder calorífico de la madera en kJ/kg .



Como: $P = -Q_{\text{combustión}} \cdot \frac{1000}{M}$ y sabiendo que la masa molar de $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$ es $162 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$,

entonces:

$$P = - \left(- 2840 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{162 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 17530,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

21. Un ciclista a la velocidad de 25 km/hora consume 2000 kJ/hora y admitiendo que la combustión de 1 g de grasa corporal proporciona 39 kJ, ¿cuántos km deberá recorrer para perder 500 g de grasa corporal?

$$Q = 39 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \cdot 500 \text{ g} = 19500 \text{ kJ}$$

$$\text{Como consume } 2000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}, \text{ entonces: } 19500 \text{ kJ} = 2000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} \cdot t \Rightarrow t = 9,75 \text{ h}$$

De esta forma, como: $v = \frac{s}{t}$, luego:

$$25 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{s}{9,75 \text{ h}} \Rightarrow s = 243,75 \text{ km}$$

INVESTIGA-PÁG. 176

1. Consulta en la red alguna de las numerosas páginas sobre los fundamentos químicos de la fotografía y de la historia de la misma, tales como: www.textoscientificos.com/fotografia/fotoquimica o www.fotonostra.com/biografias. Realiza, a continuación, un trabajo monográfico sobre el tema en el que se analice los distintos tipos de formas de realizar fotografías que hubo en el inicio de la historia de la fotografía, y aborda, asimismo, la explicación química de la formación de la imagen latente, el revelado, la fijación y el positivado de la fotografía en blanco y negro en un laboratorio de fotografía.

Es una pregunta abierta, las dos direcciones de internet citadas son fáciles de encontrar y en las mismas hay suficiente información sobre los fundamentos de la fotografía y se puede hacer fácilmente un trabajo sobre el tema demandado siguiendo los puntos indicados en el enunciado del texto.

UNIDAD 8: QUÍMICA ORGÁNICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 179

1. Dibuja los diagramas de Lewis de los átomos: carbono, hidrógeno y oxígeno.

El átomo de carbono tiene 4 electrones de valencia, el hidrógeno 1 y el oxígeno 6, de forma que:



2. ¿Qué propiedades generales diferencian a los compuestos químicos iónicos de los covalentes?

En general, salvo excepciones, los compuestos químicos iónicos tienen elevadas temperaturas de fusión y de ebullición, se suelen disolver en agua y fundidos o disueltos conducen la corriente eléctrica.

Los compuestos químicos covalentes suelen ser gases o líquidos, se disuelven en disolventes como la gasolina o el tetracloruro de carbono y no conducen la corriente eléctrica.

3. Clasifica las siguientes sustancias en orgánicas o inorgánicas: azúcar común, cloruro de sodio, celulosa, alcohol etílico, metano, cal, acetona, sulfato de hierro (III) y dióxido de carbono.

El cloruro de sodio, la cal, el sulfato de hierro (III) y dióxido de carbono son sustancias inorgánicas y el resto son sustancias orgánicas.

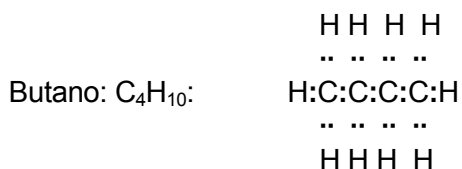
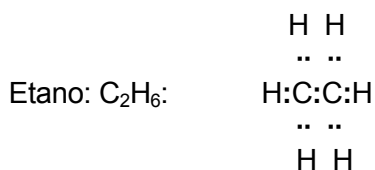
ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 180

1. Explica el por qué del carácter cambiante de las teorías científicas.

Las teorías científicas deben reproducir una serie de leyes en base a hechos observados, por lo que conforme avanza el conocimiento científico y se observan nuevos hechos, algunas teorías deben modificarse por otras para poder dar respuesta a las propiedades descubiertas de los nuevos hechos observados.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 181

2. Dibuja el diagrama de Lewis del etano, C_2H_6 y del butano C_4H_{10}



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 183

3. Explica por qué la molécula de benceno es plana e indica el valor de sus ángulos de enlace.

Al ser plana y hexagonal sus ángulos de enlaces son de 120° .

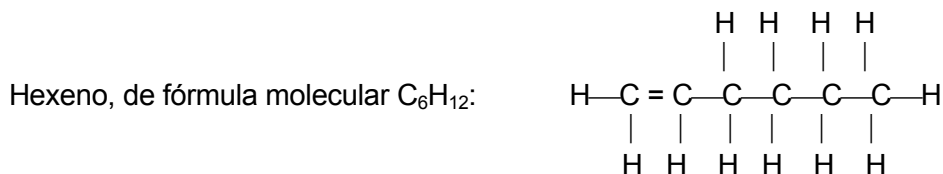
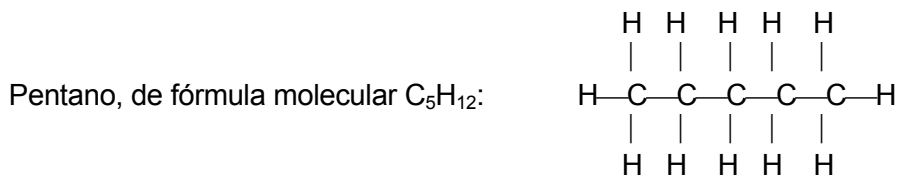
4. ¿Puede existir el ciclohexino?

No, pues el triple enlace implica que haya dos ángulos de 180° entre los átomos de carbono implicados en el triple enlace, que sería cuatro, pues los dos carbonos del triple enlace no tendrían hidrógenos, y ello no permitiría cerrar el hexágono.

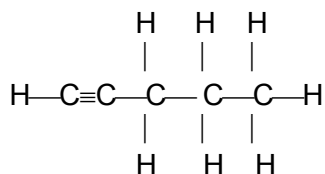
5. ¿Es plana la molécula de ciclohexano? Justifica la respuesta.

No, pues alrededor del enlace sencillo se permite el giro y se pueden formar diversas conformaciones espaciales no planas con la estructura cerrada hexagonal.

6. Escribe las fórmulas semidesarrollada y desarrollada de los compuestos: pentano, de fórmula molecular C_5H_{12} , hexeno, de fórmula molecular C_6H_{12} , y pentino, de fórmula molecular C_5H_8 .



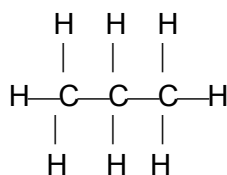
Pentino, de fórmula molecular C_5H_8 :



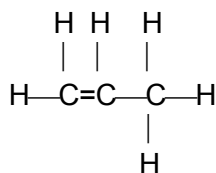
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 200

1. Escribe las fórmulas estructurales de los siguientes compuestos orgánicos: propano, propeno, propino, ciclopropano, 1-cloropropano, 1-propanol, etilmetil éter, ácido propanoico, etanoato de metilo, propilamina y propanamida.

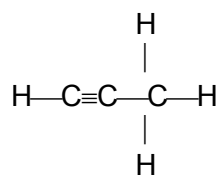
Propano, de fórmula molecular C_3H_8 :



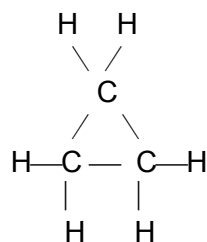
Propeno, de fórmula molecular C_3H_6 :



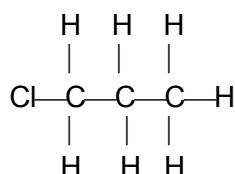
Propino, de fórmula molecular C_3H_4 :



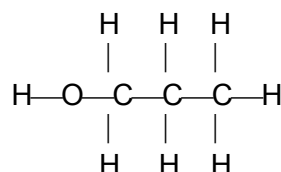
Ciclopropano, de fórmula molecular C_3H_6 :



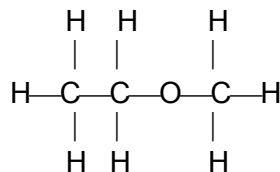
1-cloropropano, de fórmula molecular C_3H_7Cl :



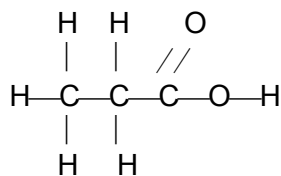
1-propanol, de fórmula molecular C_3H_8O :



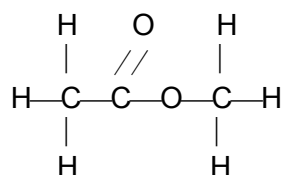
etilmetiléter, de fórmula molecular C_3H_8O :



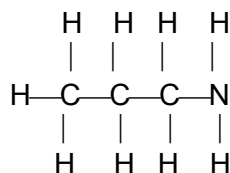
Ácido propanoico, de fórmula molecular $C_3H_6O_2$:



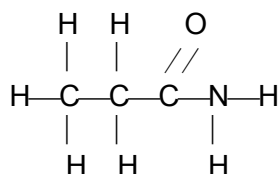
Etanoato de metilo de fórmula molecular $C_3H_6O_2$:



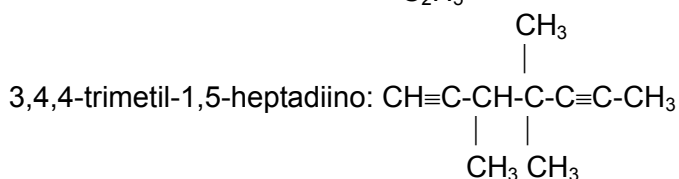
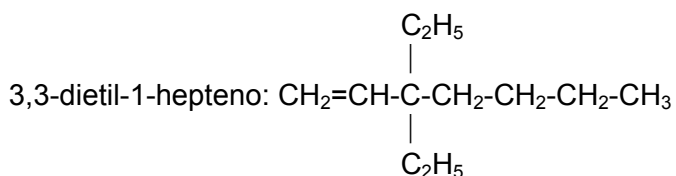
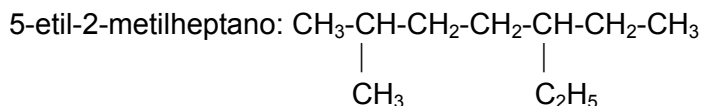
Propilamina, de fórmula molecular C_3H_9N :

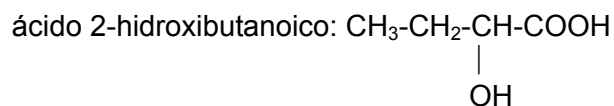
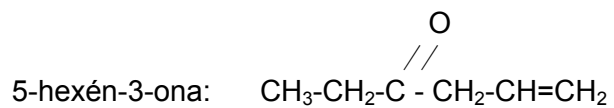
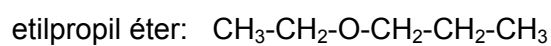
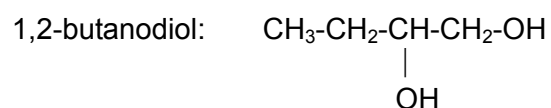
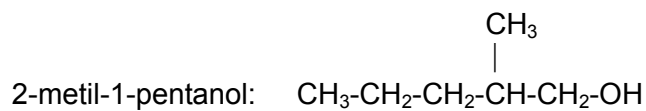
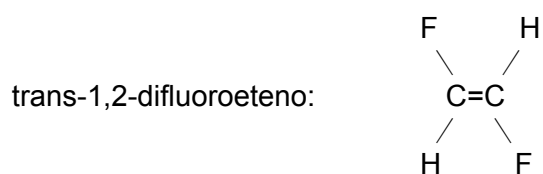


Propanamida de fórmula molecular C_3H_7ON :

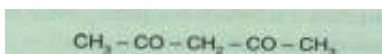
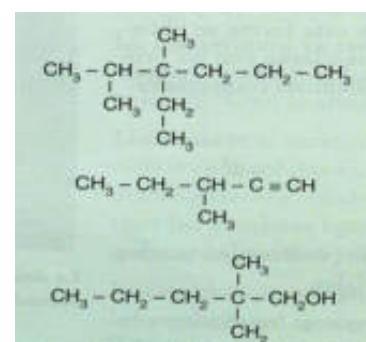
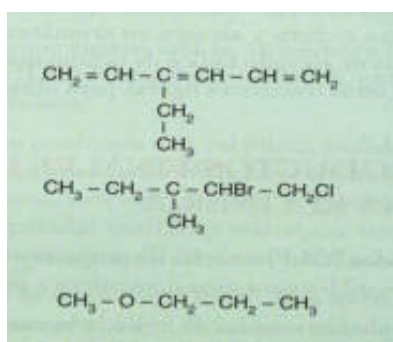
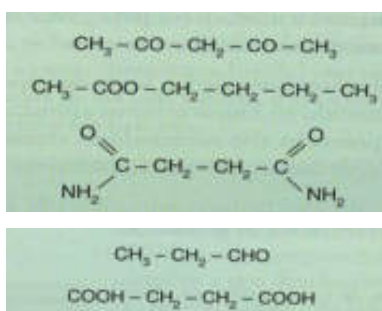


2. Escribe las fórmulas de los siguientes compuestos químicos: 5-etil-2-metilheptano; 3,3-dietil-1-hepteno; 3,4,4-trimetil-1,5-heptadiino; trans-1,2-difluoroeteno; 2-metil-1-pentanol; 1,2-butanodiol; etilpropil éter; butanodial; 5-hexén-3-ona; ácido 2-hidroxibutanoico; metanoato de propilo; trimetilamina; 2-metilbutanamida.

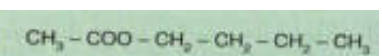




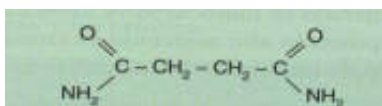
3. Nombra los compuestos orgánicos siguientes:



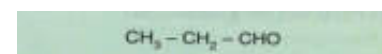
Es el 2,4-pentadiona



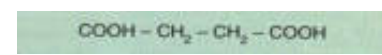
Es el etanoato de butilo



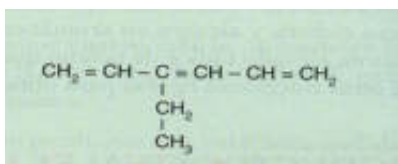
Es la butanodiamida



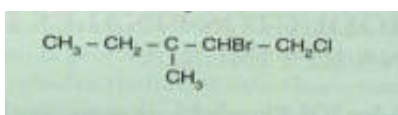
Es el propanal



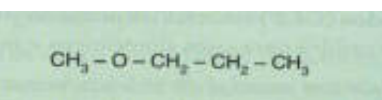
Es el ácido butanodioico



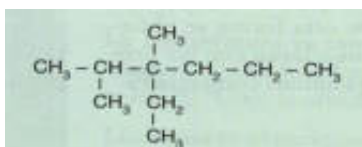
Es el 3-etil-1,3,5-hexatrieno



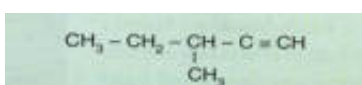
Es el 2-bromo-1-cloro-3-metilpentano



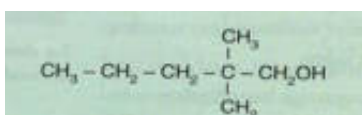
Es el metilpropiléter



Es el 3-etil-2,3-dimetilhexano



Es el 3-metilpentino



Es el 2,2-dimetil-1-pentanol

6. En relación con la amina adjunta, responde a las siguientes preguntas:

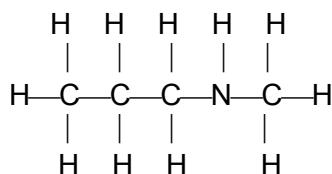


a) ¿Cuál es su fórmula molecular y su fórmula estructural?

b) ¿Qué tipo de amina es? c) ¿Puede formar enlaces por puentes de hidrógeno?

a) Su fórmula molecular es: $\text{C}_4\text{H}_{11}\text{N}$

Su fórmula estructural es:



b) Es una amina secundaria y sí puede formar enlaces por puentes de hidrógeno entre el nitrógeno de una molécula y un hidrógeno de otra.

7. Formula y nombra: a) Los isómeros de fórmula molecular C_6H_{14} . b) Los isómeros del $\text{CHCl}=\text{CHCl}$.

a) Hexano: $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$

2-metilpentano: $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \underset{\text{CH}_3}{\text{CH}} - \text{CH}_3$

2,2-dimetilbutano: $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \underset{\text{CH}_3}{\overset{\text{CH}_3}{\text{C}}} - \text{CH}_3$

2,3-dimetilbutano: $\text{CH}_3 - \underset{\text{CH}_3}{\text{CH}} - \underset{\text{CH}_3}{\text{CH}} - \text{CH}_3$

b) 1,1-dicloroetano: $\text{Cl}_2\text{C}=\text{CH}_2$

cis-1,2-dicloroetano:

$$\begin{array}{ccc} \text{H} & & \text{H} \\ & \backslash & / \\ & \text{C} = \text{C} \\ & / & \backslash \\ \text{Cl} & & \text{Cl} \end{array}$$

trans-1,2-dicloroetano:

$$\begin{array}{ccc} \text{H} & & \text{Cl} \\ & \backslash & / \\ & \text{C} = \text{C} \\ & / & \backslash \\ \text{Cl} & & \text{H} \end{array}$$

8. Reconoce en las siguientes afirmaciones las que no son correctas: a) Un alcohol y un aldehído pueden ser isómeros de función. b) La función cetona se sitúa en un átomo de carbono terminal. c) La molécula del metano es plana.

a) Es verdadera.

b) Es falsa, la función cetona siempre está en un carbono secundario.

c) Es falsa, pues la molécula de metano es tetraédrica.

9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son correctas?: a) Los alcanos poseen isomería de cadena. b) Los alquinos pueden tener isomería geométrica. c) Los cicloalcanos no tienen isómeros.

a) Es verdadera.

b) Es falsa, pues el triple enlace es lineal.

c) Es falsa.

10. Halla la composición centesimal del ciclobutano.

La fórmula molecular del ciclobutano es C_4H_8 , su masa molar es $56 \frac{g}{mol}$, la del carbono $12 \frac{g}{mol}$ y la del hidrógeno $1 \frac{g}{mol}$. Por tanto:

$$\% \text{ de C} = \frac{4 \cdot 12 \frac{g}{mol}}{56 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 85,7 \%$$

$$\% \text{ de H} = \frac{8 \cdot 1 \frac{g}{mol}}{56 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 14,3 \%$$

11. Un compuesto orgánico tiene la siguiente composición centesimal: 26,66 % de carbono, 2,22 % de hidrógeno y el resto es oxígeno. Halla su fórmula molecular, si su masa molar es 90 g/mol.

$$\% \text{ de O: } 100 - (26,66 + 2,22) = 71,12 \%$$

La masa molar del carbono es $12 \frac{g}{mol}$, la del hidrógeno $1 \frac{g}{mol}$ y la del oxígeno $16 \frac{g}{mol}$. Por tanto:

La cantidad, en mol, de cada elemento químico presente en 100 g de muestra es:

$$\text{de C: } \frac{26,66 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,22 \text{ mol de C; de H: } \frac{2,22 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,22 \text{ mol de H}$$

$$\text{de O: } \frac{71,12 \text{ g}}{16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 4,44 \text{ mol de O}$$

Dividiendo por la cantidad menor de las tres se obtiene la proporción entre los átomos de los distintos elementos químicos en el compuesto orgánico.

$$\text{de C: } \frac{2,22 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 1 \text{ de C; de H: } \frac{2,22 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 1 \text{ de H; de O: } \frac{4,44 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 2 \text{ de O}$$

Luego la fórmula empírica del compuesto orgánico es CHO_2

Como su masa molar es $90 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$(1 \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 1 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 2 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}) \cdot n = 90 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \Rightarrow n = 2$$

Luego la fórmula molecular es $(\text{CHO}_2)_2 = \text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$

12. Un compuesto orgánico contiene 83,3 % de carbono y el resto es hidrógeno. Si su masa molar es 72 g/mol, escribe su fórmula molecular. Si el compuesto tiene un carbono terciario dibuja su fórmula estructural y nómbralo.

$$\% \text{ de H: } 100 - (83,3) = 16,7 \%$$

La masa molar del carbono es $12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del hidrógeno $1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Por tanto:

La cantidad, en mol, de cada elemento químico presente en 100 g de muestra es:

$$\text{de C: } \frac{83,3 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 6,9 \text{ mol de C; de H: } \frac{16,7 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 16,7 \text{ mol de H}$$

Dividiendo por la cantidad menor de las dos se obtiene la proporción entre los átomos de los distintos elementos químicos en el compuesto orgánico.

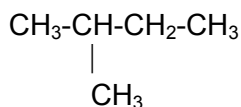
$$\text{de C: } \frac{6,9 \text{ mol}}{6,9 \text{ mol}} = 1 \text{ de C; de H: } \frac{16,7 \text{ mol}}{6,9 \text{ mol}} = 2,4 \text{ de H;}$$

Como la masa molar del compuesto orgánico es $72 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$(1 \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 2,4 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}) \cdot n = 72 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \Rightarrow n = 5$$

Luego la fórmula molecular es C_5H_{12}

Se trata de un hidrocarburo y al tener un carbono terciario es el 2-metilbutano:



ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 201

13. La fermentación de la glucosa $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$, produce etanol y dióxido de carbono. Escribe la ecuación química ajustada y calcula la cantidad de etanol que se obtiene al fermentar 1 kg de glucosa.

La ecuación ajustada de la reacción es: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2 \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} + 2 \text{CO}_2$

La masa molar de la glucosa es $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del alcohol $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

Ecuación química ajustada	$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$	→	$2 \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$	+	2CO_2
Relación estequiométrica	1		2		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1}$		$\frac{n_B \text{ CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}}{2}$		$\frac{n_C \text{ de } \text{CO}_2}{2}$
Datos e incógnitas	1 kg		¿m?		

Se verifica que:

$$\frac{n_A \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1} = \frac{n_B \text{ de } \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}}{2} \text{ y sabiendo que: } n = \frac{m}{M}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = \frac{\frac{m}{46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{2} \text{ de } \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} \Rightarrow m = 511,1 \text{ g de alcohol}$$

14. La combustión del butano produce dióxido de carbono y agua. Calcula el volumen de aire necesario para quemar 100 litros de butano medidos en condiciones normales de presión y temperatura, sabiendo que el aire contiene un 21% de oxígeno en volumen.

Se cumple:

Ecuación química ajustada	C_4H_{10}	+	$\frac{13}{2} O_2$	→	$4 CO_2$	+	$5 H_2O$
Relación estequiométrica	1		$\frac{13}{2}$		4		5
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_4H_{10}}{1}$		$\frac{n_B O_2}{\frac{13}{2}}$		$\frac{n_C CO_2}{4}$		$\frac{n_D H_2O}{5}$
Datos e incógnitas	100 L en C.N.		¿V aire? 21 % de O_2				

Por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de } C_4H_{10}}{1} = \frac{V_B \text{ de } O_2}{\frac{13}{2}} \Rightarrow \frac{100 \text{ L de } C_4H_{10}}{1} = \frac{V_B \text{ de } O_2}{\frac{13}{2}} \Rightarrow V_B = 650 \text{ L de } O_2$$

$$\text{Luego: } V \text{ de aire} = 650 \text{ L} \cdot \frac{100}{21} = 3095,2 \text{ L}$$

15. La energía liberada en forma de calor al quemar los primeros alcanos de la serie es: CH_4 : 889,5 kJ/mol; C_2H_6 : 1558,4 kJ/mol; C_3H_8 : 2217,9 kJ/mol; C_4H_{10} : 2874,4 kJ/mol; C_5H_{12} : 3532,8 kJ/mol. ¿Cuál tiene mayor poder calorífico?

La masa molar del CH_4 es $16 \frac{g}{mol}$, la del C_2H_6 es $30 \frac{g}{mol}$, la del C_3H_8 es $44 \frac{g}{mol}$, la del C_4H_{10} $58 \frac{g}{mol}$ y la del C_5H_{12} $72 \frac{g}{mol}$.

Como: $P = -Q_{combustión} \cdot \frac{1000}{M}$, entonces:

$$P \text{ del } CH_4 = -(-889,5 \frac{kJ}{mol}) \cdot \frac{1000 \frac{g}{kg}}{16 \frac{g}{mol}} = 55,6 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kg}$$

$$P \text{ del } C_2H_6 = -(-1558,4 \frac{kJ}{mol}) \cdot \frac{1000 \frac{g}{kg}}{30 \frac{g}{mol}} = 51,9 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kg}$$

$$P \text{ del } C_3H_8 = - \left(- 2217,9 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 50,4 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P \text{ del } C_4H_{10} = - \left(- 2874,4 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{58 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 49,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P \text{ del } C_5H_{12} = - \left(- 3532,8 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{72 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 49,1 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Luego el mejor combustible de la serie es el metano, disminuyendo su poder calorífico como combustibles según aumenta el número de átomos de carbono del hidrocarburo.

16. Halla la densidad del etano a 5 atm de presión y 18 °C de temperatura.

Como: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ y también se cumple que: $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$

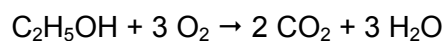
Y, además, $d = \frac{m}{V}$, por lo que: $d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$

La masa molar del C_2H_6 es $30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, luego:

$$d = \frac{5 \text{ atm} \cdot 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (273 + 18) \text{ K}} = 6,29 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

17. ¿Qué alcohol consume mayor cantidad de oxígeno en la combustión: un mol de alcohol etílico o un mol de alcohol propílico?

La ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar para el alcohol etílico es:

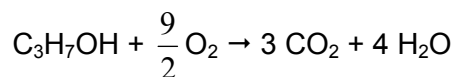


Ecuación química ajustada	C_2H_5OH	+	$3 O_2$	→	$2 CO_2$	+	$3 H_2O$
Relación estequiométrica	1		3		2		3
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_2H_5OH}{1}$		$\frac{n_B O_2}{3}$		$\frac{n_C CO_2}{2}$		$\frac{n_D H_2O}{3}$
Datos e incógnitas	1 mol		¿ n_B ?				

$$\frac{n_A \text{ de } C_2H_5OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{3} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol de } C_2H_5OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{3} \Rightarrow n_B \text{ de } O_2 = 3 \text{ mol}$$

La ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar para el alcohol propílico

es:

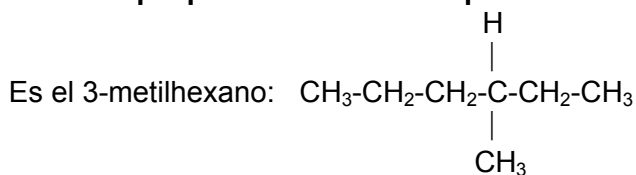


Ecuación química ajustada	$\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$	+	$\frac{9}{2} \text{O}_2$	→	3CO_2	+	$4 \text{H}_2\text{O}$
Relación estequiométrica	1		$\frac{9}{2}$		3		4
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}}{1}$		$\frac{n_B \text{O}_2}{\frac{9}{2}}$		$\frac{n_C \text{CO}_2}{3}$		$\frac{n_D \text{H}_2\text{O}}{4}$
Datos e incógnitas	1 mol		$\text{¿}n_B\text{?}$				

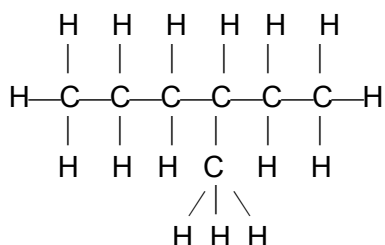
$$\frac{n_A \text{ de } \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}}{1} = \frac{n_B \text{ de } \text{O}_2}{\frac{9}{2}} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol de } \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}}{1} = \frac{n_B \text{ de } \text{O}_2}{\frac{9}{2}} \Rightarrow n_B \text{ de } \text{O}_2 = \frac{9}{2} \text{ mol}$$

Luego la respuesta es el alcohol propílico

18. Escribe la fórmula estructural y nombra el hidrocarburo saturado más sencillo que presente isomería óptica.



Su fórmula estructural es:



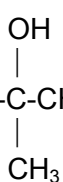
19. Escribe los isómeros del $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$. Uno de ellos presenta isomería óptica, ¿cuál es?

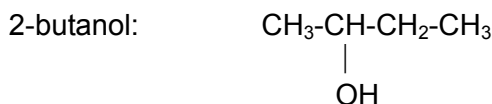
1 butanol: $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-OH}$

2-metil-1-propanol: $\text{CH}_3\text{-CH-CH}_2\text{-OH}$



2-metil-2-propanol: $\text{CH}_3\text{-C-CH}_3$



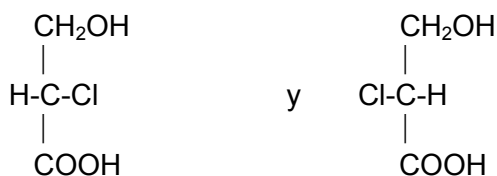


El 2-butanol es el que presenta isomería óptica, pues el carbono que soporta el enlace -OH está unido a cuatro sustituyentes distintos.

20. Uno de los siguientes compuestos orgánicos $\text{CH}_2\text{OH-CCl}_2\text{-COOH}$ y $\text{CH}_2\text{OH-CHCl-COOH}$ no presenta isómeros ópticos, ¿por qué? Dibuja los isómeros del que presenta isomería óptica.

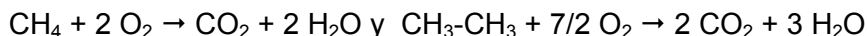
El $\text{CH}_2\text{OH-CCl}_2\text{-COOH}$ es el ácido 2,2,-dicloro-3-hidroxiopropanoico y no tiene átomo de carbono con cuatro sustituyentes distintos, luego no presenta isomería óptica.

El $\text{CH}_2\text{OH-CHCl-COOH}$ es el ácido 2-cloro-3-hidroxiopropanoico y sí presenta isomería óptica, pues el átomo de carbono que soporta el cloro tiene cuatro sustituyentes distintos:



21. Una mezcla de metano y etano ocupa un volumen de 20 cm^3 . Al quemar la mezcla con exceso de oxígeno se obtienen 25 cm^3 de dióxido de carbono, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura que la mezcla. Calcula la composición de la mezcla en tanto por ciento en volumen.

Las reacciones de combustión de los hidrocarburos son:



Supongamos que la mezcla está formada por $x \text{ cm}^3$ de metano e $y \text{ cm}^3$ de etano, luego: $x + y = 20 \text{ cm}^3$

Como al quemar, en el caso del etano se produce doble volumen de CO_2 que en el caso del metano, entonces: $x + 2y = 25 \text{ cm}^3$

Luego se dispone de:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \text{ cm}^3 \\ x + 2y = 25 \text{ cm}^3 \end{array} \right\}$$

Resolviendo el sistema resulta que: $x = 15 \text{ cm}^3$ de metano e $y = 5 \text{ cm}^3$ de etano

Luego: % de metano = $\frac{15 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^3} \cdot 100 = 75 \%$ y % de etano = $\frac{5 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^3} \cdot 100 = 25 \%$

22. Calcula la cantidad de alcohol etílico que debe reaccionar con 100 g de ácido propanoico para formar el éster correspondiente.

La masa molar del C_2H_5OH es $46 \frac{g}{mol}$ y la del CH_3-CH_2-COOH es $74 \frac{g}{mol}$ mol resulta que:

Ecuación química ajustada	C_2H_5OH	+	C_2H_5-COOH	→	$C_2H_5-COOC_2H_5$	+	H_2O
Relación estequiométrica	1		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_2H_5OH}{1}$		$\frac{n_B C_2H_5-COOH}{1}$		$\frac{n_C C_2H_5-COOC_2H_5}{1}$		$\frac{n_D H_2O}{1}$
Datos e incógnitas	¿m?		100 g				

$$\frac{n_A C_2H_5OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } C_2H_5-COOH}{1} \text{ y también se cumple que:}$$

$$\frac{m_A \text{ de } C_2H_5OH}{M_A} = \frac{m_B \text{ de } C_2H_5-COOH}{M_B}, \text{ luego:}$$

$$\frac{\frac{m_A}{46 \frac{g}{mol}} \text{ de } C_2H_5OH}{1} = \frac{\frac{100 g}{74 \frac{g}{mol}} \text{ de } C_2H_5-COOH}{1} \Rightarrow m_A = 62,2 \text{ g de alcohol}$$

23. La urea y el sulfato de amonio se usan como abonos nitrogenados. ¿Cuál de ellos tiene mayor riqueza en nitrógeno?

La masa molar de la urea ($O=C-(NH_2)_2$) es $60 \frac{g}{mol}$ y la del sulfato de amonio

$$((NH_4)_2SO_4) 132 \frac{g}{mol}$$

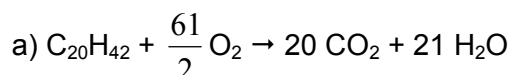
Como la masa molar atómica del nitrógeno es $14 \frac{g}{mol}$, entonces:

$$\% \text{ de N en la urea} = \frac{2 \cdot 14 \frac{g}{mol}}{60 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 47 \%$$

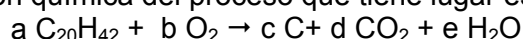
$$\% \text{ de N en el sulfato} = \frac{2 \cdot 14 \frac{g}{mol}}{132 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 21 \%$$

Luego tiene más riqueza de N la urea.

24. Una caldera de una calefacción de gasóleo está mal regulada, de forma que la combustión es incompleta y se forma carbono. La combustión de 1 kg de gasóleo proporciona 200 g de carbono, dióxido de carbono y vapor de agua. Admitiendo que el combustible está formado sólo por el alcano de fórmula $C_{20}H_{42}$. a) Escribe la ecuación química ajustada de la combustión completa de este alcano, considerando que no se forma monóxido de carbono. b) Halla el volumen de dióxido de carbono obtenido en la combustión de 1 kg de dicho alcano, medido en las condiciones normales de presión y temperatura. c) Calcula la masa de vapor de agua obtenida.



b) La ecuación química del proceso que tiene lugar es:



De la proporción entre 1000 g de gasóleo que se queman y 200 g de carbono que se producen se obtiene la relación estequiométrica entre ambos. Así:

La masa molar del $C_{20}H_{42}$ es $282 \frac{g}{mol}$, la del carbono $12 \frac{g}{mol}$ y la del H_2O $18 \frac{g}{mol}$ entonces:

$\frac{g}{mol}$ entonces:

$$\frac{n_A C_{20}H_{42}}{a} = \frac{n_C \text{ de C}}{c} \text{ y también se cumple que:}$$

$$\frac{\frac{m_A}{M_A} \text{ de } C_{20}H_{42}}{a} = \frac{\frac{m_C}{M_C} \text{ de C}}{c}$$

Refiriendo los cálculos por mol de gasóleo: $a = 1$, luego:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{282 \frac{g}{mol}} \text{ de } C_{20}H_{42} = \frac{200 \text{ g}}{12 \frac{g}{mol}} \text{ de C} \Rightarrow c = 4,7$$

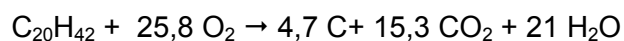
De esta forma la ecuación química es: $C_{20}H_{42} + b O_2 \rightarrow 4,7 C + d CO_2 + e H_2O$

De esta forma:

$$\left. \begin{array}{l} 20 = 4,7 + d \\ 42 = 2 e \\ 2 b = 2 d + e \end{array} \right\}$$

De donde: $b = 25,8$; $d = 15,3$; $e = 21$

Por lo que la ecuación química ajustada es:



Por tanto se cumple que: $\frac{n_A \text{C}_{20}\text{H}_{42}}{1} = \frac{n_D \text{ de CO}_2}{15,3}$, luego:

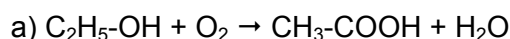
$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \text{ de C}_{20}\text{H}_{42}}{282 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{n_D \text{ de CO}_2}{15,3} \Rightarrow n_D = 54,3 \text{ mol de CO}_2$$

Como: $n_D = \frac{V}{V_m}$, entonces: $54,3 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 1215,3 \text{ L de CO}_2$

c) $\frac{n_A \text{C}_{20}\text{H}_{42}}{1} = \frac{n_E \text{ de H}_2\text{O}}{21}$, luego:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \text{ de C}_{20}\text{H}_{42}}{282 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{m_E \text{ de H}_2\text{O}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m_E = 1340,4 \text{ g de H}_2\text{O}$$

25. En presencia del aire, el vino se transforma en vinagre debido a la oxidación del etanol del vino en ácido acético. a) Escribe la ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar. b) Halla la cantidad máxima de ácido acético, en gramos, que puede obtenerse por la oxidación de 100 L de un vino de 11°, sabiendo que la densidad del etanol es 0,79 g/cm³. c) El rendimiento de la reacción de oxidación, si en realidad se obtienen sólo 410,30 g de ácido.



b) El dato de un vino de 11° significa que el vino contiene un 11 % en volumen de alcohol puro. Por tanto, en 100 L de vino hay:

$$V \text{ alcohol} = \frac{11}{100} \cdot 100 \text{ L} = 11 \text{ L}$$

$$\text{Luego: } m = d \cdot V = 0,79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 11 \text{ L} \frac{1000 \text{ cm}^3}{\text{L}} = 8690 \text{ g de alcohol que reacciona.}$$

Por tanto se cumple que:

$$\frac{n \text{ de C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{n \text{ de CH}_3\text{-COOH}}{1} \text{ y también:}$$

$$\frac{\frac{m}{M} \text{ de C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{\frac{m}{M} \text{ de CH}_3\text{-COOH}}{1}$$

Si la masa molar del alcohol es $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ y la del ácido $60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, entonces:

$$\frac{\frac{8690 \text{ g}}{46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{\frac{m}{60} \text{ de } \text{CH}_3\text{-COOH}}{1} \Rightarrow m = 11334,8 \text{ g de ácido}$$

$$\text{c) rendimiento} = \frac{410,30 \text{ g}}{11334,78 \text{ g}} \cdot 100 = 3,62 \%$$

26. ¿Qué diferencia hay entre el acetato de etilo y el acetato sódico?

El acetato de etilo es un éster y el acetato sódico es un carboxilato, es decir una sal formada por el catión sodio y el anión acetato.

27. La acidez de un aceite de oliva es de $0,4^\circ$. Expresa dicha acidez, en gramos de ácido oleico, de una botella de 1 L de aceite, sabiendo que la densidad del aceite es $0,92 \text{ g/cm}^3$.

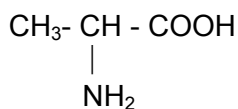
Un aceite de $0,4^\circ$ quiere decir que es un aceite cuya acidez es equivalente a $0,4 \text{ g}$ de ácido oleico en una muestra de 100 g de aceite.

$$\text{La masa de 1 L de aceite es: } m = d \cdot V = 0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1 \text{ L} \cdot \frac{1000 \text{ cm}^3}{\text{L}} = 920 \text{ g}$$

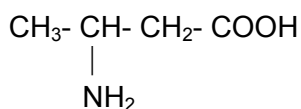
$$\text{Por tanto, la acidez es igual a: } \frac{0,4}{100} \cdot 920 \text{ g} = 3,68 \text{ g}$$

28. Contesta las siguientes preguntas: a) Escribe la fórmula de un aminoácido que no sea α -aminoácido y de otro que sí lo sea. b) ¿Es un polímero una proteína? c) Escribe la reacción química entre dos aminoácidos para formar un enlace peptídico.

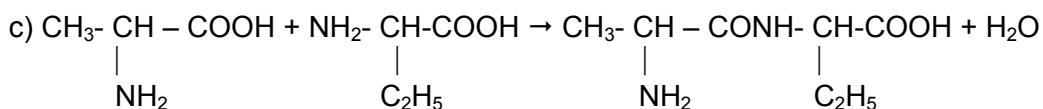
a) Un α -aminoácido es aquel que posee el grupo amino en el carbono contiguo del ácido, por ejemplo:



Un aminoácido que no sea α -aminoácido es, por ejemplo:



b) Sí es un polímero de origen natural.



INVESTIGA-PÁG. 202

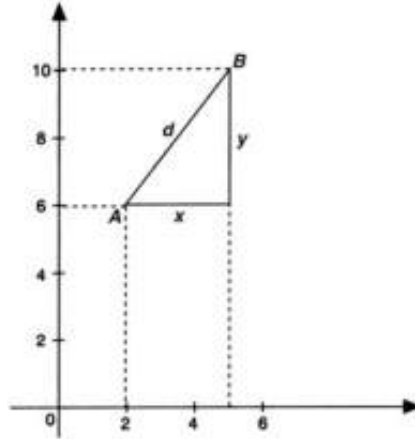
1. En la red hay muchas páginas virtuales sobre el aceite de oliva, puedes consultar www.aceitedeoliva.com y www.oliva.net. Realiza un trabajo monográfico en forma de presentación en Power Point sobre la obtención del aceite de oliva, los distintos tipos de aceites de oliva que hay en el mercado y las propiedades y aplicaciones más importantes del aceite de oliva.

Es una pregunta de tipo abierto, donde hay que utilizar el recurso informático del Power Point y hay que hacer varias diapositivas. En cada una de ellas hay que poner una foto aclarativa y se sigue la siguiente secuencia para realizar la presentación: obtención del aceite, los distintos tipos de aceite de oliva que hay, propiedades del aceite de oliva y aplicaciones del mismo.

UNIDAD 9: ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 205

1. ¿Qué distancia hay desde el punto de coordenadas cartesianas (2 m, 6 m) hasta el punto de coordenadas (5 m, 10 m)?



Aplicando el teorema de Pitágoras a las distancias indicada en la figura adjunta, se tiene:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (10 - 6)^2} = 5 \text{ m}$$

2. Un vehículo está a las 9 de la mañana en el km 10 de una carretera. Si a las 11 de la mañana está en el km 150, ¿cuál ha sido su velocidad media? Expresa esa cantidad en unidades del SI.

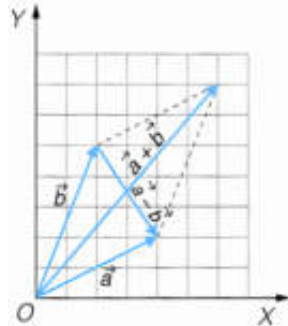
$$\text{La velocidad media es: } v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{150 \text{ km} - 10 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. ¿Tiene aceleración el extremo de la manecilla segundero de un reloj?

En cada instante se modifica la dirección del vector velocidad, por lo que existe una aceleración responsable de esa variación. Esa aceleración se denomina aceleración normal y va dirigida hacia el centro de la trayectoria.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 208

1. Calcula la suma y la diferencia de los vectores: $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ y $\vec{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$. Representa gráficamente esas operaciones.



El vector suma tiene por componentes la suma de las componentes correspondientes.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = (4+2)\vec{i} + (2+5)\vec{j} = 6\vec{i} + 7\vec{j}$$

El vector diferencia se determina restando a las componentes de un vector las del otro.

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (4-2)\vec{i} + (2-5)\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

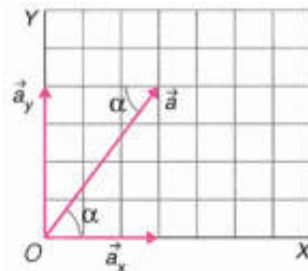
ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 215

2. Indica si existe aceleración y de qué tipo en los siguientes movimientos: una bola que rueda por un carril, un objeto que cae hacia la Tierra, un ascensor, los caballitos de un tiovivo, el vuelo de un ave.

El movimiento de un ascensor no tiene aceleración en la mayor parte de su recorrido. Una bola que rueda por un carril y un objeto que cae hacia la Tierra tienen aceleración tangencial. Los caballitos de un tiovivo tienen aceleración normal y el vuelo de un ave tiene aceleración tangencial y normal.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 220

1. Expresa en forma vectorial un vector que tiene por origen el origen de coordenadas y cuyas componentes son $a_x = 3$ unidades y $a_y = 4$ unidades. Calcula su módulo y el ángulo que forma con el eje de abscisas.



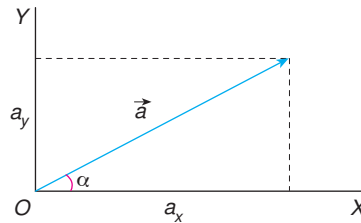
La expresión vectorial del vector es: $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ unidades

El módulo es: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ unidades

Cálculo del ángulo que forma con el eje X:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4 \text{ unidades}}{3 \text{ unidades}} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4}{3} = 53^\circ 7' 48''$$

2. Determina las componentes cartesianas de un vector que tiene su origen en el origen de coordenadas, 4 unidades de módulo y forma un ángulo de 60° con el eje de abscisas.



Las componentes del vector son:

$$a_x = a \cdot \cos \alpha = 4 \text{ unidades} \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ unidades}$$

$$a_y = a \cdot \operatorname{sen} \alpha = 4 \text{ unidades} \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = 3,46 \text{ unidades}$$

La expresión vectorial del vector es:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 2 \cdot \vec{i} + 3,46 \cdot \vec{j} \text{ unidades}$$

3. Un vector tiene por origen el punto A (1, - 2) y por extremo el punto B (7, - 3). Determina sus componentes cartesianas, su módulo, el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Para determinar sus componentes cartesianas se resta a las coordenadas del extremo las del origen.

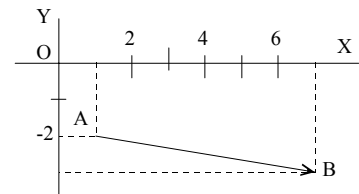
$$a_x = 7 - 1 = 6 \text{ unidades} ; a_y = -3 - (-2) = -1 \text{ unidades}$$

$$\text{Por tanto: } \vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 6 \cdot \vec{i} - \vec{j}$$

$$\text{Su módulo es: } a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{6^2 + (-1)^2} = 6,1 \text{ unidades}$$

El ángulo que forma con el eje de abscisas es:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-1}{6} \Rightarrow \alpha = -9,5^\circ$$



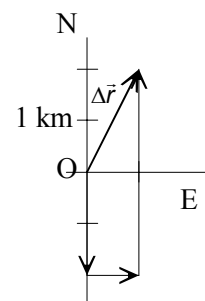
4. Una persona durante un paseo durante un paseo recorre 2 km hacia el sur, 1 km hacia el este y 4 km hacia el norte. Calcula la distancia recorrida y el módulo del vector desplazamiento.

La distancia recorrida es: $2 \text{ km} + 1 \text{ km} + 4 \text{ km} = 7 \text{ km}$

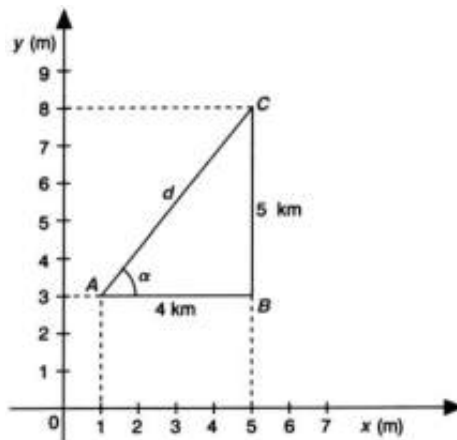
Si se hace coincidir el origen con la posición inicial de la persona, la posición final tiene por coordenadas: (1 km, 2 km).

El vector desplazamiento es: $\Delta \vec{r} = (1 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ km}$

$$\text{Y su módulo: } \Delta r = \sqrt{(1 \text{ km})^2 + (2 \text{ km})^2} = 2,24 \text{ km}$$



5. Una persona está situada en el punto de coordenadas (1,3), si camina 4 km en el sentido de la parte positiva del eje de las X y después, 5 km en el sentido de las Y positivas ¿a qué punto llega? Si ese recorrido lo hace por el camino más corto, indica los km que recorre y el rumbo que seguirá.



El explorador llega al punto C de coordenadas:
 $x = 1 \text{ km} + 4 \text{ km} = 5 \text{ km}$; $y = 3 \text{ km} + 5 \text{ km} = 8 \text{ km}$

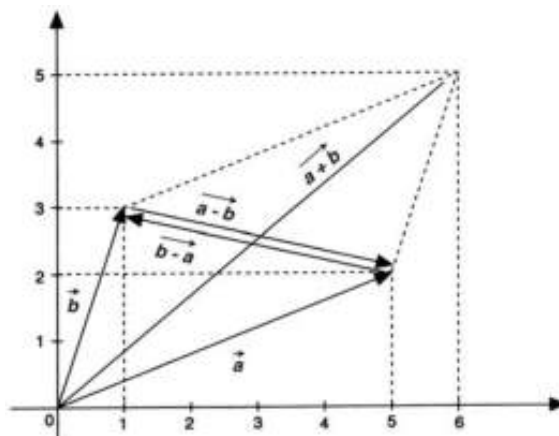
Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$d = \sqrt{(4 \text{ km})^2 + (5 \text{ km})^2} = 6,4 \text{ km}$$

El rumbo queda determinado por el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos A y B y el eje de las abscisas:

$$\text{tg } \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha = 51^\circ 20' 25''$$

6. Dados los vectores: $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ y $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$ represéntalos, en un sistema de ejes de coordenadas. Calcula los vectores: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{b} - \vec{a}$ y comprueba las operaciones gráficamente.

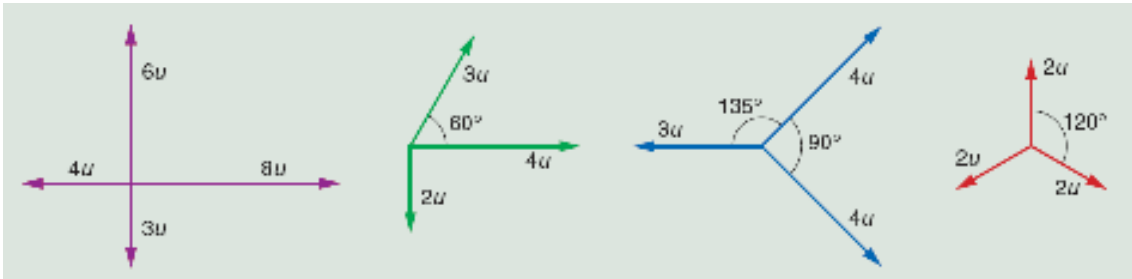


$$\vec{a} + \vec{b} = (5\vec{i} + 2\vec{j}) + (\vec{i} + 3\vec{j}) = 6\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (5\vec{i} + 2\vec{j}) - (\vec{i} + 3\vec{j}) = 4\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = (\vec{i} + 3\vec{j}) - (5\vec{i} + 2\vec{j}) = -4\vec{i} + \vec{j}$$

7. Suma los vectores de las figuras:



a) Sumando las componentes:

$$S_x = 8 - 4 = 4 \text{ unidades}; S_y = 6 - 3 = 3 \text{ u} \Rightarrow \vec{s}_{\text{suma}} = 4 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} \text{ unidades}$$

$$\text{De módulo: } |\vec{S}| = \sqrt{(4\text{u})^2 + (3\text{u})^2} = 5\text{u}$$

$$\text{Que forma un ángulo con el eje de las abscisas: } \varphi = \text{arc tg} \frac{S_y}{S_x} = \text{arc tg} \frac{3\text{u}}{4\text{u}} = 36^\circ 52' 12''$$

b) Descomponiendo el vector de módulo 3 u en componentes y sumando.

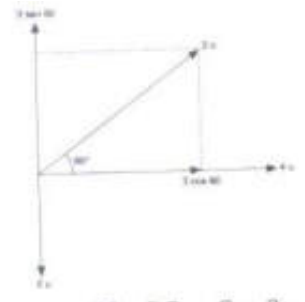
$$S_x = 4 + 3 \cdot \cos 60^\circ = 5,5 \text{ u}; S_y = 3 \cdot \sin 60 - 2 = 0,6 \text{ u}$$

$$\vec{s}_{\text{suma}} = 5,5 \cdot \vec{i} + 0,6 \cdot \vec{j} \text{ u}$$

$$\text{De módulo: } |\vec{S}| = \sqrt{(5,5\text{u})^2 + (0,6\text{u})^2} = 5,53\text{u}$$

Que forma un ángulo con el eje de las abscisas:

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{S_y}{S_x} = \text{arc tg} \frac{0,6\text{u}}{5,5\text{u}} = 6^\circ 13' 33''$$



c) Descomponiendo los vectores de módulo igual a 4 unidades en componentes y sumando.

$$S_x = 4 \cdot \cos 45^\circ + 4 \cdot \cos (-45^\circ) - 3 = 2,7 \text{ u}$$

$$S_y = 4 \cdot \sin 45^\circ + 4 \cdot \sin (-45^\circ) = 0$$

$$\vec{s}_{\text{suma}} = 2,7 \cdot \vec{i} \text{ u}$$

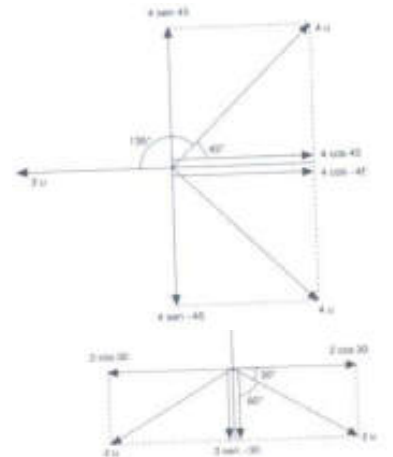
De modulo: $|\vec{S}| = 2,7 \text{ u}$, Situado sobre el eje de abscisas

d) Descomponiendo en componentes y sumando:

$$S_x = 2 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot \cos (-30^\circ) = 0$$

$$S_y = 2 + 2 \cdot \sin 210^\circ + 2 \cdot \sin (-30^\circ) = 0$$

La suma de los tres vectores es igual a cero.



8. Las ecuaciones paramétricas para el movimiento de una partícula son:

$x = t + 1$; $y = t^2$, escribe la expresión del vector de posición y determina la ecuación de la trayectoria.

El vector de posición en cualquier instante es: $\vec{r} = (t+1) \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j}$

La ecuación de la trayectoria se determina eliminando el tiempo en las ecuaciones en paramétricas:

$$\left. \begin{array}{l} x = t + 1 \\ y = t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow y = (x - 1)^2, \text{ que es la ecuación de una parábola.}$$

9. Las ecuaciones paramétricas del movimiento de una partícula son:
 $x = 4 - t$; $y = 2 \cdot t^2$, en unidades del SI. Determina la posición y los vectores de posición de la partícula en los instantes $t = 0$ s y $t = 5$ s. Calcula el vector desplazamiento entre los instantes dados. Indica la distancia entre las dos posiciones consideradas de la partícula.

a) Para determinar las posiciones de la partícula, basta sustituir el tiempo por sus valores en las ecuaciones en paramétricas.

$$x_0 = 4 - 0 = 4 \text{ m}, y_0 = 2 \cdot 0 = 0 \text{ m} \Rightarrow P_0 (4 \text{ m}, 0 \text{ m})$$

$$x_5 = 4 - 5 = -1 \text{ m}, y_5 = 2 \cdot 5^2 = 50 \text{ m} \Rightarrow P_5 (-1 \text{ m}, 50 \text{ m})$$

b) El vector de posición en cualquier instante es: $\vec{r}_t = (4 - t) \cdot \vec{i} + 2 \cdot t^2 \cdot \vec{j}$

Los vectores de posición se determinan sustituyendo el tiempo por su valor en los instantes considerados.

$$\text{En el instante inicial: } \vec{r}_0 = 4 \cdot \vec{i} \text{ m y en el instante final: } \vec{r}_5 = (-1 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

$$\text{El vector desplazamiento es: } \Delta \vec{r} = \vec{r}_5 - \vec{r}_0 = (-5 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

La distancia entre las posiciones consideradas es igual al módulo del vector desplazamiento.

$$\Delta r = |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(-5 \text{ m})^2 + (50 \text{ m})^2} = 50,25 \text{ m}$$

10. El vector de posición de una partícula queda determinado por la ecuación:
 $\vec{r}_t = 3 \cdot t \cdot \vec{i} + (2 \cdot t^2 + 3) \cdot \vec{j}$ en unidades del SI. Expresa el vector de posición en los instantes 0 y 5 segundos. Calcula el vector desplazamiento y su módulo entre los instantes anteriores. Determina la ecuación de la trayectoria.

a) Sustituyendo el valor del tiempo en la ecuación del vector de posición tenemos:

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot 0 \cdot \vec{i} + (2 \cdot 0 + 3) \cdot \vec{j} = 3 \cdot \vec{j} \text{ m}; \quad \vec{r}_5 = 3 \cdot 5 \vec{i} + (2 \cdot 5^2 + 3) \cdot \vec{j} = [15 \cdot \vec{i} + 53 \cdot \vec{j}] \text{ m}$$

c) Para calcular el vector desplazamiento basta restar los correspondientes vectores de posición.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_5 - \vec{r}_0 = [15 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j}] \text{ m y su módulo es: } |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(15 \text{ m})^2 + (50 \text{ m})^2} = 52,2 \text{ m}$$

b) Combinando las ecuaciones en paramétricas para eliminar el tiempo:

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \cdot t \\ y = 2 \cdot t^2 + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{x}{3}$$

$$\text{Y sustituyendo: } y = 2 \left(\frac{x}{3} \right)^2 + 3 = 2 \frac{x^2}{9} + 3 \Rightarrow y = \frac{2}{9} x^2 + 3$$

11. El movimiento de una partícula, en unidades del SI, queda definido por la ecuación:
 $\vec{r}_t = 3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot t \cdot \vec{j}$. Determina la ecuación de la trayectoria. Calcula el vector desplazamiento y su módulo entre los instantes $t = 0$ s y $t = 4$ s. ¿Coincide el módulo de ese vector con la distancia recorrida?

a) Expresando las ecuaciones en paramétricas y eliminando el tiempo:

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow x = 3 \text{ que es la ecuación de una línea recta.}$$

b) Para calcular el vector desplazamiento basta sustituir los correspondientes tiempos en la ecuación general del vector de posición.

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m}; \quad \vec{r}_4 = 3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 4 \cdot \vec{j} = [3 \cdot \vec{i} + 8 \cdot \vec{j}] \text{ m}$$

Restando los vectores anteriores se obtiene el vector desplazamiento.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_4 - \vec{r}_0 = 8 \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Y su módulo: $\Delta r = 8 \text{ m}$

La distancia recorrida coincide con el módulo del vector desplazamiento porque la trayectoria es una línea recta y no se producen cambios de sentido.

12. ¿Cuál es la ecuación del movimiento que corresponde a un objeto que se mueve con velocidad constante a lo largo del eje X? ¿Y si lo hace por el eje Y?

Si el objeto se mueve a lo largo del eje X la ecuación de su trayectoria es $y = 0$, si lo hace a lo largo del eje Y es $x = 0$.

13. Un automóvil tarda tres horas en realizar el viaje entre dos ciudades que distan 150 km y dos horas en regresar. Calcula el vector velocidad media en la ida y a la vuelta y para todo el recorrido y la rapidez media.

Supóngase que la trayectoria es una línea recta. Se elige un sistema de referencia con el observador situado en la ciudad A y el eje X coincidente con la recta que une las dos ciudades.

$$\vec{v}_{\text{mir}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{150 \cdot \vec{i} \text{ km}}{3 \text{ h}} = 50 \cdot \vec{i} \text{ km/h}; \quad \vec{v}_{\text{regresar}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{-150 \cdot \vec{i} \text{ km}}{2 \text{ h}} = -75 \cdot \vec{i} \text{ km/h}$$

En todo el recorrido el vector desplazamiento es cero por lo que: $\vec{v}_{\text{m total}} = 0 \text{ km/h}$

$$\text{Aplicando la definición de rapidez: rapidez} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{150 \text{ km} + 150 \text{ km}}{3 \text{ h} + 2 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 221

14. La ecuación del movimiento de una partícula es: $\vec{r}_t = 3 \cdot t^2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot t \cdot \vec{j}$, en unidades del SI. Determina el vector velocidad media y su módulo entre los instantes $t = 2 \text{ s}$ y $t = 5 \text{ s}$.

Los vectores de posición en esos instantes son:

$$\vec{r}_2 = 3 \cdot 2^2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 2 \cdot \vec{j} = (12 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}) \text{ m}; \quad \vec{r}_5 = 3 \cdot 5^2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 5 \cdot \vec{j} = (75 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

La velocidad media entre los instantes pedidos es:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_5 - \vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{(63 \cdot \vec{i} + 6 \cdot \vec{j}) \text{ m}}{3 \text{ s}} = (21 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y su módulo: $|\vec{v}_m| = \sqrt{(21 \text{ m/s})^2 + (2 \text{ m/s})^2} = 21,1 \text{ m/s}$

15. El movimiento de una partícula, en una dimensión y unidades SI, lo determina la ecuación: $x = 3 + 2 \cdot t - t^2$. Calcula la posición y los vectores de posición en los instantes: 0, 1, 2 segundos. Determina el vector velocidad media en los intervalos 0 s - 1 s; 1 s - 2 s y 0 s - 2s.

Sustituyendo el tiempo en la ecuación de la posición se obtiene las sucesivas posiciones.

$$x_0 = 3 + 2 \cdot 0 - 0 = 3 \text{ m}; x_1 = 3 + 2 \cdot 1 - 1^2 = 4 \text{ m}; x_2 = 3 + 2 \cdot 2 - 2^2 = 3 \text{ m}$$

Como el movimiento se realiza en línea recta los vectores de posición se calculan a partir de las posiciones multiplicándolas por un vector unitario en la dirección del eje X.

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m}; \vec{r}_1 = 4 \cdot \vec{i} \text{ m}; \vec{r}_2 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m}$$

Los vectores velocidad media pedidos son:

$$\vec{v}_{0 \rightarrow 1} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{\Delta t} = \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \vec{v}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = -\vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \vec{v}_{0 \rightarrow 2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{\Delta t} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El móvil va primero en un sentido y luego regresa por el mismo camino.

16. Una carrera ciclista consta de tres etapas. La primera etapa recorre una distancia 220 km y se corre a una velocidad media de 40 km/h, la segunda tarda en recorrerse 3 h y 25 min a una velocidad media de 36 km/h y la tercera es de 20 km y se corre a una velocidad de 30 km/h. Determina: la distancia que recorren los ciclistas, el tiempo total empleado y la velocidad media de todo el recorrido.

Aplicando a cada una de las etapas la ecuación de la velocidad media.

$$\text{Primera etapa: } t = \frac{d}{v} = \frac{220 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = 5,5 \text{ h} = 5 \text{ h } 30 \text{ min}$$

$$\text{Segunda etapa: } d = v \cdot t = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(3 \text{ h} + 25 \text{ min} \frac{\text{h}}{60 \text{ min}} \right) = 123 \text{ km}$$

$$\text{Tercera etapa: } t = \frac{d}{v} = \frac{20 \text{ km}}{30 \text{ km/h}} = 0,67 \text{ h} = 40 \text{ min}$$

La distancia total recorrida es: $d = 220 \text{ km} + 123 \text{ km} + 20 \text{ km} = 363 \text{ km}$

El tiempo empleado es: $t = 5 \text{ h } 30 \text{ min} + 3 \text{ h } 25 \text{ min} + 40 \text{ min} = 9 \text{ h } 35 \text{ min}$

$$\text{La velocidad media es: } t = \frac{d}{v} = \frac{363 \text{ km}}{9 \text{ h } 35 \text{ min}} = \frac{363 \text{ km}}{9,58 \text{ h}} = 37,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

17. Una persona sube una cuesta con una velocidad de 2 km/h y la baja con una velocidad de 6 km/h. Calcula la velocidad media para todo el recorrido.

Sea d la longitud de la cuesta, t_s el tiempo que tarda en subir y t_b el que tarda en bajar.

$$\text{velocidad media} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{2d}{t_s + t_b} = \frac{2d}{\frac{d}{2 \text{ km/h}} + \frac{d}{6 \text{ km/h}}} = \frac{2d}{\frac{4d}{6 \text{ km/h}}} = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

18. La posición de una partícula se determina con la ecuación: $x = t^2 + 5 \cdot t + 3$ en unidades del SI. Calcula la velocidad media en los intervalos: 5 s y 6 s; 5 s y 5,5 s; 5 s y 5,1 s; 5 s y 5,01 s; 5 s y 5,0001 s.

Determinando la posición y aplicando la definición de velocidad media, se tiene:

a) En el intervalo 5 s a 6 s: $x_6 = 6^2 + 5 \cdot 6 + 3 = 69$ m; $x_5 = 5^2 + 5 \cdot 5 + 3 = 53$ m

$$\Delta x = x_6 - x_5 = 69 \text{ m} - 53 \text{ m} = 16 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 6} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) En el intervalo 5 s a 5,5 s: $x_{5,5} = 5,5^2 + 5 \cdot 5,5 + 3 = 60,75$ m

$$\Delta x = x_{5,5} - x_5 = 60,75 \text{ m} - 53 \text{ m} = 7,75 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7,75 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 15,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) En el intervalo 5 s a 5,1 s: $x_{5,1} = 5,1^2 + 5 \cdot 5,1 + 3 = 54,51$ m

$$\Delta x = x_{5,1} - x_5 = 54,51 \text{ m} - 53 \text{ m} = 1,51 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,51 \text{ m}}{0,1 \text{ s}} = 15,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) En el intervalo 5 s a 5,01 s: $x_{5,01} = 5,01^2 + 5 \cdot 5,01 + 3 = 53,1501$ m

$$\Delta x = x_{5,01} - x_5 = 53,1501 \text{ m} - 53 \text{ m} = 0,1501 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,01} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,1501 \text{ m}}{0,01 \text{ s}} = 15,01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e) En el intervalo 5 s a 5,0001 s: $x_{5,0001} = 5,0001^2 + 5 \cdot 5,0001 + 3 = 53,0015$ m

$$\Delta x = x_{5,0001} - x_5 = 53,0015 \text{ m} - 53 \text{ m} = 0,0015 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,0001} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,0015 \text{ m}}{0,0001 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

19. ¿Es posible que un automóvil que viaja por una carretera con curvas lleve siempre la misma velocidad?

En un movimiento curvilíneo siempre hay aceleración normal que modifica la dirección del vector velocidad. Luego, no es posible que el vector velocidad sea constante. Lo que si puede ser posible es que el módulo del vector velocidad sea constante.

20. ¿Qué representan las magnitudes aceleración tangencial y aceleración normal? ¿Cómo se calculan esas magnitudes? Pon ejemplos de movimientos en los que exista solamente aceleración tangencial, solamente aceleración normal y los dos tipos de aceleraciones.

La aceleración tangencial es la responsable de la variación del módulo del vector velocidad y habitualmente se conoce como aceleración. Siempre que se modifica el módulo del vector velocidad hay aceleración tangencial. Es un vector tangente a la trayectoria y sentido el del movimiento si aumenta la velocidad y el contrario, si la velocidad disminuye.

Su módulo se determina mediante la relación entre la variación del módulo del vector velocidad y el tiempo que tarda en producirse.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración normal es la responsable del cambio de dirección del vector velocidad. Es un vector perpendicular a la trayectoria en cada punto y su sentido es hacia el centro de curvatura.

Su módulo, en un determinado instante, es igual a la relación entre el cuadrado del módulo del vector velocidad y el radio de curvatura de la trayectoria.

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Durante la caída de un objeto solamente hay aceleración tangencial. Aceleración normal es la que poseen los caballos de las atracciones de un tivivo. Los dos tipos de aceleraciones están presentes en el movimiento de un automóvil por una carretera.

21. La velocidad de un móvil, en unidades SI, respecto de un sistema de referencia queda determinada por la expresión: $\vec{v} = 6 \cdot t \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$. Determina el vector aceleración media y su módulo entre los instantes $t = 2$ s y $t = 4$ s.

Los valores de los respectivos vectores velocidad se determinan sustituyendo el tiempo en la ecuación del vector velocidad.

$$\vec{v}_2 = (6 \cdot 2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s} = (12 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}; \quad \vec{v}_4 = (6 \cdot 4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s} = (24 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Aplicando la definición de aceleración media: $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{12 \cdot \vec{i} \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 6 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$

Y su módulo: $a_m = |\vec{a}_m| = \sqrt{(6 \text{ m/s}^2)^2} = 6 \text{ m/s}^2$

22. Una partícula se mueve según la ecuación: $x = 3 \cdot t^2 + 2$ en unidades SI. Determina la expresión de la velocidad instantánea y su valor en el instante $t = 2$ s.

Para deducir la expresión de la velocidad instantánea se calcula la velocidad media entre dos instantes muy próximos en el tiempo: t y $t + \Delta t$.

$$x(t + \Delta t) = 3 \cdot (t + \Delta t)^2 + 2 = 3 \cdot t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2 + 2$$

$$x(t) = 3 \cdot t^2 + 2$$

La expresión del desplazamiento es: $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) = 6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2$

Aplicando la definición de velocidad media: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2}{\Delta t} = 6 \cdot t + 3 \cdot \Delta t$

Si los intervalos de tiempo son muy próximos, entonces Δt es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la velocidad instantánea es: $v = 6 \cdot t$, en unidades del SI

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido: $v_{t=2s} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m/s}$

23. Un automóvil alcanza una velocidad de 90 km/h a los 8 s de iniciado el movimiento, calcula su aceleración media. Si ahora reduce su velocidad hasta 54 km/h en 5 s, calcula su aceleración.

Las velocidades en unidades del SI son: 90 km/h = 25 m/s; 54 km/h = 15 m/s

Aplicando la definición de aceleración media, en ambos casos:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 3,1 \text{ m/s}^2; \quad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}^2$$

En el segundo caso la aceleración es negativa porque el vehículo se frena.

24. Considerando a la órbita terrestre como una circunferencia de 150 millones de km de radio, determina la velocidad y la aceleración, en m/s², con que la Tierra se mueve alrededor del Sol.

La Tierra recorre la longitud de la circunferencia en un año, por lo que su velocidad es:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{1 \text{ año}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ km}}{1 \text{ año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días} \cdot 24 \text{ h/día}} = 107 \ 589 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Que expresada en unidades del SI: $v = 107 \ 589 \text{ km/h} = 29 \ 886 \text{ m/s}$

Como el módulo de la velocidad es constante, la aceleración tangencial es igual a cero. Solo existe aceleración normal que modifica a la dirección del vector velocidad en cada instante.

$$\text{Su módulo es: } a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(29 \ 886 \text{ m/s})^2}{150 \cdot 10^9 \text{ m}} = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

25. Calcula la aceleración de un automóvil que toma una curva de 40 m de radio con una velocidad de 72 km/h.

Expresando la velocidad en unidades del SI: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

El vehículo está animado con una aceleración normal de módulo:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{40 \text{ m}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

26. Un automóvil arranca en un semáforo con una aceleración de 2 m/s². ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 54 km/h?

La velocidad en unidades del SI es: $v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

Aplicando la definición de aceleración media: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}; 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{15 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 7,5 \text{ s};$

27. Un móvil recorre una vía circular de 400 m de radio y arrancando desde el reposo alcanza una velocidad de 72 km/h a los 50 s de iniciado el movimiento. Desde ese instante conserva la velocidad anterior constante. ¿Cuál es el valor de la aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento? Calcula la aceleración normal, la aceleración total en el instante 50 s.

La velocidad máxima del móvil, expresada en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

a) En la primera etapa la aceleración tangencial es un vector de dirección la de la tangente a la trayectoria en cada punto y sentido el del movimiento, su módulo es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{50 \text{ s}} = 0,4 \text{ m/s}^2$$

En la segunda etapa la velocidad es constante y por ello la a_t es a igual a cero.

b) La aceleración normal es en cada instante un vector perpendicular a la trayectoria, es decir, de dirección la del radio y dirigido hacia el centro de la trayectoria y su módulo desde el final de la primera etapa permanece constante y su valor es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{400 \text{ m}} = 1 \text{ m/s}^2$$

La aceleración total es un vector que se obtiene sumando las componentes tangencial y normal y su módulo es:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(0,4 \text{ m/s}^2)^2 + (1 \text{ m/s}^2)^2} = 1,08 \text{ m/s}^2$$

28. El vector de posición de una partícula queda determinado por la expresión:
 $\vec{r} = (t^2 - 2 \cdot t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot t \cdot \vec{j}$ **en unidades del SI. Determina el vector de posición y la distancia al origen en los instantes $t = 1$ s y $t = 4$ s. Calcula el vector desplazamiento y su módulo. La expresión de la velocidad media y su módulo entre los instantes anteriores. La expresión y los valores de la velocidad y aceleración instantáneas en el instante $t = 4$ s.**

a) Para determinar los vectores de posición se sustituye el tiempo en la expresión del vector de posición.

$$\vec{r}_1 = (1^2 - 2 \cdot 1) \cdot \vec{i} + 3 \cdot 1 \cdot \vec{j} = (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m}; \quad \vec{r}_4 = (4^2 - 2 \cdot 4) \cdot \vec{i} + 3 \cdot 4 \cdot \vec{j} = (8 \cdot \vec{i} + 12 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

Las distancias al origen en esos instantes son iguales a los módulos de los correspondientes vectores de posición.

$$r_1 = \sqrt{(-1\text{m})^2 + (3\text{m})^2} = 3,2\text{m}; \quad r_4 = \sqrt{(8\text{m})^2 + (12\text{m})^2} = 14,4\text{m}$$

b) La expresión del vector desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_4 - \vec{r}_1 = (8 \cdot \vec{i} + 12 \cdot \vec{j}) \text{ m} - (-\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m} = (9 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

Y su módulo: $\Delta r = \sqrt{(9\text{m})^2 + (9\text{m})^2} = 12,7\text{m}$

c) Aplicando la definición de velocidad media: $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(9 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j}) \text{ m}}{4\text{s} - 1\text{s}} = (3 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$

Y su módulo: $v_m = \sqrt{(3\text{m/s})^2 + (3\text{m/s})^2} = 4,2\text{m/s}$

d) Para deducir la expresión del vector velocidad instantánea se calcula la velocidad media entre dos instantes muy próximos en el tiempo: t y $t + \Delta t$. Las expresiones de los vectores de posición en esos instantes son:

$$\vec{r}(t + \Delta t) = [(t + \Delta t)^2 - 2 \cdot (t + \Delta t)] \cdot \vec{i} + 3 \cdot (t + \Delta t) \cdot \vec{j} = (t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2 \cdot t - 2 \cdot \Delta t) \cdot \vec{i} + (3 \cdot t + 3 \cdot \Delta t) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{r}(t) = (t^2 - 2 \cdot t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot t \cdot \vec{j}$$

La expresión del vector desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = (2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \Delta t \cdot \vec{j}$$

Aplicando la definición de velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \Delta t \cdot \vec{j}}{\Delta t} = (2 \cdot t + \Delta t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

Si los intervalos de tiempo están muy próximos, entonces Δt es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = (2 \cdot t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} \text{ unidades del SI}$$

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido, resulta que:

$$\vec{v}_4 = (2 \cdot 4 - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} = (6 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Y su módulo: $v_4 = \sqrt{(6\text{m/s})^2 + (3\text{m/s})^2} = 6,7\text{m/s}$

e) Para deducir la expresión del vector aceleración instantánea se calcula la aceleración media entre dos instantes de tiempo muy próximos: t y $t + \Delta t$. Las expresiones de los vectores velocidad en esos instantes son:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = [2 \cdot (t + \Delta t) - 2] \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} = (2 \cdot t + 2 \cdot \Delta t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = (2 \cdot t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

La expresión de la variación del vector velocidad es: $\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = 2 \cdot \Delta t \cdot \vec{i}$

Aplicando la definición de aceleración media: $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \Delta t \cdot \vec{i}}{\Delta t} = 2 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$

En este caso la aceleración no es función del tiempo y su módulo es siempre:
 $a = 2 \text{ m/s}^2$.

29. La velocidad de un móvil en unidades del SI queda determinada por la expresión: $\vec{v} = (t^2 - 2) \cdot \vec{i}$. Calcula el vector aceleración media entre los instantes $t = 1 \text{ s}$ y $t = 3 \text{ s}$. Determina la aceleración instantánea en el instante $t = 3 \text{ s}$.

Para deducir la expresión del vector aceleración instantánea se calcula la aceleración media entre dos instantes de tiempo muy próximos: t y $t + \Delta t$. Las expresiones de los vectores velocidad en esos instantes son:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = [(t + \Delta t)^2 - 2] \cdot \vec{i} = (t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{v}(t) = (t^2 - 2) \cdot \vec{i}$$

La expresión de la variación del vector velocidad es: $\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = (2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2) \cdot \vec{i}$

Aplicando la definición de aceleración media: $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2) \cdot \vec{i}}{\Delta t} = (2 \cdot t + \Delta t) \cdot \vec{i}$

Si los intervalos de tiempo están muy próximos, entonces Δt es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la aceleración instantánea es:

$$\bar{a} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} \text{ en unidades del SI}$$

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido, resulta que: $\bar{a} = 2 \cdot 3 \cdot \vec{i} = 6 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$

INVESTIGA-PÁG. 222

1. Si en el enlace <http://www.youtube.com> buscas: moto gp vs formula 1, encontrarás videos en el que se comparan la velocidad y la aceleración que alcanzan de una moto GP y un automóvil de Fórmula 1 en el mismo circuito. ¿Qué aceleración desarrolla cada vehículo al pasar desde el reposo hasta alcanzar los 200 km/h?

La moto tarda 5,5 s en alcanzar los 200 km/h = 55,6 m/s y el automóvil lo hace en 3,5 s.

Las aceleraciones de los vehículos son:

$$a_{\text{moto}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55,6 \text{ m/s}}{5,5 \text{ s}} = 10,11 \text{ m/s}^2; a_{\text{coche}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55,6 \text{ m/s}}{3,5 \text{ s}} = 15,89 \text{ m/s}^2$$

2. En la enciclopedia wikipedia: <http://es.wikipedia.org/>, en la entrada <<Fuerza g>> encontrarás información sobre los efectos de la aceleración sobre las personas.

Aceleraciones muy elevadas producen sensación de miembros pesados, acumulación de la sangre en ciertas zonas del cuerpo, pérdida temporal de la visión e incluso pérdida de conocimiento y lesiones en las articulaciones y músculos.

UNIDAD 10: TIPOS DE MOVIMIENTOS

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 225

1. Comenta las siguientes afirmaciones:

- En general, la distancia recorrida por un móvil es mayor que el módulo de su desplazamiento.
- El desplazamiento que experimenta un móvil entre dos posiciones es independiente de su trayectoria.

a) Verdadero, la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta que coincide con el módulo del desplazamiento.

b) Verdadero, el desplazamiento solo depende de la posición inicial y final y es independiente de la trayectoria que siga el móvil.

2. Desde una ventana del colegio se lanza horizontalmente una pelota de tenis y en el mismo instante se deja caer un balón de baloncesto. ¿Cuál llegará antes al suelo?

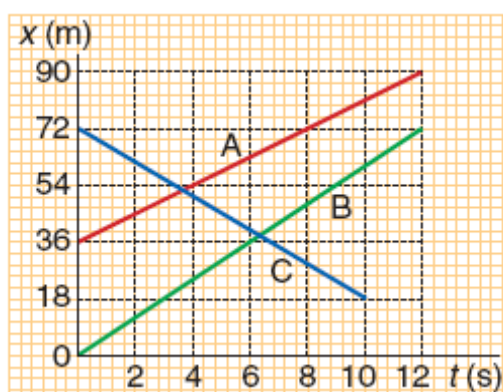
Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

3. Cuatro niños corren uno detrás de otro con velocidad constante y en línea recta. Si en un momento determinado el primero lanza verticalmente una pelota hacia arriba, ¿quién la recogerá?

La recoge el primero. La pelota, en el momento de abandonar la mano, lleva horizontalmente la velocidad del niño. Horizontalmente está animada por un movimiento con velocidad constante, por lo que está permanentemente en la vertical del niño que la lanza.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 226

1. Escribe la ecuación de la posición y la ecuación vectorial del movimiento para los movimientos rectilíneos representados en la figura adjunta.



La ecuación de la posición de un movimiento rectilíneo uniforme es:
 $x = x_0 + v \cdot t$

La posición inicial es igual a la ordenada en el origen y la velocidad es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

A) $x_0 = 36 \text{ m}$; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{90\text{m} - 36\text{m}}{12\text{s} - 0\text{s}} = 4,5\text{m/s}$; $x = 36 \text{ m} + 4,5 \text{ m/s} \cdot t$

B) $x_0 = 0 \text{ m}$; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{72\text{m} - 0\text{m}}{12\text{s} - 0\text{s}} = 6\text{m/s}$; $x = 6 \text{ m/s} \cdot t$

C) $x_0 = 72 \text{ m}$; $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18\text{m} - 72\text{m}}{10\text{s} - 0\text{s}} = -5,4\text{m/s}$; $x = 72 \text{ m} - 5,4 \text{ m/s} \cdot t$

La velocidad de este movimiento es negativa, ya que se acerca al origen de coordenadas.

Las ecuaciones vectoriales del movimiento se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del mismo. En este caso por el vector unitario \vec{i} .

$$\vec{x}_A = (36 \text{ m} + 4,5 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}; \quad \vec{x}_B = 6 \text{ m/s} \cdot t \cdot \vec{i}; \quad \vec{x}_C = (72 \text{ m} - 5,4 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}$$

2. Un móvil recorre una trayectoria rectilínea y pasa por la posición $x = 5 \text{ m}$ con una velocidad constante de 3 m/s . Calcula su posición el cabo de 10 s . Escribe las expresiones de los vectores de posición inicial y final, del vector velocidad y del vector desplazamiento.

La posición en cualquier instante es: $x = x_0 + v \cdot t = 5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot t$

La posición pedida es: $x_{10} = 5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 35 \text{ m}$

El vector de posición es: $\vec{x} = (5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}$

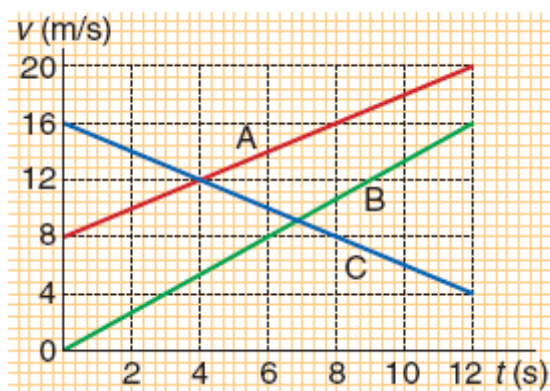
Y los vectores de posición pedidos son: $\vec{x}_0 = 5 \cdot \vec{i} \text{ m}$; $\vec{x}_{10} = 35 \cdot \vec{i} \text{ m}$

El vector velocidad: $\vec{v} = 3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$

Y el vector desplazamiento: $\Delta \vec{x} = \vec{x}_{10} - \vec{x}_0 = 30 \cdot \vec{i} \text{ m}$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 227

3. Escribe la ecuación vectorial de la velocidad para los movimientos representados en la figura adjunta.



La ecuación de la velocidad de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

La velocidad inicial es igual a la ordenada en el origen y la aceleración es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

$$A) v_0 = 8 \text{ m/s}; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2; v = 8 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$B) v_0 = 0 \text{ m/s}; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1,3 \text{ m/s}^2; v = 1,3 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$C) v_0 = 16 \text{ m/s}; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 \text{ m/s} - 16 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}^2; v = 16 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

La aceleración de este movimiento es negativa, ya que el móvil se frena.

Las ecuaciones vectoriales de la velocidad se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del movimiento. En este caso por el vector unitario \vec{i} .

$$\vec{v}_A = (8 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}; \vec{v}_B = 1,3 \text{ m/s}^2 \cdot t \cdot \vec{i}; \vec{v}_C = (16 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

4. Escribe las ecuaciones vectoriales de la velocidad de los siguientes movimientos de trayectoria rectilínea y represéntalos gráficamente.

a) Un móvil que lleva una velocidad constante de 5 m/s.

b) Un móvil lleva una velocidad de 36 km/h y acelera con $a = 2 \text{ m/s}^2$.

c) Un móvil que lleva una velocidad de 18 m/s se frena con una aceleración de 3 m/s^2 .

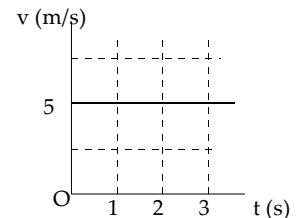
La ecuación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Para representar los movimientos gráficamente se construye la correspondiente tabla de valores que recoge los sucesivos valores de la velocidad en el transcurso del tiempo.

$$a) \vec{v} = 5 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

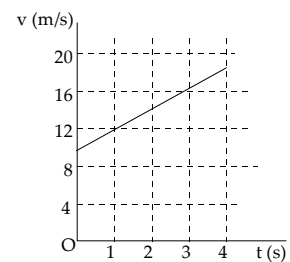
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	5	5	5	5	5



b) La velocidad inicial en el SI es: $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

$$\vec{v} = (10 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

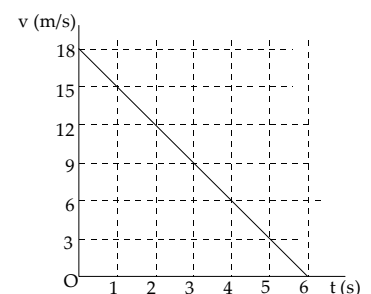
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	10	12	14	16	18



c) Como el móvil se frena, se considera que su aceleración es negativa.

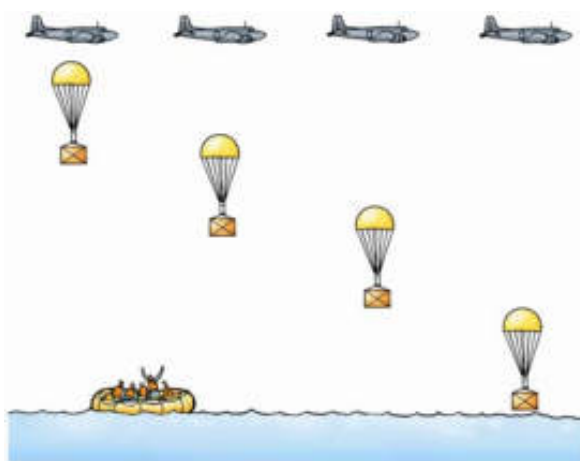
$$\vec{v} = (18 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
x (m)	18	15	12	9	6	3	0



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 232

5. Un avión que vuela horizontalmente deja caer un paquete con víveres a unos náufragos. Dibuja un esquema de la trayectoria que sigue el paquete y descríbela desde el punto de vista del piloto del avión y desde el de los náufragos.



Para el piloto el paquete describe una trayectoria rectilínea, y siempre está en su propia vertical. El paquete se mueve verticalmente con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, siendo su velocidad inicial igual a cero.

Para los náufragos, el movimiento del paquete se descompone en dos. Uno vertical uniformemente acelerado y otro horizontal uniforme. La composición de los dos movimientos obliga al paquete a describir una trayectoria parabólica.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 242

1. Un objeto realiza un movimiento uniformemente acelerado con aceleración constante. ¿Puede ser en algún instante su velocidad igual a cero?

Si puede ser su velocidad igual a cero en algún instante. Por ejemplo, un objeto lanzado verticalmente describe un movimiento uniformemente acelerado con velocidad constante y cuando llega al punto más elevado de su trayectoria su velocidad es igual a cero.

2. Desde la terraza de una casa se lanzan dos pelotas, una hacia arriba y otra hacia abajo, con la misma velocidad inicial. ¿Cuál de las dos llegará con mayor velocidad al suelo de la calle?

Llegan al suelo con la misma velocidad. La que va hacia arriba, vuelve a pasar por el punto de lanzamiento con la misma velocidad con que se lanzó pero con sentido hacia abajo.

3. Aplicando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado deduce la siguiente ecuación que relaciona las velocidades con la aceleración y la variación de la posición: $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

Las ecuaciones de la posición y de la velocidad en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado son: $v_f = v_0 + a \cdot t$; $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

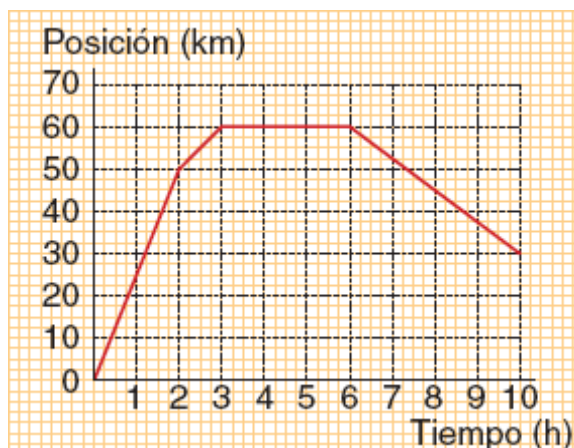
Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda: $t = \frac{v_f - v_0}{a}$

$$\Delta x = v_0 \frac{v_f - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{v_f - v_0}{a} \right)^2 = \frac{v_0 \cdot (v_f - v_0)}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v_f - v_0)^2}{a}$$

Operando: $2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot v_0 \cdot v_f - 2 \cdot v_0^2 + v_f^2 + v_0^2 - 2 v_f \cdot v_0$

Simplificando y ordenando: $v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

4. La gráfica adjunta representa la posición de un móvil respecto a un sistema de referencia en el transcurso del tiempo. Calcula la velocidad del móvil en cada uno de los tramos de la gráfica. Determina la distancia total recorrida por el vehículo. Si la trayectoria fuera una línea recta, determina el desplazamiento que experimenta el móvil.



a) Aplicando la definición de velocidad a cada tramo de la gráfica, se tiene:

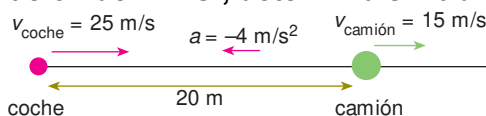
$$v_A = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{50 \text{ km} - 0 \text{ km}}{2 \text{ h} - 0 \text{ h}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} ; v_B = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km} - 50 \text{ km}}{3 \text{ h} - 2 \text{ h}} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_C = 0 \text{ (está parado el móvil)}; v_D = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{30 \text{ km} - 60 \text{ km}}{10 \text{ h} - 6 \text{ h}} = -7,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Distancia recorrida = 50 km + 10 km + 0 km + 30 km = 90 km

c) El desplazamiento total es: $\Delta x = x - x_0 = 30 \text{ km} - 0 \text{ km} = 30 \text{ km}$

5. En una noche de niebla, transita un camión, por una carretera recta y estrecha, con una velocidad constante de 54 km/h y detrás del camión, va un automóvil con una velocidad de 90 km/h. El conductor del coche no descubre al camión hasta que se encuentra a 20 m de él. Si en ese instante pisa el freno imprimiendo una aceleración de 4 m/s^2 , determina si habrá colisión.



Las velocidades de los vehículos en unidades de SI son:

$$v_{\text{coche}} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; v_{\text{camión}} = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

Se elige como origen del sistema de referencia la posición que ocupa el automóvil en el instante en el que el conductor descubre al camión. Las respectivas posiciones del automóvil y el camión, en cualquier instante, son:

$$e_{\text{camión}} = e_{0, \text{camión}} + v_{\text{camión}} \cdot t = 20 \text{ m} + 15 \text{ m/s} \cdot t$$

$$e_{\text{coche}} = e_{0, \text{coche}} + v_{0, \text{coche}} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 \text{ m} + 25 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-4 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

En el caso de que exista accidente los dos vehículos ocuparán la misma posición en el mismo instante.

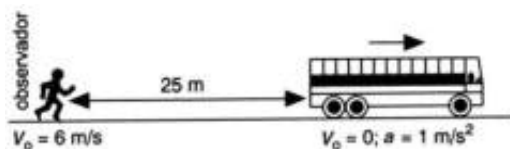
$$e_{\text{camión}} = e_{\text{coche}} \Rightarrow 20 \text{ m} + 15 \text{ m/s} \cdot t = 25 \text{ m/s} \cdot t - 2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$\text{Ordenando términos: } 2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 - 10 \text{ m/s} \cdot t + 20 \text{ m} = 0 \Rightarrow t^2 - 5t + 10 = 0$$

El discriminante de esta ecuación de segundo grado: $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 10 < 0$

La ecuación no tiene solución real y por tanto concluimos que no hay colisión, es decir, el automóvil reduce su velocidad hasta una cantidad menor que la del camión antes de alcanzarlo.

6. Un peatón camina con una velocidad de 6 m/s y ve a un autobús que está parado en un semáforo a 25 m. En ese instante, el autobús arranca con una aceleración de 1 m/s^2 . ¿Cogerá el peatón el autobús?



Se considera que el movimiento es de trayectoria rectilínea y se sitúa el origen en el punto en el que se encuentra el peatón al comienzo de la observación. El movimiento del peatón es uniforme y el del autobús uniformemente acelerado.

Aplicando las ecuaciones de la posición para ese tipo de movimientos, se tiene que las respectivas posiciones en cualquier instante son:

$$\text{peatón: } x_p = 6 \text{ m/s} \cdot t; \text{ autobús: } x_a = 25 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

El peatón alcanzará al autobús cuando ocupen la misma posición en el mismo instante.

$$x_p = x_a; 6 \text{ m/s} \cdot t = 25 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 - 12 \cdot t + 50 = 0$$

El discriminante de esta ecuación segundo grado:

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = -56 < 0$$

Es menor que cero, por lo que la ecuación no tiene solución real. Y se concluye que el peatón no alcanza nunca al autobús.

7. Un conductor transita por una carretera con una velocidad de 72 Km/h y ve que se enciende la luz ámbar de un semáforo situado a una distancia de 100 m . Si el semáforo tarda 2 s en cambiar a rojo y el coche frena con una aceleración de 2 m/s^2 , ¿crees que cometerá infracción?

La velocidad en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Aplicando la ecuación de la velocidad se determina el tiempo que tarda el coche en detenerse.

$$v = v_0 + a \cdot t; 0 = 20 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

En ese tiempo recorre una distancia:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m}$$

Aunque por el tiempo que tarda en pararse parecería que comete infracción, no la comete ya que se detiene en la misma posición en la que está colocado el semáforo.

8. Un automóvil va por una carretera recta a 90 km/h en un punto donde el límite de velocidad es 50 km/h. Un coche de la policía, parado en ese punto, arranca y lo persigue con una aceleración de $1,2 \text{ m/s}^2$. Calcula el tiempo que tarda la policía en darle alcance, la distancia recorrida y la velocidad en ese instante.

El movimiento del automóvil es uniforme y el del vehículo de la policía uniformemente acelerado.

$$v_{\text{automóvil}} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Situando el origen de referencia en el punto en que arranca la policía, se tiene que las posiciones de la policía y del automóvil en cualquier instante son:

$$e_{\text{automóvil}} = 25 \text{ m/s} \cdot t; e_{\text{policia}} = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$\text{Igualando las posiciones: } 25 \text{ m/s} \cdot t = 0,6 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

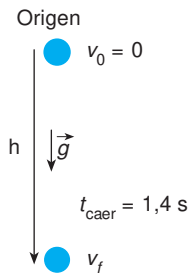
Ecuación que tiene dos soluciones: el instante inicial $t = 0 \text{ s}$ y $t = 41,7 \text{ s}$.

$$\text{Con lo que la distancia que recorren en: } e = 25 \text{ m/s} \cdot 41,7 \text{ s} = 1042,5 \text{ m} = 1,042 \text{ km.}$$

La velocidad del automóvil de la policía en ese instante es:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot 41,7 \text{ s} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$$

9. Desde la terraza de un edificio se deja caer, partiendo del reposo, una pelota de tenis que tiene una masa de 55 g. Si tarda 1,4 s en golpear contra el suelo, determina la altura de la terraza y la velocidad con que golpea la pelota contra el suelo. ¿Cómo se modifican las magnitudes anteriores si se deja caer un balón de baloncesto?



Se elige como sistema de referencia el punto de lanzamiento y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la ecuación de la posición, se tiene que la altura de la terraza es:

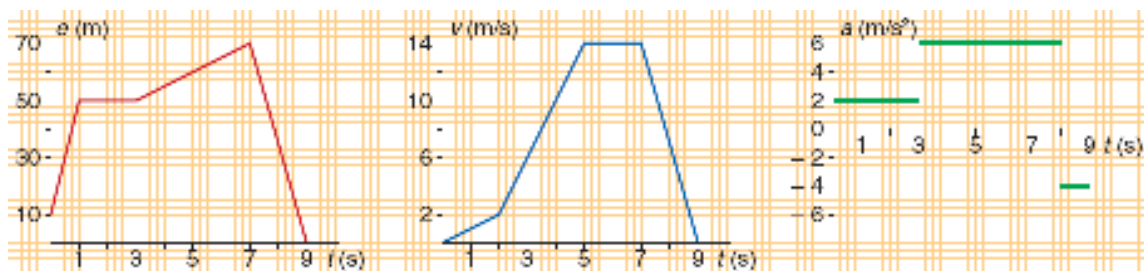
$$h = \Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (1,4 \text{ s})^2 = 5,8 \text{ m}$$

La velocidad con que la pelota golpea contra el suelo es:

$$v = v_0 + g \cdot t = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,4 \text{ s} = 13,7 \text{ m/s}$$

Las magnitudes anteriores no se modifican al dejar caer un objeto mayor, ya que todos los cuerpos caen en las proximidades de la superficie de la Tierra con la misma aceleración.

10. Interpreta cuantitativamente cada una de las gráficas adjuntas.



Para cada una de ellas, determina: la posición final del móvil, la distancia recorrida y el desplazamiento. En la gráfica de la velocidad el móvil parte desde el origen y en la de la aceleración arranca desde el origen y del reposo.

Las gráficas se analizan por tramos.

a) Gráfica posición→tiempo.

tramo a: $e_0 = 10 \text{ m}$, $e_f = 50 \text{ m}$, $\Delta e = e_f - e_0 = 40 \text{ m}$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{40 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

tramo b: $e_0 = 50 \text{ m}$, $e_f = 50 \text{ m}$, $\Delta e = e_f - e_0 = 50 \text{ m} - 50 \text{ m} = 0 \text{ m}$, $v = 0 \text{ m/s}$

tramo c: $e_0 = 50 \text{ m}$, $e_f = 70 \text{ m}$, $\Delta e = e_f - e_0 = 20 \text{ m}$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

tramo d: $e_0 = 70 \text{ m}$, $e_f = 0 \text{ m}$, $\Delta e = e_f - e_0 = -70 \text{ m}$, $v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{-70 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

El desplazamiento en total: $e_f - e_0 = 0 - 20 \text{ m} = -20 \text{ m}$

La distancia recorrida es: $30 \text{ m} + 0 \text{ m} + 20 \text{ m} + 70 \text{ m} = 120 \text{ m}$

b) Diagrama velocidad → tiempo.

tramo a: $v_0 = 0$, $v_f = 2 \text{ m/s}$, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 = 2 \text{ m},$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 0 \text{ m} + 2 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$\text{tramo b: } v_0 = 2 \text{ m/s}, v_f = 14 \text{ m/s}, a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 24 \text{ m};$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 2 \text{ m} + 24 \text{ m} = 26 \text{ m}$$

$$\text{tramo c: } v_0 = 14 \text{ m/s}, v_f = 14 \text{ m/s}, a = 0 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 14 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + 0 = 28 \text{ m}; e_f = e_0 + \Delta e = 26 \text{ m} + 28 \text{ m} = 54 \text{ m}$$

$$\text{tramo d: } v_0 = 14 \text{ m/s}, v_f = 0 \text{ m/s}, a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-14 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 14 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 7 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 = 14 \text{ m};$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 54 \text{ m} + 14 \text{ m} = 68 \text{ m}$$

En este caso la distancia recorrida coincide con el desplazamiento, ya que no hay cambios de sentido del movimiento.

c) Diagrama aceleración-tiempo.

$$\text{tramo a: } a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = 0 \text{ m/s}, v_f = v_0 + at = 0 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 6 \text{ m/s}$$

$$e_0 = 0, \Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 9 \text{ m};$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 0 \text{ m} + 9 \text{ m} = 9 \text{ m}$$

$$\text{tramo b: } a = 6 \text{ m/s}^2, v_0 = 6 \text{ m/s}, v_f = v_0 + a \cdot t = 6 \text{ m/s} + 6 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 36 \text{ m/s}$$

$$e_0 = 9 \text{ m}, \Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 6 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 105 \text{ m};$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 9 \text{ m} + 105 \text{ m} = 114 \text{ m}$$

$$\text{tramo c: } a = -4 \text{ m/s}^2, v_0 = 36 \text{ m/s}, v_f = v_0 + a \cdot t = 36 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 32 \text{ m/s}$$

$$e_0 = 124 \text{ m}, \Delta e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 36 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ s})^2 = 34 \text{ m}$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 114 \text{ m} + 34 \text{ m} = 148 \text{ m}$$

11. Determina las ecuaciones de un movimiento uniformemente variado sabiendo que: la aceleración es 8 m/s^2 ; la velocidad se anula para $t = 3 \text{ s}$ y el móvil pasa por el origen de coordenadas en el instante $t = 11 \text{ s}$.

En primer lugar se determinan las constantes del movimiento.

$$\text{La velocidad se anula en el instante } 3 \text{ s: } v_3 = v_0 + a \cdot t; 0 = v_0 + 8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} \Rightarrow v_0 = -24 \text{ m/s}$$

Como pasa por el origen en el instante 11 s.

$$e_{11} = e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; 0 = e_0 + (-24 \text{ m/s}) \cdot 11 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ m/s}^2 \cdot (11 \text{ s})^2 \Rightarrow e_0 = -220 \text{ m}$$

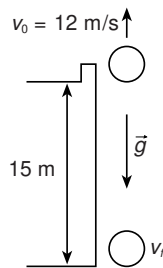
Las ecuaciones de la velocidad y posición en cualquier instante son:

$$v = v_0 + a \cdot t = -24 \text{ m/s} + 8 \text{ m/s}^2 \cdot t;$$

$$e = e_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = -220 \text{ m} - 24 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 243

12. Desde una ventana de una casa que está a 15 m del suelo se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 12 m/s. Determina la altura máxima que alcanza, el tiempo que tarda en golpear contra el suelo y la velocidad en ese instante.



Se elige un sistema de referencia con el origen en el suelo, el eje Y la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.

a) La pelota alcanza su máxima altura cuando su velocidad se anula.

$$v = v_0 + g \cdot t; 0 = 12 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t \Rightarrow t = 1,2 \text{ s}$$

Sustituyendo en la ecuación de la posición:

$$y_{\text{máxima}} = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 15 \text{ m} + 12 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) (1,2 \text{ s})^2 = 22,3 \text{ m}$$

b) Aplicando la ecuación de la posición y como $y_{\text{suelo}} = 0 \text{ m}$, tenemos:

$$y_{\text{suelo}} = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2; 0 = 15 \text{ m} + 12 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) t^2$$

Despejando, el tiempo que está en el aire es: $t = 3,4 \text{ s}$

c) Sustituyendo en la ecuación de la velocidad:

$$v_{\text{suelo}} = v_0 + g \cdot t = 12 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 3,4 \text{ s} = -21,3 \text{ m/s}$$

De signo negativo, ya que su sentido es hacia abajo.

13. La posición de una partícula queda determinada por la ecuación: $x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10$. Representa las gráficas $x \rightarrow t$; $v \rightarrow t$ y $a \rightarrow t$.

Comparando la ecuación del movimiento con la ecuación general de la posición:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

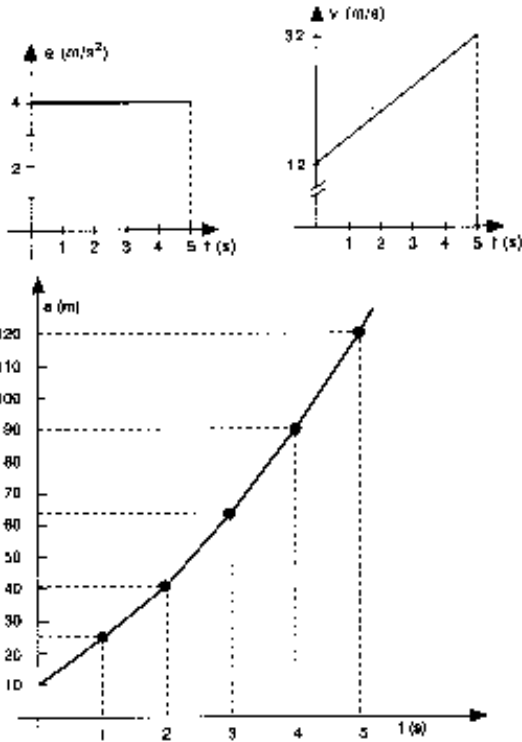
Se determinan las constantes del movimiento:

$$x_0 = 10 \text{ m}, v_0 = 12 \text{ m/s}, a = 4 \text{ m/s}^2$$

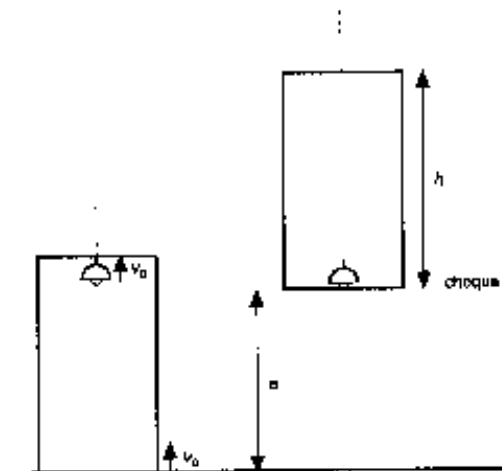
Aplicando las ecuaciones del movimiento, se construye una tabla de valores:

$$x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10, a = 4 \text{ y } v = 12 + 4 \cdot t$$

t(s)	a(m/s ²)	v(m/s)	x(m)
0	4	12	10
1	4	16	24
2	4	20	42
3	4	24	64
4	4	28	90
5	4	32	120



14. Un ascensor asciende con una velocidad de 2 m/s . En un instante se suelta una lámpara que cuelga del techo. Calcula el tiempo que tarda en chocar contra el suelo del ascensor. Resuelve el mismo ejercicio cuando el ascensor está parado y cuando baja con la misma velocidad.



Se sitúa un observador fuera del ascensor, que elige como origen de un sistema de referencia la posición que ocupa el suelo del ascensor en el instante en el que se suelta la lámpara.

Sea h la altura del ascensor y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba. El movimiento del suelo es rectilíneo uniforme y el de la lámpara es rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del suelo y de la lámpara en cualquier instante son:

$$y_{\text{suelo}} = 0 + v_{0, \text{suelo}} \cdot t; \quad y_{\text{lámpara}} = h + v_{0, \text{lámpara}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$$

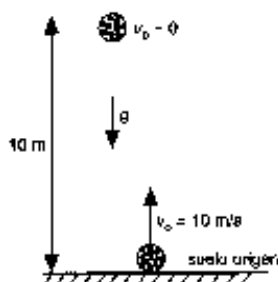
En el instante del choque la lámpara y el suelo tienen la misma posición.

$$y_{\text{suelo}} = y_{\text{lámpara}}; \quad v_{0, \text{suelo}} \cdot t = h + v_{0, \text{lámpara}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$$

Tanto si sube como si baja el ascensor, la velocidad inicial de la lámpara coincide con la del suelo por lo que el tiempo es el mismo en todos los casos:

$$0 = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

15. Se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad de 10 m/s. En ese instante, se deja caer otra, partiendo del reposo, desde 10 m de altura. Calcula el punto de encuentro y la velocidad de las pelotas en el momento del choque.



Se elige como origen de un sistema de referencia el suelo y el eje Y la vertical. Los movimientos de las pelotas son rectilíneos uniformemente acelerados.

Aplicando la ecuación de la posición, asignando el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba y aproximando el valor de la aceleración de la gravedad a 10 m/s^2 , se tiene que las posiciones en cualquier instante son:

$$y_{\text{sube}} = 0 \text{ m} + 10 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2; \quad y_{\text{baja}} = 10 \text{ m} + 0 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

Las pelotas se encuentran cuando ocupan la misma posición en el mismo instante:

$$y_{\text{sube}} = y_{\text{baja}}; \quad 10 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 10 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

Despejando el tiempo que tardan en chocar es: $t = 1 \text{ s}$;

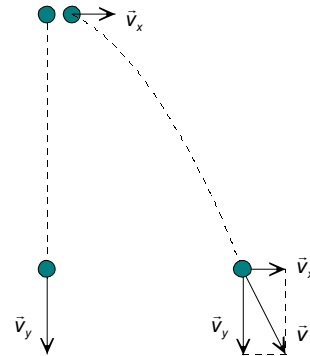
$$y_{\text{choque}} = 10 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m del suelo.}$$

Las velocidades de las pelotas, en ese instante, son:

$$v_{\text{sube}} = v_0 + g \cdot t = 10 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 0, \text{ está en el punto más alto de su trayectoria.}$$

$$v_{\text{baja}} = v_0 + g \cdot t = 0 - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = -10 \text{ m/s}, \text{ va hacia abajo.}$$

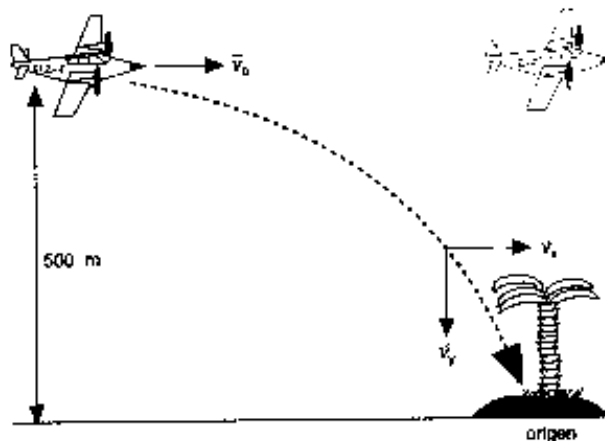
16. Desde la terraza de un edificio se deja caer una pelota y en el mismo instante se lanza otra horizontalmente. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál de las dos golpea al suelo con mayor velocidad?



Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

Si embargo la velocidad con la que llegan al suelo es mayor para la pelota que se lanza horizontalmente, ya que su velocidad posee una componente horizontal que no tiene la que se lanza verticalmente.

17. Un avión de socorro vuela horizontalmente y con velocidad constante de 90 m/s a una altura de 500 m. Calcula a qué distancia de unos náufragos debe soltar un paracaídas con víveres, para que llegue a su destino.



Se elige un sistema de referencia con su origen de coordenadas en la posición de los náufragos, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento de la bolsa se puede descomponer en un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical uniformemente acelerado. Se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen su sentido hacia arriba y se aproxima el valor de la aceleración de la gravedad a 10 m/s^2 .

Aplicando la ecuación de la posición, se determina el tiempo que tarda la bolsa en caer:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2; \quad 0 \text{ m} = 500 \text{ m} + 0 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

En este tiempo, la bolsa se víveres se ha trasladado horizontalmente una distancia:

$$x = v_x \cdot t = 90 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 900 \text{ m}$$

Hay que soltar la bolsa 900 m antes de la vertical de los náufragos.

18. El caño de una fuente situado a 70 cm del suelo lanza un chorro de agua horizontalmente que golpea en el suelo a 1 m de la base de la fuente. Calcula la velocidad con la que sale el agua y con la que llega al suelo.

Se elige un sistema de referencia con el origen el caño de la fuente, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del chorro de agua se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Si se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo, la posición de las gotas de agua en cualquier instante es:

$$x = v_{0x} \cdot t; \quad y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Cuando el agua llega al suelo, su posición es $y = y_{\text{suelo}} = 0,70 \text{ m}$

$$0,70 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0,38 \text{ s}$$

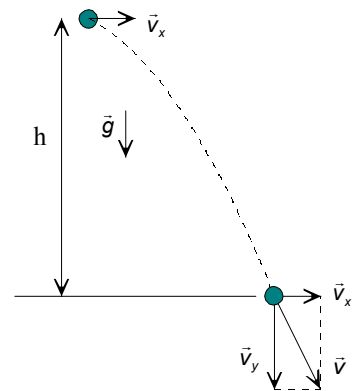
Y sustituyendo en la posición horizontal: $x = v_{0x} \cdot t$; $1 \text{ m} = v_{0x} \cdot 0,38 \text{ s} \Rightarrow v_{0x} = 2,63 \text{ m/s}$

b) Las componentes de la velocidad en el momento de golpear con el suelo son:

$$v_x = v_{0x} = 2,63 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,38 \text{ s} = 3,72 \text{ m/s}$$

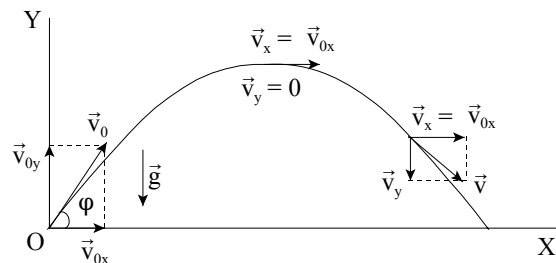
$$\text{El módulo de la velocidad es: } v = \sqrt{(2,63 \text{ m/s})^2 + (3,72 \text{ m/s})^2} = 4,6 \text{ m/s}$$



19. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60° y una velocidad de 50 m/s. Calcula altura máxima sobre el suelo, el alcance y la velocidad en el punto más alto de la trayectoria.

Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto de lanzamiento, el eje X paralelo al suelo y el eje Y la vertical.

El movimiento de la pelota se puede descomponer en un movimiento horizontal rectilíneo uniforme y otro, vertical rectilíneo uniformemente acelerado. Las condiciones iniciales son:



Movimiento horizontal: $x_0 = 0 \text{ m}$; $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \varphi$; $a_x = 0$

Movimiento vertical: $y_0 = 0 \text{ m}$; $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \varphi$; $a_y = -g$

La velocidad de la pelota en cualquier instante es: $v_x = v_0 \cdot \cos \varphi$; $v_y = v_0 \cdot \sin \varphi - g \cdot t$

La posición de la pelota en cualquier instante es:

$$x = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t; \quad y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

a) La máxima altura se consigue cuando la componente vertical de la velocidad sea igual a cero.

$$v_y = v_0 \cdot \sin \varphi - g \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \varphi}{g} = \frac{50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 4,42 \text{ s}$$

Al cabo de este tiempo la posición vertical de la pelota es:

$$y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ \cdot 4,42 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (4,42 \text{ s})^2 = 95,66 \text{ m}$$

b) La pelota golpea contra el suelo cuando su posición vertical es igual a cero.

$$y = v_0 \cdot \sin \varphi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2; 0 = 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$\text{Con dos soluciones: } t_1 = 0 \text{ y } t_2 = \frac{2 \cdot 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 8,84 \text{ s}$$

Que son el instante inicial y el tiempo de vuelo.

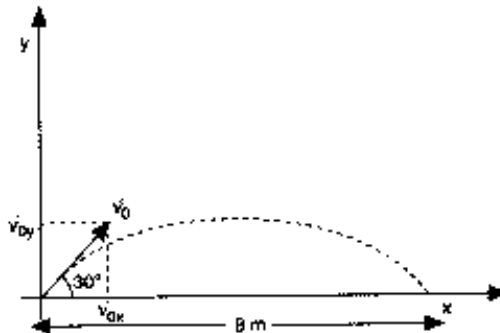
Durante este tiempo, la pelota se traslada una distancia:

$$x = v_0 \cdot \cos \varphi \cdot t = 50 \text{ m/s} \cdot \cos 60^\circ \cdot 8,84 \text{ s} = 221 \text{ m}$$

c) En el punto más elevado de la trayectoria, la velocidad solamente tiene componente horizontal.

$$v = v_x = v_0 \cdot \cos \varphi = 50 \text{ m/s} \cdot \cos 60^\circ = 25 \text{ m/s}$$

20. Un saltador de longitud salta 8 m cuando lo hace con un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto saltaría, en las mismas condiciones, si lo hiciera con un ángulo de 45°?



Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto de salto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Prescindiendo de la fricción con el aire el movimiento del saltador se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del saltador en cualquier instante es:

$$x = v_{0x} \cdot t; y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$$

Al volver al suelo, la posición x es igual a 8 m y la y es igual a 0 m. Sustituyendo se tiene:

$$\left. \begin{aligned} 8 &= v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 0 &= v_0 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 8 &= v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 5 \cdot t &= v_0 \cdot \sin 30^\circ \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro la segunda ecuación entre la primera, se tiene el tiempo que dura el salto.

$$\frac{v_0 \cdot \sin 30^\circ}{v_0 \cdot t \cdot \cos 30^\circ} = \frac{5 \times t}{8}; \quad \frac{8}{5} \operatorname{tg} 30^\circ = t^2 \Rightarrow t = 0,96 \text{ s}$$

Y la velocidad inicial con que se efectúa el salto es:

$$v_0 = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^\circ \cdot t} = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^\circ \cdot 0,96 \text{ s}} = 9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora se calcula la longitud del salto en caso de que lo haga con un ángulo de 45° . Para ello, si se iguala a cero la nueva ecuación de la posición en el eje Y, se obtiene el tiempo que dura el salto.

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2; \quad 0 \text{ m} = 9,6 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Que tiene dos soluciones una $t_1 = 0$ que es el instante inicial y otra $t_2 = 1,36 \text{ s}$ que es lo que dura el salto.

Sustituyendo en la ecuación de la posición en el eje X:

$$x = v_{0x} \cdot t = 9,6 \text{ m/s} \cdot \cos 45^\circ \cdot 1,36 \text{ s} = 9,23 \text{ m}$$

21. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, y al llegar al extremo lleva una velocidad de 10 m/s . La altura del edificio es de 60 m y la anchura de la calle es de 30 m . Escribe la ecuación de la trayectoria. ¿Dónde golpeará primero, contra el suelo o contra la pared opuesta?

Se elige un sistema de referencia con el origen de coordenadas el punto en el que la pelota abandona el tejado, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

Se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo. Las posiciones del suelo y de la pared son:

$$y_{\text{suelo}} = 60 \text{ m}; \quad x_{\text{pared}} = 30 \text{ m}$$

El movimiento de la pelota se puede descomponer en dos, uno horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Las ecuaciones de las distintas magnitudes de estos movimientos son:

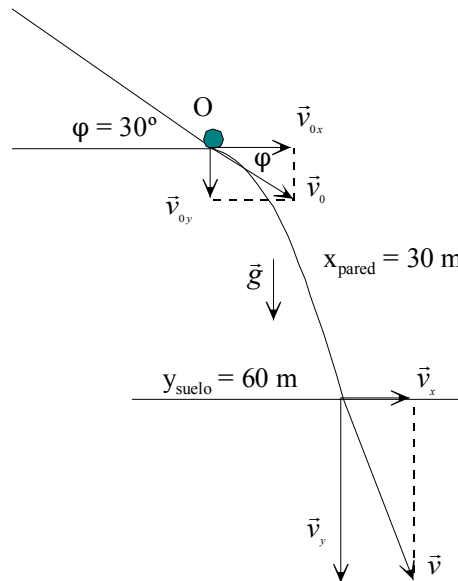
$$a_x = 0; \quad v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \varphi = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ$$

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ \cdot t$$

$$a_y = g = 9,8 \text{ m/s}^2; \quad v_y = v_{0y} + a_y \cdot t = v_0 \cdot \sin \varphi + g \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 = 10 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

a) La ecuación de la trayectoria se determina eliminando el tiempo entre las dos ecuaciones de la posición.



$$x = 10 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{8,66}$$

$$y = 5 \cdot t + 4,9 \cdot t^2 = 5 \cdot \frac{x}{8,66} + 4,9 \left(\frac{x}{8,66} \right)^2 = 0,5774 \cdot x + 0,0653 \cdot x^2$$

Que corresponde a la ecuación de una parábola.

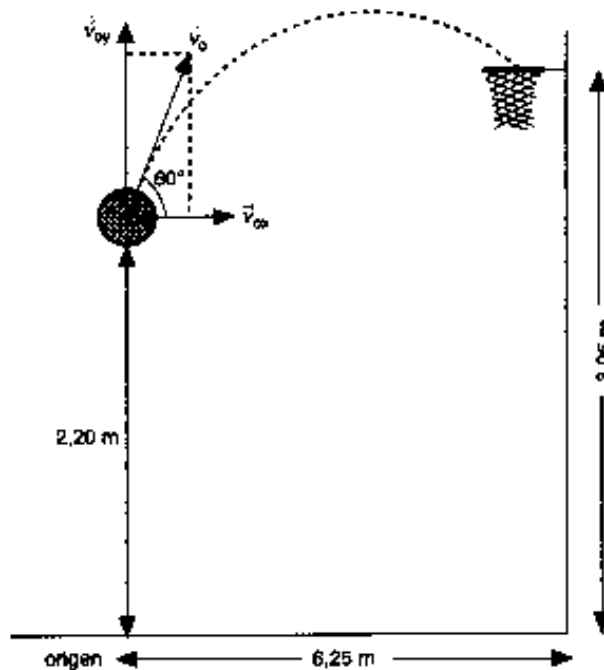
b) Para saber si chocará antes con el suelo o con la pared opuesta basta determinar el valor de la coordenada y para $x = 30 \text{ m}$.

Sustituyendo en la ecuación de la trayectoria:

$$y = 0,5774 \cdot 30 + 0,0653 \cdot (30)^2 = 76,09 \text{ m}$$

Como el suelo está en la coordenada $y = 60 \text{ m}$, la pelota choca antes contra este que contra la pared.

22. Un jugador de baloncesto desea conseguir una canasta de 3 puntos. La canasta está situada a una altura de 3,05 m desde el suelo y la línea de tres puntos a 6,25 m de la canasta. Si el jugador lanza desde una altura de 2,20 sobre el suelo y con un ángulo de 60° , calcula la velocidad inicial del balón para conseguir canasta.



Se elige un sistema de referencia con el origen en los pies del jugador, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del balón se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical, rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del balón en cualquier instante es:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t;$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2,20 \text{ m} + v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t + \frac{1}{2} (-g) \cdot t^2$$

Para conseguir canasta se tiene que cumplir que cuando la coordenada x del balón es igual a 6,25 m, en ese mismo instante la altura sobre el suelo es 3,05 m.

$$x = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t = 6,25 \text{ m}$$

$$y = 2,20 \text{ m} + v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t + \frac{1}{2} (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 3,05 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t = 0,85 \text{ m} + 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{0,85 + 4,9 t^2}{6,25} \Rightarrow t = 1,43 \text{ s}$$

Que sustituido en la ecuación de la posición horizontal:

$$x = 6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t; 6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot 1,43 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 8,7 \text{ m/s}$$

23. Una rueda de bicicleta de 45 cm de radio, gira 180 veces cada minuto, calcula: la frecuencia, el período, la velocidad angular de la rueda y la velocidad del ciclista.

Se expresan las magnitudes en unidades del SI:

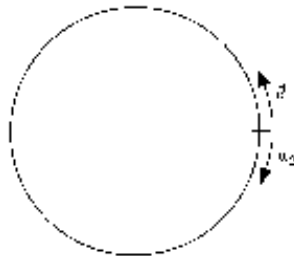
$$R = 0,45 \text{ m}; \nu = 180 \text{ r.p.m.} = \frac{180 \text{ r.p.m.}}{60 \text{ s/min}} = 3 \text{ Hz}$$

Aplicando las relaciones entre las diferentes magnitudes, se tiene:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3 \text{ Hz}} = \frac{1}{3} \text{ s}; \omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 6 \pi \text{ rad/s};$$

$$v = \omega \cdot R = 6 \pi \text{ rad/s} \cdot 0,45 \text{ m} = 8,5 \text{ m/s} = 30,5 \text{ km/h}$$

24. Dos móviles describen una trayectoria circular y salen del mismo punto, en sentidos opuestos con velocidades de $\pi/8$ y $\pi/4$ rad/s. ¿En qué punto se encuentran?



El ángulo que describe cada uno de los móviles es:

$$\varphi_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t; \varphi_2 = \pi/4 \text{ rad/s} \cdot t$$

Entre los dos móviles recorren 2π rad, por tanto:

$$2\pi \text{ rad} = \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t + \pi/4 \text{ rad/s} \cdot t$$

Simplificando: $2 \text{ rad} = (1/8 \text{ rad/s} + 1/4 \text{ rad/s}) \cdot t \Rightarrow t = 16/3 \text{ s}$, tardan en encontrarse.

El ángulo descrito por el primero es: $\varphi_1 = \omega_1 \cdot t_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot 16/3 \text{ s} = 2 \pi/3 \text{ rad}$

25. Una bicicleta recorre 10 km en media hora con velocidad constante. Si el diámetro de cada rueda es igual a 90 cm, calcula: el número de vueltas que da una rueda, el ángulo barrido por un radio; el período de la rueda; la velocidad angular de un radio.

Se expresan las magnitudes en unidades del SI: $v = 20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}$; $R = 0,45 \text{ m}$

$$\text{vueltas} = \frac{\text{distancia}}{\text{longitud circunferencia}} = \frac{10\,000\text{ m}}{2\pi \cdot 0,45\text{ m/vuelta}} = 3536,8\text{ vueltas}$$

Ángulo barrido: $\varphi = n \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad} = 3536,8 \text{ vueltas} \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad/vuelta} = 22222,2 \text{ rad}$

$$T = \frac{\text{tiempo}}{\text{número vueltas}} = \frac{30 \text{ min} \cdot 60 \text{ s/min}}{3536,8 \text{ vueltas}} = 0,5 \text{ s}; \quad \omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0,5 \text{ s}} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

26. Una partícula, inicialmente en reposo, describe una circunferencia de 0,5 m de radio y alcanza 300 rpm en 5 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.

La frecuencia del movimiento es: $\nu = 300 \text{ rpm} = 300 \text{ rpm} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5 \text{ Hz}$

La velocidad angular final es: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 10 \cdot \pi \text{ rad/s}$

Aplicando la definición de aceleración angular: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10 \cdot \pi \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$

Y la aceleración tangencial es: $a = \alpha \cdot R = 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = \pi \text{ m/s}^2$

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 25 \cdot \pi \text{ rad}$$

Y el número de vueltas: $\text{número vueltas} = 25 \cdot \pi \text{ rad} \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 12,5 \text{ vueltas}$

27. Una partícula que describe una circunferencia de 0,5 m de radio a 1200 rpm, frena y se detiene en 6 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.

La frecuencia del movimiento es: $\nu = 1200 \text{ rpm} = 1200 \text{ rpm} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 20 \text{ Hz}$

La velocidad angular inicial es: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 40 \cdot \pi \text{ rad/s}$

Aplicando la definición de aceleración angular: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 40 \cdot \pi \text{ rad/s}}{6 \text{ s}} = -6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$

Y la aceleración tangencial es: $a = \alpha \cdot R = -6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = -3,3 \cdot \pi \text{ m/s}^2$

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 40 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot 6 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2) \cdot (6 \text{ s})^2 = 120 \cdot \pi \text{ rad}$$

Y el número de vueltas: $\text{número vueltas} = 120 \cdot \pi \text{ rad} \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 60 \text{ vueltas}$

28. Un automóvil que lleva una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene después de recorrer 40 m. Si las ruedas tienen un diámetro de 50 cm, calcula: la aceleración angular supuesta constante, el tiempo que tarda en pararse, el número de vueltas que dan las ruedas y el ángulo que describen.

La velocidad en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ y el radio $R = 0,25 \text{ m}$

Aplicando la ecuación que relaciona la velocidad inicial con la velocidad vinal y la distancia, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta e; \quad 0 \text{ m/s} - (20 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot a \cdot 40 \text{ m} \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

El tiempo que tarda en detenerse se obtiene aplicando la ecuación de la velocidad:
 $v = v_0 + a \cdot t$; $0 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$

Aplicando la relación entre las aceleraciones:

$$a = \alpha \cdot R; -5 \text{ m/s}^2 = \alpha \cdot 0,25 \text{ m} \Rightarrow \alpha = -20 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{El número de vueltas es: } n = \frac{\text{distancia}}{2 \pi R} = \frac{40 \text{ m}}{2 \pi \cdot 0,25 \text{ m/vuelta}} = 25,5 \text{ vueltas}$$

$$\text{Y el ángulo descrito es: } \Delta\varphi = \frac{\Delta e}{R} = \frac{40 \text{ m}}{0,25 \text{ m/rad}} = 160 \text{ rad}$$

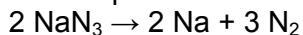
INVESTIGA-PÁG. 244

1. Una secuencia animada sobre el funcionamiento del airbag la puedes encontrar en la página web <http://mecanicavirtual.iespana.es/airbag-tiempo.html>

En siete secuencias se explican los procesos que ocurren desde que se tiene un accidente y se dispara el airbag hasta que los pasajeros recobran la posición de reposo.

2. Investiga sobre la reacción química que infla tan rápidamente la almohadilla neumática. Para ello basta que escribas en tu buscador: la química del airbag. Son numerosísimas las páginas que tratan este tema.

El producto utilizado para el funcionamiento de un airbag es esencialmente la azida de sodio, NaN_3 . Este producto es un sólido de color blanco. Aunque es estable a temperatura ordinaria, si se calienta por encima de los 275°C , tiene lugar su descomposición térmica siguiendo la reacción:



UNIDAD 11: LEYES DE LA DINÁMICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 247

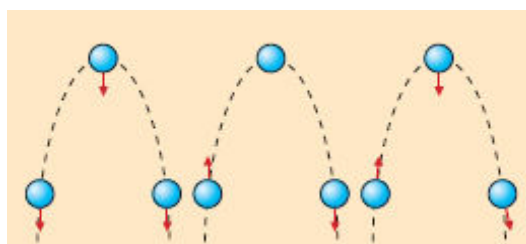
1. ¿Qué tipo de movimiento tiene un objeto al que se le aplica continuamente una fuerza constante en la dirección y sentido del movimiento?

El objeto sigue una trayectoria en línea recta y su velocidad es cada vez mayor, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado.

2. ¿Por qué es obligatorio colocarse el cinturón de seguridad en cualquier viaje en automóvil?

Por la ley de la inercia, los objetos no agarrados a la carrocería del coche siguen movimientos incontrolados cuando acelera o frena el vehículo.

3. Un balón de fútbol después de golpearlo, con el pie, sigue una trayectoria parabólica. ¿Cuál de los siguientes esquemas describe mejor las fuerzas que actúan sobre él.



El esquema correcto es el primero. Si se prescinde de la fricción con el aire, sobre el balón actúa exclusivamente su peso.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 248

1. Calcula la cantidad de movimiento de un automóvil de 1200 kg de masa cuando lleva una velocidad de 30 m/s. ¿Qué velocidad debe poseer un balón de 400 g de masa para tener la misma cantidad de movimiento?

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:

$$p_{\text{automóvil}} = m_{\text{automóvil}} \cdot v_{\text{automóvil}} = 1\,200 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s} = 36\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Para el balón se tiene que:

$$p_{\text{balón}} = m_{\text{balón}} \cdot v_{\text{balón}}; 36\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 0,4 \text{ kg} \cdot v_{\text{balón}} \Rightarrow v_{\text{balón}} = 90\,000 \text{ m/s}$$

2. Un objeto de 2 kg de masa se traslada con una velocidad determinada por la expresión: $\vec{v} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j}$, en unidades del SI. Calcula la variación que experimenta la cantidad de movimiento entre los instantes $t_1 = 2$ s y $t_2 = 3$ s.

La velocidad del objeto en los instantes indicados es:

$$\vec{v}_1 = (4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}; \quad \vec{v}_2 = (6 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 2 \text{ kg} \cdot (2 \vec{i} + \vec{j}) \text{ m/s} = (4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 249

3. Un automóvil de 1200 kg de masa arranca desde el reposo y alcanza una velocidad de 72 km/h en 6 s. Calcula la variación de su cantidad de movimiento, la aceleración y la fuerza con la que actúa su motor, supuesta constante.

El módulo de la velocidad expresada en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$.

Se elige como origen de un sistema de referencia un punto del arcén y el eje X la carretera y su sentido positivo el del movimiento. La variación de la cantidad de movimiento del vehículo es:

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 1200 \text{ kg} \cdot (20 \vec{i} \text{ m/s} - 0) = 24\,000 \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

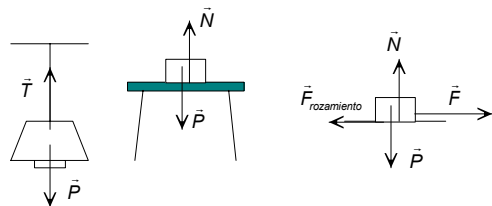
La aceleración es:
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{20 \cdot \vec{i} \text{ m/s}}{6 \text{ s}} = 3,3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$$

Aplicando la Segunda ley de Newton:
$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{24\,000 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{6 \text{ s}} = 4\,000 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 250

4. Dibuja en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre una lámpara que cuelga del techo, sobre un libro colocado encima de una mesa y sobre una caja que es arrastrada por el suelo. ¿Qué objetos interaccionan con los enumerados?

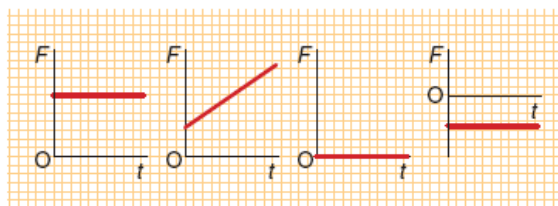
Con una lámpara que cuelga del techo interaccionan la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la cuerda que cuelga de la escarpia del techo que tira hacia arriba de ella con una fuerza denominada tensión.



Con un libro colocado encima de una mesa interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la mesa que empuja hacia arriba para que el libro no se caiga.

Con una caja que es arrastrada por el suelo interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, el suelo que empuja hacia arriba con la fuerza normal, la fuerza aplicada por la persona que arrastra al objeto y la fuerza de rozamiento con la que actúa el suelo y que se opone al deslizamiento.

5. Las gráficas de la figura del margen representan la fuerza que actúa, en la misma dirección del movimiento, sobre un objeto que se mueve en línea recta y con velocidad constante. Indica cómo se modifica el movimiento del objeto.



La figura A corresponde a un movimiento con aceleración constante y positiva.

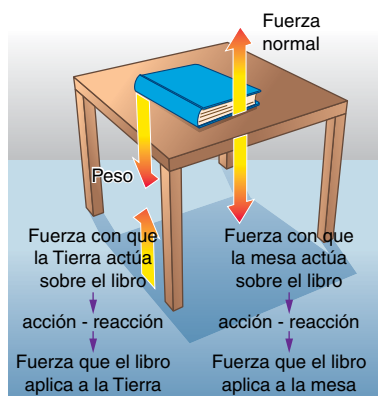
El diagrama B indica la aceleración es variable y cada vez mayor.

El esquema C representa un móvil está en reposo o si se mueve lo hace en línea recta y con velocidad constante, ya que la aceleración es igual a cero.

La figura la D muestra a un móvil que se frena.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 255

6. Identifica las fuerzas que actúan sobre un libro colocado encima de una mesa y sus correspondientes pares de acción y reacción.



Sobre un libro situado sobre una mesa actúan su peso, producto de la interacción con la Tierra, y la fuerza normal que es el resultado de la interacción con la superficie de la mesa.

La reacción al peso es la fuerza con que el libro actúa sobre la Tierra. La reacción a la fuerza normal es la fuerza con que el libro empuja a la mesa hacia abajo y que tiene el mismo módulo que el peso del libro.

7. El peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos. ¿Forman estas dos fuerzas un par de fuerzas de acción y reacción?

Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes. Por ello el peso y la fuerza normal no son un par de fuerzas de acción y reacción, ya que actúan sobre el mismo objeto.

8. Dos personas de 70 kg y 40 kg de masa, están patinando sobre hielo. Si en un instante la persona adulta empuja a la otra con una fuerza de 20 N, describe el movimiento de las dos personas.

Por la ley de acción y reacción, sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto, las dos personas se mueven en sentidos contrarios con aceleraciones distintas. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{\text{adulto}} = \frac{F}{m_{\text{adulto}}} = \frac{20 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 0,29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad a_{\text{niña}} = \frac{F}{m_{\text{niña}}} = \frac{20 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 264

1. ¿Qué es la inercia? ¿Qué propiedad de los objetos está relacionada con la inercia? Pon algún ejemplo donde se ponga de manifiesto la inercia.

La inercia es la propiedad que tienen los objetos de continuar en reposo o de seguir con movimiento rectilíneo de velocidad constante. La propiedad de los objetos relacionada con la inercia es su masa. La masa muestra la tendencia que tiene un objeto a conservar su estado de movimiento. La inercia se manifiesta cuando un vehículo acelera o frena o toma una curva.

2. Una caja se desliza sobre una superficie horizontal. Indica los efectos que le producen a su estado de movimiento la aplicación de las siguientes fuerzas: se empuja en la dirección y sentido del movimiento, se empuja en la dirección y sentido contrario al movimiento y se empuja perpendicularmente a la dirección del movimiento.

Al empujar en la dirección y sentido del movimiento el objeto acelera con una aceleración constante.

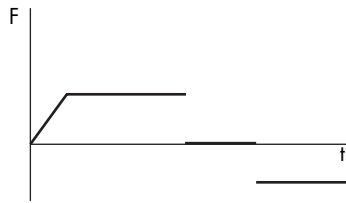
Si se empuja en la dirección y sentido contrario al movimiento el objeto se frena con aceleración constante.

Si se empuja perpendicularmente a la dirección del movimiento el objeto se desvía de su trayectoria y describe una trayectoria curvilínea.

3. ¿Por qué es imposible mover un vehículo, situado sobre la horizontal, empujando desde el interior?

El coche con las personas dentro es un sistema aislado por lo que la cantidad de movimiento del conjunto se conserva. Para modificar su velocidad, se debe modificar su cantidad de movimiento y para ello es necesario aplicar una fuerza externa.

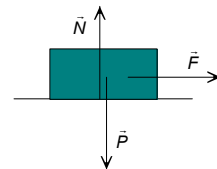
4. Representa gráficamente la fuerza resultante, en función del tiempo, que actúa sobre un objeto que sigue la secuencia de movimientos siguiente en línea recta: arranca desde el reposo con una aceleración cada vez mayor, a continuación sigue con movimiento uniformemente acelerado, posteriormente continúa con velocidad constante y por último se frena uniformemente hasta detenerse.



A partir de la proporcionalidad entre la fuerza aplicada y la aceleración se deduce que inicialmente la fuerza aplicada aumenta, a continuación la fuerza es constante, posteriormente la fuerza es igual a cero y por último la fuerza aplicada es constante y de signo negativo.

5. Un automóvil que tiene una masa de 1 200 kg, arranca desde el reposo y adquiere una velocidad de 90 km/h en 10 s. Si se prescinde del rozamiento, representa todas las fuerzas que actúan sobre él y calcula sus módulos.

Sobre el automóvil actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza del motor. Los módulos de su peso y de la fuerza normal son iguales:



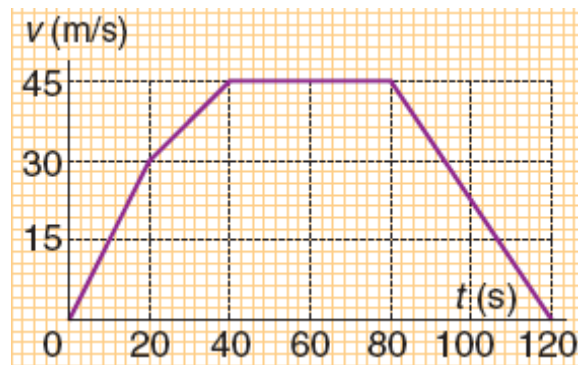
$$P = N = m \cdot g = 1\,200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 11\,760 \text{ N}$$

Para calcular la fuerza del motor hay que calcular su aceleración y aplicar la segunda ley de Newton:

$$v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot a = 1\,200 \text{ kg} \cdot 2,5 \text{ m/s}^2 = 3000 \text{ N}$$

6. La gráfica adjunta representa la velocidad, en el transcurso del tiempo, de un móvil de 4 kg de masa que recorre una trayectoria en línea recta. A partir de ella representa gráficamente la fuerza resultante respecto del tiempo.



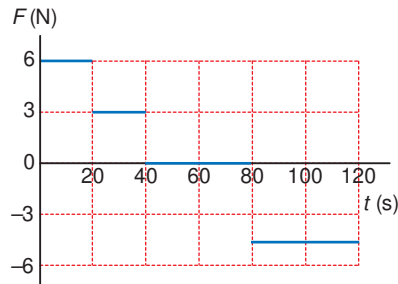
El módulo de la aceleración, en cada uno de los tramos de la gráfica, es igual a la pendiente de la recta y el módulo de la fuerza resultante se calcula aplicando la segunda ley de Newton.

$$a_A = \frac{30 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{20 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1,5 \text{ m/s}^2; \quad F_A = 4 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ N}$$

$$a_B = \frac{45 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{40 \text{ s} - 20 \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s}^2; \quad F_B = 4 \text{ kg} \cdot 0,75 \text{ m/s}^2 = 3 \text{ N}$$

$$a_C = 0 \text{ m/s}^2; \quad F_C = 0 \text{ N}$$

$$a_D = \frac{0 \text{ m/s} - 45 \text{ m/s}}{120 \text{ s} - 80 \text{ s}} = -1,125 \text{ m/s}^2 ; F_D = 4 \text{ kg} \cdot (-1,125 \text{ m/s}^2) = -4,5 \text{ N}$$



7. Al botar una pelota en la Tierra, aparentemente no se conserva la cantidad de movimiento. Justifica esta observación. ¿La pelota actúa con alguna fuerza sobre la Tierra?

Como en todo tipo de choque en el instante del mismo se conserva la cantidad de movimiento. Pero como la Tierra tiene una masa enorme, el efecto de la fuerza con la que actúa la pelota sobre la Tierra es inobservable.

8. Un camión que tiene una masa de 20 000 kg y se desplaza con una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene en 15 s. Calcula la fuerza media con la que actúan sus frenos.

La velocidad en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del camión. El impulso con el que actúa la fuerza es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}; \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

Como todas las magnitudes tienen la misma dirección:

$F \cdot 15 \text{ s} = 20\,000 \text{ kg} (0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}) \Rightarrow F = -26\,667 \text{ N}$; de sentido contrario al movimiento.

9. Un taco de billar actúa con una fuerza de 30 N durante 0,06 s sobre una bola de 400 g de masa que está en reposo. Calcula el impulso que recibe la bola y la velocidad con la que sale despedida.

Aplicando la definición de impulso:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t ; I = F \cdot \Delta t = 30 \text{ N} \cdot 0,06 \text{ s} = 1,8 \text{ N} \cdot \text{s}, \text{ de dirección y sentido los de la fuerza.}$$

El impulso que actúa sobre la bola es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \Delta(m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

Como la bola está inicialmente en reposo: $\vec{v}_{\text{final}} = \frac{\vec{I}}{m}$; $v_{\text{final}} = \frac{I}{m} = \frac{1,8 \text{ N} \cdot \text{s}}{0,4 \text{ kg}} = 4,5 \text{ m/s}$

Cuya dirección y sentido son los de la fuerza aplicada.

10. Un arma de fuego de 4 kg de masa dispara balas de 8 g de masa con una velocidad de 400 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del arma.

Las fuerzas que se generan durante la explosión de la pólvora del cartucho son fuerzas internas al sistema fusil-bala. El peso y la normal tienen el mismo módulo y sentidos opuestos, por lo que la suma de las fuerzas exteriores al sistema es igual a cero. En estas condiciones, en el momento de la explosión se conserva la cantidad de movimiento del conjunto.

Se elige como sistema de referencia uno con el eje X coincidente con la dirección del movimiento y su sentido positivo el sentido del movimiento de la bala.

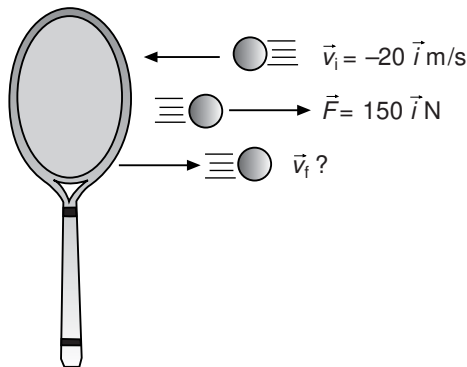
$$\sum F_{\text{exteriores}} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{constante} \Rightarrow \vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{despues}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p}_{\text{antes}} = 0 \\ \vec{p}_{\text{despues}} = m_{\text{bala}} \cdot \vec{v}_{\text{bala}} + m_{\text{fusil}} \cdot \vec{v}_{\text{fusil}} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 400 \text{ m/s} \cdot \vec{i} + 4 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{fusil}}$$

Despejando la velocidad del fusil: $\vec{v}_{\text{fusil}} = -0,8 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$

Que indica que el fusil se mueve en sentido contrario al de la bala.

11. Un tenista recibe una pelota, de 55 g de masa, con una velocidad de 20 m/s. El tenista actúa sobre la pelota con una fuerza de 150 N, contra el movimiento, durante 0,01 s. Calcula la velocidad con que devuelve la pelota.



Supóngase que la pelota se mueve inicialmente hacia la izquierda y se elige el eje X de un sistema de referencia la dirección del movimiento. El impulso que actúa sobre la pelota es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{final}} - \vec{p}_{\text{inicial}} = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

$$\text{Sustituyendo: } 150 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,055 \text{ kg} \cdot \vec{v}_f - 0,055 \text{ kg} \cdot (-20) \cdot \vec{i} \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_f = 7,3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

La velocidad final tiene la misma dirección y sentido que la fuerza aplicada, es decir sentido contrario al de la velocidad inicial.

12. Un proyectil de 12 g de masa que tiene una velocidad de 200 m/s choca y queda incrustado en un bloque de madera de 3 kg de masa que se encuentra en reposo. Calcula la velocidad del conjunto después del choque.

El sistema permanece aislado durante el choque, por lo que su cantidad de movimiento total permanece constante. Se elige un sistema de referencia con la parte positiva del eje X el sentido de la velocidad inicial del proyectil.



La cantidad de movimiento antes de la interacción es:

$$\vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{proyectil}} + \vec{p}_{\text{bloque}} = m_{\text{proyectil}} \cdot \vec{v}_{\text{proyectil}} + m_{\text{bloque}} \cdot \vec{v}_{\text{bloque}} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 200 \cdot \vec{i} \text{ m/s} + 0 = 2,4 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

La cantidad de movimiento después de la interacción es:

$$\vec{p}_{\text{después}} = \vec{p}_{\text{conjunto}} = m_{\text{conjunto}} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}} = 3,012 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}}$$

Aplicando la ley de conservación de la cantidad de movimiento, resulta que:

$$\vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{después}}; 2,4 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 3,012 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}} \Rightarrow \vec{v}_{\text{conjunto}} = 0,8 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

13 Un petardo de ferias está en reposo y explota en tres fragmentos iguales. El uno sale hacia el oeste a 80 m/s, otro hacia el sur a 60 m/s, ¿cuál es la velocidad y dirección del tercero?

Las fuerzas de la explosión son internas al sistema, por tanto durante la explosión se conserva la cantidad de movimiento del petardo. Como la explosión se produce en el plano, se conserva la componente x y la componente y de la cantidad de movimiento.

$$\Sigma \vec{F} = 0; \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \vec{p}_x = 0 \\ \Delta \vec{p}_y = 0 \end{cases}$$

Se elige un sistema de referencia con su origen en el petardo en el instante de la explosión y el eje X la dirección oeste-este, el eje Y es la dirección sur-norte. Sea m la masa de cada fragmento y φ el ángulo que forma el vector velocidad del tercer fragmento con el eje X.

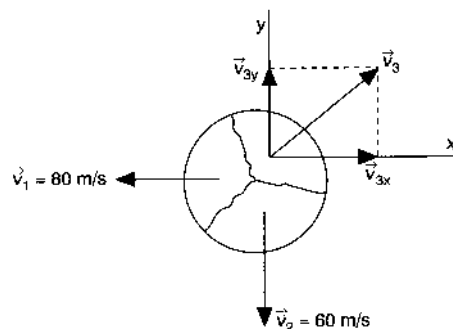
$$\left. \begin{aligned} -m \cdot v_1 \cdot \vec{i} + m \cdot \vec{v}_{3x} &= 0 \Rightarrow \vec{v}_{3x} = 80 \cdot \vec{i} \text{ m/s} \\ -m \cdot v_2 \cdot \vec{j} + m \cdot \vec{v}_{3y} &= 0 \Rightarrow \vec{v}_{3y} = 60 \cdot \vec{j} \text{ m/s} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_3 = (80 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

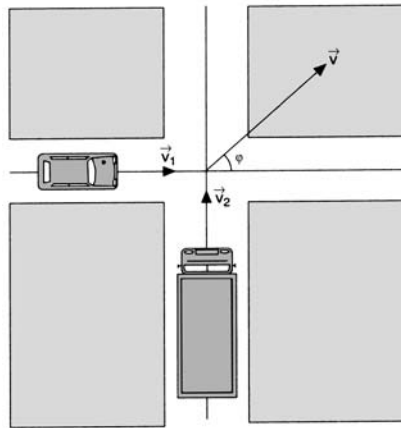
$$\text{El módulo de la velocidad es: } v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{(80 \text{ m/s})^2 + (60 \text{ m/s})^2} = 100 \text{ m/s}$$

Y el ángulo que forma con el eje de abscisas es:

$$\text{tg } \varphi = \frac{v_{3y}}{v_{3x}} = \frac{60 \text{ m/s}}{80 \text{ m/s}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = 36^\circ 52' 12''$$



14. Un automóvil de 1 500 kg de masa circula a 120 km/h por una carretera y se salta una señal de stop. Como resultado de la infracción de tráfico choca lateralmente contra un camión, de 8 000 kg que circula perpendicularmente a 36 km/h. Si quedan enganchados después del choque calcula el módulo, dirección y sentido de la velocidad del conjunto.



Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del automóvil y el eje Y la del camión. Durante el choque el sistema permanece aislado por lo que se conservan las componentes de la cantidad de movimiento del conjunto formado por el automóvil y el camión.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0; \quad m_a \cdot \vec{v}_a + m_c \cdot \vec{v}_c = (m_a + m_c) \cdot \vec{v}$$

$$\text{Sustituyendo: } 1\,500 \text{ kg} \cdot 120 \cdot \vec{i} \text{ km/h} + 8\,000 \text{ kg} \cdot 36 \cdot \vec{j} \text{ km/h} = 9\,500 \text{ kg} \cdot \vec{v}$$

$$\text{Despejando: } \vec{v} = (19 \cdot \vec{i} + 30,3 \cdot \vec{j}) \text{ km/h}$$

$$\text{El módulo es la velocidad es: } |\vec{v}| = \sqrt{(19 \text{ km/h})^2 + (30,3 \text{ km/h})^2} = 35,8 \text{ km/h}$$

El vector velocidad forma con el eje X un ángulo:

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{v_y}{v_x} = \text{arc tg} \frac{30,3 \text{ km/h}}{19 \text{ km/h}} = 57^\circ 54' 35''$$

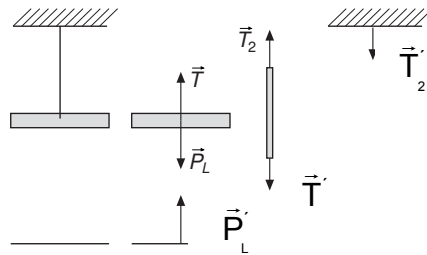
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 265

15. Un niño que tiene una masa de 35 kg está patinando sobre una superficie helada con su padre que tiene una masa de 70 kg. Si cuando se encuentran los dos en reposo, el padre empuja a su hijo con una fuerza de 140 N, determina el estado de movimiento de cada uno de ellos.

Al empujar el adulto al niño, por la ley de acción y reacción sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto las dos personas se mueven con velocidades de la misma dirección y sentidos opuestos. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{\text{adulto}} = \frac{F}{m_{\text{adulto}}} = \frac{140 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad a_{\text{niño}} = \frac{F}{m_{\text{niño}}} = \frac{140 \text{ N}}{35 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

16. Una lámpara cuelga del techo de una habitación. Identifica todos los pares acción-reacción.



Sobre la lámpara actúan su peso P_L y la tensión de la cuerda T . Sobre el cordón actúan la lámpara con T' y el techo con T_2 .

Las fuerzas T y T' forman un par de fuerzas de acción y reacción. La reacción a P_L es P'_L , fuerza con que actúa la lámpara sobre la Tierra y la reacción a T_2 es la fuerza T'_2 con que actúa la cuerda sobre el techo.

17. Un muelle tiene una longitud en reposo de 5 cm y una constante de 4 N/cm. El límite de elasticidad se sobrepasa cuando la longitud del muelle es 25 cm. Calcula la fuerza máxima que le podremos aplicar sin inutilizarlo. ¿Qué fuerza se aplica cuando el muelle mide 15 cm? ¿Cuánto se estira el muelle al aplicarle 48 N?

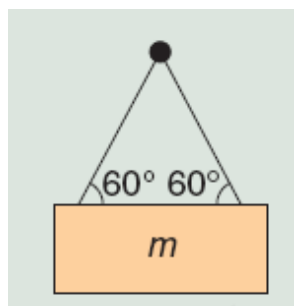
En todos los casos se aplica la ley de Hooke.

a) $F_{\text{máxima}} = K \cdot (L - L_0) = 4 \text{ N/cm} \cdot (25 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) = 80 \text{ N}$

b) $F_{x=15 \text{ cm}} = K \cdot (L - L_0) = 4 \text{ N/cm} \cdot (15 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) = 40 \text{ N}$

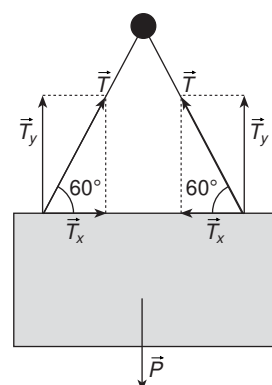
c) $F = K \cdot \Delta L$; $48 \text{ N} = 4 \text{ N/cm} \cdot \Delta L \Rightarrow \Delta L = 12 \text{ cm}$

18. Un cuadro que tiene una masa de 3 kg se cuelga de una escarpia que está incrustada en una pared, tal y como muestra la figura adjunta. Determina la tensión que soporta cada uno de los hilos y la fuerza que actúa sobre la escarpia.



Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos y su peso. Si los hilos están uniformemente distribuidos, soportan la misma tensión. En estas condiciones el cuadro está en equilibrio.

a) Se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Aplicando la condición de equilibrio:



$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

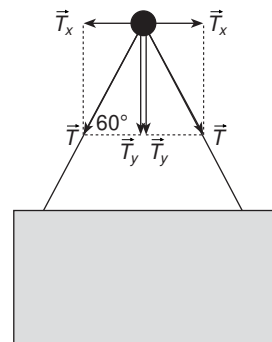
Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{P} + 2 \cdot \vec{T}_y = 0; 2 \cdot T \cdot \sin \varphi = m \cdot g \Rightarrow T = \frac{m \cdot g}{2 \cdot \sin \varphi} = \frac{3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{2 \cdot \sin 60^\circ} = 17 \text{ N}$$

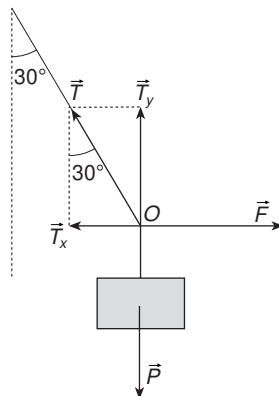
b) Aplicando la ley de acción y reacción, se deduce que sobre la escarpia actúan los dos hilos con una fuerza, cada uno de ellos, del mismo módulo que la tensión que soportan y de dirección la de ellos mismos. Por tanto los hilos actúan, sobre la escarpia, con una fuerza igual al peso del cuadro.

$$\Sigma F_{\text{hilos}} = 2 \cdot \vec{T}_y = \vec{P}$$

Como la escarpia está en equilibrio la pared tiene que actuar con una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentido opuesto.



19. Una lámpara que tiene una masa de 6 kg cuelga del techo mediante un cable. ¿Qué fuerza hay que aplicar horizontalmente para que la cuerda forme un ángulo de 30° con la vertical?



El punto O de la figura, en el que se une la cuerda horizontal con el cable vertical, está en equilibrio y en él concurren las siguientes fuerzas: la tensión de la cuerda T, el peso de la lámpara y la fuerza, F, que hay que aplicar horizontalmente.

Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto O, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Descomponiendo la tensión de la cuerda en componentes y aplicando la primera condición de equilibrio al punto O, se tiene:

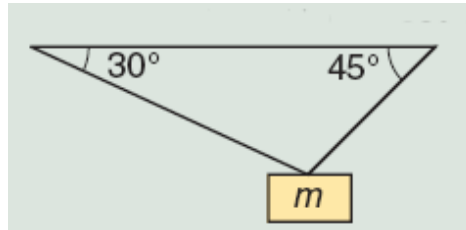
$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{T}_x = 0; F = T \cdot \sin 30^\circ$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0; m \cdot g = T \cos 30^\circ$$

Dividiendo la primera ecuación por la segunda, se tiene:

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{F}{m \cdot g} \Rightarrow F = \text{tg } 30^\circ 6 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 34 \text{ N}$$

20. Un objeto de 40 kg de masa cuelga del techo mediante dos cabos tal como muestra la figura adjunta. Determina la intensidad de las fuerzas con las que actúan los cabos de cuerda sobre el techo.



Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos y su peso. En estas condiciones el objeto está en equilibrio. Se elige un sistema de referencia con su origen en el punto en que se unen los hilos con el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

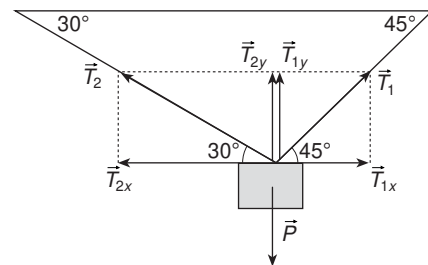
Aplicando la condición de equilibrio:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = 0; T_1 \cdot \cos 45^\circ = T_2 \cdot \cos 30^\circ$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{P} = 0; T_1 \cdot \sin 45^\circ + T_2 \cdot \sin 30^\circ = m \cdot g$$



Despejando T_1 en la primera ecuación:

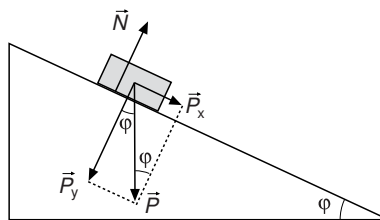
$$T_1 = 1,225 \cdot T_2$$

Sustituyendo en la segunda: $0,866 \cdot T_2 + 0,5 T_2 = 40 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_2 = 287 \text{ N}$

Sustituyendo en la primera: $T_1 = 1,225 \cdot T_2 = 351,6 \text{ N}$

Aplicando la ley de acción y reacción, sobre el techo actúan los cabos con unas fuerzas del mismo módulo que T_1 y T_2 según la dirección de los mismos hilos.

21. Determina la aceleración con la que se desliza un objeto de masa m colocado sobre una superficie exenta de rozamiento y que forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Con qué aceleración se deslizará un objeto que tiene una masa el doble que el anterior?



Sobre el objeto actúan su peso y la fuerza normal. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie del plano inclinado y el eje Y perpendicular a la misma.

En el eje Y, el objeto está en equilibrio.

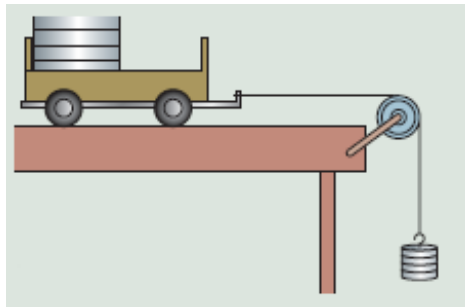
$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

En el eje X, el objeto se mueve con aceleración constante.

$$\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{P}_x = m \cdot \vec{a}; m \cdot g \cdot \sin \varphi = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \sin \varphi$$

La aceleración con que se desliza el objeto es independiente de su masa.

22. Un carrito de 100 g de masa está colocado encima de una mesa y unido por una cuerda que pasa por una polea a otro objeto de 50 g de masa y que cuelga, tal y como se representa en la figura adjunta. Prescindiendo de la fricción con la mesa, calcula la tensión del hilo y la aceleración del sistema.



Sobre el objeto que cuelga actúan su peso y la tensión de la cuerda que lo sostiene. Sobre el colocado en la superficie horizontal actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda que tira de él. La tensión de la cuerda que actúa sobre los dos objetos es la misma, al igual que la aceleración con la que se mueven.

Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica a los objetos considerados individualmente.

Sobre el carrito: $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T} = m_{\text{carrito}} \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m_{\text{carrito}} \cdot a$

Sobre las pesas:

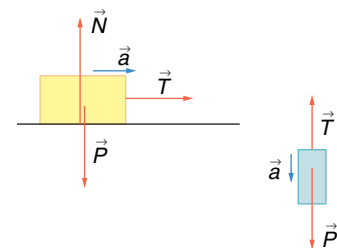
$$\sum \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m_{\text{pesas}} \cdot \vec{a} \Rightarrow T - P_{\text{pesas}} = m_{\text{pesas}} \cdot (-a)$$

Restando de la primera ecuación la segunda, resulta que:

$$P_{\text{pesas}} = m_{\text{carrito}} \cdot a + m_{\text{pesas}} \cdot a$$

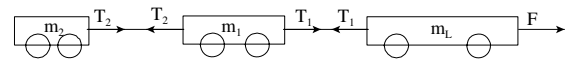
$$\text{Despejando: } a = \frac{P_{\text{pesas}}}{m_{\text{carrito}} + m_{\text{pesas}}} = \frac{m_{\text{pesas}} \cdot g}{m_{\text{carrito}} + m_{\text{pesas}}} = \frac{0,05 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,100 \text{ kg} + 0,050 \text{ kg}} = 3,27 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Y la tensión del hilo: } T = m_{\text{carrito}} \cdot a = 0,100 \text{ kg} \cdot 3,27 \text{ N} = 0,327 \text{ N}$$



23. Una locomotora, que tiene una masa de 70 000 kg, arrastra por una vía horizontal dos vagones de masas 20 000 kg y 10 000 kg respectivamente. Despreciando el rozamiento con la vía, calcula la fuerza con la que actúa la locomotora y las tensiones entre los enganches de los vagones cuando arranca con una aceleración de 1,5 m/s².

Sobre la locomotora y los vagones actúan sus pesos, las fuerzas normales. Además, cada enganche actúa con dos fuerzas: una para arrastrar al correspondiente vagón y otra que impide el movimiento del que le precede.



Del último vagón tira la tensión del enganche T_2 , por lo que:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a}; T_2 = m_2 \cdot a = 10\,000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 15\,000 \text{ N}$$

Sobre el primer vagón actúa la fuerza que tira de él T_1 y la tensión del enganche T_2 , que arrastra al último vagón y que se opone al movimiento.

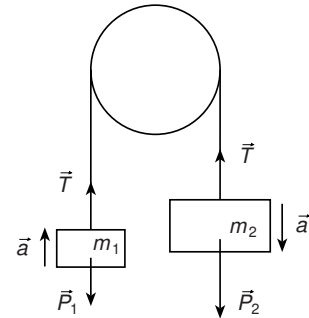
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m_1 \cdot \vec{a}; T_1 - T_2 = m_1 \cdot a; T_1 = 15\,000 \text{ N} + 20\,000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 45\,000 \text{ N}$$

Sobre la locomotora actúa la fuerza del motor y la tensión del enganche T_1 , que arrastra al primer vagón y que se opone al movimiento.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{T}_1 = m_L \cdot \vec{a}; F - T_1 = m_L \cdot a; F = 45\,000\text{ N} + 70\,000\text{ kg} \cdot 1,5\text{ m/s}^2 = 150\,000\text{ N}$$

24. Por la garganta de la polea pasa una cuerda inextensible, y de masa despreciable, de la que penden dos objetos de masas: $m_1 = 40\text{ g}$ y $m_2 = 50\text{ g}$. Determina la aceleración con la que evoluciona el sistema y la tensión del hilo. Si se deja en libertad al sistema cuando los dos objetos están a la misma altura, determina la distancia que los separa al cabo de un segundo.

La aceleración con la que sube un objeto es la misma con la que baja el otro y la cuerda, si es inextensible y de masa despreciable, está sometida a la misma tensión en todos sus puntos.



a) Si se consideran los objetos individualmente, las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos son su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje Y en la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la Segunda ley de Newton a cada objeto, se tiene:

$$\text{Para el objeto de masa } m_1: \vec{F}_{\text{resultante } 1} = m_1 \cdot \vec{a}; P_1 - T = m_1 \cdot (-a);$$

$$\text{Para el objeto de masa } m_2: \vec{F}_{\text{resultante } 2} = m_2 \cdot \vec{a}; P_2 - T = m_2 \cdot a$$

$$\text{Restando, queda: } P_2 - P_1 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \Rightarrow a = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$\text{Sustituyendo: } a = \frac{0,05\text{ kg} - 0,04\text{ kg}}{0,05\text{ kg} + 0,04\text{ kg}} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

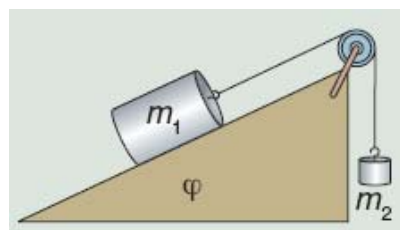
b) La tensión de la cuerda se determina sustituyendo el valor de la aceleración en una de las dos ecuaciones de los objetos.

$$P_2 - T = m_2 \cdot a; T = P_2 - m_2 \cdot a = m_2 (g - a) = 0,05\text{ kg} \cdot (9,8\text{ m/s}^2 - 1,09\text{ m/s}^2) = 0,44\text{ N}$$

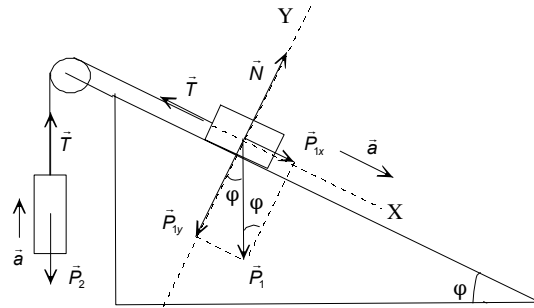
c) La distancia que les separa en 1 s es el doble que la que recorre cada uno de ellos.

$$h = 2 \cdot \Delta y = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,09\text{ m/s}^2 \cdot (1\text{ s})^2 = 1,09\text{ m}$$

25. Los objetos de la figura tienen masas de $m_1 = 6\text{ kg}$ y $m_2 = 2\text{ kg}$ y están colocados en un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula la aceleración del sistema.



Sobre el objeto que cuelga actúa su peso y la tensión de la cuerda. Sobre el apoyado en el plano inclinado actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda. La tensión de la cuerda es la misma en todos sus puntos y los dos objetos están animados con la misma aceleración.



Se aíslan los dos objetos, para el objeto que cuelga se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y para el otro objeto se elige el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma y se aplican las leyes de la dinámica.

Objeto que cuelga:

$$\Sigma \vec{F}_y = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_2 = m_2 \cdot \vec{a}; T - P_2 = m_2 \cdot a; T - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow T = m_2 \cdot (g + a)$$

Objeto apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_1 + \vec{P}_{1y} = 0; N_1 = P_{1y} = m_1 \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{1x} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}; P_{1x} - T = m_1 \cdot a; P_1 \cdot \sin \varphi - T = m_1 \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = m_1 \cdot (g \cdot \sin \varphi - a)$$

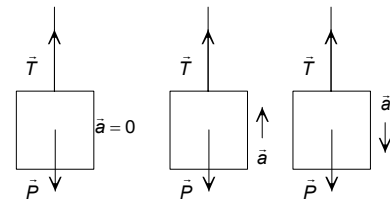
Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_2 \cdot g + m_2 \cdot a = m_1 \cdot g \cdot \sin \varphi - m_1 \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 \cdot \sin \varphi - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (6 \text{ kg} \cdot \sin 30^\circ - 2 \text{ kg})}{6 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} = 1,2 \text{ m/s}^2$$

26. Una grúa traslada paquetes de 200 kg de masa. Calcula la tensión del cable cuando el paquete está colgado en los siguientes casos: parado, al subir con una velocidad de 4 m/s, al arrancar con una aceleración de 1 m/s² y al frenar con una aceleración de 1 m/s².

Sobre el paquete actúa su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica.



a) Parado y con velocidad constante.

En los dos casos la aceleración es igual al cero y el objeto está en equilibrio.

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{T} + \vec{P} = 0; T - P = 0; T = m \cdot g = 200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

b) Aceleración hacia arriba.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; T - P = m \cdot a;$$

$$T = m \cdot g + m \cdot a = 200 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 + 1 \text{ m/s}^2) = 2160 \text{ N}$$

b) Aceleración hacia abajo.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; T - P = m \cdot (-a);$$

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 200 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 - 1 \text{ m/s}^2) = 1760 \text{ N}$$

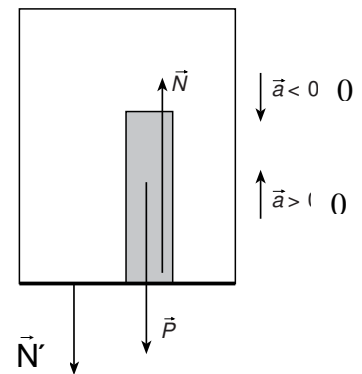
27. Una persona de 70 kg de masa utiliza un ascensor que tiene una masa de 500 kg. Calcula la fuerza con la que actúa la persona sobre el suelo del ascensor en los siguientes casos: cuando está parado, al arrancar hacia arriba con una

aceleración de 2 m/s^2 , al ascender con velocidad constante y al frenar con una aceleración de 2 m/s^2 .

Sobre la persona actúan dos fuerzas su peso y la fuerza normal \vec{N} con que actúa el suelo del ascensor. Aplicando la ley de acción y reacción, si el ascensor actúa sobre la persona con una fuerza \vec{N} , la persona actúa sobre el suelo con una fuerza \vec{N}' , de la misma dirección y módulo y de sentido opuesto.

Por ello, basta en todos los casos con calcular el módulo de la fuerza normal, \vec{N} , que actúa sobre la persona. La dirección de la fuerza con la que actúa la persona es la vertical y sentido hacia abajo, en todos los casos.

Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.



a) Cuando está parado o se mueve con velocidad constante, la persona está en equilibrio.

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g = 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 686 \text{ N}$$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: $N' = 686 \text{ N}$

b) Aceleración hacia arriba.

Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m \cdot a; N = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (a + g)$$

$$\text{Sustituyendo: } N = 70 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s}^2 + 9,8 \text{ m/s}^2) = 826 \text{ N}$$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: $N' = 826 \text{ N}$

c) Aceleración hacia abajo.

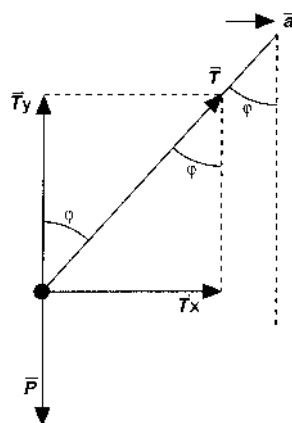
Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m \cdot (-a); N = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

$$\text{Sustituyendo: } N = 70 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 - 2 \text{ m/s}^2) = 546 \text{ N}$$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es: $N' = 546 \text{ N}$

28. Colgando del techo de un automóvil se coloca un péndulo de masa m . Deduce la relación entre la aceleración del vehículo y el ángulo que se desvía la cuerda del péndulo de la vertical.



Para un observador inercial, situado fuera del vehículo, las fuerzas que actúan sobre el péndulo son el peso y la tensión de la cuerda. El cuerpo no está en equilibrio y aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Se descompone la tensión en la componente horizontal y vertical y como en la dirección vertical el objeto está en equilibrio siempre que la aceleración sea constante, resulta que:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_x = m \cdot \vec{a} \Rightarrow T \cdot \sin \varphi = m \cdot a \\ \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T \cdot \cos \varphi = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{g}$$

INVESTIGA-PÁG. 266

1. En la página http://www.aero.upm.es/es/alumnos/historia_aviacion/esp.html tienes información sobre la historia de la aviación en España.

Página muy completa en la que se trata la industria aeronáutica en España, los grandes vuelos, los inicios de la ingeniería aeronáutica, el transporte aéreo, el desarrollo de los aeropuertos, la aviación en el Guerra Civil y los aviones desarrollados en España.

2. En la página web: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisical/>, de física con ordenador puedes encontrar animaciones que explican el funcionamiento de un cohete de una etapa y de varias etapas. ¿En que se diferencian los dos tipos de cohetes?

Un cohete ordinario de una etapa funciona gracias a las reacciones químicas que proporcionan una velocidad constante de salida de los gases.

En un cohete de varias etapas, los tanques se desprenden a medida que se gasta el combustible. De esta forma la masa a transportar disminuye a lo largo de las etapas.

UNIDAD 12: APLICACIONES DE LA DINÁMICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 269

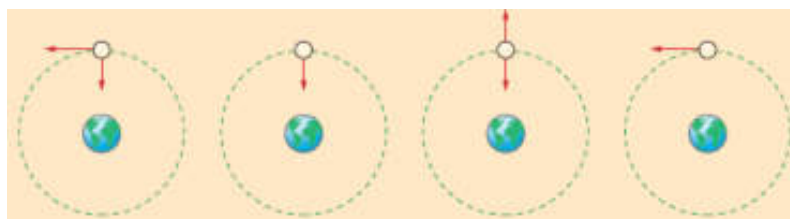
1. Encima de una mesa horizontal se deja un libro y un lápiz. Haz un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada objeto y estima su módulo. ¿Será muy grande el módulo de la fuerza de rozamiento?

Las únicas fuerzas que actúan son el peso y la fuerza normal. Si no se aplica ninguna fuerza para desplazar a los objetos, entonces la fuerza de rozamiento es igual a cero.

2. Dos niñas se columpian en un balancín. La mayor está situada a una cierta distancia del punto de apoyo. ¿Dónde se colocará la menor, cuya masa es igual a la mitad de la de la mayor, para que la barra del balancín permanezca horizontal?

La niña menor se debe colocar a una distancia igual al doble de la de la mayor ($2 \cdot d$), para que el producto de sus pesos por las respectivas distancias sea el mismo y, así, el columpio esté en equilibrio.

3. La Luna describe una trayectoria, alrededor de la Tierra, que se puede considerar circular y la recorre con rapidez constante. ¿Cuál de los siguientes esquemas crees que representa mejor las fuerzas que actúan sobre la Luna?



La única fuerza que actúa sobre la Luna es la atracción gravitatoria que aplica la Tierra. Por tanto, el esquema correcto es el segundo.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 271

1. Un objeto de 8 kg de masa se desliza por una superficie horizontal con una aceleración de 3 m/s^2 , por la acción de una fuerza de 40 N. Calcula el módulo de la fuerza de rozamiento al deslizamiento.

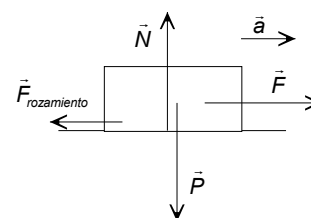
Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza horizontal y la fuerza de rozamiento.

a) Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección del movimiento, se tiene que:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a$$

$$\text{Sustituyendo: } 40 \text{ N} - F_{\text{rozamiento}} = 8 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_{\text{rozamiento}} = 16 \text{ N}$$

b) Cuando el objeto se desliza con velocidad constante, la fuerza resultante es igual a cero y la fuerza aplicada es igual a la fuerza de rozamiento.



$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0 \Rightarrow F = F_{\text{rozamiento}} = 16 \text{ N}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 274

2. Escribe la expresión de la fuerza centrípeta en función de la velocidad angular de un objeto que recorre un movimiento circular uniforme.

Aplicando las relaciones: $v = \omega \cdot R$; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot v$, se tiene:

$$F_n = m \cdot a_n = m \frac{v^2}{R} = m \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R = 4 \cdot \pi^2 \cdot v^2 \cdot R$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 278

3. Un tornillo ofrece una resistencia a ser soltado de $250 \text{ m} \cdot \text{N}$. ¿Cuál es el módulo de la fuerza que se debe aplicar en el extremo de una llave de 30 cm de largo para soltarlo?

El momento de la fuerza aplicada respecto del eje del tornillo tiene que ser mayor que el momento de la fuerza resistente. Si se aplica la fuerza perpendicularmente al extremo de la llave, resulta que:

$$M_0 = r \cdot F; 250 \text{ m} \cdot \text{N} = 0,3 \text{ m} \cdot F \Rightarrow F = 833,3 \text{ N}$$

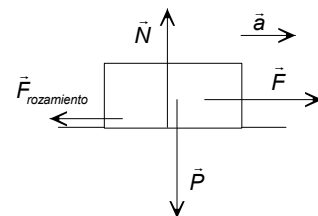
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 284

1. Al arrastrar un objeto por el suelo, ¿por qué es más fácil mantener su movimiento que iniciarlo?

Es más fácil mantener un objeto en movimiento que iniciarlo porque el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el coeficiente de rozamiento dinámico.

2. Sobre una superficie horizontal está situado un objeto de 20 kg de masa y se observa que para ponerlo en movimiento debe actuar una fuerza de 80 N , mientras si el objeto está en movimiento solamente debe actuar una fuerza de 40 N para mantener la velocidad constante. Calcula los valores de los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. Calcula la aceleración del movimiento cuando actúa una fuerza de 100 N . Si con el objeto en movimiento se abandona a su suerte, calcula la aceleración con la que se frena.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento estática o dinámica según si no se desliza o si se desliza.



a) El objeto está en equilibrio tanto al iniciar el movimiento como cuando no se desliza por efecto de la fuerza aplicada.

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0; F = F_{\text{rozamiento}} \end{array} \right\} \Rightarrow F = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

El coeficiente de rozamiento estático se calcula con la fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

$$F_{\text{iniciar el movimiento}} = \mu_{\text{estático}} \cdot m \cdot g; 80 \text{ N} = \mu_{\text{estático}} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu_{\text{estático}} = 0,41$$

El coeficiente de rozamiento dinámico se calcula con la fuerza aplicada mantener la velocidad constante.

$$F_{\text{mantener velocidad}} = \mu_{\text{dinámico}} \cdot m \cdot g; 40 \text{ N} = \mu_{\text{dinámico}} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu_{\text{dinámico}} = 0,2$$

b) Al aplicar una fuerza de 100 N el objeto está en movimiento y su aceleración es:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot a; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a \end{aligned} \right\}$$

$$F = \mu_{\text{dinámico}} \cdot N + m \cdot a = \mu_{\text{dinámico}} \cdot m \cdot g + m \cdot a$$

$$\text{Sustituyendo: } 100 \text{ N} = 0,2 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 + 20 \text{ kg} \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

c) Al abandonar el objeto a su suerte la fuerza de rozamiento lo frena.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot a; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; -F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a \end{aligned} \right\} - \mu_{\text{dinámico}} \cdot N = m \cdot a; - \mu_{\text{dinámico}} \cdot g = a$$

$$\text{Sustituyendo: } a = - 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = -1,96 \text{ m/s}^2$$

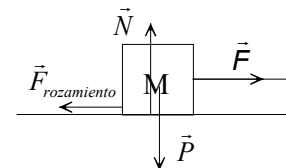
3. ¿En qué unidades se mide el coeficiente de rozamiento? ¿El coeficiente de rozamiento puede tener un valor mayor que la unidad?

El coeficiente de rozamiento no tiene dimensiones, ya que es la constante de proporcionalidad entre los módulos de dos fuerzas: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N$.

El coeficiente de rozamiento puede tener cualquier valor positivo.

4. Un objeto de 2 kg de masa está situado sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es 0,5 y el coeficiente de rozamiento dinámico es 0,1. Calcula el módulo de la fuerza mínima que se debe aplicar para iniciar el movimiento y para mantenerlo con velocidad constante. Si el objeto está en movimiento, ¿con qué aceleración se deslizará al aplicar una fuerza, en el sentido del movimiento, de 15 N de módulo?

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento.



El objeto está en equilibrio tanto al iniciar el movimiento como cuando se desliza con velocidad constante.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0; F = F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g$$

Para iniciar el movimiento hay que vencer la fuerza de rozamiento estático.

$$F = \mu_{\text{estático}} \cdot m \cdot g = 0,5 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N}$$

Para mantener el movimiento hay que vencer la fuerza de rozamiento dinámico:

$$F = \mu \cdot m \cdot g = 0,1 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ N}$$

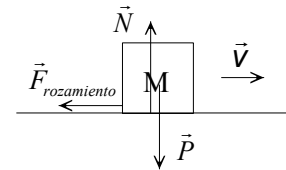
c) Aplicando la Segunda ley de Newton:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; F - \mu \cdot N = m \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$\text{Despejando: } a = \frac{F - \mu \cdot m \cdot g}{m} = \frac{15\text{N} - 0,1 \cdot 2\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2}{2\text{kg}} = 6,5\text{m/s}^2$$

5. Un objeto de 200 g de masa se desliza por una superficie horizontal con una velocidad de 4 m/s. Si se detiene después de recorrer una distancia de 5 m, calcula el coeficiente de rozamiento entre las superficies que se deslizan.

Las fuerzas que actúan sobre un objeto que se desliza por una superficie con rozamiento son: su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento es la que produce la aceleración necesaria para que el cuerpo se detenga. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto en el instante de comenzar la observación, el eje X la superficie de deslizamiento y eje Y la vertical y se aplican las leyes de Newton:

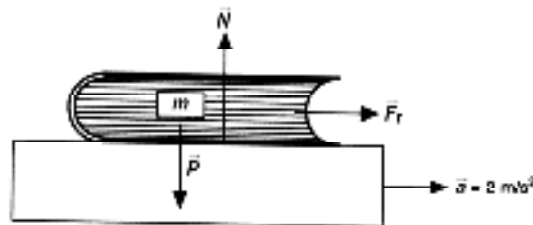


$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; \mu \cdot N = m \cdot a \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = \mu \cdot g$$

La aceleración con que se frena el objeto es independiente de su masa. Aplicando las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, y como la aceleración es negativa, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \Delta x; 0 \text{ m/s} - (4 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot \mu \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow \mu = 0,82$$

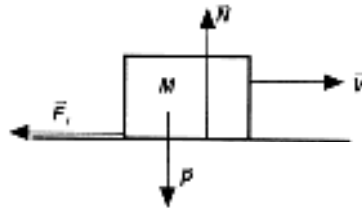
6. En la repisa posterior de un coche descansa un libro de 250 g de masa. ¿Cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento, entre el libro y la repisa, para que al arrancar el coche con una aceleración de 2 m/s² no se deslice?



El libro es arrastrado gracias a la fuerza de rozamiento con la que actúa la superficie sobre él. Las otras fuerzas que actúan son su peso y la fuerza normal. Para que el objeto no se deslice debe poseer la misma aceleración que el coche. Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento, la horizontal y el eje Y la vertical y se aplica la segunda ley de Newton:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a} \end{aligned} \right\} F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu = \frac{a}{g} = \frac{2 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} = 0,2$$

7. Dos objetos contruidos con el mismo material y que tienen una masa de m y $2m$, se deslizan por una superficie horizontal con una velocidad de 72 km/h . Si el coeficiente de rozamiento con la superficie es $\mu = 0,5$, ¿Cuál recorre más distancia antes de detenerse? Calcula esas distancias.



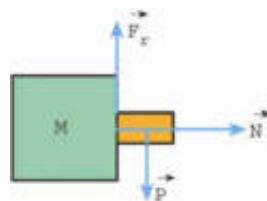
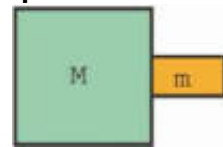
Las fuerzas que actúan sobre un objeto que se desliza por una superficie con rozamiento son: su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento es la que produce la aceleración necesaria para que el cuerpo se detenga. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto en el instante de comenzar la observación, el eje X la superficie de deslizamiento y eje Y la vertical y se aplican las leyes de Newton:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; \mu \cdot N = m \cdot a \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = \mu \cdot g$$

La aceleración con que se frenan los dos objetos es independiente de sus masas respectivas. Por tanto, emplean la misma distancia para detenerse. Aplicando las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, y como la aceleración es negativa, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \Delta x; 0 \text{ m/s} - (20 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta x \\ \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

8. La figura adjunta muestra a dos objetos de masas M y m , que se mueven conjuntamente por la acción de una fuerza de intensidad F y que actúa sobre el más voluminoso. Si el coeficiente de rozamiento entre las dos superficies de los objetos es igual a μ , deduce la expresión de la aceleración con la que debe moverse el sistema para que el objeto más pequeño no caiga.



Las fuerzas que actúan sobre el objeto de masa m son: su peso, la fuerza de rozamiento que impide que caiga y la fuerza normal con la que actúa el objeto mayor. Se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

En el eje vertical el objeto está en equilibrio:

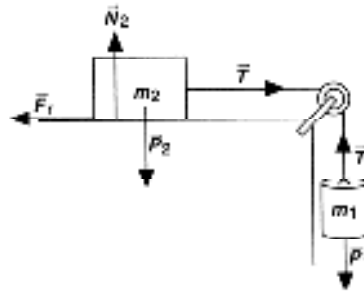
$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{F}_{\text{rozamiento}} + \vec{P} = 0 \Rightarrow F_{\text{rozamiento}} = P \\ F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N \end{aligned} \right\} \mu \cdot N = P \Rightarrow N = \frac{m \cdot g}{\mu}$$

Aplicando la Segunda ley de Newton al eje horizontal: $\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a} \Rightarrow N = m \cdot a$

Igualando las dos ecuaciones en la que aparece la fuerza normal:

$$m \cdot a = \frac{m \cdot g}{\mu} \Rightarrow a = \frac{g}{\mu}$$

9. Un objeto de 20 kg de masa se encuentra sobre en una mesa horizontal con la que presenta un coeficiente de rozamiento $\mu = 0,2$. El objeto está unido mediante un hilo, que pasa por la garganta de una polea, a otro objeto que cuelga y de masa m . Calcula la masa m del objeto que cuelga para que: el sistema comience a deslizarse ¿Con qué aceleración se deslizará el sistema cuando m sea igual a 8 kg? Calcula la tensión del hilo en los dos casos.



Sobre el objeto que cuelga actúan: su peso y la tensión de la cuerda que lo sostiene. Sobre el colocado en la superficie horizontal actúan su peso, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y la fuerza de rozamiento. Como la cuerda y polea son ideales, la tensión que actúa sobre los dos cuerpos es la misma y la aceleración con la que se mueven también. Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Aplicando las leyes de la dinámica a los dos objetos considerados individualmente, se tiene:

Objeto apoyado sobre la superficie de la mesa:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_2 = 0; N_2 = P_2 = m_2 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot \vec{a}; T - F_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a; T - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

Objeto que cae: $\Sigma \vec{F}_y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}; T - P_1 = m_1 \cdot (-a); m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a$

Sumando las dos ecuaciones, se elimina la tensión:

$$m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2)}{m_1 + m_2}$$

a) Cuando el objeto comienza a deslizarse y cuando lo hace con velocidad constante, la aceleración es igual a cero.

$$a = 0 \Rightarrow g (m_1 - \mu \cdot m_2) = 0 \Rightarrow m_1 = \mu \cdot m_2 = 0,2 \cdot 20 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$$

La tensión de la cuerda es: $m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a = 0 \Rightarrow$

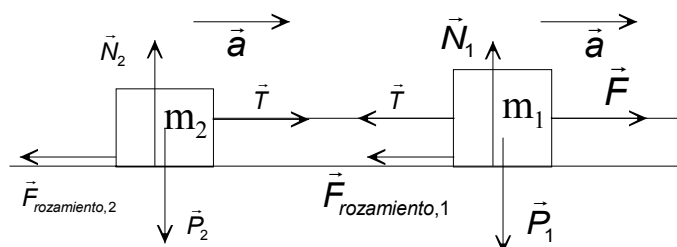
$$\Rightarrow T = m_1 \cdot g = 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 39,2 \text{ N}$$

b) Al colocar el objeto de masa igual a 8 kg, se tiene que el sistema se desliza con un movimiento uniformemente acelerado:

$$a = \frac{g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2)}{m_1 + m_2} = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{8 \text{ kg} - 0,2 \cdot 20 \text{ kg}}{8 \text{ kg} + 20 \text{ kg}} = 1,4 \text{ m/s}^2$$

La tensión de la cuerda es: $T = m_1 \cdot (g + a) = 8 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 + 1,4 \text{ m/s}^2) = 89,6 \text{ N}$

10. En una superficie horizontal está situado un objeto de 6 kg de masa que arrastra con una cuerda a otro de 3 kg de masa. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2, calcula el módulo de la fuerza que actuará sobre el objeto mayor y el de la tensión de la cuerda para que el conjunto se deslice con una aceleración de 3 m/s².



Sobre los dos objetos actúan sus pesos, las fuerzas normales y las fuerzas de rozamiento. Sobre el objeto de masa m_1 actúa la fuerza que tira de él y la tensión de la cuerda que se opone al movimiento. Y sobre el objeto de masa m_2 actúa la tensión de la cuerda que tira de él.

La tensión que actúa sobre los dos objetos es la misma y la aceleración con la que se mueven también.

Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica a los dos objetos considerados individualmente.

Sobre el objeto de masa m_2 :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_2 = 0; N_2 - P_2 = 0; N_2 = P_2 = m_2 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento},2} = m_2 \cdot \vec{a}; T - F_{\text{rozamiento},2} = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\} T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a; T - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

Operando y sustituyendo: $T = m_2 \cdot (a + \mu \cdot g) = 3 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s}^2 + 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 14,9 \text{ N}$

Sobre el objeto de masa m_1 :

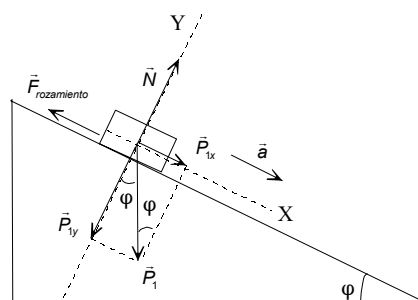
$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_1 + \vec{P}_1 = 0; N_1 - P_1 = 0; N_1 = P_1 = m_1 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento},1} = m_1 \cdot \vec{a}; F - T - F_{\text{rozamiento},1} = m_1 \cdot a \end{aligned} \right\}; F - T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

Operando: $F = T + m_1 \cdot (a + \mu \cdot g) = 14,9 \text{ N} + 6 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s}^2 + 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 44,7 \text{ N}$

11. Calcula la aceleración con la que se desliza un objeto situado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 60° con la horizontal cuando el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,2$. Calcula el módulo dirección y sentido de la fuerza mínima que se debe aplicar sobre el objeto para que no se deslice.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma.

a) Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y se aplican las leyes de la dinámica.



$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N - P_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; P_x - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; P \cdot \sin \varphi - \mu \cdot N = m \cdot a \end{aligned} \right\}$$

Operando: $m \cdot g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi)$

Sustituyendo: $a = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (\sin 60^\circ - 0,2 \cdot \cos 60^\circ) = 7,5 \text{ m/s}^2$

b) Ahora la fuerza de rozamiento tiene sentido hacia abajo, contrario al del movimiento.

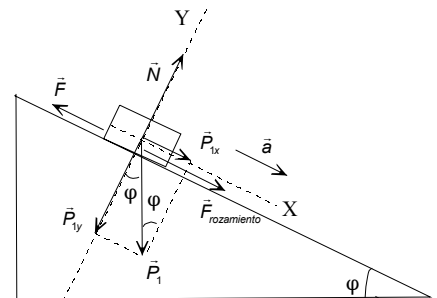
Para que el objeto no se deslice hay que aplicar una fuerza paralela al plano inclinado y de sentido hacia arriba.

Como el objeto asciende con velocidad constante está en equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow F = P_x + F_{\text{rozamiento}} \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi = m \cdot g \cdot (\sin \varphi + \mu \cdot \cos \varphi)$

Sustituyendo: $F = m \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (\sin 60^\circ + 0,2 \cdot \cos 60^\circ) = 9,5 \cdot m \text{ N}$



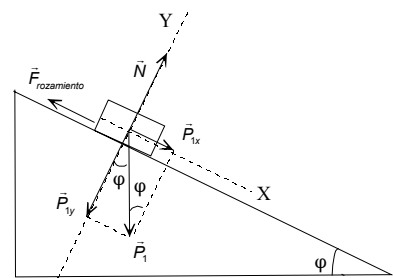
12. Cuál debe ser la inclinación de una superficie con la horizontal para que un objeto se deslice cuando el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,4$.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma. Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Cuando el objeto comienza a deslizarse está en equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N - P_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; P_x - F_{\text{rozamiento}} = 0; P \cdot \sin \varphi = \mu \cdot N \end{aligned} \right\}$$

Operando: $m \cdot g \cdot \sin \varphi = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi; \text{tg } \varphi = \mu = 0,4$

$\Rightarrow \varphi = 21^\circ 48' 5,1''$



ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 285

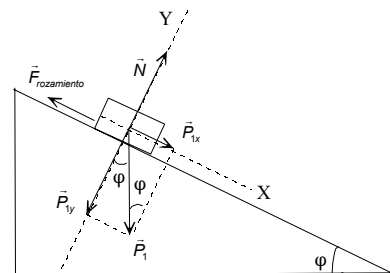
13. Un objeto comienza a deslizarse cuando la inclinación de un plano inclinado es de 20° . Calcula el coeficiente de rozamiento.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma. Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento.

Cuando el objeto comienza a deslizarse está en equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N - P_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; P_x - F_{\text{rozamiento}} = 0; P \cdot \sin \varphi = \mu \cdot N \end{aligned} \right\}$$

Operando: $m \cdot g \cdot \sin \varphi = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi; \mu = \text{tg } \varphi = \text{tg } 20^\circ = 0,36$

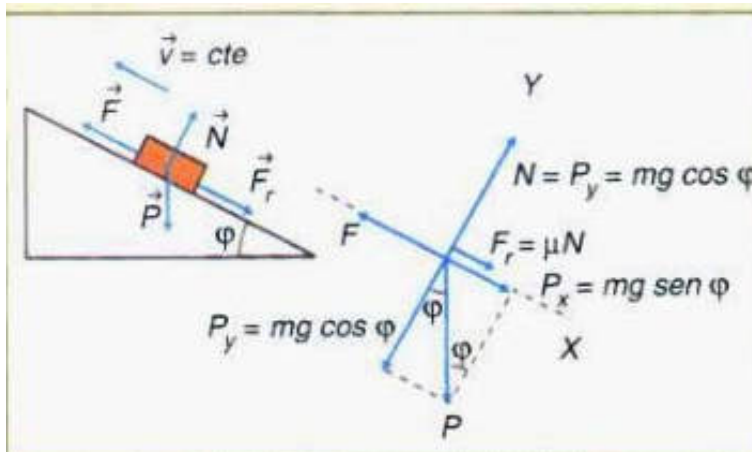


14. Un objeto de masa m está situado sobre la superficie de un plano inclinado que forma un ángulo φ con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre las superficies es igual a μ , deduce la expresión de la fuerza mínima que hay que aplicar, paralelamente al plano inclinado, sobre el objeto para que ascienda con velocidad constante.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma.

Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento de sentido contrario a la fuerza aplicada.

Cuando el objeto asciende con velocidad constante está en equilibrio.



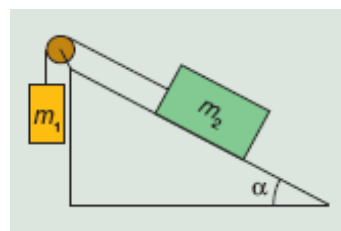
$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{p}_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{p}_x + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow F = P_x + F_{\text{rozamiento}} \\ P_x = m \cdot g \cdot \sin \varphi \\ F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

Sacando factor común: $F = m \cdot g \cdot (\sin \varphi + \mu \cdot \cos \varphi)$

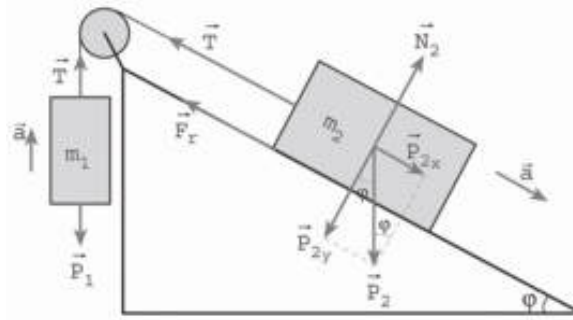
En el supuesto de que el coeficiente de rozamiento sea igual a cero, la fuerza aplicada es igual a la componente del peso en la dirección del plano inclinado: $F = m \cdot g \cdot \sin \varphi$

15. Estudia el sistema de la figura adjunta. ¿En qué condiciones, en función de la masa de los objetos, del coeficiente de rozamiento y del ángulo del plano inclinado, el sistema evoluciona hacia la derecha, hacia la izquierda o permanece en equilibrio?



Sobre el objeto que cuelga actúa su peso y la tensión de la cuerda. Sobre el apoyado en el plano inclinado actúan su peso, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento siempre va contra el movimiento y la tensión de la cuerda es la misma en los dos objetos, si la cuerda y poleas son ideales. En el caso de que el sistema esté en movimiento los dos objetos están animados con la misma aceleración.

a) Evolucionan el sistema descendiendo el objeto situado sobre el plano inclinado.



Se aíslan los dos objetos, para el objeto que cuelga se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y para el otro objeto se elige el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma. Aplicando las leyes de la dinámica, se tiene:

Cuerpo que cuelga:

$$\Sigma \vec{F}_Y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}; T - P_1 = m_1 \cdot a; T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \Rightarrow T = m_1 \cdot (g + a)$$

Cuerpo apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_Y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_{2y} = 0; N_2 = P_{2y} = m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_X = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{2x} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot \vec{a}; P_{2x} - T - F_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot a; P_2 \cdot \sin \varphi - T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\}$$

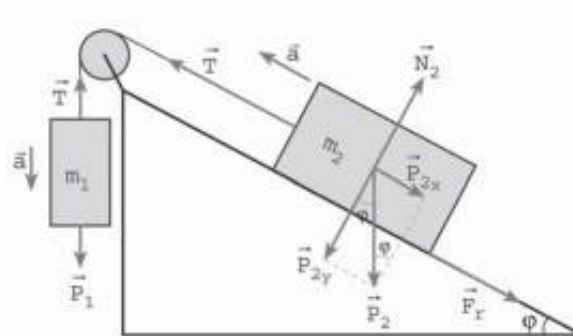
$$\text{Operando: } m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - T - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi = m_2 \cdot a \Rightarrow T = m_2 \cdot (g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot g \cdot \cos \varphi - a)$$

Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_1 \cdot g + m_1 \cdot a = m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi - m_2 \cdot a$$

$$\text{La aceleración con que evoluciona el sistema es: } a = \frac{g \cdot (m_2 \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot \cos \varphi - m_1)}{m_1 + m_2}$$

b) Evolucionan el sistema ascendiendo el objeto situado sobre el plano inclinado.



Se aíslan los objetos y se eligen los sistemas de referencias ya indicados.

Cuerpo que cuelga:

$$\Sigma \vec{F}_Y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}; T - P_1 = m_1 \cdot (-a); m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a \Rightarrow T = m_1 \cdot (g - a)$$

Cuerpo apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_{2y} = 0; N_2 = P_{2y} = m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{2x} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; P_{2x} + F_{\text{rozamiento}} - T = m_2 \cdot (-a); P_2 \cdot \sin \varphi + \mu \cdot N_2 - T = m_2 \cdot (-a) \end{aligned} \right\}$$

Operando:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi - T = -m_2 \cdot a \Rightarrow T = m_2 \cdot (g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot g \cdot \cos \varphi + a)$$

Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot a = m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi + m_2 \cdot a$$

La aceleración con que evoluciona el sistema es: $a = \frac{g \cdot (m_1 - m_2 \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot \cos \varphi)}{m_1 + m_2}$

c) Si el sistema permanece en equilibrio, no evoluciona ni hacia la derecha, ni hacia la izquierda.

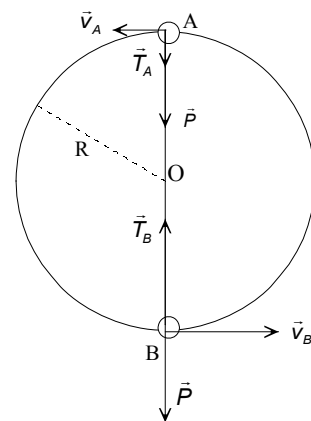
16. En el plano vertical se hace girar un objeto de 40 g de masa atado a una cuerda de 60 cm de longitud. Si el objeto gira con una frecuencia constante de 60 r.p.m, calcula la tensión de la cuerda en el punto más alto y en el más bajo de la trayectoria.

La frecuencia en unidades del SI es: $\nu = 60 \text{ rpm} = 1 \text{ Hz}$

Aplicando las relaciones entre las magnitudes angulares y lineales, resulta que la velocidad del objeto es:

$$v = \omega \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot 0,60 \text{ m} = 3,8 \text{ m/s}$$

Sobre el objeto, y en cualquier punto de la trayectoria, actúan su peso y la tensión de la cuerda de dirección la del radio y sentido hacia el centro de la circunferencia. Se elige un sistema de referencia con el origen en el centro de la circunferencia y un eje coincidente con la dirección radial en el punto considerado.



En el punto más alto de la trayectoria, punto A, la tensión y el peso tienen la misma dirección y sentido y su resultante es la fuerza centrípeta.

$$\Sigma \vec{F}_A = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T}_A + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n; T_A + P = m \cdot \frac{v_A^2}{R} \Rightarrow T_A = m \cdot \frac{v_A^2}{R} - m \cdot g$$

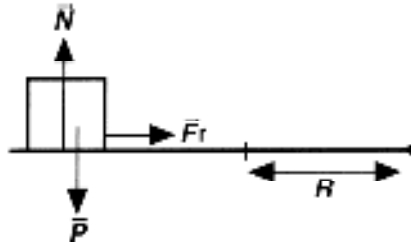
$$\text{Sustituyendo: } T_A = 0,04 \text{ kg} \cdot \left(\frac{(3,8 \text{ m/s})^2}{0,6 \text{ m}} - 9,8 \text{ m/s}^2 \right) = 0,57 \text{ N}$$

En el punto más bajo, punto B, el peso y la tensión tienen sentidos opuestos.

$$\Sigma \vec{F}_B = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T}_B + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n; T_B - P = m \cdot \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow T_B = m \cdot \frac{v_B^2}{R} + m \cdot g$$

$$\text{Sustituyendo: } T_B = 0,04 \text{ kg} \cdot \left(\frac{(3,8 \text{ m/s})^2}{0,6 \text{ m}} + 9,8 \text{ m/s}^2 \right) = 1,4 \text{ N}$$

17. Un automóvil de 1200 kg de masa toma una curva no peraltada de 300 m de radio. Calcula el coeficiente de rozamiento para que el vehículo no derrape cuando transita a una velocidad de 72 km/h.



La velocidad en unidades del SI es: $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

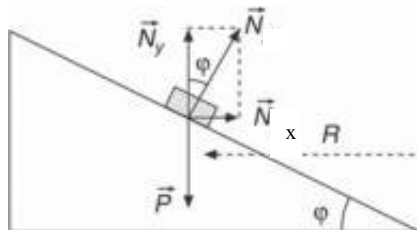
Las fuerzas que actúan sobre el vehículo son: el peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento lateral, reacción del suelo sobre las ruedas cuando se gira el volante. Esta fuerza es perpendicular a la trayectoria y proporciona la aceleración normal que modifica la dirección de la velocidad y permite tomar la curva sin salirse.

Un observador externo (inercial) elige un sistema de referencia con el origen situado en el automóvil, en cada instante, el eje Y la perpendicular al suelo y el eje X la dirección radial. Aplicando la segunda ley de Newton a cada uno de los ejes, y teniendo en cuenta que la trayectoria es circular de radio R, se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_n; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}_n; \mu \cdot N = m \cdot \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{R \cdot g}$$

Sustituyendo: $\mu = \frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{300 \text{ m} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,14$; Independiente de la masa del automóvil.

18. Calcula el peralte que deberá tener una curva de 40 m de radio para que se pueda tomar a una velocidad de 50 km/h, aunque esté cubierta con placas de hielo.



La velocidad en unidades del SI es: $v = 50 \text{ km/h} = 13,9 \text{ m/s}$

Supongamos que el firme de la carretera forma un ángulo ϕ con la horizontal y en el peor de los supuestos que la fricción entre las ruedas y el firme de la calzada es igual a cero.

Sobre el vehículo actúan su peso y la fuerza normal. La composición de estas fuerzas proporciona la fuerza centrípeta, perpendicular a la trayectoria, necesaria para tomar la curva. Un observador inercial elige como sistema de referencia uno centrado en el coche, con el eje X la dirección radial y el eje Y la vertical. El vehículo está en equilibrio en el eje Y y en el eje X la trayectoria es circular.

Descomponiendo la normal en componentes.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_y + \vec{P} = 0; N \cdot \cos \varphi = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x; \vec{N}_x = m \cdot \vec{a}_n; N \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{g \cdot R}$$

Con lo que el peralte de la curva es:

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v^2}{g \cdot R} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{(13,9 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 40 \text{ m}} = 26^\circ 14' 16''$$

19. Un satélite de 800 kg de masa describe una órbita circular de 600 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula la aceleración normal, la velocidad y el período del satélite. $R_{\text{Tierra}} = 6\,400 \text{ km}$; $m_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

El radio de la órbita es: $r = R_T + 400 \text{ km} = 6\,400 \cdot 10^3 \text{ m} + 600 \cdot 10^3 \text{ m} = 7 \cdot 10^6 \text{ m}$
Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento del satélite en su órbita circular, resulta que:

$$\Sigma \vec{F} = m_{\text{ISS}} \cdot \vec{a}_n; G \frac{m_T \cdot m_{\text{ISS}}}{r^2} = m_{\text{ISS}} \cdot a_n \Rightarrow a_n = G \frac{m_T}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(7 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 8,14 \text{ m/s}^2$$

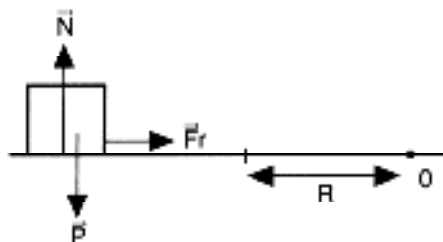
$$\text{De igual forma: } \Sigma \vec{F} = m_{\text{ISS}} \cdot \vec{a}_n; G \frac{m_T \cdot m_{\text{ISS}}}{r^2} = m_{\text{ISS}} \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{m_T}{r} = v^2$$

$$\text{Despejando: } v = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{7 \cdot 10^6 \text{ m}}} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

El satélite recorre la distancia de una órbita completa en un tiempo igual al período, por lo que:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10^6 \text{ m}}{7,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ s}$$

20. Un método para medir coeficientes de rozamiento consiste en cubrir un disco que gira, en torno a un eje perpendicular a su superficie y que pasa por su punto medio, con una de las superficies a investigar y colocar encima un objeto construido con otro material. Si este objeto sale despedido cuando se coloca a 20 cm del eje y el disco gira con una frecuencia de 45 r.p.m., describe la trayectoria que sigue el objeto y el valor del coeficiente de rozamiento.



En primer lugar se expresan las magnitudes en unidades del SI.
 $R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$; $\nu = 45 \text{ r.p.m.} = 0,75 \text{ Hz}$

Cuanto mayor es la distancia del objeto al eje de giro mayor es la velocidad del mismo. Llega un momento en que la velocidad es tal que la fuerza de rozamiento no es capaz de suministrar la aceleración normal suficiente para modificar la dirección del vector velocidad y el objeto sale despedido, por inercia, en la dirección tangente a la trayectoria de la posición que ocupe en ese momento.

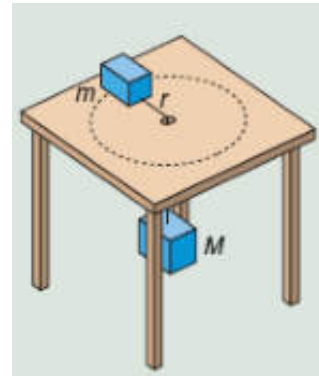
Las fuerzas que actúan sobre el objeto son: el peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Un observador externo elige un sistema de referencia centrado en el

objeto, el eje Y la vertical y el eje X la horizontal que pasa por el centro de giro. Aplicando la segunda ley de Newton:

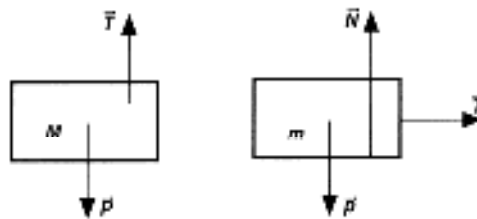
$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0 ; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = P = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x ; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}_n; \mu \cdot N = m \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R \cdot g} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot v^2 \cdot R}{g}$$

Sustituyendo: $\mu = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (0,75\text{Hz})^2 \cdot 0,20}{9,8 \text{ m/s}^2} = 0,45$

21. Dos objetos están unidos con una cuerda que pasa a través de un agujero practicado en una mesa. Uno de ellos cuelga y el otro apoya en la mesa. Si no hay rozamiento entre la mesa y el objeto, calcula la velocidad a la que debe girar este objeto para que el que cuelga permanezca en reposo.



Las fuerzas que actúan sobre el objeto que cuelga son su peso y la tensión de la cuerda. Las que actúan sobre el cuerpo apoyado son su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda. Como en el agujero de la mesa no hay rozamiento, la cuerda está sometida a la misma tensión en todos sus puntos.



Sea M la masa del objeto que cuelga y m la del objeto apoyado sobre la mesa. Aislando cada uno de los objetos, un observador externo elige para el objeto que cuelga como referencia la vertical y para el cuerpo apoyado un sistema de referencia con el eje Y la vertical y el eje X la horizontal radialmente. Aplicando las leyes de la dinámica a los dos objetos, se tiene:

Objeto que cuelga: $\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T} + \vec{P} = 0; T = P = M \cdot g$

Objeto apoyado: $\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x; \vec{T} = m \cdot \vec{a}_n; T = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R}$

Igualando las dos ecuaciones: $M \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{v^2}{g \cdot R}$

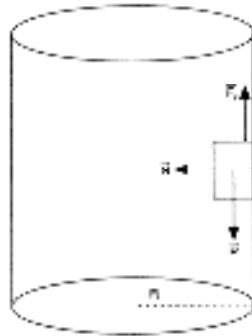
Que relaciona las masas de los objetos con el radio R de la trayectoria circular que describe el objeto apoyado sobre la mesa.

22. Explica el funcionamiento del proceso de centrifugar la ropa en una lavadora.

Al girar el tambor de una lavadora comunica una velocidad a la ropa tanto mayor cuanto más rápidamente gire. En cada instante, la ropa tiende a seguir con su estado de movimiento, en línea recta y con velocidad constante. El propio tambor impide que la ropa se escape, sin embargo el agua que la empapa se escapa por los agujeros, debido a la inercia.

23. Una atracción de feria consiste en un tubo de paredes verticales. Dentro del tubo un motorista describe trayectorias paralelas al suelo. ¿Cuál es la mínima velocidad que llevará el motorista para no caer?

Sobre el motorista actúan su peso, la fuerza de rozamiento que impide que caiga y la fuerza normal que aplica la superficie y dirigida hacia el centro de la trayectoria.



Un observador externo elige un sistema de referencia con el origen en el motorista, el eje Y la vertical y el eje X la horizontal, que pasa por el centro de la trayectoria que sigue el motorista en ese instante. En el eje vertical el motorista está en equilibrio y en el horizontal la fuerza normal proporciona la aceleración centrípeta necesaria para modificar la dirección de la velocidad. Aplicando la segunda ley de Newton.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x &= m \cdot \vec{a}_x; \vec{N} = m \cdot \vec{a}_n \Rightarrow N = m \frac{v^2}{R} \\ \Sigma \vec{F}_y &= 0; \vec{F}_{\text{rozamiento}} + \vec{P} = 0 \Rightarrow F_{\text{rozamiento}} = P; \mu \cdot N = m \cdot g \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \frac{v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{\frac{R \cdot g}{\mu}};$$

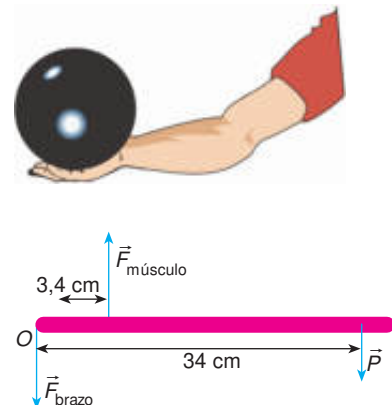
Se observa que la velocidad precisa es independiente de la masa del motorista.

24. ¿Qué tipo de movimiento produce en un objeto la aplicación de un par de fuerzas?

Un par de fuerzas produce un movimiento circular uniformemente acelerado.

25. Una persona sostiene en la palma de su mano un objeto de 1 kg de masa con el codo apoyado en la superficie de una mesa. La distancia desde la palma de mano al codo es de 34 cm y el músculo bíceps se inserta en el hueso a 3,4 cm del codo. Si se desprecia el peso del brazo, calcula la fuerza con la que actúa el bíceps el elevar el objeto.

El brazo es como una barra con su punto fijo, O, en el codo. El sistema está en equilibrio de rotación y se considera que el músculo actúa con una fuerza que es perpendicular al antebrazo.



Sobre el antebrazo actúan el peso del objeto, la fuerza del bíceps y una fuerza aplicada en el codo por la parte superior del brazo y de sentido hacia abajo. Si no actuara esta fuerza, el sistema no podría estar en equilibrio de traslación. El peso del objeto hace girar al antebrazo en un sentido y la fuerza con la que actúa el músculo, en sentido contrario.

Aplicando la condición de equilibrio de rotación:

$$\Sigma \vec{M}_{\text{codo}} = 0; P_{\text{objeto}} \cdot 34 \text{ cm} - F_{\text{músculo}} \cdot 3,4 \text{ cm} + F_{\text{brazo}} \cdot 0 \text{ cm} = 0$$

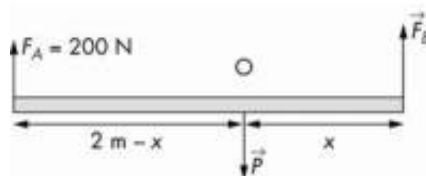
Despejando: $F_{\text{músculo}} = 10 \cdot P_{\text{objeto}} = 10 \cdot m \cdot g = 10 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

Como el sistema tiene que estar en equilibrio de traslación:

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{P} + \vec{F}_{\text{brazo}} + \vec{F}_{\text{músculo}} = 0 \Rightarrow F_{\text{músculo}} = F_{\text{brazo}} + P_{\text{objeto}}; 98 \text{ N} = F_{\text{brazo}} + 10 \text{ N}$$

$$F_{\text{brazo}} = 88 \text{ N}$$

26. Dos personas transportan un paquete que tiene una masa de 80 kg agarrando por los extremos de una barra de 2 m de longitud y de masa despreciable de la que cuelga el paquete. Si una de las personas actúa con una fuerza de 200 N, calcula la fuerza con la que actúa la otra persona y la posición del paquete en la barra.



Sobre la barra actúan el peso del paquete, que se aplica a una distancia x de un extremo, y las fuerzas con las que actúan las personas F_A y F_B , que se aplican en los extremos de la barra.

Aplicando la condición de equilibrio de traslación:

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{P} = 0; F_A + F_B - P = 0; 200 \text{ N} + F_B - 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 0 \Rightarrow F_B = 584 \text{ N}$$

Aplicando la condición de equilibrio de rotación respecto del punto O en el que se aplica el peso:

$$\Sigma \vec{M}_O = 0; 200 \text{ N} (2 \text{ m} - x) = 584 \text{ N} \cdot x \Rightarrow x = 0,51 \text{ m}$$

Por tanto, el objeto está situado a 51 cm de la persona que actúa con la fuerza de mayor módulo.

27. Un andamio de 4,5 m de longitud y 60 kg de masa cuelga horizontalmente del alero de un edificio mediante dos cables verticales enganchados en sus extremos. Si una persona de 60 kg de masa se coloca a 1,2 m de un extremo, calcula la tensión que soporta cada cable.

Sobre el andamio actúan su peso, el peso de la persona y las fuerzas con las que actúan los cables de los extremos.

El andamio está en equilibrio de rotación y de traslación.

Aplicando la condición de equilibrio de rotación respecto del punto O de un extremo:

$$\Sigma \vec{M}_O = 0;$$

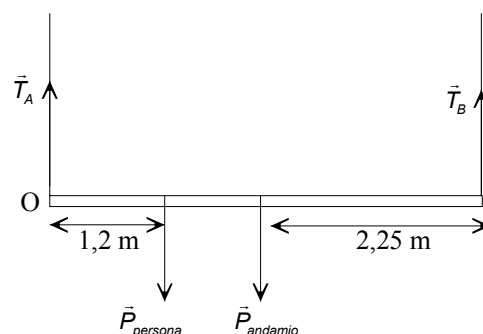
$$T_A \cdot 0 \text{ m} - P_{\text{persona}} \cdot 1,2 \text{ m} - P_{\text{andamio}} \cdot 2,25 \text{ m} + T_B \cdot 4,5 \text{ m} = 0$$

$$T_B \cdot 4,5 \text{ m} = 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ m} + 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \Rightarrow T_B = 450,8 \text{ N}$$

Aplicando la condición de equilibrio de traslación:

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{P}_{\text{persona}} + \vec{P}_{\text{andamio}} = 0; T_A + T_B - P_{\text{persona}} - P_{\text{andamio}} = 0$$

$$\text{Sustituyendo: } T_A + 450,8 \text{ N} - 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 0 \Rightarrow T_A = 725,2 \text{ N}$$



1. En la enciclopedia wikipedia puedes encontrar información sobre el funcionamiento, historia, tipos y usos de los aerodeslizadores, también llamados hovercraft: <http://es.wikipedia.org/wiki/Aerodeslizador>

Los primeros aerodeslizadores prácticos datan de 1950. A partir de 1960 comienzan a utilizarse para transportar pasajeros a lo largo de ríos y lagos. En la actualidad se utilizan en viajes de recreo, transporte de mercancías y pasajeros y en operaciones militares. Su uso está muy condicionado por el elevado precio de los combustibles.

2. En la página web: <http://cultura.terra.es/cac/articulo/html/cac2511.htm> tienes una simulación que explica el funcionamiento de los trenes de levitación magnética. Elabora un resumen de su funcionamiento.

Mediante la repulsión de imanes el convoy se mantiene flotando por encima de la vía durante el viaje. Cuando llega a la estación las ruedas le apoyan sobre las guías.

Una vez en modo de levitación, el tren utiliza la interacción de sus electroimanes con los de las vías para crear fuerzas de atracción en la parte delantera del tren y de repulsión en la parte trasera.

UNIDAD 13: TRABAJO Y ENERGÍA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 289

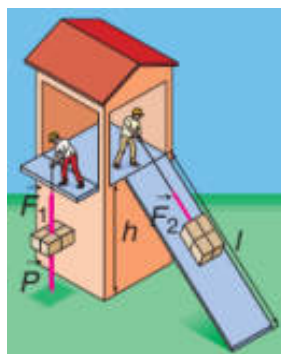
1. Describe las transformaciones de la energía que se realizan en la cama elástica de las atracciones de ferias.

Al dejarse una persona caer su energía potencial gravitatoria disminuye y se transforma en energía potencial elástica que almacenan los resortes de la cama elástica al deformarse.

Al salir despedida la persona se transforma la energía potencial elástica en energía cinética de la persona. Según asciende la persona disminuye su energía cinética que se transforma en energía potencial gravitatoria, hasta que llega al punto más elevado de su recorrido.

Al bajar, disminuye su energía potencial gravitatoria y aumenta la energía cinética. Al entrar en contacto con la cama la persona se frena y se deforman los resortes y se transforma la energía cinética en energía potencial elástica. A continuación se repite el ciclo.

2. Dos personas trasladan objetos iguales desde el suelo hasta la misma plataforma tal y como se muestra en la figura adjunta. ¿Cual de las dos personas trabaja más?



En ausencia de fricción, el trabajo realizado por las dos personas es el mismo. La situación inicial y final de los objetos elevados es la misma.

3. Al botar una pelota, se observa que cada bote es de menor altura que el anterior. ¿Eres capaz de explicar este hecho?

En cada uno de los botes parte de la energía cinética de la pelota se transforma calor, por lo que la altura alcanzada es cada vez menor.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 291

1. Indica si en las siguientes actividades se realiza trabajo o solamente esfuerzo: empujar una pared, colocar un libro en una estantería, bajar un libro de una estantería, llevar el libro debajo del brazo por el pasillo.

Se realiza trabajo al colocar un libro en una estantería y al bajarlo de la misma.

Al empujar una pared no se realiza trabajo, ya que la fuerza no se desplaza.

Tampoco se realiza trabajo al llevar un libro debajo de brazo por una superficie horizontal, ya que la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 294

2. Justifica que la unidad de energía cinética es el julio.

Aplicando la definición de energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, resulta que:

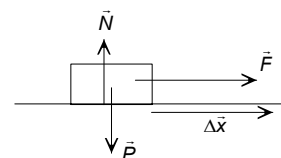
$$\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

3. Sobre un objeto, de 20 kg de masa, que está inicialmente en reposo, actúa una fuerza resultante de 5 N desplazándolo 6 m. Calcula el trabajo que realiza la fuerza y la velocidad que adquiere el objeto.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.

a) Aplicando la definición de trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi = 5 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 30 \text{ J}$$

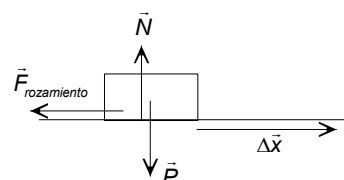


b) El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética.

$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0; \quad 30 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot v^2 \Rightarrow v = 1,73 \text{ m/s}$$

4. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 4 m/s. Si sobre él actúa una fuerza de rozamiento de 3,2 N, calcula la distancia que recorre para detenerse.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.



El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética.

$$W_F = \Delta E_c; \quad F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 108^\circ = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\text{Sustituyendo: } 3,2 \text{ N} \cdot \Delta x \cdot (-1) = - \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m/s})^2 \Rightarrow \Delta x = 5 \text{ m}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 297

5. Justifica que la unidad de energía potencial gravitatoria y de energía potencial elástica es el julio.

De la definición de energía potencial gravitatoria: $E_p = m \cdot g \cdot h$, se deduce que:
 $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$

De la definición de energía potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$, se deduce que:
 $\text{N/m} \cdot \text{m}^2 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$

6. Un muelle tiene una constante elástica de 2 N/cm. Calcula la energía potencial elástica cuando la deformación es de 4 cm. ¿Qué trabajo realiza la fuerza elástica para producir esa deformación?

Las magnitudes en unidades del SI son: $\Delta x = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$; $K = 2 \text{ N/cm} = 200 \text{ N/m}$
a) Aplicando la definición de energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ N/m} \cdot (0,04 \text{ m})^2 = 0,16 \text{ J}$$

b) El trabajo que realiza la fuerza elástica es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

$$W_{F \text{ elástica}} = -\Delta E_p \text{ elástica} = -(E_p \text{ elástica final} - E_p \text{ elástica inicial}) = -(0,16 \text{ J} - 0) = -0,16 \text{ J}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 298

7. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica deduce que la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura h es: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

La única fuerza que actúa sobre un objeto que cae es su peso y, por tanto, se conserva su energía mecánica. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica entre el punto desde el que se deja caer y el suelo y eligiendo como nivel de referencia de la energía potencial el suelo, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow v_{\text{suelo}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

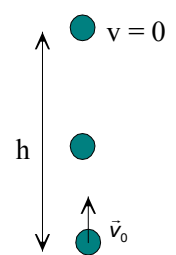
8. ¿Hasta qué altura asciende una pelota que se lanza verticalmente con una velocidad de 12 m/s? ¿A qué altura sobre el suelo estará cuando su velocidad sea igual a 6 m/s? ¿Qué velocidad llevará cuando esté a 5 m del suelo?

La única fuerza que actúa sobre la pelota es su peso y por ello se conserva su energía mecánica durante todo el recorrido. Se elige como origen de energía potencial gravitatoria el suelo.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

a) La energía cinética en el suelo se transforma en energía potencial gravitatoria.

$$E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_{c \text{ arriba}} + E_{p \text{ arriba}}$$



$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow h = 7,35 \text{ m}$$

b) Un parte de la energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria.

$$E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_c + E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ m/s})^2 + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot h$$

Despejando: $h = 5,51 \text{ m}$

c) De igual forma: $E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_{c \text{ 5m}} + E_{p \text{ 5m}}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m}$$

$\Rightarrow v = 6,78 \text{ m/s}$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 304

9. Justifica que la unidad de medida de la energía eléctrica kW·h es una unidad de energía y no de potencia y expresa su equivalencia en julios.

Teniendo en cuenta la definición de vatio: $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1 \text{ 000 J/s} \cdot 3 \text{ 600 s} = 3 \text{ 600 000 J}$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 308

1. ¿Tiene energía potencial gravitatoria un objeto situado en el fondo de un hoyo?

A un objeto dentro de un hoyo se le puede asignar una energía potencial gravitatoria respecto del fondo de otro pozo más profundo que se elija como origen de referencia.

2. ¿Cuándo se dice que una fuerza es conservativa? ¿La fuerza de rozamiento es conservativa?

Una fuerza es conservativa cuando tiene la propiedad de que el trabajo neto a lo largo de un recorrido cerrado es igual a cero, tal es el caso del peso y la fuerza elástica. Este trabajo es independiente de la trayectoria, solamente depende de las posiciones inicial y final.

A las fuerzas que no presentan esta característica se les denomina fuerzas no conservativas, como, por ejemplo, la fuerza de rozamiento. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es siempre negativo, se transforma en forma de calor, y depende de la trayectoria recorrida por el móvil.

3. Dos objetos que tienen la misma cantidad de movimiento, ¿tienen la misma energía cinética?

La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial que se define: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Y la energía cinética es una magnitud escalar que se define: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Aunque los módulos de la cantidad de movimiento de dos objetos sean iguales, no tienen por qué tener la misma energía cinética.

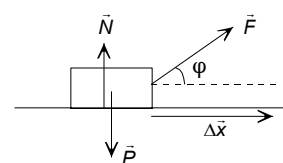
4. En lo alto de un plano inclinado hay dos objetos en reposo, uno se deja caer verticalmente y el otro se resbala sin rozamiento a lo largo de la rampa. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál adquiere más energía cinética al llegar al suelo?

Los objetos se deslizan por un plano inclinado con una aceleración mayor cuanto más pendiente sea el plano, luego llega antes al suelo el que se deja caer verticalmente.

Si no hay rozamiento, los dos objetos llegan al suelo con la misma velocidad. En los dos casos la energía potencial gravitatoria se transforma íntegramente en energía cinética.

5. Un objeto que tiene una masa de 2 kg se desliza, sin rozamiento por una superficie horizontal, por la acción de una fuerza de intensidad igual a 6 N que forma un ángulo de 30° con la citada superficie. Determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto para recorrer una distancia de 4 m.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. El peso y la fuerza normal no realizan trabajo pues son perpendiculares al desplazamiento.

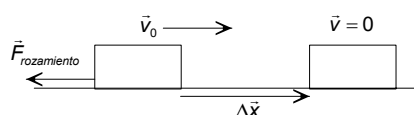


El trabajo que realiza la fuerza aplicada es igual que el que realiza su componente en la dirección del desplazamiento. Aplicando la definición de trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi = 6 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 20,8 \text{ J}$$

6. Un vehículo de masa 900 kg que va a una velocidad de 25 m/s frena bruscamente y se desliza hasta pararse. Si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,2, determina la distancia recorrida hasta detenerse.

Sobre el vehículo actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza resultante que actúan sobre el objeto es igual a la fuerza de rozamiento. Durante el recorrido del objeto solamente se modifica su velocidad y no hay variación de su posición respecto de la Tierra.



Aplicando la ley de la energía cinética: el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética asociada al objeto.

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_c = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2;$$

$$\mu \cdot N \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

En una superficie horizontal el peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, por lo que:

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2; 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (25 \text{ m/s})^2 \Rightarrow \Delta x = 159,4 \text{ m}$$

La energía cinética asociada al objeto se transfiere en forma de calor con el entorno.

7. Un vehículo que lleva una velocidad de 36 km/h tiene que recorrer 50 m hasta detenerse. ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse cuando vaya a una velocidad de 108 km/h?

Las velocidades en unidades del SI son:

$$v_1 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}; v_2 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

Como solamente hay variaciones de la velocidad del automóvil se aplica la ley de la energía cinética, para determinar el módulo de la fuerza de rozamiento. El trabajo que realiza la fuerza resultante se emplea en modificar la energía cinética del automóvil.

$$W_{\text{Resultante}} = \Delta E_c; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cos 108^\circ = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\text{Sustituyendo en los casos: } F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2$$

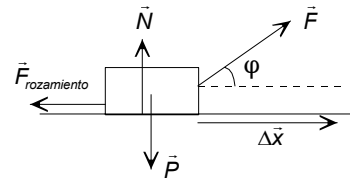
Dividiendo miembro a miembro y como la fuerza de rozamiento permanece constante:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}; \frac{50 \text{ m}}{\Delta x_2} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{(30 \text{ m/s})^2} \Rightarrow \Delta x_2 = 450 \text{ m}$$

Si la velocidad se triplica, la distancia empleada para detenerse se multiplica por nueve.

8. Un objeto de 8 kg de masa se traslada por una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 30° con la citada horizontal. Si el objeto arranca desde el reposo y el coeficiente de rozamiento al deslizamiento es igual a 0,2, determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas y la velocidad del objeto después de recorrer 4 m.

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento. Hay que determinar el módulo de cada una de las fuerzas. Se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.



Como el objeto se desliza por la horizontal, en el eje Y está en equilibrio. En este caso el módulo de la normal no es igual al peso del objeto, descomponiendo la fuerza aplicada en componentes, se tiene:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{P} = 0; N + F \cdot \text{sen } \phi - P = 0$$

$$\text{Despejando: } N = m \cdot g - F \cdot \text{sen } 30^\circ = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - 60 \text{ N} \cdot \text{sen } 30^\circ = 48,4 \text{ N}$$

$$\text{El módulo de la fuerza de rozamiento es: } F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 48,4 \text{ N} = 9,7 \text{ N}$$

La fuerza resultante tiene por dirección la del eje X:

$$\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{F}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}}$$

$$F_{\text{resultante}} = F \cdot \cos 30^\circ - F_{\text{rozamiento}} = 60 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ - 9,7 \text{ N} = 42,3 \text{ N}$$

El trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero, ya que el desplazamiento es perpendicular a la dirección de las fuerzas.

$$W_P = W_N = 0$$

El trabajo que realiza la fuerza aplicada es:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = 60 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 207,8 \text{ J}$$

Y el de la fuerza de rozamiento es:

$$W_{\text{rozamiento}} = \vec{F}_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta \vec{x} = 9,7 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = -38,8 \text{ J}$$

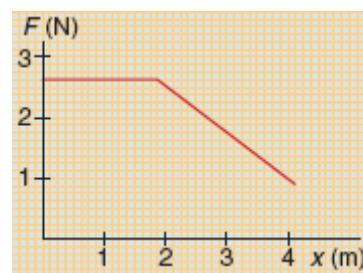
El trabajo total es la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas, que coincide con el trabajo realizado por la fuerza resultante

$$W_{\text{resultante}} = \vec{F}_{\text{resultante}} \cdot \Delta \vec{x} = 42,3 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 169,2 \text{ J}$$

Para determinar la velocidad del móvil se aplica la ley de la energía cinética. El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética del objeto.

$$W_{\text{resultante}} = \Delta E_c; W_{\text{resultante}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0; 169,2 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ kg} \cdot v^2 \Rightarrow v = 6,5 \text{ m/s}$$

9. La fuerza que actúa a lo largo de una distancia sobre una partícula, de 20 g de masa, está representada en la figura adjunta. Si la partícula está inicialmente en reposo, calcula la velocidad de la partícula al final del recorrido.



El trabajo realizado por la fuerza es igual al área encerrada por la curva y el eje de las abscisas.

$$W_F = \text{área rectángulo} + \text{área trapecio} = 2 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ N} + \frac{2,5 \text{ N} + 1 \text{ N}}{2} \cdot 2 \text{ m} = 8,5 \text{ J}$$

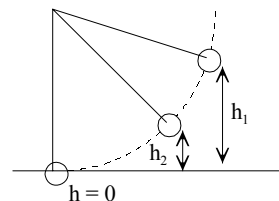
Aplicando la ley de la conservación de la energía cinética, el trabajo realizado por la fuerza resultante se emplea en modificar la energía cinética de la partícula.

$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,5 \text{ J}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} = 29,15 \text{ m/s}$$

10. Un péndulo consta de una esfera de 250 g de masa y una cuerda de 1 m de longitud que cuelga de un soporte. Calcula el trabajo realizado para separar al objeto lateralmente de la vertical una altura de 50 cm, manteniendo la cuerda tensa. ¿Qué velocidad lleva la esfera cuando está a una altura de 10 cm sobre el punto más bajo de la trayectoria? ¿Con qué velocidad pasa la esfera por el punto más bajo de la trayectoria?

a) Al separar el objeto de la vertical, solamente hay variación de la posición respecto de la Tierra. El trabajo que realiza la fuerza externa es igual a la variación de la energía potencial gravitatoria de la esfera.

$$W_F = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 0,250 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = 1,225 \text{ J}$$



Al dejar el sistema en libertad, las fuerzas que actúan son su peso y la tensión de la cuerda que es perpendicular a la trayectoria y, por tanto, no realiza trabajo alguno.

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre la posición inicial y el punto situado a 10 cm de la posición más baja de la trayectoria y se elige el punto más bajo de la trayectoria como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,2} + E_{p,2} \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2$$

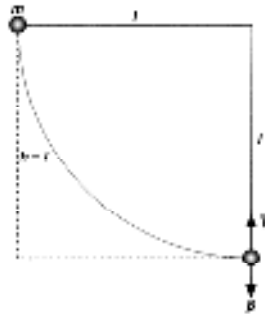
$$\text{Despejando: } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,5 \text{ m} - 0,1 \text{ m})} = 2,8 \text{ m/s}$$

c) En el punto más bajo de la trayectoria la energía potencial gravitatoria inicial se ha transformado en energía cinética.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,0} + E_{p,0} \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2 + 0$$

$$\text{Despejando: } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m}} = 3,1 \text{ m/s}$$

11. La bola de un péndulo se desplaza de la vertical hasta que la cuerda queda horizontal y se deja oscilar. Calcula la velocidad de la bola y la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria.



La energía potencial gravitatoria asociada a la posición inicial de la bola se transforma en energía cinética en el parte más baja de la trayectoria. Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica, resulta que:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

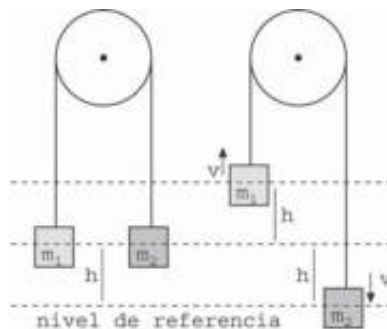
El movimiento que describe la lenteja del péndulo es circular. Aplicando la segunda ley de Newton a esta posición, se tiene:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n \Rightarrow T - P = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despejando y sustituyendo y como la altura h es igual al radio R de la trayectoria:

$$T = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot g + m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot h}{R} = 3 \cdot m \cdot g = 3 \cdot P$$

12. Dos objetos de masas $m_1 = 4 \text{ kg}$ y $m_2 = 4,1 \text{ kg}$ están unidos a los extremos de una cuerda ligera que pasa por la garganta de una polea exenta de rozamiento. Inicialmente los objetos están a la misma altura sobre el suelo y se deja evolucionar al sistema. Calcula la velocidad de los objetos cuando están separados por una distancia de 2 m.



Al liberar el sistema, los dos objetos se aceleran aumentando continuamente su velocidad. Ambos tienen la misma velocidad y la distancia que desciende el uno, es igual a la recorrida por el otro.

Al no existir fricción, la energía mecánica del sistema se conserva. La disminución de la energía potencial del objeto que desciende se transforma en energía potencial del objeto que asciende y en energía cinética de ambos.

Se elige como nivel de referencia de la energía potencial la posición del objeto de mayor masa en el instante en el que la separación de ambos objetos es de 2 m. Respecto a esta referencia, la posición inicial de los dos objetos es 1 m y la posición final del objeto de menor masa es 2 m.

Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0; E_{pi,1} + E_{ci,1} + E_{pi,2} + E_{ci,2} = E_{pf,1} + E_{cf,1} + E_{pf,2} + E_{cf,2}$$

$$\text{Por tanto: } m_1 \cdot g \cdot h + 0 + m_2 \cdot g \cdot h + 0 = m_1 \cdot g \cdot 2 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2 + 0 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v^2$$

$$\text{Operando: } g \cdot h \cdot (m_2 - m_1) = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot (m_1 + m_2)$$

El primer miembro es la pérdida de energía potencial del sistema y que el segundo miembro es la energía cinética ganada por él conjunto.

$$\text{Sustituyendo: } 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (4,1 \text{ kg} - 4 \text{ kg}) = \frac{1}{2} (4 \text{ kg} + 4,1 \text{ kg}) \cdot v^2 \Rightarrow v = 0,24 \text{ m/s}$$

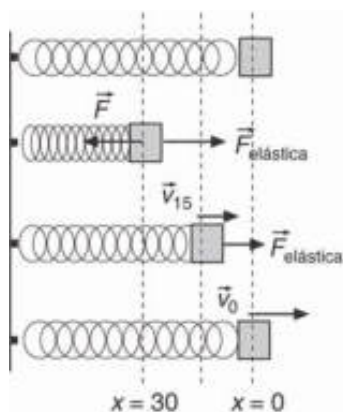
13. Se comprime un muelle de constante recuperadora $K = 50 \text{ N/m}$ y de longitud natural 60 cm hasta conseguir que su longitud sea 40 cm . ¿Qué trabajo hay que realizar para conseguirlo?

Al alargamiento (acortamiento) del muelle es: $\Delta x = 40 \text{ cm} - 60 \text{ cm} = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m}$

El trabajo que realiza la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica.

$$W_F = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ N/m} \cdot (-0,2 \text{ m})^2 = 1 \text{ J}$$

14. Un objeto de 500 g de masa está unido a un resorte que tiene una constante elástica $K = 100 \text{ N/m}$. Determina el trabajo que hay que realizar para comprimirlo 30 cm . ¿Qué fuerza hay que aplicar y qué trabajo hay que realizar para mantenerlo comprimido? Si a continuación se suelta el objeto, determina el módulo de la fuerza elástica y la velocidad del objeto cuando la deformación es de 15 cm . ¿Con qué velocidad pasa el objeto cuando el resorte recupera su longitud normal?



Si entre el objeto y el suelo no hay rozamiento, las únicas fuerzas que actúan sobre el objeto son la fuerza aplicada para estirar el muelle y la fuerza elástica que tiende a llevarlo a la situación inicial.

a) Como las fuerzas elásticas son conservativas y no hay variaciones en la velocidad del objeto, entonces se aplica la ley de la energía potencial. El trabajo que realiza la fuerza que comprime al muelle es igual a la variación de la energía potencial elástica asociada al sistema.

$$W_F = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ N/m} \cdot (0,30 \text{ m})^2 = 4,5 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado por la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica. Al soltar el objeto la única fuerza que actúa es la fuerza elástica que lo lleva hacia la posición inicial y en el proceso se conserva la energía mecánica.

Según se acerca el objeto hacia la posición inicial se transforma la energía potencial elástica en energía cinética, el objeto se acelera y el módulo de la fuerza elástica disminuye a medida que disminuye el desplazamiento.

Cuando el objeto pasa por el origen la fuerza elástica y la energía potencial elástica son iguales a cero y la energía cinética tiene su máximo valor. Por inercia el objeto continúa moviéndose en línea recta. A medida que se aleja del origen, aumenta el módulo de la fuerza elástica que lo frena y se transforma su energía cinética en energía potencial elástica.

Cuando alcanza la máxima separación la energía potencial elástica es máxima y la energía cinética es igual a cero. A continuación, el objeto invierte la trayectoria y continúan las transformaciones energéticas.

Aplicando la ley de Hooke y como el desplazamiento y la fuerza elástica tienen sentidos contrarios, se tiene que:

$$\Delta \vec{x} = -0,3 \cdot \vec{i} \text{ m}; \quad \vec{F}_{\text{elástica}} = -K \cdot \Delta x = -100 \text{ N/m} \cdot 0,30 \cdot (-\vec{i}) \text{ m} = 30 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

Mientras el muelle está comprimido, el objeto está en equilibrio y la fuerza aplicada es:

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{elástica}} = 0; \vec{F} = -\vec{F}_{\text{elástica}} = -30 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

El trabajo que realiza esta fuerza es igual a cero ya que el desplazamiento es cero. Es otro ejemplo para distinguir esfuerzo, fuerza aplicada, de trabajo.

c) El módulo de la fuerza elástica es: $F_{\text{elástica}} = K \cdot \Delta x = 100 \text{ N/m} \cdot 0,15 \text{ m} = 15 \text{ N}$

Al pasar por la posición $x = 15 \text{ cm}$, la energía del sistema es la suma de la energía potencial elástica asociada a esa posición y la energía cinética del objeto.

Aplicando el Ley de la conservación de la energía mecánica entre el extremo y esta posición, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c, \text{ extremo}} + E_{p, \text{ extremo}} = E_{c, \text{ posición}} + E_{p, \text{ posición}}$$

$$\text{Operando: } 0 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_{30}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{15}^2 + \frac{1}{2} K \cdot x_{15}^2 \Rightarrow m \cdot v_{15}^2 = K \cdot (x_{30}^2 - x_{15}^2)$$

$$\text{Despejando: } v_{15} = \sqrt{\frac{K \cdot (x_{30}^2 - x_{15}^2)}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m} \cdot [(0,30 \text{ m})^2 - (0,15 \text{ m})^2]}{0,500 \text{ kg}}} = 3,67 \text{ m/s}$$

d) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre la máxima separación y la posición central de la trayectoria, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c, \text{extremo}} + E_{p, \text{extremo}} = E_{c, \text{central}} + E_{p, \text{central}} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} K \cdot x_{30}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + 0$$

$$\text{Despejando: } v_0 = \sqrt{\frac{K \cdot x_{30}^2}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m} \cdot (0,30 \text{ m})^2}{0,500 \text{ kg}}} = 4,24 \text{ m/s}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 309

15. ¿Por qué es más fácil subir a una montaña por un camino sinuoso que verticalmente?

El trabajo que se realiza al subir a una montaña no depende de la trayectoria seguida. Sin embargo la fuerza aplicada es mayor cuanto más vertical sea el camino. Como el esfuerzo físico está relacionado con la fuerza aplicada, es más fácil ascender por el camino más tendido.

16. Se deja caer un mazo de hierro de 400 kg de masa desde una altura de 8 m sobre un pilote de madera que se clava en el suelo. Si el pilote se clava 5 cm en el suelo, calcula la fuerza con la que actúa el mazo sobre él.

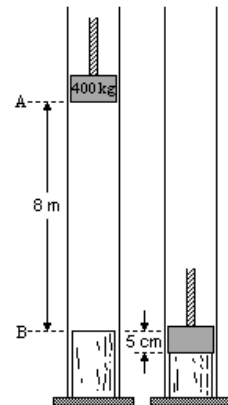
La energía potencial gravitatoria asociada al mazo cuando está elevado se transforma en energía cinética a medida que desciende.

El suelo ofrece una resistencia a que se introduzca el pilote, por lo que la energía potencial gravitatoria se transforma en trabajo de fricción.

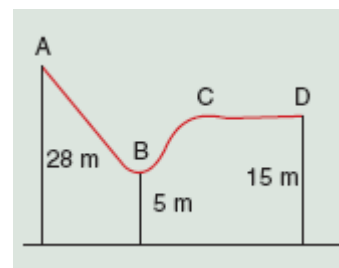
Por la ley de acción y reacción con la misma fuerza actúa el suelo sobre el pilote que el mazo sobre el pilote y el suelo. Considerando que esta fuerza es constante y aplicando la ley de conservación de la energía, se tiene:

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_p; F_{\text{rozamiento}} \cdot h_{\text{pilote}} \cdot \cos 180^\circ = 0 - m \cdot g \cdot h_{\text{mazo}}$$

$$\text{Despejando: } F_{\text{rozamiento}} = \frac{m \cdot g \cdot h_{\text{mazo}}}{h_{\text{pilote}}} = \frac{400 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (8 \text{ m} + 0,05 \text{ m})}{0,05 \text{ m}} = 631120 \text{ N}$$



17. En lo alto de una montaña rusa se encuentra un cochecito de 200 kg de masa en el que se sientan dos personas de 75 kg de masa cada una. El cochecito se pone en movimiento a partir del reposo, haciendo el recorrido desde A hasta C sin rozamiento, encontrándose finalmente con un freno a partir de C que le detiene en D. Sabiendo que las cotas de las posiciones citadas se indican en la figura y que la distancia de frenado CD es de 10 m, se pide: ¿con qué velocidad llega el cochecito a las posiciones B y C? ¿Qué valor tiene la aceleración de frenado y el coeficiente de rozamiento en la superficie horizontal?



Desde el punto A hasta el punto C no hay rozamiento y por ello se conserva la energía mecánica. Desde C hasta D la energía mecánica se transforma en forma de calor. Se elige origen de la energía potencial gravitatoria la posición cero de la figura.

a) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}; 0 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\text{Despejando: } v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_A - h_B)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (28 \text{ m} - 5 \text{ m})} = 21,23 \text{ m/s}$$

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y C, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,C} + E_{p,C}; 0 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

$$\text{Despejando: } v_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (28 \text{ m} - 15 \text{ m})} = 15,96 \text{ m/s}$$

c) Aplicando la ley de la conservación de la energía a los puntos A y D, se tiene que el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica:

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 + m \cdot g \cdot h_D - m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

Como la fuerza de rozamiento solamente actúa desde C hasta D, resulta que:

$$F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

Aplicando la segunda ley de Newton: $m \cdot a_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$

$$\text{Despejando y sustituyendo: } a_{\text{rozamiento}} = \frac{g \cdot (h_D - h_A)}{\Delta x \cdot \cos 180^\circ} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 (15 \text{ m} - 28 \text{ m})}{10 \text{ m} \cdot (-1)} = 12,74 \text{ m/s}^2$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Operando: $\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$; $\mu \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = h_D - h_A$

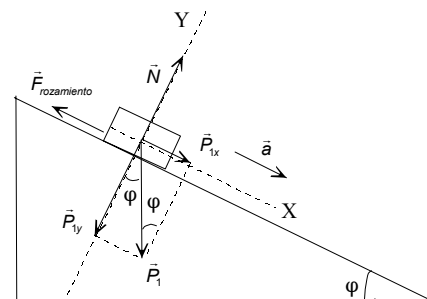
Sustituyendo: $\mu \cdot 10 \text{ m} \cdot (-1) = 15 \text{ m} - 28 \text{ m} \Rightarrow \mu = 1,3$

18. Desde lo alto de un plano inclinado, de 10 m de longitud y que forma un ángulo de 30° con la horizontal, se deja deslizarse un objeto de 6 kg de masa. Si el coeficiente cinético al deslizamiento entre el objeto y la superficie del plano es 0,1, calcula la velocidad con la que el objeto llega a la base del plano.

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y por lo tanto no se conserva la energía mecánica. Se elige un sistema de referencia con el eje X coincidente con la rampa del plano inclinado.

La fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento. Aplicando la ley de la conservación de la energía, el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$



El objeto arranca desde el reposo, desde una altura h , y se elige como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria la base de la rampa.

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 - 0 + 0 - m \cdot g \cdot h$$

La fuerza de rozamiento al deslizamiento es: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$

Y el trabajo que realiza:

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \vec{F}_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta \vec{x} = F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \Delta x \cdot (-1)$$

Igualando ambas expresiones: $-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h$

Como la altura de la rampa es: $h = \Delta x \cdot \sin \varphi$, resulta que:

$$-\mu \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi = \frac{1}{2} \cdot v^2 - g \cdot \Delta x \cdot \sin \varphi \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta x \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi)$$

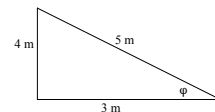
La velocidad es independiente de la masa del objeto.

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} (\sin 30^\circ - 0,1 \cdot \cos 30^\circ)} = 9 \text{ m/s}$$

19. Un objeto asciende con una velocidad de 8 m/s por un plano inclinado de 5 m de longitud y 4 m de altura, que presenta un coeficiente de rozamiento al deslizamiento de $\mu = 1/3$. Calcula la altura hasta la que asciende y la velocidad con que regresa a la base del plano inclinado.

Aplicando el teorema de Pitágoras, se tiene que la base del plano inclinado es:

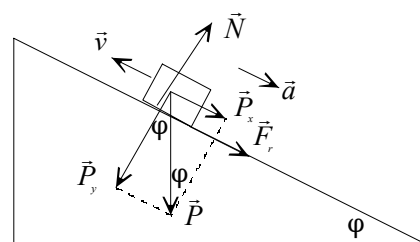
$$b = \sqrt{(5\text{m})^2 - (4\text{m})^2} = 3\text{m}$$



Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y por lo tanto no se conserva la energía mecánica. Se elige un sistema de referencia con el eje X coincidente con la rampa del plano inclinado. La fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento.

Al subir.

Aplicando la ley de la conservación de la energía, la energía cinética asociada al objeto en la base del plano inclinado se transforma una parte en energía potencial gravitatoria y el resto se degrada en forma de calor debido al rozamiento. El trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.



$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \Delta E_c + \Delta E_p; W_{\text{rozamiento}} = 0 - E_{c, \text{suelo}} + E_{p, \text{arriba}} - 0$$

$$\text{Operando: } F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{inicial}}^2 + m \cdot g \cdot h$$

Como: $h = \Delta x \cdot \sin \varphi$ y $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$, resulta que:

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\sin \varphi} (-1) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{inicial}}^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$\text{Simplificando y operando: } \frac{1}{2} \cdot v_{\text{inicial}}^2 - \mu \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\sin \varphi} = g \cdot h$$

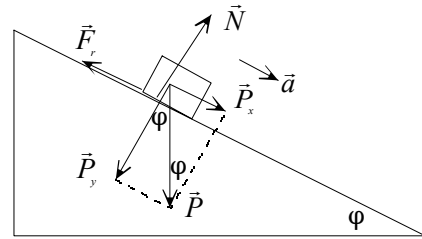
$$\text{Sustituyendo: } \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ m/s})^2 - \frac{1}{3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{h}{4/5} = 10 \text{ m/s}^2 \cdot h;$$

$$32 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot h = 10 \text{ m/s}^2 \cdot h$$

Despejando, la altura es: $h = 2,56 \text{ m}$

Al bajar.

Aplicando la ley de la conservación de la energía, la energía potencial gravitatoria asociada al objeto en lo alto del plano inclinado se transforma una parte en energía cinética en la base y el resto se degrada en forma de calor debido al rozamiento. El trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.



$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p; W_{\text{rozamiento}} = E_{c, \text{ final}} - 0 + 0 - E_{p, \text{ arriba}}$$

$$\text{Operando: } F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{final}}^2 - m \cdot g \cdot h$$

Como: $h = \Delta x \cdot \text{sen } \varphi$ y $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$, resulta que:

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\text{sen } \varphi} (-1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{final}}^2 - m \cdot g \cdot h$$

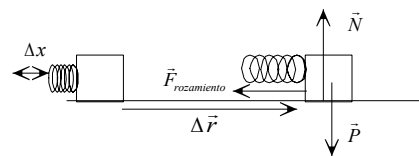
$$\text{Simplificando y operando: } \frac{1}{2} \cdot v_{\text{final}}^2 + \mu \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \frac{h}{\text{sen } \varphi} = g \cdot h$$

$$\text{Sustituyendo: } \frac{1}{2} \cdot v_{\text{final}}^2 + \frac{1}{3} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2,56 \text{ m}}{4/5} = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,56 \text{ m}$$

$$\text{Operando: } \frac{1}{2} \cdot v_{\text{final}}^2 + 6,27 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 25,09 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_{\text{final}} = 6,14 \text{ m/s}$$

20. Se lanza horizontalmente un bloque de 2 kg por el procedimiento de soltar un muelle comprimido 20 cm que se había unido a él, y cuya constante elástica es de 500 N/m. Calcula la distancia que recorre el bloque por el suelo si el coeficiente de rozamiento con él es de 0,3.

El muelle comprimido almacena energía potencial elástica. Al soltarlo se transforma en energía cinética del objeto, que se degrada por fricción debido al trabajo de rozamiento.



Aplicando la ley de conservación de la energía y como el desplazamiento se realiza por la horizontal, y la fuerza normal no realiza trabajo por ser perpendicular al desplazamiento, resulta que:

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$W_{\text{fuerza rozamiento}} = E_{c, \text{ final}} - E_{c, \text{ inicial}} + E_{p \text{ elástica, final}} - E_{p \text{ elástica, inicial}}$$

Las energías cinéticas iniciales y finales son igual a cero, objeto parado, y energía potencial elástica final es igual a cero, muelle distendido.

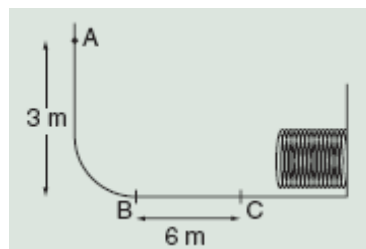
$$F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2$$

En una superficie horizontal la fuerza de rozamiento es: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

$$\text{Por tanto: } \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta r \cdot (-1) = -\frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2$$

$$\text{Despejando: } \Delta r = \frac{K \cdot \Delta x^2}{2 \cdot \mu \cdot m \cdot g} = \frac{500 \text{ N/m} \cdot (0,20 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,3 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 1,70 \text{ m}$$

21. Un bloque de 10 kg de masa se suelta desde el punto A de un carril ABCD como se representa en la figura adjunta. El carril solamente presenta fricción en la parte BC que tiene una longitud de 6 m. Al final del carril el bloque encuentra un resorte de constante elástica $K = 2\,250\text{ N/m}$ y lo comprime una distancia de 30 cm hasta que se detiene de forma momentánea. Determina el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el carril en el tramo BC del recorrido.



La energía potencial gravitatoria asociada al bloque en la posición A, respecto de la horizontal del carril, se transforma en calor debido a la fricción en la parte BC del recorrido y en energía potencial elástica que se almacena de forma momentánea en el resorte. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica asociada al objeto.

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_{p, \text{ gravitatoria}} + \Delta E_{p, \text{ elástica}}$$

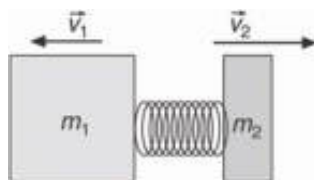
$$F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta r_{BC} \cdot \cos 180^\circ = 0 - m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2$$

Sustituyendo: $F_{\text{rozamiento}} \cdot 6\text{ m} \cdot (-1) = -10\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m/s}^2 \cdot 3\text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2\,250\text{ N/m} \cdot (0,30\text{ m})^2$
 Despejando: $F_{\text{rozamiento}} = 32,125\text{ N}$

Como el tramo BC es horizontal: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

Sustituyendo y despejando: $32,125\text{ N} = \mu \cdot 10\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu = 0,33$

22. Un muelle tiene de constante elástica $K = 2\,000\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ y está comprimido 10 cm por dos bloques de 5 kg y 2 kg, situados en sus extremos. Si el sistema lo abandonamos en una superficie horizontal sin rozamiento, calcula la velocidad con que salen despedidos los bloques.



Como no hay rozamiento, la energía potencial elástica del muelle comprimido se conserva y se transforma en energía cinética de los bloques. Como el sistema está aislado, la suma de las fuerzas externas es cero por lo que se conserva la cantidad de movimiento.

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.

Conservación de la energía: $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$;

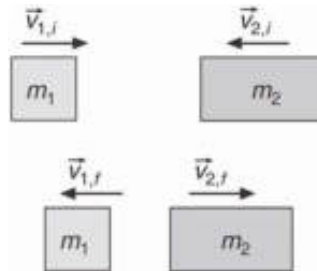
$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 - 0 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - 0 + 0 - \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = 0$$

Operando: $\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$

Conservación de la cantidad de movimiento: $0 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$

Sustituyendo las magnitudes se tiene: $v_1 = -1,07\text{ m/s}$ y $v_2 = 2,67\text{ m/s}$

23. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 6 m/s y choca contra otro objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de 2 m/s en la misma dirección y al encuentro del primero. Si el choque es elástico, se conserva la energía cinética, calcula la velocidad de cada objeto después del choque.



Sea 1 el objeto de 2 kg de masa y 2 el otro objeto y las velocidades inicial y final. Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.

Aplicando la ley de la conservación de la cantidad de movimiento al instante del choque, se tiene:

$$\Delta \vec{p} = 0; m_1 \cdot \vec{v}_{1,i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1,f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,f}$$

Asignando el signo positivo a la velocidad inicial del objeto 1 y como el choque se realiza en una dimensión y sustituyendo, se tiene:

$$2 \text{ kg} \cdot 6 \text{ m/s} + 4 \text{ kg} \cdot (-2 \text{ m/s}) = 2 \text{ kg} \cdot v_{1,f} + 4 \text{ kg} \cdot v_{2,f} \Rightarrow 2 \text{ m/s} = v_{1,f} + 2 \cdot v_{2,f}$$

En un choque elástico se conserva la energía en el instante del choque, por tanto:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,i}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,i}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,f}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,f}^2$$

Simplificando y sustituyendo: $2 \text{ kg} \cdot (6 \text{ m/s})^2 + 4 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = 2 \text{ kg} \cdot v_{1,f}^2 + 4 \text{ kg} \cdot v_{2,f}^2$

Operando: $44 \text{ (m/s)}^2 = v_{1,f}^2 + 2 \cdot v_{2,f}^2$

Con lo que se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left. \begin{aligned} 2 &= v_{1,f} + 2 \cdot v_{2,f} \\ 44 &= v_{1,f}^2 + 2 \cdot v_{2,f}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{1f} = -4,6 \text{ m/s}; v_{2f} = 3,3 \text{ m/s}$$

Con lo que los objetos se mueven en sentido contrario a como lo hacían antes del choque.

24. Un automóvil de 1 000 kg de masa pasa del reposo a una velocidad de 100 km/h en 9 s. Si no existe rozamiento, ¿qué potencia desarrolla? En ese instante se desliza por una superficie de coeficiente de rozamiento $\mu = 0,2$ y se desconecta el motor. Determina la distancia recorrida antes de pararse. ¿Dónde va a parar la energía que tenía el coche?

La velocidad en unidades del SI es: $v = 100 \text{ km/h} = 27,78 \text{ m/s}$

a) Aplicando la definición de potencia y como el trabajo que realiza el motor se emplea en modificar la energía cinética del vehículo, se tiene:

$$P = \frac{W_{\text{motor}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1\,000 \text{ kg} \cdot (27,78 \text{ m/s})^2}{9 \text{ s}} = 42\,873,8 \text{ W}$$

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética del vehículo.

$$\Delta E_c = W_{\text{rozamiento}}; 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ$$

Como el objeto se traslada por una superficie horizontal: $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

$$\text{Operando: } -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot (-1)$$

$$\text{Despejando: } \Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{(27,78 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 196,9 \text{ m}$$

La energía del coche se degrada en forma de calor debido a la fricción.

25. Determina la potencia del motor de una grúa, cuyo rendimiento es del 60 %, si eleva con velocidad constante objetos de 80 kg de masa a una altura de 30 m en 10 s.

El trabajo que realiza el motor es igual a la variación de la energía potencial de los objetos:

$$W_{\text{motor}} = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \text{ m} = 23 520 \text{ J}$$

$$\text{La potencia teórica del motor es: } P = \frac{W}{t} = \frac{23 520 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 2 352 \text{ W}$$

Como el rendimiento es del 60 %, el motor que se precisa es:

$$P_{\text{real}} = 2 352 \text{ W} \cdot \frac{100}{60} = 3 920 \text{ W}$$

26. Determina la potencia que desarrolla un ciclista, que tiene una masa de 70 kg, al pedalear con una velocidad de 18 km/h por una carretera horizontal que tiene un coeficiente de rozamiento igual a 0,2. ¿Cuál será la potencia cuando acceda a una rampa del 4%, si se mantiene la velocidad y con el mismo coeficiente de rozamiento?

La velocidad en unidades del SI es: $v = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$

a) Al pedalear por una carretera horizontal con velocidad constante el ciclista está en equilibrio, por lo que el módulo de la fuerza con la que actúa es igual a la fuerza de rozamiento.

$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F = F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 137,2 \text{ N}$$

Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

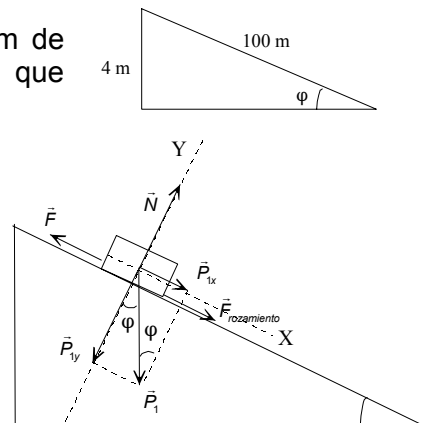
$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 137,2 \text{ N} \cdot 5 \text{ m/s} \cdot \cos 0^\circ = 686 \text{ W}$$

b) Una pendiente del 4 % significa que por cada 100 m de carretera se ascienden 4 m. Por tanto, para el ángulo que forma la carretera con la horizontal se tiene:

$$\text{sen } \varphi = 0,04; \text{cos } \varphi = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \varphi} = 0,999$$

Se elige un sistema de referencia con su origen en el propio ciclista, el eje X paralelo a la carretera y el eje Y perpendicular a la misma.

Para que el ciclista ascienda con velocidad constante, tiene que actuar con una fuerza de módulo igual a la



suma de los módulos de la componente del peso paralela a la carretera y de la fuerza de rozamiento.

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N = P \cdot \cos \varphi = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F = P \cdot \sin \varphi + \mu \cdot N \end{array} \right\} F = m \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

Operando:

$$F = m \cdot g \cdot (\sin \varphi + \mu \cdot \cos \varphi) = 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,04 + 0,2 \cdot 0,999) = 164,5 \text{ N}$$

Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 164,5 \text{ N} \cdot 5 \text{ m/s} \cdot \cos 0^\circ = 822,5 \text{ W}$$

INVESTIGA-PÁG. 310

1. En el libro Física Recreativa de Yakov Perelman, que lo puedes encontrar en la página web <http://yperelman.ifrance.com/yperelman/>, hay varios capítulos dedicados al movimiento continuo. Resume el dedicado el artificio con el que se pretendía engañar al zar Pedro I de Rusia.

El móvil perpetuo que estuvo a punto de comprar el zar de Rusia consistía en una rueda que giraba sin parar gracias a que una persona, hábilmente escondida, tiraba de una cuerda enrollada a un eje de la rueda.

2. En la página web: <http://www.revistaiberica.com> puedes encontrar información sobre las máquinas construidas por Leonardo Da Vinci, en el siglo XV.

Los cuadernos de Leonardo Da Vinci contienen cientos de bocetos sobre los más variados artífices mecánicos: máquinas herramienta, voladoras y de guerra, relojes, instrumentos musicales, automatismos, barcos y muchos otros.

UNIDAD 14: CALOR

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 313

1. Si un sistema material está a la temperatura de $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿cuál es su temperatura en la escala de temperatura del sistema internacional.

$$T = (-10 + 273)\text{ K} = 263\text{ K}$$

2. Explica cómo tiene lugar el aumento de temperatura de una habitación de una vivienda mediante los radiadores-calefactores.

El aire en contacto con el radiador-calefactor se calienta y, por tanto, se dilata, por lo que su densidad disminuye. Al disminuir su densidad, asciende hasta el techo de la habitación dejando un hueco que ocupa el aire más frío. Así se forman corrientes de aire dentro de la habitación, que permiten el calentamiento uniforme de la misma. A este mecanismo de propagación del calor se le denomina convección.

3. ¿Por qué los frigoríficos necesitan un motor para enfriar los alimentos?

Una máquina frigorífica es como una máquina térmica que funciona al revés. El motor realiza un trabajo para enfriar una fuente fría y calentar el entorno que es el foco caliente.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 315

1. Demuestra por qué la variación de temperatura entre los dos mismos estados, final e inicial, es igual en la escala Kelvin y la Celsius, cumpliéndose que $\Delta T = \Delta t$.

Como: $T_1 = t_1 + 273$ y $T_2 = t_2 + 273$, resulta que:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = t_2 + 273 - (t_1 + 273) = t_2 - t_1 = \Delta t$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 318

2. ¿Es el calor una magnitud vectorial, si el flujo de energía en forma de calor es desde un sistema que tiene mayor temperatura a otro que la tiene menor?

No, el signo sirve para mostrar la forma del intercambio de la energía, pero el calor no es una magnitud cuyo valor dependa de la dirección, sentido o localización del sistema que intercambia energía.

3. Comenta la siguiente frase: ¡cierra la puerta!, que se escapa el calor.

Es una forma coloquial de hablar porque el calor no es un fluido y por tanto ni entra ni sale. Los objetos no tienen calor, el calor es un mecanismo de intercambio de energía interna entre los sistemas.

Al abrir una puerta y debido a la diferencia de densidad entre el aire caliente y el aire frío se forman corrientes de convección. El aire caliente de una habitación asciende y sale por la parte superior de la puerta, a su vez por la parte inferior entra aire más frío que ocupa el espacio dejado por el aire caliente. Mediante este circuito, la habitación se enfría rápidamente.

4. ¿Por qué la expresión: “la energía cedida en forma de calor por un sistema” es más correcta que la: “el calor cedido por el sistema”?

Porque el calor es un mecanismo de intercambio de energía interna entre los sistemas.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 324

5. Si, a la presión constante de 2,0 atm, 5 L de un gas se calientan y se expanden hasta ocupar un volumen de 7,5 L, ¿cuál es la energía intercambiada en forma de trabajo mecánico por el gas?

Utilizando de forma adecuada el criterio de signos:

$$\begin{aligned} W_{\text{mecánico}} &= -p \cdot \Delta V = -2 \text{ atm} (7,5 \text{ L} - 5 \text{ L}) = -5 \text{ atm} \cdot \text{L} = \\ &= -5 \text{ atm} \frac{1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\text{atm}} \cdot \text{L} \frac{\text{m}^3}{10^3 \text{ L}} = -5 \cdot 1,013 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m} = -5,065 \cdot 10^2 \text{ J}, \text{ ya que es} \\ &\text{un trabajo realizado por el sistema sobre su entorno exterior.} \end{aligned}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 330

1. ¿Por qué después de taladrar una pared no se debe tocar con las manos la punta de la broca utilizada?

El roce de la broca al girar para taladrar la pared hace que parte de la energía mecánica del taladrador se transfiera en forma de calor al exterior y por ello la broca adquiere una temperatura elevada.

2. ¿Es correcto afirmar que una masa de agua a 90 °C tiene mucho calor?, ¿puede un objeto tener calor o frío?

Los objetos tienen energía interna, que es igual a la suma de las energías cinéticas y potenciales de cada una de sus partículas.

El calor es una manifestación de las variaciones de energía interna de los sistemas como consecuencia de los intercambios de energía entre los sistemas que están a diferente temperatura.

Por tanto, los objetos no tienen calor, y es incorrecto decir una masa de agua a 90 °C tiene mucho calor, lo que se debe decir es que dicha masa tiene mucha temperatura.

El frío tampoco existe, es una sensación térmica de baja temperatura.

3. El calor específico del agua en unidades del SI es 4180 J/(kg · K). Expresa esa cantidad en la unidades cal / (g · °C).

$$c_e = 4180 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 4180 \cdot 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{J} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \text{K} \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{K}}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

4. Para elevar la temperatura de 250 g de un líquido desde 20 °C hasta 45 °C, se requiere el aporte de 15 kJ. Calcula el calor específico del líquido.

$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta t$, luego:

$$15 \text{ kJ} \cdot \frac{1000 \text{ J}}{\text{kJ}} = 250 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot c_e \cdot (45 ^\circ\text{C} - 20 ^\circ\text{C}) \Rightarrow c_e = 2400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

5. Determina la temperatura (de equilibrio térmico) que alcanza una mezcla formada por 250 g de agua, que inicialmente está a 10 °C, a la que se añade 550 g de agua, que inicialmente están a 40 °C.

El agua caliente intercambia energía en forma de calor con el agua fría.

La energía intercambiada por el agua caliente es: $Q_{\text{cedido}} = m_{\text{caliente}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{caliente}})$

La energía intercambiada por el agua fría es: $Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{fría}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{fría}})$

Por la Ley de la conservación de la energía, la variación de energía total durante el proceso es igual a cero, luego:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{caliente}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{caliente}}) + m_{\text{fría}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{fría}}) = 0$$

Admitiendo que el calor específico del agua no varía con la temperatura, resulta que:

$$550 \text{ g} \cdot (t_{\text{final}} - 40 ^\circ\text{C}) + 250 \text{ g} \cdot (t_{\text{final}} - 10 ^\circ\text{C}) = 0 \Rightarrow t_{\text{final}} = 30,6 ^\circ\text{C}$$

6. Una bañera contiene 20 L de agua a una temperatura de 70 °C. ¿Qué cantidad de agua, a la temperatura de 20 °C, hay que añadir para que la mezcla tenga una temperatura final de 40 °C?, si se supone que la densidad del agua no sufre variación.

El agua caliente intercambia energía en forma de calor con el agua fría.

La energía intercambiada por el agua caliente es: $Q_{\text{cedido}} = m_{\text{caliente}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{caliente}})$

La energía intercambiada por el agua fría es: $Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{fría}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{fría}})$

Por la ley de la conservación de la energía, la variación de energía total durante la transformación es igual cero, luego:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{caliente}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{caliente}}) + m_{\text{fría}} \cdot c_e \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{fría}}) = 0$$

Como: $m = d \cdot V$ y admitiendo que el calor específico del agua no varía con la temperatura, resulta que:

$$d_{\text{agua}} \cdot V_{\text{caliente}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{caliente}}) + d_{\text{agua}} \cdot V_{\text{fría}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{fría}}) = 0$$

$$\text{Luego: } 20 \text{ L} \cdot (40 \text{ }^\circ\text{C} - 70 \text{ }^\circ\text{C}) + V_{\text{fría}} \cdot (40 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0 \Rightarrow V_{\text{fría}} = 30 \text{ L}$$

7. Un objeto de cobre tiene una masa de 200 g y se calienta en una estufa hasta alcanzar la temperatura de 150 °C. A continuación se introduce en un calorímetro que contiene 0,5 L de agua a 20 °C. Si la temperatura final del equilibrio es 24,5 °C, halla el calor específico del cobre.

Dato: $c_{e, \text{agua}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

La energía intercambiada por el cobre es: $Q_{\text{cedido}} = m_{\text{cobre}} \cdot c_{e, \text{cobre}} \cdot (t_{\text{equilibrio}} - t_{\text{inicial, cobre}})$

La energía intercambiada por el agua es: $Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{agua}} \cdot c_{e, \text{agua}} \cdot (t_{\text{equilibrio}} - t_{\text{inicial, agua}})$

Aplicando la ley de la conservación de la energía, la variación de energía total es igual a cero, luego:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{cobre}} \cdot c_{e, \text{cobre}} \cdot (t_{\text{equilibrio}} - t_{i, \text{cobre}}) + m_{\text{agua}} \cdot c_{e, \text{agua}} \cdot (t_{\text{equilibrio}} - t_{i, \text{agua}}) = 0$$

Como la masa de 500 cm³ de agua es: $m = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \cdot 0,5 \text{ L} = 0,5 \text{ kg}$, entonces:

$$200 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot c_{e, \text{cobre}} \cdot (24,5 \text{ }^\circ\text{C} - 150 \text{ }^\circ\text{C}) + 0,5 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} \cdot (24,5 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0 \Rightarrow c_{e, \text{cobre}} = 374,7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$$

8. Un calorímetro contiene 250 g de agua a 60 °C y se añade 500 g de etanol a una temperatura de 20 °C. Determina la temperatura de equilibrio del conjunto.

Datos: $c_{e, \text{agua}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $c_{e, \text{etanol}} = 2430 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

El agua intercambia energía en forma de calor con el etanol.

La energía intercambiada por el agua es: $Q_{\text{cedido}} = m_{\text{agua}} \cdot c_{e, \text{agua}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{agua}})$

La energía intercambiada por el etanol es: $Q_{\text{absorbido}} = m_{\text{etanol}} \cdot c_{e, \text{etanol}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{etanol}})$

Por la Ley de la conservación de la energía, la variación de energía total durante el proceso es igual a cero, por tanto:

$$m_{\text{agua}} \cdot c_{e, \text{agua}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{agua}}) + m_{\text{etanol}} \cdot c_{e, \text{etanol}} \cdot (t_{\text{final}} - t_{\text{etanol}}) = 0$$

$$\text{Luego: } 250 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} \cdot (t_{\text{final}} - 60 \text{ }^\circ\text{C}) + 500 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 2430 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} \cdot (t_{\text{final}} - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0 \Rightarrow t_{\text{final}} = 38,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

9. Halla la temperatura y composición en el equilibrio, de una mezcla formada inicialmente por 20 g de hielo a - 10 °C y 100 g de agua a 15 °C.

Datos: $c_{e, \text{hielo}} = 2100 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; $c_{e, \text{agua}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; $L_{\text{fusión}} = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$.

La energía intercambiada por el hielo para elevar su temperatura hasta 0 °C es:

$$Q_1 = m_{\text{hielo}} \cdot c_{e \text{ hielo}} \cdot \Delta t = 20 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [0 ^\circ\text{C} - (-10 ^\circ\text{C})] = 420 \text{ J}$$

La energía intercambiada durante la fusión de todo el hielo es:

$$Q_2 = m_{\text{hielo}} \cdot L_{\text{fusión}} = 20 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 6680 \text{ J}$$

La energía que puede intercambiar el agua líquida al enfriarse hasta 0 °C es:

$$Q_3 = m_{\text{líquido}} \cdot c_{e \text{ líquido}} \cdot \Delta t = 100 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [0 ^\circ\text{C} - 15 ^\circ\text{C}] = -6270 \text{ J}$$

Esta cantidad es suficiente para elevar la temperatura del hielo hasta 0 °C, pero no para fundirlo en su totalidad. Por tanto la temperatura en el equilibrio es 0 °C. Una vez calentado el hielo hasta 0 °C, la energía que queda por intercambiarse es:

$$Q = 6270 \text{ J} - 420 \text{ J} = 5850 \text{ J}$$

Que se emplea para fundir parte del hielo:

$$Q = m \cdot L_{\text{fusión}} \Rightarrow 5850 \text{ J} = m \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \Rightarrow m = 0,0175 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} = 17,5 \text{ g}$$

La composición final de la mezcla es: 17,5 g de agua líquida y 20 g – 17,5 g = 2,5 g de hielo.

10. Una figura de un soldado de plomo tiene una masa de 100 g y se le cae a un niño desde una ventana situada a 20 m del suelo. Si en el choque contra el suelo el 70 % de la energía que tiene el soldado de plomo se transforma en calor, determina la variación de su temperatura. Dato: $c_{e, \text{plomo}} = 130 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

La energía potencial asociada al objeto en la ventana se intercambia en forma de calor, una parte se emplea en calentar al propio soldadito y el resto se intercambia con el entorno.

La cantidad de energía que se emplea en calentar al soldado es:

$$Q = \frac{70}{100} \cdot \Delta E_p = 0,7 \cdot m \cdot g \cdot h$$

Aplicando la ecuación que relaciona la variación de la temperatura con la masa del soldado, se tiene: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$

$$\text{Igualando ambas expresiones: } 0,7 \cdot m \cdot g \cdot h = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

$$\text{Despejando: } \Delta T = 0,7 \cdot \frac{g \cdot h}{c_e} = 0,7 \cdot \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}}{130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 1 \text{ K} = 1 \text{ }^\circ\text{C}$$

11. Una barra de cobre tiene una longitud de 80 cm a una temperatura de 10 °C. Si el coeficiente de dilatación lineal del cobre es $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, determina su longitud a la temperatura de 85 °C.

El incremento de temperatura tiene el mismo valor si se expresa en K o en °C.

La longitud de la barra a la temperatura de 85 °C es:

$$L = L_0 (1 + \lambda \cdot \Delta T) = 80 \text{ cm} [1 + 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot (85 \text{ }^\circ\text{C} - 10 \text{ }^\circ\text{C})] = 80,1 \text{ cm}$$

12. Una barra de 25 cm se dilata 0,5 mm cuando su temperatura se eleva 50 °C. Halla su coeficiente de dilatación lineal.

El aumento de longitud de la barra por dilatación lineal es: $\Delta L = L_0 \cdot \lambda \cdot \Delta t$

$$\text{Por tanto: } 0,5 \text{ mm} \cdot \frac{10^{-3} \text{ m}}{\text{mm}} = 25 \text{ cm} \cdot \frac{10^{-2} \text{ m}}{\text{cm}} \cdot \lambda \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{Luego, despejando: } \lambda = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

13. Una pieza de latón tiene un volumen 15 cm³ a la temperatura de 20 °C. Si el coeficiente de dilatación cúbico del latón es $\gamma = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, calcula su volumen cuando se eleva la temperatura hasta 150 °C.

El incremento de temperaturas tiene el mismo valor si se expresa en K o en °C, luego:

$$\Delta T = \Delta t = 150 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} = 130 \text{ }^\circ\text{C} = 130 \text{ K}$$

La variación del volumen que experimenta la pieza de latón es:

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T) = 15 \text{ cm}^3 (1 + 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 130 \text{ K}) = 15,1 \text{ cm}^3$$

14. Un conductor llena el depósito de combustible de su automóvil con 60 L de gasolina a la temperatura de 20 °C. Si el depósito es de acero y su coeficiente de dilatación es $\gamma = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, halla la gasolina que se derrama con el coche estacionando al sol a la temperatura de 40 °C, si el coeficiente de dilatación de la gasolina es $k = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

El incremento de temperaturas tiene el mismo valor si se expresa en K o en °C, luego:

$$\Delta T = \Delta t = 40 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20 \text{ K}$$

La variación del volumen que experimenta el depósito de acero es:

$$\Delta V_{\text{depósito}} = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T = 60 \text{ L} \cdot 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 20 \text{ K} = 0,0396 \text{ L} \frac{10^3 \text{ mL}}{\text{L}} = 39,6 \text{ mL}$$

La variación del volumen que experimenta la gasolina es:

$$\Delta V_{\text{gasolina}} = V_0 \cdot k \cdot \Delta T = 60 \text{ L} \cdot 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot 20 \text{ K} = 1,08 \text{ L} \frac{10^3 \text{ mL}}{\text{L}} = 1080 \text{ mL}$$

La cantidad de gasolina que se derrama es: $V = 1080 \text{ mL} - 39,6 \text{ mL} = 1040,4 \text{ mL}$

15. ¿Cuál es la variación de la energía interna de un sistema que recibe 4000 J en forma de calor de un foco caliente y además se realiza un trabajo sobre el sistema de 800 J?

Aplicado el primer principio de la termodinámica y asignando el convenio internacional de signos, se cumple:

$$\Delta U = Q + W = 4000 \text{ J} + 800 \text{ J} = 4800 \text{ J}$$

16. Determina la energía que recibe en forma de calor una máquina térmica de la caldera y la que transfiere al refrigerante, si tiene un rendimiento del 20 % y realiza un trabajo de 640 J.

Aplicando la relación entre el rendimiento y la energía intercambiada:

$$\eta = \frac{|W_{\text{realizado}}|}{|Q_{\text{absorbido}}|} \cdot 100, \text{ luego:}$$

$$20 = \frac{640 \text{ J}}{|Q_{\text{absorbido}}|} \cdot 100 \Rightarrow |Q_{\text{absorbido}}| = 3200 \text{ J}$$

El trabajo realizado es la diferencia entre la energía intercambiada en forma de calor con el foco caliente y con el refrigerante.

$$|W| = |Q_{\text{absorbido}}| - |Q_{\text{cedido}}| \Rightarrow 640 \text{ J} = 3200 \text{ J} - |Q_{\text{cedido}}| \Rightarrow |Q_{\text{cedido}}| = 2560 \text{ J}$$

17. Cita tres procesos que ocurran en la naturaleza, y que ilustren cómo la energía se degrada en las transformaciones.

En cualquier proceso que transcurre en la naturaleza se manifiesta la degradación de la energía.

El agua que corre por un río ya no puede mover una turbina colocada en el curso alto del mismo.

Un balón que bota lo hace cada vez hasta una altura menor.

La energía intercambiada en un incendio se emplea para aumentar la temperatura del ambiente.

18. Explica el mecanismo por el que se forman las brisas marinas.

El calor específico del agua es mayor que el del suelo, por lo que el suelo se calienta y se enfría antes que el agua.

Durante el día el suelo está más caliente que el agua del mar. El aire en contacto con la costa se calienta, se dilata y asciende. Su hueco es ocupado por aire más frío que procede del mar y la brisa sopla desde el mar a la costa.

Por la noche el agua del mar está más caliente que la tierra de la costa, el aire en contacto con el agua del mar asciende y su lugar es ocupado por aire más frío procedente de la costa. Por ello, durante la noche la brisa sopla desde el interior hacia el mar.

19. El calor específico del agua líquida y su calor latente de vaporización son muy elevados si se comparan con los de otras sustancias. ¿Qué consecuencias tendría el que esos valores se redujeran apreciablemente?

El que su calor específico sea tan elevado le permite ser un buen regulador térmico y suavizar el clima, sobre todo de las zonas costeras. En verano se calienta antes la tierra firme que el agua de mar con lo que suaviza el rigor del verano. En invierno es al revés, se enfría antes la costa que el agua del mar. Si el calor específico del agua fuera menor, el agua del mar alcanzaría temperaturas más elevadas en verano y más pequeñas en invierno, aumentando el carácter extremo del clima.

Si el calor latente de vaporización fuese menor, se evaporaría agua en mayor cantidad para una misma radiación solar. Por ello, se elevaría la cantidad de agua en la atmósfera y aumentaría el efecto invernadero, con el consiguiente incremento de la temperatura sobre la superficie de la Tierra.

El agua es el sistema de regulación de la temperatura de los seres vivos. Si su calor latente de vaporización fuera menor, la cantidad de sudor que habría que evaporar para mantener la temperatura sería mucho mayor. Esto acarrearía la necesidad de una ingesta mayor de líquidos.

20. Un motor tiene una potencia de 2 CV y agita 1 m³ de agua existente en una cuba que está aislada térmicamente ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que la temperatura del agua se eleve 1 °C? Dato: c_{e, agua} = 4180 J/(kg · K).

Sabiendo que $m = d \cdot V$, que la densidad del agua líquida es $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

y que: $\Delta T = \Delta t = 1 \text{ °C} = 1 \text{ K}$, entonces:

La energía intercambiada en forma de calor para elevar en 1 K la temperatura de 1 m³ de agua es:

$$Q = d \cdot V \cdot c_e \cdot \Delta T = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m}^3 \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1 \text{ K} = 4,18 \cdot 10^6 \text{ J}$$

El trabajo que realiza el motor sobre el agua en un tiempo t es:

$$W = P \cdot t = 2 \text{ CV} \cdot 735 \frac{\text{W}}{\text{CV}} \cdot t = 1470 \text{ W} \cdot t$$

El trabajo realizado por el motor se intercambia en forma de calor, que se emplea para calentar el agua, luego igualando las dos expresiones anteriores, se tiene:

$$4,18 \cdot 10^6 \text{ J} = 1470 \text{ W} \cdot t \Rightarrow t = 2844 \text{ s} \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 47,4 \text{ min}$$

21. Una olla tiene 4 L de agua a 20 °C y eleva su temperatura mediante una resistencia eléctrica que tiene un rendimiento del 60 %, hasta que el agua rompa a hervir. Si el calor específico del agua es 4180 J/(kg · K), calcula: a) La energía transformada por la resistencia eléctrica. b) El coste de calentar el agua, si 1 kW·h tiene el precio de 0,12 euro.

a) Tomando como densidad del agua líquida: $d = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$

La temperatura ambiente es 20 °C y la de ebullición del agua 100 °C, y sabiendo que:

$$\Delta T = \Delta t = 100 \text{ °C} - 20 \text{ °C} = 80 \text{ °C} = 80 \text{ K}$$

La energía necesaria, en forma de calor, para calentar el agua es:

$$Q = d \cdot V \cdot c_e \cdot \Delta t = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \cdot 4 \text{ L} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80 \text{ K} = 1337600 \text{ J}$$

Como la resistencia eléctrica tiene un rendimiento del 60 %, la energía eléctrica transformada es:

$$\Delta E = 1337600 \text{ J} \cdot \frac{100}{60} = 2229333 \text{ J}$$

b) La relación entre el kW·h y el J es: $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ J}$

Por tanto la energía eléctrica transformada por la resistencia eléctrica es:

$$\Delta E = 2229333 \text{ J} = 2229333 \text{ J} \cdot \frac{\text{kW} \cdot \text{h}}{3600000 \text{ J}} = 0,62 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

Que supone un coste económico de: $0,62 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot 0,12 \frac{\text{€}}{\text{kW} \cdot \text{h}} = 0,07 \text{ €}$

Por tanto el coste económico es: $0,07 \text{ €} \cdot \frac{100 \text{ céntimos}}{1 \text{ €}} = 7 \text{ céntimos de euro}$

22. Un calentador eléctrico de inmersión tiene una potencia de 200 W y se sumerge en un recipiente que tiene 0,5 L de agua a 20 °C. Halla el tiempo que transcurre hasta que el agua comience a hervir. Dato: $c_{e, \text{agua}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Tomando como densidad del agua líquida: $d = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$, resulta que:

$$m = d \cdot V = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \cdot 0,5 \text{ L} = 0,5 \text{ kg}$$

La diferencia de temperaturas expresada en °C tiene el mismo valor que en K, luego:

$$\Delta T = \Delta t = 100 \text{ °C} - 20 \text{ °C} = 80 \text{ °C} = 80 \text{ K}$$

La energía eléctrica transformada para que el agua rompa a hervir es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T = 0,5 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80 \text{ K} = 167\,200 \text{ J}$$

Aplicando la definición de potencia: $P = \frac{W}{t}$, resulta que:

$$t = \frac{W}{P} = \frac{167200 \text{ J}}{200 \text{ W}} = 836 \text{ s} \cdot \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 14 \text{ min}$$

23. Un bloque de 10 kg de hielo que está a 0 °C se lanza con una velocidad de 10 m/s sobre una superficie horizontal del mismo material y que está a la misma temperatura. Al cabo de un tiempo el bloque se detiene debido a la fricción. Si toda la energía se transfiere en el proceso en forma de calor y se emplea en fundir hielo, determina la cantidad de hielo que se funde.

Dato: $L_{\text{fusión}} = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$.

Mientras el bloque de hielo se desplaza, su energía cinética se intercambia en forma de calor que se emplea para fundir parte del hielo.

Aplicando la ley de la conservación de la energía, resulta que: $\Delta E_c = Q$

$$\text{Luego: } \frac{1}{2} \cdot m_{\text{bloque}} \cdot v^2 = m_{\text{hielo fundido}} \cdot L_{\text{fusión}}$$

$$\text{Por tanto: } \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s})^2 = m_{\text{hielo fundido}} \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\text{De donde: } m_{\text{hielo fundido}} = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{\text{kg}} = 1,44 \text{ g}$$

24. Un objeto cae desde lo alto de un puente al agua de un río. Si toda su energía cinética se transforma en calor y se transfiere al agua, ¿puede una vez dentro del agua, el objeto absorber dicha cantidad de energía y transformarla en trabajo para salir del agua?

No, pues el segundo principio de la termodinámica afirma que no es posible en la naturaleza un proceso que, absorbiendo una determinada cantidad de energía en forma de calor, realice una cantidad igual de trabajo.

25. Se mezclan 250 g de agua a - 5 °C con 60 g de vapor de agua a 115 °C. Halla la temperatura final del conjunto.

Datos: $c_{e, \text{agua líquida}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; $c_{e, \text{vapor de agua}} = 2010 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$;
 $c_{e, \text{hielo}} = 2100 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; $L_{\text{fusión}} = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$; $L_{\text{vaporización}} = 2,24 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

La energía intercambiada por el hielo para elevar su temperatura hasta 0 °C es:

$$Q_1 = m_{\text{hielo}} \cdot c_{e, \text{hielo}} \cdot \Delta t = 250 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [0^\circ\text{C} - (-5^\circ\text{C})] = 2\,625 \text{ J}$$

La energía intercambiada durante la fusión de todo el hielo es:

$$Q_2 = m_{\text{hielo}} \cdot L_{\text{fusión}} = 250 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 83\,500 \text{ J}$$

Todo ello hace que: $Q_1 + Q_2 = 2\,625 \text{ J} + 83\,500 \text{ J} = 86\,125 \text{ J}$

La energía que puede intercambiar el agua líquida al enfriarse hasta 0 °C es:

$$Q_3 = m_{\text{vapor}} \cdot c_{e, \text{vapor}} \cdot \Delta t = 60 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 2010 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [100^\circ\text{C} - (-115^\circ\text{C})] = -1\,809 \text{ J}$$

$$Q_4 = m_{\text{vapor}} \cdot L_{\text{vaporización}} = 60 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot (-2,24 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}) = -134\,400 \text{ J}$$

$$Q_5 = m_{\text{líquido}} \cdot c_{e, \text{líquido}} \cdot \Delta t = 60 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [0^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}] = -25\,080 \text{ J}$$

Esta cantidad: $Q_3 + Q_4 + Q_5 = -1809 \text{ J} - 134400 \text{ J} - 25080 \text{ J} = -161\,289 \text{ J}$ es superior en valor absoluto a 83500 J, que es la energía requerida para fundir todo el hielo, por tanto, el hielo se funde y se convierte en agua líquida, que queda a una temperatura superior a 0 °C

Si se llama Q_6 a la cantidad de calor empleada en calentar el hielo fundido desde 0 °C hasta la temperatura t final del sistema y Q_7 es la cantidad de calor cedido por el agua caliente desde 100 °C hasta la temperatura final del sistema t , entonces:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7 = 0$$

$$2625 \text{ J} + 83500 \text{ J} + (-1809 \text{ J}) + (-134400 \text{ J}) + 250 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (t - 0^\circ\text{C}) +$$

$$+ 60 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot [t - 100^\circ\text{C}] = 0 \Rightarrow t = 58^\circ\text{C}$$

26. Una masa de 2 kg de agua se encuentra a una temperatura de 70 °C. Un motor realiza un trabajo de agitación de 2 kJ, mientras que el sistema transfiere al exterior 60 kJ en forma de calor. Determina la variación de la energía interna del agua y su temperatura final.

Como la temperatura inicial de la masa de agua es 70 °C, lógicamente está más caliente que el entorno. Utilizando el convenio internacional de signos, al trabajo realizado sobre el sistema se le asigna signo positivo y al calor cedido al entorno se le asigna signo negativo.

Se considera que para el agua: $c_e = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

Aplicando el Primer principio de la termodinámica, resulta:

$$\Delta U = Q + W = - 60 \text{ kJ} + 2 \text{ kJ} = - 58 \text{ kJ}$$

La variación de la energía interna, entre dos situaciones de un sistema, es independiente de la forma en la que se realice. Por tanto, la variación de la energía interna es la misma realizando el proceso descrito, o enfriando el agua mediante el intercambio de 58 kJ.

Por tanto: $\Delta U = Q' = m \cdot c_e \Delta T$

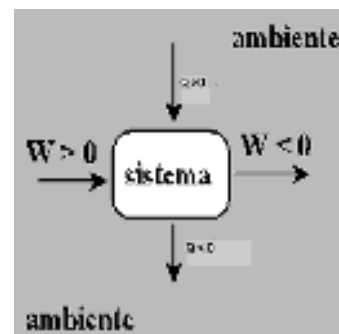
$$- 58 \cdot \text{kJ} \cdot \frac{10^3 \text{ J}}{\text{kJ}} = 2 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = - 6,9 \text{ K} = - 6,9 \text{ }^\circ\text{C}$$

Por tanto, la temperatura final es: $t = - 6,9 \text{ }^\circ\text{C} + 70 \text{ }^\circ\text{C} = 63,1 \text{ }^\circ\text{C}$

27. Determina los signos del calor intercambiado, trabajo efectuado y variación de la energía interna de los siguientes sistemas sometidos a los procesos que se detallan: a) Un trozo de metal a 60 °C que se introduce en un tanque de agua fría. b) Un muelle que se estira. c) La gasolina que se quema dentro del cilindro de un motor, suponiendo que el cilindro está aislado térmicamente. d) Un gas que se calienta dentro de un recipiente metálico y rígido.

Eligiendo el convenio de signos internacional, se tiene:

- a) $Q < 0$; $W = 0$; $\Delta U < 0$
- b) $Q = 0$; $W > 0$; $\Delta U > 0$
- c) $Q = 0$; $W < 0$; $\Delta U < 0$
- d) $Q > 0$; $W = 0$; $\Delta U > 0$



28. Calcula el rendimiento de una turbina de vapor, que realiza un trabajo de 0,1 kW·h por cada $9,1 \cdot 10^5$ J que recibe en forma de calor de la caldera.

Expresando el trabajo realizado en unidades del S.I.:

$$W = 0,1 \text{ kW} \cdot h = 0,1 \cdot \frac{1000 \text{ W}}{\text{kW}} \cdot \frac{\text{J}}{\text{W}} \cdot h \cdot \frac{3600 \text{ s}}{h} = 360000 \text{ J}$$

Y aplicando la definición de rendimiento, resulta:

$$\eta = \frac{|W_{\text{realizado}}|}{|Q_{\text{absorbido}}|} \cdot 100 = \frac{360\,000 \text{ J}}{9,1 \cdot 10^5 \text{ J}} \cdot 100 = 39,6 \%$$

29. Una máquina térmica proporciona $3 \cdot 10^6$ J cada minuto y cede al refrigerante $2,25 \cdot 10^6$ J en el mismo tiempo. Halla: a) El trabajo realizado en un minuto. b) El rendimiento de la máquina. c) Su potencia expresada en CV.

a) El trabajo realizado es la diferencia entre la energía intercambiada en forma de calor con el foco caliente y con el refrigerante.

$$|W_{\text{realizado}}| = |Q_{\text{absorbido}}| - |Q_{\text{cedido}}| = 3 \cdot 10^6 \text{ J} - 2,25 \cdot 10^6 \text{ J} = 7,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) El rendimiento del motor es:

$$\eta = \frac{|W_{\text{realizado}}|}{|Q_{\text{absorbido}}|} \cdot 100 = \frac{7,5 \cdot 10^5 \text{ J}}{3 \cdot 10^6 \text{ J}} \cdot 100 = 25 \%$$

c) A partir de la definición de potencia:
$$P = \frac{W}{t} = \frac{7,5 \cdot 10^5 \text{ J}}{1 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}}} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ W}$$

Que expresado en CV es:
$$P = 1,25 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot \frac{\text{CV}}{735 \text{ W}} = 17 \text{ CV}$$

30. La gasolina tiene un poder calorífico de $5 \cdot 10^7$ J/L. Determina el rendimiento del motor de un automóvil que realiza un trabajo de $12 \cdot 10^6$ J por cada L de gasolina quemada. ¿Qué ocurre con el resto de la energía interna de la gasolina?

Como el poder calorífico de un combustible líquido es la energía interna que se intercambia en forma de calor al quemar 1 L de ese combustible en el interior del motor, entonces:

El rendimiento del motor del automóvil es:

$$\eta = \frac{|W_{\text{realizado}}|}{|Q_{\text{absorbido}}|} \cdot 100 = \frac{12 \cdot 10^6 \text{ J}}{5 \cdot 10^7 \text{ J}} \cdot 100 = 24 \%$$

El resto de la energía en forma de calor se desaprovecha y se cede al exterior (degrada).

31. El poder calorífico de una madera es 3000 cal/kg. Explica su significado físico y determina la cantidad de agua que puede elevar su temperatura desde 20 °C hasta 50 °C en una cocina alimentada con 1 kg de madera, si el rendimiento del proceso se supone que es del 30 %.

Dato: $c_{e, \text{agua}} = 4180 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

El poder calorífico de un combustible sólido es la energía interna que se intercambia en forma de calor al quemar 1 kg de esa sustancia.

Hay que tener en cuenta que también se cumple que:

$$c_{e, \text{agua}} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 4180 \frac{\text{J} \cdot \frac{\text{cal}}{4,18 \text{ J}}}{\text{kg} \cdot \text{K} \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{K}}} = 1000 \frac{\text{cal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

La energía química transformada al quemar la madera es:

$$Q = m \cdot \text{poder calorífico} = 1 \text{ kg} \cdot 3000 \frac{\text{cal}}{\text{kg}} = 3000 \text{ cal}$$

Con la que la cantidad de agua que se puede calentar es:

$$Q = 3000 \text{ cal} \cdot \frac{30}{100} = 900 \text{ cal}$$

Luego como: $Q = m \cdot c_{e, \text{agua}} \cdot \Delta t$, entonces:

$$900 \text{ cal} = m \cdot 1000 \frac{\text{cal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (50 ^\circ\text{C} - 20 ^\circ\text{C}) \Rightarrow m = 0,03 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} = 30 \text{ g}$$

INVESTIGA-PÁG. 332

1. Introduciendo el texto: “aislamiento de viviendas” en el buscador www.google.es, se puede encontrar abundante información sobre dicho tema, aunque existe una página muy interesante en www.arquinstal.com.ar, sobre conservación de energía en viviendas y edificios y con consejos para ahorrar energía, que te permitirá realizar un trabajo-monográfico en el que diseñes una vivienda, mostrando su situación o emplazamiento, materiales de construcción a emplear, tipo de calefacción a utilizar, con la indicación de la situación de radiadores, puertas y ventanas en las distintas habitaciones de la vivienda.

Es una actividad abierta, de forma que al consultar en internet sobre el tema obtendrás relevante información de cómo se debe situar, orientar, o emplazar una vivienda, qué tipo de materiales de construcción se deben emplear, el tipo de calefacción a utilizar, la indicación de la situación de los radiadores, las puertas y las ventanas en las distintas habitaciones de la vivienda.

UNIDAD 15: ELECTROSTÁTICA Y CORRIENTE ELÉCTRICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 335

1. ¿Por qué razón unos trocitos de papel se adhieren a un bolígrafo previamente frotado en la manga de un jersey?

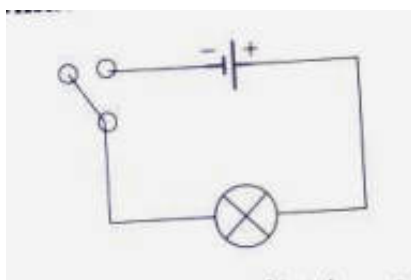
Si se frota el plástico con un paño de lana, se arrancan electrones de la lana que pasan a la barra de plástico. En el proceso, el plástico se carga negativamente, a la vez que la lana lo hace positivamente.

Al acercar el bolígrafo cargado a los pedacitos de papel hay una redistribución de las cargas dentro del material. El efecto es como si hubiera una separación de cargas, de modo que las cargas de distinto signo quedan enfrentadas y por ello ambos objetos se atraen inicialmente.

2. ¿Por qué los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica?

En un metal los electrones de las capas más externas de los átomos tienen libertad de movimiento dentro de la red metálica y cualquier carga eléctrica se redistribuye por toda la superficie del objeto. Debido a esta movilidad de los electrones, los metales son sustancias conductoras y no se electrizan por frotamiento.

3. Representa un circuito eléctrico formado por una pila, una bombilla y un interruptor. ¿Se gasta la corriente eléctrica al encender la bombilla?



Ni la corriente, ni la energía eléctrica se gastan. En la bombilla se transforma la energía eléctrica en otro tipo de energía.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 336

1. Calcula la cantidad de electrones que tiene que ganar o perder un objeto para adquirir una carga eléctrica de + 1 C.

Para que un objeto adquiriera carga eléctrica positiva tiene que perder electrones.

$$\text{electrones} = 1\text{C} \frac{1\text{electrón}}{1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}} = 6,25 \cdot 10^{18}\text{ electrones}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 339

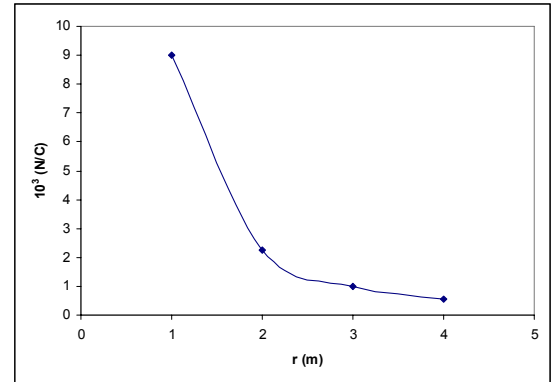
2. Calcula el módulo del campo eléctrico a una distancia de 1 m, 2 m, 3 m y 4 m de una carga eléctrica de 1 μC situada en el vacío. Representa gráficamente el módulo del campo eléctrico en función de la distancia.

El módulo del campo eléctrico a las distancias pedidas es:

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(r \text{ m})^2}$$

Al sustituir r por sus correspondientes valores, se obtiene la tabla:

r (m)	1	2	3	4
E (N/C)	$9 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$	$0,56 \cdot 10^3$



ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 346

3. Calcula el número de electrones que tienen que atravesar un conductor eléctrico para que la intensidad de la corriente eléctrica sea de un amperio.

La intensidad de la corriente es de 1 A cuando pasa a través de un conductor una carga eléctrica de 1 C cada segundo.

Hay que calcular los electrones que transportan la carga de 1 culombio.

$$\text{número de electrones} = 1\text{C} \cdot \frac{1\text{electrón}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ electrones}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 347

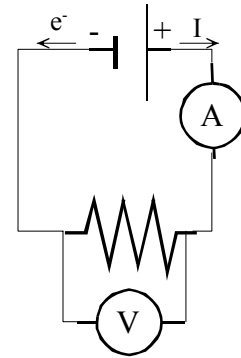
4. Para comprobar la ley de Ohm se construye un circuito con un generador y un conductor eléctricos. Al aplicar diversas diferencias de potencial a los extremos del conductor, se obtienen distintos valores de la intensidad de la corriente eléctrica. Las medidas realizadas se recogen en la tabla adjunta.

ΔV (V)	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5
I (mA)	3	6	9	12	15

Dibuja el circuito y coloca adecuadamente los aparatos de medida. Indica el sentido convencional de la intensidad de la corriente eléctrica y el sentido real de los electrones. Representa gráficamente la tabla de valores. Determina la relación entre las variables e indica el significado de la constante obtenida.

a) La intensidad de la corriente eléctrica se mide con un amperímetro que se conecta en serie y la diferencia de potencial entre los extremos de un conductor se mide con un voltímetro, que se conecta en paralelo.

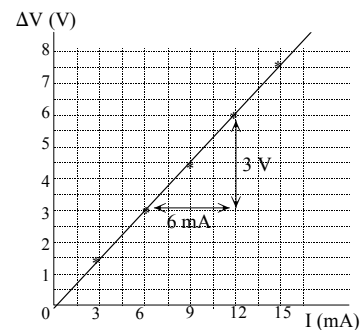
Según el sentido convencional, la intensidad de la corriente eléctrica va por el circuito desde el terminal positivo del generador al terminal negativo.



Los electrones se mueven por el circuito al revés desde el terminal negativo del generador al terminal positivo.

b) Aunque la variable independiente, en este caso la diferencia de potencial, debe representarse en el eje de las abscisas, es costumbre que la magnitud ΔV se coloque en el eje de ordenadas.

c) La representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. Para determinar la relación entre las variables basta con calcular la pendiente de la gráfica.



$$\text{pendiente} = \frac{\Delta V_2 - \Delta V_1}{I_2 - I_1} = \frac{3 \text{ V}}{6 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 500 \Omega$$

Esta pendiente es igual al valor de la resistencia eléctrica del conductor, R , y representa la oposición que ofrece el conductor al paso de la corriente eléctrica.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 354

1. Determina el número de electrones que tiene en exceso una esfera cuya carga es $-2 \mu\text{C}$.

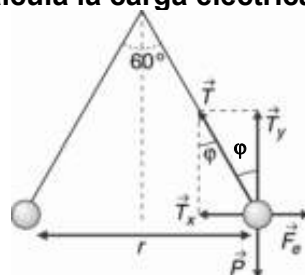
Para que un objeto adquiera carga eléctrica negativa tiene que ganar electrones y en una cantidad de:

$$\text{número de electrones} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \frac{1 \text{ electrón}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \cdot 10^{13} \text{ electrones}$$

2. ¿Puede tener un objeto una carga eléctrica de 2,5 electrones?

La carga eléctrica que adquiere un objeto tiene que ser un múltiplo de la carga del electrón, luego un objeto no puede tener una carga eléctrica de 2,5 electrones.

3. Dos esferas de 0,2 g de masa cada una cuelgan del mismo punto mediante un hilo de 50 cm de longitud. Al electrizarlas con la misma carga eléctrica se separan un ángulo de 60° . Calcula la carga eléctrica de cada esfera.



Sobre cada una de las esferas actúan sus pesos, la tensión del hilo y la fuerza eléctrica. En estas condiciones ambos objetos están en equilibrio.

Se elige para cada una de las bolitas un sistema de referencia con el origen centrado en ellas, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{T}_x + \vec{F}_{\text{eléctrica}} = 0; T \cdot \text{sen } \varphi = \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \\ \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0; T \cdot \text{cos } \varphi = m \cdot g \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Dividiendo: } \text{tag } \varphi = \frac{K \cdot |q|^2}{m \cdot g \cdot r^2} \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot \text{tag } \varphi}{K}}$$

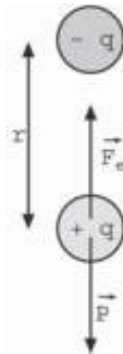
El ángulo entre los hilos es de 60° , lo que significa que las bolitas y el punto del que cuelgan forman un triángulo equilátero.

La distancia entre las esferas es igual a la longitud de cada hilo: $r = 50 \text{ cm}$ y el ángulo que separa cada hilo de la vertical es $\varphi = 30^\circ$.

$$\text{Sustituyendo: } |q| = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot \text{tag } 30^\circ}{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}} = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

El signo de la carga eléctrica no se puede conocer.

4. Un objeto tiene una masa de $0,1 \text{ kg}$ y una carga de 10^{-6} C . ¿Dónde se colocará otro objeto que tiene una carga eléctrica de $-10 \mu\text{C}$ para que el primero no se caiga?



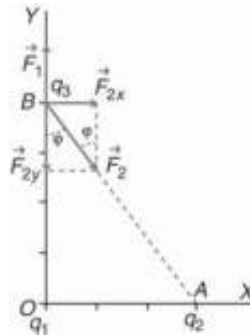
Para que el objeto de $0,1 \text{ kg}$ de masa esté en equilibrio debe actuar sobre él una fuerza de módulo igual a su peso y de sentido hacia arriba. Por tanto, como el otro objeto tiene carga negativa, este hay que colocarlo en la vertical del primero y por encima.

Se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el objeto de masa igual a $0,1 \text{ kg}$ y el eje Y la vertical. Aplicando la condición de equilibrio, se tiene:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{F}_{\text{eléctrica}} + \vec{P} = 0; F_{\text{eléctrica}} = P \Rightarrow \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2} = m \cdot g$$

$$\text{Despejando: } r = \sqrt{\frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{m \cdot g}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0,1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}} = 0,3 \text{ m}$$

5. En el origen de coordenadas está situada una carga $q_1 = +10 \mu\text{C}$ y en el punto A (3 m, 0 m) otra carga $q_2 = -20 \mu\text{C}$. Calcula la fuerza que actúa sobre la carga $q_3 = +5 \mu\text{C}$, situada en el punto B (0 m, 4 m).



Aplicando la ley de Coulomb se calculan los módulos de las fuerzas que actúan sobre la carga q_3 .

El módulo de la fuerza con que actúa la carga q_1 es:

$$F_1 = K \frac{|q_1| \cdot |q_3|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(4 \text{m})^2} = 0,028 \text{N}$$

Su expresión vectorial es: $\vec{F}_1 = 0,028 \cdot \vec{j} \text{N}$

El módulo de la fuerza con que actúa la carga q_2 es:

$$F_2 = K \frac{|q_2| \cdot |q_3|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{20 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(\sqrt{(3 \text{m})^2 + (4 \text{m})^2})^2} = 0,036 \text{N}$$

Del diagrama de fuerzas se deducen sus componentes cartesianas:

$$F_{2x} = F_2 \cdot \text{sen} \varphi = 0,036 \text{N} \cdot 3/5 = 0,0216 \text{N} \Rightarrow \vec{F}_{2x} = 0,0216 \cdot \vec{i} \text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \text{cos} \varphi = 0,036 \text{N} \cdot 4/5 = 0,0288 \text{N} \Rightarrow \vec{F}_{2y} = 0,0288 \cdot (-\vec{j}) \text{N}$$

Por el principio de superposición, la fuerza total que actúa sobre la carga q_3 es igual a la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre ella. Las componentes de la fuerza total son:

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{2x} = 0,0216 \cdot \vec{i} \text{N}$$

$$\vec{F}_y = \vec{F}_1 + \vec{F}_{2y} = 0,028 \cdot \vec{j} \text{N} + 0,0288 \cdot (-\vec{j}) \text{N} = -8 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} \text{N}$$

$$\text{Su expresión vectorial es: } \vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = [0,0216 \cdot \vec{i} - 8 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}] \text{N}$$

$$\text{Y su módulo es: } F = |\vec{F}| = \sqrt{(0,0216 \text{N})^2 + (8 \cdot 10^{-4} \text{N})^2} = 0,0216 \text{N}$$

6. Calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre un electrón colocado en un campo eléctrico de intensidad $\vec{E} = 10^4 \cdot \vec{j} \text{N/C}$

Aplicando la definición de campo eléctrico, el vector fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 10^4 \vec{j} \text{N/C} = -1,6 \cdot 10^{-15} \vec{j} \text{N}$$

7. Justifica que dentro de un campo eléctrico, los electrones se mueven de forma espontánea hacia los puntos de mayor potencial eléctrico y que los protones lo hacen hacia los puntos de menor potencial eléctrico.

Aplicando la ley de la energía potencial, el trabajo que realiza la fuerza electrostática al trasladar una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

Al trasladar una carga positiva desde un punto A hasta otro B se tiene:

$$W_{\text{Electrostática A-B}} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) > 0 \text{ si } q > 0 \text{ y } V_B < V_A$$

Por lo que las cargas positivas se trasladan de forma espontánea hacia potenciales decrecientes:

Mientras que las negativas lo hacen hacia potenciales crecientes.

$$W_{\text{Electrostática A-B}} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) > 0 \text{ si } q < 0 \text{ y } V_B > V_A$$

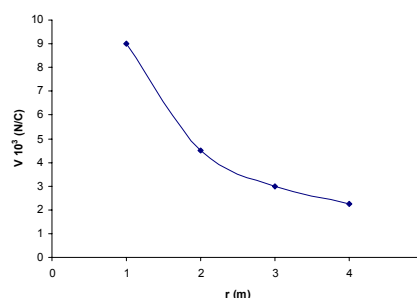
8. Calcula potencial eléctrico a una distancia de 1 m, 2 m, 3 m y 4 m de una carga de 1 μC situada en el vacío. Representa gráficamente el potencial eléctrico en función de la distancia.

b) El potencial eléctrico a las distancias pedidas es:

$$V = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{r \text{ m}}$$

Al sustituir r por sus correspondientes valores, se obtiene la tabla:

r (m)	1	2	3	4
V (V)	$9 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^3$



9. Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero, ¿significa que no hay cargas eléctricas en sus proximidades? ¿Será también igual a cero el potencial eléctrico en ese punto?

Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero significa que la suma vectorial de todos los campos eléctricos generados por todas las cargas eléctricas en ese punto es igual a cero. Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero, el potencial eléctrico no es igual a cero.

10. Dos cargas $q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $q_2 = -6 \mu\text{C}$ están situadas en el vacío a una distancia de 2 m. Calcula la variación de la energía potencial eléctrica y el trabajo realizado para separarlas hasta una distancia de 4 m. Interpreta el signo del resultado obtenido.

La energía potencial asociada a la situación inicial y final de las cargas eléctricas es:

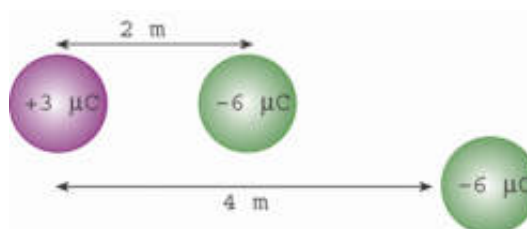
$$E_{p,\text{inicial}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{inicial}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (-6 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{2 \text{ m}} = -0,081 \text{ J}$$

$$E_{p,\text{final}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{final}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (-6 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{4 \text{ m}} = -0,0405 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza electrostática para separar las cargas es:

$$W_{i-f} = -\Delta E_p = -(E_{p,\text{final}} - E_{p,\text{inicial}}) = -(-0,0405 - (-0,081)) = -0,0405 \text{ J}$$

Alejar dos cargas de distinto signo no es



un proceso espontáneo, un agente externo tiene que realizar un trabajo, contra la fuerza electrostática, que se transforma en forma de energía potencial eléctrica. La energía potencial eléctrica de la distribución final es mayor que la energía potencial eléctrica de la distribución inicial.

11. En el origen de coordenadas está situada una carga eléctrica positiva +Q. Indica cómo se modifica la energía potencial eléctrica al acercarse otra carga de signo positivo o si lo hace otra de signo negativo.

La energía potencial eléctrica almacenada por dos cargas eléctricas depende del signo de las cargas y de la distancia que las separa.

$$E_p = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

a) Dos cargas eléctricas del mismo signo se repelen. Para acercarlas un agente externo debe aplicar una fuerza que realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al disminuir la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a alejarlas y realiza un trabajo a expensas de disminuir la energía potencial eléctrica asociada a las cargas.

b) Dos cargas eléctricas de distinto signo se atraen entre sí. Para separarlas, un agente externo debe aplicar una fuerza de sentido contrario a la fuerza electrostática. Esa fuerza realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al incrementarse la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a acercarlas y realiza un trabajo a costa de disminuir la energía potencial de la asociación.

12. Un punto A está a un potencial eléctrico de 30 V y otro punto B está a un potencial eléctrico de 50 V. Calcula el trabajo que realiza la fuerza eléctrica para trasladar una carga eléctrica de + 3 μC desde A hasta B.

El trabajo que realiza la fuerza eléctrica al trasladar una carga entre dos puntos dentro de un campo eléctrico es:

$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (50 \text{ V} - 30 \text{ V}) = -6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

El proceso no es espontáneo, las cargas eléctricas positivas se mueven de forma espontánea hacia potenciales decrecientes.

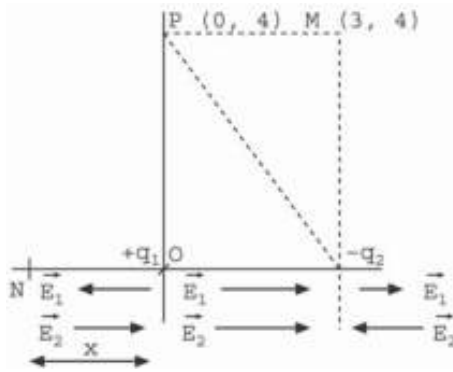
13. La fuerza electrostática realiza un trabajo $W_{\text{Electrostática}} = -10 \text{ J}$ al trasladar una carga eléctrica $q = +2 \text{ C}$ desde un punto A hasta otro punto B. Si el punto A está a un potencial eléctrico de 20 V, calcula el potencial eléctrico del punto B.

El trabajo que realiza la fuerza eléctrica al trasladar una carga entre dos puntos dentro de un campo eléctrico es:

$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) ; -10 \text{ J} = -2 \text{ C} \cdot (V_B - 20 \text{ V}) \Rightarrow V_B = 25 \text{ V}$$

El proceso no es espontáneo, por lo que el punto B está a un potencial mayor que el punto A.

14. En el origen de un sistema de coordenadas ortogonales se coloca una carga puntual de $q_1 = 1 \mu\text{C}$. En el eje de las abscisas y a una distancia de 3 m del origen se coloca $q_2 = -6 \mu\text{C}$. Si el medio es el aire, calcula la posición del eje de las abscisas en la que se anula la intensidad del campo eléctrico. Determina el trabajo necesario para trasladar $+2 \mu\text{C}$ desde el punto P (0,4) hasta el punto M (3,4).



a) Entre el origen de coordenadas y $x = 3$ m, los campos que crean las dos cargas tienen el mismo sentido. Para coordenadas $x > 3$ m el campo que crea la carga q_2 es siempre mayor que el que crea la carga q_1 , estos puntos están más cerca de la carga q_2 que mayor en valor absoluto que la carga q_1 ,

El campo eléctrico se anula en algún punto situado en la parte negativa del eje de las abscisas, $x < 0$ m. Sea este punto N de coordenadas $(-x, 0)$. En este punto los módulos de los campos creados por q_1 y q_2 son iguales y su signo es distinto.

$$E_1 = E_2; \frac{K \cdot |q_1|}{r_1^2} = \frac{K \cdot |q_2|}{r_2^2}$$

$$\text{Sustituyendo y operando: } \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{x^2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(x+3 \text{ m})^2}; \frac{1}{x} = \frac{2,45}{(x+3 \text{ m})} \Rightarrow x = 2,07 \text{ m}$$

Las coordenadas del punto pedido son: N $(-2,07, 0)$ m

b) Para calcular la energía transformada en el proceso de traslación de una carga hay que calcular el potencial eléctrico de los puntos P y M. El potencial eléctrico en un punto creado por varias cargas puntuales es igual a la suma de los potenciales eléctricos generados por cada una de las cargas.

$$V_P = V_1 + V_2 = \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \left[\frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{4 \text{ m}} + \frac{-6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2}} \right] = -8,55 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_M = V_1 + V_2 = \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \left[\frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2}} + \frac{-6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{4 \text{ m}} \right] = -11,7 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c) Aplicando la ley de la energía potencial se tiene que el trabajo que realiza la fuerza electrostática es igual a la variación de la energía potencial eléctrica cambiada de signo.

$$W_{P-M} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_M - V_P) = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot [-11,7 \cdot 10^3 \text{ V} - (-8,55 \cdot 10^3 \text{ V})] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

De signo positivo, la fuerza electrostática realiza un trabajo en el proceso a costa de disminuir la energía potencial de la distribución. Las cargas positivas se desplazan de forma espontánea desde los puntos de mayor potencial hasta los puntos de menor potencial

15. Por un conductor metálico pasa una corriente eléctrica de 3 mA. Determina la carga eléctrica y el número de electrones que atraviesan el conductor en medio minuto.

La carga que pasa por el circuito en el tiempo indicado es:

$$q = I \cdot t = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 30 \text{ s} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ C}$$

$$\text{electrones} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ C} \frac{1 e^-}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 5,6 \cdot 10^{17} \text{ electrones}$$

16. Por un conductor pasan $3,75 \cdot 10^{20}$ electrones cada minuto. Calcula la cantidad de carga transportada y la intensidad de la corriente eléctrica.

La cantidad de carga transportada es: $q = 3,75 \cdot 10^{20} e^- \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C/e}^- = 60 \text{ C}$

Y la intensidad de la corriente eléctrica: $I = \frac{q}{t} = \frac{60 \text{ C}}{60 \text{ s}} = 1 \text{ A}$

17. Un trozo de hilo tiene una resistencia eléctrica R y se corta en tres trozos iguales, que se retuercen para formar un único hilo más grueso. ¿Cuál es la resistencia eléctrica del cable resultante?

La resistencia eléctrica de un hilo se calcula con la expresión: $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$.

Al cortar el hilo y retorcer las tres partes para formar un cable único, su longitud se reduce a la tercera parte y el área de su sección se multiplica por tres.

$$R' = \rho \cdot \frac{L'}{S'} = \rho \cdot \frac{\frac{L}{3}}{3 \cdot S} = \rho \cdot \frac{L}{9 \cdot S} = \frac{R}{9}$$

La resistencia eléctrica del cable formado se divide por nueve.

18. Qué relación existe entre las resistencias eléctricas de dos hilos de cobre, en los que uno tiene el doble de longitud y el doble de diámetro que el otro.

Si el diámetro de la sección de un hilo es el doble que la del otro, su radio también lo es y el área de su sección es cuatro veces mayor.

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S' = \pi \cdot r'^2 = \pi \cdot (2 \cdot r)^2 = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot S$$

Aplicando la relación entre la resistencia eléctrica de un hilo en función del área de su sección y de su longitud, resulta que la resistencia eléctrica se divide por dos. En efecto:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

$$R' = \rho \cdot \frac{L'}{S'} = \rho \cdot \frac{2 \cdot L}{4 \cdot S} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{L}{S} = \frac{R}{2}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 355

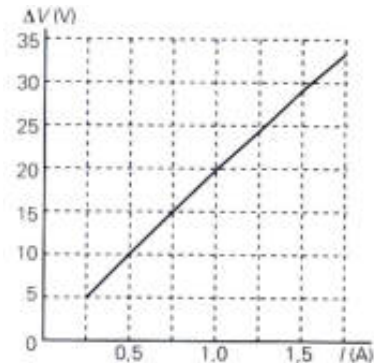
19. En una experiencia sobre la medida de la resistencia de un conductor se obtienen los valores de intensidad de la corriente y de la diferencia de potencial que se indican en la tabla:

I (A)	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
ΔV (V)	5,0	10,0	15,0	20,0	24,8	29,5	34,1

Representa gráficamente ΔV frente a I. ¿Se puede decir que la resistividad del material no depende de la diferencia de potencial aplicada? ¿En qué intervalo de diferencia de potencial se puede considerar un comportamiento lineal del conductor? Calcula su resistencia en esa zona.

a) Si se aplica la ley de Ohm a cada pareja de valores se observa que la resistencia eléctrica es función de la diferencia de potencial aplicada, por lo que la resistividad del material también lo es.

Para que la gráfica sea una línea recta, magnitudes directamente proporcionales, se debe cumplir que a diferencias constantes en una de las variables, corresponden diferencias constantes en la otra variable.



b) Determinando los incrementos en ambas magnitudes entre dos medidas consecutivas, se tiene:

I (A)	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
ΔI (A)	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
ΔV (V)	5,0	10,0	15,0	20,0	24,8	29,5	34,1
$\Delta(\Delta V)$ (V)		5,0	5,0	5,0	4,8	4,7	4,6

En conductor tiene un comportamiento óhmico hasta una diferencia de potencial aplicada de 20 V. En ese intervalo la resistencia es constante y por tanto su resistividad.

c) Aplicando la ley de Ohm: $\Delta V = R \cdot I$; $10 \text{ V} = R \cdot 0,50 \text{ A} \Rightarrow R = 20 \Omega$

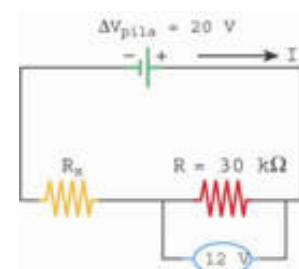
20. Para colocar unos altavoces de un equipo de música en una habitación se emplean dos trozos de cable de cobre de 5 m de longitud cada uno. Si la sección del cable tiene un radio de 1,04 mm y la resistividad del cobre es $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, determina la resistencia eléctrica de cada cable.

El área de la sección del cable es: $S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (1,04 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 3,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
Por tanto la resistencia eléctrica del cable es:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot \frac{5 \text{ m}}{3,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,025 \Omega$$

21. Un componente eléctrico tiene una resistencia de 30 k Ω y está conectado a una fuente de alimentación que proporciona una diferencia de potencial de 20 V. ¿Qué modificaciones hay que realizar para que entre los extremos del componente haya una diferencia de potencial de 12 V?

La diferencia de potencial entre los extremos del circuito dado se reduce acoplándole una resistencia en serie.



La suma de las diferencias de potencial entre los extremos de las dos resistencias es igual a la diferencia de potencial entre los bornes de la pila.

Por tanto: $\Delta V_{\text{pila}} = \Delta V_{R_X} + \Delta V_R$; $20 \text{ V} = \Delta V_{R_X} + 12 \text{ V}$
 $\Rightarrow \Delta V_{R_X} = 8 \text{ V}$

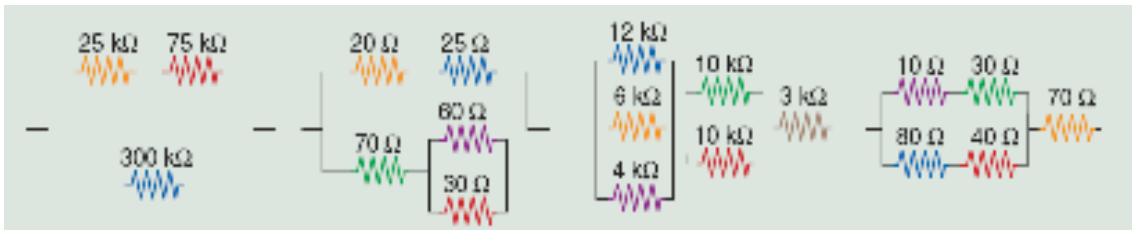
Para calcular la intensidad de la corriente eléctrica que recorre el circuito, aplicamos la ley de Ohm al componente conocido.

$\Delta V = R \cdot I$; $12 \text{ V} = 30 \cdot 10^3 \Omega \cdot I \Rightarrow I = 4 \cdot 10^{-4} \text{ A}$

Como por todos los componentes pasa la misma intensidad de la corriente eléctrica, aplicando la ley de Ohm a la resistencia R_x se tiene:

$\Delta V_{R_X} = R_x \cdot I$; $8 \text{ V} = R_x \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ A} \Rightarrow R_x = 20\,000 \Omega = 20 \text{ k}\Omega$

22. Calcula la resistencia eléctrica equivalente en las siguientes asociaciones.



a) Las resistencias $R_1 = 25\Omega$ y $R_2 = 75\Omega$ están en serie, por tanto:

$R_{12} = R_1 + R_2 = 25 \Omega + 75 \Omega = 100 \Omega$

Esta asociación R_{12} está en paralelo con $R_3 = 300 \Omega$

$$\frac{1}{R_{\text{equivalente}}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{100 \Omega} + \frac{1}{300 \Omega} = \frac{4}{300 \Omega} \Rightarrow R_{\text{equivalente}} = 75 \Omega$$

b) Denominemos: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 25 \Omega$, $R_3 = 70 \Omega$, $R_4 = 60 \Omega$ y $R_5 = 30 \Omega$

Las resistencias R_1 y R_2 están en serie: $R_{12} = R_1 + R_2 = 20 \Omega + 25 \Omega = 45 \Omega$

Las resistencias R_4 y R_5 están en paralelo:

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{60 \Omega} + \frac{1}{30 \Omega} = \frac{3}{60 \Omega} \Rightarrow R_{45} = 20 \Omega$$

La resistencia R_3 está en serie con la asociación R_{45} :

$R_{345} = R_3 + R_{45} = 70 \Omega + 20 \Omega = 90 \Omega$

Esta asociación R_{345} está conectada en paralelo con la asociación R_{12} , por tanto:

$$\frac{1}{R_{\text{equivalente}}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{45 \Omega} + \frac{1}{90 \Omega} = \frac{3}{90 \Omega} \Rightarrow R_{\text{equivalente}} = 30 \Omega$$

c) Denominemos: $R_1 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ y $R_6 = 3 \text{ k}\Omega$.

Las resistencias R_1 , R_2 y R_3 están en paralelo:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{12 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{6 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{4 \text{ k}\Omega} = \frac{6}{12 \text{ k}\Omega} \Rightarrow R_{123} = 2 \text{ k}\Omega$$

Las resistencias R_4 y R_5 están en paralelo:

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{10 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{10 \text{ k}\Omega} = \frac{2}{10 \text{ k}\Omega} \Rightarrow R_{45} = 5 \text{ k}\Omega$$

Las asociaciones R_{123} y R_{45} están en serie con la resistencia R_6 , por tanto:

$R_{\text{equivalente}} = R_{123} + R_{45} + R_6 = 2 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega = 10 \text{ k}\Omega = 10\,000 \Omega$

d) Denominemos: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 80 \Omega$, $R_4 = 40 \Omega$ y $R_5 = 70 \Omega$

Las resistencias R_1 y R_2 están en serie: $R_{12} = R_1 + R_2 = 10 \Omega + 30 \Omega = 40 \Omega$
 Las resistencias R_3 y R_4 están en serie: $R_{34} = R_3 + R_4 = 80 \Omega + 40 \Omega = 120 \Omega$
 Estas dos asociaciones están en paralelo entre si.

$$\frac{1}{R_{1234}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{40 \Omega} + \frac{1}{120 \Omega} = \frac{4}{120 \Omega} \Rightarrow R_{1234} = 30 \Omega$$

La asociación R_{1234} está en serie con la resistencia R_5 , por tanto:
 $R_{\text{equivalente}} = R_{1234} + R_5 = 30 \Omega + 70 \Omega = 100 \Omega$

23. Por dos lámparas iguales conectadas en paralelo pasa una intensidad de la corriente eléctrica de 0,5 A, por cada una. Si se asocian en serie esas mismas bombillas y se mantiene la misma diferencia de potencial, ¿qué intensidad de la corriente eléctrica circulará por cada una de ellas?

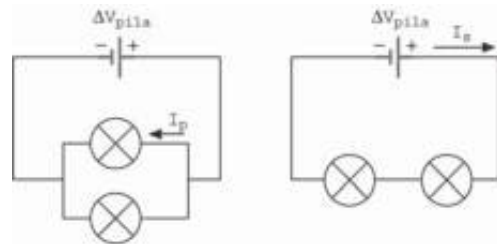
Aplicando la ley de Ohm a la conexión en paralelo, se tiene:

$$\Delta V_{\text{generador}} = R \cdot I_{\text{paralelo}}$$

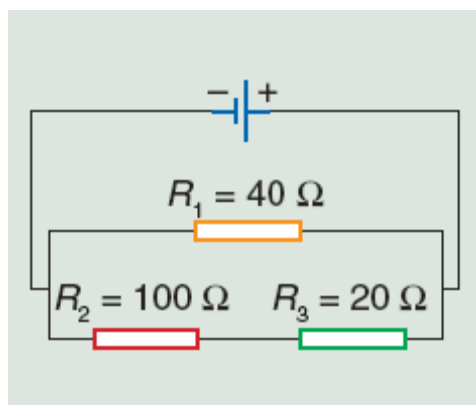
En la conexión en serie la diferencia de potencial entre los bornes de las bombillas es igual a la mitad de la diferencia de potencial de la conexión en paralelo.

$$\frac{\Delta V_{\text{generador}}}{2} = R \cdot I_{\text{serie}}$$

Dividiendo miembro a miembro: $\frac{\Delta V_{\text{generador}}}{2} = \frac{R \cdot I_{\text{paralelo}}}{R \cdot I_{\text{serie}}} \Rightarrow I_{\text{serie}} = \frac{I_{\text{paralelo}}}{2} = \frac{0,5 \text{ A}}{2} = 0,25 \text{ A}$



24. Por la resistencia R_3 del circuito de la figura circula una intensidad de la corriente eléctrica de 125 mA. Determina la intensidad que recorre las otras dos resistencias. Calcula la diferencia de potencial entre los extremos de cada una de las resistencias y la diferencia de potencial entre los bornes de la pila.



La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R_3 es:
 $\Delta V_{R_3} = R_3 \cdot I_3 = 20 \Omega \cdot 0,125 \text{ A} = 2,5 \text{ V}$

Por la resistencia R_2 pasa la misma intensidad de la corriente que por R_3 , por lo que la diferencia de potencial entre sus bornes es:
 $\Delta V_{R_2} = R_2 \cdot I_2 = 100 \Omega \cdot 0,125 \text{ A} = 12,5 \text{ V}$

La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R_1 es la misma que entre los extremos del conjunto formado por las resistencias R_2 y R_3 y a su vez igual a la diferencia de potencial entre los extremos de la pila.

$$\Delta V_{\text{pila}} = \Delta V_{R_1} = \Delta V_{R_2} + \Delta V_{R_3} = 12,5 \text{ V} + 2,5 \text{ V} = 15 \text{ V}$$

Aplicando la ley de Ohm a la resistencia R_1 , se tiene:

$$\Delta V_{R_1} = R_1 \cdot I_1; 15 \text{ V} = 40 \Omega \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 0,375 \text{ A}$$

La intensidad total que recorre el circuito es: $I = I_1 + I_2 = 0,375 \text{ A} + 0,125 \text{ A} = 0,5 \text{ A}$

25. De qué forma se conectan los aparatos eléctricos en las viviendas: ¿en serie o en paralelo?

Los aparatos eléctricos se conectan en paralelo. Si se conectaran en serie, la diferencia de potencial dependería de los aparatos conectados y si se deteriorase alguno dejarían de funcionar los demás.

26. Dos resistencias eléctricas de 600Ω y $1,2 \text{ k}\Omega$ se asocian en paralelo entre sí y en serie a otra de 100Ω . El conjunto se conecta a una diferencia de potencial de 20 V . Dibuja un esquema del circuito e indica el sentido de la intensidad de la corriente y el de los electrones. Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada resistencia y la diferencia de potencial entre los extremos de cada una de ellas.

Denominemos $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 1,2 \text{ k}\Omega$ y $R_3 = 600 \Omega$

Las resistencias R_2 y R_3 están en paralelo.

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1200 \Omega} + \frac{1}{600 \Omega} = \frac{3}{1200 \Omega} \Rightarrow R_{23} = 400 \Omega$$

Esta asociación está en serie con la resistencia R_1 :

$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_{23} = 100 \Omega + 400 \Omega = 500 \Omega$$

b) Para calcular la intensidad total, se aplica la ley de Ohm al circuito equivalente:

$$\Delta V_{\text{pila}} = R_{\text{equivalente}} \cdot I; 20 \text{ V} = 500 \Omega \cdot I \Rightarrow I = 0,04 \text{ A}$$

Esta intensidad circula por la resistencia R_1 , por lo que:

$$\Delta V_{R_1} = R_1 \cdot I = 100 \Omega \cdot 0,04 \text{ A} = 4 \text{ V}$$

Las resistencias R_2 y R_3 están conectadas en paralelo y por tanto a la misma diferencia de potencial.

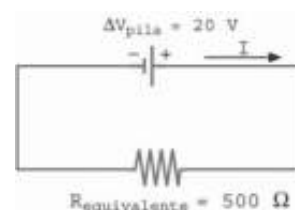
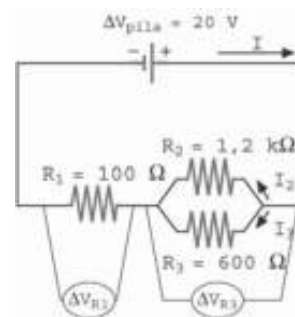
$$\Delta V_{R_1} + \Delta V_{R_2} = \Delta V_{R_1} + \Delta V_{R_3} = \Delta V_{\text{pila}} = 20 \text{ V}$$

$$\text{Por tanto: } \Delta V_{R_2} = \Delta V_{R_3} = \Delta V_{\text{pila}} - \Delta V_{R_1} = 20 \text{ V} - 4 \text{ V} = 16 \text{ V}$$

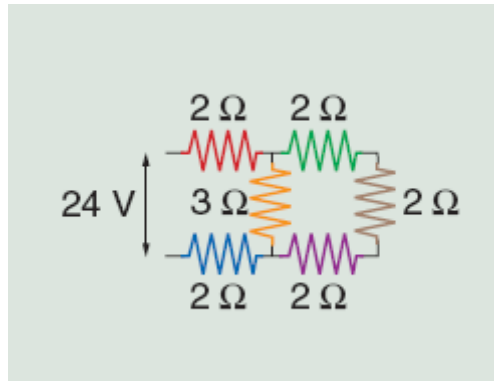
Aplicando la ley de Ohm a las resistencias R_2 y R_3 :

$$\Delta V_{R_2} = R_2 \cdot I_2; 16 \text{ V} = 1,2 \text{ k}\Omega \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = 0,013 \text{ A}$$

$$\Delta V_{R_3} = R_3 \cdot I_3; 16 \text{ V} = 600 \Omega \cdot I_3 \Rightarrow I_3 = 0,027 \text{ A}$$



27. Para el circuito de la figura determina la resistencia equivalente y la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada una de los componentes.



Se denominan las resistencias eléctricas según la figura adjunta y de igual forma se nombran las intensidades de la corriente eléctrica que pasan por las diferentes ramas.

Las resistencias eléctricas R_2 , R_3 y R_4 están conectadas en serie entre sí y se pueden sustituir por una resistencia equivalente.

$$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 = 2\ \Omega + 2\ \Omega + 2\ \Omega = 6\ \Omega$$

La resistencia equivalente R_{234} está asociada en paralelo con la resistencia R_6 .

$$\frac{1}{R_{2346}} = \frac{1}{R_{234}} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} = \frac{3}{6\ \Omega} \Rightarrow R_{2346} = 2\ \Omega$$

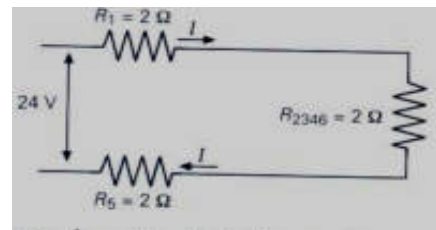
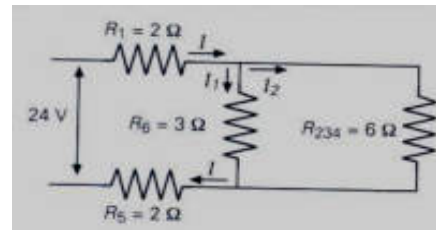
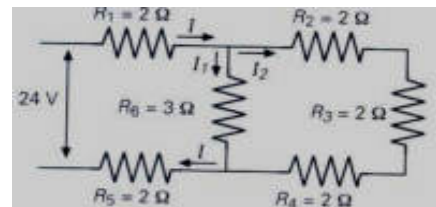
La resistencia equivalente R_{2346} está conectada en serie con las resistencias R_1 y R_5 .

Por tanto, la resistencia total equivalente del circuito es:

$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_{2346} + R_5 = 2\ \Omega + 2\ \Omega + 2\ \Omega = 6\ \Omega$$

Aplicando la ley de Ohm al circuito equivalente final se determina la intensidad de la corriente I , que pasa por las resistencias R_1 y R_5 .

$$\Delta V = R_{\text{equivalente}} \cdot I; 24\ \text{V} = 6\ \Omega \cdot I \Rightarrow I = 4\ \text{A}$$



Para determinar las intensidades I_1 e I_2 del circuito se tiene en cuenta que la resistencia R_6 está conectada a la misma diferencia de potencial que la resistencia R_{234} y que la intensidad I es igual a la suma de las intensidades I_1 e I_2 .

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ \Delta V_{R6} &= \Delta V_{R_{234}} \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ R_6 \cdot I_1 &= R_{234} \cdot I_2 \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} 4\ \text{A} &= I_1 + I_2 \\ 3\ \Omega \cdot I_1 &= 6\ \Omega \cdot I_2 \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} 4\ \text{A} &= I_1 + I_2 \\ 0 &= -I_1 + 2 \cdot I_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Sumando: } 4\ \text{A} = 3 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = 1,33\ \text{A}$$

$$\text{Por lo que: } I_1 = I - I_2 = 4\ \text{A} - 1,33\ \text{A} = 2,67\ \text{A}$$

1. Realiza un esquema con la secuencia de los procesos que se realizan en una fotocopiadora. Para ello puedes utilizar la simulación que explica el funcionamiento de una fotocopiadora en la página web: <http://www.tulahidalgo.com/>

Inicialmente el rodillo de la copiadora se carga con electricidad estática. A continuación las partes negras de la imagen no reflejan luz y por ello permanecen cargadas. Posteriormente, las partes electrizadas atraen al pigmento toner que se adhiere a ellas y reproduce las zonas negras del original. Por último, el papel corre por el rodillo y se impregna de toner, que después se funde con el calor de otro rodillo

2. Indica qué tipo de industrias y justifica la razón por la que utilizan precipitadores electrostáticos. Para ello puedes utilizar la información que sobre la historia y los diversos tipos de precipitadores electrostáticos que utilizan las diferentes industrias encontrarás en la enciclopedia wikipedia: <http://es.wikipedia.org/>.

Los precipitadores electrostáticos se emplean para reducir la contaminación atmosférica producida por humos y otros desechos industriales gaseosos, especialmente en las plantas que funcionan con combustibles fósiles y aquellas que producen polvo, tal como las cementeras.

UNIDAD 16: ENERGÍA ELÉCTRICA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 359

1. ¿Cómo se calentará antes una habitación, con una estufa eléctrica cuya resistencia eléctrica sea grande o pequeña?

Si se aplica la relación $E = R \cdot I^2 \cdot t$, se deduce que cuanto mayor es la resistencia eléctrica de la estufa antes se calienta la habitación.

Sin embargo, como la intensidad de la corriente no es la misma para las dos estufas, hay que expresar la energía transformada en función de la diferencia de potencial, la misma para las dos estufas, y de sus respectivas resistencias eléctricas.

$$E = \Delta V_{\text{resistencia}} \cdot I \cdot t = \frac{\Delta V_{\text{resistencia}}^2}{R} \cdot t$$

Cuanto mayor es la resistencia, menor es la energía transformada. La estufa que tiene una resistencia eléctrica pequeña calienta antes la habitación que la estufa que tiene una resistencia eléctrica más grande.

2. ¿Qué significan las inscripciones 230 V, 100 W que lleva escritas una lámpara?

Esas inscripciones significan que hay que conectar la lámpara a una diferencia de potencial de 230 V y que cuando está conectada correctamente transforma 100 J de energía eléctrica, en luz y calor cada segundo.

3. El recibo que pasa al cobro la compañía eléctrica, indica la energía transformada en kW·h. ¿Qué significa esa unidad? Expresa su equivalencia en unidades del sistema internacional.

El kW·h es una unidad de energía transformada. Es la unidad de medida de los contadores que coloca la compañía eléctrica a la entrada de los domicilios y cuya cantidad se refleja en la factura. Su relación con la unidad del sistema internacional es:

$$1 \text{ kW}\cdot\text{h} = 1\,000 \text{ J/s} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 361

1. Por un conductor pasa una intensidad de la corriente eléctrica de 0,3 A cuando está sometido a la diferencia de potencial de 6 V. Calcula la energía transformada al cabo de 2 min.

$$\text{Aplicando la ley de Joule: } E = \Delta V \cdot I \cdot t = 6 \text{ V} \cdot 0,3 \text{ A} \cdot 120 \text{ s} = 216 \text{ J}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 362

2. Expresa en las unidades kW·h y en julios la energía eléctrica que transforma una bombilla de 100 W de potencia cuando permanece encendida durante un día.

Aplicando la definición de potencia: $E = P \cdot t = 100 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} = 2,4 \text{ kW}\cdot\text{h}$

Y expresado en unidades del SI: $E = P \cdot t = 100 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

3. Calcula la potencia eléctrica que transforma un secador eléctrico que tiene una resistencia eléctrica de 106 Ω y se conecta a la diferencia de potencial de 230 V.

La red domiciliaria proporciona una diferencia de potencial de 230 V.

Aplicando las relaciones: $P = \Delta V \cdot I$ y de la ley de Ohm: $\Delta V = R \cdot I$, resulta que:

$$P = \Delta V \cdot I = \frac{\Delta V^2}{R} = \frac{(230 \text{ V})^2}{106 \Omega} = 500 \text{ W}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 374

1. ¿Cual es la diferencia entre fuerza electromotriz, fuerza contraelectromotriz, diferencia de potencial entre los bornes de un generador y diferencia de potencial entre los bornes de un motor?

Fuerza electromotriz de un generador es la energía total que transforma el generador por cada unidad de carga positiva que lo atraviesa: $\varepsilon = \frac{W_{\text{generador}}}{q}$

Diferencia de potencial entre los bornes de un generador es la energía que transforma el generador en energía eléctrica por cada unidad de carga positiva transportada desde su borne positivo hasta su borne negativo, por el circuito. La diferencia de potencial entre los bornes de un generador es igual a la fuerza electromotriz menos la diferencia de potencial que se establece debido a su resistencia interna:

$$\Delta V_{\text{generador}} = \varepsilon - r_g \cdot I$$

Fuerza contraelectromotriz de un motor, ε' , o de cualquier otro dispositivo, es la energía eléctrica que transforma en otro tipo de energía, que no sea en forma de calor, por cada unidad de carga que atraviesa el dispositivo: $\varepsilon' = \frac{W_{\text{motor}}}{q}$

Diferencia de potencial entre los bornes de un motor, o de cualquier otro dispositivo, es la energía eléctrica que transforma en otro tipo de energía, por cada unidad de carga que atraviesa lo atraviesa. La diferencia de potencial entre los bornes de un motor es igual a su fuerza contraelectromotriz más la diferencia de potencial que se establece debido a su resistencia interna: $\Delta V_{\text{motor}} = \varepsilon' + r_m \cdot I$

2. Para calentar una habitación se dispone de dos estufas eléctricas que tienen de resistencias $R_1 = 40 \Omega$ y $R_2 = 80 \Omega$ respectivamente. ¿Cuál de los dos aparatos calentará antes la habitación?

Si se aplica la relación $E = R \cdot I^2 \cdot t$, se deduce que cuanto mayor es la resistencia de la estufa antes se calienta la habitación.

Sin embargo, como la intensidad de la corriente no es la misma para las dos estufas, hay que expresar la energía transformada en función de la diferencia de potencial, la misma para las dos estufas, y de sus respectivas resistencias.

$$E = \Delta V_{\text{resistencia}} \cdot I \cdot t = \frac{\Delta V_{\text{resistencia}}^2}{R} \cdot t$$

Cuanto mayor es la resistencia eléctrica menor es la energía transformada. La estufa, que tiene una resistencia eléctrica de 40Ω calienta antes la habitación que la estufa que tiene una resistencia eléctrica de 80Ω .

3. Una bombilla de 100 W de potencia y una estufa eléctrica de 600 W, se conectan a la red de 230 V. ¿Cual de los dos aparatos tiene mayor resistencia eléctrica? Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada una de ellas.

a) Aplicando las relaciones de la potencia: $P = \frac{\Delta V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{\Delta V^2}{P}$

$$R_{\text{bombilla}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 529 \Omega ; R_{\text{estufa}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{600 \text{ W}} = 88,2 \Omega$$

b) Aplicando la relación: $P = \Delta V \cdot I$, se tiene que la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada uno de los aparatos es:

$$100 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I_{\text{bombilla}} \Rightarrow I_{\text{bombilla}} = 0,43 \text{ A}$$

$$600 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I_{\text{estufa}} \Rightarrow I_{\text{estufa}} = 2,61 \text{ A}$$

El aparato que transforma una potencia menor, tiene una resistencia eléctrica mayor y por ella pasa una intensidad de la corriente eléctrica menor.

4. Una lámpara de 100 W de potencia está conectada a la red domiciliar de 230 V, durante un día. Calcula la resistencia del filamento y la intensidad que pasa por él. Expresa en julios la energía transformada y determina el gasto ocasionado si el precio del kW·h es 0,09 €.

a) La resistencia eléctrica del aparato es: $P = \frac{\Delta V^2}{R}$; $100 \text{ W} = \frac{(230 \text{ V})^2}{R} \Rightarrow R = 529 \Omega$

Y la intensidad de la corriente eléctrica es: $P = \Delta V \cdot I$; $100 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I \Rightarrow I = 0,43 \text{ A}$

b) La energía eléctrica que transforma en el tiempo indicado es:

$$E = P \cdot t = 100 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} = 2400 \text{ W} \cdot \text{h} = 2,4 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

$$\text{Que expresada en julios es: } E = 2,4 \text{ kW} \cdot \text{h} = 2,4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

c) El gasto es: $\text{gasto} = 2,4 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot 0,09 \text{ €/kW} \cdot \text{h} = 0,22 \text{ €}$

5. Un calefactor eléctrico tiene una potencia de 2000 W y se conecta a la red eléctrica de 230 V durante 8 h. Calcula su resistencia eléctrica y la intensidad de la corriente. ¿Cuál es el gasto a 0,09 € el kW·h?

a) La resistencia eléctrica del aparato es: $P = \frac{\Delta V^2}{R}$; $2000 \text{ W} = \frac{(230 \text{ V})^2}{R} \Rightarrow R = 26,45 \Omega$

Y la intensidad de la corriente eléctrica es: $P = \Delta V \cdot I$; $2000 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I \Rightarrow I = 8,7 \text{ A}$

b) La energía eléctrica que transforma en el tiempo indicado es:

$$E = P \cdot t = 2000 \text{ W} \cdot 8 \text{ h} = 16000 \text{ W}\cdot\text{h} = 16 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

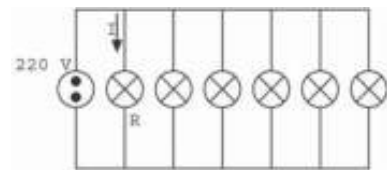
Que expresada en julios es: $E = 16 \text{ kW}\cdot\text{h} = 16 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 5,76 \cdot 10^7 \text{ J}$

c) El gasto es: $\text{gasto} = 16 \text{ kW}\cdot\text{h} \cdot 0,09 \text{ €/kW}\cdot\text{h} = 1,44 \text{ €}$

6. Una familia se ausenta dos días de su casa y se deja encendida una lámpara que contiene 6 bombillas iguales, con una resistencia eléctrica de 1 210 Ω cada una. Determina la potencia que transforma cada bombilla y la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por la lámpara. ¿Qué gasto se ocasiona si el precio del kW·h es de 0,09 €?

a) Las bombillas están conectadas en paralelo a la misma diferencia de potencial de 230 V y todas transforman la misma potencia.

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} = \frac{(230 \text{ V})^2}{1210 \Omega} = 43,7 \text{ W}$$



Aplicando la ley de Ohm a cada bombilla: $\Delta V = R \cdot I$; $230 \text{ V} = 1210 \Omega \cdot I \Rightarrow I = 0,19 \text{ A}$

Y como hay seis bombillas: $I_{\text{Total}} = 6 \cdot I = 6 \cdot 0,19 \text{ A} = 1,14 \text{ A}$

b) La potencia transformada por todas las bombillas es igual a la suma de las potencias:

$$P_{\text{total}} = 6 \cdot P = 6 \cdot 43,7 \text{ W} = 262,2 \text{ W}$$

Suponiendo que el fin de semana sean dos días completos, la energía transformada es:

$$E = P \cdot t = 262,2 \text{ W} \cdot 48 \text{ h} = 12586 \text{ W}\cdot\text{h} = 12,59 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

Y el gasto ocasionado es: $\text{gasto} = 12,59 \text{ kW}\cdot\text{h} \cdot 0,09 \text{ €/kW}\cdot\text{h} = 1,13 \text{ €}$

7. Tres resistencias iguales unidas en serie transforman una potencia de 10 W cuando se conectan a una cierta diferencia de potencial. ¿Qué potencia transformarán cuando se conecten a paralelo a la misma diferencia de potencial?

Al conectar las resistencias en serie a una determinada diferencia de potencial $\Delta V_{\text{generador}}$, la diferencia de potencial entre los terminales de cada una de ellas es la tercera parte del total. La potencia transformada es igual a la suma de las potencias que transforman cada una de ellas.

Expresando la potencia en función de la resistencia de cada componente se tiene:

$$P_{\text{serie}} = 3 \cdot \frac{(\Delta V_{\text{componente}})^2}{R_{\text{componente}}} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{\Delta V_{\text{generador}}}{3}\right)^2}{R_{\text{componente}}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{(\Delta V_{\text{generador}})^2}{R_{\text{componente}}} = 10 \text{ W}$$

Al conectar las resistencias en paralelo, todas están conectadas a la misma diferencia de potencial, que es igual a la diferencia de potencial del generador. La potencia transformada en este caso es:

$$P_{\text{paralelo}} = 3 \cdot \frac{(\Delta V_{\text{componente}})^2}{R_{\text{componente}}} = 3 \cdot \frac{(\Delta V_{\text{generador}})^2}{R_{\text{componente}}}$$

$$\text{Operando: } P_{\text{paralelo}} = 3 \cdot 3 \cdot P_{\text{serie}} = 9 \cdot 10 \text{ W} = 90 \text{ W}$$

8. Una cafetera eléctrica se conecta a una diferencia de potencial de 230 V y tarda 10 min en calentar 300 g de agua desde una temperatura de 20 °C hasta 90 °C. Si su rendimiento es del 80 %, determina: su potencia, su resistencia eléctrica y la intensidad de la corriente.

La energía transformada para calentar el agua es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T = 0,3 \text{ kg} \cdot 4 \text{ 180 J/(kg} \cdot \text{°C)} \cdot (90 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) = 87 \text{ 780 J}$$

Aplicando la definición de potencia, se tiene que la potencia útil de la cafetera es:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{87 \text{ 780 J}}{10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{60 \text{ s}}} = 146,3 \text{ W}$$

La potencia real eléctrica que transforma la cafetera es:

$$P_{\text{real}} = P_{\text{útil}} \cdot \frac{100}{80} = 146,3 \text{ W} \cdot \frac{100}{80} = 183 \text{ W}$$

Aplicando la relación entre la potencia y la diferencia de potencial:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \Rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{183 \text{ W}} = 289 \Omega$$

$$P = \Delta V \cdot I; 183 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I \Rightarrow I = 0,80 \text{ A}$$

9. Calcula la potencia, la resistencia eléctrica y la intensidad de la corriente que pasa por un cazo eléctrico que conectado a la red de 230 V tarda 10 min en calentar un litro de agua desde la temperatura ambiente de 20 °C hasta una temperatura de 60 °C. Dato: $c_{e, \text{agua}} = 4 \text{ 180 J/kg} \cdot \text{K}$.

La energía transformada para calentar el agua es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T = 1 \text{ kg} \cdot 4 \text{ 180 J/(kg} \cdot \text{°C)} \cdot (60 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) = 167 \text{ 200 J}$$

Aplicando la definición de potencia, se tiene que la potencia de la cafetera es:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{167 \text{ 200 J}}{10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{60 \text{ s}}} = 279 \text{ W}$$

Aplicando la relación entre la potencia y la diferencia de potencial:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \Rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{279 \text{ W}} = 190 \Omega$$

$$P = \Delta V \cdot I; 279 \text{ W} = 230 \text{ V} \cdot I \Rightarrow I = 1,2 \text{ A}$$

10. Una central hidroeléctrica transmite una potencia de 200 kW a una ciudad situada a una distancia de 5 km mediante una línea de conducción que tiene una resistencia eléctrica de 0,02 Ω por cada km de longitud. Calcula la pérdida de potencia, por efecto Joule, cuando el transporte se realiza a una diferencia de potencial de 4 kV. ¿Cuál sería la potencia degradada si la transmisión se realizara a una diferencia de potencial de 230 V?

La resistencia eléctrica del cable es: $R = 0,02 \text{ } \Omega/\text{km} \cdot 5 \text{ km} = 0,1 \text{ } \Omega$

Para transportar una potencia de 200 kW a una diferencia de potencial de 4 kV, se precisa una intensidad de la corriente eléctrica:

$$P = \Delta V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{\Delta V} = \frac{200 \cdot 10^3 \text{ W}}{4 \cdot 10^3 \text{ V}} = 50 \text{ A}$$

La potencia degradada en el cable es:

$$P_{\text{degradada}} = R \cdot I^2 = 0,1 \text{ } \Omega \cdot (50 \text{ A})^2 = 250 \text{ W} = 0,250 \text{ kW}$$

Para transportar la misma potencia a una diferencia de potencial de 230 V, se precisa una intensidad de la corriente eléctrica:

$$P = \Delta V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{\Delta V} = \frac{200 \cdot 10^3 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 870 \text{ A}$$

La potencia degradada por efecto Joule en el cable es:

$$P_{\text{degradada}} = R \cdot I^2 = 0,1 \text{ } \Omega \cdot (870 \text{ A})^2 = 75\,690 \text{ W} = 75,69 \text{ kW}$$

La potencia degradada es considerablemente más elevada a 230 V que a 4 kV.

11. ¿Qué fuerza electromotriz suministran 6 pilas de 1,5 V cada una conectadas en serie? ¿Y se asocian en paralelo?

La asociación en serie proporciona una fuerza electromotriz que es igual a la suma de las fuerzas electromotrices de los generadores.

$$\varepsilon_{\text{equivalente}} = \sum \varepsilon_i = 6 \cdot 1,5 \text{ V} = 9 \text{ V}$$

En la asociación en paralelo la fuerza electromotriz del conjunto es igual a la fuerza electromotriz de cada generador:

$$\varepsilon_{\text{equivalente}} = \varepsilon = 1,5 \text{ V}$$

12. Dos resistencias eléctricas de 30 Ω y 60 Ω, que están asociadas en paralelo, se unen en serie a otra de 15 Ω y el conjunto se conecta a una batería de 20 V de fuerza electromotriz y 1 Ω de resistencia interna. Calcula la intensidad de corriente eléctrica que pasa por cada resistencia eléctrica y la diferencia de potencial entre los terminales de cada componente. Realiza un balance de potencia para el circuito.

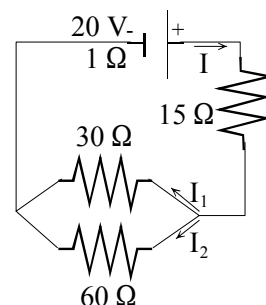
a) A cada rama del circuito se le asigna la intensidad y el sentido indicados en la figura. Recorriendo las mallas en el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchhoff, se tiene:

$$I = I_1 + I_2$$

$$20 \text{ V} = (1 \text{ } \Omega + 15 \text{ } \Omega) \cdot I + 30 \text{ } \Omega \cdot I_1$$

$$0 = -30 \text{ } \Omega \cdot I_1 + 60 \text{ } \Omega \cdot I_2$$

$$\text{Resolviendo el sistema: } I = 0,555 \text{ A; } I_1 = 0,370 \text{ A; } I_2 = 0,185 \text{ A}$$



b) Las diferencias de potencial entre los terminales de cada componente son:

$$\Delta V_{\text{generador}} = \varepsilon - I \cdot r_g = 20 \text{ V} - 1 \Omega \cdot 0,555 \text{ A} = 19,445 \text{ V}$$

$$\Delta V_{R15} = R_{15} \cdot I = 15 \Omega \cdot 0,555 \text{ A} = 8,325 \text{ V}$$

$$\Delta V_{R30} = R_{30} \cdot I_1 = 30 \Omega \cdot 0,370 \text{ A} = 11,1 \text{ V}$$

$$\Delta V_{R60} = R_{60} \cdot I_2 = 60 \Omega \cdot 0,185 = 11,1 \text{ V}$$

c) Balance de potencia para el circuito:

$$P_{\text{total generador}} = \varepsilon \cdot I = 20 \text{ V} \cdot 0,555 \text{ A} = 11,1 \text{ W}$$

$$P_{\text{degradada generador}} = r_g \cdot I^2 = 1 \Omega \cdot (0,555 \text{ A})^2 = 0,308 \text{ W}$$

$$P_{\text{al circuito}} = \Delta V_{\text{generador}} \cdot I = 19,445 \text{ V} \cdot 0,555 \text{ A} = 10,792 \text{ W}$$

$$P_{R15} = R_{15} \cdot I^2 = 15 \Omega \cdot (0,555 \text{ A})^2 = 4,620 \text{ W}$$

$$P_{R30} = R_{30} \cdot I_1^2 = 30 \Omega \cdot (0,370 \text{ A})^2 = 4,107 \text{ W}$$

$$P_{R60} = R_{60} \cdot I_2^2 = 60 \Omega \cdot (0,185 \text{ A})^2 = 2,054 \text{ W}$$

13. ¿Por qué el motor eléctrico de un taladro o el de una batidora se puede quemar si se atasca y no gira la herramienta

La diferencia de potencial entre los bornes de un motor se calcula con la relación.

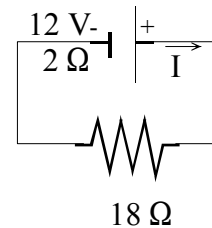
$$\Delta V_{\text{motor}} = \varepsilon' + r_{\text{motor}} \cdot I$$

Si la herramienta no gira la fuerza contraelectromotriz es igual a cero y la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por el circuito es muy elevada. Como consecuencia de ello, la energía eléctrica se transforma íntegramente en forma de calor por lo que aumenta la temperatura y el motor se quema.

14. Una batería tiene una fuerza electromotriz de 12 V y una resistencia interna de 2 Ω y se conecta a una resistencia eléctrica de 18 Ω. Calcula la intensidad de la corriente eléctrica y la diferencia de potencial entre los terminales de la resistencia eléctrica.

Aplicando la ley de Ohm al circuito:

$$\sum \varepsilon = \sum R \cdot I; 12 \text{ V} = (2 \Omega + 18 \Omega) \cdot I \Rightarrow I = 0,6 \text{ A}$$



La diferencia de potencial entre los terminales de la resistencia eléctrica es:

$$\Delta V_{\text{resistencia}} = R \cdot I = 18 \Omega \cdot 0,6 \text{ A} = 10,8 \text{ V}$$

15. Por un motor eléctrico que tiene una fuerza contraelectromotriz de 90 V y una resistencia interna de 2 Ω pasa una intensidad de la corriente eléctrica de 10 A. ¿A qué diferencia de potencial está conectado? ¿Cuál es su rendimiento?

Aplicando la ley de Ohm al motor, se tiene que:

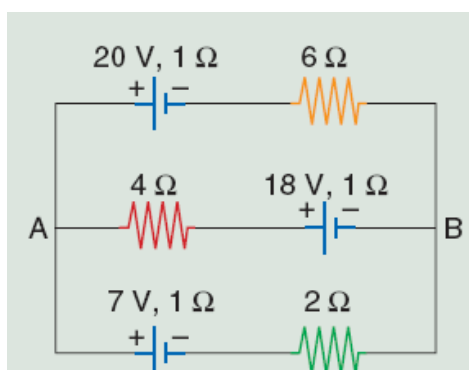
$$\Delta V_{\text{motor}} = \varepsilon' + r_m \cdot I = 90 \text{ V} + 2 \Omega \cdot 10 \text{ A} = 110 \text{ V}$$

Y el rendimiento en términos de diferencia de potencial es:

$$\text{rendimiento} = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{total transformada}}} \cdot 100 = \frac{\varepsilon' \cdot I}{\Delta V_{\text{motor}} \cdot I} \cdot 100 = \frac{\varepsilon'}{\Delta V_{\text{motor}}} \cdot 100 = \frac{90 \text{ V}}{110 \text{ V}} \cdot 100 = 82\%$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 375

16. Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada uno de los generadores del circuito de la figura adjunta. Interpreta si alguno de ellos actúa como receptor en vez de como generador de la corriente eléctrica. ¿Qué diferencia de potencial hay entre los puntos A y B del circuito.



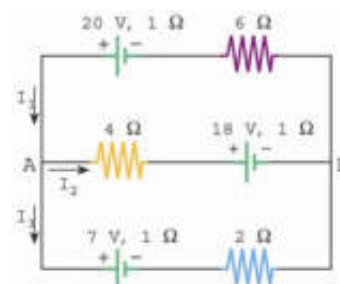
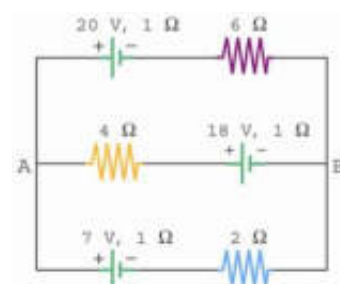
a) A cada rama del circuito se les asignan las intensidades, con los sentidos indicados en la figura. Recorriendo las mallas en sentido contrario al de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchoff, se tiene:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$20 \text{ V} - 18 \text{ V} = (6 \Omega + 1 \Omega) \cdot I_1 + (4 \Omega + 1 \Omega) \cdot I_2$$

$$18 \text{ V} - 7 \text{ V} = - (4 \Omega + 1 \Omega) \cdot I_2 + (1 \Omega + 2 \Omega) \cdot I_3$$

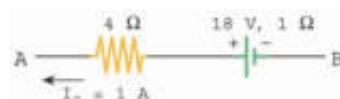
Resolviendo el sistema se tiene: $I_1 = 1 \text{ A}$; $I_2 = -1 \text{ A}$; $I_3 = 2 \text{ A}$
 La intensidad de la corriente I_2 tiene sentido contrario al indicado en la figura.



b) La intensidad I_1 penetra por el polo negativo de la pila de 20 V, luego hace de generador. La intensidad I_2 , con su sentido real, también penetra por el polo negativo de la pila de 18 V, luego también hace de generador. La pila de 7 V es un motor o una batería cargándose, ya que la intensidad I_3 penetra por su polo positivo.

c) Utilizando el esquema adjunto para la rama A - B, se tiene:

$$V_B + 18 \text{ V} - (1 \Omega + 4 \Omega) \cdot 1 \text{ A} = V_A \Rightarrow V_A - V_B = 13 \text{ V}$$



17. Un motor eléctrico tiene un rendimiento del 85 % y transforma 60 000 J de energía eléctrica en trabajo cada minuto. Determina su potencia útil y la potencia total transformada de la red eléctrica a la que está conectado.) En qué se transforma la energía eléctrica no intercambiada en forma de trabajo mecánico? Si el precio del kWh es de 0,09 €, calcula el gasto del motor anterior cuando se tiene encendido durante un día.

a) La potencia útil es: $P_{\text{útil}} = \frac{W}{t} = \frac{60\,000 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 1\,000 \text{ W}$

La potencia eléctrica transformada es: $P_{\text{total}} = P_{\text{útil}} \cdot \frac{100}{85} = 1\,000 \text{ W} \cdot \frac{100}{85} = 1\,176,5 \text{ W}$

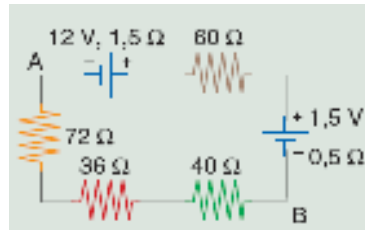
b) La energía eléctrica que no se transforma en trabajo, se transfiere al entorno en forma de calor.

c) La energía eléctrica transformada es:

$$E = P \cdot t = 1\,176,5 \text{ W} \cdot 24 \text{ h} = 28\,236 \text{ W}\cdot\text{h} = 28,2 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

$$\text{Y el gasto: } \text{gasto} = 28,2 \text{ kW}\cdot\text{h} \cdot 0,09 \text{ €/kW}\cdot\text{h} = 2,54 \text{ €}$$

18. Dado el circuito que se representa en la figura adjunta, calcula la intensidad de la corriente eléctrica que lo recorre y la diferencia de potencial entre los puntos A y B. Determina la potencia que transforman los dos generadores.

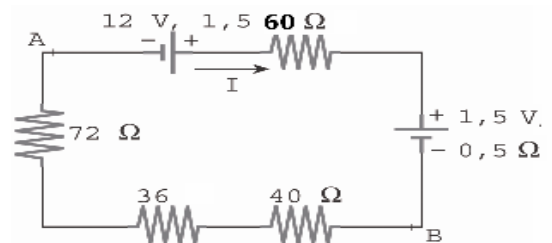


a) Se elige el sentido de la corriente eléctrica indicado en la figura y se aplica la ley de Ohm generalizada:

$$\Sigma \varepsilon = \Sigma (R \cdot I);$$

$$12 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = (1,5 \Omega + 60 \Omega + 0,5 \Omega + 40 \Omega + 36 \Omega + 72 \Omega) \cdot I$$

$$\text{Despejando: } I = 0,05 \text{ A}$$



La diferencia de potencial pedida es:

$$V_B - (40 \Omega + 36 \Omega + 72 \Omega) \cdot 0,05 \text{ A} = V_A \Rightarrow V_B - V_A = 7,4 \text{ V}$$

La potencia total transformada por el generador de 9 V es:

$$P_{\text{total}} = \varepsilon \cdot I = 12 \text{ V} \cdot 0,05 \text{ A} = 0,6 \text{ W}$$

La potencia degradada en forma de calor en este generador es:

$$P_{\text{degradada}} = r_g \cdot I^2 = 1,5 \Omega \cdot (0,05 \text{ A})^2 = 0,00375 \text{ W}$$

El dispositivo de diferencia de potencial 1,5 V está en oposición con el primero y actúa como una batería cargándose. La potencia que degrada en forma de calor es:

$$P_{\text{degradada}} = r_g \cdot I^2 = 0,5 \Omega \cdot (0,05 \text{ A})^2 = 0,00125 \text{ W}$$

La potencia que transforma en su proceso de carga es:

$$P_{\text{carga}} = \varepsilon \cdot I = 1,5 \text{ V} \cdot 0,05 \text{ A} = 0,075 \text{ W}$$

La potencia total que transforma este dispositivo es igual a la suma de las dos potencias anteriores.

19. Un circuito eléctrico está formado por dos pilas iguales, de 6 V de fuerza electromotriz y 1 Ω de resistencia interna, asociadas en serie entre sí y en serie a su vez con una resistencia de 2 Ω y un motor de 4 V de fuerza contraelectromotriz y 1 Ω de resistencia interna. Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por el circuito y la diferencia de potencial entre los terminales del motor y de la asociación de las pilas.

a) Se elige el sentido de la corriente eléctrica indicado en la figura y se aplica la ley de Ohm generalizada:

$$\Sigma \varepsilon = \Sigma (R \cdot I); 6 \text{ V} + 6 \text{ V} - 4 \text{ V} = (1 \Omega + 1 \Omega + 1 \Omega + 2 \Omega) \cdot I$$

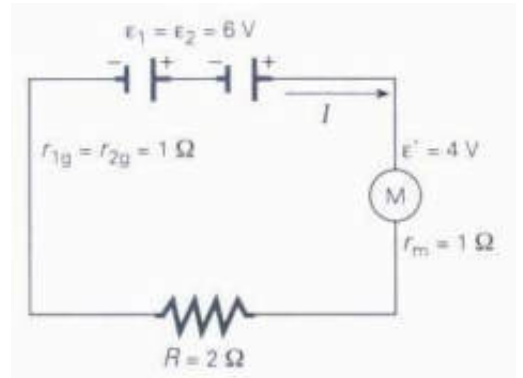
Despejando: $I = 1,6 \text{ A}$

La diferencia de potencial entre los terminales de los componentes es:

$$\Delta V_{\text{pilas}} = \varepsilon + \varepsilon - (r_g + r_g) \cdot I = 6 \text{ V} + 6 \text{ V} - (1 \Omega + 1 \Omega) \cdot 1,6 \text{ A} = 8,8 \text{ V}$$

$$\Delta V_{\text{motor}} = \varepsilon' + r_m \cdot I = 4 \text{ V} + 1 \Omega \cdot 1,6 \text{ A} = 5,6 \text{ V}$$

$$\Delta V_{\text{resistencia}} = R \cdot I = 2 \Omega \cdot 1,6 \text{ A} = 3,2 \text{ V}$$



20. Dispones de una pila de 9 V de fuerza electromotriz y 17 Ω de resistencia interna, de dos resistencias eléctricas $R_1 = 200$ ohmios y $R_2 = 400$ ohmios y de un motor de juguete de 100 Ω de resistencia interna 100 ohmios y 4 V de fuerza contraelectromotriz. Realiza el esquema del circuito formado por las dos resistencias en paralelo entre sí y su conjunto en serie con la pila y el motor. Determina la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por el motor y coloca un amperímetro para medirla. Calcula la diferencia de potencial entre los terminales de cada una de las resistencias y del motor y coloca sendos voltímetros para medirlas.

La intensidad de la corriente eléctrica se mide con un amperímetro que se conecta en serie con el motor. La diferencia de potencial se mide con un voltímetro que se conecta en paralelo con las terminales de los puntos entre los que se desee medir.

A cada rama del circuito se les asignan las intensidades y sentidos indicados en la figura. Recorriendo las mallas según el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchhoff, se tiene:

$$I = I_1 + I_2$$

$$9 \text{ V} - 4 \text{ V} = (17 \Omega + 100 \Omega) \cdot I + 200 \Omega \cdot I_1$$

$$0 \text{ V} = -200 \Omega \cdot I_1 + 400 \Omega \cdot I_2$$

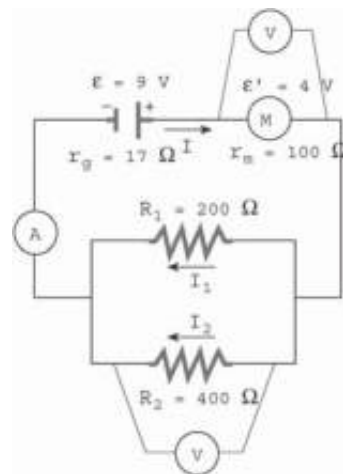
Resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$I = 0,02 \text{ A}; I_1 = 0,013 \text{ A}; I_2 = 0,007 \text{ A}$$

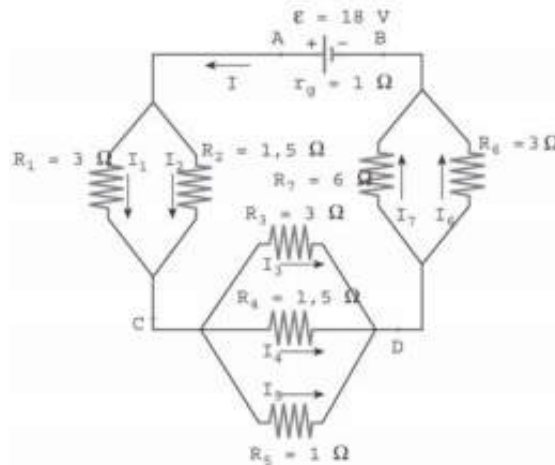
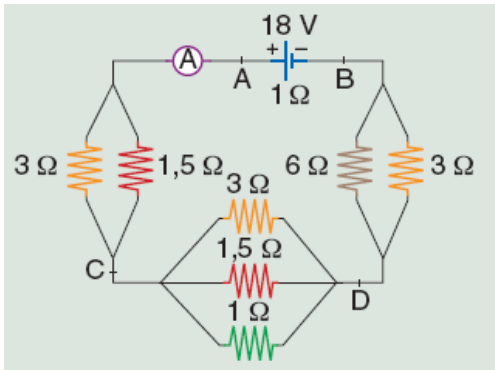
Las diferencias de potencial entre los puntos pedidos son:

$$\Delta V_{R1} = \Delta V_{R2} = R_1 \cdot I_1 = 200 \Omega \cdot 0,013 \text{ A} = 2,66 \text{ V}$$

$$\Delta V_{\text{motor}} = \varepsilon' + r_m \cdot I = 4 \text{ V} + 100 \Omega \cdot 0,02 \text{ A} = 6 \text{ V}$$



21. Determina la resistencia equivalente del circuito de la figura adjunta. Aplicando las leyes de Kirchhoff, calcula la intensidad de la corriente eléctrica que pasa por cada una de las resistencias eléctricas del circuito e indica lo que marca el amperímetro. Calcula las siguientes diferencias de potencial: ΔV_{AB} ; ΔV_{AC} ; ΔV_{CD} ; ΔV_{DB} .



a) El circuito está formado por tres asociaciones de resistencias eléctricas acopladas en paralelo y a su vez en serie entre sí. Las resistencias equivalentes de las asociaciones en paralelo son:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{1,5\Omega} = \frac{3}{3\Omega} \Rightarrow R_{12} = 1\Omega$$

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{1,5\Omega} + \frac{1}{1\Omega} = \frac{6}{3\Omega} \Rightarrow R_{345} = 0,5\Omega$$

$$\frac{1}{R_{67}} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{3}{6\Omega} \Rightarrow R_{67} = 2\Omega$$

La resistencia eléctrica equivalente para el circuito es:

$$R_{\text{equivalente}} = r_g + R_{12} + R_{345} + R_{67} = 1\Omega + 1\Omega + 0,5\Omega + 2\Omega = 4,5\Omega$$

b) La intensidad de la corriente eléctrica que indica el amperímetro se determina aplicando la ley de Ohm al circuito equivalente:

$$\varepsilon = R_{\text{equivalente}} \cdot I; \quad 18\text{ V} = 4,5\Omega \cdot I \Rightarrow I = 4\text{ A}$$

c) A cada rama del circuito se les asignan las intensidades y sentidos indicados en la figura. Recorriendo las mallas según el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchoff, se tiene:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = I_3 + I_4 + I_5$$

$$I = I_6 + I_7$$

$$3\Omega \cdot I_1 = 1,5\Omega \cdot I_2$$

$$3\Omega \cdot I_3 = 1,5\Omega \cdot I_4 = 1\Omega \cdot I_5$$

$$6\Omega \cdot I_6 = 3\Omega \cdot I_7$$

Como se conoce el valor de la resistencia total I , resolviendo el sistema se tiene:

$$I = 4\text{ A}; \quad I_1 = 4/3\text{ A}; \quad I_2 = 8/3\text{ A}; \quad I_3 = 2/3\text{ A}; \quad I_4 = 4/3\text{ A}; \quad I_5 = 2\text{ A}; \quad I_6 = 8/3\text{ A}; \quad I_7 = 4/3\text{ A}$$

d) Las diferencia de potencial entre los puntos indicados son:

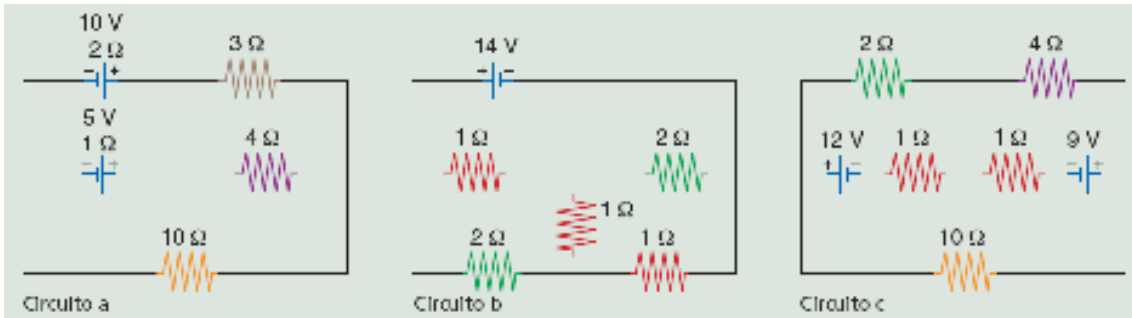
$$V_B + \varepsilon - r_g \cdot I = V_A; \quad V_B + 18\text{ V} - 1\Omega \cdot 4\text{ A} = V_A \Rightarrow V_A - V_B = 14\text{ V}$$

$$V_A - R_1 \cdot I_1 = V_C; \quad V_A - 3\Omega \cdot 4/3\text{ A} = V_C \Rightarrow V_A - V_C = 4\text{ V}$$

$$V_C - R_3 \cdot I_3 = V_D; \quad V_C - 3\Omega \cdot 2/3\text{ A} = V_D \Rightarrow V_C - V_D = 2\text{ V}$$

$$V_D - R_6 \cdot I_6 = V_B; \quad V_D - 3\Omega \cdot 8/3\text{ A} = V_B \Rightarrow V_D - V_B = 8\text{ V}$$

22. Aplicando las leyes de Kirchhoff, calcula las intensidades de la corriente eléctrica que recorren cada una de las ramas de los siguientes circuitos.



Circuito a:

A cada rama del circuito se les asignan las intensidades de la corriente eléctrica y los sentidos indicados en la figura. Recorriendo las mallas según el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchhoff, se tienen las ecuaciones:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

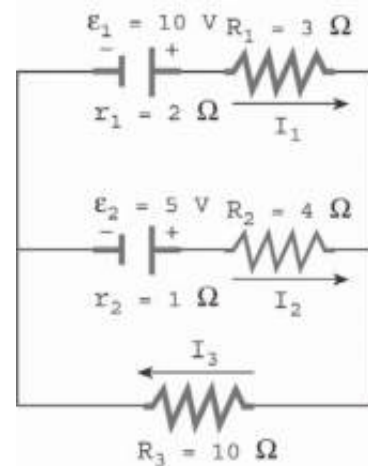
$$10 \text{ V} - 5 \text{ V} = (2 \Omega + 3 \Omega) \cdot I_1 - (4 \Omega + 1 \Omega) \cdot I_2$$

$$5 \text{ V} = (1 \Omega + 4 \Omega) \cdot I_2 + 10 \Omega \cdot I_3$$

Resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$I_1 = 0,8 \text{ A}; I_2 = -0,2 \text{ A}; I_3 = 0,6 \text{ A}$$

Por tanto la intensidad I_2 , que recorre la rama que contiene la resistencia de 4Ω , tiene sentido contrario al indicado en la figura. La pila ϵ_1 actúa como generador de la corriente eléctrica y la pila ϵ_2 actúa como una batería cargándose.



Circuito b:

A cada rama del circuito se les asignan las intensidades de la corriente eléctrica y los sentidos indicados en la figura. Recorriendo la primera malla en el sentido contrario a las agujas del reloj y las otras dos según el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchhoff, se tienen las ecuaciones:

$$I = I_1 + I_4$$

$$I_1 = I_2 + I_5$$

$$I_4 + I_5 = I_3$$

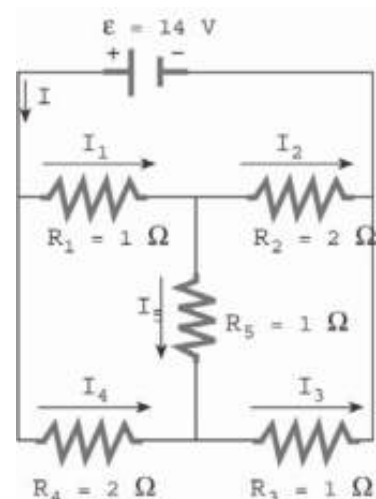
$$14 \text{ V} = 1 \Omega \cdot I_1 + 2 \Omega \cdot I_2$$

$$0 \text{ V} = 1 \Omega \cdot I_1 + 1 \Omega \cdot I_5 - 2 \Omega \cdot I_4$$

$$0 \text{ V} = 2 \Omega \cdot I_2 - 1 \Omega \cdot I_3 - 1 \Omega \cdot I_5$$

Resolviendo el sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas, se tienen los valores de las intensidades:

$$I = 10 \text{ A}; I_1 = 6 \text{ A}; I_2 = 4 \text{ A}; I_3 = 6 \text{ A}; I_4 = 4 \text{ A}; I_5 = 2 \text{ A}$$



Circuito c:

A cada rama del circuito se les asignan las intensidades de la corriente eléctrica y los sentidos indicados en la figura. Recorriendo las mallas según el sentido de las agujas del reloj y aplicando las leyes de Kirchhoff, se tienen las ecuaciones:

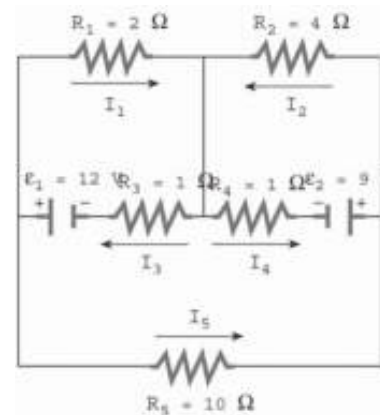
$$I_3 = I_1 + I_5$$

$$I_4 + I_5 = I_2$$

$$12 \text{ V} = 2 \Omega \cdot I_1 + 1 \Omega \cdot I_3$$

$$-9 \text{ V} = -4 \Omega \cdot I_2 - 1 \Omega \cdot I_4$$

$$-12 \text{ V} + 9 \text{ V} = -1 \Omega \cdot I_3 + 1 \Omega \cdot I_4 - 10 \Omega \cdot I_5$$



Resolviendo el sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas, se tienen los valores de las intensidades:

$$I_1 = 3,977 \text{ A}; I_2 = 1,813 \text{ A}; I_3 = 4,046 \text{ A}; I_4 = 1,744 \text{ A};$$

$$I_5 = 0,069 \text{ A}$$

INVESTIGA-PÁG. 376

1. Indica algunas normas básicas de seguridad durante el uso de la corriente eléctrica tanto en las viviendas como en la calle. Para ello puedes encontrar información sobre seguridad eléctrica en el enlace todo para el hogar de la página web: <http://www.unionfenosa.es/>

A pesar de las medidas de seguridad que tienen las instalaciones eléctricas, siempre existe un riesgo. Por eso, es necesario seguir una serie de normas elementales que eviten los posibles accidentes. Algunas de estas precauciones son:

- No tocar nunca los aparatos eléctricos, interruptores y enchufes con la piel mojada.
- No colocar los aparatos de música que van conectados a la red en el borde de la bañera o lavabo, y mejor todavía, no utilizarlos en los cuartos de baño.
- Si es necesario colocar una estufa en el cuarto de baño, lo mejor es colgarla de forma segura en el espacio que queda entre la puerta y el techo, sin que cuelguen los cables.
- Utilizar el secador del pelo después de vestirse y calzarse.
- Si hay niñas y niños pequeños, colocar protectores en los enchufes que se encuentren a su alcance.
- Evitar el uso de los enchufes múltiples y de cables alargadores.
- Si es necesario hacer alguna pequeña reparación de un aparato eléctrico hay que asegurarse que está desconectado, y no dejar trozos de cable sin aislar.
- Cuando la reparación es de un enchufe o lámpara fija, hay que desconectar la entrada de corriente de la casa y, lo mismo que en el caso anterior hay que aislar los trozos de cable desnudos.

También en la calle es necesario seguir algunas normas, como son:

- No tocar ningún elemento de un tendido eléctrico.
- No acercarse nunca a las casetas de los transformadores. Estas casetas se distinguen muy bien por que suelen estar protegidas por una verja y en su puerta tienen la señal de peligro.

2. ¿A qué horas del día crees que es mayor la demanda de energía eléctrica en España? Para contestar a esa pregunta visita la página <http://www.ree.es/> en la que puedes encontrar información de la demanda de energía eléctrica en tiempo real.

La mayor demanda de energía eléctrica se produce en torno a las siete de la tarde de los meses de diciembre y de enero.