12 Interacciones gravitatoria y electrostática

En contexto (Pág. 301)

a. Respuesta sugerida:

— Nicolás Copérnico:

Desarrolló su modelo heliocéntrico del universo (Sol en el centro del sistema solar), lo cual fue de carácter muy revolucionario, ya que el ser humano dejaba de ser el centro del universo. También propuso que los planetas seguían círculos perfectos con epiciclos.

— Galileo Galilei:

Aportó mejoras en el telescopio y muchas observaciones astronómicas. Desarrolló la ley de caída de los cuerpos y, consecuentemente, la ley de inercia.

— Johannes Kepler:

Elaboró una teoría del sistema planetario revolucionaria y muy cercana a la actual, en la que describía las órbitas planetarias y proponía que el Sol estaba desplazado del centro. Dio lugar a sus tres leyes.

b. Respuesta sugerida:

— El mejor remedio para evitar descargas es asegurar un buen contacto de las cargas con el suelo. Por lo tanto, como el aire húmedo es mejor conductor que el aire seco, las cargas pasan fácilmente al suelo y desaparecen. Mientras que, con el aire seco, se quedan en distintos objetos y es cuando se pueden originar fenómenos eléctricos (p. ej., pequeñas descargas eléctricas).

Internet (Pág. 303)

— Respuesta sugerida:

Es el área barrida por unidad de tiempo. Tiene sentido hablar de velocidad areolar en movimientos alrededor de un cuerpo.

Problemas resueltos (Pág. 313)

1. Datos: $r_p = 8{,}75 \cdot 10^7$ km; $r_a = 5{,}26 \cdot 10^9$ km

De acuerdo con la segunda ley de Kepler –que nos dice que el satélite debe barrer áreas iguales en un mismo intervalo de tiempo–, se debe mover más rápido cuando esté más cerca del Sol (perihelio).

Lo comprobamos aplicando la conservación del momento angular:

$$L = r\,m\,v = \text{cte.} \Rightarrow r_a m v_a = r_p m v_p$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a = \frac{5{,}26 \cdot 10^9 \cancel{\text{km}}}{8{,}75 \cdot 10^7 \cancel{\text{km}}} v_a = 60\, v_a$$

Por lo tanto, la velocidad en el perihelio será 60 veces mayor que en el afelio.

2. Datos: $r_U = 19{,}2\, r_T$

— Aplicamos la tercera ley de Kepler a Urano:

$$T_U^2 = k\, r_U^3$$

— Y procedemos igual con la Tierra:

$$T_T^2 = k\, r_T^3$$

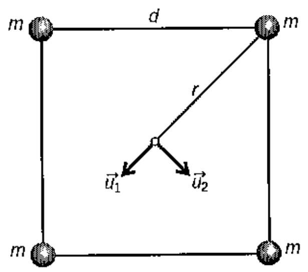
— Como la constante, k, es la misma para los dos planetas, hallamos el cociente para deducir la relación de los dos períodos:

$$\frac{T_U^2}{T_T^2} = \frac{r_U^3}{r_T^3} = \frac{(19{,}2 \cdot r_T)^3}{r_T^3} = 19{,}2^3$$

— Deducimos que el período de revolución de Urano es 84,1 veces mayor que el de la Tierra. Y, dado que sabemos que $T_T = 1$ año, lo calculamos:

$$T_U = (19{,}2)^{\frac{3}{2}} \cdot T_T = 84{,}1 \text{ años}$$

3. Datos: $d = 20$ km; $m = 1000$ kg



— Primero calculamos la distancia entre una masa y el centro del cuadrado, que será la misma para el resto:

$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

— Determinamos la expresión que ejerce cada cuerpo en el centro del cuadrado:

$$\vec{g}_1 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1; \quad \vec{g}_3 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_3 = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1$$

$$\vec{g}_2 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2; \quad \vec{g}_4 = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_4 = -G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2$$

— Sumamos vectorialmente la intensidad del campo en el centro y obtenemos:

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \vec{g}_4$$

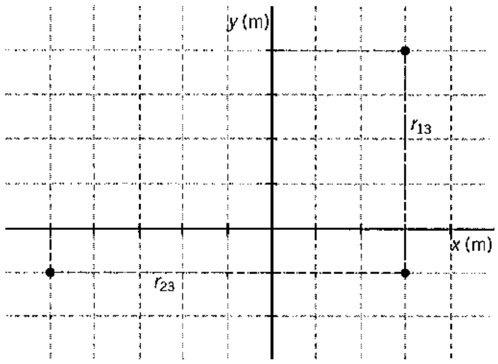
$$\vec{g} = G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1 + G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2 - G\frac{m}{r^2}\vec{u}_1 - G\frac{m}{r^2}\vec{u}_2 = 0\,\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$$

El resultado es el esperado, ya que el centro se encuentra a la misma distancia de las cuatro masas, que son iguales, y, por lo tanto, se compensan.

4. Datos:

$M_1 = 3{,}0 \cdot 10^8$ kg; $M_2 = 1{,}5 \cdot 10^9$ kg;

$r_1 = (3{,}0; 4{,}0)$ m; $r_2 = (-5{,}0; -1{,}0)$ m; $r_3 = (3{,}0; -1{,}0)$ m



— Calculamos las distancias entre cada masa y el punto r_3:

$\vec{r}_{13} = \vec{r}_1 - \vec{r}_3 = (3{,}0 - 3{,}0; 4{,}0 + 1{,}0)\ \text{m} = (0{,}0; 5{,}0)\ \text{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec{r}_{13}| = 5{,}0$ m

$\vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 = (-5{,}0 - 3{,}0;\ -1{,}0 + 1{,}0)\ \text{m} =$

$= (-8{,}0;\ 0{,}0)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{23}| = 8{,}0$ m

— Determinamos el campo gravitatorio generado por cada cuerpo:

$$\vec{g}_1 = G\frac{M_1}{r_{13}^2}\vec{j}$$

$$\vec{g}_1 = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{3{,}0 \cdot 10^8\ \text{kg}}{(5{,}0\ \text{m})^2}\vec{j} =$$

$$= 8{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\,\vec{j}$$

$$\vec{g}_2 = -G\frac{M_2}{r_{23}^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^9\ \text{kg}}{(8{,}0\ \text{m})^2}\vec{i}$$

$$\vec{g}_2 = -1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\,\vec{i}$$

— Y hacemos el módulo para hallar la g resultante:

$$g = \sqrt{\vec{g}_1^2 + \vec{g}_2^2} =$$

$$= \sqrt{(8{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1})^2 + (-1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1})^2}$$

$$g = 1{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$$

5. Datos:

$M_S = 5{,}69 \cdot 10$ kg; $r = 1{,}86 \cdot 10^8$ m;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

— Calculamos el módulo del campo gravitatorio sobre el satélite *Mimas,* usando la siguiente expresión:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\frac{M\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\frac{M}{r^2} =$$

$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}69 \cdot 10^{26}\ \text{kg}}{(1{,}86 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = 1{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

6. Datos:

$$M_M = \frac{1}{9{,}3}M_T;\ R_M = \frac{1}{1{,}9}R_T;\ m = 1\ \text{t};\ g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Sabemos que el campo gravitatorio en la superficie de la Tierra es:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y lo usamos para calcular la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte:

$$g_M = G\frac{M_M}{R_M^2} = G \cdot \frac{\frac{1}{9{,}3}M_T}{\left(\frac{1}{1{,}9}\right)^2 R_M^2} =$$

$$= \frac{1{,}9^2}{9{,}3}\cdot g_T = \frac{1{,}9^2}{9{,}3}\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$g_M = 3{,}804\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— El peso, entonces, será la fuerza que hace este campo:

$$P = F = m \cdot g_M = 10^3\ \text{kg} \cdot 3{,}804\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 3\,804\ \text{N}$$

7. Datos:

$m = 10\ \text{g} = 10^{-2}$ kg; $l = 50\ \text{cm} = 0{,}5$ m;

$\alpha = 20°$; $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

— Primero hallamos la distancia de separación entre las dos bolas:

$$r = 2l\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot \text{sen}\left(\frac{20°}{2}\right) = 0{,}17\ \text{m}$$

— A continuación, aplicamos la condición de equilibrio en las direcciones horizontal y vertical, y las relacionamos para aislar la carga:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{T}_x + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow T\,\text{sen}\frac{\alpha}{2} = K\frac{q^2}{r^2} \\ \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T\cos\frac{\alpha}{2} = mg \end{array}\right\}\ mg \cdot \text{tg}\frac{\alpha}{2} = K\frac{q^2}{r^2}$$

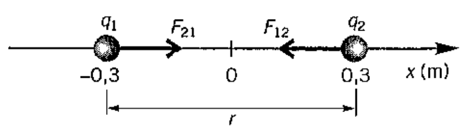
$$q = \sqrt{\frac{mg \cdot \text{tg}\frac{\alpha}{2}}{K}} \cdot r =$$

$$= \sqrt{\frac{10^{-2}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{tg}\left(\frac{20°}{2}\right)}{9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}}} \cdot 0{,}17\ \text{m}$$

$$q = 2{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

8. Datos:

$q_1 = -2 \cdot 10^{-8}$ C; $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ C; $x_1 = -0{,}3$ m; $x_2 = 0{,}3$ m



— Calculamos la separación entre las dos cargas y, posteriormente, aplicamos la ley de Coulomb en módulo:

$$r = x_2 - x_1 = 0{,}3\text{ m} - (-0{,}3\text{ m}) = 0{,}6\text{ m}$$

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{(2 \cdot 10^{-8}\text{C}) \cdot (5 \cdot 10^{-8}\text{C})}{(0{,}6\text{ m})^2}$$

$$F = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\text{ N}$$

9. Datos:

$$v_0 = 6 \cdot 10^6\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\ x = 10\text{ cm} = 0{,}1\text{ m};$$

$$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{ kg};\ \ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$$

— Como el electrón describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), usamos las respectivas ecuaciones para calcular la aceleración, que sabemos que es negativa:

$$v = v_0 - at = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = \frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2x}$$

$$a = \frac{(6 \cdot 10^6\text{ m}\cdot\text{s}^{-2})^2}{2 \cdot 0{,}1\text{ m}} = 1{,}8 \cdot 10^{14}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y aplicamos la segunda ley de Newton para hallar el módulo del campo eléctrico:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a}\\ \vec{F}_e = q\vec{E}\end{array}\right\} qE = ma$$

$$E = \frac{ma}{q} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{ kg} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{14}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}} =$$

$$= 1{,}0 \cdot 10^3\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$$

El campo va en el mismo sentido que el movimiento inicial del electrón.

10. Datos: $E = 10\,000\text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $M_{Ca^{2+}} = 5{,}7M_{Li^+}$

— Aplicamos la segunda ley de Newton para obtener una expresión general de la aceleración:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a}\\ \vec{F}_e = q\vec{E}\end{array}\right\} qE = ma$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

— Realizamos el caso concreto de los dos iones y los relacionamos:

$$\left.\begin{array}{l}a_{Ca^{2+}} = \dfrac{qE}{M_{Ca^{2+}}}\\[2ex] a_{Li^+} = \dfrac{qE}{M_{Li^+}}\end{array}\right\} \quad \frac{a_{Ca^{2+}}}{a_{Li^+}} = \frac{\dfrac{2eE}{5{,}7M_{Li^+}}}{\dfrac{eE}{M_{Li^+}}} = 0{,}35$$

Por lo tanto, el Li^+ adquirirá mayor velocidad, ya que describe un MRUA con una aceleración superior ($v = a \cdot t$).

11. Datos: $E = 100\text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $q = 250\ e$; $m = 4{,}082 \cdot 10^{-16}$ kg;

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}$$

Para comprobar si la gota permanece en equilibrio, todas las fuerzas deben estar en equilibrio. En consecuencia, la fuerza eléctrica y el peso se tienen que compensar:

$$F_e - P = qE - mg$$

$$F_e = 250 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}\cdot 100\text{N}\cdot\text{C}^{-1} -$$

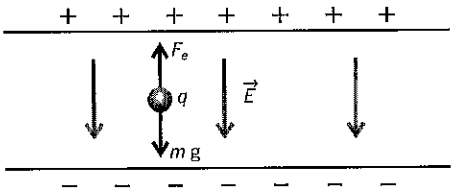
$$- 4{,}082 \cdot 10^{-16}\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 0$$

Sí que permanecerá en equilibrio, ya que $\vec{F}_{neta} = 0$.

12. Datos:

$$m = 10^{-14}\text{g} = 10^{-17}\text{ kg};\ q = 20\ e;\ E_1 = 30{,}6\text{ N}\cdot\text{C}^{-1};$$

$$E_2 = 31{,}3\text{ N}\cdot\text{C}^{-1};\ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C}$$



Inicialmente, para que esté en equilibrio, el campo eléctrico debe ir hacia abajo. Al aumentar el campo, entonces $F_e > mg$ y, por lo tanto, la partícula se moverá hacia arriba. Determinamos el valor de la aceleración, aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow a = \frac{qE - mg}{m}$$

$$a = \frac{20 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ C} \cdot 31{,}3\text{ N}\cdot\text{C}^{-1} - 10^{-17}\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{10^{-17}\text{ kg}}$$

$$a = 0{,}22\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 316 a 318)

1 LEYES DE KEPLER Pág. 316

13. El planeta con un período de revolución más grande será Neptuno, ya que es el que tiene un radio de órbita mayor, y tal y como indica la tercera ley de Kepler:

$$T^2 \propto r^3$$

14. Datos: 1 UA = 149 597 870 700 m

Planeta	a (UA)	b (UA)	$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$
Mercurio	0,387	0,379	0,202
Venus	0,724	0,723	0,005
Tierra	1,000	0,999	0,045
Marte	1,524	1,517	0,096
Júpiter	5,203	5,197	0,048
Saturno	9,539	9,524	0,056
Urano	19,182	19,161	0,047
Neptuno	30,058	30,057	0,008

— En general, sí que está justificado suponer que las órbitas son circulares, ya que la excentricidad de las elípticas es prácticamente nula. Solamente podemos decir que Mercurio se desvía de esta aproximación.

15. Elaboramos la tabla:

Planeta	T (días)	$d_{\text{planeta-Sol}}$ (km)	$d_{\text{Sol-afelio}}$ / $d_{\text{Sol-perihelio}}$ (km)	v_{afelio} / $v_{\text{perihelio}}$ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)
Mercurio	88	$5{,}8 \cdot 10^7$	$7{,}0 \cdot 10^7$ $4{,}6 \cdot 10^7$	38,8 59,0
Venus	224,7	$1{,}1 \cdot 10^8$	$1{,}09 \cdot 10^8$ $1{,}07 \cdot 10^8$	34,7 35,3
Tierra	365,3	$1{,}5 \cdot 10^8$	$1{,}52 \cdot 10^8$ $1{,}47 \cdot 10^8$	29,3 30,3
Marte	686,9	$2{,}3 \cdot 10^8$	$2{,}5 \cdot 10^8$ $2{,}1 \cdot 10^8$	22,0 26,2
Júpiter	4332	$7{,}8 \cdot 10^8$	$8{,}2 \cdot 10^8$ $7{,}4 \cdot 10^8$	12,4 13,7
Saturno	10760	$1{,}4 \cdot 10^9$	$1{,}5 \cdot 10^9$ $1{,}4 \cdot 10^9$	9,3 10,0
Urano	30865	$2{,}9 \cdot 10^9$	$3{,}0 \cdot 10^9$ $2{,}8 \cdot 10^9$	6,6 7,0
Neptuno	60190	$4{,}5 \cdot 10^9$	$4{,}6 \cdot 10^9$ $4{,}5 \cdot 10^9$	5,4 5,5

— Constatamos que se cumple la segunda ley de Kepler, pues para todos los planetas se cumple que $v_p > v_a$. Y para que se cumpla la tercera ley, se debe cumplir que:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

16. Partimos de la expresión de la tercera ley de Kepler para efectuar el análisis dimensional:

$$T^2 = k\,r^3$$

$$[\text{T}]^2 = [\text{k}] \cdot [\text{L}]^3 \quad \Rightarrow \quad [\text{k}] = \frac{[\text{T}]^2}{[\text{L}]^3}$$

17. Datos: $T = 76$ años

Aplicamos la tercera ley de Kepler para obtener el radio medio de la órbita y lo relacionamos con el período de la Tierra, sabiendo que es de un año y que la constante, k, es la misma para los dos cuerpos:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = kr^3 \\ T_T^2 = kr_T^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_T^2} = \frac{r^3}{r_T^3} \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{T^2}{T_T^2}\,r_T^3$$

$$r = \left(\frac{76\text{ años}}{1\text{ año}}\right)^{\frac{2}{3}} r_T = 18\,r_T$$

18. Datos: $r = 4r_T$

Aplicamos la tercera ley de Kepler para el planeta hipotético y relacionamos su período con el de la Tierra, que sabemos que es de un año:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = kr^3 \\ T_T^2 = kr_T^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_T^2} = \frac{r^3}{r_T^3} = \frac{(4r_T)^3}{r_T^3} = 64$$

$$T = \sqrt{64} \cdot 1\text{ año} = 8\text{ años}$$

19. Datos: $r = \frac{1}{4}r_L$; $T_L = 28$ días

Usamos la tercera ley de Kepler para relacionar el período hipotético con el de la Luna real:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = kr^3 \\ T_L^2 = kr_L^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_L^2} = \frac{r^3}{r_L^3} = \frac{\left(\frac{1}{4}r_L\right)^3}{r_L^3} = \frac{1}{64}$$

$$T = \frac{T_L}{\sqrt{64}} = 3{,}5\text{ días}$$

20. Datos:

$r_{Io} = 421600$ km; $T_{Io} = 1{,}53 \cdot 10^5$ s

$r_{\text{Europa}} = 670\,000$ km

Relacionamos los períodos de los dos satélites empleando la tercera ley de Kepler, puesto que la k es la misma en los dos casos:

$$\left.\begin{array}{l} T_{\text{Europa}}^2 = kr_{\text{Europa}}^3 \\ T_{Io}^2 = kr_{Io}^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_{\text{Europa}}^2}{T_{Io}^2} = \frac{r_{\text{Europa}}^3}{r_{Io}^3}$$

$$T_{\text{Europa}} = \sqrt{\frac{r_{\text{Europa}}^3}{r_{Io}^3}} \cdot T_{Io} = \sqrt{\left(\frac{670\,000\ \cancel{\text{km}}}{421600\ \cancel{\text{km}}}\right)^3} \cdot 1{,}53 \cdot 10^5\text{ s}$$

$$T_{\text{Europa}} = 3{,}07 \cdot 10^5\text{ s}$$

21. Datos: $r = 2r_{\text{geoestacionaria}}$

Una órbita estacionaria se caracteriza por tener una excentricidad nula y mantener su posición fija respecto a la Tierra. De tal forma que $T_{\text{geoestacionaria}} = 24$ h:

$$\left.\begin{array}{l} T^2 = kr^3 \\ T_g^2 = kr_g^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T^2}{T_g^2} = \frac{r^3}{r_g^3} = \frac{(2r_g)^3}{r_g^3} = 8$$

$$T = \sqrt{8} \cdot 24\text{ h} = 67{,}9\text{ h} = 2{,}4 \cdot 10^5\text{ s}$$

2 INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Págs. 316 y 317

22. Datos:

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $r_{12} = 50$ m; $r_{TL} = 3{,}84 \cdot 10^8$ m

$m = 4 \cdot 10^7$ kg; $m_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $m_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

Aplicamos la expresión matemática de la ley de gravitación universal en los dos apartados:

a)

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m^2}{r_{12}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^7\ \text{kg})^2}{(50\ \text{m})^2}$$

$$F_{12} = 42{,}7\ \text{N}$$

b)

$$F_{TL} = F_{LT} = G\frac{m_T m_L}{r_{TL}^2}$$

$$F_{TL} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \text{m})^2}$$

$$F_{TL} = 1{,}99 \cdot 10^{20}\ \text{N}$$

23. Datos:

$v_a = 29{,}29\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$; $r_a = 152 \cdot 10^6$ km; $r_p = 147 \cdot 10^6$ km

— Considerando que la órbita de la Tierra es circular, podemos suponer que el momento angular es constante:

$$M = F\ r \operatorname{sen} 180° = 0 \quad \Rightarrow \quad L = mrv = \text{cte}$$

— Y, por lo tanto, relacionamos los momentos angulares del afelio y el perihelio para calcular la velocidad en este último punto:

$$L_a = L_p \quad \Rightarrow \quad mr_a v_a = mr_p v_p$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a = \frac{152 \cdot 10^6\ \cancel{\text{km}}}{147 \cdot 10^6\ \cancel{\text{km}}} \cdot 29{,}29\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1} = 30{,}29\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$$

24. Datos:

$M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg; $R = 6{,}69 \cdot 10^8$ m;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

Determinamos el campo gravitatorio en la superficie solar empleando su expresión matemática:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M}{R^2} =$$

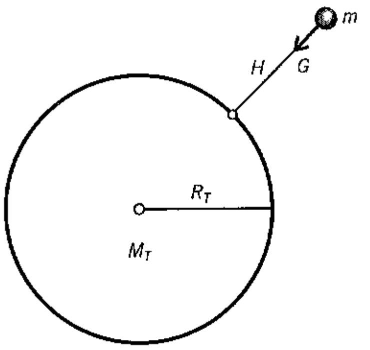
$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}{(6{,}69 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = 275\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

25. Datos:

$h = 400$ km $= 4 \cdot 10^5$ m; $m = 75$ kg;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m;

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg



— Para calcular el peso en esa altura, primero debemos determinar la intensidad del campo gravitatorio, teniendo en cuenta que la distancia es respecto al centro de la Tierra:

$r = R_T + h$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} + 4 \cdot 10^5\ \text{m})^2}$$

$$g = 8{,}70\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Por lo tanto, el peso será:

$$P = m\,g = 75\ \text{kg} \cdot 8{,}70\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 653\ \text{N}$$

26. a) Si hacemos uso de la definición literal de ingravidez, la expresión es incorrecta. Y es que significa que dicho cuerpo no está sometido a un campo de gravedad. Mientras que, precisamente en los astronautas, la única fuerza que actúa es la gravedad. El uso de esta expresión es debido a que la sensación del astronauta es de no experimentar ninguna fuerza (peso aparente nulo).

b) Porque la aceleración con la que son atraídos los distintos cuerpos solo depende de la masa del planeta que ejerce la fuerza y de la distancia a la que se encuentran, pero no de su masa. Tal y como podemos ver con la segunda ley de Newton:

$$a = g = \frac{F}{m} = G\frac{\frac{Mm}{r^2}}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

27. Datos:

$m_1 = 30$ kg; $m_2 = 40$ kg; $m_3 = 0{,}3$ kg; $r_1 = 2$ m; $r_2 = 4$ m

a) Calculamos la fuerza que ejerce cada niño sobre la pelota, empleando la expresión de la fuerza gravitatoria, y las sumamos:

$$\vec{F}_{13} = -G\frac{m_1 m_3}{r_1^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{30\ \text{kg} \cdot 0{,}3\ \text{kg}}{(2\ \text{m})^2}\vec{i} = -1{,}5 \cdot 10^{-10}\vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{23} = G\frac{m_2 m_3}{r_2^2}\vec{i} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{40\ \text{kg} \cdot 0{,}3\ \text{kg}}{(4\ \text{m})^2}\vec{i} = 5 \cdot 10^{-11}\vec{i}\ \text{N}$$

$$F_{\text{total}} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{13} = -1{,}5 \cdot 10^{-10}\vec{i}\ \text{N} + 5 \cdot 10^{-11}\vec{i}\ \text{N} =$$

$$= -10^{-10}\,\vec{i}\ \text{N}$$

Por lo tanto, la fuerza total irá en el sentido del niño de $m = 30$ kg.

b) Porque es una fuerza tan pequeña en comparación a la que ejerce la Tierra (peso) que no es suficiente para contrarrestar la fuerza de fricción.

28. Datos:

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,370$ km;

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

Al ser una órbita geoestacionaria, sabemos que el período del satélite coincide con el de la Tierra y lo podemos relacionar con la velocidad:

$$T = 24\text{ h} = 8{,}64 \cdot 10^4\text{ s} \quad \text{y} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Y, partiendo de que la fuerza de gravitación entre la Tierra y el satélite es la fuerza centrípeta que lo mantiene en su órbita, podemos determinar la distancia entre el satélite y la Tierra:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$r = \left(\frac{GM_T}{4\pi^2}T^2\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\text{ kg}}{4\pi^2} \cdot (8{,}64 \cdot 10^4\text{s})^2\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= 42\,250\text{ km}$$

29. Datos: $m = 60$ kg; $r = 1$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

— Calculamos el campo gravitatorio con su expresión:

$$g = G\frac{m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{60\text{ kg}}{(1\text{ m})^2}$$

$$g = 4 \cdot 10^{-9}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y, a continuación, empleamos la expresión de la fuerza gravitatoria con otro cuerpo de la misma masa:

$$F = G\frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg} \cdot \frac{(60\text{ kg})^2}{(1\text{ m})^2} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-7}\text{ N}$$

30. Datos: $M = 2M_T$; $R = 2R_T$

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{2M_T}{4R_T^2} = \frac{1}{2}\frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{1}{2}g_T = \frac{9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{2} =$$

$$= 4{,}9\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

El nuevo valor de la gravedad sería la mitad.

31. Datos: $\rho = \rho_T$; $R = 10R_T$

— Primero hallamos la masa del planeta, relacionando las respectivas densidades:

$$\left.\begin{array}{l} \rho = \dfrac{m}{\dfrac{4}{3}\pi R^3} \\[2ex] \rho_T = \dfrac{M_T}{\dfrac{4}{3}\pi R_T^3} \end{array}\right\} \rho = \rho_T \Rightarrow m = 10^3 M_T$$

— Y calculamos la intensidad del campo gravitatorio:

$$g = G\frac{m}{R^2} = G\frac{10^3 M_T}{(10R_T)^2} = 10\frac{GM_T}{R_T^2} = 10g_T$$

32. Datos:

$m = 50$ kg; $h = 10$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,370$ km

— Primero determinamos el campo gravitatorio en la distancia, respecto al centro de la Tierra, a la que se encuentra el avión:

$r = R_T + h$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\text{ kg}}{(6\,370 + 10)^2 \cdot 10^6\text{ m}^2}$$

$$g = 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Luego calculamos el peso:

$$P = m\,g = 50\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 490\text{ N}$$

— Lo comparamos con el campo gravitatorio en la superficie de la Tierra y con el peso respectivo:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\text{ kg}}{(6\,370 \cdot 10^3\text{ m})^2}$$

$$g_T = 9{,}83\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$P = m\,g = 50\text{ kg} \cdot 9{,}83\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 492\text{ N}$$

Nos da un resultado muy parecido, ya que en 10 km el campo gravitatorio varía muy poco.

33. Datos:

$P = 522$ N; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

$R_S = 60\,268$ km; $M_S = 5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg

Primero calculamos la gravedad en la superficie de Saturno y después determinamos la masa del satélite:

$$g = G\frac{M_S}{R_S^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}7 \cdot 10^{26}\text{ kg}}{(6{,}0268 \cdot 10^7\text{ m})^2}$$

$$g = 10{,}47\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$m = \frac{P}{g} = \frac{522\text{ N}}{10{,}47\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 49{,}9\text{ kg}$$

34. Datos:

$m = 80$ kg; $h = 8\,848$ m; $R_T = 6\,370$ km

— Para saber el peso debemos hallar el campo gravitatorio en la superficie terrestre y en la cima del Everest:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_{\text{Everest}} = G\frac{M_T}{r^2};\; r = R_T + h$$

— Y calculamos el cociente entre los pesos de cada sitio para obtener la relación:

$$\frac{P_T}{P_{\text{Everest}}} = \frac{\cancel{m}g_T}{\cancel{m}g_E} = \frac{\cancel{G}\dfrac{\cancel{M_T}}{R_T^2}}{\cancel{G}\dfrac{\cancel{M_T}}{(R_T+h)^2}} = \frac{(R_T+h)^2}{R_T^2} =$$

$$= \frac{(6{,}37 \cdot 10^6\text{ m} \cdot 8\,848\text{ m})^2}{(6{,}37 \cdot 10^6\text{ m})^2} = 1{,}0028$$

El alpinista pesa 1,0028 veces más al nivel del mar.

35. Datos:

$$m = 70\ \text{kg};\ M = \frac{1}{10}M_T;\ R = \frac{1}{10}R_T;\ g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Primero hallamos la gravedad en la superficie del planeta en función de la de la Tierra, y luego calculamos el peso:

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{\frac{1}{10}M_T}{\left(\frac{1}{10}R_T\right)^2} = 10\frac{GM_T}{R_T^2} = 10g_T$$

$$P = m\,g = 70\ \text{kg}\cdot 10\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 6\,860\ \text{N}$$

36. Datos: $R = \frac{1}{2}R_T;\ M = M_T$

Si deducimos la tercera ley de Kepler a partir de la ley de gravitación universal, obtendremos la expresión del período con todas sus variables independientes:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_S M}{r^2} = M\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_S}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$T^2 = \frac{2\pi r^3}{GM_S}$$

Por lo tanto, podemos confirmar que el período no se vería afectado, ya que solo depende de la masa del Sol y del radio de órbita.

37. El campo gravitatorio desde el centro de la Tierra hasta la superficie varía proporcionalmente a la distancia. Mientras que, a partir de este punto y con la altura, pasa a ser inversamente proporcional a la distancia al cuadrado. Y esto lo podemos comprobar matemáticamente aplicando el teorema de Gauss, que nos da el siguiente resultado para los dos casos:

$$g = G\frac{M}{R_T^3}r \qquad r \le R_T$$

$$g = G\frac{M}{r^2} \qquad r \ge R_T$$

38. Datos:

$M_S = 324\,440\ M_T;\ R_S = 108\ R_T;\ v_0 = 200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1};$

$g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

— Calculamos el campo gravitatorio del Sol:

$$g_S = G\frac{M_S}{R_S^2} = G\frac{324\,440\ M_T}{(108\ R_T)^2} = 27{,}8\cdot g_T = 272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Y determinamos la altura, h, usando las ecuaciones del MRUA:

$$v = v_0 - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0{,}7\ \text{s}$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = 200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\cdot 0{,}7\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 272{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot(0{,}7\ \text{s})^2 =$$

$$= 73{,}3\ \text{m}$$

39. Datos: $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2};\ R_T = 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m};$

$g_T = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

a) $$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{3g_T}{4\pi G R_T}$$

$$\rho = \frac{3\cdot 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{4\pi\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\cdot 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m}} =$$

$$= 5{,}59\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} = 5\,590\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

b)

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = \frac{1}{3}g_T \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3GM_T}{g_T}};\quad M_T = \rho V_T$$

$$h = r - R_T = \sqrt{\frac{3\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\cdot 6{,}14\cdot 10^{24}\ \text{kg}}{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} -$$

$$- 6{,}4\cdot 10^6\ \text{m}$$

$$h = 4{,}7\cdot 10^6\ \text{m}$$

3 INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

Págs. 317 y 318

40. La electrización vítrea corresponde a la positiva, y la resinosa a la negativa.

a) El ámbar, tras frotarlo con lana, queda cargado negativamente (resinosa).

b) El cristal, después de frotarlo con seda, se carga positivamente (vítrea).

41. Datos: $q = -0{,}8\ \mu\text{C} = -8\cdot 10^{-7}\ \text{C};\ e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}$

Como sabemos que la carga está cuantizada, se debe cumplir que la carga total de cualquier cuerpo sea un múltiplo entero de la carga elemental e:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{8\cdot 10^{-7}\ \text{C}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 5\cdot 10^{12}\ \text{electrones}$$

42. Datos: $q_1 = q_2 = 4{,}0\ \mu\text{C} = 4\cdot 10^{-6}\ \text{C};$

$x_1 = 0{,}0\ \text{m};\ x_2 = 8{,}0\ \text{m};\ x_3 = -2{,}0\ \text{m}$

— Calculamos los módulos de las distancias:

$r_1 = x_1 - x_3 = 2{,}0\ \text{m}$

$r_2 = x_2 - x_3 = 10{,}0\ \text{m}$

— El principio de superposición nos dice que el campo eléctrico en x_3 será la suma de los campos generados por cada carga. Por lo tanto, aplicamos la siguiente expresión matemática:

$$\vec{E}_1 = -K\frac{q}{r_1^2}\vec{i} = -9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\text{C}}{(2{,}0\,\text{m})^2}\vec{i} =$$

$$= -9\cdot 10^3\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = -K\frac{q}{r_2^2}\vec{i} = -9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(10{,}0\ \text{m})^2}\vec{i} =$$

$$= -360\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -9 \cdot 10^3 \vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} - 360\,\vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} =$

$= -9{,}4 \cdot 10^3 \vec{i}\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido negativo del eje x, ya que las dos cargas son positivas.

43. Datos:

$m = 3{,}0\ \text{g};\ Z = 29;\ M = 63{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1};\ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$

— Calculamos el número de átomos que contiene la moneda usando el número de Avogadro:

$$3{,}0\ \cancel{\text{g}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{mol}}}{63{,}5\ \cancel{\text{g}}} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \frac{\text{átomos}}{\cancel{\text{mol}}} =$$

$= 2{,}85 \cdot 10^{22}$ átomos

— A continuación obtenemos el número de electrones (sabiendo que Z nos indica el número de protones y electrones de cada átomo) y la carga total:

$$n = 2{,}85 \cdot 10^{22}\ \cancel{\text{átomos}} \cdot 29\ \frac{e^-}{\cancel{\text{átomo}}} = 8{,}25 \cdot 10^{23}\ e^-$$

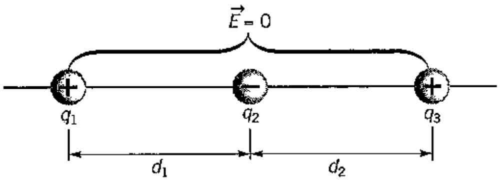
$$q = ne = 8{,}25 \cdot 10^{23}\ \cancel{e^-} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{C}}{\cancel{e^-}} = 1{,}3 \cdot 10^5\,\text{C}$$

44. La electrización *por contacto* sucede cuando un cuerpo cargado eléctricamente se pone en contacto con otro inicialmente neutro, de tal forma que puede transmitirle sus propiedades eléctricas. Se caracteriza por que es permanente y se efectúa en una proporción que depende de la geometría de los cuerpos y de su composición.

Por otra parte, la electrización *por frotamiento* consiste en frotar un cuerpo fuertemente con otro material de forma que lo carga positiva o negativamente, dependiendo de su tendencia a perder o ganar electrones respectivamente.

Y la electrización *por inducción* es un efecto de las fuerzas eléctricas, debido a que estas se ejercen a distancia. La separación de cargas inducida por las fuerzas eléctricas es transitoria y desaparece cuando el agente responsable se aleja suficientemente del cuerpo neutro.

45. La primera condición para que las tres cargas se hallen en equilibrio electrostático es que tienen que estar en una misma línea. Y, según sus valores, habrá que jugar con las respectivas distancias para que el campo eléctrico en el punto de la carga sea nulo.



46. Datos:

$q_1 = -6{,}0\ \mu\text{C} = -6 \cdot 10^{-6}\ \text{C};\ x_1 = -3{,}0\ \text{m}$

$q_2 = 4{,}0\ \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C};\ x_2 = 0{,}0\ \text{m}$

$q_3 = -6{,}0\ \mu\text{C} = -6 \cdot 10^{-6}\ \text{C};\ x_3 = 3{,}0\ \text{m}$

Calculamos el módulo de las dos fuerzas que actúan con la ley de Coulomb, pero antes determinamos las distancias entre cargas:

$r_{21} = x_1 - x_2 = 3{,}0\ \text{m}$

$r_{31} = x_1 - x_3 = 6{,}0\ \text{m}$

$$F_{21} = K\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(-3{,}0\ \text{m})^2}$$

$F_{21} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$

$$F_{31} = K\frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(6{,}0\ \text{m})^2}$$

$F_{31} = 9{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$

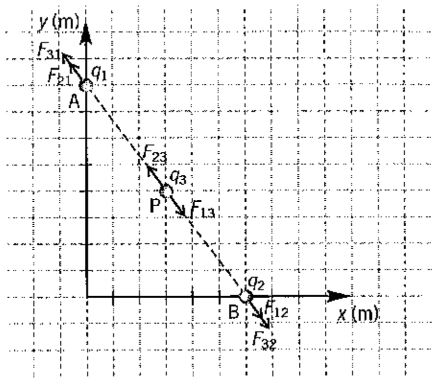
La fuerza que ejerce q_2 sobre q_1 es atractiva (sentido positivo del eje x), mientras que F_{31} es repulsiva (sentido negativo del eje x). Por lo tanto, aplicamos el principio de superposición:

$\vec{F} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \vec{i}\ \text{N} - 9{,}0 \cdot 10^{-3} \vec{i}\ \text{N} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \vec{i}\ \text{N}$

47. Datos:

$q_1 = q_2 = -1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C};\ A = (0, 8)\ \text{m};\ B = (6, 0)\ \text{m}$

$q_3 = -1{,}5 \cdot 10^{-6}\text{C};\ P = (3, 4)\ \text{m}$



Determinamos las distancias entre cargas y calculamos el módulo de las fuerzas:

$\vec{r}_{13} = P - A = (3, -4)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{13}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5\ \text{m}$

$\vec{r}_{23} = P - B = (3, -4)\ \text{m} \Rightarrow |\vec{r}_{23}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5\ \text{m}$

$$F_{13} = K\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}\text{C}}{(5\ \text{m})^2}$$

$F_{13} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}\ \text{N}$

$$F_{23} = K\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(5\ \text{m})^2}$$

$F_{23} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}\ \text{N}$

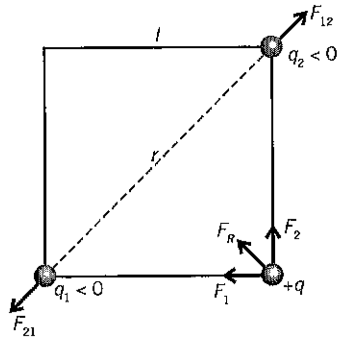
Como las dos fuerzas son en sentido opuesto, se contrarrestan y, por lo tanto:

$$F_R = 0$$

48. Datos:

$q_1 = q_2 = -3{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$

$q = 1\ \text{C};\ l = 40\ \text{cm} = 0{,}4\ \text{m}$



Calculamos la fuerza electrostática generada por las cargas q_1 y q_2, y aplicamos el principio de superposición:

$$\left|\vec{F}_R\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N})^2 + (1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N})^2} = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{N}$$

F_1 actúa en el sentido negativo del eje x y F_2 lo hace en el sentido positivo del eje y. Por lo tanto, el módulo de la fuerza resultante sobre una carga que se encuentra en el otro vértice será:

$$F_1 = K\frac{q_1 q}{l^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{3{,}2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot 1\ \text{C}}{(0{,}40\ \text{m})^2} = 1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N}$$

$$F_2 = K\frac{q_2 q}{l^2} = F_1 = 1{,}8 \cdot 10^5\ \text{N}$$

49. Respuesta sugerida:

En un dipolo, cerca de la carga positiva, las líneas son radiales y dirigidas hacia fuera. Cerca de la carga negativa también son radiales, pero dirigidas hacia dentro. Como las cargas tienen el mismo valor absoluto, el número de líneas que salen de una y entran a la otra es el mismo. En este caso, el campo más intenso se encuentra en la región entre cargas. Mientras que, si nos alejamos mucho, la intensidad irá disminuyendo muy rápidamente hasta hacerse prácticamente nula.

50. Respuesta sugerida:

Accedemos al enlace y jugamos al juego *online*.

51. Datos: $m = 4 \cdot 10^{-14}$ kg; $q = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ C

La condición de equilibrio nos impone que la fuerza eléctrica debe compensar el peso:

$$P = F_e \Rightarrow m\,g = qE$$

$$E = \frac{m\,g}{q} = \frac{4 \cdot 10^{-14}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{4{,}8 \cdot 10^{-19}\text{C}} = 8{,}2 \cdot 10^5\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

Como $q > 0$, el campo eléctrico irá hacia arriba (en el sentido positivo del eje y).

$q_1 = q_2 = 6$ nC $= 6 \cdot 10^{-9}$ C; $q_3 = 2$ nC $= 2 \cdot 10^{-9}$ C

$x_1 = (0, -3)$ cm; $x_2 = (0, -3)$ cm

52. Datos:

a) La distancia entre las cargas y el punto (4,0) es:

$$r = \sqrt{0{,}04^2 + 0{,}03^2}\ \text{m} = 0{,}05\ \text{m}$$

Así pues, hallamos el módulo del campo generado por cada carga:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}\text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

$$= 2{,}16 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r^2} = 2{,}16 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} = E_1$$

Determinamos el ángulo entre la dirección del campo y la horizontal (que será el mismo para los dos casos), y los sumamos por componentes:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37°$$

$$E_x = E_1 \cos\alpha + E_2 \cos\alpha = 2E_1 \cos\alpha =$$

$$= 2 \cdot 2{,}16 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \cos 37° = 3{,}5 \cdot 10^4\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_y = E_1\ \text{sen}\ \alpha - E_2\ \text{sen}\ \alpha = 0\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E} = (3{,}5 \cdot 10^4\vec{i} + 0\vec{j})\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

b) La fuerza vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = q\vec{E} = 2 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot 3{,}5 \cdot 10^4\vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = 6{,}9 \cdot 10^{-5}\vec{i}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

53. Datos:

$q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $q_2 = -4{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $d = 0{,}10$ m

$$r = \frac{d}{2} = 0{,}05\ \text{m}$$

$$E_1 = K\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

$$= 7{,}2 \cdot 10^6\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}05\ \text{m})^2} =$$

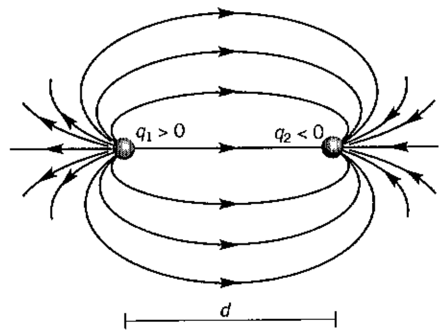
$$= 1{,}4 \cdot 10^7\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_{\text{Total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_{\text{Total}} = 7{,}2 \cdot 10^6\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} + 1{,}4 \cdot 10^7\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} =$$

$$= 2{,}2 \cdot 10^7\vec{i}\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

— Los dos campos generados van en el mismo sentido, ya que ambas cargas son de signos contrarios. Por eso no se anulará en ningún punto del eje x.



54. Datos: $v_0 = 5 \cdot 10^5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $E = 50\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

— Primero hallamos la aceleración aplicando la segunda ley de Newton sobre el electrón:

$$F_e = eE = m\,a$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 50\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = -9 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

— Usamos las ecuaciones del MRUA para calcular la distancia recorrida:

$$v = v_0 + at = 0 \ \Rightarrow\ t = \frac{v_0}{a} = \frac{5 \cdot 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{-9 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}} =$$

$$= 6 \cdot 10^{-8}\mathrm{s}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 5 \cdot 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 6 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot (-9 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}) \cdot$$

$$\cdot (6 \cdot 10^{-8}\mathrm{s})^2$$

$$x = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 1{,}4\ \mathrm{cm}$$

Si la partícula fuese un protón, dado que tendría carga positiva y mayor masa, aceleraría en vez de frenarse, pero con el módulo de la aceleración consecuentemente menor.

55. Datos:

$q_1 = -5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C

$d = 0{,}1$ m; $r_1 = 0{,}3$ m; $r_2 = 0{,}2$ m

Calculamos el módulo del campo generado por cada carga:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}3\ \mathrm{m})^2} = 5{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}2\ \mathrm{m})^2} = 4{,}5 \cdot 10^5\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

$$\vec{E}_{\mathrm{Total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -5{,}0 \cdot 10^5 \vec{i}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} + 4{,}5 \cdot 10^5 \vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}} =$$

$$= -5{,}0 \cdot 10^4 \vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

El campo total irá dirigido hacia las cargas.

56. Datos:

$E = 100\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$; $v = 3 \cdot 10^6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C;

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

— Primero hallamos la aceleración aplicando la segunda ley de Newton sobre el electrón:

$$F_e = eE = m\,a$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 100\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = 1{,}8 \cdot 10^{13}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

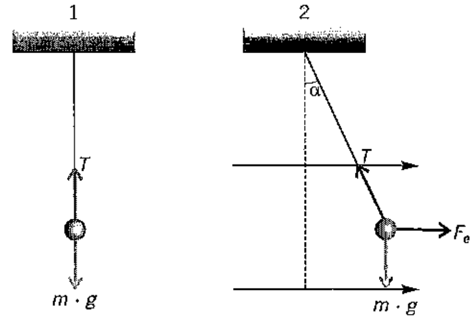
— Usamos la ecuación de la velocidad del MRUA para calcular el tiempo de recorrido:

$$v = v_0 + at = at$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{3 \cdot 10^6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{1{,}8 \cdot 10^{13}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 1{,}7 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{s}$$

57. Datos:

$m = 5{,}0\ g$; $l = 50$ cm $= 0{,}5$ m; $\vec{E} = 200\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$; $\alpha = 30°$



Aplicamos la segunda ley de Newton en las dos componentes:

$$\left.\begin{array}{l} T_x = F_e \ \Rightarrow\ T \operatorname{sen}\alpha = qE \\ T_y = P \ \Rightarrow\ T\cos\alpha = m\,g \end{array}\right\} \ \frac{\cancel{T} \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{T}\cos\alpha} = \frac{qE}{m\,g}$$

$$\Rightarrow\ q = \frac{m\,g \cdot \operatorname{tg}\alpha}{E} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot \operatorname{tg} 30°}{200\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}} =$$

$$= 1{,}4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{C}$$

58. Datos:

$q_1 + q_2 = 6{,}0\ \mu\mathrm{C} = 6{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $d = 0{,}10$ m

$F_{12} = F_{21} = 8{,}0$ mN $= 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ N

a) $q_1 > 0$ y $q_2 > 0$

Combinamos las dos ecuaciones que nos indica el enunciado y aislamos q:

$$\left.\begin{array}{l} F_{12} = K\dfrac{q_1 q_2}{d^2} = 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} \\ q_1 + q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \end{array}\right\} \ Kq_2^2 - 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \cdot q_2 + F \cdot d^2 = 0$$

$$q = \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})^2 - 4 \cdot K \cdot F \cdot d^2}}{2 \cdot K} =$$

$$= \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})^2 - 4 \cdot 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} \cdot (3{,}0\ \mathrm{m})^2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 C^{-2}}} =$$

$$= \begin{cases} 4{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 4{,}0\ \mu\mathrm{C} \\ 2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 2{,}0\ \mu\mathrm{C} \end{cases}$$

b) $q_1 > 0$ y $q_2 < 0$

En este caso, seguimos el mismo procedimiento, pero imponemos que q_2 es negativa:

$$\left.\begin{array}{l} F_{12} = K\dfrac{q_1 q_2}{d^2} = 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} \\ q_1 - q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \end{array}\right\} \ K \cdot q_2^2 + 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \cdot q_2 - F \cdot d^2 = 0$$

$$q = \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})^2 + 4 \cdot K \cdot F \cdot d^2}}{2 \cdot K} =$$

$$= \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-6}\mathrm{C} \pm \sqrt{(6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})^2 + 4 \cdot 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} \cdot (3{,}0\ \mathrm{m})^2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}} =$$

$$= \begin{cases} 1{,}1 \cdot 10^{-6}\mathrm{C} = 1{,}1\ \mu\mathrm{C} \\ 7{,}1 \cdot 10^{-6}\mathrm{C} = 7{,}1\ \mu\mathrm{C} \end{cases}$$

59. Respuesta sugerida:

En el primer caso (cargas del mismo signo), la carga es repelida y, por lo tanto, la trayectoria se desvía hacia fuera y podemos ver que las líneas de campo no se unen, sino que se repelen.

Por su parte, en el segundo caso (signos contrarios), la carga masiva atrae a la positiva porque en esta situación sí que se unen las líneas de campo de las dos cargas.

Lo podemos demostrar con la expresión de la fuerza electrostática que ejerce la carga masiva (1) sobre la otra carga (2), donde el vector unitario va de (1) a (2):

$$F_{12} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}\begin{cases} q_2 = +q \Rightarrow \vec{F}_{12} = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} \\ q_2 = -q \Rightarrow \vec{F}_{12} = -K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12} \end{cases}$$

60. Respuesta sugerida:

La velocidad de la carga no se ve afectada porque las fuerzas que actúan sobre ella debido a la presencia del campo eléctrico son perpendiculares al sentido del movimiento y se compensan.

Ahora bien, las líneas de campo sí se modifican, puesto que no se pueden cortar entre ellas y, por lo tanto, se desvían un poco cuando pasa la carga.

4 SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS INTERACCIONES GRAVITATORIA Y ELECTROSTÁTICA

Pág. 318

61. a) q y m

ANALOGÍAS	DIFERENCIAS
• m crea un campo gravitatorio y q genera un campo eléctrico.	• m se mide en kilogramos (kg) y q en culombios (C). • $m > 0$ siempre, mientras que q puede ser positiva o negativa. • m es continua, mientras que q está cuantizada.

b) F_e y F_g

ANALOGÍAS	DIFERENCIAS
• Las dos fuerzas son centrales e inversamente proporcionales a r^2. • Las dos son de alcance infinito.	• F_e es mucho más fuerte que F_g, que solo es apreciable para cuerpos de masa grande. • F_g siempre va en el sentido y dirección del campo gravitatorio. F_e puede ser en sentido igual o contrario al campo eléctrico.

62. Datos: $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m

$$F_g = G\frac{m_p m_e}{r^2}$$

$$F_g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{(5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})} = 3{,}63 \cdot 10^{-47}\ \text{N}$$

$$F_e = K\frac{e^2}{r^2}$$

$$F_e = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2} \cdot \frac{(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C})^2}{(5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

SÍNTESIS

Pág. 318

63. Respuesta sugerida:

Los epiciclos son movimientos circulares en torno a un punto que también orbita circularmente (denominado *deferente*) alrededor de otro punto. Ambos giran en el sentido de las agujas del reloj. Y lo hacen de modo que la distancia entre la Tierra y el Sol, y cualquier otro planeta y el Sol, se mantiene siempre constante. Ptolomeo afirmó que los planetas seguían estos epiciclos alrededor de puntos centrales que, a su vez, orbitaban de forma excéntrica alrededor de la Tierra. Con este sistema pudo predecir con bastante exactitud las posiciones de los planetas.

Por el contrario, en el modelo heliocéntrico el Sol es el centro y la Tierra pasa a ser un planeta más entre otros. El modelo copernicano también proponía trayectorias circulares, pero posteriormente, ya con la ley de gravitación, se llegó a la conclusión de que los movimientos debían de ser elipses con el Sol en uno de los focos, en vez del centro.

64. Kepler afirmó que la constante K era la misma para cualquier planeta del sistema solar. Pero, con la ley de gravitación universal de Newton, se pudo deducir que K depende de G y de la masa del Sol. Por lo tanto, depende del objeto alrededor del que se orbita.

65. Datos: $h = 500$ km $= 5 \cdot 10^5$ m;

$R_T = 6\,370$ km $= 6{,}37 \cdot 10^6$ m

Partiendo de que la fuerza de gravitación entre la Tierra y el satélite es la fuerza centrípeta que lo mantiene en su órbita, podemos encontrar una expresión para la velocidad:

$$F = F_C \Rightarrow G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2$$

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$

Donde:

$$r = R_T + h$$

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow M_T = g\frac{R_T^2}{G}$$

Lo sustituimos y calculamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{g_T R_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m})^2}{6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^5\ \text{m}}} = 7\,608\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Para calcular el período, lo relacionamos con la velocidad que acabamos de determinar:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} =$$

$$= \frac{2\pi(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m} + 5 \cdot 10^5\ \text{m})}{7\,608\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 5{,}7 \cdot 10^3\ \text{s} = 1{,}6\ \text{h}$$

66. Datos: $E = 150\ N\cdot C^{-1}$; $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg;

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

a) $F_g = m_e g = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 9{,}8\ m\cdot s^{-2} = 8{,}9 \cdot 10^{-30}$ N

$F_e = eE = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\cancel{C} \cdot 150\ N\cdot \cancel{C^{-1}} = 2{,}4 \cdot 10^{-17}$ N

b) $m = 1{,}0$ g

$F_g = m_e g = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 9{,}8\ m\cdot s^{-2} = 8{,}9 \cdot 10^{-30}$ N

$$F_e = P \Rightarrow q = \frac{m\,g}{E} = \frac{10^{-3}\ kg \cdot 9{,}8\ m\cdot s^{-2}}{150\ N\cdot C^{-1}} = 6{,}5 \cdot 10^{-5}$$

El signo de la carga debe ser negativo, ya que el campo es hacia el centro de la Tierray, por lo tanto, F_e tiene que ir hacia arriba para compensar el peso. En consecuencia: $q = -6{,}5 \cdot 10^{-5}$ C.

67. Datos: $m_p = 1800\,m_e$; $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m

Imponemos la condición de igualdad entre las dos fuerzas y calculamos las respectivas masas:

$$F_g = F_e \Rightarrow G\frac{m_e m_p}{r^2} = K\frac{e^2}{r^2} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N$$

$$G\frac{1800\,m_e^2}{r^2} = 8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N$$

$$m_e = \sqrt{\frac{8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N}{1800 \cdot G}} \cdot r$$

$$m_e = \sqrt{\frac{8{,}25 \cdot 10^{-8}\ N}{1800 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}} \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ m =$$

$= 4{,}4 \cdot 10^{-11}$ kg

$m_p = 1800 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-11}\ kg = 7{,}9 \cdot 10^{-8}$ kg

Evaluación (Pág. 320)

1. Órbitas de satélites, planetas, asteroides, etc.

2. a) Verdadera. Es de pequeña intensidad y disminuye mucho con la distancia, pero el campo gravitatorio generado por una masa llega a cualquier sitio.

b) Verdadera. Todo cuerpo con masa origina una fuerza de atracción a todos los cuerpos de alrededor.

c) Falsa. Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los objetos.

d) Falsa. Siempre es atractiva, ya que la masa de un cuerpo siempre es positiva.

3. a) Falso. El peso de un objeto depende de su masa, pero también de la intensidad del campo gravitatorio sobre el que esté sujeto. Por lo tanto, también depende de la distancia a la que se encuentre respecto al centro del planeta y de la masa de este.

b) Falso. Según la expresión del campo gravitatorio, cuanto mayor sea la masa, mayor será la gravedad. Aunque también hay que tener en cuenta el radio del planeta.

c) Falso. En general, puede ser cierto; pero es posible que el cuerpo esté en equilibrio con otras fuerzas o que, por ejemplo, orbite alrededor del cuerpo con una aceleración centrípeta.

d) Verdadero. En el espacio el campo gravitatorio es mucho menor y, por lo tanto, el peso también:

$$P = m\,g = G\frac{mM_T}{r^2}$$

4. Datos: $v_{perihelio} = 1{,}90 \cdot 10^5\ km\cdot h^{-1}$

$r_p = 8{,}55 \cdot 10^7$ km; $r_a = 5{,}25 \cdot 10^9$ km

Considerando que la órbita de la Tierra es circular, podemos suponer que el momento angular es constante:

$$M = F\,r\ \text{sen}\ 180° = 0 \Rightarrow L = mrv = \text{cte}$$

Y, por lo tanto, relacionamos los momentos angulares del afelio y el perihelio para determinar la velocidad en este último punto:

$$L_a = L_p \Rightarrow mr_a v_a = mr_p v_p$$

$$v_a = \frac{r_p}{r_a} v_p = \frac{8{,}55 \cdot 10^7\ \cancel{km}}{5{,}25 \cdot 10^9\ \cancel{km}} \cdot 1{,}9 \cdot 10^5\ km\cdot h^{-1} =$$

$= 3{,}09 \cdot 10^3\ km\cdot h^{-1}$

5. Datos: $h = 300\ km = 3 \cdot 10^5$ m; $R_T = 6{,}4 \cdot 10^6$ m;

$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

Usamos la expresión del campo gravitatorio:

$r = R_T + h$

$$g = G\frac{M_T}{r^2}$$

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg}{(6{,}4 \cdot 10^6\ m + 3{,}0 \cdot 10^5\ m)^2} =$$

$= 8{,}9\ m\cdot s^{-2}$

Y, a partir de la ley universal de Newton y de la tercera ley de Kepler, calculamos el período:

$T^2 = kr^3$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi}{GM_T}(R_T + h)^3} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg_T} \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 m + 3{,}0 \cdot 10^5\ m)^3}$$

$= 3078{,}2\ s = 0{,}86$ h

6. $$P = m\,g \begin{cases} P_1 = m\,G\dfrac{M_T}{r^2} \\ P_2 = m\,G\dfrac{M_T}{R_T^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\dfrac{1}{r^2}}{\dfrac{1}{R_T^2}} = \left(\frac{R_T}{r}\right)^2$$

7. a) Falsa. El sentido del campo eléctrico generado por una carga depende de su signo. Si $q > 0$, el campo E se aleja; si $q > 0$, el campo E se acerca.

b) Verdadera. Las líneas de fuerza son tangentes al campo eléctrico, que en cada punto es único, y siguen un mismo sentido.

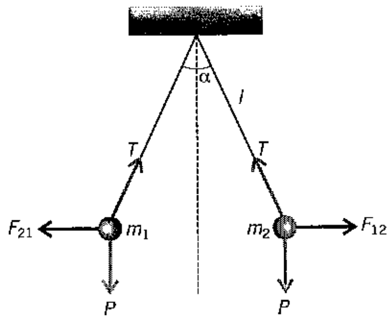
c) Verdadera. La intensidad del campo disminuye con la distancia, pero, matemáticamente, nunca llega a cero.

d) Falsa. Para que exista una fuerza eléctrica entre dos cuerpos, deben estar cargados eléctricamente.

8. Datos: $m_1 = m_2 = m = 10\text{ g} = 0{,}01\text{ kg}$; $\alpha = 60°$

$l = l_1 = l_2 = 30\text{ cm} = 0{,}3\text{ m}$

a)



b) Primero calculamos la distancia entre las dos partículas:

$$r = 2 \cdot l\,\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}3\text{ m} \cdot \text{sen}\left(\frac{60°}{2}\right) = 0{,}3\text{ m}$$

Y, usando la segunda ley de Newton, calculamos el valor de la carga:

$$\left.\begin{array}{l} F_e = T_x \Rightarrow K\dfrac{q^2}{r^2} = T\,\text{sen}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \\ P = T_y \Rightarrow m\,g = T\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K\dfrac{q^2}{r^2}}{m\,g} = \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$q = \sqrt{\frac{m\,g \cdot \text{tg}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}{K}} \cdot$$

$$\cdot\, r = \sqrt{\frac{0{,}01\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{tg}\left(\dfrac{60°}{2}\right)}{9 \cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}}} \cdot 0{,}3\text{ m}$$

$$q = \pm 7{,}5 \cdot 10^{-7}\text{ C}$$

9. Datos: $v_0 = 6 \cdot 10^6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v = 0$; $x = 20\text{ cm} = 0{,}2\text{ m}$;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$

— Determinamos la aceleración del electrón con las ecuaciones del MRUA:

$$\left.\begin{array}{l} v = v_0 - at = 0 \Rightarrow t = \dfrac{v_0}{a} \\ x = v_0 t - \dfrac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} x = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$a = \frac{v_0^2}{2x} = \frac{(6 \cdot 10^6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 0{,}2\text{ m}} = 9 \cdot 10^{13}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

— Ahora ya podemos calcular el módulo del campo eléctrico:

$$F_e = m\,a = eE$$

$$E = \frac{m\,a}{e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{13}\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ C}} =$$

$$= 5{,}1 \cdot 10^2\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$$

El campo eléctrico debe tener la misma dirección y el mismo sentido que la velocidad, a fin de que la fuerza eléctrica tenga así sentido contrario a ella y el electrón se frene.

10. Datos: q; $-q$; $x_1 = a$; $x_2 = -a$

Como el campo eléctrico cumple el principio de superposición, el campo total en el origen de coordenadas será la suma de los campos creados por cada una de las cargas:

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = K\dfrac{q}{a^2} \\ E_2 = K\dfrac{q}{a^2} \end{array}\right\} E_{Total} = E_1 + E_2 = 2 \cdot K\frac{q}{a^2}$$

Al ser cargas de signo contrario, los campos van en el mismo sentido y, por lo tanto, se suman.

11. Diferencias entre campo gravitatorio y electrostático:

GRAVITATORIO	ELECTROSTÁTICO
Caracterizado por la masa.	Caracterizado por la carga.
Afecta a todos los cuerpos con masa.	Solo afecta a los cuerpos cargados eléctricamente.
Siempre produce fuerzas atractivas.	Puede producir fuerzas atractivas o repulsivas.
Contiene una constante universal, G.	Constante K, que depende del medio.
Es débil.	Es fuerte.
Unidades: $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$.	Unidades: $\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$.

Zona + (Pág. 322)

— *La sonda Philae aterriza en un cometa*

- Como tenían la necesidad de ahorrar combustible, tuvieron que planificar una trayectoria que aprovechase la gravedad de la Tierra y Marte. De tal forma, que describió cuatro vueltas alrededor del Sol y en cada órbita iba ganando velocidad y, por lo tanto, se iba alejando hasta alcanzar la órbita del cometa.
- Porque el impacto de la sonda con el cometa la pudo haber dañado, aunque el campo gravitatorio del cometa sea muy débil, debido a su pequeña masa.
- Objetivos:
  - Investigar la composición y las características del cometa.
  - Comprobar si el agua del océano proviene de cometas.
  - Verificar si el agua que llevan contiene materia orgánica y de qué tipo.

- Esta investigación podría permitir extraer conclusiones sobre la formación del sistema solar y entender el origen de la vida en la Tierra, ya que se dice que los cometas son los objetos menos modificados del sistema solar desde su formación, aunque esto también se tendría que demostrar.

— *El fuego de san Telmo*

- Circunstancias y causas:

  El LZ 129 *Hindenburg* fue un dirigible alemán que se incendió cuando aterrizaba, lo que supuso el fin de los dirigibles como medio de transporte. Uno de los motivos fue que se barnizó con óxido de hierro y polvo de aluminio (que forman una mezcla muy inflamable) y se llenó con hidrógeno altamente inflamable y explosivo.

  Este hecho facilitó que, durante el vuelo, se observara fuego de san Telmo debido a que el aire estaba cargado eléctricamente (había una tormenta eléctrica) y se prendió fuego repentinamente.

- El rayo globular es un fenómeno natural relacionado con las tormentas eléctricas. Son descargas de distintas formas posibles (esféricas, ovaladas, etc.) que suelen flotar y pueden hacer ruido hasta desaparecer. Este fenómeno es todavía inexplicable e impredecible.

13 Trabajo y energía

En contexto (Pág. 325)

a. Respuesta sugerida:

— Sí, es la variación de energía potencial gravitatoria ($m \cdot g \cdot h$) que, para el tren que baja, disminuye; mientras que para el que sube, aumenta.

Tipos de energía: energía eléctrica, térmica, nuclear, radiante, mecánica (cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica), química, etc.

En el movimiento de un funicular están involucradas la energía eléctrica y la mecánica (potencial gravitatoria y cinética).

El trabajo es una forma de transmisión de la energía.

— ¿De dónde proviene la energía? ¿Qué tipos hay? ¿Cómo se puede medir? ¿Cuánto consume una persona/familia de media? ¿Cómo se transforma un tipo de energía en otro y por qué?

— Conocer las distintas formas y fuentes de energía, cómo aprovecharlas, cuáles de ellas nos esperan en el futuro, profundizar en las renovables y saber por qué son tan importantes y necesarias. También, saber cuánta energía de la que consumimos proviene de las fuentes renovables, entender los conceptos de energía y de trabajo; conocer el principio de conservación de la energía, etc. La mejor manera de investigar es observando, experimentando, efectuando cálculos comparativos y leyendo información.

Fíjate (Pág. 327)

— Respuesta sugerida:

Porque hace ya unos años hemos pasado a vivir en una sociedad muy consumista y poco respetuosa con el medio ambiente, y esto nos hace ser totalmente dependientes de los diferentes tipos y fuentes de energía: electricidad (frigoríficos, ordenadores, móviles, etc.), gas natural (calefacción), petróleo (transporte, aviones, etc.).

Este modelo no es sostenible, ya que sobreexplota los recursos y es muy contaminante. Por eso se debería potenciar más el uso de energías renovables no contaminantes y, aparte, promover un decrecimiento del consumo.

Internet (Pág. 329)

— Desde la página de inicio de www.cem.es, ir a la pestaña *Divulgación* y elegir la opción *Utilidades* para consultar la tabla de conversión de unidades.

Del cálculo de los valores inversos de los de la tabla, obtenemos:

$1\ \text{J} = 10^7\ \text{erg} = 0{,}24\ \text{cal} = 6{,}3 \cdot 10^{18}\ \text{eV} = 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{kWh}$

$1\ \text{W} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{CV}$

Figura (Pág. 333)

— El arco va volviendo a su posición de equilibrio, con lo cual va disminuyendo su energía potencial elástica que se transforma en energía cinética para la flecha; es decir, la flecha sale disparada.

Problemas resueltos (Págs. 338 a 340)

1. Datos: $m = 4{,}6$ kg; $\varphi = 45°$; $W = 50$ J; $\mu = 0{,}40$

— Primero hemos de calcular F. Y, partiendo de que la velocidad es constante, sabemos que la resultante de las fuerzas se tiene que anular en las direcciones vertical y horizontal:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F\cos\varphi$$

$$F_x = F_r \qquad \begin{cases} F_x = F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{cases}$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo hecho por la fuerza F es el producto de su componente en la dirección del movimiento por el desplazamiento:

$$W = F_x \Delta x$$

— Aislamos el desplazamiento y sustituimos los valores:

$$\Delta x = \frac{W}{F_x} = \frac{W}{F\,\text{sen}\,\varphi} = \frac{W}{\mu\ m\ g\ \text{sen}\,\varphi}(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi)$$

$$\Delta x = \frac{50\ \text{J}}{0{,}4 \cdot 4{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{sen}\,45°} \cdot$$

$$\cdot\,(\text{sen}\,45° + 0{,}4 \cdot \cos 45°)$$

$$\Delta x = 3{,}9\ \text{m}$$

2. Datos: $F = 80$ N; $m = 25$ kg; $\Delta x = 10$ m; $\mu = 0{,}30$

— Calculamos la normal y la fuerza de rozamiento:

$$N = mg = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 245\ \text{N}$$

$$F_r = \mu N = 0{,}30 \cdot 245\ \text{N} = 73{,}5\ \text{N}$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo por ser esta perpendicular al desplazamiento.

$$W_N = 0$$

— Lo mismo ocurre con el peso.

$$W_p = 0$$

— Ahora calculamos el trabajo realizado por la fuerza F:

$$W_F = F\Delta x = 80\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 8{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}$$