13 Trabajo y energía

En contexto (Pág. 325)

a. Respuesta sugerida:

— Sí, es la variación de energía potencial gravitatoria $(m \cdot g \cdot h)$ que, para el tren que baja, disminuye; mientras que para el que sube, aumenta.

Tipos de energía: energía eléctrica, térmica, nuclear, radiante, mecánica (cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica), química, etc.

En el movimiento de un funicular están involucradas la energía eléctrica y la mecánica (potencial gravitatoria y cinética).

El trabajo es una forma de transmisión de la energía.

— ¿De dónde proviene la energía? ¿Qué tipos hay? ¿Cómo se puede medir? ¿Cuánto consume una persona/familia de media? ¿Cómo se transforma un tipo de energía en otro y por qué?

— Conocer las distintas formas y fuentes de energía, cómo aprovecharlas, cuáles de ellas nos esperan en el futuro, profundizar en las renovables y saber por qué son tan importantes y necesarias. También, saber cuánta energía de la que consumimos proviene de las fuentes renovables, entender los conceptos de energía y de trabajo; conocer el principio de conservación de la energía, etc. La mejor manera de investigar es observando, experimentando, efectuando cálculos comparativos y leyendo información.

Fíjate (Pág. 327)

— Respuesta sugerida:

Porque hace ya unos años hemos pasado a vivir en una sociedad muy consumista y poco respetuosa con el medio ambiente, y esto nos hace ser totalmente dependientes de los diferentes tipos y fuentes de energía: electricidad (frigoríficos, ordenadores, móviles, etc.), gas natural (calefacción), petróleo (transporte, aviones, etc.).

Este modelo no es sostenible, ya que sobreexplota los recursos y es muy contaminante. Por eso se debería potenciar más el uso de energías renovables no contaminantes y, aparte, promover un decrecimiento del consumo.

Internet (Pág. 329)

— Desde la página de inicio de www.cem.es, ir a la pestaña *Divulgación* y elegir la opción *Utilidades* para consultar la tabla de conversión de unidades.

Del cálculo de los valores inversos de los de la tabla, obtenemos:

$1\ \text{J} = 10^7\ \text{erg} = 0{,}24\ \text{cal} = 6{,}3 \cdot 10^{18}\ \text{eV} = 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{kWh}$

$1\ \text{W} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{CV}$

Figura (Pág. 333)

— El arco va volviendo a su posición de equilibrio, con lo cual va disminuyendo su energía potencial elástica que se transforma en energía cinética para la flecha; es decir, la flecha sale disparada.

Problemas resueltos (Págs. 338 a 340)

1. Datos: $m = 4{,}6$ kg; $\varphi = 45°$; $W = 50$ J; $\mu = 0{,}40$

— Primero hemos de calcular F. Y, partiendo de que la velocidad es constante, sabemos que la resultante de las fuerzas se tiene que anular en las direcciones vertical y horizontal:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F\cos\varphi$$

$$F_x = F_r \qquad \begin{cases} F_x = F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{cases}$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo hecho por la fuerza F es el producto de su componente en la dirección del movimiento por el desplazamiento:

$$W = F_x \Delta x$$

— Aislamos el desplazamiento y sustituimos los valores:

$$\Delta x = \frac{W}{F_x} = \frac{W}{F\,\text{sen}\,\varphi} = \frac{W}{\mu\, m\, g\ \text{sen}\,\varphi}(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi)$$

$$\Delta x = \frac{50\ \text{J}}{0{,}4 \cdot 4{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \text{sen}\,45°} \cdot$$

$$\cdot\,(\text{sen}\,45° + 0{,}4 \cdot \cos 45°)$$

$$\Delta x = 3{,}9\ \text{m}$$

2. Datos: $F = 80$ N; $m = 25$ kg; $\Delta x = 10$ m; $\mu = 0{,}30$

— Calculamos la normal y la fuerza de rozamiento:

$$N = mg = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 245\ \text{N}$$

$$F_r = \mu N = 0{,}30 \cdot 245\ \text{N} = 73{,}5\ \text{N}$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo por ser esta perpendicular al desplazamiento.

$$W_N = 0$$

— Lo mismo ocurre con el peso.

$$W_p = 0$$

— Ahora calculamos el trabajo realizado por la fuerza F:

$$W_F = F\Delta x = 80\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 8{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}$$

— Calculamos el trabajo que realiza la fuerza de fricción o rozamiento:

$$W_r = F_r \Delta x \cos\varphi = 73{,}5\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} \cdot \cos 180° = -7{,}4 \cdot 10^2\ \text{N}$$

3. Datos:

$$m = 20\ \text{g} = 0{,}02\ \text{kg};\ \Delta x = 18\ \text{cm} = 0{,}18\ \text{m};\ F_r = 7{,}1 \cdot 0^3\ \text{N}$$

— El trabajo realizado por la fuerza de resistencia es igual a la variación de energía cinética:

$$\left.\begin{aligned} W &= E_{cf} - E_{c0} \\ W &= F\Delta x \cos\varphi \end{aligned}\right\} E_{cf} - E_{c0} = F\Delta x \cos\varphi$$

— La energía cinética final es cero. En consecuencia:

$$-\frac{1}{2} m v_0^2 = F_r \Delta x \cos\varphi$$

$$v_0 = \sqrt{-\frac{2F_r \Delta x \cos\varphi}{m}} =$$

$$= \sqrt{-\frac{2 \cdot 7{,}1 \cdot 10^3\ \text{N} \cdot 0{,}18\ \text{m} \cdot \cos 180°}{0{,}02\ \text{kg}}} = 3{,}6 \cdot 10^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Datos: $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $E = 100\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$; $\Delta x = 4$ m

a) Calculamos el trabajo realizado por la fuerza a partir de su definición:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi = q \cdot E \cdot \Delta x \cdot \cos\varphi$$

$$W = 2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot 100\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot 4\ \text{m} \cdot \cos 0 = 8 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

b) Para calcular la diferencia de potencial eléctrico entre los dos puntos, que están separados una distancia de 4 m, tenemos en cuenta que:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V \Rightarrow V = -\frac{W}{q}$$

$$V = -\frac{8 \cdot 10^{-4}\ \text{J}}{2 \cdot 10^{-6}\text{C}} = -400\ \text{V}$$

5. Datos: $q_1 = q_2 = +10^{-5}$ C; $q_3 = +10^{-7}$ C

— Calculamos el potencial electrostático en el punto $C\,(4, 0)$ aplicando el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2}$$

Donde r_1 y r_2 son las distancias, respectivamente, de las cargas q_1 y q_2 al punto C. Estas distancias son las siguientes:

$$r_1 = 4\ \text{m};\ r_2 = 5\ \text{m}$$

— Sustituyendo, obtenemos:

$$V = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\text{C}}{4\ \text{m}} + 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\ \text{C}}{5\ \text{m}}$$

$$V = 4 \cdot 10^4 \text{V}$$

Si se abandonara una carga puntual positiva en el punto $C\,(4, 0)$, se movería espontáneamente alejándose de q_1 y q_2; pues al tener la misma carga se vería repelida. A la misma conclusión podríamos haber llegado si tenemos en cuenta que las cargas positivas se mueven espontáneamente de mayor a menor potencial, pues el potencial que generan ambas cargas disminuye conforme nos alejamos de ellas.

6. Datos: $q = +2$ C; $\Delta V = -5$ V

El trabajo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = -2\ \text{C} \cdot (-5\ \text{V}) = 10\ \text{J}$$

7. Datos: $Q_1 = +2 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_2 = -5 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_3 = +4 \cdot 10^{-6}$ C; $r_{1A} = 0{,}8$ m; $r_{1B} = 0{,}5$ m; $r_{2A} = 1$ m; $r_{2B} = 0{,}5$ m; $r_{3A} = 0{,}6$ m; $r_{3B} = 0{,}5$ m

a) Calculamos el potencial electrostático en el punto A aplicando el principio de superposición y sustituyendo los datos que nos dan:

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1A}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2A}} + \text{K}\frac{Q_3}{r_{3A}}$$

$$V_A = 37\,500\ \text{V}$$

Calculamos el potencial electrostático en el punto A aplicando el principio de superposición y sustituyendo los datos que nos dan:

$$V_B = V_1 + V_2 + V_3 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1B}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2B}} + \text{K}\frac{Q_3}{r_{3B}}$$

$$V_B = 18\,000\ \text{V}$$

Así, la diferencia de potencial entre A y B será:

$$V_A - V_B = (37\,500 - 18\,000)\ \text{V} = 19\,500\ \text{V}$$

b) El trabajo es igual a la disminución de la energía potencial eléctrica de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = -3 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot (-19\,500\ \text{V})$$

$$W = -5{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

c) El resultado anterior nos indica que el movimiento de la carga es espontáneo, por lo que es el propio campo eléctrico el que realiza el trabajo. Así pues, el trabajo que efectúa el campo eléctrico es igual al calculado en el apartado anterior.

8. Datos: $m = 20$ kg; $v = 1{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $k = 350\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$

La energía cinética de la piedra va disminuyendo y se va transformando en energía potencial elástica del muelle hasta llegar a su máxima compresión. En esta situación, toda la energía cinética inicial de la piedra se ha transformado en energía potencial elástica del sistema muelle-piedra. Entonces se invierte el proceso y se vuelve a la situación inicial, puesto que en este caso no hay rozamiento.

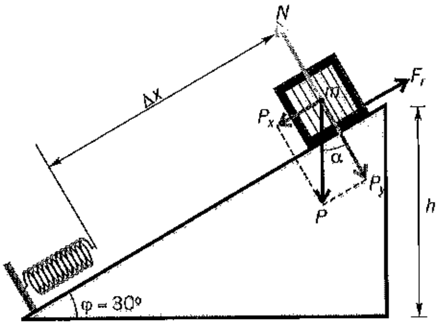
$$\Delta E_m = 0;\ E_{c0} = E_{pf}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v = \sqrt{\frac{20\ \text{kg}}{350\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}}} \cdot 1{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 0{,}24\ \text{m}$$

9. Datos:

$m = 6{,}0$ kg; $h = 1{,}2$ m; $k = 400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $\mu = 0{,}40$; $\varphi = 30°$



a) La variación de la energía mecánica es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$\Delta E_m = W_r = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$-F_r \Delta x = \frac{1}{2} m v_f^2 - mgh$$

Calculamos el desplazamiento del bloque hasta el muelle:

$$\Delta x = \frac{h}{\operatorname{sen}\varphi} = \frac{1{,}2\ \text{m}}{\operatorname{sen} 30°} = 2{,}4\ \text{m}$$

Y calculamos la velocidad:

$$v_f = \sqrt{2\frac{-\mu \cancel{m} g \Delta x \cos\varphi + \cancel{m} gh}{\cancel{m}}} =$$

$$= \sqrt{2\cdot(-0{,}4\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 2{,}4\ \text{m}\cdot\cos 30° + 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 1{,}2\ \text{m})} =$$

$$= 2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Toda la energía cinética del bloque se transforma en potencial elástica, ya que ahora la energía mecánica se conserva (se supone que no hay rozamiento).

$$\Delta E_m = 0;\ E_{cf} = E_p$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v = \sqrt{\frac{6{,}0\ \text{kg}}{4\,000\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} \cdot 2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}33\ \text{m}$$

Nota: Si se repite el cálculo suponiendo que sí hay rozamiento, sale el mismo resultado; tomando el mismo número de cifras significativas. Ello se debe a que la deformación del muelle es muy pequeña, con lo que el trabajo de la fuerza de rozamiento también es muy pequeño.

c) La velocidad inicial es la hallada en el primer apartado, pero ahora la energía mecánica no se conserva. Por eso, la altura a la que llega el bloque será menor que la inicial:

$$\Delta E_m = W_r = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\left.\begin{aligned} -F_r d &= -\frac{1}{2} m v^2 + mgy \\ d &= \frac{y}{\operatorname{sen}\varphi} \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \frac{y}{\operatorname{sen}\varphi} \cos\varphi = -\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 + \cancel{m} g y$$

$$y = -\frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{-\frac{\mu}{\operatorname{tg}\varphi} - 1}\right) = -\frac{(2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}\left(\frac{1}{-\frac{0{,}4}{\operatorname{tg} 30°} - 1}\right)$$

$$y = 0{,}22\ \text{m}$$

10. Datos:

$E = 9{,}0\cdot 10^4$ J; $h = 15$ m; $m_m = 1550$ kg; $m_c = 1200$ kg

— El motor hace un trabajo no conservativo que se transmite en forma de variación de energía potencial:

$$W = \Delta E_m = \Delta E_p = m_m gh - m_c gh = (m_m - m_c)gh =$$

$$= (1550\ \text{kg} - 1200\ \text{kg})\cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 15\ \text{m} = 5{,}1\cdot 10^4\ \text{J}$$

— Calculamos la eficiencia energética a partir de la relación entre el trabajo necesario y la energía total consumida:

$$\eta = \frac{E_{\text{útil}}}{E_{\text{cons}}} = \frac{W}{E} = \frac{5{,}1\cdot 10^4\ \cancel{\text{J}}}{9{,}0\cdot 10^4\ \cancel{\text{J}}} = 0{,}57 = 57\ \%$$

11. Datos:

$m = 800$ kg; $h = 7{,}0$ m; $t = 5{,}0$ s; $P = 4{,}0$ kW; $\eta = 85\ \%$

— Primero hallamos la energía consumida para, a continuación, calcular la energía útil del proceso a partir de la eficiencia:

$$W_c = P\Delta t = 4{,}0\ \text{kW}\cdot 5{,}0\ \text{s} = 2{,}0\cdot 10^4\ \text{J}$$

$$W_u = \eta W_c = 0{,}85\cdot 2{,}0\cdot 10^4\ \text{J} = 1{,}7\cdot 10^4\ \text{J}$$

— Aislamos la masa del contrapeso de la ecuación que relaciona el trabajo con la variación de energías potenciales del ascensor y su contrapeso:

$$W_u = \Delta E_m = \Delta E_p = \Delta E_{pa} + \Delta E_{pc} = m_a gh - m_c gh$$

$$m_c = m_a - \frac{W_u}{gh} = 800\ \text{kg} - \frac{1{,}7\cdot 0^4\ \text{J}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 7{,}0\ \text{m}} =$$

$$= 5{,}5\cdot 10^2\ \text{kg}$$

Ejercicios y problemas (Págs. 341 a 344)

1 LA ENERGÍA Y SU RITMO DE TRANSFERENCIA — Pág. 341

12. Energía eléctrica (petróleo, reacciones nucleares, viento, sol), térmica (carbón, biomasa, calor interno de la Tierra), energía química (reacciones químicas de nuestro cuerpo y de las combustiones).

Además de renovable, tiene que ser el mínimo de contaminante posible. También es conveniente que sea económicamente rentable.

13. Datos: $F = 26$ N; $\Delta x = 4{,}0$ m; $\varphi = 120°$

Hallamos el trabajo efectuado por la fuerza:

$$W = F\Delta x\cos\varphi = 26\ \text{N}\cdot 4{,}0\ \text{m}\cdot\cos 120° = -52\ \text{J}$$

14. Datos: $W = 12 \cdot 10^4$ J; $t = 1$ min $= 60$ s

Calculamos la potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{12 \cdot 10^4 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 2\,000 \text{ W} = 2{,}0 \text{ kW}$$

15. La energía acústica pertenece a la energía mecánica (variaciones de energía cinética y potencial).

La energía de las microondas pertenece a la energía radiante (radiación electromagnética).

16. **G. W. Leibniz** (1646-1716). Estudió los experimentos de caída libre de Galileo y se dio cuenta de que el impacto del objeto tenía que depender de su peso y su velocidad de caída (la cual está relacionada con h). Puso nombre a este impacto: *vis viva* (fuerza viva), que definió con la fórmula matemática equivalente al doble de la energía cinética que hoy conocemos.

J. L. Lagrange (1736-1813). Reformuló la mecánica clásica newtoniana con un método que consiste en tratar la energía cinética y la potencial como variables del problema (en vez de seguir el movimiento de cada parte), escritas en función de cualquier tipo de coordenadas. A él se debe la formulación matemática del teorema de conservación de la energía mecánica.

J. R. Mayer (1814-1878). Médico de profesión, fue el primero (a la vez que Joule) en comprobar la transformación de trabajo mecánico en calor, y viceversa, obteniendo un valor para la caloría. En su obra *El movimiento orgánico* enunció el principio de conservación de la energía, aunque él la designaba con el término de *fuerza*.

W. J. M. Rankine (1820-1872). Ingeniero al que debemos la utilización del término *energía* en el sentido amplio que utilizamos actualmente. Estudió la termodinámica y estableció un ciclo de conversión de calor en trabajo. Distinguió entre la energía real perdida en los procesos dinámicos y la energía potencial por la que se reemplaza. Y estableció que la suma de las dos energías es constante. Así pues, Rankine formuló una ciencia de la energética que daba cuenta de una dinámica en términos de energía y sus transformaciones en lugar de fuerza y movimiento.

17. El trabajo efectuado por la fuerza es cero, ya que no hay desplazamiento:

$$W = F\Delta x = 0$$

18. Una fuerza se dice que desarrolla un trabajo motor si al menos una de sus componentes va en el mismo sentido que el desplazamiento, formando un ángulo comprendido entre:

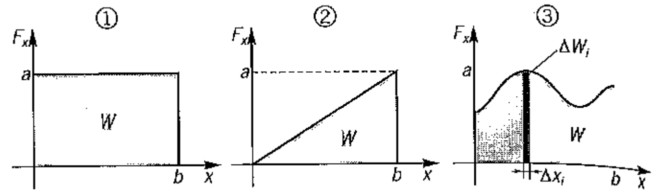
$$-90° < \varphi < 90°$$

Y en el caso que se oponga a dicho movimiento, entonces estará haciendo un trabajo resistente. El intervalo del ángulo entre la fuerza y el sentido del movimiento será:

$$90° < \varphi < 270°$$

— En este caso desarrolla un trabajo motor, ya que cumple la primera condición.

19.



El trabajo es el área que queda debajo de la función. Por eso, en un caso simple (rectángulo, triángulo, etc.) solo hace falta calcular la correspondiente área de base Δx y altura F. Pero en un caso más complejo se tendría que integrar (es decir, sumar el producto de cada valor de F por su intervalo de x correspondiente).

$$W_1 = ba; \quad W_2 = \frac{1}{2}ba; \quad W_3 = \sum_i F_i \Delta x_i$$

20. Sí. Por ejemplo, en una combustión. En este caso se libera energía térmica y luminosa a partir de la energía química almacenada en los enlaces químicos. O bien, si se sostiene un peso sin desplazarlo no se produce trabajo sobre este, pero sí que se produce calor a partir de la energía química de los músculos. (Cabe destacar que, en realidad, sí que hay trabajo a nivel microscópico, pero como hablamos a nivel macroscópico no hace falta considerarlo).

21. Datos: $P = 8{,}6 \cdot 10^{16}$ W; $t = 1$ h $= 3{,}6 \cdot 10^3$ s

La energía solar que se absorbe en una hora se calcula de la siguiente forma:

$$E = P \cdot t = 8{,}6 \cdot 10^{16} \text{ W} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3{,}1 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

22. Datos: $P = 1{,}40$ kW; $t = 1$ h $= 3{,}6 \cdot 10^3$ s

La energía empleada por la fresadora es:

$$E = P \cdot t = 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \text{ s} = 5{,}04 \cdot 10^6 \text{ J}$$

La energía eléctrica se transforma en energía mecánica.

23. Sí. Por ejemplo, si aplicas una fuerza a un cuerpo y vas realizando trabajo puede haber instantes en que la fuerza sea perpendicular al desplazamiento; con lo cual el trabajo y la potencia son nulas en ese instante. Sin embargo, el valor medio de la potencia puede ser no nulo debido al resto de las contribuciones.

24. Datos: $m = 12$ kg; $v = 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Calculamos la potencia que el motor comunica a la polea:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = Fv = mgv =$$

$$= 12 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1{,}4 \cdot 10^2 \text{ W}$$

25. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $d = 5{,}0$ m; $t = 15$ s; $\mu = 0{,}40$

a) El trabajo, y por lo tanto también la potencia, de la fuerza normal y del peso es cero porque son perpendiculares al desplazamiento:

$$W_N = W_p = 0; \; P = 0$$

Como la velocidad es constante, la resultante de las fuerzas debe ser nula:

$$F = F_r = \mu mg$$

$$N = mg$$

Hallamos el trabajo realizado por F y F_r:

$$W_F = F\Delta x = \mu\, m\, g\, \Delta x \cos\varphi =$$

$$= 0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m} \cdot \cos 0° = 1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$W_r = F\Delta x = \mu\, m\, g\, \Delta x \cos\varphi =$$

$$= 0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m} \cdot \cos 180° = -1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Determinamos el valor absoluto de la potencia, que tendrá el mismo valor para las dos fuerzas:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{1{,}6 \cdot 10^2 \text{ J}}{15 \text{ s}} = 11 \text{ W}$$

b) En este caso, la fuerza normal y del peso tampoco producen trabajo:

$$W_N = W_p = 0;\ P = 0$$

Hallamos F utilizando que en las direcciones vertical y horizontal la resultante de las fuerzas debe ser nula:

$$F_y + N = mg;\ F_y = F \operatorname{sen}\varphi$$

$$F_x = F_r \begin{cases} F_x = F\cos\varphi \\ F_r = \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\operatorname{sen}\varphi) \end{cases}$$

$$F\cos\varphi = \mu(mg - F\operatorname{sen}\varphi);\ F = \frac{\mu\, m\, g}{\cos\varphi + \mu\operatorname{sen}\varphi}$$

Determinamos el trabajo de la componente F_x de la fuerza:

$$W_F = F_x\Delta x = F\cos\varphi\Delta x = \frac{\mu mg}{\cos\varphi + \mu\operatorname{sen}\varphi}\cos\varphi\Delta x =$$

$$= \frac{0{,}40 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{\cos 50° + 0{,}40 \cdot \operatorname{sen} 50°}\cos 50° \cdot 5{,}0 \text{ m} = 1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Calculamos el trabajo de F_r utilizando que la suma de los trabajos realizados debe ser cero.

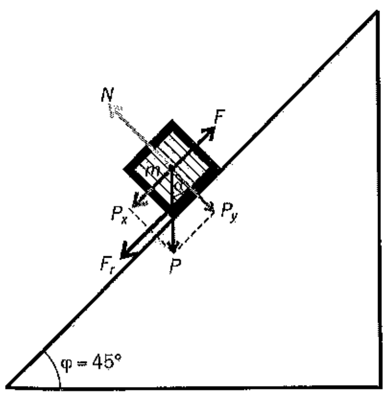
$$W_F + W_r = 0;\ W_r = -W_F = -1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Calculamos la potencia en valor absoluto, que es la misma para las dos fuerzas:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{1{,}1 \cdot 10^2 \text{ J}}{15 \text{ s}} = 7{,}3 \text{ W}$$

26. Datos:

$m = 8{,}0$ kg; $\varphi = 45°$; $d = 4{,}0$ m; $t = 12$ s; $\mu = 0{,}45$



— Sabemos que la resultante de las fuerzas se anula en todas las direcciones.

$$N = mg\cos\varphi$$

$$F = F_r + mg\operatorname{sen}\varphi$$

— El trabajo de la fuerza normal es nulo:

$$W_N = 0$$

— Calculamos el trabajo de la componente de la fuerza peso en la dirección del plano:

$$W_P = F_P\Delta x = mg\operatorname{sen}\varphi\Delta x\cos 180° =$$

$$= 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \operatorname{sen} 45° \cdot 4{,}0 \text{ m} \cdot (-1) = -2{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Calculamos el trabajo de la fuerza de rozamiento:

$$W_r = F_r\Delta x = \mu N = \mu\, m\, g \cos\varphi\, \Delta x \cos 180° =$$

$$= 0{,}45 \cdot 8{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \cos 45° \cdot 4{,}0 \text{ m} \cdot (-1) =$$

$$= -1{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Determinamos el trabajo de F utilizando que la suma de los trabajos realizados debe ser cero, puesto que no hay variación de energía cinética del sistema:

$$W_F + W_r + W_P = 0;\ W_F = -W_r - W_P = 3{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

— Hallamos las potencias correspondientes:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

$$P_N = 0;\ P_P = \frac{2{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 18 \text{ W};$$

$$P_r = \frac{1{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 8{,}3 \text{ W};\ P_F = \frac{3{,}2 \cdot 10^2 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 27 \text{ W}$$

27. El trabajo de una fuerza centrípeta es cero porque esta fuerza siempre actúa perpendicularmente al desplazamiento del cuerpo.

28. Le ha impulsado la fuerza de reacción que el jugador ha hecho contra el suelo (tiene que ser mayor que su peso). El trabajo es el valor de la fuerza por el desplazamiento de sus piernas (desde el punto máximo de flexión de las piernas hasta que los pies dejan de tocar el suelo). La energía ha salido de los músculos (energía química y mecánica).

29. Datos:

$\varphi = 25$ cm $= 0{,}25$ m; $w = 90$ rev$\cdot$min^{-1} $= 3\pi$ rad$\cdot$s^{-1};

$F = 12$ N; $\mu = 0{,}35$

— Hallamos la fuerza de rozamiento:

$$F_r = \mu N = 0{,}35 \cdot 12 \text{ N} = 4{,}2 \text{ N}$$

— Y calculamos la potencia:

$$P = \frac{\Delta W_r}{\Delta t} = F_r v = F_r w r =$$

$$= 4{,}2 \text{ N} \cdot 3\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 0{,}125 \text{ m} = 4{,}9 \text{ W}$$

2 LA ENERGÍA CINÉTICA Págs. 341 y 342

30. Datos:

$m = 145$ g $= 0{,}145$ kg; $v = 12{,}0$ cm·s^{-1} $= 0{,}12$ m·s^{-1}

Calculamos la energía cinética aplicando la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}145\ \text{kg} \cdot (0{,}12\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 1{,}04 \cdot 10^{-3}\ \text{J} = 1{,}04\ \text{mJ}$$

31. El teorema de las fuerzas vivas nos dice que el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética. O, análogamente, la suma de todos los trabajos sobre un cuerpo coincide con la variación de su energía cinética.

32. Datos: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $v_1 = v$; $v_2 = \frac{2}{3}v$

Hallamos la energía cinética del padre *(E_{c2})* en función de la del hijo *(E_{c1})*, y obtenemos que es 8/9 veces la del hijo:

$$E_{c1} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m\left(\frac{2}{3}v^2\right)^2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}mv^2 = \frac{8}{9}E_{c1}$$

33. Datos: $m = 60$ kg; $v_f = 9{,}0$ m·s^{-1}; $P = 400$ W

— Partiendo del teorema de las fuerzas vivas, hallamos el trabajo realizado; que corresponde a la energía proporcionada por los músculos:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 60\ \text{kg} \cdot (9{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 2\,430\ \text{J} = 2{,}4\ \text{kJ}$$

— Aislamos el tiempo de la definición de potencia y lo calculamos:

$$P = \frac{W}{\Delta t};\ \Delta t = \frac{W}{P} = \frac{2\,430\ \text{J}}{400\ \text{W}} = 6{,}0\ \text{s}$$

34. Datos:

$m = 0{,}5$ kg; $v = 35$ m·s^{-1}; $m_1 = 0{,}2$ kg; $v_1 = 50$ m·s^{-1};

$m_2 = 0{,}3$ kg; $v_2 = 80$ m·s^{-1}

Calculamos la variación de energía cinética:

$$\Delta E_c = E_f - E_0 = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right) - \frac{1}{2}mv^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot (50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\ \text{kg} \cdot (80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\ \text{kg} \cdot (35\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 903{,}8\ \text{J} = 0{,}9\ \text{kJ}$$

Este aumento de energía cinética proviene de la energía térmica del cohete que, a su vez, proviene de la energía química del combustible.

35. Datos:

$m = 950$ kg; $v_0 = 80$ km·s^{-1} $= 22$ m·s^{-1}; $W = 1{,}1 \cdot 10^5$ J

Calculamos la velocidad final aislándola de la expresión del teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m} + v_0^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^5\ \text{J}}{950\ \text{kg}} + (22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 27\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

36. Datos: $h_1 = 2{,}8$ m; $m = 0{,}55$ kg; $h_2 = 12$ cm $= 0{,}12$ m

— Utilizamos las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) para hallar el tiempo de caída y la velocidad final:

$$\Delta y = h_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}gt^2;\ t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$$v = at = g\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{2gh_1}$$

— Calculamos la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}gh =$$

$$= 0{,}55\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2{,}8\ \text{m} = 15\ \text{J}$$

— Aislamos la fuerza de rozamiento de la siguiente expresión:

$$W = F_r\Delta x;\ F_r = \frac{W}{\Delta x} = \frac{E_c}{h_2} = \frac{15\ \text{J}}{0{,}12\ \text{m}} = 1{,}3 \cdot 10^2\ \text{N}$$

37. La energía cinética no depende de la dirección ni del sentido del desplazamiento, ya que se calcula con el módulo de la velocidad.

Sí que depende del sistema de referencia inercial (SRI), ya que la velocidad de un cuerpo es relativa al sistema de referencia.

El teorema de las fuerzas vivas es válido para cualquier SRI, pero si se comparan valores entre distintos sistemas de referencia no coincidirán; ya que las velocidades son relativas. Por tanto, al aplicar el teorema de las fuerzas vivas, hay que mantener el SRI elegido y efectuar todos los cálculos con respecto a dicho sistema.

38. Datos: $m = 60$ kg; $h = 10$ m; $F = 700$ N

— Hallamos la aceleración y el tiempo con el que sube la mujer hasta llegar al helicóptero, suponiendo un MRUA:

$$F - mg = ma;\ a = \frac{F}{m} - g$$

$$\Delta y = h = \frac{1}{2}at^2;\ t = \sqrt{\frac{2h}{\frac{F}{m} - g}}$$

— Y lo sustituimos para calcular la velocidad:

$$v = at = \left(\frac{F}{m} - g\right)\sqrt{\frac{2h}{\frac{F}{m} - g}} = \sqrt{2h\left(\frac{F}{m} - g\right)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10\ \text{m} \cdot \left(\frac{700\ \text{N}}{60\ \text{kg}} - 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\right)} = 6{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

— Otra forma más fácil de solucionar este problema es aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = (F - mg)\Delta y = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

— De esta expresión, aislamos y calculamos la velocidad. Fíjate que obtenemos la misma expresión que con la aplicación de las fórmulas del MRUA:

$$v = \sqrt{\frac{2(F - mg)\cdot \Delta y}{m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot (700\ \text{N} - 60\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot 10\ \text{m}}{60\ \text{kg}}}$$

$$v = 6{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3 LA ENERGÍA POTENCIAL Págs. 342 y 343

39. Es la energía que tiene un cuerpo debido a la posición que ocupa. O también puede pensarse como una medida del trabajo que un sistema puede realizar en función de su posición.

40. Datos: $m = 65$ kg; $h_1 = 2\,430$ m; $h_2 = 3\,810$ m

Hallamos la variación de energía potencial gravitatoria:

$$\Delta E_p = mg(h_2 - h_1) =$$

$$= 65\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (3\,810\ \text{m} - 2\,430\ \text{m}) = 8{,}8 \cdot 10^5\ \text{J}$$

41. La energía potencial de un muelle que no está ni comprimido ni alargado es cero, porque, por convenio, es el estado que se toma como origen de la energía potencial elástica.

42. Datos: $Q = +5 \cdot 10^{-6}$ C; $r = 5$ m; $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C

a) El potencial eléctrico que una carga crea a una cierta distancia de ella es una magnitud escalar que se calcula de la manera siguiente:

$$V = K\frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5\ \text{m}} = 9\,000\ \text{V}$$

b) La energía potencial eléctrica de una carga puntual q será:

$$E_P = qV = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 9\,000\ \text{V} = 0{,}018\ \text{J}$$

43. Sí. Es posible si, por ejemplo, los dos puntos se encuentran a la misma distancia de la carga que genera el potencial eléctrico. En tal caso, al ser igual la distancia, el potencial será el mismo en cualquier punto que equidiste de la carga (el conjunto de todos estos puntos recibe el nombre de superficie equipotencial).

44. Sí. Un ejemplo es el de objetos de igual masa situados en puntos distintos, pero todos ellos a la misma altura con respecto a la superficie terrestre, tienen la misma energía potencial gravitatoria.

— Otro ejemplo es el de dos muelles de igual longitud y constante elástica k: uno de ellos alargado hasta la posición x y el otro alargado hasta la posición $-x$. En estos dos puntos hay la misma energía potencial elástica.

45. Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado para desplazar un cuerpo es independiente del camino, y por lo tanto solo depende de su posición inicial y final. La fuerza de la gravedad, la elástica y la electrostática son conservativas; mientras que la fuerza de rozamiento y la magnética no lo son. Otro ejemplo de fuerza no conservativa es la que ejercemos al tirar de un objeto con una cuerda.

46. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $h = 1{,}6$ m

El trabajo se invierte en aumentar la energía potencial gravitatoria de la ropa:

$$W = \Delta E_p = mgh = 8{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}6\ \text{m} = 1{,}3 \cdot 10^2\ \text{J}$$

$$W = F\Delta x = \Delta E_p$$

47. El trabajo será el mismo para los tres planos, ya que solo depende de las posiciones inicial y final (siempre y cuando no haya rozamiento). Pero el plano inclinado de 30° nos permite subir el saco realizando una fuerza menor, aunque con un desplazamiento mayor.

48. Datos: $m = 30$ L = 30 kg; $W = 1{,}47$ kJ = $1{,}47 \cdot 10^3$ J

— Calculamos la profundidad del pozo a partir del trabajo realizado en contra de la fuerza gravitatoria para sacar el agua:

$$W = mgh;\ h = \frac{W}{mg} = \frac{1{,}47 \cdot 10^3\ \text{J}}{30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 5{,}0\ \text{m}$$

— Calculamos la energía potencial del agua en el fondo del pozo, teniendo en cuenta la definición de energía potencial gravitatoria:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} = -E_{p0} = -mgh =$$

$$= 30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5\ \text{m} = -1{,}47\ \text{kJ}$$

El signo negativo es debido a que hemos tomado la energía potencial final como origen de energía potencial y, por lo tanto, su valor es nulo.

49. Datos: $\Delta x = 3$ cm $= 3 \cdot 10^{-2}$ m

— Aislamos la deformación de la definición de energía potencial elástica:

$$E_p = E = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2;\ \Delta x = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

— Y calculamos la deformación para una energía la mitad de E:

$$\Delta x' = \sqrt{\frac{2}{k}\frac{E}{2}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{\sqrt{2}} = 2\ \text{cm}$$

50. Datos: $k = 90\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $\Delta x = 12\ \text{cm} = 0{,}12\ \text{m}$

Calculamos la energía potencial de un muelle y la multiplicamos por tres:

$$E_p = 3 \cdot \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 90\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1} \cdot (0{,}12\ \text{m})^2 = 1{,}9\ \text{J}$$

51. a) Si la carga se mueve en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, lo hace de tal manera que su potencial disminuye; las cargas positivas se mueven espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes, por lo que su energía potencial disminuirá. A la misma conclusión podríamos haber llegado si tenemos en cuenta que la fuerza eléctrica sobre la carga tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico.

b) Si la carga se mueve en dirección perpendicular al campo eléctrico, se moverá describiendo una trayectoria parabólica; al tener la fuerza eléctrica la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, entonces se moverá espontáneamente; de manera que su energía potencial disminuirá.

Si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida, entonces las posiciones inicial y final coinciden; por lo que el trabajo será nulo y la energía potencial eléctrica, constante.

52. a) De acuerdo con el principio de superposición, el potencial eléctrico que generan ambas cargas es la suma (escalar) de los potenciales que cada una crea por separado. Si ambas cargas son positivas, los potenciales que crean a su alrededor también son positivos; por lo que el potencial a su alrededor nunca podrá anularse.

b) La energía potencial de un sistema de dos cargas es directamente proporcional a los valores de las cargas e inversamente proporcional a la distancia que las separa:

$$E_P = K \frac{Qq}{r}$$

Si las cargas se separan una distancia igual al doble de la inicial, la energía potencial de ambas —que es positiva por ser positivas las dos cargas— se verá reducida a la mitad.

53. a) Si una carga Q pasa de A a B se mueve de menor a mayor potencial. Entonces, la variación de su energía potencial depende de la diferencia de potencial de la manera siguiente:

$$\Delta E_P = q \cdot \Delta V$$

Como $\Delta V > 0$, entonces deducimos que la energía potencial aumentará si la carga Q es positiva y disminuirá si es negativa.

b) El potencial que una carga Q genera a su alrededor depende de dicha carga y de la distancia:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Como el potencial disminuye conforme nos alejamos de la carga Q, deducimos que será una carga positiva.

54. Datos: $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$; $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$; $d = 0{,}1\ \text{m}$

De acuerdo con el principio de superposición, el potencial eléctrico total que generan ambas cargas es igual a la suma (escalar) de los potenciales que crea cada carga por separado. Sea x la distancia entre q_1 y el punto —intermedio entre ambas cargas— donde se anula el campo. Entonces, tendremos:

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{x} + K \frac{q_2}{d - x} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-6}}{x} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0{,}1 - x} \Rightarrow x = 0{,}033\ \text{m}$$

Así pues, el potencial eléctrico se anulará a 3 cm de q_1 y a 7 cm de q_2.

55. Datos: $v = 5{,}0 \cdot 10^5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $E = 50\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$

Si un electrón penetra en un campo eléctrico de igual dirección y sentido que su velocidad, la fuerza eléctrica que actúa sobre él tiene sentido contrario a su velocidad; por lo que acabará por detenerse. El campo eléctrico es conservativo, por lo que la energía mecánica del electrón permanecerá constante durante su movimiento:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_P = 0$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = q\Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{mv^2}{2q}$$

$$\Delta V = \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31}\text{kg} \cdot (5{,}0 \cdot 10^5\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 0{,}71\ \text{V}$$

Hallamos finalmente la distancia que recorre el electrón sabiendo que el campo eléctrico y la diferencia de potencial están relacionados de la manera siguiente:

$$E = \frac{-V}{r} \Rightarrow r = \frac{-V}{E} = \frac{0{,}71\ \text{V}}{50\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1}} = 1{,}4\ \text{cm}$$

56. Datos: $q_1 = q_2 = -1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$; $q_3 = -1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$; $r_{1P} = r_{2P} = 5\ \text{m}$

La energía potencial de una carga depende de dicha carga y del potencial eléctrico al que se encuentra sometida. Calculamos el potencial eléctrico total aplicando el principio de superposición:

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{r_{1P}} + K \frac{q_2}{r_{2P}}$$

$$V = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5} = -4\,320\ \text{V}$$

Finalmente, la energía potencial de la carga será:

$$E_P = q_3 \cdot V = -1{,}5 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot (-4\,320\ \text{V}) = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

57. Datos: $E = 2000\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$; $V = 6000\ \text{V}$

a) Para calcular la carga Q que crea el campo y la distancia entre ella y el punto P (r), aplicamos las respectivas definiciones de campo eléctrico y potencial eléctrico generados por una carga a una cierta distancia de ella:

$$E = K\frac{Q}{r^2} \Rightarrow 2\,000\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1} = K\frac{Q}{r^2}$$

$$V = K\frac{Q}{r} \Rightarrow 6\,000\ \text{V} = K\frac{Q}{r}$$

Podemos resolver el sistema de ecuaciones, dividiendo miembro a miembro, para obtener:

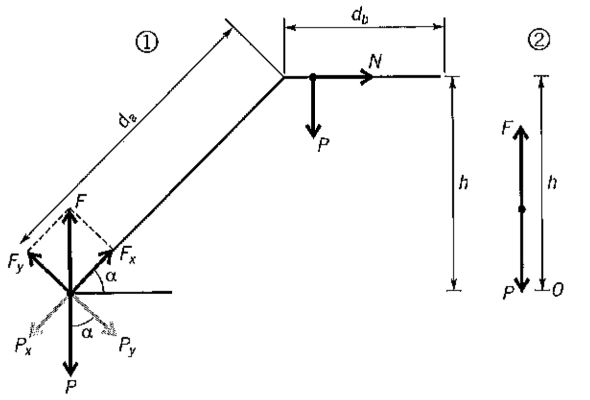
$$r = 3\ \text{m};\ Q = 2 \cdot 10^{-6}\text{C} = 2\ \mu\text{C}$$

b) El trabajo que debe realizarse para desplazar una carga de un punto a otro de un campo eléctrico depende de la carga y de la diferencia de potencial entre ambos puntos:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V$$

Ahora bien, si la carga se mueve desde el punto (3, 0) hasta el punto (0, 3) lo hace entre dos puntos que se encuentran al mismo potencial por encontrarse a la misma distancia de la carga *(Q)* que genera el campo. Por tanto, el trabajo realizado será nulo (podemos decir que q se mueve sobre una superficie equipotencial). Asimismo, no es necesario especificar la trayectoria seguida porque la carga se mueve dentro de un campo eléctrico, que es conservativo; por lo que el trabajo realizado para desplazarla no depende de la trayectoria que siga, sino únicamente de las posiciones inicial y final.

58.



— Buscamos la relación trigonométrica entre d_A, h y α:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{d_A} \rightarrow d_A = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$

— Calculamos el trabajo realizado por la fuerza peso en el primer caso, en el que solo contribuye la componente del peso opuesta al desplazamiento:

$$\begin{cases} W_A = Fd_A = mg\,\text{sen}\,\alpha \cdot \dfrac{h}{\text{sen}\,\alpha} \cdot \cos 180^\circ = -mgh \\ W_B = Fd_B = mgd_B \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

$$W_1 = W_A + W_B = -mgh$$

— Calculamos el trabajo obtenido con el desplazamiento vertical:

$$W_2 = F\Delta x = mgh \cdot \cos 180^\circ = -mgh$$

El trabajo es el mismo en los dos casos, ya que la fuerza gravitatoria es conservativa. El signo negativo se debe a que el peso se opone al movimiento del objeto.

59. Datos: $k = 400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $m = 2{,}0$ kg

a) El trabajo de la fuerza normal del techo es cero, ya que en todo momento actúa sobre un punto en reposo que no realiza ningún desplazamiento:

$$W_N = 0$$

El muelle estará en la nueva posición de equilibrio cuando la fuerza del peso esté en equilibrio con la fuerza elástica. En esta situación, aislamos el alargamiento:

$$\left.\begin{array}{l} F = mg \\ F - k\Delta x \end{array}\right\} mg = k\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{2{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} = 4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

b) El trabajo efectuado por la fuerza del muelle es igual a la variación de la energía potencial elástica cambiada de signo:

$$W = -\Delta E_p = -\frac{1}{2}k \cdot (\Delta x)^2 =$$

$$= -\frac{1}{2}400\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}(4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 = -0{,}48\ \text{J}$$

60. Datos: $m = 0{,}5$ kg; $k = 100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

Las fuerzas que actúan son la del peso del móvil, la elástica del muelle, la fuerza normal del techo (de acción y reacción) y una fuerza exterior contraria al movimiento (p. ej., una mano que sujeta). Pero solo las dos primeras y la externa realizan trabajo.

— Calculamos el desplazamiento usando el hecho de que, en la posición final, el peso y la fuerza elástica están en equilibrio:

$$mg = k\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}} =$$

$$= 4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

— Calculamos el trabajo realizado por la fuerza peso:

$$W = F\Delta x = mg\Delta x = 0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m} =$$

$$= 0{,}24\ \text{J}$$

— Hallamos la energía potencial elástica del muelle:

$$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 100\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1} \cdot (4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 =$$

$$= 0{,}12\ \text{J}$$

Estos dos valores no coinciden porque el peso es una fuerza constante, mientras que la fuerza del muelle va aumentando hasta que se equilibran las dos. Esto se explica debido a que hay una tercera fuerza externa que compensa esta diferencia y permite llegar al equilibrio gradualmente (donde se cumple $m \cdot g = k \cdot x$), ya que si no, el muelle se pondría a oscilar indefinidamente.

El trabajo de la fuerza externa coincide con la diferencia de las dos energías calculadas y se disipa en forma de calor (rozamiento entre el peso y la mano que lo sujeta).

61. Datos: $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C; $E = 100$ N · C^{-1}; $r = 4$ m

a) Si la partícula se encuentra en el seno de un campo eléctrico dirigido en el sentido positivo del eje *x*, la fuerza eléctrica que existe sobre ella irá dirigida en el mismo sentido que el campo eléctrico. Por tanto, hasta que alcanza un punto *A* situado a 4 m del origen, la carga se moverá con MRUA.

b) La carga se mueve espontáneamente en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, de manera que su energía potencial va a disminuir. Esta disminución de energía potencial eléctrica conlleva un aumento de su energía cinética y, por tanto, de su velocidad.

c) El trabajo realizado por la fuerza eléctrica es igual a la disminución de energía potencial de la carga:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V$$

Para calcular la diferencia de potencial entre los dos puntos entre los que se mueve la carga nos ayudamos de la relación que existe con el campo eléctrico:

$$E = -\frac{\Delta V}{r} \Rightarrow \Delta V = -E_r = -100 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}\cdot 4 \text{ m} = -400 \text{ V}$$

Sustituyendo:

$$W = -2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot (-400 \text{ V}) = 8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

62. De acuerdo con la relación entre el campo eléctrico y el potencial:

$$E = -\frac{\Delta V}{r}$$

Podemos deducir que si en una zona del espacio el potencial es constante, será $\Delta V = 0$; por lo que no existirá campo eléctrico en dicha región.

4 ENERGÍA MECÁNICA

Págs. 343 y 344

63. La energía mecánica de un cuerpo o sistema es la suma de su energía cinética y sus energías potenciales.

64. La energía mecánica se conservará solamente si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo —efectuando trabajo— son conservativas.

65. Las fuerzas de rozamiento se oponen al movimiento. Por eso se dice que efectúan un trabajo resistivo. El trabajo que realizan estas fuerzas es negativo. No son fuerzas conservativas porque su valor depende de la trayectoria seguida. El trabajo realizado por estas fuerzas afecta disminuyendo la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúa.

66. Datos: $l = 1{,}0$ m; $h = 0{,}05$ m

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica tomando como origen de energía potencial su posición de equilibrio:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 0{,}05 \text{ m}} = 0{,}99 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

67. Datos: $v_f = 134$ km·h^{-1} = 37,2 m·s^{-1}; $h = 70$ m

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v_0 = \sqrt{v_f^2 - 2gh} = \sqrt{(37{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 70 \text{ m}} =$$

$$= 3{,}4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

68. Sí, tal y como nos indica el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{total} = \Delta E_c$$

La variación de la energía cinética coincidirá con la variación de la energía potencial (cambiada de signo) siempre que las fuerzas sean conservativas; con lo cual la energía mecánica será constante (p. ej., en la caída libre de un cuerpo o la oscilación de un muelle).

69. Datos: $v = 100$ km·h^{-1} = 27,9 m·s^{-1}

Calculamos la altura desde la cual se tiene la misma energía potencial que la energía cinética del vehículo a 100 km·h^{-1}:

$$E_c = E_p;\ \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(27{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 39 \text{ m}$$

Suponiendo que en la caída toda la energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética, entonces se puede decir que:

Si no se utiliza el airbag, un impacto a 100 km·h^{-1} equivale a una caída desde una altura de 39 m.

70. Datos: $m = 8{,}0$ kg; $h = 5{,}0$ m; $k = 1{,}0 \cdot 10^3$ N·m^{-1}

a) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5{,}0 \text{ m}} = 9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Aplicamos de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pe} = 0$$

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 - 0 = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v = \sqrt{\frac{8{,}0 \text{ kg}}{1{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}} \cdot 9{,}9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 0{,}89 \text{ m}$$

c) Usamos la ley de Hooke para calcular la fuerza elástica:

$$F = -k\Delta x \rightarrow |F| = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} \cdot (0{,}89 \text{ m}) =$$

$$= 8{,}9 \cdot 10^2 \text{ N}$$

71. Datos: $m = 25$ kg; $d = 3{,}5$ m; $\varphi = 45°$; $\mu = 0{,}30$

Las fuerzas de rozamiento provocan una disminución de la energía mecánica que se transforma en calor y en deformación del cuerpo.

— Hallamos la fuerza normal:

$$N = mg\cos\varphi = 25\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \cos 45° = 173{,}2\ \text{N}$$

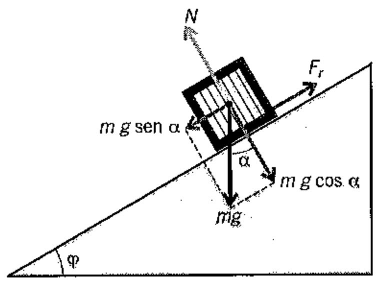
— La variación de la energía mecánica es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$\Delta E_m = W_r = F_r d = \mu N \cos 180° =$$

$$= 0{,}3 \cdot 173{,}2\ \text{N} \cdot 3{,}5\ \text{m} \cdot (-1) = -1{,}8 \cdot 10^2\ \text{J}$$

72. Datos: $m = 3{,}0$ kg; $h = 4{,}0$ m; $v_f = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

a) Inicialmente, toda la energía mecánica del bloque es energía potencial gravitatoria. Al deslizarse por el plano inclinado, parte de su energía potencial se transforma en energía cinética, y el resto —que coincide con la disminución de la energía mecánica debido al trabajo de la fuerza de rozamiento— se transforma en calor.



b) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es igual a la variación de energía potencial gravitatoria cambiada de signo:

$$W = -(E_{p\,\text{final}} - E_{p\,\text{inicial}}) = -(0 - mgh) =$$

$$= 3{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m} = 1{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}$$

El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la pérdida de energía mecánica:

$$W_r = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

$$W_r = \frac{1}{2} \cdot 3{,}0\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 3{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m}$$

$$W_r = -80\ \text{J}$$

73. Datos: $m = 150$ kg; $\varphi = 30°$; $\mu = 0{,}20$; $d = 2{,}0$ m

— Calculamos la fuerza aplicada teniendo en cuenta que la velocidad es constante y, en consecuencia, la resultante de la fuerza debe ser nula:

$$\left.\begin{array}{l} F = m\,g\,\text{sen}\,\varphi + F_r \\ N = m\,g\cos\varphi \end{array}\right\} F = m\,g\,\text{sen}\,\varphi + \mu\,m\,g\cos\varphi$$

$$F = mg(\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi) =$$

$$= 150\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (\text{sen}\,30° + 0{,}20 \cdot \cos 30°) =$$

$$= 9{,}9 \cdot 10^2\ \text{N}$$

— Hallamos la altura usando una relación trigonométrica:

$$\text{sen}\,\varphi = \frac{h}{d};\ h = d\,\text{sen}\,\varphi = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{sen}\,30° = 1{,}0\ \text{m}$$

— Calculamos el aumento de energía potencial:

$$\Delta E_p = mgh = 150\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1{,}0\ \text{m} = 1470\ \text{J} = 1{,}5\ \text{kJ}$$

74. Su energía potencial aumentará si en el desplazamiento de la partícula la fuerza conservativa realiza un trabajo negativo. En cambio, si en el desplazamiento de la partícula el trabajo realizado por la fuerza conservativa es positivo, entonces, la energía potencial de la partícula disminuirá.

Su energía cinética variará en el sentido contrario que su energía potencial, puesto que la energía mecánica se conserva.

75. Datos: $m = 57\ \text{g} = 5{,}7 \cdot 10^{-2}$ kg; $v_0 = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\varphi = 45°$

a) En el instante inicial, la energía mecánica es igual a la energía cinética de la pelota:

$$E_{m_A} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}5{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot (10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})^2 = 2{,}9\ \text{J}$$

b) Determinamos la altura máxima imponiendo que, en ese punto, toda la energía cinética asociada a la componente vertical de la velocidad se transforma en energía potencial gravitatoria:

$$v_{y0} = v \cdot \cos\varphi = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot \cos 45° = (5 \cdot \sqrt{2})\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$m\,g\,h_{\text{máx}} = \frac{1}{2}m v_{y0}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{(5 \cdot \sqrt{2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = 2{,}5\ \text{m}$$

c) El máximo valor de energía potencial corresponde a la máxima altura:

$$E_p = mgh = 5{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2{,}5\ \text{m} = 1{,}4\ \text{J}$$

d) Como todas las fuerzas que actúan sobre la pelota son conservativas, la energía mecánica se tiene que conservar:

$$E_{m_B} = E_{m_A} = 2{,}9\ \text{J}$$

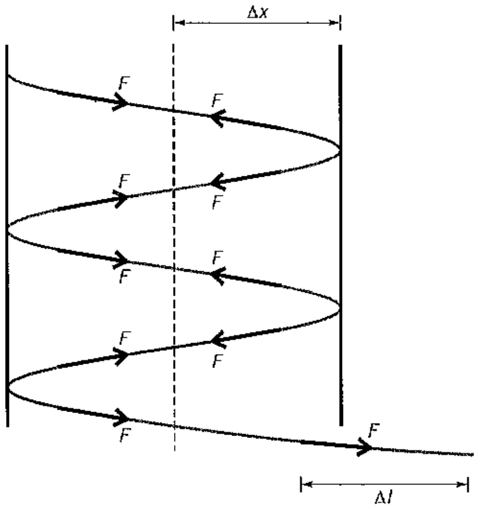
SÍNTESIS

Pág. 344

76. a) El trabajo es el producto de la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo por su desplazamiento.

b) Para multiplicar el valor de la fuerza aplicada, lo que hacemos es repartir esta misma fuerza en distintos puntos; con lo que el desplazamiento realizado también se produce en estos puntos. Y es que, tal y como nos indica la definición de trabajo, podemos elegir entre aplicar mucha fuerza en poco recorrido, o bien aplicar poca fuerza en mucho recorrido.

c) El trabajo que tiene que hacer el hombre al tirar del hilo es el mismo que hacen los dos palos para acercarse. En el siguiente ejemplo veremos la relación entre el hilo tirado y el desplazamiento de los palos hasta tocarse:



$$\left.\begin{array}{l} W = F\Delta l \\ W' = F'\Delta x = 8F\Delta x \end{array}\right\} \cancel{F}\Delta l = 8\cancel{F}\Delta x \rightarrow \Delta l = 8\Delta x$$

El hombre tendrá que tirar unas 8 veces más del hilo de lo que se desplazan los palos. Este tipo de sistemas nos permite mover grandes masas con poco esfuerzo.

77. El rozamiento con las vías efectúa un trabajo resistivo.

78. Un teorema es una proposición demostrable lógicamente partiendo de otros teoremas ya aceptados (la mayoría son matemáticos).

Un principio es una proposición, o verdad fundamental no demostrada, por la que se empieza a estudiar un tema.

Una ley es una teoría demostrada y que se cumple siempre.

79. Datos: $h = 4{,}0$ m; $Q = 180$ L·s^{-1}; $m = 180$ kg

a) Calculamos la energía potencial en lo alto del salto:

$$E_p = mgh = 180 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} \cdot 4{,}0 \text{ m} = 7{,}1 \text{ kJ}$$

El trabajo realizado por la fuerza peso es la variación de la energía potencial gravitatoria cambiada de signo:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{p\,\text{final}} - E_{p\,\text{inicial}}) =$$

$$= -(0 - mgh) = mgh = 7{,}1 \text{ kJ}$$

b) Aplicamos la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 - 0 + 0 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m·s}^{-2} \cdot 4{,}0 \text{ m}} = 8{,}9 \text{ m·s}^{-1}$$

c) Calculamos la velocidad de salida del agua sabiendo que es un 60 % menor que la de entrada:

$$v_s = v_e - \frac{60}{100}v_e = 8{,}9 \text{ m·s}^{-1} - 0{,}6 \cdot 8{,}9 \text{ m·s}^{-1} = 3{,}6 \text{ m·s}^{-1}$$

Calculamos la potencia máxima partiendo de que el trabajo que se puede extraer de la rueda es la variación de energía cinética del agua cambiada de signo:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{-\Delta E_c}{\Delta t} = -\frac{1}{2}Q(v_f^2 - v_i^2) =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 180 \text{ kg·s}^{-1} \cdot [(3{,}6 \text{ m·s}^{-1})^2 - (8{,}9 \text{ m·s}^{-1})^2]$$

$$P_{\text{máx}} = 5{,}9 \text{ kW}$$

80. a) La producción instantánea corresponde a la potencia instantánea (MW). Y la producción horaria corresponde al trabajo obtenido (1 MWh = $3{,}6 \cdot 10^9$ J).

b) Es muy positivo que el sector de las energías renovables destaque y sea motor de la energía, ya que esto demuestra que es una fuente de energía eficiente y, por lo tanto, del presente.

c) Respuesta sugerida:

La energía eólica es una alternativa viable.
La energía eólica despega y rompe récords.
La eólica llega a ser la principal fuente de energía eléctrica.

d) Teniendo en cuenta la relación entre la masa, la densidad y el caudal Q (volumen por unidad de tiempo):

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 \\ \dfrac{m}{\Delta t} = \rho Q = \rho v S \end{array}\right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{1}{2}\frac{m}{\Delta t}v^2 = \frac{1}{2}\rho S v^3$$

81. a) Las dos masas seguirían en equilibrio porque todas las fuerzas se seguirían compensando entre sí.

b) Tomamos el origen de energía potencial en la base del plano:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} =$$

$$= Mgh + mg(h - l) - 0 - mgh = Mgh - mgl$$

c)

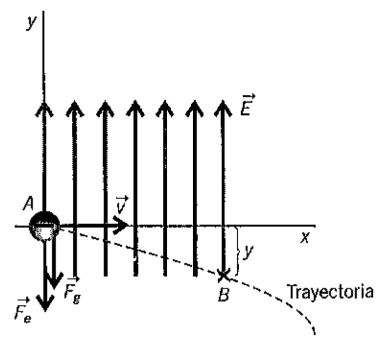
$$\Delta E_m = \Delta E_p = M\cancel{g}h - m\cancel{g}l = 0$$

$$m = \frac{h}{l}M$$

Esta expresión coincide con la que se obtendría si se resolviera el problema a partir de las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos.

82. Datos: $m = 5 \cdot 10^{-3}$ kg; $v = 0{,}2$ m·s^{-1}; $E = 500$ N·C^{-1}

a) La trayectoria seguida por la partícula es parabólica, puesto que, como puede observarse en la figura, la partícula avanza hacia la derecha a la vez que sobre ella se ejercen dos fuerzas dirigidas verticalmente hacia abajo: la fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria.



Además, como se mueve en sentido contrario al campo eléctrico, su potencial aumenta; de manera que, al tratarse de una carga negativa, disminuirá su energía potencial eléctrica.

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico depende de la carga que se mueve y de la diferencia de potencial existente entre los dos puntos entre los que se desplaza:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V$$

Para hallar la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* de la figura necesitamos conocer la distancia *(y)* que los separa, pues sabemos que:

$$E = \frac{\Delta V}{y} \Rightarrow \Delta V = E_y$$

Hallamos la distancia *(y)* teniendo en cuenta que, en la dirección vertical, la partícula se mueve con MRUA. Su aceleración será, de acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_e + F_g = ma \Rightarrow qE + mg = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{qE + mg}{m}$$

$$a = \frac{6 \cdot 10^{-6}\,\text{C} \cdot 500 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}} = 10{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Así pues, la distancia vertical *(y)* que se ha desviado la partícula será:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 10{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (5\ \text{s})^2 = 130\ \text{m}$$

La diferencia de potencial entre *A* y *B* será:

$$\Delta V = E_y = 500\,\text{N}\cdot\text{C}^{-1} \cdot 130\,\text{m} = 65000\ \text{V}$$

Finalmente, el trabajo realizado por el campo eléctrico será:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 65\,000\ \text{V} = 0{,}4\ \text{J}$$

Evaluación (Pág. 346)

1. a) Verdadera. Porque el producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento es cero:

$$W = F\Delta x \cos 90° = 0$$

b) Falsa. El trabajo motor debe tener una componente en el sentido del movimiento. No obstante, también puede actuar en otras direcciones; siempre y cuando la componente en la misma dirección del desplazamiento tenga el mismo sentido que este.

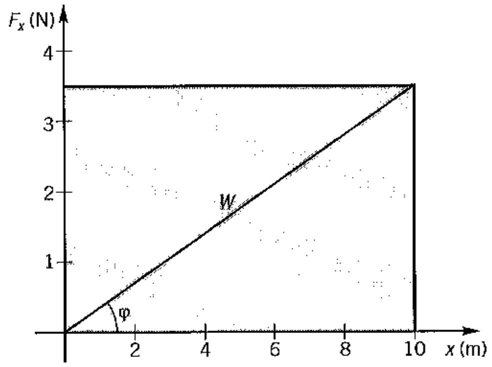
c) Verdadera. El trabajo es la variación de energía, y si este es negativo significa que ha disminuido la energía transformándose en otro tipo o transfiriéndose a otro cuerpo o sistema.

d) Falsa. Para que una fuerza haga trabajo debe haber un desplazamiento. Por ejemplo, yo puedo hacer una fuerza para sustentar un objeto sin moverlo de sitio, en cuyo caso no estoy realizando trabajo.

2. Datos: $\Delta x = 10$ m; $F = 4{,}0$ N; $\varphi = 30°$

Hallamos la fuerza en la componente *x:*

$$F_x = F\cos 30° = 3{,}5\ \text{N}$$



$$W = b \cdot a = 10\ \text{m} \cdot 3{,}5\ \text{N} = 35\ \text{J}$$

3. Datos: $m = 30$ kg; $\varphi = 45°$; $\mu = 0{,}1$; $\Delta x = 2{,}0$ m

— Hallamos la fuerza utilizando que la resultante de la fuerza debe ser nula en todas las direcciones:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\,\text{sen}\,\varphi \\ F_r &= \mu N = \mu(mg - F_y) = \mu(mg - F\cos\varphi) \end{aligned}\right\} F_x = F_r$$

$$F\,\text{sen}\,\varphi = \mu(mg - F\cos\varphi);\quad F = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}$$

— El trabajo de la fuerza normal y del peso es nulo porque son perpendiculares al desplazamiento.

$$W_N = W_p = 0$$

— Determinamos el trabajo de la fuerza *F* en la dirección del desplazamiento:

$$W = F_x\Delta x = F\cos\varphi\Delta x = \frac{\mu mg}{\text{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi}\cos\varphi\Delta x =$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{sen}\,45° + 0{,}1 \cdot \cos 45°} \cdot \cos 45° \cdot 2{,}0\ \text{m} = 54\ \text{J}$$

— Calculamos el trabajo de F_r utilizando el hecho de que la suma de los trabajos realizados tiene que ser cero:

$$W_F + W_r = 0;\ W_r = -W_F = -54\ \text{J}$$

4. Datos: $m = 350$ kg; $v = 6{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Calculamos la potencia que desarrolla el ascensor:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = Fv = mgv$$

$$P = 350\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 0{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 2{,}1 \cdot 10^3\ \text{W}$$

5. Datos:

$v_0 = 80\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 22{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\Delta x = 20$ m; $m = 350$ kg

a) Calculamos la fuerza de rozamiento que sufre la moto a partir del teorema de las fuerzas vivas:

$$\Delta E_c = W \rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = |F_r| \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = -|F_r| \cdot \Delta x$$

$$\frac{1}{2} \cdot 350\ \text{kg}\,(0 - 22{,}2^2)\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = -F_r \cdot 20\ \text{m} \rightarrow F_r = 4{,}2 \cdot 10^3\ \text{N}$$

b) La energía cinética de la moto se transforma en energía calorífica a través de los frenos, que se calientan con el rozamiento.

6. a) Verdadera. Porque va con el módulo de la velocidad *(v^2)*, que siempre será positivo, y la masa no puede ser negativa.

b) Falsa. Dependiendo de dónde se tome el origen de energía y según si el cuerpo está por encima o por debajo de este, la E_p será positiva o negativa.

c) Verdadera. La energía interna se define como la suma de las E_c y E_p de las partículas y sus interacciones.

d) Falsa. Una fuerza no conservativa puede realizar trabajo positivo o negativo. Por ejemplo, si alzo un objeto con la mano estoy efectuando un trabajo positivo sobre este, incrementándole la energía potencial. O el trabajo realizado por la fuerza de un motor también es positivo. En cambio, una fuerza de rozamiento sí que realizará siempre un trabajo negativo, ya que se opone al movimiento.

e) Falsa. La energía mecánica se mantendrá constante solo si las fuerzas que actúan son conservativas. En caso contrario, su disminución vendrá dada por el trabajo de dichas fuerzas.

7. Datos:

$m = 19{,}2\ \text{g} = 1{,}92 \cdot 10^{-2}\ \text{kg};\ v = 200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 55{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Toda la energía potencial elástica se transforma en energía cinética:

$$E_p = E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}92 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot (55{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 29{,}7\ \text{J}$$

El trabajo efectuado por el arquero es la variación de energía potencial elástica desde que el arco está sin tensar hasta que el arquero lo ha tensado:

$$W = \Delta E_p = E_p = 29{,}7\ \text{J}$$

8. Datos: $Q_1 = 200 \cdot 10^{-12}\ \text{C}$; $Q_2 = -100 \cdot 10^{-12}\ \text{C}$; $r_{1A} = 0{,}80\ \text{m}$; $r_{1B} = 0{,}20\ \text{m}$; $r_{2A} = 0{,}20\ \text{m}$; $r_{2B} = 0{,}80\ \text{m}$; $Q_3 = 500 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$

a) Para calcular la diferencia de potencial entre A y B, debemos hallar los valores de los potenciales en cada punto; aplicamos para ello el principio de superposición:

$$V_A = V_1 + V_2 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1A}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2A}}$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{200 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}80\ \text{m}} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-100 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}20\ \text{m}} = -2{,}25\ V$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \text{K}\frac{Q_1}{r_{1B}} + \text{K}\frac{Q_2}{r_{2B}}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{200 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}20\ \text{m}} +$$

$$+ 9 \cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \frac{-100 \cdot 10^{-12}\ \text{C}}{0{,}80\ \text{m}} = 7{,}875\ \text{V}$$

Finalmente, la diferencia de potencial entre A y B será:

$$V_A - V_B = -2{,}25\ \text{V} - 7{,}875\ \text{V} = -10\ \text{V}$$

b) El trabajo necesario para desplazar una tercera carga Q_3 desde A hasta B será:

$$W = -E_P = -Q_3 \cdot -V$$

$$W = -500 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot (-10\ \text{V}) = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

9. Datos:

a) Determinamos la potencia suponiendo que todo el trabajo se emplea para variar la energía cinética:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} mv_f^2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000\ \text{kg} \cdot (57\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{3{,}5\ \text{s}} = 4{,}6 \cdot 10^5\ \text{W}$$

b) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica (v_f pasa a ser v_1):

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

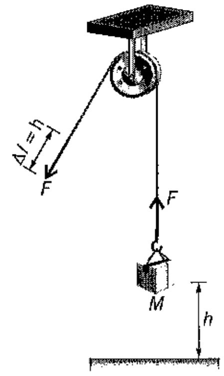
$$\frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 + mgh - 0 = 0$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh}$$

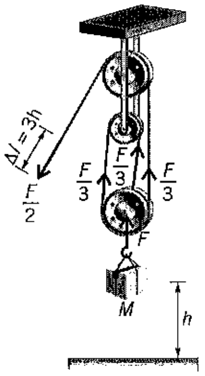
$$v_2 = \sqrt{(57\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 139\ \text{m}} = 23\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

10. Datos:

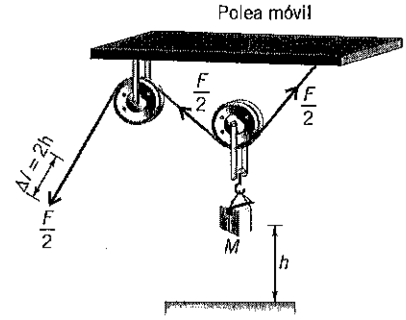
Polea simple



Polea compuesta



Polea móvil



a) El trabajo es la fuerza aplicada por el desplazamiento del bloque, que equivale a la diferencia de energía potencial de este:

$$W = F\Delta x = mgh = 50\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 4{,}0\ \text{m} = 2{,}0 \cdot 10^3\ \text{J}$$

Para realizar este trabajo, ha sacado energía de los músculos (energía química producida en la ruptura de los enlaces de las moléculas) que se ha transformado en energía potencial para los ladrillos.

b) Una polea simple fija se emplea para cambiar el sentido de la fuerza y nos permite levantar pesos con mayor comodidad. Aunque, si queremos elevar un cuerpo con menor esfuerzo, necesitaremos una polea móvil (la fuerza necesaria es la mitad) o un sistema de poleas compuesto (la fuerza necesaria se divide por el número de poleas).

c) La energía potencial del bloque se transforma en energía cinética:

$$E_c = E_p;\ \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \cdot 4{,}0\ \mathrm{m}} = 8{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Al chocar con el suelo, esta energía cinética se disipa en forma de calor y deformación (y posiblemente ruptura) de los ladrillos y del suelo.

Zona + (Pág. 347)

— *Necesidades energéticas*

- Lectura y comprensión del texto.

— *Energía potencial*

- Potencial. Que tiene o encierra en sí potencia. O también, que puede suceder o existir, en contraposición de lo que existe.

  Energía potencial. Capacidad de un cuerpo para realizar trabajo en razón de su posición en un campo de fuerzas.

- Es posible transferir la energía potencial entre pelotas gracias a la diferencia de masas entre ellas. Al principio, las dos pelotas caen a igual velocidad y primero choca contra el suelo la pelota inferior. Esta pelota rebota y, a continuación, choca con la pelota superior que está descendiendo. Al chocar las dos pelotas, la pelota de mayor masa (y, por lo tanto, mayor energía) ejerce más fuerza sobre la otra y le transmite gran parte de su energía provocando una deformación en la pelota pequeña. Y luego, esta energía potencial debida a la deformación se transforma en energía cinética de la pelota pequeña.

- Hay una transferencia de energía porque se produce un choque en el que, como en todo choque, se conserva el momento lineal. La energía total no tiene por qué conservarse, sino que puede haber una cierta pérdida caracterizada por el coeficiente de restitución de cada pelota. Sin embargo, aquí el aspecto relevante es la transferencia energética entre las dos pelotas. Esta transferencia energética es posible gracias a la diferencia de masas y a la elasticidad de las pelotas.

  Todas las pelotas sufren una deformación al chocar con el suelo o con otra pelota, de tal forma que almacenan energía potencial elástica que, a posteriori, se transforma en energía cinética. Pero la pelota pequeña, como tiene menos masa y es más elástica, se deforma mucho más y por eso sale disparada con tanta velocidad.

  Una cámara de alta velocidad grabaría cómo las pelotas se deforman y luego recuperan su forma mientras ganan energía cinética.

— *El secreto de la piña*

- Lectura y comprensión del texto.