

# Grupos funcionales e isomería

## En contexto (Pág. 185)

a. — Respuesta sugerida:

El descubrimiento de compuestos orgánicos y organometálicos bioluminiscentes es importante, pues, en general, se trata de moléculas muy útiles como biosensores en el seguimiento y monitorización de sustancias.

Se pueden emplear, por ejemplo, para localizar exactamente en el organismo un determinado tipo de células, como células cancerosas, de modo que se pueda actuar sobre ellas con mayor eficiencia, o bien para seguir el rastro de un medicamento tras su administración y saber dónde actúa la molécula que se ha suministrado.

Además, las características luminiscentes de estas sustancias hacen posible la observación óptica a nivel molecular, lo que permite visualizar moléculas en el interior de la célula viva. La técnica empleada se conoce como *nanoscopia*, y los investigadores que la han desarrollado han sido reconocidos con el Premio Nobel de Química 2014.

Como ejemplo de documentos para la ampliación del tema, pueden consultarse estos enlaces:

<http://www.analesranf.com/index.php/aranf/article/view/925/908>

<https://fundaciondescubre.es/blog/2014/10/08/nobel-de-quimica-2014-para-los-inventores-de-la-microscopia-fluorescente-de-superresolucion/>

b. — Respuesta sugerida:

Se puede ver la estructura del ADN, proteínas, aminoácidos y otras moléculas.

Las proteínas son moléculas formadas por la unión de diversos aminoácidos. Las proteínas adquieren conformaciones espaciales determinadas y, de esta manera, pueden desempeñar funciones particulares. Esta es la razón de la existencia de infinidad de proteínas para poder desempeñar la enorme diversidad de funciones biológicas que realiza nuestro organismo.

— Respuesta sugerida:

¿Cómo desempeña cada proteína su función específica?

¿Cómo discrimina, entre todas las sustancias del organismo, aquella sobre la que debe actuar?

¿Qué sucedería si una proteína tuviese un defecto en su estructura?

¿Una proteína puede realizar la función de otra?

c. — Respuesta sugerida:

Una vacuna es un preparado destinado a que nuestro organismo cree inmunidad contra sus componentes,

generando anticuerpos que actuarán contra cualquier estructura que los contenga, como bacterias o virus, evitando así el contagio y la propagación de enfermedades.

Los mecanismos de nuestro cuerpo cuando se le introduce una vacuna son estos: activación de las células presentadoras de antígenos; activación de linfocitos T y B, creando células de memoria; reconocimiento de múltiples epítomos por parte del linfocito T, y generación de anticuerpos por parte de los linfocitos B a lo largo del tiempo.

— Respuesta sugerida:

Estamos ante un proceso largo, desde que se produce el descubrimiento de una molécula con actividad farmacológica hasta el lanzamiento al mercado del medicamento que contiene dicha molécula como principio activo. Ahora bien, cabe aclarar que no todas las moléculas descubiertas con actividad farmacológica llegan al mercado; es más, son muchísimas las que se desestiman antes de comercializarse.

El proceso comprende desde el descubrimiento de la molécula, pasando por las fases de ensayos preclínicos y ensayos clínicos, en los que se invierten varios años para comprobar la actividad de la molécula, la eficacia del tratamiento y la seguridad de su empleo, hasta, finalmente, el lanzamiento del medicamento con un seguimiento para verificar que la eficacia y la seguridad en la población general cumplen los estándares requeridos.

## Amplía (Pág. 187)

— Respuesta sugerida:

Los alcoholes se utilizan en una amplia gama de sectores. Se emplean principalmente como materia prima en la síntesis de otras sustancias, combustibles, disolventes y desinfectantes.

El metanol se usa fundamentalmente como materia prima para producir otras sustancias de utilidad industrial, como la producción de biodiésel, formaldehído y metil *tert*-butil éter (MTBE), por ejemplo, así como combustible.

El etanol, además de ser un componente de las bebidas alcohólicas y de los perfumes, también se utiliza como desinfectante, al igual que el propanol. Asimismo, este último se usa como disolvente en lacas, cosméticos, tintas de impresión, limpiacristales, etc.

El butanol se emplea como disolvente de resinas naturales y sintéticas, en tintes, perfumes, líquidos hidráulicos de frenos, abrillantadores, etc.

El ciclohexanol y el metilciclohexanol se utilizan en la industria textil y como quitamanchas, etc.

El cloroetanol se usa en productos de limpieza.

**Figura** (Pág. 188)

— Respuesta sugerida:

Existen diferentes técnicas de obtención de esencias como la vainillina. He aquí algunos ejemplos:

**Destilación.** Para la obtención de la esencia de lavanda, romero o tomillo se utiliza la destilación, ya sea en agua o por arrastre de vapor.

**Expresión.** Los aceites de limón o naranja se obtienen por prensado de la corteza de los frutos cítricos (expresión del pericarpio).

**Maceración.** Consiste en sumergir en aceite o grasa un vegetal a una temperatura de 60 o 70 °C. En este proceso, la esencia es retenida en el aceite; una vez que el aceite se encuentra saturado de esencias, estas se extraen con disolventes.

**Extracción.** Técnica que consiste en extraer las esencias mediante disolventes orgánicos. Es la más utilizada en la industria y se emplea cuando no es posible realizar la extracción por destilación.

**Figura** (Pág. 190)

— Respuesta sugerida:

Algunas de las sustancias responsables del aroma a rosa, a jazmín y a pera son las siguientes:

**Rosa.** El aroma a rosas es el resultado de una mezcla compleja de compuestos, lo que lo hace muy difícil de emular por la industria. Entre sus componentes se encuentran estos: 2-feniletanol, acetato de bencilo y benzaldehído, además de otros como canfeno, limoneno, salicilato de metilo, eucaliptol, geraniol, etc.

**Jazmín.** Podemos considerar como principal responsable de este aroma el 3-metil-2-[(2Z)-pent-2-en-1-il]ciclopent-2-en-1-ona. Pero, en realidad, al igual que el aroma a rosas y los aromas florales en general, el aroma a jazmín es una mezcla de muchos compuestos, entre los que podemos encontrar los siguientes: acetato de bencilo, benzoato de bencilo, *cis*-3-benzoato de hexenilo, entre otros.

**Pera.** Los compuestos más empleados como aromatizantes y saborizantes a pera son estos: butanoato de pentilo y butanoato de 3-metilbutilo.

**Amplía** (Pág. 196)

— Respuesta sugerida:

En el cuerpo humano, así como en todos los organismos, podemos encontrar moléculas quirales. Como ejemplos, destacan el ácido láctico, los aminoácidos, la glucosa, etc.

Entre los medicamentos también hallamos moléculas quirales en aquellos en los que solamente uno de los enantiómeros suele presentar actividad terapéutica, como es el caso del ibuprofeno, en el que solo (S)-ibuprofeno presenta características analgésicas; en otros, uno de los enantiómeros tiene efectos indeseables, como la (S)-talidomida, con efectos teratogénicos, frente a la (R)-talidomida, que tiene efectos sedantes y antidepresivos.

La penicilina también presenta enantiómeros. Pero, al tratarse de una sustancia obtenida a partir del moho Penici-

lium, se dispone del enantiómero activo, mientras que, si se sintetiza en el laboratorio, se obtiene una mezcla de isómeros.

Medicamentos como ibuprofeno y omeprazol suelen comercializarse en forma de mezcla racémica, lo que debe ser tenido en cuenta al establecer la dosis terapéutica, ya que la mitad del contenido es inactivo.

Si fuera necesario administrar únicamente el isómero activo del medicamento, debería sintetizarse a través de una reacción enantioselectiva, empleando catalizadores que discriminen entre ambas formas, lo que se conoce como *regioselectividad*, con el consiguiente encarecimiento del producto.

En la mayoría de los medicamentos que se comercializan como mezcla racémica no se aprecian beneficios cuando se administra únicamente el isómero activo, por lo que la presentación farmacéutica que contiene la mezcla racémica es más barata y corresponde, en muchos casos, con el denominado *medicamento genérico*.

**Problemas resueltos** (Pág. 200)

1. Datos:  $M$  (compuesto): 174,241 g · mol<sup>-1</sup>.

— Encontramos la fórmula molecular a partir de la fórmula empírica:

$$M_r(C_3H_6O): 3 \cdot 12,01 + 6 \cdot 1,01 + 1 \cdot 16,00 = 58,09$$

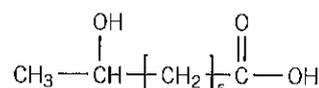
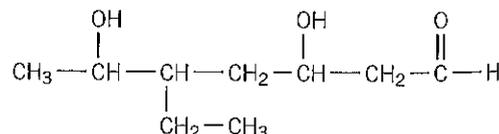
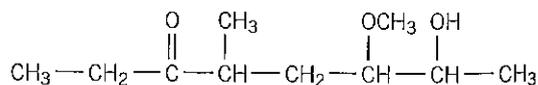
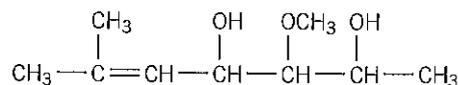
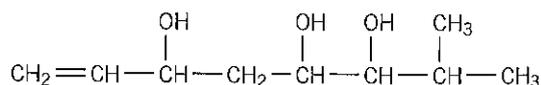
$$M(C_3H_6O): 58,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Hallamos el coeficiente  $n$  por el cual tenemos que multiplicar la fórmula empírica:

$$n = \frac{174,241 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{58,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 3$$

— Fórmula molecular: C<sub>9</sub>H<sub>18</sub>O<sub>3</sub>.

— Algunos isómeros:



2. Datos:  $m$  (sustancia combustión) = 1,000 g;  
 $m(\text{CO}_2)$  = 1,998 g;  $m(\text{H}_2\text{O})$  = 0,818 g;  $m(\text{gas})$  = 3,936 g;  
 $p = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $V = 1 \text{ L}$

— Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$1,998 \text{ g CO}_2 \cdot \frac{12,01 \text{ g C}}{44,01 \text{ g CO}_2} \approx 0,5452 \text{ g C}$$

$$0,818 \text{ g H}_2\text{O} \cdot \frac{2 \cdot 1,01 \text{ g H}}{18,02 \text{ g H}_2\text{O}} \approx 0,0917 \text{ g H}$$

$$1,000 \text{ g compuesto} - (0,5452 \text{ g C} + 0,0917 \text{ g H}) = \\ = 0,363 \text{ g O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$0,5452 \text{ g C} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12,01 \text{ g C}} \approx 0,04540 \text{ mol C}$$

$$0,0917 \text{ g H} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1,01 \text{ g H}} \approx 0,0908 \text{ mol H}$$

$$0,363 \text{ g O} \cdot \frac{1 \text{ mol O}}{16,00 \text{ g O}} \approx 0,0227 \text{ mol O}$$

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{0,04540 \text{ mol C}}{0,0227 \text{ mol O}} = \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol O}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{0,0908 \text{ mol H}}{0,0227 \text{ mol O}} = \frac{4 \text{ mol H}}{1 \text{ mol O}}$$

Fórmula empírica:  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ .

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} \approx 0,0441 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M}; M = \frac{m}{n} = \frac{3,963 \text{ g}}{0,0441 \text{ mol}} \approx 89,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{compuesto}) = 89,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Determinamos la fórmula molecular:

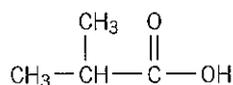
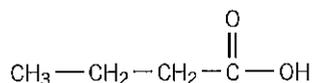
$$M_r(\text{C}_2\text{H}_4\text{O}): 2 \cdot 12,01 + 4 \cdot 1,01 + 1 \cdot 16,00 = 44,06$$

$$M(\text{C}_2\text{H}_4\text{O}): 44,06 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})} = \frac{89,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{44,06 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 2$$

— Fórmula molecular:  $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ .

— Posibles estructuras:



## Ejercicios y problemas (Págs. 201 a 204)

### 1 GRUPOS FUNCIONALES

Pág. 201

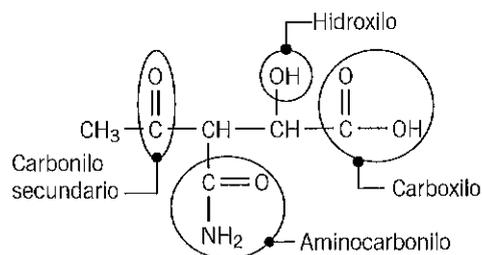
3. Respuesta sugerida:

Un grupo funcional es un átomo o conjunto de átomos enlazados de una determinada manera que confieren las propiedades a la molécula a la cual pertenecen.

Las propiedades que aportan los grupos funcionales son físicas, como pueden ser el estado de agregación, los puntos de fusión y ebullición y la viscosidad, y químicas, como el carácter ácido, la reactividad y la toxicidad.

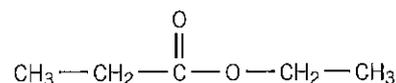
Las propiedades dependerán del tipo y del número de grupos funcionales. Con un solo tipo de grupo funcional, las propiedades se encuentran perfectamente relacionadas con él; en el caso de tener varios tipos, las propiedades dependerán de estos y de la estructura de la molécula.

4. Se muestran los grupos funcionales de la molécula correspondiente en la siguiente imagen:

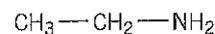


5. A continuación, se exponen tres posibles moléculas con grupos funcionales diferentes a los del ejercicio anterior:

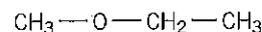
Grupo oxicarbonilo:



Grupo amino:

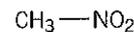


Grupo oxo:

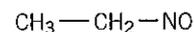


6. Existen muchos más grupos funcionales que no han sido explicados en esta unidad. Citamos, entre otros, los siguientes:

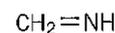
Grupo nitró:



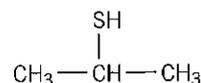
Grupo nitroso:



Grupo imino:



Grupo tiol:

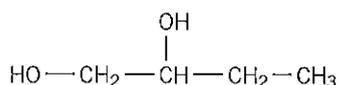
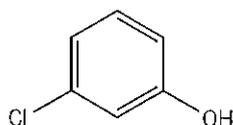


**2 COMPUESTOS ORGÁNICOS  
OXIGENADOS**

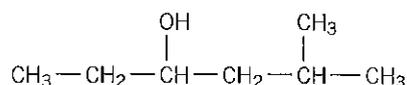
Págs. 201 y 202

7. Formulamos los compuestos propuestos:

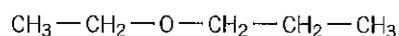
Butano-1,2-diol


*m*-clorofenol


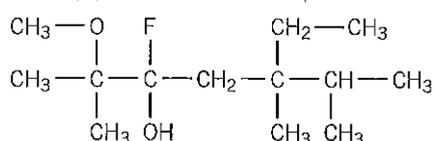
5-metilhexan-3-ol



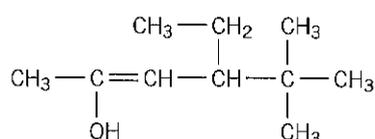
Etil propil éter



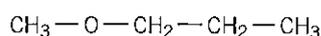
5-etil-3-fluoro-2,5,6-trimetil-2-metoxiheptan-3-ol



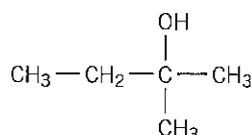
4-etil-5,5-dimetilhex-2-en-2-ol



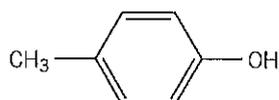
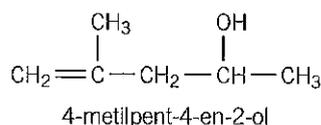
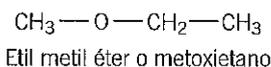
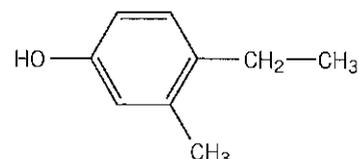
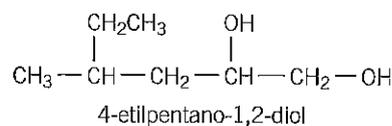
Metoxipropano



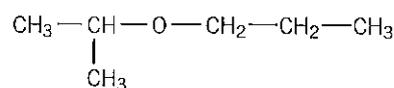
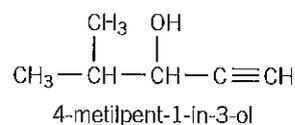
Nombramos los compuestos propuestos:



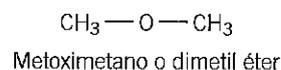
2-metilbutan-2-ol


 4-metilfenol o *p*-metilfenol


4-etil-3-metilfenol

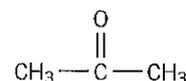


1-(propan-2-iloxi)propano o isopropil propil éter

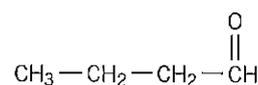


8. Formulamos los compuestos propuestos:

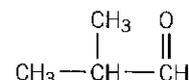
Acetona



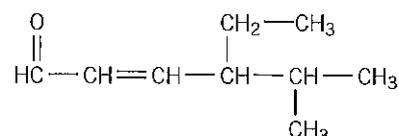
Butanal



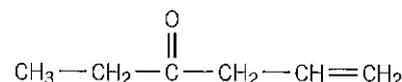
Metilpropanal



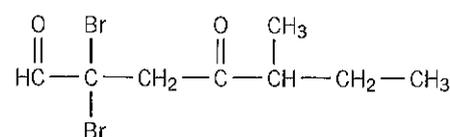
4-etil-5-metilhex-2-enal



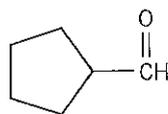
Hex-5-en-3-ona



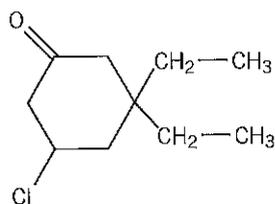
2,2-dibromo-5-metil-4-oxoheptanal



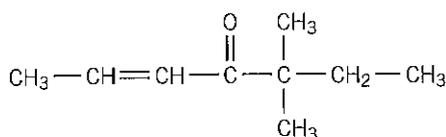
Ciclopentanocarbaldehído



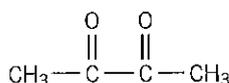
3,3-dietil-5-clorociclohexanona



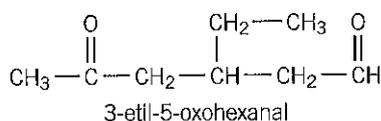
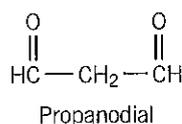
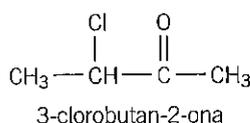
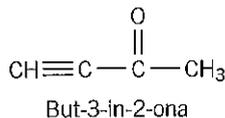
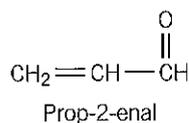
5,5-dimetilhept-2-en-4-ona



Butanodiona



Nombramos los compuestos propuestos:



9. El grupo funcional carboxilo solo puede situarse al final de una cadena carbonada, pues el átomo de carbono que contiene dicho grupo funcional presenta tres enlaces covalentes entre un átomo de carbono y dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, solo puede realizar un enlace covalente más.

En el caso del grupo funcional carbonilo primario, característico de los aldehídos, el átomo de carbono presente en dicho grupo funcional contiene dos enlaces covalentes con un átomo

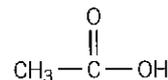
de oxígeno. Por ello, puede realizar dos enlaces covalentes más. Uno de ellos se realiza con un átomo de hidrógeno y el otro con un átomo de carbono, puesto que, si lo hiciera con dos átomos de carbono, correspondería con un grupo carbonilo secundario, que caracteriza a las cetonas.

Debido a esta misma razón, el grupo funcional característico de las cetonas no puede ocupar el extremo de una cadena carbonada.

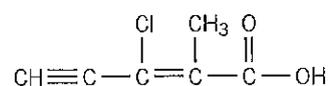
Por último, el grupo hidroxilo puede situarse en cualquier posición de una cadena carbonada, ya que solo necesita realizar un enlace covalente oxígeno-carbono.

10. Formulamos los compuestos propuestos:

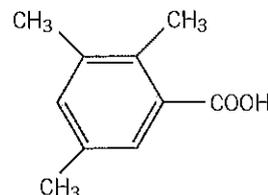
Ácido acético



Ácido 3-cloro-2-metilpent-2-en-4-inoico



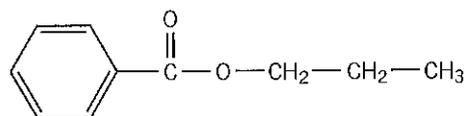
Ácido 2,3,5-trimetilbenzoico



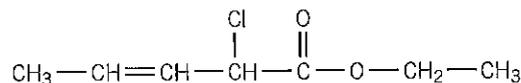
Formiato de sodio



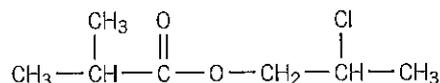
Benzoato de propilo



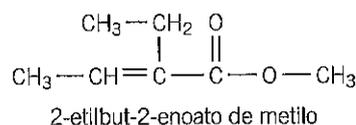
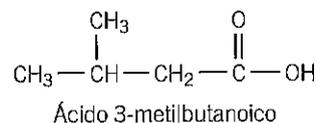
2-cloropent-3-enoato de etilo

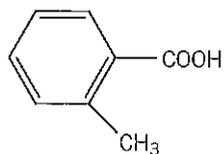
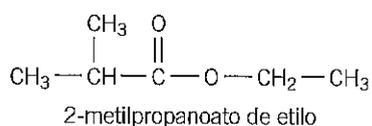


2-metilpropanoato de 2-cloropropilo

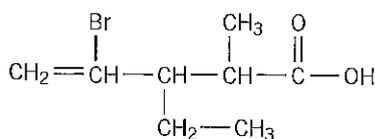


Nombramos los compuestos propuestos:

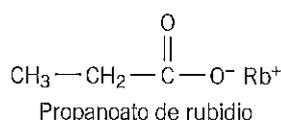




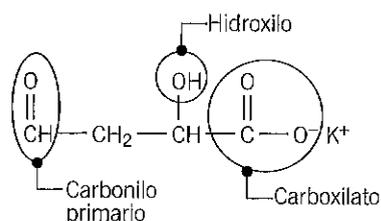
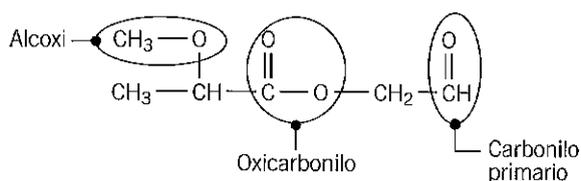
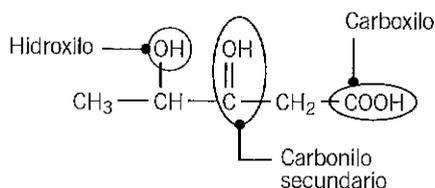
Ácido 2-metilbenzoico



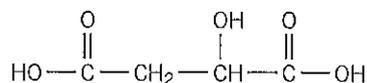
Ácido 4-bromo-3-etil-2-metil-4-pentenoico



11. A continuación, se muestran tres moléculas con grupos funcionales oxigenados diversos:



12. El ácido málico es un ácido dicarboxílico que contiene un grupo hidroxilo. Su estructura es la siguiente:

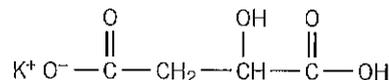


El nombre recomendado por la IUPAC es ácido 2-hidroxibutanodioico.

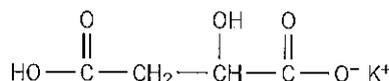
En caso de que reaccione con una base, dará lugar a la sal correspondiente, y el nombre del compuesto dependerá de si reaccionan ambos grupos carboxilo o solamente uno de ellos. Así, por ejemplo, si reacciona un solo grupo carboxilo, el gru-

po aniónico es de mayor jerarquía que el grupo carboxilo, que se nombrará como carboxi, de modo que una sal de potasio, por ejemplo, se nombrará dependiendo de la posición del grupo carboxilato:

3-carboxi-3-hidroxipropanoato de potasio

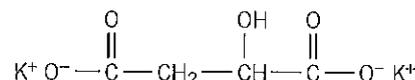


3-carboxi-2-hidroxipropanoato de potasio

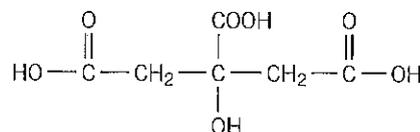


Si intervienen los dos grupos carboxilo, el nombre correspondiente será:

2-hidroxibutanodioato de dipotasio



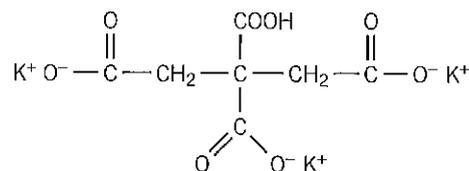
El ácido cítrico es un ácido tricarbónico que contiene un grupo hidroxilo. Su estructura es la siguiente:



Su nombre, según las recomendaciones de la IUPAC, es ácido 2-hidroxipropano-1,2,3-tricarboxílico.

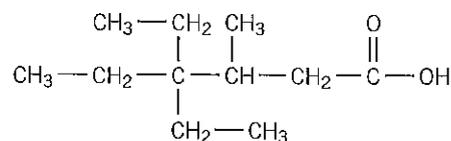
En caso de que reaccione totalmente con una base, dará lugar, por ejemplo, a:

2-hidroxipropano-1,2,3-tricarboxilato de tripotasio

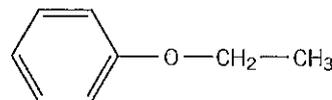


13. La respuesta correcta es la b) ácido 2-etil-3-metilbutanoico.

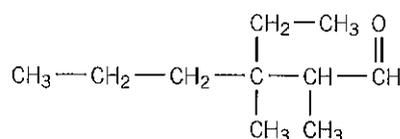
14. Ácido 4,4-dietil-3-metilhexanoico.



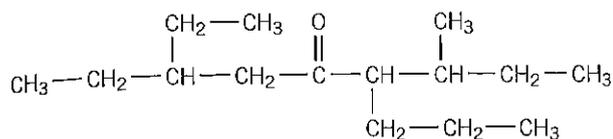
Etil fenil éter



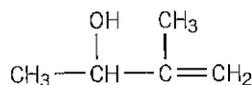
3-etil-2,3-dimetilhexanal



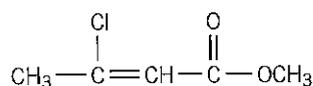
7-etil-3-metil-4-propilnonan-5-ona



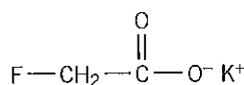
3-metilbut-3-en-2-ol



3-clorobut-2-enoato de metilo



2-fluoroetanoato de potasio



15. El metanol se denomina también *alcohol de madera*, pues antiguamente se obtenía a partir de la destilación de la madera. Asimismo, posee otros nombres, como *alcohol industrial*, *alcohol de quemar* o *alcohol de limpieza*, entre otros.

El metanol se utiliza como anticongelante en vehículos, solvente de tintas, biocombustibles, disolvente, etc.

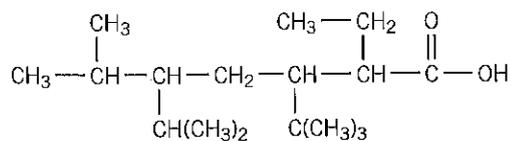
El alcohol puede llegar a nuestro organismo a través de la piel, por vía oral o inhalado, ataca a todos aquellos órganos ricos en agua, como cerebro y riñón, y afecta al sistema nervioso central y ocular.

El metanol es metabolizado en el hígado produciendo formaldehído, que posteriormente se transforma en ácido fórmico (causante del deterioro de los órganos). Los primeros síntomas son dolor de cabeza, gastritis, náuseas y vómitos. A medida que pasa el tiempo, produce visión borrosa, convulsiones, coma y, en casos extremos, la muerte.

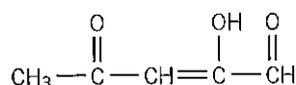
El tratamiento de desintoxicación consiste en la inyección de etanol para que el hígado, en vez de metabolizar el metanol, metabolice antes el etanol. En caso de que el metanol haya sido degradado, se suministra hidrogenocarbonato de sodio intravenoso a fin de neutralizar el ácido fórmico generado. También se puede optar por un lavado gástrico en el hospital.

16. Formulamos los compuestos propuestos:

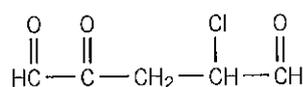
Ácido 3-*terc*-butil-2-etil-6-metil-5-(propan-2-il)heptanoico



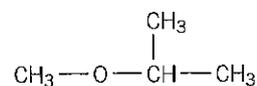
2-hidroxi-4-oxopent-2-enal



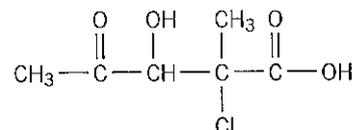
2-cloro-4-oxopentanodial



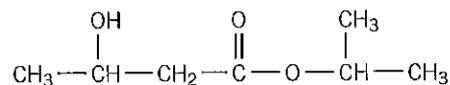
Metil propan-2-il éter



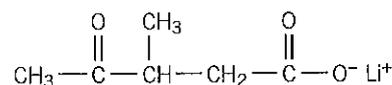
Ácido 2-cloro-3-hidroxi-2-metil-4-oxopentanoico



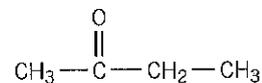
3-hidroxibutanoato de propan-2-ilo



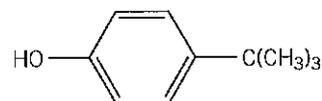
3-metil-4-oxopentanoato de litio



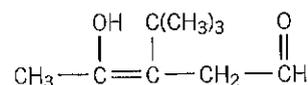
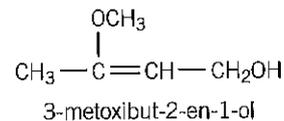
Etil metil cetona



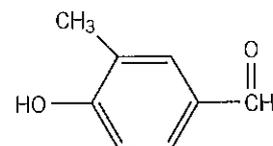
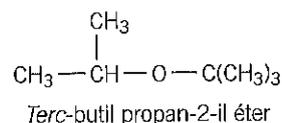
4-*terc*-butilfenol



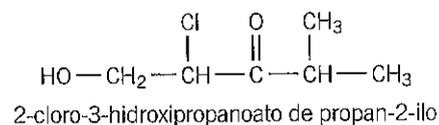
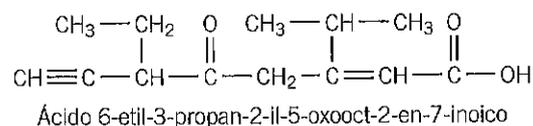
Nombramos los compuestos propuestos:

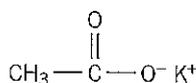


3-*terc*-butil-4-hidroxipent-3-en-1-ol

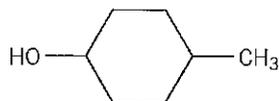


4-hidroxi-3-metilbenzaldehído

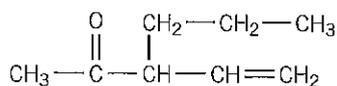




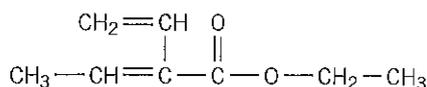
Acetato de potasio o etanoato de potasio



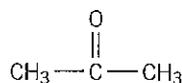
4-metilciclohexanol



3-etencilhexan-2-ona



2-etencilbut-2-enoato de etilo



Acetona o propanona

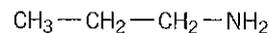
17. Grupo funcional	Características familia de compuestos
Hidroxilo	Alcoholes. Grupo funcional polar. Solubles en agua y de olor característico. Puntos de fusión bajos, pero puntos de ebullición variables en función de la cantidad de átomos de carbono que contienen. Son ácidos débiles, reaccionan fácilmente con los ácidos carboxílicos, dando lugar a ésteres, y se emplean como disolventes.
Oxi	Éteres. Muy poco reactivos. Tienen puntos de fusión más bajos que los alcoholes, y son prácticamente insolubles en agua. Presentan olores agradables y se emplean como disolventes inertes.
Carbonilo	Aldehídos y cetonas. Son polares y, consecuentemente, solubles en agua. Los puntos de fusión son inferiores a los alcoholes. Se comportan como ácidos débiles y presentan reacciones de adición. Es habitual la tautomería ceto-enol.
Oxycarbonilo	Ésteres. Los de baja masa molecular tienen olor agradable y son líquidos, mientras que los que poseen alta masa molecular son insolubles en agua e inodoros. La reacción más característica es la saponificación y la hidrólisis básica.
Carboxilo	Ácidos carboxílicos. Grupo funcional polar con características ácidas. Los de baja masa molecular son líquidos y solubles en agua. A partir de 12 átomos de carbono, son sólidos e insolubles en agua. Los puntos de ebullición son elevados. Las reacciones más habituales son la esterificación y reacciones ácido-base.

### 3 COMPUESTOS ORGÁNICOS NITROGENADOS

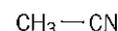
Págs. 202 y 203

18. Los grupos funcionales nitrogenados estudiados son los siguientes:

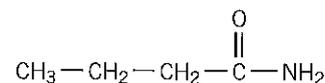
Grupo funcional amino:



Grupo funcional ciano:



Grupo funcional aminocarbonilo:

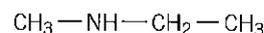


19. Amina primaria:

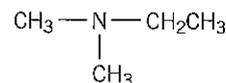


Etanamina o etilamina

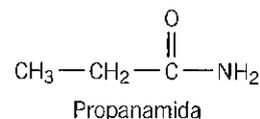
Amina secundaria:


*N*-metiletanamina o etil(metil)amina

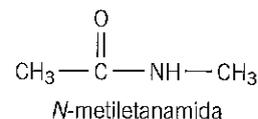
Amina terciaria:


*N,N*-dimiletanamina o etil(dimetil)amina

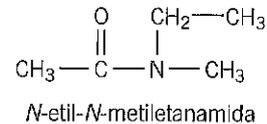
Amida primaria:



Amida secundaria:

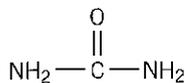


Amida terciaria:



20. El primer compuesto orgánico sintetizado en un laboratorio fue la urea, nombre recomendado por la IUPAC, compuesto que se encuentra en la orina. La síntesis de esta sustancia, obtenida en 1828 por F. Wöhler a partir de compuestos inorgánicos, supuso el fin de la teoría vitalista de J. J. Berzelius, que basaba el origen de los compuestos orgánicos en una supuesta «fuerza vital».

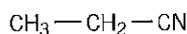
La urea presenta dos grupos funcionales. Por un lado, dos grupos amino y, por el otro, un grupo carbonilo secundario:



21. La respuesta es b) Secundaria. Una amina puede formar tres enlaces covalentes con tres átomos de carbono. Cuando una amina presenta solo un enlace nitrógeno-carbono se le llama *amina primaria*; si posee dos enlaces nitrógeno-carbono, se conoce como *amina secundaria*, y, si presenta tres enlaces nitrógeno-carbono, se le denomina *amina terciaria*.

22. El nombre *nitrilo*, asignado a la familia de compuestos en química orgánica cuyo grupo funcional principal es ciano, posee otro nombre en química inorgánica: *cianuro*.

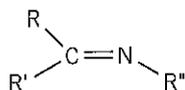
Por ejemplo, el cianuro de potasio es el compuesto KCN, mientras que el propanonitrilo es este compuesto:



23. El compuesto mostrado recibe el nombre de:

a) *N*-etilbutanamida

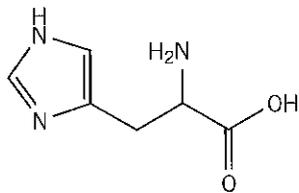
24. Una imina es un tipo de compuesto orgánico que tiene la siguiente fórmula general:



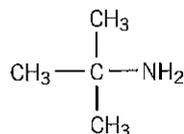
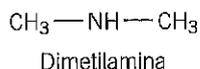
Las iminas se obtienen a partir de la condensación entre el amoníaco o una amina (grupo amino) y un aldehído o una cetona (grupo carbonilo primario o secundario).

Las iminas cíclicas se encuentran en numerosos organismos, muchos de ellos marinos, como toxinas que pueden ser causa de intoxicaciones alimentarias. Por su naturaleza tóxica, tienen utilidad como pesticidas para el control químico de plagas.

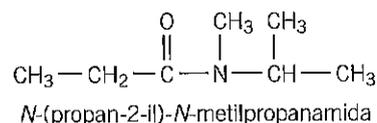
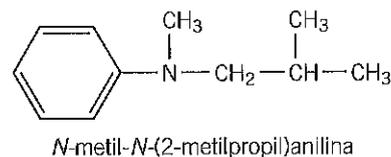
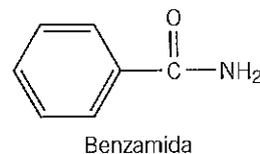
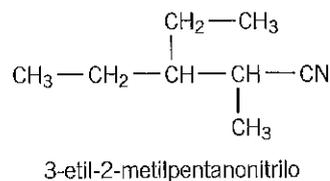
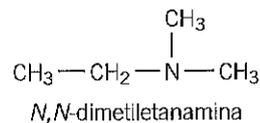
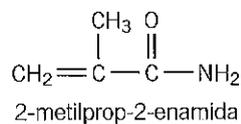
Sin embargo, no todas las iminas cíclicas son tóxicas, como es el caso del aminoácido esencial histidina:



25. Nombramos los compuestos propuestos:

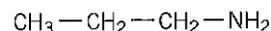


2-metilpropan-2-amina

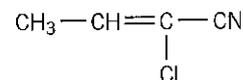


Formulamos los compuestos propuestos:

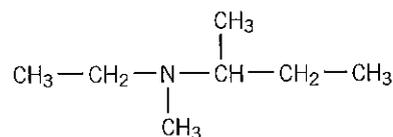
Propanamina o propilamina



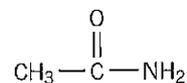
2-clorobut-2-enonitrilo



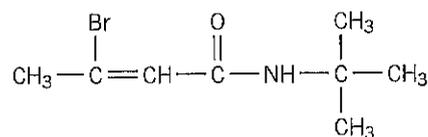
*N*-etil-*N*-metilbutan-2-amina o (butan-2-il)etil(metil)amina



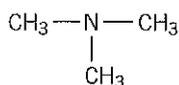
Acetamida o etanamida



*N*-*terc*-butil-3-bromo-but-2-enamida



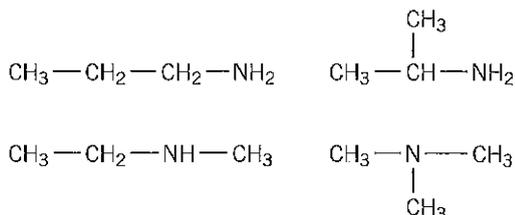
*N,N*-dimetilmetanamina o trimetilamina



#### 4 ISOMERÍA

Pág. 203

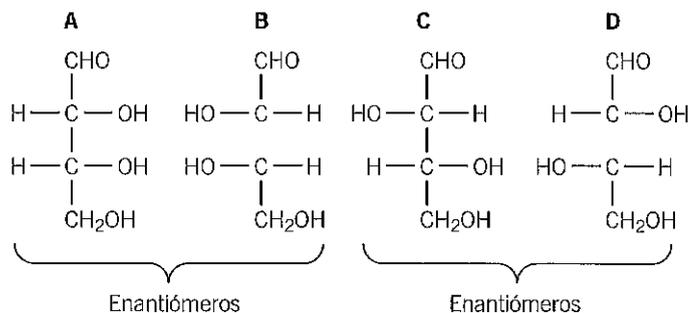
26.



27. Para analizar dos muestras que solamente difieren en la quiralidad de un átomo, se puede utilizar la técnica de rotación óptica. Con esta técnica, podremos ver si los dos compuestos hacen desviar el mismo ángulo y en el mismo sentido el plano de una luz polarizada que pasa a través de la disolución de cada compuesto, o bien si hacen desviar el mismo ángulo, pero en sentido contrario.

En caso de que la desviación de dicho plano sea la misma en ambas sustancias, se tratará del mismo isómero, mientras que, si la desviación se da en sentidos opuestos, se tratará de isómeros diferentes.

28. A continuación, se muestran las representaciones de Fischer de los enantiómeros y diastereómeros del 2,3,4-trihidroxibutano:



Son diastereómeros aquellos compuestos cuyas configuraciones no sean imagen entre sí, por ejemplo, A es diastereómero de C y de D.

29. Respuesta sugerida:

La isomería es el fenómeno por el cual dos o más compuestos tienen la misma fórmula molecular, pero difieren en su estructura o en su configuración en el espacio.

La isomería se clasifica en dos clases: isomería estructural y estereoisomería.

La isomería estructural es aquella en que dos o más compuestos de misma fórmula molecular difieren en la conectividad de sus átomos. Existen tres tipos:

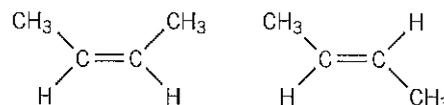
— Isomería de cadena. Propia de aquellos compuestos que tienen diferente cantidad de átomos de carbono en la cadena principal o en las ramificaciones. Como ejemplos, destacan el butano y el metilpropano.

— Isomería de posición. La presentan aquellos compuestos que difieren en la posición de los sustituyentes. Por ejemplo, el pentan-1-ol y el pentan-2-ol.

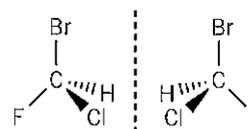
— Isomería de función. Propia de aquellos compuestos que difieren en el grupo funcional. El dimetil éter y el etanol son un ejemplo de este tipo de isomería.

Por su parte, la estereoisomería es aquella en que dos o más compuestos presentan la misma fórmula molecular y la misma conectividad entre átomos, pero difieren en la posición espacial. Existen tres tipos de isómeros:

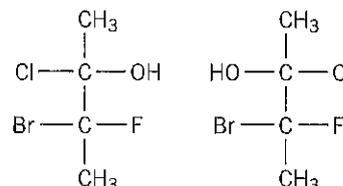
— *cis-trans*. Se produce en aquellos compuestos en que, debido a su rigidez, los sustituyentes tienen una posición fija en el espacio respecto a los demás. Un ejemplo es el but-2-eno:



— Enantiómeros. Se produce entre dos compuestos donde uno es la imagen especular del otro y no se pueden superponer debido a la existencia de un átomo quiral. El bromoclorofluorometano sería un ejemplo:



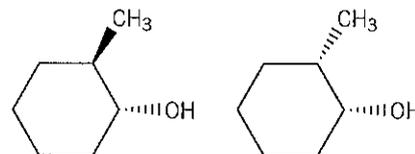
— Diastereoisómeros. Se produce en aquellos compuestos que contienen más de un átomo quiral y no son imagen especular entre ellos. El 3-bromo-2-cloro-3-fluorobutano-2-ol presenta los siguientes diastereoisómeros:



30. La isomería *cis-trans* se produce en aquellos compuestos en los que, debido a su rigidez, los sustituyentes tienen una posición fija respecto a los otros.

Este fenómeno se da en los compuestos que contienen como mínimo un doble enlace, pues, según las posiciones de los sustituyentes de cada doble enlace, generan dos isómeros distintos, o bien se da en los compuestos cíclicos, ya que cada átomo del ciclo puede generar dos isómeros, siempre y cuando dichos átomos no formen parte de un doble enlace.

En el ejercicio 29 hallamos el caso de dos isómeros *cis-trans*; un ejemplo de dos isómeros *cis-trans* cíclicos sería el 2-metilciclohexanol.



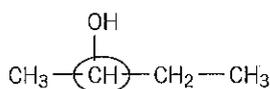
31. Un átomo quiral es aquel en que sus cuatro sustituyentes son diferentes. Si una molécula contiene un solo átomo quiral, su imagen especular no es superponible. Dos compuestos son enantiómeros si uno es la imagen especular del otro y no se pueden superponer.

En cambio, cuando un compuesto presenta dos átomos quirales, puede presentar diferentes isómeros, de manera que todos aquellos isómeros que no sean enantiómeros son diastereoisómeros o diastereómeros.

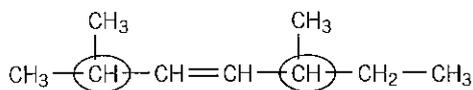
32. Se señala con un círculo rojo el/los átomo/s quiral/es, o el centro quiral de cada compuesto.

Formulamos los compuestos propuestos:

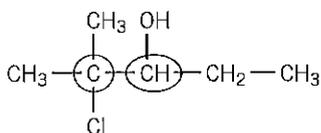
Butan-2-ol



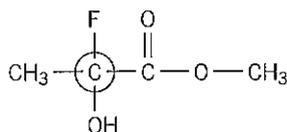
2,5-dimetilhept-3-eno



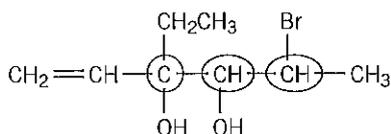
2-cloro-2-metilpentan-3-ol



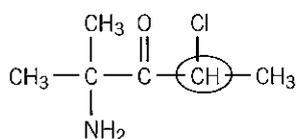
2-fluoro-2-hidroxiopropanoato de metilo



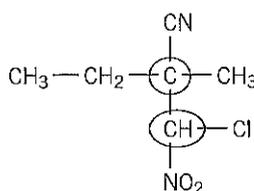
5-bromo-3-etilhex-1-eno-3,4-diol



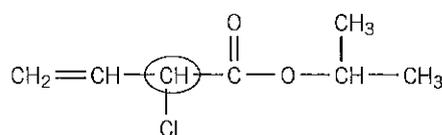
Nombramos los compuestos propuestos:



2-amino-4-cloro-2-metilpentan-3-ona

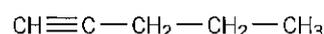
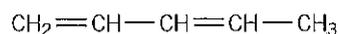


2-[cloro(nitro)metil]-2-metilbutanonitrilo



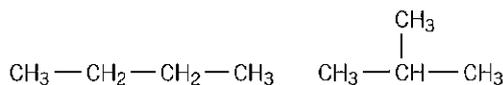
2-clorobut-3-enoato de propan-2-ilo

33. a) Pentano-1,3-dieno y pent-1-ino



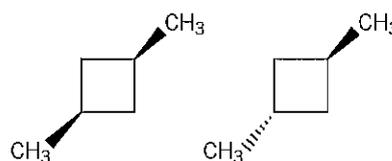
Isómeros de función

b) Butano y metilpropano



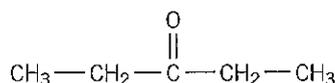
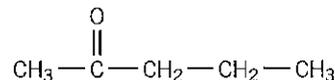
Isómeros de cadena

c) *cis*-1,3-dimetilciclobutano y *trans*-1,3-dimetilciclobutano



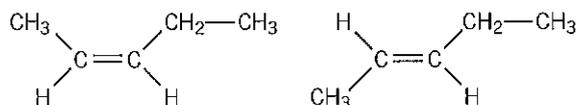
Isómeros *cis-trans*

d) Pentan-2-ona y pentan-3-ona



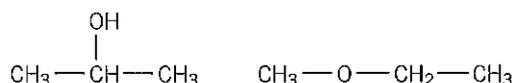
Isómeros de posición

e) *cis*-pent-2-eno y *trans*-pent-2-eno



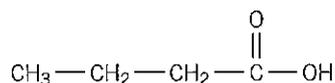
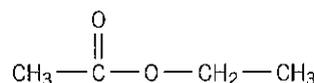
Isómeros *cis-trans*

f) Propan-2-ol y etil metil éter



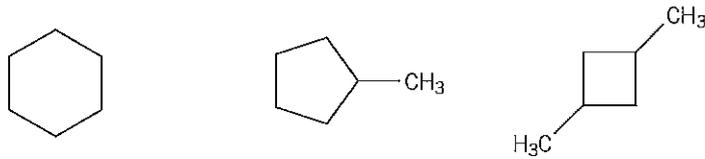
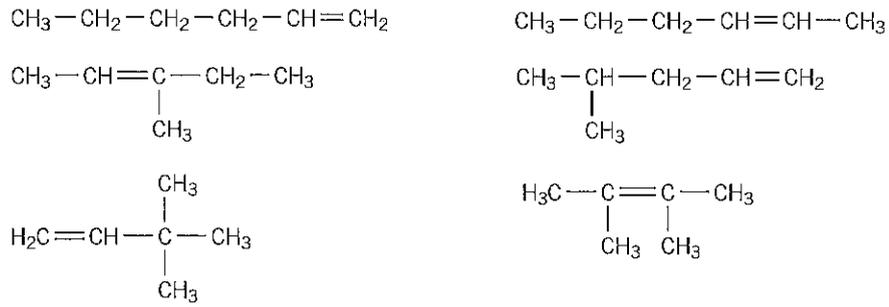
Isómeros de función

g) Etanoato de etilo y ácido butanoico



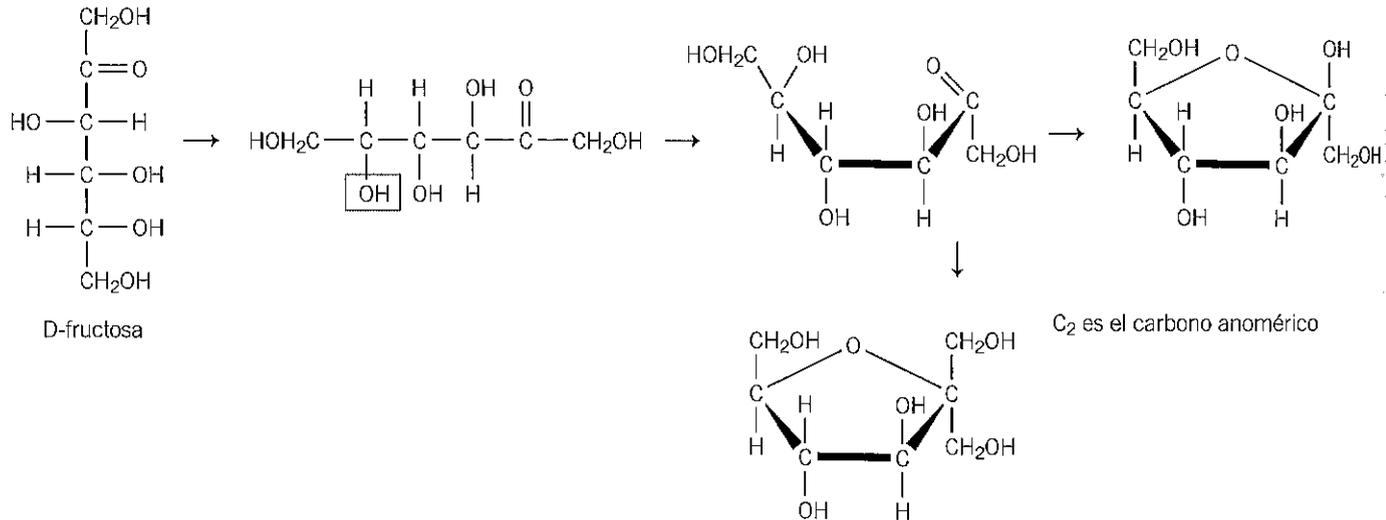
Isómeros de función

34. Los siguientes compuestos son isómeros del hexeno:



35. Un anómero es un isómero de un monosacárido que, tras la ciclación, contiene un carbono quiral adicional llamado *carbono anomérico*, en el que el grupo hidroxilo puede tomar dos posiciones diferentes,  $\alpha$  o  $\beta$ , respecto al plano que contiene el ciclo. Por lo tanto, los anómeros son epímeros de un carbohidrato en su forma cíclica.

En la figura aparece la D-fructosa como ejemplo:

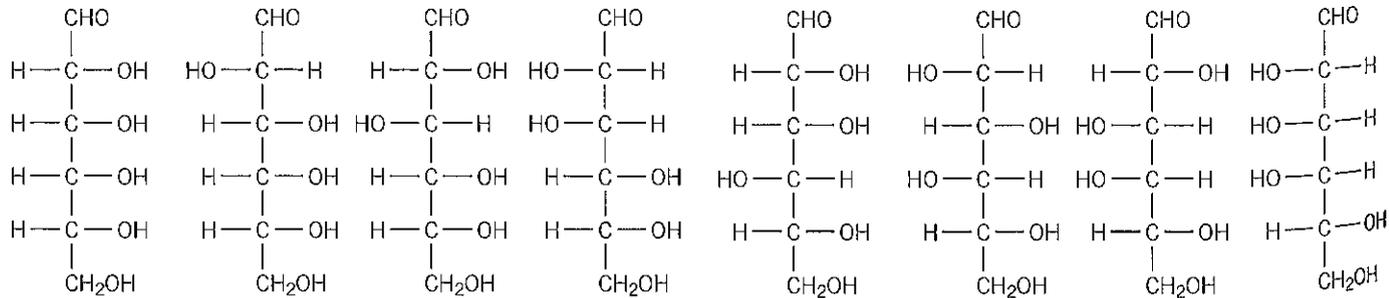


Los carbohidratos tienen varios carbonos asimétricos o quirales, y el anómero posee uno más, el carbono anomérico.

En el ejemplo, los carbonos 3, 4 y 5 son quirales en la forma abierta de la D-fructosa; en la forma cíclica, también es asimétrico el carbono 2 (carbono anomérico).

La mezcla equimolar de dos anómeros que sean entre sí enantiómeros dará lugar a una mezcla racémica.

36. Los isómeros D de la glucosa son:



Los nombres, de izquierda a derecha y de arriba abajo, son: D-alosa, D-altrosa, D-glucosa, D-manosa, D-gulosa, D-idosa, D-galactosa, D-talosa y sus respectivos isómeros L.

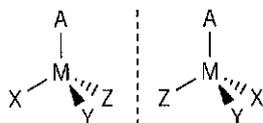
37. En química inorgánica, al igual que en química orgánica, también existen los isómeros. La isomería estructural es poco habitual, pero podemos encontrar algunos ejemplos:

HOCN	ácido ciánico
HONC	ácido fulmínico
HNCO	ácido isocianico
H <sub>3</sub> PO <sub>3</sub>	ácido fosforoso
H <sub>2</sub> PHO <sub>3</sub>	ácido fosfónico

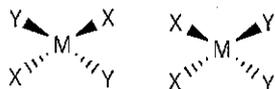
La estereoisomería puede encontrarse en muchos compuestos inorgánicos, entre los que destacan, especialmente, los compuestos de coordinación, que suelen estar relacionados con los metales de transición como átomo central.

Como ejemplos más habituales, podemos citar las geometrías tetraédrica, planocuadrada y octaédrica.

La geometría tetraédrica se presenta cuando el átomo central, M, está unido a cuatro ligandos que se distribuyen en el espacio, ocupando los vértices de un tetraedro. La estereoisomería aparece cuando, al igual que en un átomo de carbono, los cuatro sustituyentes sean diferentes.



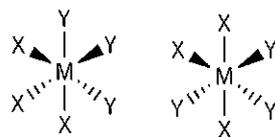
En el caso de la geometría planocuadrada, la estereoisomería requiere que un átomo central esté unido a cuatro ligandos, pero dos de ellos, como mínimo, deben ser iguales entre sí y distribuidos en el mismo plano.



De esta manera, tenemos el isómero *trans*- cuando dos ligandos iguales no están en posiciones adyacentes, y el isómero *cis*- cuando dos ligandos iguales se hallan en posiciones adyacentes.

Por último, cuando el átomo central se encuentra unido a seis ligandos, el compuesto presenta geometría octaédrica; para que haya estereoisomería es necesario que tres de ellos, como mínimo, sean iguales entre sí.

Cuando los tres ligandos iguales están situados en una cara del octaedro, se trata de un isómero *fac*- (facial); cuando no es así, el isómero es *mer*- (meridional).



38. Respuesta sugerida:

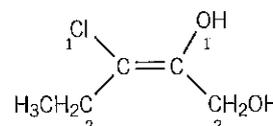
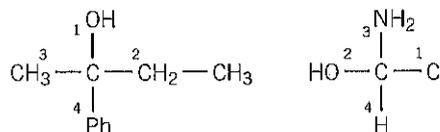
Las reglas CIP sirven para establecer la prioridad de los sustituyentes en un compuesto y diferenciar estereoisómeros. El nombre CIP corresponde con las iniciales de los investigadores que propusieron dichas reglas en el año 1966: R. S. Cahn, C. Ingold y V. Prelog.

Los sustituyentes se jerarquizan atendiendo al número atómico del átomo directamente enlazado; en caso de átomos iguales, se comparan los átomos directamente enlazados a este, y así sucesivamente hasta encontrar un átomo diferenciador. La jerarquía mayor corresponde al átomo de mayor número atómico.

Esto se emplea para asignar el estereodescriptor R o S a un átomo asimétrico y el estereodescriptor E o Z a una configuración relacionada con isomería *cis-trans*.

Respecto a los átomos asimétricos, se numeran los sustituyentes del 1 al 4, otorgando el 1 al de mayor jerarquía, y en la isomería *cis-trans* se numeran como 1 o 2 los sustituyentes de cada átomo.

Como ejemplo, estableceremos el orden de prioridad en el 2-butan-2-ol, en el aminoclorometanol y en el 3-cloro-pent-2-eno-1,2-diol.



39. Datos: % en masa (C) = 63,14 %; % en masa (H) = 8,83 %; % en masa (O) = 28,03 %; *m* (compuesto) = 5,099 g; *p* = 10<sup>5</sup> Pa; *V* = 1; *L* = 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>

— Calculamos las cantidades químicas de C, H y O en el compuesto:

$$n(\text{C}) = 63,14 \frac{\text{gC}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12,01 \text{ gC}} \approx 5,257 \text{ mol C}$$

$$n(\text{H}) = 8,83 \frac{\text{gH}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1,01 \text{ gH}} \approx 8,74 \text{ mol H}$$

$$n(\text{O}) = 28,03 \frac{\text{gO}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol O}}{16,00 \text{ gO}} \approx 1,752 \text{ mol O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{5,257 \text{ mol C}}{1,752 \text{ mol O}} \approx \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol O}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{8,74 \text{ mol H}}{1,752 \text{ mol O}} \approx \frac{5 \text{ mol H}}{1 \text{ mol O}}$$

Fórmula empírica: C<sub>3</sub>H<sub>5</sub>O.

— Obtenemos la masa molar del compuesto:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$n = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} = 0,044 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M(\text{compuesto})}; 0,044 \text{ mol} = \frac{5,099 \text{ g}}{M(\text{compuesto})};$$

$$M(\text{compuesto}) = 115,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Determinamos la fórmula molecular:

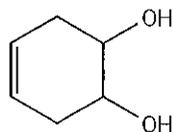
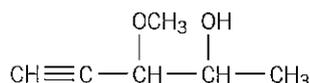
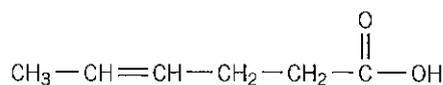
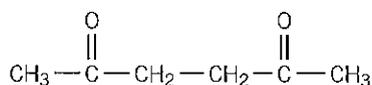
$$M_r(\text{C}_3\text{H}_5\text{O}): 3 \cdot 12,01 + 5 \cdot 1,01 + 1 \cdot 16,00 = 57,09$$

$$M(\text{C}_3\text{H}_5\text{O}): 57,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})} = \frac{115,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{57,08 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 2$$

Fórmula molecular: C<sub>6</sub>H<sub>10</sub>O<sub>2</sub>.

— Se presentan a continuación algunos isómeros estructurales:



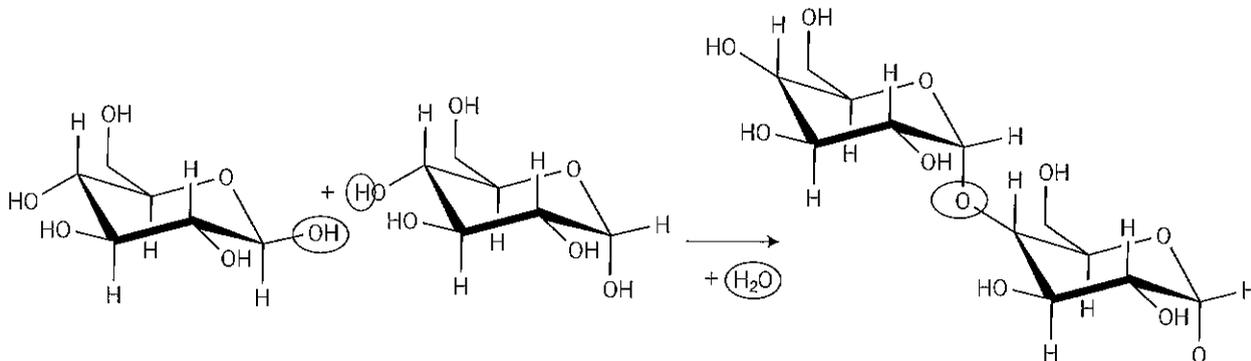
## 5 COMPUESTOS ORGÁNICOS DE INTERÉS

Págs. 203 y 204

40. **Proteína:** Compuesto orgánico formado por aminoácidos unidos entre sí mediante enlaces peptídicos entre los grupos amino y carboxílico con una determinada estructura. Ejemplos: hemoglobina, mioglobina, queratina, miosina, elastina, enzimas, etc.

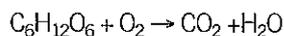
**Polímero natural:** Macromolécula orgánica formada por la unión indefinida de moléculas más pequeñas llamadas *monómeros*. Ejemplos: celulosa, algodón, almidón, etc.

41. El enlace glucosídico es aquel presente en los glúcidos. Se produce por la condensación entre un grupo hidroxilo de un monosacárido y otro grupo hidroxilo de otro monosacárido, lo que origina un grupo funcional oxígeno y, como subproducto, una molécula de agua.



42. Ambas reacciones del ejercicio anterior son reacciones de condensación. En la primera, participan dos aminoácidos cualesquiera formando un péptido y una molécula de agua.

Una reacción de combustión biológica es la producida entre la glucosa y el oxígeno mediante la respiración celular. En esta reacción se obtiene como productos dióxido de carbono, agua y energía.



43. Respuesta sugerida:

Los lípidos son sustancias hidrofóbicas debido a que su estructura es básicamente una cadena carbonada apolar, aunque también presentan una parte de su estructura polar, como es el grupo carboxilo de los ácidos grasos o el grupo hidroxilo en los esteroides. Dado que el agua es un compuesto polar, los lípidos se agrupan de modo que se expone la mínima superficie al agua, por lo que son prácticamente insolubles en ella.

El jabón es un compuesto que procede de la reacción de las grasas con una base, lo que da como consecuencia la hidrólisis

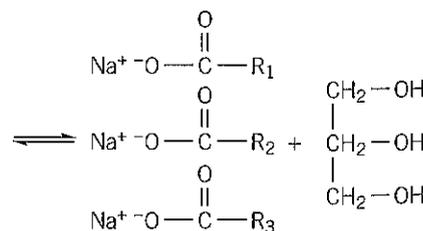
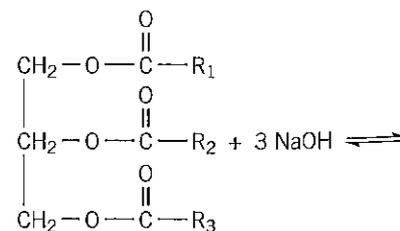
**Sacárido:** Es equivalente a hidrato de carbono, carbohidrato o glúcido. Los sacáridos pueden clasificarse en monosacáridos y polisacáridos. Los polisacáridos están formados por monosacáridos unidos a través de enlaces glucosídicos. Si un sacárido se hidroliza, se forman monosacáridos, que son compuestos orgánicos constituidos por átomos de carbono, hidrógeno y oxígeno que no se pueden hidrolizar y no se descomponen en azúcares más pequeños. Su función principal es generar energía para los procesos biológicos de los seres vivos. Ejemplos: glucosa, fructosa, ribosa, desoxirribosa, etc.

**Aminoácido:** Compuesto orgánico en cuya estructura posee un grupo amino y un grupo carboxilo. La combinación de estos mediante enlaces peptídicos da lugar a las proteínas. Ejemplos: leucina, histidina, alanina, etc.

**Glúcido:** Es equivalente a hidrato de carbono, carbohidrato y sacárido.

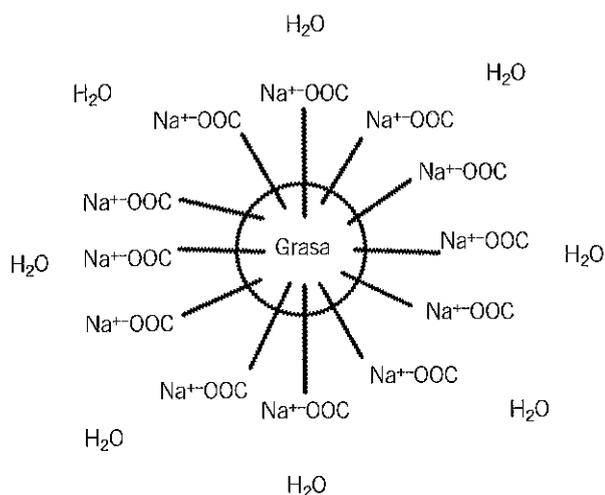
**Lípido:** Sustancia orgánica formada por átomos de carbono e hidrógeno y, en menor medida, por átomos de oxígeno, aunque puede contener otros átomos. Entre sus funciones principales, destacan la estructural y la de reserva de energía. Los lípidos suelen tener una zona de la molécula apolar y otra polar. Ejemplos: ácidos grasos, esteroides, fosfoglicéridos, acilglucéridos, etc.

del éster y la formación de la sal de un ácido graso, que es lo que conocemos como jabón.

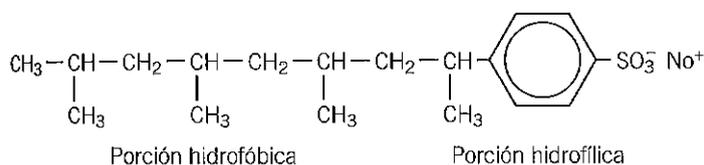


La sal del ácido graso posee una parte no polar, por lo que es soluble en las grasas (liposoluble), y una parte polar, el grupo

carboxilato, que es soluble en agua (hidrosoluble). De ahí que el jabón interactúe con las grasas por su parte liposoluble, quedando la partícula de grasa envuelta por moléculas de jabón que exponen al agua su parte polar, transformando el conjunto en una sustancia hidrosoluble que permite retirar la grasa de tejidos y superficies.



El detergente tiene un mecanismo de acción similar al jabón, pero procede de derivados del petróleo, principalmente, y presenta mayor eficacia que el jabón cuando se emplea en aguas duras (con elevado contenido mineral en disolución).



44. Respuesta sugerida:

La hemoglobina y la mioglobina transportan oxígeno en el organismo, para lo cual ambas disponen del grupo hemo en su composición. El grupo hemo está formado por un ion hierro(2+) coordinado con cuatro anillos pirrólicos, como podemos apreciar en la figura de la página 199 del libro del alumno.

El grupo hemo forma uniones de coordinación con diferentes gases en el organismo; la unión a uno u otro depende de la afinidad química que presente en cada entorno, siendo mayoritaria la unión con los gases por los que presenta una afinidad mayor.

La afinidad del grupo hemo por cada gas depende de la naturaleza del gas, de su concentración y de la estructura molecular a la que pertenezca el grupo hemo, mioglobina o hemoglobina.

El oxígeno del aire en los pulmones se une al grupo hemo de la hemoglobina formando oxihemoglobina, que se transporta en el interior de los eritrocitos por la sangre a las células de todo el organismo, y es esencial para el proceso de respiración celular.

En el músculo, el oxígeno pasa de la hemoglobina a la mioglobina, debido a que el grupo hemo de la mioglobina presenta mayor afinidad por el O<sub>2</sub> que el de la hemoglobina, por lo que el oxígeno se transfiere a la mioglobina, que lo almacena y transporta en el músculo.

Por otro lado, la hemoglobina libre de oxígeno une su grupo hemo al CO<sub>2</sub>, que se encuentra en la célula como resultado de la respiración celular, originando carbaminohemoglobina, la cual es transportada hasta los pulmones.

En los pulmones, el dióxido de carbono unido al grupo hemo es reemplazado por el oxígeno, debido a que dicho grupo presenta mayor afinidad por este último. Así, la oxihemoglobina formada retorna a las células cerrando el ciclo, y el CO<sub>2</sub> liberado en los pulmones se exhala al exterior.

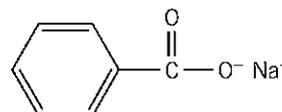
La eficacia de ambas hemoproteínas se reduce por la presencia de CO, ya que el grupo hemo presenta gran afinidad por este gas, que, al unirse, forma carboxihemoglobina e impide la formación de oxihemoglobina, anulando el transporte del O<sub>2</sub> y, como consecuencia, provocando la muerte celular.

Se diferencian en su estructura y su localización en el organismo. La hemoglobina está formada por cuatro cadenas polipeptídicas, cada una de las cuales con un grupo hemo, y se localiza en el interior de los leucocitos de la sangre, mientras que la mioglobina está formada por una sola cadena polipeptídica con un grupo hemo y se halla localizada en las células musculares.

► SÍNTESIS

Pág. 204

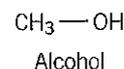
- 45. La actividad propuesta en el enlace es autocorrectiva.
- 46. El aditivo E-211 se corresponde con el benzoato de sodio.



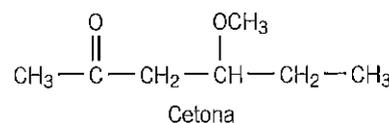
Una bebida carbonatada contiene ácido carbónico como consecuencia de la disolución del CO<sub>2</sub> en agua, el cual se libera de la disolución generando las características burbujas cuando, al abrir el envase, la presión del interior disminuye hasta la presión atmosférica. Pero el sabor ácido de la bebida se debe principalmente a aditivos ácidos, como ácido fosfórico y ácido cítrico, que actúan, asimismo, como conservantes al mantener el pH en valores lo suficientemente bajos como para impedir la proliferación de microorganismos.

47. Formulamos los compuestos propuestos:

Metanol



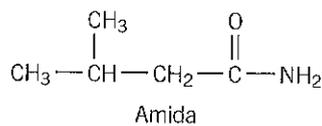
4-metoxihexan-2-ona



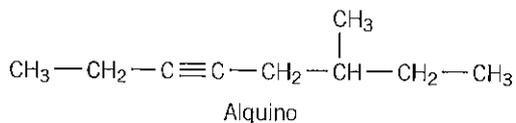
Etenilciclohexano



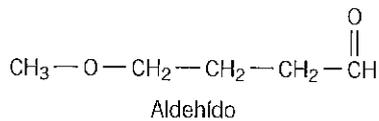
3-metilbutanamida



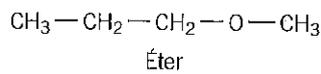
6-metiloct-3-ino



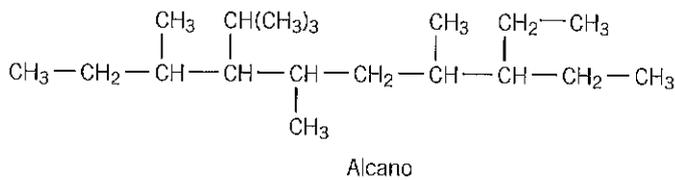
4-metoxibutanal



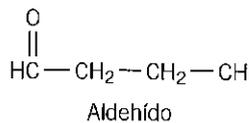
Etil propil éter



8-etil-4-isopropil-3,5,7-trimetildecano

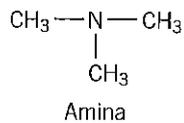
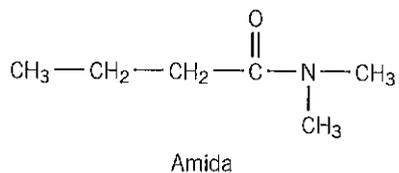


Butanodial

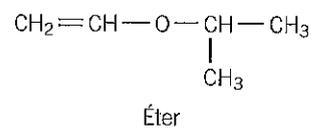
*m*-bromoclorobenceno

Hidrocarburo aromático halogenado

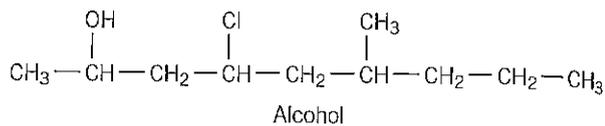
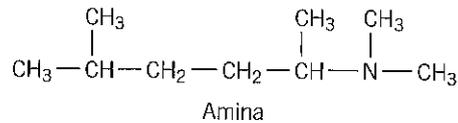
Trietilamina

*N,N*-dimetilpropanamida

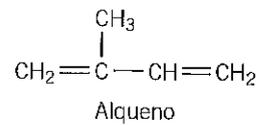
Etenil propan-2-il éter



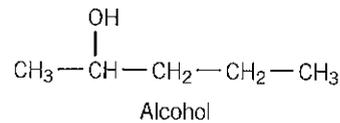
4-cloro-6-metilnonan-2-ol

*N,N*-dietil-5-metilhexan-2-amina

2-metilbuta-1,3-dieno



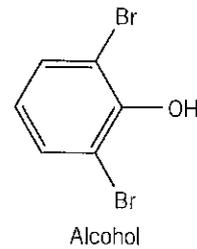
Pentan-2-ol



3-metilpentanonitrilo

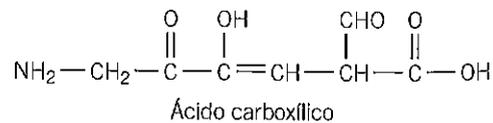


2,6-dibromofenol

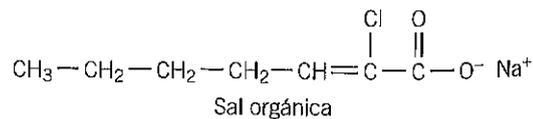


Alcohol

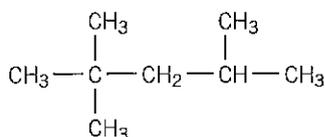
Ácido 6-amino-2-formil-4-hidroxi-5-oxohex-3-enoico



2-clorohept-2-enoato de sodio

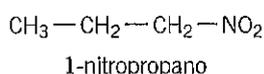
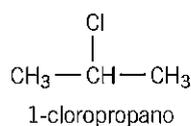
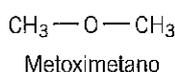
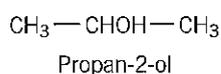
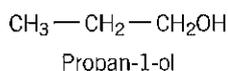
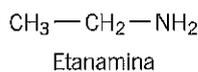
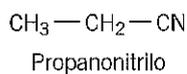
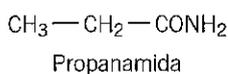
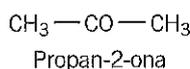
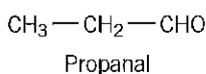
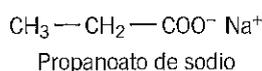
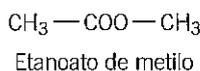
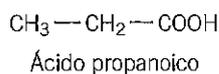
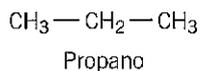


2,2,4-trimetilpentano



Alcano

48.



49. Datos:

$m$  (sustancia combustión) = 1,000 g;  $m$  ( $\text{CO}_2$ ) = 2,273 g;  
 $m$  ( $\text{H}_2\text{O}$ ) = 0,931 g;  $M$  (compuesto) = 116,180  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

— Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$m(\text{C}) = 2,273 \text{ g } \cancel{\text{CO}_2} \cdot \frac{12,01 \text{ g C}}{44,01 \text{ g } \cancel{\text{CO}_2}} \approx 0,6203 \text{ g C}$$

$$m(\text{H}) = 0,931 \text{ g } \cancel{\text{H}_2\text{O}} \cdot \frac{2 \cdot 1,01 \text{ g H}}{18,02 \text{ g } \cancel{\text{H}_2\text{O}}} \approx 0,102 \text{ g H}$$

$$m(\text{O}) = 1,000 \text{ g compuesto} - (0,6203 \text{ g C} + 0,102 \text{ g H}) = 0,278 \text{ g O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$n(\text{C}) = 0,6203 \text{ g } \cancel{\text{C}} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{12,01 \text{ g } \cancel{\text{C}}} \approx 0,05165 \text{ mol C}$$

$$n(\text{H}) = 0,102 \text{ g } \cancel{\text{H}} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1,01 \text{ g } \cancel{\text{H}}} \approx 0,101 \text{ mol H}$$

$$n(\text{O}) = 0,278 \text{ g } \cancel{\text{O}} \cdot \frac{1 \text{ mol O}}{16,00 \text{ g } \cancel{\text{O}}} \approx 0,017 \text{ mol O}$$

$$\frac{n(\text{C})}{n(\text{O})} = \frac{0,05165 \text{ mol C}}{0,017 \text{ mol O}} \approx \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol O}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{O})} = \frac{0,101 \text{ mol H}}{0,017 \text{ mol O}} \approx \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol O}}$$

Fórmula empírica:  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ .

— Calculamos la fórmula molecular del compuesto:

$$M_r(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}): 3 \cdot 12,01 + 6 \cdot 1,01 + 16,00 = 58,09$$

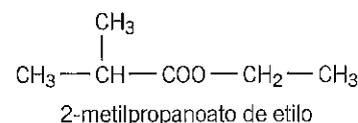
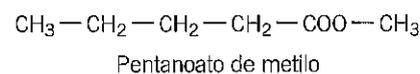
$$M(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}): 58,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{compuesto}) = 116,180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

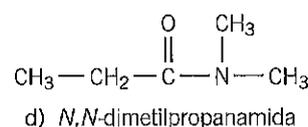
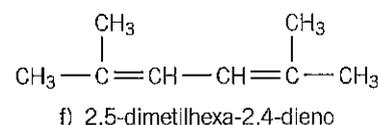
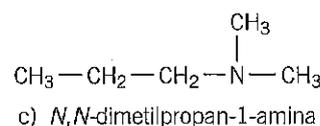
$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})} = \frac{116,180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{58,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2$$

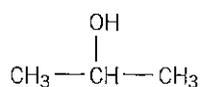
Fórmula molecular del compuesto:  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$ .

— Las fórmulas y los nombres de sus dos isómeros son:

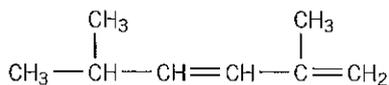


50. Relacionamos cada compuesto con su fórmula:

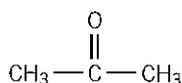




a) Propan-2-ol

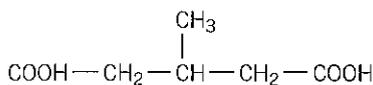


e) 2,5-dimetilhexa-1,3-dieno

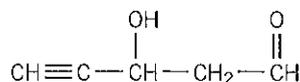


b) Propan-2-ona

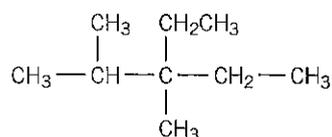
51. Nombramos los compuestos propuestos:



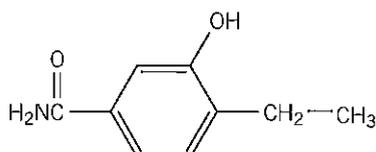
Ácido 3-metilpentanodioico



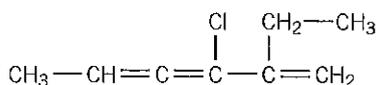
3-hidroxipent-4-inal



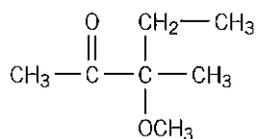
3-etil-2,3-dimetilpentano



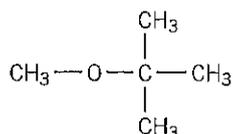
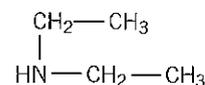
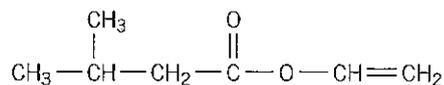
4-etil-3-hidroxibenzamida



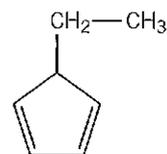
4-cloro-5-metilidenohepta-2,3-dieno



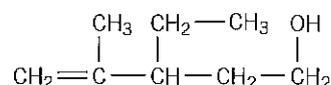
3-metil-3-metoxipentan-2-ona


 2-metil-2-metoxipropano o *tert*-butil metil éter

*N*-etiletan-1-amina o dietilamina


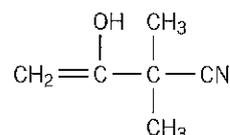
3-metilbutanoato de etenilo



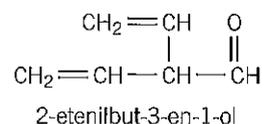
5-etilciclopenta-1,3-dieno



3-etil-4-metilpent-4-en-1-ol



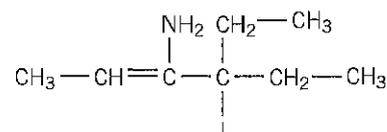
3-hidroxi-2,2-dimetilbut-3-enonitrilo



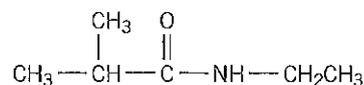
2-etenilbut-3-en-1-ol



Ácido 5-ciano-4,6-dioxohex-2-enoico

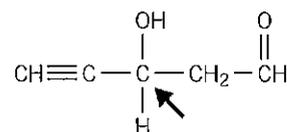


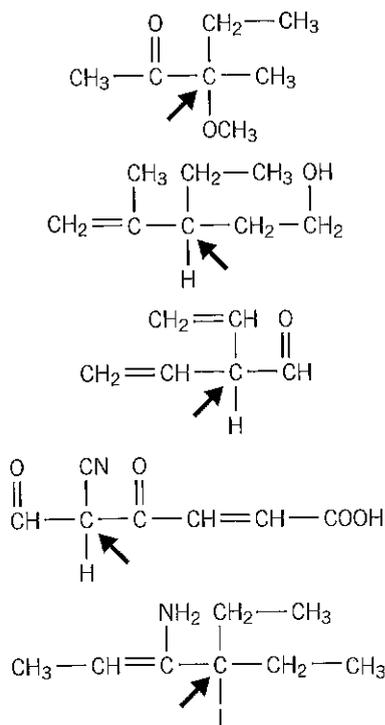
4-etil-4-yodohept-2-en-3-amina


*N*-etil-2-metilpropanamida

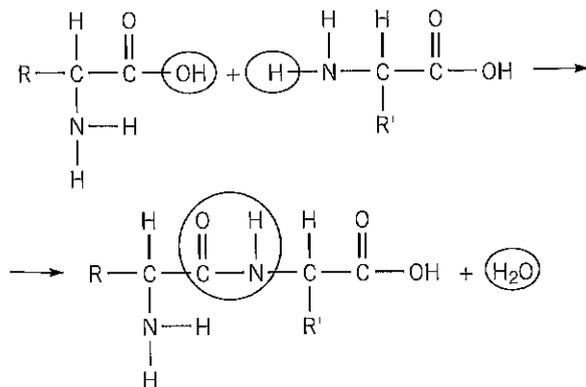
52. Los átomos quirales, o asimétricos, son aquellos que se encuentran unidos a cuatro sustituyentes diferentes.

A continuación, se reproducen las fórmulas de las moléculas aparecidas en el ejercicio 51 que contienen átomos de carbono asimétricos; cada uno de estos átomos se expresa en forma desarrollada y se señala con una flecha:





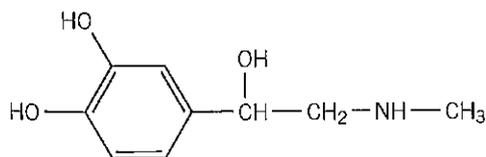
53. El enlace peptídico es el enlace presente en las proteínas y en los péptidos. Se genera por la condensación entre un grupo amino de un aminoácido y el grupo carboxilo de otro aminoácido, dando lugar a la formación de un grupo amino carbonilo y, como subproducto, a una molécula de agua. Esquemáticamente es como se muestra a continuación:



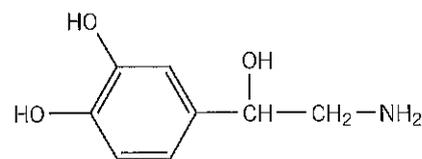
54. Respuesta sugerida:

Las catecolaminas son neurotransmisores cuya composición está constituida por catecol, benceno-1,2-diol, y una cadena carbonada con un grupo amino.

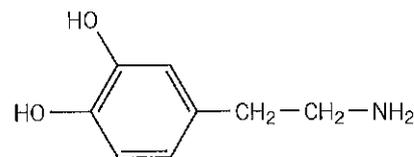
Las más importantes son adrenalina (epinefrina), noradrenalina (norepinefrina) y dopamina, las cuales se producen en la glándula suprarrenal (o adrenal) y las dos últimas también en los nervios simpáticos periféricos.



Adrenalina o 4-[1-hidroxi-2-(metilamino)etil]benceno-1,2-diol



Noradrenalina o 4-(2-amino-1-hidroxi)etil]benceno-1,2-diol



Dopamina o 4-(2-amino)etil]benceno-1,2-diol

La adrenalina, la noradrenalina y la dopamina actúan como mensajeros químicos en el sistema nervioso de los mamíferos; la dopamina es la catecolamina más importante en el sistema nervioso central (SNC).

Actúan sobre el sistema nervioso simpático, controlando situaciones de estrés. Aumento de la frecuencia cardíaca, vasoconstricción en algunas zonas del organismo, dilatación de las pupilas y acciones metabólicas son algunos de los efectos de las catecolaminas.

Por otro lado, la dopamina actúa sobre el sistema nervioso periférico modulando la función cardíaca y renal, el tono vascular y la motilidad gastrointestinal, entre otras cosas.

55. Respuesta sugerida:

Reseña histórica:

*Olefinas* es el nombre clásico de los alquenos; en la actualidad, dicho nombre se considera obsoleto, aunque todavía se emplea habitualmente en el ámbito industrial.

Este nombre se remonta a 1794, cuando un grupo de químicos holandeses estudiaron los productos de reacción del alcohol (etanol) con aceite de vitriolo (ácido sulfúrico).

Obtuvieron un gas, compuesto por hidrógeno y carbono, que, al reaccionar con cloro gaseoso, daba lugar a un líquido oleoso constituido por cloro, carbono e hidrógeno, y que se conocería en la época como *líquido* o *aceite de los holandeses* (*dutch liquid*); de modo que el gas inicialmente recibió el nombre de *gas oleificante* (*olefant gas*) o *gas generador de aceite*.

Posteriormente, ese gas fue caracterizado como un compuesto con enlace doble entre los átomos de carbono y se denominó *etileno*, cuyo nombre recomendado en la actualidad es *eteno*; el compuesto oleoso obtenido se llamó *cloruro de etileno*, cuyo nombre hoy recomendado es *1,2-dicloroetano*.

Por este motivo, los hidrocarburos con enlace doble entre átomos de carbono se englobaron, en general, en un grupo denominado *olefinas*, cuyo nombre recomendado actualmente es *alquenos*.

Concepto:

La hidroxilación consiste en una reacción química en la que se obtiene un compuesto con un grupo hidroxilo que no formaba parte del reactivo inicial.

Se puede producir por sustitución, cuando se reemplaza un sustituyente de un átomo de carbono por el grupo hidroxilo, y

por adición, cuando el grupo hidroxilo se une a un átomo de carbono que se hallaba unido a otro mediante enlace doble, quedando unido mediante enlace simple al grupo hidroxilo y al otro átomo de carbono.

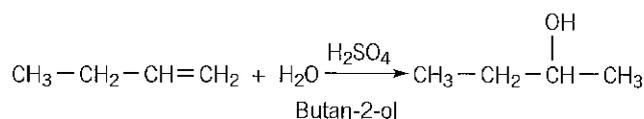
El último caso es el que corresponde con la hidroxilación olefínica, cuyo nombre recomendado actualmente es *hidroxilación de alquenos*.

Casos:

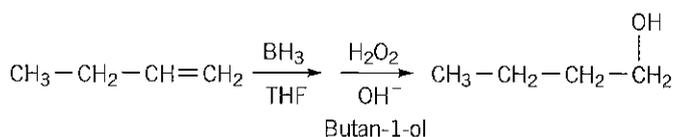
Sin pretender un estudio exhaustivo, podemos destacar estos casos aplicados al but-1-eno:

a) Formación de compuestos monohidroxilados. Se obtiene por hidratación, adición de  $H_2O$ , y se trata de un proceso **regioselectivo**, ya que, dependiendo del reactivo y el medio empleados, se obtiene un isómero concreto.

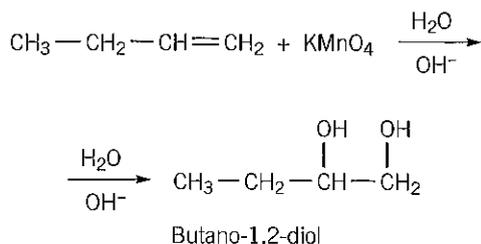
a1) Se habla de producto con orientación Markovnikov cuando el  $-OH$  se une al átomo de carbono más sustituido, por ejemplo, la hidratación en medio ácido:



a2) Se habla de producto con orientación anti-Markovnikov cuando el  $-OH$  se une al átomo de carbono menos sustituido, por ejemplo, la reacción con borano,  $BH_3$ , y posterior oxidación con peróxido de hidrógeno,  $H_2O_2$ , en medio básico:

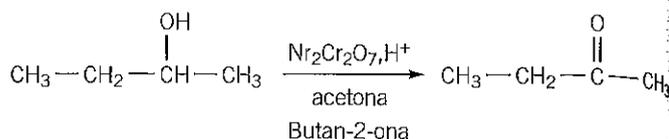
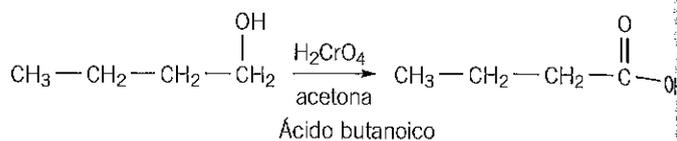
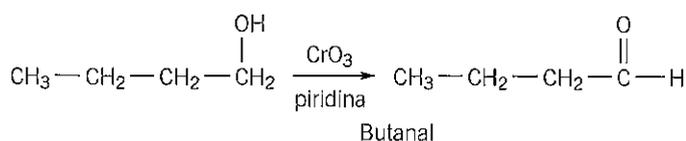


b) Formación de compuestos dihidroxilados. Se obtiene por hidratación en medio básico en presencia de permanganato de potasio,  $KMnO_4$ .



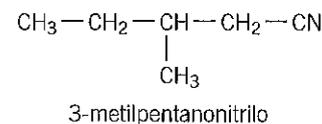
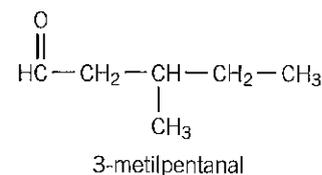
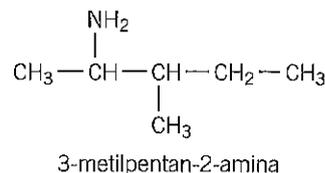
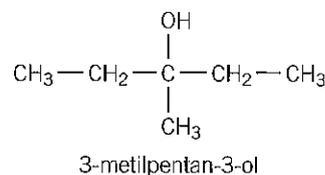
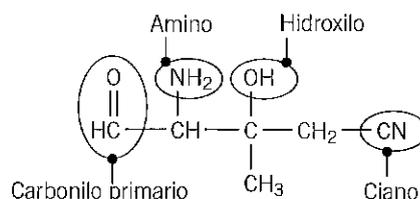
El alcohol puede oxidarse hasta la formación de aldehído, ácido carboxílico o cetona, según sea primario o secundario el átomo de carbono al que se encuentre unido.

Si el alcohol es primario, podrá originar aldehído o ácido carboxílico según el oxidante empleado. Si se trata de oxidante suave,  $CrO_3$ , resultará un aldehído, y, si es oxidante enérgico,  $H_2CrO_4$  o  $Na_2Cr_2O_7$ , dará un ácido carboxílico, mientras que, si es secundario, el resultado será una cetona. Los aldehídos se oxidan fácilmente dando lugar a ácidos carboxílicos, mientras que las cetonas son bastante resistentes a la oxidación.



## Evaluación (Pág 206)

1. Respuesta sugerida:



2. a) Falsa. El grupo oxo caracteriza a los éteres y está formado por un solo átomo.
- b) Falsa. Es el grupo amino.
- c) Verdadera. El carbono solamente puede formar cuatro emparejamientos electrónicos.
- d) Falsa. También carbaldehído cuando la cadena es cíclica y cuando haya más de dos grupos carbonilo primario en una cadena abierta y sea la función principal.
- e) Falsa. Sí presenta isomería *cis-trans*.

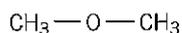
f) Falsa. Tiene que ser imagen no superponible de otra configuración, independientemente de la cantidad de átomos quirales.

g) Falsa. En proporción equimolar.

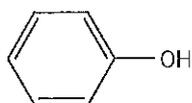
3. La opción correcta es la c).

4. Formulamos los compuestos propuestos:

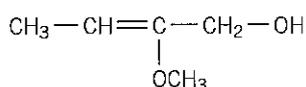
Dimetil éter



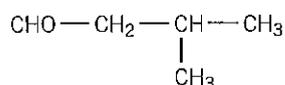
Fenol



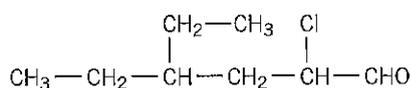
2-metoxibut-2-en-1-ol



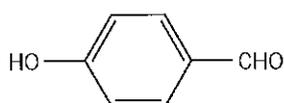
3-metilbutanal



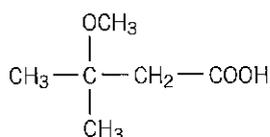
2-cloro-4-etilhexanal



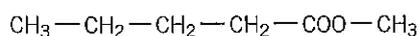
4-hidroxibenzaldehído



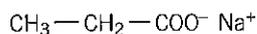
Ácido 3-metil-3-metoxibutanoico



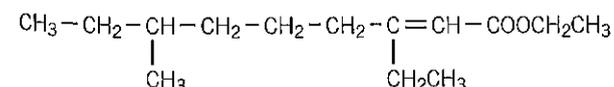
Pentanoato de metilo



Propanoato de sodio

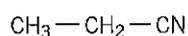


3-etil-7-metilhex-2-enoato de etilo



5. Formulamos los compuestos propuestos:

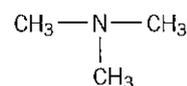
Propanonitrilo



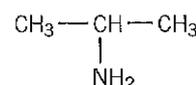
Etanamina



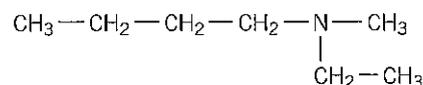
Trimetilamina



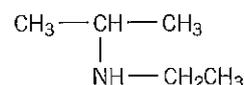
Propan-2-amina



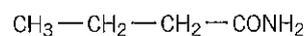
N-etil-N-metilbutan-1-amina



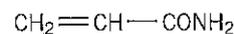
N-etilpropan-2-amina



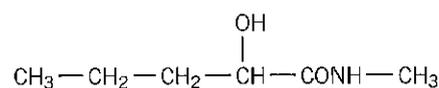
Butanamida



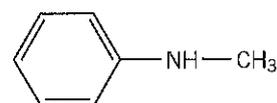
Prop-2-enamida



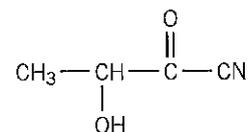
N-metil-2-hidroxipentanamida



N-metilanilina

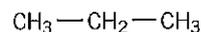


3-hidroxi-2-oxobutanonitrilo

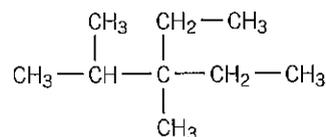


6. La opción correcta es la c), ya que el carbono 3 es asimétrico.

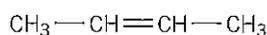
7. Nombramos los compuestos propuestos:



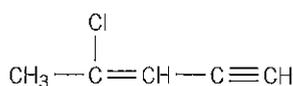
Propano



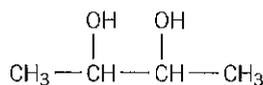
3-etil-2,3-dimetilpentano



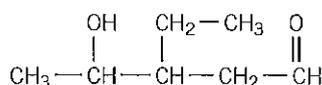
But-2-eno



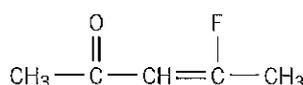
4-cloropent-3-en-1-ino



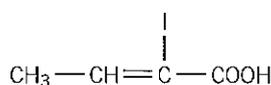
Butano-2,3-diol



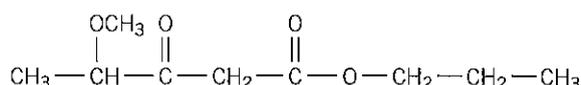
3-etil-4-hidroxipentanal



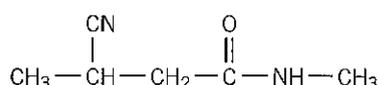
4-fluoropent-3-en-2-ona



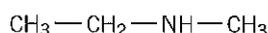
Ácido 2-yodobut-2-enoico



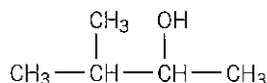
4-metoxi-3-oxopentanoato de propilo



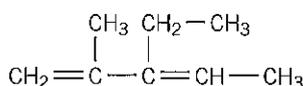
3-ciano-N-metilbutanamida



N-metiletanamina o etil(metil)amina



2-hidroxi-3-metilbutanonitrilo



3-etil-2-metilpenta-1,3-dieno

8. Datos:  $m_1$  (compuesto) = 2,00 g;  $m_1$  ( $\text{CO}_2$ ) = 2,981 g;  $m_1$  ( $\text{H}_2\text{O}$ ) = 0,916 g;  $V_2 = 2,00$  l;  $m_2$  (compuesto) = 10,416 g;  $p_2 = 10^5$  Pa;  $T_2 = 0^\circ\text{C}$ .

a) — Calculamos las masas de C, H y O en el compuesto:

$$m(\text{C}) = 2,981 \frac{\text{g CO}_2}{44,01 \text{ g CO}_2} \cdot \frac{12,01 \text{ g C}}{12,01 \text{ g C}} \approx 0,8135 \text{ g C}$$

$$m(\text{H}) = 0,916 \frac{\text{g H}_2\text{O}}{18,02 \text{ g H}_2\text{O}} \cdot \frac{2 \cdot 1,01 \text{ g H}}{2 \cdot 1,01 \text{ g H}} \approx 0,103 \text{ g H}$$

$$m(\text{O}) = 2,00 \text{ g compuesto} - (0,8135 \text{ g C} + 0,103 \text{ g H}) = 1,08 \text{ g O}$$

— Deducimos la fórmula empírica de la sustancia:

$$n(\text{C}) = 0,8135 \frac{\text{g C}}{12,01 \text{ g C}} \approx 0,06774 \text{ mol C}$$

$$n(\text{H}) = 0,103 \frac{\text{g H}}{1,01 \text{ g H}} \approx 0,102 \text{ mol H}$$

$$n(\text{O}) = 1,08 \frac{\text{g O}}{16,00 \text{ g O}} \approx 0,068 \text{ mol O}$$

$$\frac{n(\text{O})}{n(\text{C})} = \frac{0,068 \text{ mol O}}{0,06774 \text{ mol C}} \approx \frac{1 \text{ mol O}}{1 \text{ mol C}}$$

$$\frac{n(\text{H})}{n(\text{C})} = \frac{0,102 \text{ mol H}}{0,06774 \text{ mol C}} \approx \frac{1,51 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}} \approx \frac{3 \text{ mol H}}{2 \text{ mol C}}$$

— Fórmula empírica:  $\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2$ .

— Calculamos la masa molar del compuesto:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = 2,00 \text{ l} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ l}} = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = (0 + 273) \text{ K} = 273 \text{ K}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 273 \text{ K}} \approx$$

$$\approx 0,0882 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M}; M = \frac{m}{n} = \frac{10,416 \text{ g}}{0,0882 \text{ mol}} \approx 118 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

— Calculamos la fórmula molecular del compuesto:

$$M_r(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2): 2 \cdot 12,01 + 3 \cdot 1,01 + 2 \cdot 16,00 = 59,05$$

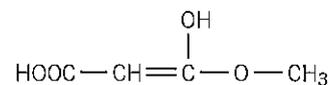
$$M(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2): 59,05 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{compuesto}): 118 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{M(\text{compuesto})}{M(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2)} = \frac{118 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{59,05 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 2$$

— Fórmula molecular del compuesto:  $\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_4$ .

b) Respuesta sugerida:



Ácido 3-metoxi-3-hidroxipent-2-enoico

9. a) Isomería estructural de cadena.  
 b) Isomería estructural de función.  
 c) Isomería estructural de posición.  
 d) Estereoisomería *cis-trans*.

10. Respuesta sugerida:

- No es posible, pues, si el compuesto tiene un único átomo de carbono quiral, puede presentar dos configuraciones asimétricas, que serán enantiómeros entre sí y ambos presentarán actividad óptica, una contraria a la otra, por lo que la disolución de uno de ellos deberá desviar el plano de polarización de la luz polarizada.
- Sí es posible, ya que, si el compuesto tiene dos átomos de carbono quirales, puede darse el caso de que la configuración sea simétrica, por lo que se trataría de un compuesto meso, el cual carece de actividad óptica. Por lo tanto, en este caso, la disolución no desviaría el plano de polarización de la luz polarizada.

También se podría dar en otros casos con más de dos átomos quirales, pero debería ser un número par para que pudiera darse la configuración meso.

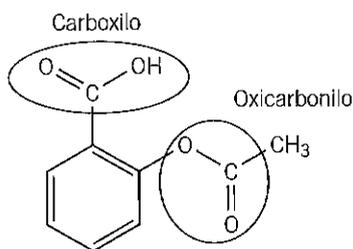
11. Son isómeros entre sí los compuestos a) y b) porque tienen la misma fórmula molecular:  $C_{15}H_{32}$ . Se trata de isómeros estructurales de cadena. La fórmula molecular del compuesto b) es  $C_{16}H_{34}$ ; la del compuesto d) es  $C_{14}H_{30}$ .

Zona + (Pág. 207)

— La aspirina cumple años

- Respuesta sugerida:

La fórmula del principio activo de la aspirina es:



Ácido 2-(acetiloxi)benzoico

El nombre del compuesto, según las recomendaciones de la IUPAC, es ácido 2-(acetiloxi)benzoico.

Se trata de un derivado del ácido 2-hidroxibenzoico, conocido tradicionalmente como *ácido salicílico*. Por tratarse de un compuesto tan importante y extendido, su nombre tradicional es el más empleado: *ácido acetil-salicílico*.

- Respuesta sugerida:

El desarrollo de un medicamento hoy en día, desde que se descubre el principio activo hasta su comercialización, puede oscilar entre 15 y 20 años.

El proceso consta de diversas etapas: obtención de una nueva molécula, estudios preclínicos y estudios clínicos de fase I, II y III.

Los dos años que tardó Felix Hoffmann en patentar la aspirina es un período muy corto desde la perspectiva actual.

Además, debe mantenerse un protocolo de farmacovigilancia del medicamento para detectar nuevos efectos secundarios y adversos en la población.

La aspirina es un caso excepcional, puesto que, además de seguir siendo eficaz y útil pese a su longevidad, continuamente aparecen nuevos efectos beneficiosos adicionales a sus efectos analgésicos y antiinflamatorios originales, tales como su efecto antiagregante plaquetario y la posible relación entre su consumo y la reducción del riesgo de ciertos tipos de cáncer.

Bajo la supervisión del profesor o profesora, se puede organizar una búsqueda de información, exposición y debate sobre el tema.

— Las nomenclaturas de compuestos orgánicos

- Los ejemplos de cada nomenclatura pueden encontrarse en el desarrollo de la unidad y en las respuestas de los ejercicios propuestos.
- Respuesta sugerida:

Respecto a las consecuencias de que haya diferentes nomenclaturas y su utilidad, podría plantearse la respuesta como un debate entre dos grupos: uno de ellos defendería la postura a favor y el otro, la contraria. Asimismo, haría falta un moderador, que podría ser el profesor o profesora, y un grupo que actuara de público. Para finalizar la actividad, el público redactaría un pequeño informe con sus opiniones, que se expondría en clase.

— Investigan proteínas que se agregan sin perder su estructura

- Respuesta sugerida:

Las proteínas son compuestos muy importantes en cualquier organismo vivo y desarrollan funciones muy variadas, desde una función estructural (en células y organismos superiores) y locomotora a la función defensiva (anticuerpos), pasando por la función de almacenamiento, regulación, transporte, enzimática, etc.

Debido a esto, la mayoría de los medicamentos actúan directamente sobre alguna proteína que se encuentra involucrada en la patología que se quiere evitar.

- Respuesta sugerida:

Como ejemplo, podemos indagar en recientes investigaciones sobre:

Un tratamiento para reducir las alergias a medicamentos:

<http://www.abc.es/agencias/noticia.asp?noticia=1747908>

Una posible diana terapéutica contra el herpes:

<http://www.dicat.csic.es/rdcsic/index.php/ca/biologia-y-biomedicina-2/106-proyectos/196-descubren-una-posible-diana-terapeutica-contra-los-virus-tipo-herpes>

Una posible diana terapéutica contra el párkinson:

<http://cuidadoalzheimer.com/avances/Descubren-una-nueva-diana-terapeutica-para-el-tratamiento-del-parkinson/>

Bajo la supervisión del profesor o profesora, se puede organizar en clase la búsqueda de casos similares o diferentes a los indicados, una exposición posterior y la elaboración de un mural con las conclusiones obtenidas.

## El movimiento

## En contexto (Pág. 211)

- a.
- Se espera que los alumnos reflexionen sobre los conceptos velocidad (máxima/promedio/instantánea), aceleración, tiempo de reacción.
  - Ver punto anterior.
  - El tiempo de reacción es el tiempo que pasa desde que se recibe un estímulo sensorial (sonido, imagen, temperatura, etc.) hasta que se inicia un movimiento de respuesta (por ejemplo, el pequeño instante que se tarda en apartar la mano del fuego después de percibir la alta temperatura o la fracción de segundo que pasa entre que se observa una pelota dirigiéndose hacia nosotros y se inicia el movimiento para esquivarla).

b.

- Mach es una unidad de velocidad relativa que expresa la relación entre una cierta velocidad y la velocidad del sonido en el medio en que nos encontramos. Así pues, se define mediante la ecuación:

$$M = \frac{v}{v_s}$$

Donde  $v$  es la velocidad del cuerpo que debe analizarse y  $v_s$ , la velocidad del sonido en el medio en el que se mueve el cuerpo.

Una velocidad de mach 7 equivale a 7 veces la velocidad del sonido, que en el aire es de  $1234,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Esto es:

$$\begin{aligned} v &= 7 \cdot v_s = 7 \cdot 1234,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \\ &= 8643,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \end{aligned}$$

- Los límites de la velocidad han evolucionado desde los  $9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  que alcanzaban los animales en el siglo xix, pasando por la locomotora del siglo xx, que se desplazaba a unos  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , hasta llegar a los  $900 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  que alcanza un avión intercontinental en el siglo xxi. Siguiendo esta tendencia, se espera llegar a los  $9000 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en el siglo xxii.

## Internet (Pág. 216)

La trayectoria se va dibujando en color azul al paso del punto. La longitud de esta es la **distancia** recorrida.

El vector rojo con origen en el punto inicial y final en el punto que se desplaza es el **vector desplazamiento**.

Se puede observar que la distancia va aumentando a medida que el punto se desplaza, mientras que el vector desplazamiento puede incrementar o disminuir en función de si nos alejamos o acercamos al punto inicial.

## Internet (Pág. 217)

Para hallar la velocidad media, basta con conocer los puntos inicial y final y el tiempo total. En cambio, para calcular la rapidez media, debemos conocer toda la trayectoria del cuerpo. Si la trayectoria es rectilínea y no se efectúa ningún cambio de sentido, entonces la rapidez y la velocidad media coinciden.

## INTERNET (Pág. 221)

Se observa que la dirección del vector verde (aceleración tangencial) va variando a causa del efecto de la aceleración normal (vector rojo). De esta forma, se dibuja una trayectoria circular.

## Problemas resueltos (Págs. 222 y 223)

1. Datos:  $x(t) = 2t^2$ ,  $y(t) = 3t^2 - 1$

Despejamos la variable  $t$  de la primera ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{x}{2}}$$

Sustituimos  $t$  en la segunda ecuación para obtener la ecuación de la trayectoria:

$$y = 3 \cdot \left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^2 - 1 = \frac{3 \cdot x}{2} - 1$$

Observamos que no depende del tiempo, como esperábamos. El vector de posición, en cambio, sí que depende del tiempo, ya que determina el punto del espacio en que se encuentra el móvil para un instante de tiempo dado:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = 2t^2\vec{i} + (3t^2 - 1)\vec{j}$$

2. Datos:  $\vec{r}(t) = (30t, 40t - 5t^2)$

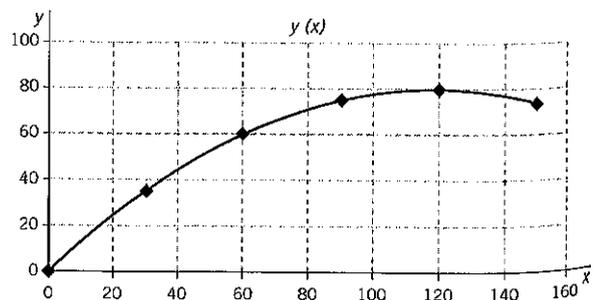
A partir de la ecuación del movimiento dada, podemos expresar las ecuaciones paramétricas del movimiento de la siguiente forma:

$$x(t) = 30t$$

$$y(t) = 40t - 5t^2$$

Aislamos la  $t$  en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$t = \frac{x}{30} \rightarrow y = 40 \cdot \frac{x}{30} - 5 \cdot \left(\frac{x}{30}\right)^2 = \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{180}$$



3. Datos:

Tiempo (s)	Posición (m)
20	50
30	70
40	60
50	10

La velocidad media se calcula mediante la expresión:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

 En cada caso, calcularemos los incrementos de  $x$  y de  $t$ :

 a) Entre  $t = 20$  s y  $t = 30$  s:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(30) - x(20) = 70 \text{ m} - 50 \text{ m} = 20 \text{ m} \\ \Delta t &= 30 \text{ s} - 20 \text{ s} = 10 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{20 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 b) Entre  $t = 20$  s y  $t = 40$  s:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(40) - x(20) = 60 \text{ m} - 50 \text{ m} = 10 \text{ m} \\ \Delta t &= 40 \text{ s} - 20 \text{ s} = 20 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{10 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 c) Entre  $t = 20$  s y  $t = 50$  s:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(50) - x(20) = 10 \text{ m} - 50 \text{ m} = -40 \text{ m} \\ \Delta t &= 50 \text{ s} - 20 \text{ s} = 30 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-40 \text{ m}}{30 \text{ s}} = -1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 d) Entre  $t = 30$  s y  $t = 40$  s:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(40) - x(30) = 60 \text{ m} - 70 \text{ m} = -10 \text{ m} \\ \Delta t &= 40 \text{ s} - 30 \text{ s} = 10 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-10 \text{ m}}{10 \text{ s}} = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 e) Entre  $t = 40$  s y  $t = 50$  s:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(50) - x(40) = 10 \text{ m} - 60 \text{ m} = -50 \text{ m} \\ \Delta t &= 50 \text{ s} - 40 \text{ s} = 10 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_m = \frac{-50 \text{ m}}{10 \text{ s}} = -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 4. Datos:  $\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$ 

 a) Consideramos la posición del objeto en el instante  $t$  y en un instante cercano  $t + \Delta t$ :

$$\vec{r}(t) = (3t^2 + 1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(t + \Delta t) = [3(t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j}$$

Calculamos la variación de posición entre los dos instantes:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = [3 \cdot (t + \Delta t)^2 + 1]\vec{j} - (3t^2 + 1)\vec{j} = \\ &= (3 \cdot \Delta t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t)\vec{j} \end{aligned}$$

La velocidad instantánea será:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(3 \cdot \Delta t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t)\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(3 \cdot \Delta t^{\cancel{2}} + 6 \cdot t \cdot \cancel{\Delta t})\vec{j}}{\cancel{\Delta t}} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (3 \cdot \Delta t + 6 \cdot t)\vec{j} = 6 \cdot t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

b) Para calcular la velocidad instantánea, sustituimos el tiempo en la ecuación anterior:

$$\vec{v}(2\text{s}) = 6 \cdot 2\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 12\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Como solo tiene una componente, el módulo es:

$$v = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

 5. Datos:  $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (40 - 5t^2)\vec{j}$ 

Calculamos los vectores velocidad y aceleración mediante estas expresiones:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} ; \quad \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

 Para calcular la velocidad, consideramos el vector de posición para un instante  $t$  y para otro muy próximo  $t + \Delta t$ :

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}(t) &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = \\ &= 5(t + \Delta t)\vec{i} + [40 - 5(t + \Delta t)^2]\vec{j} - [5t\vec{i} + (40 - 5t^2)]\vec{j} = \\ &= 5\Delta t\vec{i} - (5\Delta t^2 - 10t\Delta t)\vec{j} \end{aligned}$$

Calculamos la velocidad:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{5\Delta t\vec{i} + (5\Delta t^{\cancel{2}} - 10t\cancel{\Delta t})\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 5\vec{i} + (5\Delta t - 10t)\vec{j} = 5\vec{i} - 10t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Siguiendo un procedimiento análogo, para el cálculo de la aceleración consideramos la variación del vector velocidad de dos instantes muy próximos:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{v}(t) &= \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = \\ &= 5\vec{i} - 10(t + \Delta t)\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - (5\vec{i} - 10t\vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \\ &= -10\Delta t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Finalmente, utilizando la expresión dada al inicio de la resolución, obtenemos:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{-10\Delta t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\Delta t} = -10\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

 6. Datos:  $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$ 

 a) El desplazamiento entre  $t = 6$  s y  $t = 3$  s será la variación del vector de posición entre estos instantes:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}(6s) - \vec{r}(3s) = \\ &= [(12s)\vec{i} + [1 - (6s)^2]\vec{j}] - [(6s)\vec{i} + [1 - (3s)^2]\vec{j}] = \\ &= (12 - 6)\vec{i} + (-35 + 8)\vec{j} = 6\vec{i} - 27\vec{j} \text{ m}\end{aligned}$$

- b) Para calcular el módulo de la velocidad, calculamos primero el vector velocidad. Para ello, necesitamos conocer la variación de la posición entre el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = [2(t + \Delta t), 1 - (t + \Delta t)^2] - \\ &- (2t, 1 - t^2) = (2\Delta t, -\Delta t^2 - 2t\Delta t) \text{ m}\end{aligned}$$

Ahora podemos calcular la velocidad y su módulo:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(2\Delta t, -\Delta t^2 - 2t\Delta t)}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2, -\Delta t - 2t) = (2, -2t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\vec{v}(5s) = (2, -10) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-10)^2} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Seguimos un procedimiento análogo para calcular el módulo de la aceleración. Primero buscamos la variación de la velocidad en el instante 5 s y un instante inmediatamente posterior:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{v} &= \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = [2, -2(t + \Delta t)] - (2, -2t) = \\ &= (0, -2\Delta t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

Calculamos la aceleración y su módulo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(0, -2\Delta t)}{\Delta t} = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-2)^2} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

#### 7. Datos:

$$R = 20 \text{ cm}; v = 20t^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}; |\vec{a}_t| = 40t \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}; t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

Para calcular el módulo de la aceleración total, necesitamos conocer las aceleraciones tangencial y normal.

Calculamos la aceleración tangencial en  $t = \frac{2}{3} \text{ s}$  sustituyendo en la ecuación del enunciado para la aceleración tangencial:

$$\left| \vec{a}_t \left( \frac{2}{3} \text{ s} \right) \right| = 40 \cdot \frac{2}{3} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = 27 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para obtener la aceleración normal, utilizamos el radio de la trayectoria:

$$\begin{aligned}\left| \vec{a}_n \left( \frac{2}{3} \text{ s} \right) \right| &= \frac{\left( 20 \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \right)^2}{20 \text{ cm}} = 20 \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = \\ &= 4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}\end{aligned}$$

Ahora podemos calcular la aceleración total:

$$|\vec{a}| = \sqrt{27^2 + 4^2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = 27 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para calcular el ángulo que forma con el vector velocidad, hay que tener en cuenta que este tiene una dirección tangencial a la trayectoria.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{4}{27}\right) = 81^\circ$$

#### 8. Datos: $\vec{v} = 20\vec{i} + (40 - 10t)\vec{j}$ ; $t = 1 \text{ s}$

- a) Para calcular el vector velocidad en  $t = 1 \text{ s}$ , sustituimos en la expresión dada:

$$\vec{v}(1 \text{ s}) = 20\vec{i} + (40 - 10 \cdot 1)\vec{j} = (20, 30) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- b) Para calcular la aceleración, consideramos la variación de velocidad entre el instante  $t = 1 \text{ s}$  y un instante inmediatamente posterior.

$$\begin{aligned}\Delta v &= (20, 40 - 10 \cdot 1) - (20, 40 - 10 \cdot (1 + \Delta t)) = \\ &= (0, -10\Delta t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

A continuación, podemos calcular la aceleración.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(0, -10\Delta t)}{\Delta t} = (0, -10) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- c) Sabemos que  $|\vec{a}_n| = |\vec{a}| \cdot \cos \varphi$ , donde  $\varphi$  es el ángulo entre las aceleraciones total y normal.

$$\tan \varphi = \frac{v_y(1 \text{ s})}{v_x(1 \text{ s})} = \frac{30}{20} \rightarrow \varphi = 56^\circ$$

Finalmente, podemos calcular las dos componentes de la aceleración total:

$$a_n = a \cdot \cos(\varphi) = 10 \cdot \cos(56^\circ) = 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_t = a \cdot \sin(\varphi) = 10 \cdot \sin(56^\circ) = 8,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- d) Podemos calcular el radio de curvatura a partir de la aceleración normal.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$$

$$R = \frac{\left( \sqrt{20^2 + 30^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right)^2}{5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 6,5 \text{ m}$$

### Ejercicios y problemas (Págs. 224 a 226)

#### 1 MOVIMIENTO Y SISTEMAS DE REFERENCIA

Pág. 224

9. Un sistema de referencia es un punto o conjunto de puntos respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos. Se dice que el movimiento es relativo, ya que depende del sistema de referencia que estemos utilizando para medirlo. Así, si respecto al movimiento de un tren escogemos como sistema de referencia los bancos del andén, el tren se moverá. En cambio, si cogemos como sistema de referencia los asientos del tren, este no se moverá.

Según el principio de relatividad de Galileo, todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes entre sí, y es imposible distinguir mediante experimentos físicos si un sistema de referencia inercial se mueve o está en reposo. Por este motivo, no podemos afirmar que todos los objetos están en movimiento.

10. Respuesta sugerida: estando en el interior de un autobús, podríamos escoger cualquier objeto fijo del exterior (p. ej., una farola). Tomando como sistema de referencia este objeto, si vemos que este se mueve, querrá decir que el autobús está en movimiento.
11. Supongamos que el péndulo oscila en una dirección paralela a la trayectoria del coche, es decir, hacia delante y hacia atrás en lugar de lateralmente.

Desde el interior del coche, el péndulo se desplaza a la misma velocidad hacia delante y hacia atrás. En los dos casos, el péndulo parte del reposo, aumenta su velocidad hasta llegar a un máximo y, seguidamente, se desacelera para llegar al punto más alto y volver a empezar el ciclo en sentido contrario. El observador que se encuentra en el coche ve, pues, que el péndulo avanza y retrocede.

Desde el exterior del vehículo, en cambio, se observan unas velocidades mucho mayores cuando el péndulo se desplaza hacia delante. Esto se debe a que la base del péndulo se desplaza a la velocidad del coche y a que esta se suma a la velocidad que lleva el extremo oscilante.

Cuando el péndulo se desplaza hacia atrás del vehículo, se observa que avanza a velocidad inferior; pero no retrocede. Esto sucede siempre que la velocidad del coche sea superior a la del péndulo.

12. Sabemos que los sistemas de referencia inerciales están en reposo o se mueven en línea recta y a velocidad constante con respecto a cualquier otro sistema de referencia inercial. Conociendo esto:
- Es un sistema de referencia no inercial, ya que la trayectoria es curvilínea.
  - Es un sistema de referencia inercial, ya que se mueve a velocidad constante.
  - Es un sistema de referencia inercial, ya que se encuentra en reposo.
  - Es un sistema de referencia inercial, suponiendo que se mueven a velocidad constante.
  - Es un sistema de referencia no inercial, ya que la atracción se moverá a diferentes velocidades en sus distintos tramos.
  - Es un sistema de referencia no inercial, ya que el transbordador se moverá a diferentes velocidades a lo largo del lanzamiento.
  - Es un sistema de referencia no inercial, puesto que la trayectoria es curvilínea.
13. El saco caerá junto a la base del mástil, pues su velocidad inicial es la misma que la del barco.

14. Para determinar si un objeto se mueve o no, necesitamos fijar un punto de referencia. Es decir, tenemos que preguntarnos respecto a qué se mueve o no el objeto. Siempre se podrá elegir un observador para el cual un objeto tenga un movimiento relativo. Evidentemente, el único objeto que no puede estar en movimiento respecto a un punto es aquel que se halla justo en ese punto en todo momento.
15. a) La pelota se irá alejando en la profundidad con un movimiento totalmente vertical.  
 b) La pelota se irá acercando con un movimiento totalmente vertical.  
 c) La pelota se irá acercando progresivamente tanto horizontal como verticalmente.  
 d) La pelota se irá alejando en el sentido horizontal, pero seguirá acercándose en el eje vertical.

## 2 TRAYECTORIA, POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Pág. 224

16. Datos:  $\vec{r} = (2t + 2)\vec{i} + (4t^4 - 3t^2)\vec{j}$
- Para encontrar la posición en los instantes 0 s y 2 s, sustituimos el tiempo en la expresión del vector de posición:
 
$$\vec{r}(0 \text{ s}) = (0 + 2)\vec{i} + (0 - 0)\vec{j} = 2\vec{i} \text{ m}$$

$$\vec{r}(2 \text{ s}) = (4 + 2)\vec{i} + (64 - 12)\vec{j} = (6\vec{i} + 52\vec{j}) \text{ m}$$
  - El vector desplazamiento es la diferencia entre los vectores de posición final e inicial:
 
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(2 \text{ s}) - \vec{r}(0 \text{ s}) = (6\vec{i} + 52\vec{j}) - 2\vec{i} = (4\vec{i} + 52\vec{j}) \text{ m}$$
17. Datos:  $x_1 = (5, 0)$ ;  $x_2 = (2, 2)$
- La diferencia entre el vector de posición inicial y final será:
- $$\Delta x = x_2 - x_1 = (2, 2) - (5, 0) = (-3, 2)$$
- Esta diferencia es el desplazamiento que ha efectuado la hormiga. El desplazamiento coincide con el espacio recorrido siempre que la trayectoria tenga la dirección de la recta que une los puntos inicial y final y no se produzcan cambios de sentido.
18. Datos: movimiento rectilíneo;  $x = -6 + 2t$  en el Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Inicialmente, es decir, en  $t = 0$  s, el niño se encuentra en la posición:
 
$$x(0 \text{ s}) = -6 + 0 = -6 \text{ m} \rightarrow (-6, 0) \text{ m}$$
  - Se mueve en la dirección del eje X y con sentido positivo, ya que el factor que multiplica a  $t$  en la ecuación es positivo y, por lo tanto, a medida que pasa el tiempo, el valor de  $x$  crece.
  - Para conocer la posición a los 5 s, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento.
 
$$x(5 \text{ s}) = -6 + 2 \cdot 5 = 4 \text{ m} \rightarrow (4, 0) \text{ m}$$

- d) La distancia recorrida será la diferencia entre la posición inicial y la final, ya que el movimiento es rectilíneo:

$$\Delta \vec{r} = (4, 0) - (-6, 0) = (4 + 6, 0) = (10, 0) \text{ m} \rightarrow$$

$$\rightarrow |\Delta \vec{r}| = 10 \text{ m}$$

19. Datos:  $x = 4t + 2$ ;  $y = 3t$  en unidades del SI

- a) Sustituimos los tiempos en las ecuaciones para conocer el vector de posición en cada instante. Para  $t = 0$  s:

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \cdot 0 + 2 = 2 \\ y &= 3 \cdot 0 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{r}_1(0 \text{ s}) = (2, 0) \text{ m}$$

Y para  $t = 5$  s:

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \cdot 5 + 2 = 22 \\ y &= 3 \cdot 5 = 15 \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{r}_2(5 \text{ s}) = (22, 15) \text{ m}$$

- b) La distancia al origen es el módulo del vector de posición:

$$|\vec{r}(5 \text{ s})| = \sqrt{22^2 + 15^2} = 26,6 \text{ m}$$

- c) Para conocer el vector desplazamiento, restamos las posiciones en el instante final e inicial:

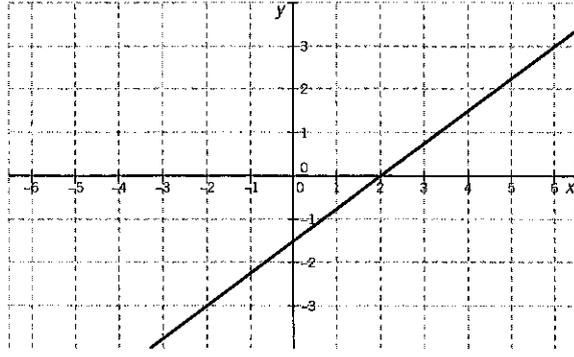
$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(5 \text{ s}) - \vec{r}(0 \text{ s}) = (22, 15) - (2, 0) = (20, 15) \text{ m}$$

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ m}$$

- d) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de una de las dos ecuaciones paramétricas y sustituimos en la otra. Por ejemplo, aislamos  $t$  de la ecuación de  $x$ , y sustituimos el valor en la ecuación de  $y$ :

$$x = 4t + 2 \rightarrow t = \frac{x - 2}{4}$$

$$y(x) = 3 \cdot \frac{x - 2}{4}$$



20. Datos:  $\vec{r} = 2t\vec{i} + (3t^2 + 2)\vec{j}$

- a) En el instante inicial el tiempo es igual a 0. Por tanto, sustituimos este tiempo en la ecuación del movimiento:

$$\vec{r}(0 \text{ s}) = 2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j} = 2\vec{j} \text{ m}$$

- b) Como en el apartado anterior, sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento de la pelota:

$$\vec{r}(3 \text{ s}) = 2 \cdot 3 + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j} = (6\vec{i} + 29\vec{j}) \text{ m}$$

- c) La ecuación de la trayectoria es la ecuación de  $y$  en función de  $x$ .

Primero separamos la ecuación del movimiento en las dos componentes,  $x$  e  $y$ .

$$x(t) = 2t; \quad y(t) = 3t^2 + 2$$

La ecuación que queremos obtener no debe estar en función del tiempo. Por tanto, aislamos  $t$  de una de las dos expresiones y sustituimos en la otra.

$$x(t) = 2t \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y(t) = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 = \frac{3x^2}{4} + 2$$

La trayectoria de la pelota es parabólica.

- d) Calculamos el vector desplazamiento entre los instantes de tiempo 0 s y 3 s, y su módulo:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(3\text{s}) - \vec{r}(0\text{s}) = (2 \cdot 3\vec{i} + (3 \cdot 3^2 + 2)\vec{j}) -$$

$$- (2 \cdot 0\vec{i} + (3 \cdot 0^2 + 2)\vec{j}) = (6\vec{i} + 27\vec{j}) \text{ m}$$

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{6^2 + 27^2} = 28 \text{ m}$$

La distancia recorrida por el objeto será mayor que estos 28 m. En la figura se puede observar su trayectoria curvilínea y el vector desplazamiento rectilíneo.

21. Datos: 300 m oeste, 400 m norte

Si el excursionista vuelve al punto de partida, el origen coincide con el punto final y, por lo tanto, el desplazamiento es nulo (0 m).

Fijamos el origen de coordenadas en el punto A. Escogemos los ejes de tal manera que el sentido positivo de  $X$  es hacia el este y el de  $Y$  hacia el norte.

Expresamos cada movimiento en forma de vector:

$$\Delta \vec{r}_1 = (-300, 0) \text{ m}$$

$$\Delta \vec{r}_2 = (0, 400) \text{ m}$$

$$\Delta \vec{r}_3 = ?$$

Conocemos los dos primeros movimientos y sabemos que el desplazamiento total tiene que ser cero. Por lo tanto:

$$\Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 + \Delta \vec{r}_3 = 0$$

$$\Delta \vec{r}_3 = -(\Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2) = -((-300, 0) + (0, 400)) = (300, -400) \text{ m}$$

La distancia total será la suma de la distancia recorrida en cada tramo.

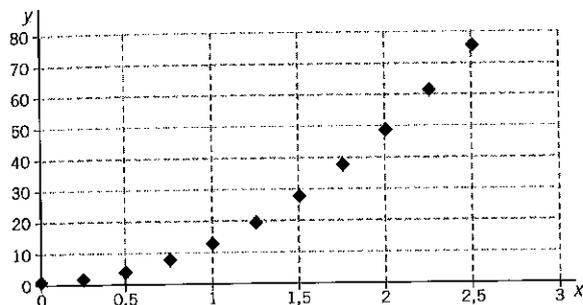
$$|\Delta \vec{r}| = |\Delta \vec{r}_1| + |\Delta \vec{r}_2| + |\Delta \vec{r}_3| = 300 + 400 + \sqrt{300^2 + (-400)^2} =$$

$$= 300 + 400 + 500 = 1200 \text{ m}$$

22. Datos:  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ ;  $\vec{r}(t) = 0,05t\vec{i} + (1 + 0,03t^2)\vec{j}$  en unidades del SI. Sistema de referencia en la esquina.

Para representar la trayectoria, vamos tomando distintos valores de  $t$  y calculamos la posición para cada instante. De esta forma, elaboraremos una tabla con los puntos que tenemos que representar en la gráfica.

t	x	y
0	0	1
5	0,25	1,75
10	0,5	4
15	0,75	7,75
20	1	13
25	1,25	19,75
30	1,5	28
35	1,75	37,75
40	2	49
45	2,25	61,75
50	2,5	76



En la figura se puede observar que se trata de un movimiento curvilíneo. Puede llegarse a la misma conclusión hallando la ecuación de su trayectoria.

### 3 VELOCIDAD

Págs. 224 y 225

23. Datos: 100 km; 60 min;  $v = \text{cte.}$

Planteamos la velocidad ( $\text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ ) y aplicamos el cambio de unidades:

$$\vec{v} = \frac{100 \text{ km}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

24. Datos:  $v_m = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Como en el ejercicio anterior, aplicamos el cambio de variables.

$$v_m = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25. Datos:

Arriba-en medio  $\rightarrow 2 \text{ h a } 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

En medio-abajo  $\rightarrow 1 \text{ h a } 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Para conocer la velocidad media, calculamos el recorrido y la variación de tiempo total.

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_1 &= 50 \text{ km} \cdot \cancel{\text{h}^{-1}} \cdot \cancel{2 \text{ h}} = 100 \text{ km} \\ \Delta r_2 &= 80 \text{ km} \cdot \cancel{\text{h}^{-1}} \cdot \cancel{1 \text{ h}} = 80 \text{ km} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta r_i = 180 \text{ km}$$

$$\Delta t = 2 \text{ h} + 1 \text{ h} = 3 \text{ h}$$

Con estos datos, podemos calcular la velocidad media como:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{180 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

26. La diferencia entre la velocidad media y la instantánea es el intervalo de tiempo que analizan. La primera es la velocidad que deberían llevar los atletas para realizar la carrera en un determinado tiempo si se movieran a velocidad constante. Sin embargo, normalmente la velocidad varía según el momento de la carrera. De esta forma, los dos atletas pueden coincidir en velocidad instantánea en un tiempo determinado y, sin embargo, haber corrido a una velocidad media distinta.

27. Datos:

t (s)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
s (m)	0,0	3,0	12,0	27,0	45,0	75,0

En cada caso, calcularemos el intervalo de tiempo y la distancia recorrida en este intervalo. A partir de estos resultados, calculamos la velocidad media.

$$\left. \begin{aligned} \Delta r &= 27,0 \text{ m} - 3,0 \text{ m} = 24 \text{ m} \\ \Delta t &= 3 \text{ s} - 1 \text{ s} = 2 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{24 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta r &= 75,0 \text{ m} - 12,0 \text{ m} = 63 \text{ m} \\ \Delta t &= 5 \text{ s} - 2 \text{ s} = 3 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{63 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 21 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

28. Datos: gráfico

a) Entre  $t = 2 \text{ s}$  y  $t = 5 \text{ s}$

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(3 - 0,5) \text{ m}}{3 \text{ s}} = 0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En este caso, la velocidad media y la rapidez media tienen el mismo valor, ya que el recorrido sigue una trayectoria recta, sin cambios de sentido ni de dirección.

b) Entre el instante inicial y el final:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(0 - 0) \text{ m}}{6 \text{ s}} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3}{\Delta t} = \frac{3 \text{ m} + 0 \text{ m} + 3 \text{ m}}{6 \text{ s}} = \frac{6 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En este caso, los dos resultados son distintos, ya que se producen cambios de sentido en la trayectoria.

29. Datos:

$$\Delta r_1 = \Delta r_3 = 200 \text{ m}; \Delta r_2 = 0 \text{ m}; v_1 = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$v_2 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; t_2 = 2 \text{ min}; v_3 = 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer el tiempo que ha transcurrido en total y la distancia recorrida.

Calculamos el tiempo que tarda en efectuar el primer tramo hasta la panadería:

$$t_1 = \frac{\Delta r_1}{v_1} = \frac{200 \text{ m}}{1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 143 \text{ s}$$

Sabemos que después permanece 2 min más en la panadería y finalmente regresa. Calculamos el tiempo que tarda en hacer el camino de vuelta:

$$t_3 = \frac{\Delta r_3}{v_3} = \frac{200 \text{ m}}{1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 111 \text{ s}$$

El tiempo total es:

$$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3 = 143 \text{ s} + 2 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 111 \text{ s} = 374 \text{ s}$$

La velocidad media es:

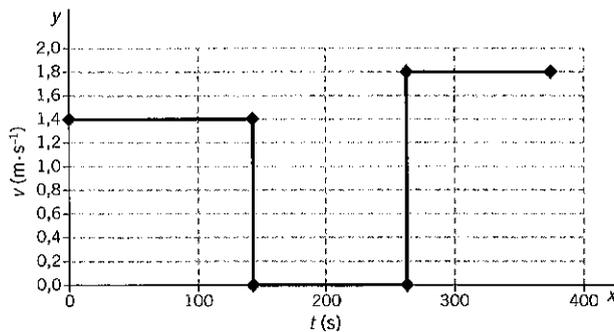
$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(200 + 200) \text{ m}}{374 \text{ s}} = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El desplazamiento es cero, ya que el punto inicial y el final son el mismo.

$$\Delta x = 200 \text{ m} + 0 \text{ m} - 200 \text{ m} = 0 \text{ m}$$

La longitud del recorrido es:

$$\Delta s = 200 \text{ m} + 0 \text{ m} + 200 \text{ m} = 400 \text{ m}$$



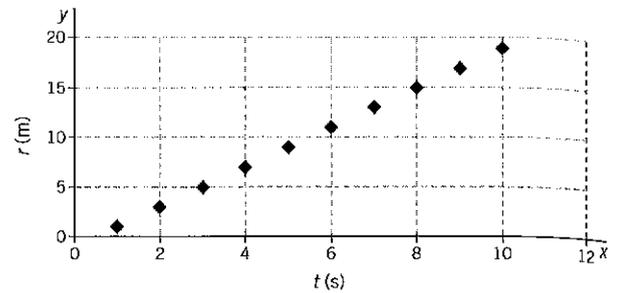
30. El cálculo de la velocidad media se efectuará utilizando la expresión  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ . En el caso de las velocidades medias de cada tramo, la variación de la posición será 10 m y la variación de tiempo será el tiempo registrado en cada control. Para calcular la velocidad media total, dividiremos 50 m entre el tiempo total, es decir, el registrado en el paso por el último control.

En la representación gráfica se podrá observar que los tramos con más pendiente son aquellos para los que hemos calculado velocidades medias mayores.

31. Se deberán reconocer las variaciones de velocidad en la gráfica. El alumno debe identificar las zonas horizontales de la gráfica como momentos en que el coche lleva una velocidad constante.

La velocidad media de un intervalo en que esta no sea constante aparece representada en la gráfica en un punto que puede coincidir o no con una velocidad que haya llevado en algún momento. Si la velocidad es constante en el intervalo, la velocidad media coincidirá con la instantánea.

32. Datos:  $\vec{r} = (2t - 1)\vec{j}$  en unidades del SI



Para calcular la velocidad media, necesitamos conocer la variación de la posición del coche entre el instante  $t$  y un cierto instante posterior  $t + \Delta t$ .

$$\Delta \vec{r} = [2(t + \Delta t) - 1 - (2t - 1)]\vec{j} = 2\Delta t\vec{j}$$

Ahora podemos calcular la velocidad media como cociente entre la variación de la posición hallada y el incremento de tiempo.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{2\Delta t\vec{j}}{\Delta t} = 2\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hay que hallar el límite de la expresión anterior para un incremento de tiempo que tiende a cero.

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 2\vec{j} = 2\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Hemos aprovechado el resultado de la velocidad media. Como este no depende de la variación de tiempo, el resultado es el mismo.

33. Datos:  $\vec{r}(t) = 6t^2\vec{j}$

- a) Podemos calcular el vector velocidad media como cociente entre la variación de posición y el incremento de tiempo:

$$\begin{aligned} \vec{v}_m &= \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(6 \cdot 4^2 \text{ s} - 6 \cdot 1^2 \text{ s})\vec{j}}{4 \text{ s} - 1 \text{ s}} = \frac{90}{3} \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 30\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

- b) Utilizamos límites para calcular la velocidad instantánea, ya que tenemos que estudiar la variación de posición entre dos instantes infinitesimalmente cercanos:

$$\begin{aligned} \vec{v}_i &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(1 \text{ s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(6(1 + \Delta t)^2 - 6 \cdot 1^2)\vec{j}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(6\Delta t^2 + 12\Delta t)\vec{j}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (6\Delta t + 12)\vec{j} = 12\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

34. Datos:  $x = 2t - 2$ ;  $y = t$  unidades del SI

- a) Las dos ecuaciones paramétricas son las componentes del vector de posición:

$$\vec{r}(t) = (2t - 2)\vec{i} + t\vec{j}$$

b) Para encontrar la velocidad media entre los dos instantes, calculamos la variación de posición y tiempo:

$$\Delta \vec{r} = [(2 \cdot 3 - 2\vec{j}) + 3\vec{j}] - [(2 \cdot 1 - 2\vec{j}) + 1\vec{j}] = (4\vec{i} + 2\vec{j}) \text{ m}$$

$$\Delta t = 3 \text{ s} - 1 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

Finalmente, calculamos la velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(4\vec{i} + 2\vec{j}) \text{ m}}{2 \text{ s}} = (2\vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Calculamos la variación en la posición desde el instante inicial (5 s) hasta un instante inmediatamente posterior:

$$\Delta \vec{r} = [(2 \cdot (2 + \Delta t) - 2\vec{j}) + (2 + \Delta t)\vec{j}] - [(2 \cdot 2 - 2\vec{j}) + 2\vec{j}] = (2\Delta t\vec{i} + \Delta t\vec{j}) \text{ m}$$

Para calcular la velocidad instantánea, hacemos el siguiente límite para un intervalo de tiempo tendiendo a cero:

$$\vec{v}_i(5 \text{ s}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(\Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(2\Delta t\vec{i} + \Delta t\vec{j}) \text{ m}}{\Delta t} = (2\vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

35. Datos:  $t_1 = 0 \text{ s}$ ;  $t_2 = 4 \text{ s}$ ; véase el gráfico

Para calcular la velocidad media, observamos cuál ha sido el desplazamiento del atleta. En el instante 4, su posición es de 10 m, y se encuentra en el origen inicial. Por lo tanto:

$$\Delta r = 10 \text{ m} - 0 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta que han pasado 4 s, la velocidad media es:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En este caso, la velocidad media no coincidiría con la rapidez media, ya que el espacio recorrido es mayor que el desplazamiento total. Si calculamos la velocidad media entre los instantes inicial y 5 s, el resultado sería nulo, ya que el desplazamiento total es cero (los puntos inicial y final coinciden).

36. Datos:  $x(t) = 3t^2 - 1$ ;  $y(t) = t^2$

a) Para conocer la ecuación de la trayectoria, aislamos el tiempo de la ecuación de  $xy$  lo sustituimos en la otra ecuación.

$$x(t) = 3t^2 - 1 \rightarrow t = \sqrt{\frac{x+1}{3}}$$

$$y(x) = \frac{x+1}{3}$$

b) Calculamos la velocidad media entre los instantes 3 s y 1 s. Para ello, necesitamos la variación de posición entre estos dos momentos. El vector de posición será:

$$\vec{r}(t) = (3t^2 - 1)\vec{i} + t^2\vec{j}$$

Y la variación de posición:

$$\Delta \vec{r} = [(3 \cdot 3^2 - 1)\vec{i} + 3^2\vec{j}] - [(3 \cdot 1^2 - 1)\vec{i} + 1^2\vec{j}] = (26 - 2)\vec{i} + 8\vec{j} = (24\vec{i} + 8\vec{j}) \text{ m}$$

La velocidad media será:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(24\vec{i} + 8\vec{j}) \text{ m}}{3 \text{ s} - 1 \text{ s}} = \frac{(24\vec{i} + 8\vec{j}) \text{ m}}{2 \text{ s}} = (12\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Para conocer la velocidad instantánea, es necesario hallar la variación de posición entre dos instantes  $t$  y  $t + \Delta t$ .

$$\Delta \vec{r} = [(3 \cdot (t + \Delta t)^2 - 1)\vec{i} + (t + \Delta t)^2\vec{j}] - [(3t^2 - 1)\vec{i} + t^2\vec{j}] = [(3\Delta t^2 + 6t\Delta t)\vec{i} + (\Delta t^2 + 2t\Delta t)\vec{j}] \text{ m}$$

Hallamos el límite del cociente de las variaciones de posición y tiempo para una variación de tiempo tendiendo a cero. Después, calculamos el módulo:

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[(3\Delta t^2 + 6t\Delta t)\vec{i} + (\Delta t^2 + 2t\Delta t)\vec{j}] \text{ m}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [(3\Delta t + 6t)\vec{i} + (\Delta t + 2t)\vec{j}] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = (6t\vec{i} + 2t\vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_i = \sqrt{(6t)^2 + (2t)^2} = \sqrt{t^2(36 + 4)} = t\sqrt{40} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

## 4 ACCELERACIÓN

Págs. 225 y 226

37. Datos:  $v_1 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $v_2 = 28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $t = 3 \text{ s}$

La aceleración media es la variación de velocidad en un cierto intervalo de tiempo dividida entre este mismo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \text{ s}} = \frac{12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \text{ s}} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

38. Datos:  $v_x = t^2$ ;  $v_y = t^2 - 4t$ ;  $t = 1,0 \text{ s}$

El vector velocidad será:

$$\vec{v}(t) = (t^2, t^2 - 4t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La variación de velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta \vec{v}(t) = [(t + \Delta t)^2, (t + \Delta t)^2 - 4(t + \Delta t)] - (t^2, t^2 - 4t) = (\Delta t^2 + 2t\Delta t, \Delta t^2 + 2t\Delta t - 4\Delta t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

A partir de la variación de velocidad, podemos calcular la aceleración de la siguiente manera:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta t^2 + 2t\Delta t, \Delta t^2 + 2t\Delta t - 4\Delta t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta t + 2t, \Delta t + 2t - 4) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = (2t, 2t - 4) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Calculamos el módulo en  $t = 1,0 \text{ s}$ :

$$a(1 \text{ s}) = \sqrt{(2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 1 - 4)^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

39. La aceleración instantánea es la suma de una componente tangencial y una normal. En un movimiento rectilíneo la aceleración normal es nula (pues no varían ni la dirección ni el sentido de la velocidad) y, por lo tanto, la única componente de la aceleración instantánea será la tangencial.
40. Efectivamente, la dirección de la canica puede variar. La aceleración puede cambiar el módulo de la velocidad (hacer que vaya más rápido o más lento) y también su dirección y sentido. La componente normal (perpendicular a la trayectoria) es la responsable de las variaciones en la dirección de la trayectoria.

41. Datos: véase el gráfico

a)  $t = 0$  s y  $t = 2$  s.

La aceleración media es el cociente entre las variaciones de velocidad y de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(20 - 0) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \text{ s}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b)  $t = 4$  s y  $t = 8$  s.

Procedemos de manera análoga al apartado anterior:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(40 - 30) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{8 \text{ s} - 4 \text{ s}} = \frac{10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{4 \text{ s}} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

42. Es posible que un móvil tenga una cierta aceleración y que, sin embargo, su velocidad sea nula.

Por ejemplo, cuando lanzamos una pelota al aire, esta lleva una velocidad cuyo módulo va decreciendo por la acción de la gravedad. Llega un punto en que la pelota llega a lo más alto de su trayectoria. En este instante su velocidad es nula, pero un instante más tarde vuelve a tener velocidad en sentido contrario. Durante todo el proceso, el movimiento de la pelota está acelerado por la acción de la gravedad.

43. Datos:  $\vec{r} = (4 - t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}$ ;  $t = 1$  s

Para conocer la aceleración, debemos saber antes la velocidad de la pelota de tenis. Para ello, calculamos primero la variación del vector de posición y después la velocidad:

$$\Delta \vec{r} = [(4 - (t + \Delta t))\vec{i} + ((t + \Delta t)^2 + 2(t + \Delta t))\vec{j}] -$$

$$-[(4 - t)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j}] = [\Delta t\vec{i} + (2t\Delta t + \Delta t^2 + 2\Delta t)\vec{j}] \text{ m}$$

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[\Delta t\vec{i} + (2t\Delta t + \Delta t^2 + 2\Delta t)\vec{j}] \text{ m}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [\vec{i} + (2t + \Delta t + 2)\vec{j}] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = [\vec{i} + (2t + 2)\vec{j}] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Seguidamente, calculamos la variación del vector velocidad entre dos instantes de tiempo:

$$\Delta \vec{v} = [\vec{i} + (2(t + \Delta t) + 2)\vec{j}] - [\vec{i} + (2t + 2)\vec{j}] = 2\Delta t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Finalmente, hallamos la aceleración:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2\Delta t\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\Delta t} = 2\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Vemos que no depende del tiempo. Por tanto, para cualquier instante (también para 1,0 s), la aceleración es de  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  en la dirección del eje Y.

44. La aceleración no es constante. En el ejercicio anterior se ha visto que la velocidad depende del tiempo en un grado menos que el vector de posición. De la misma forma, la aceleración depende del tiempo en un grado menos que la velocidad. Así, en este caso, el vector de posición es de grado 3; por tanto, la velocidad será de grado 2 y, finalmente, la aceleración dependerá del tiempo de forma lineal (ecuación de primer grado).

45. Datos:  $\vec{r} = 5t\vec{i} + 10t\vec{j}$

El vector de posición depende del tiempo de forma lineal (ecuaciones de grado 1). Sabemos que la velocidad dependerá del tiempo en un grado menos, en este caso, en grado cero. Es decir, la velocidad será independiente del tiempo; en otras palabras, será constante. La aceleración será nula. Por tanto, el movimiento será rectilíneo, ya que no se puede modificar su dirección si no es mediante una aceleración.

46. Datos:  $R = 2$  m;  $v = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Si la velocidad es constante, la aceleración tangencial será nula. Por tanto, solo tenemos que preocuparnos por la aceleración normal.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{12^2}{2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

47. Datos:  $R = 30$  m;  $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Como en el ejercicio anterior, la velocidad del ciclista es constante. Por lo tanto, su aceleración tangencial es cero.

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{30} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

48. Datos:

$$R = 300 \text{ m}; a \neq 0 \text{ hasta } t = 23 \text{ s}; v = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

a)  $t = 23$  s.

Para calcular la aceleración tangencial, utilizamos la variación de velocidad que ha sufrido el tren. Sabemos que en el instante inicial estaba en reposo y, por lo tanto, el incremento de velocidad será igual a la velocidad que lleva en el instante 23 s.

$$a_t = \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \frac{36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{23 \text{ s}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 0,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{300 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 0,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b)  $t = 30$  s.

En este instante, la velocidad es constante. Por lo tanto, la aceleración tangencial es nula.

$$a_t = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La aceleración normal tiene el mismo valor que en el apartado anterior. Esto se debe a que ninguna de las variables de las que depende (velocidad y radio) se ha modificado.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{3600} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}}{300 \text{ m}} = 0,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

49. Datos:  $R = 30 \text{ m}$ ;  $s = 10t^3 + 5$ ;  $t = 2 \text{ s}$   
 Primero hallamos la velocidad de la partícula:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[10 \cdot (2 + \Delta t)^3 + 5] - (10 \cdot 2^3 + 5)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 10\Delta t^2 + 30 \cdot 2^2 + 30 \cdot 2\Delta t = 120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Finalmente, calculamos la aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{30 \text{ m}} = 480 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

50. Datos:  $\vec{r} = 5t\vec{i} + 50t^2\vec{j}$

La velocidad será:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[5(t + \Delta t)\vec{i} + 50(t + \Delta t)^2\vec{j}] - (5t\vec{i} + 50t^2\vec{j})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [\vec{i} + (50\Delta t + 100t)\vec{j}] = (\vec{i} + 100t\vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y la aceleración:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[\vec{i} + 100(t + \Delta t)\vec{j}] - (\vec{i} + 100t\vec{j})}{\Delta t} = 100\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

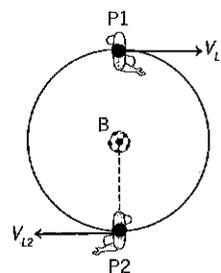
Por lo tanto, la velocidad varía según una aceleración de módulo constante; es decir, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

## SÍNTESIS

Pág. 226

51. a) En este caso, el movimiento observado será el mismo visto desde un sistema fijo en la plataforma que visto desde un observador ajeno a esta. Al no estar la plataforma en movimiento, en ambos casos se describirá un movimiento rectilíneo.
- b) Al girar en sentido horario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la derecha.
- c) Al girar en sentido antihorario, la pelota describirá un movimiento rectilíneo al verla desde un observador externo. Sin embargo, al verla desde un sistema fijo en la plataforma, se describirá un movimiento parabólico hacia la izquierda.

Utilizaremos la siguiente figura para entender el efecto Coriolis a partir de los vectores de velocidad lineal. Como podemos ver, aunque la pelota sea lanzada en línea recta, el movimiento de la plataforma impedirá que esta llegue a su destino.



P1: persona 1  
 P2: persona 2  
 B: balón

52. Datos:

$$x = a + bt + ct^2;$$

$$a = 2,25 \text{ m}; b = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; c = -1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

a) Debemos encontrar el instante en el que está parado, es decir, un tiempo que haga que el vector velocidad sea nulo. En primer lugar, hallamos el vector velocidad:

$$\Delta x = a + b(t + \Delta t) + c(t + \Delta t)^2 - (a + bt + ct^2) = b\Delta t + c\Delta t^2 + 2ct\Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{b\Delta t + c\Delta t^2 + 2ct\Delta t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} b + c\Delta t + 2ct = (b + 2ct) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Igualamos la velocidad a cero, despejamos el tiempo y sustituimos las constantes por su valor:

$$b + 2ct = 0 \rightarrow t = \frac{-b}{2c} = \frac{-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot (-1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2 \text{ s}$$

b) Cuando pasa por el origen  $x$ , es nula. Igualamos la ecuación y despejamos  $t$ .

$$x = a + bt + ct^2 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ca}}{2c} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2,25 \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = 4,5 \text{ s}$$

Hemos elegido la solución positiva, ya que la negativa no tiene sentido físico en el contexto.

c) El alejamiento máximo se dará cuando la velocidad sea nula, es decir, en el instante 2 s.

$$x(2 \text{ s}) = 2,25 + 4,0 \cdot 2 + (-1,0) \cdot 2^2 = 6,3 \text{ m}$$

53. En el contexto de los accidentes de tráfico, la distancia de reacción es el espacio que recorre el coche desde que el conductor percibe un estímulo (p. ej., que el coche de delante frena) hasta que iniciamos un movimiento de respuesta, es decir, pisamos el pedal de freno.

La distancia de frenado es la distancia que recorre el coche a partir del momento en que se pisa el pedal de freno hasta que se detiene.

Finalmente, la distancia de parada es la distancia que recorre el vehículo desde que el conductor percibe el estímulo que le hace frenar, hasta el momento en que el coche se detiene.

a) El alumno debe detectar las coincidencias y diferencias entre sus conocimientos previos y los hallados en Internet.

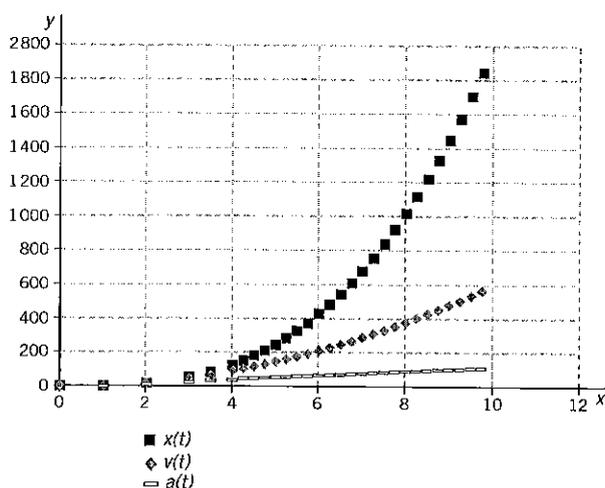
- b) Estas distancias son importantes a la hora de tomar medidas para evitar accidentes de tráfico. La distancia entre coches a la que se debe conducir tiene que ser mayor que la de parada. De esta forma, en caso de frenado repentino, el coche se detendrá antes de chocar con el de delante.

La distancia de parada es la suma de la de reacción y la de frenado.

- c) Se puede proponer una puesta en común en pequeños grupos de 4 o 5 alumnos en que cada uno exprese sus dudas y preguntas en relación con el asunto.

— Se trata de velocidades instantáneas. Se imponen para minimizar el riesgo de accidente de tráfico. Cuanto mayor es la velocidad, mayor es la distancia de parada, ya que, aunque el tiempo de reacción es el mismo, no lo es el de frenada.

54. Datos:  $x(t) = 2t^3 - t + 4$



La trayectoria de la partícula sigue la forma de una ecuación hiperbólica. La velocidad es la de una parábola, y la aceleración depende linealmente del tiempo.

55. Datos:  $\vec{r} = 2t^2\vec{i} - (t - 4)\vec{j}$

- a) La velocidad media entre 2 s y 4 s será:

$$\begin{aligned}\vec{v}_m &= \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{[2 \cdot 4^2, -(4 - 4)] - [2 \cdot 2^2, -(4 - 2)]}{(4 - 2)} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \\ &= \frac{(24, -2)}{2 \text{ s}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = (12, -1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

- b) La velocidad instantánea se calcula mediante un límite para un intervalo de tiempo que tiende a cero. Primero calculamos la variación del vector de posición.

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= [2(t + \Delta t)^2\vec{i} - ((t + \Delta t) - 4)\vec{j}] - [2t^2\vec{i} - (t - 4)\vec{j}] = \\ &= (4t\Delta t + 2\Delta t^2)\vec{i} - \Delta t\vec{j}\end{aligned}$$

Finalmente, calculamos la velocidad instantánea.

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(4t\Delta t + 2\Delta t^2)\vec{i} - \Delta t\vec{j}}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (4t + 2\Delta t)\vec{i} - \vec{j} = (4t\vec{i} - \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

- c) Calculamos la aceleración de forma parecida al procedimiento que hemos seguido para averiguar la velocidad. Primero, hallamos la variación de velocidad:

$$\Delta\vec{v} = [4 \cdot (t + \Delta t)\vec{i} - \vec{j}] - (4t\vec{i} - \vec{j}) = 4\Delta t\vec{i}$$

Finalmente, calculamos la aceleración, que es constante:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{4\Delta t\vec{i}}{\Delta t} = 4\vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- d) Dado que se trata de un movimiento rectilíneo, no existe aceleración normal. Por lo tanto, la aceleración total será igual a la tangencial.

$$|\vec{a}_t| = |4\vec{i}| \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

### Evaluación (Pág. 228)

- a) Falso. El movimiento de los objetos depende del punto de vista desde el que se observe y, por lo tanto, dependerá del sistema de referencia utilizado.

b) Cierto.

c) Cierto.

d) Falso. Según el principio de relatividad de Galileo, en todos los sistemas de referencia inerciales se cumplen las leyes de la mecánica y, por lo tanto, el movimiento de un móvil será distinto si lo describimos desde dos sistemas de referencia inerciales distintos.
- a) El nadador verá la piedra a su lado en reposo, puesto que está descendiendo a la misma velocidad y con la misma aceleración que ella. Se trata de un sistema de referencia no inercial, puesto que tiene aceleración.

b) La verá describir un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en el eje vertical. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que está en reposo.

c) La verá caer de manera parabólica, es decir, a medida que caiga estará más cerca de ella tanto horizontal como verticalmente. Se trata de un sistema de referencia inercial, puesto que se mueve en línea recta a velocidad constante.

- La distancia que recorre un coche de Fórmula 1 es la trayectoria. Por tanto, la respuesta correcta es la a).

El vector desplazamiento es la distancia entre el punto inicial y el final. La posición final es el vector con origen en el punto (0, 0) y final en la posición final.

- Datos:  $\vec{r}_1 = (-300, 0) \text{ m}$ ;  $\vec{r}_2 = (0, 400) \text{ m}$ ;  $\vec{r}_3 = (600, 0) \text{ m}$

El desplazamiento será:

$$\begin{aligned}|\Delta\vec{r}| &= |\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3| = |(-300, 0) \text{ m} + (0, 400) \text{ m} + (600, 0) \text{ m}| = \\ &= |(300, 400) \text{ m}| = \sqrt{300^2 + 400^2} \text{ m} = 500 \text{ m}\end{aligned}$$

El espacio recorrido:

$$\begin{aligned}\Delta s &= |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| + |\vec{r}_3| = |(-300, 0) \text{ m}| + |(0, 400) \text{ m}| + \\ &+ |(600, 0) \text{ m}| = (300 + 400 + 600) \text{ m} = 1300 \text{ m}\end{aligned}$$

5. Datos:  $\vec{r} = (t - 1)\vec{i} - 2t\vec{j}$ ;  $t = 0$  s;  $t = 2$  s

Tenemos que calcular la variación del vector de posición:

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}(2 \text{ s}) - \vec{r}(0 \text{ s})| = |(2 - 1)\vec{i} - 2 \cdot 2\vec{j} - [(0 - 1)\vec{i} - 2 \cdot 0\vec{j}]| =$$

$$= |2\vec{i} - 4\vec{j}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 4,5 \text{ m}$$

6. Datos:

$$v_1 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; v_2 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; v_3 = 120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$t_1 = 1 \text{ h}; t_2 = 1 \text{ h}; t_3 = 3 \text{ h}$$

La distancia total recorrida será la suma de las distancias recorridas en cada tramo:

$$\Delta x = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = v_1 = 50 \cdot 1 + 100 \cdot 1 + 120 \cdot 3 =$$

$$= 510 \text{ km}$$

La velocidad media será la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{510 \text{ km}}{(1 + 1 + 3) \text{ h}} = 102 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

7. La aceleración es el cociente entre la variación de velocidad y la de tiempo.

A partir de la gráfica, tomamos dos puntos cualesquiera y calculamos las variaciones de velocidad y tiempo entre los dos puntos. Por ejemplo, tomamos los puntos (0, 7) y (5, 21).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(21 - 7) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}}{(5 - 0) \text{ s}} =$$

$$= 0,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

8. Datos:  $v = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $t = 5$  s;  $t = 25$  s

Para empezar, calculamos el espacio recorrido por el atleta más lento en el momento en que es alcanzado por el otro. El tiempo total transcurrido serán los 5 s que tarda en salir más los 25 s que tarda en alcanzarlo.

$$r(25 \text{ s}) = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot (5 + 25) \text{ s} = 180 \text{ m}$$

Así pues, sabemos que el segundo atleta tiene que recorrer esta distancia en un tiempo de 25 s. La velocidad que debe llevar será:

$$v_2 = \frac{180 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

9. Datos:  $\vec{r}(t) = (t^2 - 5)\vec{i} + t\vec{j}$ ;  $t = 3$  s

— Para empezar, hallamos la expresión de la variación del vector de posición para este instante de tiempo:

$$\Delta\vec{r}(3 \text{ s}) = ((3 + \Delta t)^2 - 5)\vec{i} + (3 + \Delta t)\vec{j} - [(3^2 - 5)\vec{i} + 3\vec{j}] =$$

$$= (6\Delta t + \Delta t^2)\vec{i} + \Delta t\vec{j}$$

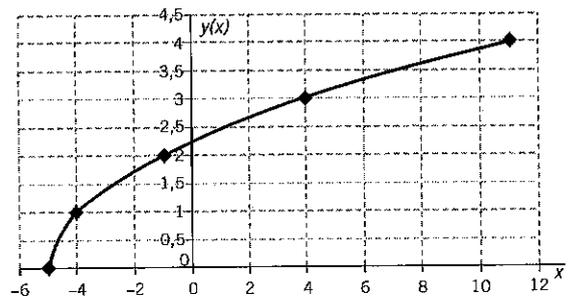
Calculamos la velocidad instantánea y su módulo:

$$\vec{v}(3 \text{ s}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(6\Delta t + \Delta t^2)\vec{i} + \Delta t\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (6 + \Delta t)\vec{i} + \vec{j} = (6\vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v(3 \text{ s}) = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37} = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Trayectoria



10. Datos:  $\Delta v = 334 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ;  $\Delta t = 30,0$  s

Primero, expresamos los datos en unidades del SI:

$$334 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 92,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La aceleración media será la variación de velocidad dividida por la variación de tiempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{92,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{30,0 \text{ s}} = 3,09 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

11. Datos:  $\vec{v}(t) = (3t^2 - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$ ;  $t = 2$  s

Calculamos la expresión de la variación de velocidad para el instante  $t = 2$  s:

$$\Delta\vec{v}(2 \text{ s}) = [3 \cdot (2 + \Delta t)^2 - 2]\vec{i} + 4 \cdot (2 + \Delta t)\vec{j} -$$

$$- [(3 \cdot 2^2 - 2)\vec{i} + 4 \cdot 2\vec{j}] = (12\Delta t + 3\Delta t^2)\vec{i} + 4\Delta t\vec{j}$$

Hallamos el vector aceleración y su módulo:

$$\vec{a}(2 \text{ s}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}(2 \text{ s})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(12\Delta t + 3\Delta t^2)\vec{i} + 4\Delta t\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (12 + 3\Delta t)\vec{i} + 4\vec{j} = 12\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$|\vec{a}(2 \text{ s})| = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

12. Datos:  $R = 3,0$  m;  $v = 0,42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

La aceleración normal será:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0,42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{3,0 \text{ m}} = 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial, es decir, la que tiene una dirección tangente a la trayectoria, será:

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La aceleración tangencial es nula, ya que la velocidad del niño es constante y, por lo tanto, su variación es cero. El niño ve que la pelota se desvía de su trayectoria porque se encuentra sometido a una aceleración, tratándose, por tanto, de un sistema de referencia no inercial.

### Zona + (Pág. 229)

— *El universo se expande, ¿a qué velocidad?*

- La constante de Hubble ( $H_0$ ), el factor de proporcionalidad entre velocidad de recesión y distancia de las galaxias, es uno de los parámetros fundamentales del universo y permite, en particular, determinar la edad del universo, como vamos a verlo.

El valor propuesto en los últimos años para la constante de Hubble es de  $71 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}$ , al 5 % aproximadamente.

- El fundamento del modelo propuesto es la expansión de todos los espacios de la capa actual un 5 % respecto a la capa original. Este aspecto simula la expansión que ha tenido el universo desde su origen hasta la actualidad. Al unir un punto de la capa actual con la capa original, se aprecia como si el universo se estuviera expandiendo desde ese punto, debido a que todos los demás puntos estarán separados un 5 % respecto a sus originales. Esto sucede de igual forma independientemente del punto de referencia que se escoja.