

11



LAS LEYES DE LA DINÁMICA

En el presente texto, y de un modo similar al planteamiento seguido en cinemática, se ha decidido estructurar el estudio de la dinámica en distintas unidades. La presente unidad se dedica al estudio de las leyes de la dinámica desde un punto de vista más teórico y centrándose en tres aspectos: la introducción del momento lineal o cantidad de movimiento, el estudio de las tres leyes del movimiento de Newton y el principio de conservación del momento lineal. Las siguientes unidades se dedican al estudio de la gravitación, como fuerza de especial interés, y a las aplicaciones de las leyes de la dinámica en problemas donde intervienen distintos tipos de fuerzas.

Si bien las leyes del movimiento han sido estudiadas en 4.º curso de la ESO, se ha optado por no presuponer en el alumnado grandes conocimientos iniciales, fundamentalmente por dos razones; la primera es que en 4º curso de la ESO no suele abordarse el estudio de estas leyes con rigor vectorial. La segunda razón es porque tampoco se introduce en dicho curso el concepto de momento lineal, que constituye una de las magnitudes más fundamentales de la Física.

Quizás esta última sea la principal razón para dedicarle una unidad diferenciada. El concepto de momento lineal y su conservación debe quedar muy claro, dado que es un concepto clave en Física. Junto con el principio de conservación de la energía y el del momento angular, el principio de conservación del momento lineal es uno de los grandes pilares que estructuran la Física en cualquier orden de magnitud. Es uno de los principios básicos que sirven, por ejemplo, para la detección de nuevas partículas elementales en los grandes detectores del Gran Colisionador de Hadrones (LHC)

La idea estructural seguida en la presente unidad parte de la necesidad de dotarnos de una herramienta que complemente la información que de un movimiento sugiere la velocidad. Ello lleva a la introducción de la masa como magnitud que hay que tener en cuenta y del momento lineal como magnitud que caracteriza

el movimiento de un cuerpo. A partir de ahí se ha seguido la línea clásica de definir fuerza en función de la variación del momento lineal.

Objetivos

1. Comprender y utilizar correctamente desde el punto de vista vectorial el concepto de momento lineal o cantidad de movimiento.
2. Asimilar el significado de la ley de inercia y su interpretación en distintos sistemas de referencia.
3. Aplicar las leyes de Newton en problemas que involucran una o más fuerzas.
4. Relacionar el principio de conservación del momento lineal con numerosos hechos o fenómenos cotidianos.
5. Comprender el concepto de impulso y relacionarlo con los de fuerza y velocidad.

Relación de la unidad con las competencias clave

La **competencia lingüística** está presente en la correcta interpretación del texto y los enunciados de los problemas y cuestiones propuestos, así como en la exposición oral y escrita de las propuestas de *Investiga*. La **competencia matemática y en ciencia y tecnología** está presente en todo el desarrollo, así como en el uso de las herramientas matemáticas. La **competencia digital** se relaciona fundamentalmente con las propuestas de *Investiga y Física, Tecnología y Sociedad*. La **competencia de aprender a aprender** es inherente al propio desarrollo autosuficiente de la unidad, basado en la idea primordial de toda la obra de que ésta pudiera servir para el aprendizaje autodidacta del alumnado.

Temporalización

Recomendable en seis sesiones lectivas.

PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DE LA UNIDAD

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	Relación de actividades del LA	Competencias clave
El estado de movimiento de los cuerpos: la masa y el momento lineal ■ La cantidad de movimiento o momento lineal	1. Aplicar correctamente el concepto de momento lineal y caracterizarlo vectorialmente.	1.1 Aplica el concepto de momento lineal como característica del estado de movimiento de un cuerpo.	A: 1,2 ER: 5,6 AT: 9	CMCCT CD
Las leyes de Newton acerca del movimiento ■ La primera ley: ley de inercia ■ La segunda ley: concepto de interacción y fuerza ■ La tercera ley: ley de acción y reacción	2. Reconocer correctamente las implicaciones de la primera ley y de las demás leyes del movimiento.	2.1. Interpreta y resuelve situaciones cotidianas utilizando las leyes del movimiento.	A: 3-13 ER: 1,2,3,4 AT: 1-5	CMCCT CD
	3. Identificar correctamente las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, así como los pares acción y reacción.	3.1. Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, obteniendo la resultante, y extrayendo consecuencias sobre su estado de movimiento. 3.2. Identifica correctamente los pares acción-reacción en situaciones cotidianas.		
	4. Resolver correctamente problemas en los que actúan una o más fuerzas sobre un cuerpo por aplicación de las leyes del movimiento.	4.1. Aplica las leyes de Newton para resolver las distintas magnitudes cinemáticas.		
Conservación del momento lineal: una consecuencia de la tercera ley	5. Aplicar el concepto de momento lineal y su principio de conservación en una y dos direcciones.	5.1. Explica el movimiento de dos cuerpos en casos prácticos como colisiones y sistemas de propulsión mediante el principio de conservación del momento lineal. 5.2. Resuelve problemas de conservación del momento lineal en una y dos dimensiones.	A: 14-16 ER: 5, 6 AT: 6-18	CMCCT
Impulso y cantidad de movimiento	6. Reconocer el teorema del impulso mecánico y aplicarlo en distintas situaciones dinámicas en las que interviene.	6.1. Establece la relación entre impulso mecánico y momento lineal aplicando la segunda ley de Newton.	A: 17-20 AT: 19-22	CMCCT

LA: libro del alumno; A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas; CCL: Competencia lingüística; CMCCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; CD: Competencia digital; CAA: Aprender a aprender; CSC: Competencias sociales y cívicas; SIEE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor; CCEC: Conciencia y expresiones culturales.

MAPA DE CONTENIDOS DE LA UNIDAD

PARA EL ALUMNO

Vídeo: El Big Bang

Vídeo: Masa e inercia
Simulador: Cantidad de movimiento
Enlace web: Momento, trabajo y energía
Vídeo: Momento e impulso

Videos: 1. Primera ley de Newton (NASA). 2. Segunda ley de Newton. 3. Acción y reacción. 4. Equívocos habituales sobre la tercera ley
Simuladores: 1. Principios de la dinámica. 2. Leyes de la dinámica

Vídeo: Colisiones y momento lineal
Simulador: Colisiones de partículas
Enlace web: Cámara de burbujas (CERN)

Unidad 11: Las leyes de la dinámica

1. El estado de movimiento de los cuerpos: la masa y el momento lineal
 1.1. La cantidad de movimiento o momento lineal

2. Las leyes de Newton acerca del movimiento o leyes de la dinámica
 2.1. La primera ley: ley de inercia
 2.2. La segunda ley: concepto de interacción y fuerza
 2.3. La tercera ley: ley de acción y reacción

3. Conservación del momento lineal: una consecuencia de la tercera ley

4. Impulso y cantidad de movimiento

Documento: El vuelo de una piedra, según Aristóteles

Documento: Trenes que levitan

Documento: Biografía: Isaac Newton

PARA EL PROFESOR

BIBLIOGRAFÍA

HEWITT P. G.
Física conceptual. Wilmington (E.U.A.): Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.
 Se trata de un libro muy recomendable para la comprensión conceptual de la Física. Su lectura amena y la escasez de fórmulas hacen de este libro un material a recomendar a aquellos alumnos y alumnas que sientan interés por la Física.

TIPLER P. A.
Física. Barcelona: Editorial Reverté (3ª edición), 1995.
 Clásico de referencia obligada.

HOLTON G.
Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas. Barcelona: Editorial Reverté, 1989.
 Manual obligado para conocer la aparición y evolución de los conceptos desde el punto de vista histórico. Fuente inagotable de referencias bibliográficas de enorme interés y profusión de citas textuales. Se trata de un libro que no debería faltar en nuestras estanterías como profesores.

SERWAY R.A.
Física. México: Interamericana, 1985.
 Muy buen libro de Física, estructurado en dos volúmenes de tamaño «guía telefónica de ciudad de 3.000.000 de habitantes». Exposición con gran claridad y buenas explicaciones. Ausencia de color en las ilustraciones o fotografías.

HECHT E.
Física en perspectiva. Wilmington (E.U.A.): Addison-Wesley Iberoamericana, 1987. Uno de los libros de Física más amenos que se han escrito. Aborda la comprensión de la Física desde un punto de vista conceptual. Se trata de un libro «casi de lectura» con muy pocas fórmulas.

PIÓRISHKIN A.V. et al.
Física (Vols. I, II, III, IV). Moscú: Editorial Mir, 1986. Excelente colección, con muy buenas explicaciones. Son cuatro tomos tamaño «libro de bolsillo». Les caracteriza la sobriedad habitual de las ediciones de la antigua U.R.S.S.

ALONSO M. y FINN E.J.
Física. México: Addison-Wesley Longman, 2000.
 Clásico de referencia en cualquier tema de Física. Tratamientos buenos y rigurosos.

Simulador: Impulso mecánico

Enlace web: Tomografía por emisión de positrones
Vídeo: PET

Práctica de laboratorio: 1. Colisión de esferas; 2. Medición de masas en procesos de colisión

5. Relatividad y tercera ley de Newton

Física, tecnología y sociedad

Conservación del momento lineal y su aplicación en medicina: el PET

Técnicas de trabajo y experimentación

Segunda ley de Newton

Documento: La propulsión de los cohetes

WEBGRAFÍA

Educaplus

<http://www.educaplus.org/>

Sitio personal de Jesús Peñas Cano, profesor de Física y Química, en el que comparte con la comunidad educativa los trabajos que realiza para mejorar su propia práctica profesional como docente. Cuenta con muy buenos simuladores.

Conceptos de Física

<https://goo.gl/xGNjpz>

Canal de Youtube con los interesantes vídeos del profesor Paul G. Hewitt (en inglés).

Demostraciones en vídeo

<http://goo.gl/nQSvBj>

Interesantes demostraciones de conceptos físicos realizadas por el departamento de Física de la *Wake Forest University*.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

LAS LEYES DE LA DINÁMICA

Se sugiere la lectura del texto introductorio acompañado del vídeo. Posteriormente deben plantearse las cuestiones previas que nos permitirán desvelar algunos equívocos frecuentes. Por ejemplo, frente a la primera cuestión, la mayoría de los alumnos siguen pensando que la proposición es correcta, en contra del enunciado de la primera ley, que deberemos reforzar. Del mismo modo, la mayoría cree que para que un cuerpo permanezca en movimiento es necesario que sobre él actúe alguna fuerza.

La tercera cuestión es más compleja y se refiere al concepto de impulso, que no solo involucra a la fuerza, sino también el tiempo en que esta actúa.

Vídeo: EL BIG BANG

Documental de *National Geographic* sobre el Big Bang y los primeros minutos del universo.

1. El estado de movimiento de los cuerpos: la masa y el momento lineal

(página 269/270)

El hecho de comenzar esta unidad con el presente epígrafe obedece a dos motivos. El primero es introducir los conceptos de inercia y masa como medida de la inercia. De ese modo, una vez estudiadas las magnitudes cinemáticas, se introduce la masa como una cuarta magnitud fundamental para entender los cambios en los movimientos de los cuerpos.

El segundo motivo consiste en que, de ese modo, se sigue el desarrollo histórico de los conceptos en el tiempo. La noción de cantidad de movimiento o momento lineal precede en el tiempo a las leyes de Newton. Hacerlo así, además, permite abordar posteriormente el enunciado de la segunda ley desde el punto de vista conceptual e históricamente más correcto: definiendo la fuerza como la rapidez con que varía el momento lineal.

Resulta interesante plantear a los alumnos la pregunta de qué consideran ellos que es la masa y qué definición darían. Nos daremos cuenta de que, muchas veces, los conceptos clave en Física y que aparentemente manejamos con soltura, son, sin embargo, los más complejos de definir. La mayoría de los alumnos asociará la masa a la cantidad de materia. Pero a continuación deberíamos plantearles la pregunta ¿puede cuantificarse con exactitud la cantidad de materia de un cuerpo? Debemos, por tanto, resaltar que la definición más correcta de la masa es la que se propone en el texto.

Vídeo: MASA E INERCIA

Divertido vídeo en inglés sobre masa e inercia.

1.1. La cantidad de movimiento o momento lineal

Debemos resaltar que se trata de una de las magnitudes fundamentales de la Física. Como ejemplo, podemos citar que el estudio de su conservación es la base para la detección y análisis de las partículas que surgen tras la colisión de protones (u otras partículas o iones) en los detectores del LHC del CERN.

Simulación: CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Simulador que permite variar los valores de la velocidad de dos vehículos de masas predeterminadas, comprobando gráficamente los valores del momento lineal.

Vídeo: MOMENTO E IMPULSO

Vídeo en inglés donde en el que unos estudiantes de bachillerato explican estas magnitudes y su relación.

Enlace web: MOMENTO, TRABAJO Y ENERGÍA

Documento en inglés sobre tres de las magnitudes más importantes en Física.

2. Las leyes de Newton acerca del movimiento (página 271/277)

Como cuestión preliminar, puede ser ilustrativo tener contacto con el lenguaje y el formalismo matemático que empleó Newton en la redacción de sus *Principia*. Con este fin, puede consultarse la edición de los *Principios matemáticos de filosofía natural* editada por Alianza Universidad en su colección Ciencias.

2.1. La primera ley: ley de inercia

En este epígrafe, en el que se aborda la primera ley de Newton, se presta especial atención a dos hechos fundamentales:

- La existencia de un error conceptual muy extendido según el cual para que los cuerpos se muevan debe actuar alguna fuerza. Un objetivo elemental en esta unidad es el de deshacer dicho error.
- La importancia que tienen los sistemas de referencia en la interpretación de los fenómenos.

El enfoque que se ha dado en este epígrafe es esencialmente histórico y está relacionado con las concepciones filosóficas del momento. En este sentido es importante recalcar aquí cómo Galileo marca el inicio de un proceder científico al estudiar los planos inclinados y llega a establecer como hipótesis el principio de inercia.

Vídeo: PRIMERA LEY DE NEWTON (NASA)

Conjunto de vídeos ofrecidos por la NASA sobre la primera ley de Newton.

2.2. La segunda ley: concepto de interacción y fuerza

En el epígrafe de la segunda ley se introduce el concepto de interacción y se centra en dos aspectos:

- Toda interacción ocurre entre dos cuerpos.
- Toda interacción modifica el estado de movimiento de los cuerpos.

Se han analizado aquí únicamente situaciones dinámicas, dejando para la siguiente unidad el análisis de la variante «deformadora» de las fuerzas.

Se introduce en primer lugar la definición de fuerza como la rapidez con que varía el momento lineal de un cuerpo, que es algo así como decir la rapidez con que varía el movimiento de un cuerpo. Se considera importante insistir en que esta es la definición general de fuerza y que la formulación que el alumnado mejor conocen, $\vec{F} = m \vec{a}$, es tan solo un caso particular que se deriva de la expresión general suponiendo que la masa permanece constante.

En este punto conviene plantear la pregunta de si la constancia de la masa en los procesos en los que intervienen fuerzas es el fenómeno más corriente. El simple movimiento de un vehículo animado por un motor que consume combustible (y por tanto pierde masa) servirá para ilustrar que no es tan corriente que la masa no varíe, y que, por tanto, emplear la expresión no es más que una simple aproximación.

Se destaca, en este punto, que la masa que interviene en la formulación de la segunda ley es la masa inercial. Sin embargo, no conviene extenderse en la disquisición entre masa inercial y gravitacional, pues esta es una cuestión que se aborda en el 2.º curso de Bachillerato.

Enlace web:
LAS LEYES DE NEWTON

Simulador:
PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

Vídeo:
SEGUNDA LEY DE NEWTON

2.3. La tercera ley: ley de acción y reacción

En el epígrafe siguiente, donde se trata la tercera ley, el aspecto que más debe destacarse es la necesidad de que se entienda que las fuerzas de acción y reacción operan siempre sobre cuerpos distintos. Ligado a esto, es muy importante realizar ejercicios gráficos en los que tengan que representar las fuerzas de acción y reacción e identificarlas correctamente.

Conviene hacer especial hincapié en la correcta interpretación de los pares acción-reacción en situaciones cotidianas, como las que se proponen en el texto, pues suele ser una fuente de errores muy habitual y extendida.

Si preguntamos a los alumnos qué atrae con más fuerza a qué, el boli que sostenemos en la mano a la Tierra o la Tierra al boli, la inmensa mayoría seguirá pensando que la Tierra ejerce una fuerza mucho mayor debido a su masa. Eso querrá decir que no han asimilado el significado conceptual de la tercera ley. No obstante, en la siguiente unidad, dedicada a la gravitación, se volverá a incidir en este supuesto.

Simulador:
LEYES DE LA DINÁMICA

Vídeo: **ACCIÓN Y REACCIÓN**
Vídeos del profesor Hewitt.

Vídeo:
EQUÍVOCOS HABITUALES SOBRE LA TERCERA LEY

3. Conservación del momento lineal: una consecuencia de la tercera Ley de Newton (página 278/279)

En este epígrafe se insiste en la importancia de los principios de conservación en la explicación de los fenómenos naturales, como demuestran los principios de conservación de la masa (en reacciones químicas), de la carga, de la energía o del momento lineal. En la siguiente unidad se introducirá, además, el principio de conservación del momento angular. En este sentido, el texto recalca que, como consta en el título del epígrafe, este principio es una consecuencia de la tercera ley.

Debemos ejemplificar profusamente este principio en el aula, mediante experimentos de cátedra como el de las colisiones entre monedas idénticas, las bolas de Newton o un simple globo inflado sujeto a un carrito para ilustrar la propulsión.

Además debemos incidir en la importancia de este principio en el análisis que los físicos experimentales llevan a cabo al interpretar la infinidad de datos resultantes de los experimentos de colisiones entre protones en el LHC, por ejemplo.

Simulador: **COLISIONES DE PARTÍCULAS**

Colisiones elásticas e inelásticas y simulación de explosión (Edu-caplus).

Enlace web:
CÁMARA DE BURBUJAS (CERN)

Vídeo: **COLISIONES Y MOMENTO INICIAL**
Colección de vídeos.

4. Impulso y cantidad de movimiento

(página 280/281)

Como final de la unidad, en este epígrafe se analiza el tema del impulso y a continuación se expone su relación con los hechos cotidianos: cómo saca de banda un futbolista, qué hacemos para columpiar a los niños, por qué es conveniente flexionar las piernas al caer desde cierta altura, etc.

Sería conveniente comenzar la discusión del epígrafe con una simple pregunta: *¿puede una fuerza del mismo valor, actuando sobre cuerpos en reposo de distinta masa, dotarles de la misma velocidad?*

Probablemente, ateniéndose a la segunda ley en su versión más simple, contestarán negativamente a esta pregunta. Este hecho nos dará buen pie a aclarar el concepto de impulso.

5. Relatividad y tercera Ley de Newton

(página 281)

Simulador:
IMPULSO MECÁNICO

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES (páginas 268/281)

Comprueba lo que sabes

1. Discute la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación; si sobre un cuerpo en movimiento dejan de actuar todas las fuerzas, acabará parándose.

Es falsa; el cometido de esta pregunta es verificar que la mayoría de los alumnos sigue sin haber asumido el significado de la primera ley.

2. Para que un cuerpo se mantenga indefinidamente en movimiento, ¿es necesario que actúe alguna fuerza sobre él?

Al igual que la anterior, es falsa y nos permite el mismo diagnóstico que con la primera pregunta.

3. Deseamos que dos cuerpos de distinta masa salgan con la misma velocidad inicial al lanzarlos verticalmente. ¿Es posible lograrlo si la fuerza que actúa es igual para ambos?

Sí sería posible, pero en el cuerpo de mayor masa la fuerza deberá actuar durante más tiempo. Es decir, el «impulso» sobre el de mayor masa ha de ser mayor.

Actividades

- 1 Dado el ejemplo del elefante y la hormiga mostrado en el texto:

- Si tuvieras que elegir, ¿a cuál de los dos frenarías, a la hormiga o al elefante? ¿Por qué razón?
- Si la velocidad es la misma, ¿qué distingue un movimiento del otro?
- ¿Qué magnitud o magnitudes consideras que has de tener en cuenta para describir correctamente el estado de movimiento de un cuerpo?

La justificación de las preguntas de los tres apartados viene motivada por el hecho de que el alumnado deduzca con antelación que el estado de movimiento de un cuerpo no puede describirse únicamente en función de la velocidad, sino que debe contemplarse la masa juntamente con la velocidad.

- 2 En un saque de tenis una pelota de 200 g es lanzada a 225 km/h.

- ¿Cuál es su momento lineal (en unidades del SI) en el instante en que sale despedida?
- Si el impacto con la malla de la raqueta dura 0,0035 s, ¿cuál es la rapidez con la que ha cambiado el momento lineal? ¿En qué unidades se mide?
- A la vista de dichas unidades, ¿se te ocurre a qué puede equivaler esa rapidez con la que cambia el momento lineal?

Expresando la masa y la velocidad en unidades del SI,

$$m = 0,2 \text{ kg y } v = 62,5 \text{ m/s.}$$

Así pues:

- $p = mv = 12,5 \text{ kg m/s.}$
- La rapidez con que cambia el momento lineal es $\Delta p/\Delta t = 3571,4 \text{ kg m/s}^2.$

- Como puede comprobarse, las unidades en que se mide la rapidez con que cambia el momento lineal son unidades de *masa* \times *aceleración* que, como es bien sabido, equivale a la fuerza que ha actuado. De esta equivalencia se da cumplida respuesta en el epígrafe 2.2. También se recordará que esta equivalencia ya fue considerada en la resolución de la actividad 6, apartado b), de la UNIDAD 8 de cinemática.

- 3 ¿Crees que nuestro laboratorio particular, la Tierra, es un sistema de referencia inercial en sentido estricto? ¿Por qué?

Es evidente que no, pues no cumple con ninguna de las condiciones que caracterizan a un sistema inercial. Sin embargo, para analizar fenómenos en intervalos de tiempo breves, podemos hacer la aproximación de considerarla como sistema inercial.

- 4 Imagina por un momento que te hallas en el interior de una nave espacial sin ventanas y, por tanto, sin referencias visuales externas, que está cayendo verticalmente hacia la Tierra:

- ¿Qué crees que marcaría una balanza que pusieras bajo tus pies?
- Si sacaras unas llaves de tu bolsillo y las soltaras para que cayeran libremente, ¿qué ocurriría? ¿Cumplirían, según tu apreciación, la ley de inercia?
- ¿Consideras necesario someter a revisión la definición dada de sistema inercial? Si es así, trata de complementar dicha definición.
 - No marcaría peso alguno, pues todos los objetos del interior de la nave en caída libre estarían dotados de la misma aceleración. Estarían en situación relativa de «ingravidez».
 - Permanecerían en reposo relativo con respecto a la persona que efectúa la experiencia. Es decir, estarían cayendo exactamente con la misma aceleración que el observador en el interior de la nave, por lo que su posición relativa con respecto a este no cambia. Para el observador del interior de la nave, las llaves quedarían en reposo y cumplirían a la perfección con la ley de inercia, pues sobre ellas no se ha ejercido fuerza alguna (se han soltado o abandonado sin impulso).
 - Según la mecánica clásica, un sistema inercial sería aquel en el que se cumplen las leyes del movimiento enunciadas por Newton. Sin embargo, aquí observamos que un sistema en caída libre, o acelerado gravitacionalmente, se comporta para el observador de ese sistema como si fuese inercial.

La pregunta es: ¿podría dilucidar el observador de ese sistema si su sistema está acelerado o no? Es más, ¿podría dilucidar si está en movimiento?

Así pues, habría que admitir que un sistema de coordenadas sometido a un campo gravitacional se comporta como un sistema inercial. Pero hay que precisar que ese sistema es un sistema inercial limitado en espacio y tiempo (es decir, sería inercial mientras dura la caída). Se trataría, pues, de un sistema inercial «local».

Esta es la base de la teoría general de la relatividad enunciada por Einstein. Además, para que los ejemplos expuestos se cumplan, hemos de asumir que la masa inercial y la gravitacional son, en realidad, la misma cosa

A este respecto, sugerimos la lectura de las páginas 181-191 del libro *La física: aventura del pensamiento*, de A. Einstein y L. Infeld (Losada, Buenos Aires, 1982), en el que se exponen, de manera muy divulgativa, la cuestión de la relatividad general y el problema de «dentro y fuera del ascensor» en caída libre.

- 5 Un cuerpo de 5 kg se mueve según la ecuación: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - 2t\vec{j} + 5k\text{ m}$. Calcula la fuerza que actúa sobre él e indica en qué dirección lo hace.

Dado que la masa permanece constante, podemos utilizar la expresión $\vec{F} = m \vec{a}$, donde $\vec{a} = d^2\vec{r}/dt^2$.

En consecuencia:

$$\vec{F} = 30\vec{i} \text{ N actuando en la dirección del eje X.}$$

- 6 Un cuerpo de 10 kg se encuentra inicialmente en la posición $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ y sobre él comienza a actuar una fuerza constante $\vec{F} = 8\vec{i}$ N. Determina cuál será la ecuación de posición en función del tiempo y calcula el desplazamiento efectuado bajo la acción de dicha fuerza en los diez primeros segundos.

En otras unidades hemos insistido en la necesidad de usar la menor cantidad posible de fórmulas con el fin de simplificar los razonamientos de los problemas. El alumnado recuerda que la ecuación general de un movimiento es:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + 1/2 \vec{a} t^2$$

Por otro lado, $\vec{F} = m \vec{a}$, de donde $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Calculando primero la aceleración e introduciendo todos los datos en la primera ecuación obtenemos:

$$\vec{r}(t) = \left(2 + \frac{2}{5}t^2 \right) \vec{i} + 5\vec{j} \text{ m}$$

El desplazamiento efectuado en los diez primeros segundos es:

$$\vec{r} = \vec{r}(10) - \vec{r}(0) = (42\vec{i} + 5\vec{j}) - (2\vec{i} + 5\vec{j}) = 40\vec{i} \text{ m}$$

- 7 Una partícula de 15 kg de masa se encuentra inicialmente en la posición $\vec{r}_0 = 2\vec{i} - \vec{j}$ m, moviéndose con una velocidad $\vec{v}_0 = 5\vec{i} + 4\vec{j}$ m/s. Si sobre ella actúa una fuerza $\vec{F} = -30\vec{i}$ N, determina:

- La expresión de su velocidad en función del tiempo.
- El vector velocidad y su valor al cabo de 3 s.
- La expresión del vector de posición en función del tiempo y sus coordenadas x e y a los 3 s.

La aceleración que actúa sobre el cuerpo es

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -2\vec{i} \text{ m/s}^2$$

- Al ser una aceleración constante, la expresión de la velocidad viene dada por:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = (5 - 2t)\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m/s}$$

- A los tres segundos, el vector velocidad es:

$$\vec{v} = -\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m/s}$$

cuyo valor es de 4,12 m/s.

- Al tratarse de un movimiento con aceleración constante, el vector de posición será:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Que, con los datos del problema, queda finalmente:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Cuyas coordenadas a los 3 s son:

$$\vec{r} = (2 + 5t - t^2)\vec{i} + (4t - 1)\vec{j} \text{ m}$$

$x = 8 \text{ m}; y = 11 \text{ m}$

- 8 Sabiendo que la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra, ¿cómo es la aceleración que tiene la Luna en comparación con la que adquiere nuestro planeta a causa de su interacción mutua?

La fuerza que actúa sobre ambos cuerpos celestes tiene el mismo valor. La aceleración que esta fuerza comunica a la Tierra es:

$$a_T = \frac{F}{m_T}$$

La aceleración que esta misma fuerza comunicará a la Luna es:

$$a_L = \frac{F}{0,012 m_T} = 83,3 a_T$$

Es decir, la aceleración que la fuerza comunica a la Luna es unas 83 veces mayor que la que comunica a la Tierra.

- 9 En 1786, G. A. Bürger publicó las *Aventuras del barón de Münchhausen*, en las que este jactancioso y lunático personaje narra en primera persona sus descabelladas e increíbles aventuras.

En una de ellas cuenta cómo evitó perecer junto a su caballo al quedar atrapado en unas arenas movedizas: «Así hubiese perecido inevitablemente si la fuerza de mi propio brazo no me hubiese sacado, tirándome de la propia coleta, junto con mi caballo, al que apretaba firmemente entre mis rodillas». ¿Se te ocurre algún comentario a la luz de lo estudiado en este tema?

La aventura del barón resulta tan insólita como pretender subir cierta altura agarrándose de la propia cabeza y tirando hacia arriba.

La variación de momento lineal (o lo que es lo mismo, la producción de movimiento partiendo del reposo) solo es posible bajo la acción de fuerzas externas, pero nunca de fuerzas internas, pues en ese caso las fuerzas de acción y reacción estarían actuando sobre el mismo cuerpo, imposibilitando el movimiento.

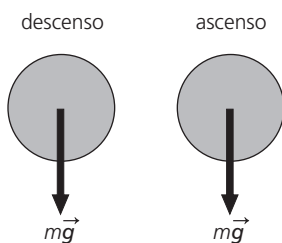
Cualquier otra persona podría haber salvado al barón de esa manera, pero él mismo, nunca.

- 10 A principios del siglo xx, varios científicos debatían sobre la posible navegación espacial y la construcción de cohetes capaces de moverse en el vacío. Cierta periodista los acusó de desconocer la tercera ley de Newton pues, según él, las naves espaciales no podrían moverse por su propia fuerza motriz en el vacío al no haber aire contra el que sus materiales de escape de combustión pudieran ejercer fuerza. ¿Qué opinas tú?

El principio de conservación del momento lineal no necesita de la existencia de material exterior. Para la navegación espacial basta con que los gases de combustión sean expelidos a gran velocidad para que la nave, por conservación del momento lineal, se mueva en sentido opuesto.

- 11 Dibuja los esquemas de las fuerzas que actúan sobre una pelota de goma, que cae desde cierta altura a un suelo duro y luego rebota, en los siguientes momentos:
- a) Descenso. b) Impacto. c) Ascenso.

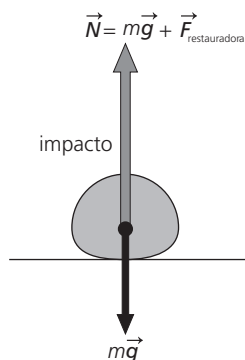
En el descenso y ascenso solo actúa la fuerza gravitacional sobre la pelota (su peso), si despreciamos la existencia de fricción con el aire.



La situación es algo más compleja durante el impacto. La pelota de goma se deforma cuando choca contra el suelo y, en realidad, el suelo también. Si este es rígido, podemos imaginarlo como un muelle con una gran fuerza restauradora frente a pequeñas deformaciones. Al deformarse la pelota, esta ejercerá una fuerza restauradora que actúa sobre el suelo. Por tanto, sobre el suelo actúan dos fuerzas: una igual en valor al peso de la pelota y otra que es la fuerza restauradora que la pelota ejerce sobre el suelo. Si este es rígido, responde con una reacción \vec{N} (que actúa sobre la pelota) igual en valor a la suma del peso más la fuerza restauradora y que actúa verticalmente hacia arriba.

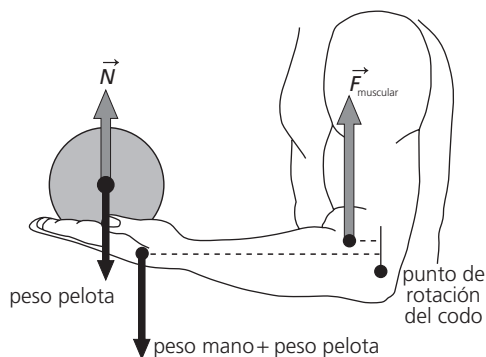
En consecuencia, podemos decir que la fuerza neta que actúa sobre la pelota es igual a la fuerza restauradora si el suelo es rígido. Esta fuerza neta está dirigida hacia arriba y es la causante de que la pelota se eleve de nuevo.

La complejidad, en este caso, radica en que la fuerza restauradora es variable en función de la deformación producida: es máxima cuando la pelota está totalmente deformada y cero cuando recupera su forma. Así pues, el diagrama será:



- 12 Una persona sostiene una pelota en su mano. Dibuja todas las fuerzas que operan sobre ella y sobre la pelota.

Si nos fijamos únicamente en la mano y la pelota, sobre la mano actúa, además de su propio peso, una fuerza igual al peso de la pelota. El bíceps mantiene el brazo en equilibrio al ejercer el par necesario para evitar la rotación del antebrazo alrededor del codo. De ese modo, sobre la pelota actúa su propio peso y la reacción normal que ejerce la mano sobre ella, igual en valor al peso de la pelota.



- 13 Dos cuerpos A y B, de masas m_A y m_B , respectivamente, se encuentran unidos por un resorte. En un momento dado, el resorte se libera y ambos salen despedidos en sentidos opuestos y con movimiento rectilíneo uniforme. Al cabo de 1 s, el cuerpo A ha recorrido 15 m, y el cuerpo B 12 m. ¿Cuál es la relación entre las masas de A y de B?

Las fuerzas que operan sobre ambos cuerpos son iguales y opuestas, de modo que:

$$\frac{d\vec{p}_A}{dt} = -\frac{d\vec{p}_B}{dt}$$

Dado que el tiempo que dura la interacción para ambos es el mismo y ambos parten del reposo, la anterior expresión se traduce en (expresada en módulos):

$$m_A v_A = m_B v_B$$

Puesto que después de la interacción se mueven con MRU, finalmente la anterior igualdad se puede expresar en términos de distancias recorridas de la forma:

$$m_A x_A = m_B x_B$$

Por tanto, la relación entre las masas es igual a la relación inversa entre las distancias recorridas por cada una de ellas

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{x_B}{x_A} = 0,8$$

Así pues: $m_A = 0,8 m_B$, o bien $m_B = 1,25 m_A$

- 14 Un contenedor de masa inicial m_0 avanza sin fricción sobre unos raíles, con velocidad inicial v_0 . Si su masa empieza a incrementarse en función del tiempo, según la expresión:

$$m = m_0 (1 + 0,03 t)$$

donde t se mide en segundos, determina:

- a) ¿En qué porcentaje se habrá reducido su velocidad al cabo de 1 minuto?

- b) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que su velocidad disminuya en un 95 %?

Puesto que no hay fricción ni fuerzas externas mencionadas en el problema, el momento lineal se conserva.

$$m v = m_0 v_0 \quad \rightarrow \quad v = \frac{m_0}{m} v_0$$

Teniendo en cuenta la expresión de la masa en función del tiempo, entonces:

$$v = \frac{1}{1 + 0,03 t} v_0$$

- a) Al cabo de 60 s, el valor de la velocidad resulta ser:

$$v = 0,357 v_0$$

En consecuencia, se ha reducido en un 64,3 %.

- b) Para que la velocidad se reduzca en un 95 %, el cociente de la anterior igualdad habrá de valer:

Resolviendo el tiempo de dicha igualdad, se obtiene que:

$$\frac{1}{1 + 0,03 t} = 0,05$$

$$t = 10 \text{ min } 33 \text{ s}$$

- 15 Un carrito A, que se mueve a 0,7 m/s, golpea a otro carrito B que se encontraba en reposo. Tras la colisión, el carrito B se mueve a 0,9 m/s, mientras que la velocidad de A disminuye hasta 0,08 m/s. ¿Qué relación guardan las masas de A y B?

Por conservación del momento lineal en una sola dirección y dado que no hay rebote, considerando los valores de velocidad ofrecidos, se obtiene:

$$m_A \cdot 0,7 = m_A \cdot 0,8 + m_B \cdot 0,9$$

Resolviendo la ecuación:

$$m_A = 1,45 m_B$$

- 16 Teniendo en cuenta la relación entre las masas de los carritos del problema anterior, ¿con qué velocidad se moverían si, tras la colisión, hubiesen quedado unidos?

Al quedarse adheridos después de la colisión, la conservación del momento lineal se traduce en:

$$m_A \cdot 0,7 = (m_A + m_B) \cdot v'$$

Por tanto:

$$v' = \frac{m_A \cdot 0,7}{(m_A + m_B)}$$

Teniendo en cuenta la relación obtenida para las masas en el ejercicio anterior, entonces:

$$v' = 0,41 \text{ m/s}$$

- 17 ¿Por qué tras saltar sobre el suelo desde cierta altura es importante tocar tierra con las piernas flexionadas?

La variación de momento lineal que se produce cuando llegamos al suelo es la misma flexionando o no las piernas. Sin embargo, al flexionarlas, aumentamos el tiempo que dura dicha variación del momento lineal y, en consecuencia, disminuimos el valor de la fuerza que actúa contra nosotros.

- 18 Un karateka se dispone a romper de un solo golpe varios ladrillos apoyados en sus extremos sobre dos bloques; para ello lleva el brazo con una determinada cantidad de movimiento p contra los ladrillos (figura 11.23). Razona en qué caso comunicará una mayor fuerza contra los ladrillos:

- a) Si golpea los ladrillos manteniendo más tiempo el contacto con ellos.
b) Con un tiempo de ejecución del golpe muy breve.
c) Si da un golpe seco, haciendo que la mano rebote en el impacto.

La respuesta correcta es la c). Al dar un golpe seco haciendo que la mano rebote, la variación del momento lineal de la mano del karateka es máxima (debido al rebote), por lo que el impulso transmitido a las tablas es el mayor posible. Por otra parte, al tratarse de un golpe seco, el tiempo de contacto es mínimo, por lo que la fuerza aplicada es máxima.

- 19 Sobre un cuerpo en reposo de 25 kg de masa actúa, en un caso, una fuerza de 10 N durante 10 s y en otro, una fuerza de 50 N durante 2 s. Responde:

- a) ¿En cuál de las dos situaciones se le comunica al cuerpo mayor velocidad?
b) ¿Cuánto valdrá dicha velocidad?
a) El momento lineal que comunican ambos impulsos es el mismo, por lo que la velocidad que adquiere el cuerpo es también la misma.

- b) El valor de dicha velocidad es: $\frac{Ft}{m} = 4 \text{ m/s}$

- 20 Calcula la fuerza media que ha ejercido un cinturón de seguridad sobre un conductor de 75 kg cuyo vehículo ha colisionado contra un obstáculo fijo, sabiendo que circulaba a 110 km/h y que el impacto ha durado 0,06 s.

El impulso recibido por la persona en la colisión es $F\Delta t = \Delta p$ donde $\Delta p = -2291,7 \text{ kg m/s}$. Dado que el impacto dura 0,06 s, la fuerza media que actúa contra el pecho del conductor es de $-38194,4 \text{ N}$.

Debe hacerse notar que el valor de esta fuerza es muy elevado, debido a la corta duración del impacto, por lo que las fracturas óseas son inevitables y la suerte del conductor estaría muy comprometida. Esto puede servir para reflexionar acerca de las consecuencias de impactos a velocidad excesiva, pero también para insistir en la necesidad de utilizar siempre el cinturón de seguridad, pues la velocidad a la que hubiese salido despedido el conductor, si no lo hubiera llevado puesto, habría significado, sin duda alguna, su muerte instantánea.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES FÍSICA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD (página 282)

Análisis

- 1 ¿Por qué razón el resultado de la aniquilación entre un positrón y un electrón es un par de fotones gamma y no un solo fotón?

Precisamente por conservación del momento lineal, de la colisión entre un positrón y un electrón (de idénticas masas) deben salir dos fotones. De lo contrario, se violaría el principio de conservación del momento lineal.

- 2 ¿Por qué los dos fotones salen emitidos en sentidos contrapuestos?

Por la misma razón expuesta en la respuesta anterior, si el electrón y el positrón chocan frontalmente (el momento lineal sería cero en el sistema centro de masas), deben salir dos fotones en direcciones contrapuestas, de modo que el momento lineal en dicho sistema de centro de masas siga siendo cero.

- 3 ¿Cómo crees que estaría constituido el «antihidrógeno», la antimateria del hidrógeno?

Estaría constituido por un antiprotón y un positrón.

- 4 Teniendo en cuenta que las masas de un electrón y un positrón son idénticas e iguales a $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, y dado que su equivalente energético se deduce de la expresión $E = mc^2$, trata de explicar por qué motivo el resultado de la aniquilación es la generación de fotones gamma y no, por ejemplo, de fotones de radiación ultravioleta. Busca para ello información sobre la energía correspondiente a los distintos tipos de fotones y haz una presentación para exponerla en clase.

A partir de la expresión $E = mc^2$ se deduce que la energía liberada en la aniquilación positrón-electrón es $1,638 \cdot 10^{-13}$ J. Como se puede comprobar a partir de la expresión de Planck, la longitud de onda correspondiente a esta energía es del orden de los 10^{-12} m, correspondiente a radiación gamma.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES TÉCNICAS DE TRABAJO Y EXPERIMENTACIÓN (página 283)

Cuestiones

- 1 Determina la pendiente de la gráfica. ¿Qué representa?

La pendiente de la gráfica representa la masa del carrito.

- 2 Si no dispusieras de balanza, ¿qué método utilizarías para medir masas? ¿Confirman tus resultados la segunda ley de Newton?

Podría usarse el procedimiento descrito en la experiencia; conocida la fuerza aplicada, basta con medir la aceleración para conocer la masa.

- 3 Elabora un informe de la práctica.

El informe debe seguir el protocolo de las publicaciones científicas.

SOLUCIONES DE ACTIVIDADES Y TAREAS (páginas 284/287)

Primera y segunda ley: concepto de fuerza

1 Razona si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas a la luz de la primera ley:

- Un cuerpo no puede desplazarse sin que una fuerza actúe sobre él.
 - Toda variación en la velocidad de un cuerpo exige la actuación de una fuerza.
 - Un cuerpo se para si la fuerza que actuaba sobre él se hace cero y se mantiene nula.
- Falso; la primera ley afirma justamente lo contrario.
 - Verdadero; variación de velocidad significa aceleración y toda aceleración es inherente a la actuación de una fuerza externa.
 - Falso; esta era la creencia pregalileana. Al afirmar que la fuerza se hace cero, hemos de suponer que no actúa ninguna otra fuerza. En ese caso, el cuerpo se moverá indefinidamente con MRU, como afirma la primera ley.

2 Razona la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: «desplazar un satélite de 1000 kg de masa en el espacio vacío y en situación de ingravidez no nos costaría ningún esfuerzo, ya que el satélite no pesaría nada».

Es un equívoco muy común suponer que si las cosas no pesan, entonces no cuesta moverlas. La confusión tiene sus raíces en el error conceptual de confundir masa con peso. Un cuerpo en situación de ingravidez tiene masa inercial. Cuanto mayor sea su masa inercial, mayor será la fuerza que tendremos que ejercer para ponerlo en movimiento. Estamos, pues, en presencia de la segunda ley de Newton.

Dado que esta respuesta suele contradecir la «noción particular de las cosas» que comparten muchos alumnos y alumnas, es conveniente apoyarnos en ejemplos como los siguientes: por un lado, si la propuesta de la pregunta fuese cierta, el impacto de cualquier asteroide, por pequeño que fuera, apartaría totalmente a la Tierra de su órbita, pues nuestro planeta actuaría como ese satélite que no pesa nada; por otro lado, ¿acaso no costaría nada empujar un elefante que estuviera flotando en el agua?

3 Sobre un cuerpo de 10 kg de masa actúa una fuerza constante de 15 N en la dirección del movimiento. Si la velocidad inicial del cuerpo es de 3 m/s:

- ¿Cuál será su velocidad al cabo de 5 s?
 - ¿Cuánto valen sus momentos lineales inicial y final al cabo de esos 5 s?
 - Comprueba la veracidad de la siguiente expresión general de fuerza: $\vec{F} = d\vec{p}/dt$
- La aceleración, en la dirección del movimiento, valdrá:

$$a = \frac{F}{m} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

Por tanto, la velocidad en función del tiempo:

$$v = v_0 + at = 3 + 1,5t \text{ m/s}$$

La velocidad a los 5 s será: $v = 10,5 \text{ m/s}$

$$b) p_0 = mv_0 = 10 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s} = 30 \text{ kg m/s}$$

$$p_f = mv_f = 10 \text{ kg} \cdot 10,5 \text{ m/s} = 105 \text{ kg m/s}$$

c) El momento lineal, en función del tiempo, vale:

$$p = mv = 10 \text{ kg} (3 + 1,5t) \text{ m/s} = (30 + 15t) \text{ kg m/s}$$

Haciendo dp/dt , obtenemos justamente el valor de la fuerza de 15 N.

4 Un cuerpo de 10 kg, sometido a una fuerza constante, se mueve en cierto instante con una velocidad de $5\vec{i} \text{ m/s}$. Al cabo de 12 s, su velocidad es de $11\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m/s}$. Determina:

a) Las componentes de la fuerza.

b) El valor de la fuerza.

a) A partir de la definición general de fuerza:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{10(11\vec{i} + 4\vec{j}) - 10(5\vec{i})}{12} = 5\vec{i} + 3,33\vec{j} \text{ N}$$

Así pues, las componentes de la fuerza valen 5 N y 3,33 N en las direcciones X e Y, respectivamente.

b) Calculando el módulo de la fuerza, obtenemos $F = 6 \text{ N}$.

5 Una locomotora de AVE es capaz de hacer que el tren alcance una velocidad de 288 km/h ejerciendo para ello una fuerza de arrastre equivalente al 3% del peso del tren. ¿En cuánto tiempo alcanzará dicha velocidad si parte del reposo?

De acuerdo al dato del enunciado, la fuerza de arrastre ejercida es $0,03 mg$, por lo que la aceleración que adquiere la locomotora es:

$$a = \frac{F}{m} = 0,03 g = 0,294 \text{ m/s}^2$$

Puesto que parte del reposo, el tiempo que tarda en alcanzar dicha velocidad (80 m/s) es de:

$$t = \frac{v}{a} = 272 \text{ s}$$

Tercera ley y conservación del momento lineal

6 Un zoólogo que está estudiando la población de osos polares adormece un ejemplar cuya masa desea determinar. Para ello, solo dispone de una cuerda larga y una cinta métrica. ¿Cómo podría hacerlo? (se supone que el cazador conoce su peso).

Dado que el oso es polar, suponemos que la acción transcurre sobre hielo; es decir, podemos despreciar el rozamiento. El zoólogo podría calcular la masa del oso de la siguiente manera: con un extremo de la cuerda ata al animal y con el otro se ata él mismo. Marca el sitio donde se encuentran ambos y, a continuación, empuja fuertemente al oso.

Debido al tercer principio, el momento lineal del conjunto oso-persona se conservará, por lo que ambos se deslizarán en sentidos opuestos. Cuando la cuerda se haya estirado del todo, el animal y la persona se habrán desplazado distancias diferentes en el mismo tiempo, pues sus velocidades eran distintas. Es decir:

$$m_{\text{oso}} v_{\text{oso}} = -m_{\text{pers}} v_{\text{pers}}$$

Por lo que:

$$m_{\text{oso}} \frac{d_{\text{oso}}}{t} = -m_{\text{pers}} \frac{d_{\text{pers}}}{t}$$

El signo solo es indicativo del sentido del movimiento.

Eliminando t , se obtiene:

$$m_{\text{oso}} = m_{\text{pers}} \frac{d_{\text{pers}}}{d_{\text{oso}}}$$

Por tanto, no tendría más que medir con la cinta métrica las distancias recorridas por ambos.

- 7 Determina la relación entre las masas de dos carritos, A y B, que colisionan. Para ello, lanzamos el carrito A con una velocidad de 0,7 m/s contra el B, que está en reposo. Después del impacto, A rebota con una velocidad de 0,3 m/s, mientras que B sale despedido con una velocidad de 0,5 m/s.

En la colisión se cumple que:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_{2A} + m_B \vec{v}'_{2B}$$

Aplicando los valores con el criterio de signos correspondiente, tenemos:

$$0,7 \cdot m_A = 0,3 \cdot m_A + 0,5 \cdot m_B \Rightarrow m_B = 2 \cdot m_A$$

Es decir, la masa de B es el doble que la de A.

- 8 Dada la relación de masas obtenida en el ejercicio anterior, ¿con qué velocidad se movería el conjunto si los dos carritos se hubieran quedado enganchados después de la colisión?

Si los dos carritos quedan enganchados, según el principio de conservación del momento lineal:

$$m_A v_{0A} + m_B v_{0B} = (m_A + m_B) v_{AB}$$

despejando la velocidad del conjunto, obtenemos:

$$v_{AB} = 0,23 \text{ m/s}$$

- 9 La presión del aire es la fuerza promedio ejercida sobre la unidad de superficie, debida a las colisiones de las moléculas de aire. Teniendo en cuenta que la presión atmosférica es de 101 300 N/m², y considerando que la masa promedio de las moléculas del aire es de 4,78 · 10⁻²⁶ kg y su velocidad a temperatura ambiente de 600 m/s, determina:

- a) ¿Cuál es el momento lineal promedio de una molécula de aire?
- b) Si una molécula de aire colisiona perpendicularmente contra una superficie sólida, ¿cuál es la variación del momento lineal si la colisión es perfectamente elástica? (rebota con la misma velocidad con la que incidió).

- c) ¿Cuántas colisiones por segundo como la del caso anterior deben producirse para explicar el valor de la presión atmosférica?

- a) Con los datos del problema, el momento lineal promedio de una molécula de aire es:

$$p = m v = 2,87 \cdot 10^{-23} \text{ kg m/s}$$

- b) Si la molécula de aire colisiona perpendicularmente y rebota contra la base, la variación de momento lineal es:

$$\Delta p = m v - (-m v) = 2 m v = 5,74 \cdot 10^{-23} \text{ kg m/s}$$

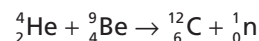
- c) Cada molécula que colisiona comunica un impulso igual a Δp . Por tanto, el número de colisiones necesarias en un segundo para generar el valor de la presión atmosférica de 101 300 N/m² será:

$$xn = \frac{101\,300 \text{ N/m}^2}{\Delta p} = \frac{101\,300 \text{ N/m}^2}{5,74 \cdot 10^{-23} \text{ N} \cdot \text{s}}$$

Por tanto:

$$n = 1,76 \cdot 10^{27} \text{ colisiones/s} \cdot \text{m}^2$$

- 10 Una partícula α (núcleo de He) que se mueve con una velocidad de 2 · 10⁷ m/s colisiona contra un núcleo de berilio en reposo. Como resultado de la colisión, el núcleo de berilio se transforma en un núcleo de carbono (que permanece en reposo) y se emite un neutrón según la reacción:



¿Con qué velocidad sale emitido el neutrón?

Las únicas partículas con momento lineal distinto de cero son la partícula alfa (núcleo de He) y el neutrón, por lo que la conservación del momento lineal exige que:

$$m_\alpha v_\alpha = m_n v_n \rightarrow v_n = \frac{m_\alpha}{m_n} v_\alpha$$

Puesto que la masa de la partícula alfa es aproximadamente 4 veces la del neutrón, la velocidad del neutrón será:

$$v_n = 8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

- 11 Una sonda espacial tiene una masa de 500 kg y se mueve en una región interplanetaria cuya densidad es de 2 · 10⁻¹⁴ g/cm³, con una velocidad de 8 · 10⁵ cm/s. Si suponemos que en su movimiento a través del medio adquiere masa debida al polvo interplanetario que se adhiere a la sonda, y considerando que el área transversal efectiva expuesta a dicho polvo durante el movimiento es de 3 · 10⁴ cm², determina:

- a) La masa de polvo interplanetario, en gramos, que se adhiere a la sonda por unidad de tiempo.
- b) El tiempo que debería transcurrir para que la sonda redujera su velocidad hasta 0,95 veces el valor de su velocidad inicial, como consecuencia de la variación de su masa en el tiempo.
- a) En un segundo, la sonda se ha desplazado 8 · 10⁵ cm. Teniendo en cuenta que el área transversal efectiva (sección eficaz) es de 3 · 10⁴ cm², el volumen barrido en un segundo será:

$$V = 8 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^4 = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^3$$

Considerando la densidad de la región interplanetaria, la masa Δm adquirida por segundo será:

$$\Delta m = \rho \cdot V = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ g/s}$$

- b) La masa se incrementa con el tiempo según la expresión:

$$m' = m_0 + \Delta m \cdot t$$

Puesto que la velocidad final debe ser $0,95 v_0$, entonces, por conservación del momento lineal:

$$m_0 v_0 = (m_0 + \Delta m \cdot t) 0,95 v_0$$

De donde, despejando t , se obtiene:

$$t = \frac{0,05 m_0}{0,95 \Delta m} = 5,48 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Que equivale a 1,74 años.

- 12 Un coche de 1400 kg de masa circula a 120 km/h y consigue frenar en 15 m. ¿Cuál ha sido la fuerza de frenado que ha actuado, suponiéndola constante?

La aceleración que actúa es:

$$v_f^2 = 0 = v_0^2 + 2ad \quad a = \frac{-v_0^2}{2d} = -37,037 \text{ m/s}^2$$

Por tanto:

$$F = ma = -51\,852 \text{ N}$$

- 13 La velocidad de una partícula de 2 kg, que se mueve en la dirección x , varía según la expresión $v = -16 + 4 t^2$.

- a) Deduce la expresión para la fuerza que actúa sobre dicha partícula, así como su valor a los 2 s.
- b) ¿Cambia de sentido el movimiento de la partícula? En caso afirmativo, ¿cuántas veces? Demuestra tu respuesta.
- a) Puesto que una expresión de la fuerza es $F = dp/dt \cdot m$, derivamos la expresión del momento lineal y multiplicamos por la velocidad:

$$F = 8t \cdot 2 \text{ N} = 16t \text{ N}$$

Para hallar el valor a los dos segundos basta con sustituir en la expresión anterior:

$$F_2 = 32 \text{ N}$$

- b) Como sabemos, un movimiento cambia de sentido cuando su velocidad se hace cero, por lo tanto:

$$v = 0 = 16 + 4t^2$$

La ecuación de segundo grado solo aporta un valor que debemos tener en cuenta, $t = 2 \text{ s}$.

- 14 Una partícula de masa 300 g se mueve a 0,5 m/s a lo largo del eje X y choca contra una partícula de 400 g que se halla en reposo. Después del choque, la primera partícula se mueve a 0,2 m/s en una dirección que forma 30° con el eje X . Determina:

- a) La magnitud y la dirección de la velocidad de la segunda partícula después del choque.
- b) La variación de la velocidad y del momento lineal de cada partícula.
- a) Puesto que el único movimiento inicial tenía lugar en la dirección X , la conservación del momento lineal exige que:

$$m_1 \vec{v}'_{1x} + m_2 \vec{v}'_{2x} = m_1 \vec{v}_1$$

$$m_1 \vec{v}'_{1y} + m_2 \vec{v}'_{2y} = 0$$

Sustituyendo los valores ofrecidos en la primera ecuación, obtenemos:

$$\vec{v}'_{2x} = 0,245 \vec{i} \text{ m/s}$$

Por otro lado, sustituyendo valores en la segunda ecuación, se obtiene:

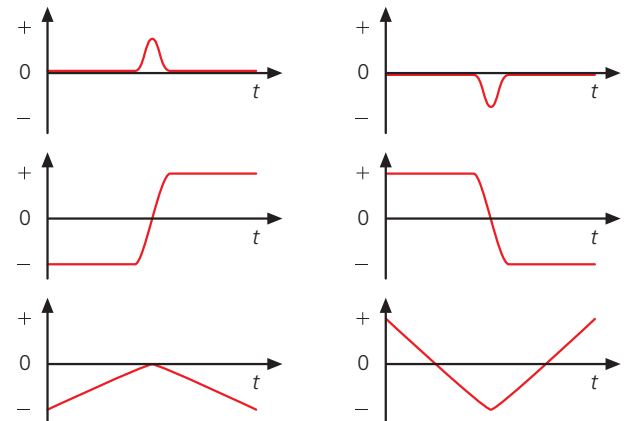
$$\vec{v}'_{2y} = -0,075 \vec{j} \text{ m/s}$$

Por tanto: $v'_2 = 0,256 \text{ m/s}$; su dirección es:

$$\text{tg } \beta = \frac{v'_{2y}}{v'_{2x}} = -0,306 \quad \beta = -17^\circ$$

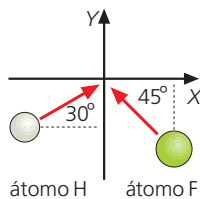
- 15 Dos carritos idénticos, A y B, se mueven en sentidos opuestos uno al encuentro del otro sobre un carril de aire (no existe rozamiento y el movimiento es uniforme). Inicialmente, A se mueve en el sentido positivo de x y B lo hace en sentido negativo. Tras el impacto en el punto medio ambos rebotan en sentidos opuestos. Las siguientes gráficas describen la variación temporal de algunas de las variables asociadas a este experimento. Razona qué gráfica corresponde a cada una de las proposiciones que se enumeran a continuación (si no se corresponde con ninguna, indícalo expresamente).

- a) El momento lineal del carro A.
- b) La fuerza que actúa sobre el carro B.
- c) La fuerza que actúa sobre el carro A.
- d) La posición del carro A.
- e) La posición del carro B.



- a) En la gráfica a) el momento lineal inicial es positivo, pero tras el impacto rebota, por lo que su momento lineal es ahora negativo.
- b) La gráfica b) representa la fuerza que actúa durante el impacto sobre el carro B; tiene sentido positivo, pues es ejercida por A sobre B y produce que B varíe su momento lineal en sentido positivo.
- c) Es la gráfica c), por las mismas razones que se han expuesto en el apartado anterior.
- d) Es la gráfica d). Inicialmente el carro se mueve hacia el sentido positivo, como se indica en el enunciado. Se considera que el impacto sucede en el origen 0, tras el cual, el carro A se mueve en sentido negativo.
- e) La posición del carro B no aparece representada por ninguna gráfica. Sería justamente la inversa de la anterior.

- 16 En una reacción entre átomos en fase gaseosa, un átomo de H colisiona contra otro de F, como se indica en la figura, dando lugar a una molécula HF. Si los valores de las velocidades iniciales son $v_H = 2,6 \cdot 10^5$ m/s y $v_F = 9,1 \cdot 10^4$ m/s, determina la velocidad y la dirección de la molécula resultante (busca los datos de masas en el libro).



En primer lugar, buscamos las masas del átomo de hidrógeno, del de flúor y de la molécula de fluoruro de hidrógeno.

$$m_H = 1,66 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$m_F = 3,15 \cdot 10^{26} \text{ kg} ; m_{HF} = 3,32 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

En segundo lugar, vamos a expresar las velocidades iniciales de los elementos en forma vectorial.

Para ello hay que tener en cuenta, además del ángulo que forma cada trayectoria con los ejes de coordenadas, el sentido. Las componentes x e y del hidrógeno serán positivas mientras que para el flúor, la componente x será positiva y la y negativa.

Así pues:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{0H} &= v_{0H} \cos 30^\circ \vec{i} + v_{0H} \sin 30^\circ \vec{j} \\ &= 2,6 \cdot 10^5 \cdot 0,87 \vec{i} + 2,6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \vec{j} \\ &= 2,26 \cdot 10^5 \vec{i} + 1,3 \cdot 10^5 \vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{0F} &= -v_{0F} \cos 45^\circ \vec{i} + v_{0F} \sin 45^\circ \vec{j} \\ &= -9,1 \cdot 10^4 \cdot 0,7 \vec{i} + 9,1 \cdot 10^4 \cdot 0,7 \vec{j} \\ &= -63,7 \cdot 10^5 \vec{i} + 63,7 \cdot 10^5 \vec{j} \end{aligned}$$

Una vez que disponemos de todos los datos, no hay más que aplicar la ecuación de conservación del momento lineal teniendo en cuenta que tras el choque, ya solo hay una velocidad porque los átomos están unidos.

$$m_H \cdot \vec{v}_{0H} + m_F \cdot \vec{v}_{0F} = m_{HF} \cdot \vec{v}_{HF}$$

De esta ecuación vectorial se despeja la velocidad final del conjunto:

$$\vec{v}_{HF} = \frac{m_H \cdot \vec{v}_{0H} + m_F \cdot \vec{v}_{0F}}{m_{HF}}$$

Sustituyendo cada término por su expresión vectorial y operando obtenemos una expresión del tipo:

$$\vec{v}_{HF} = v_{HFx} \vec{i} + v_{HFy} \vec{j}$$

cuyo módulo o valor es:

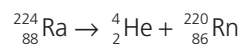
$$v_{HF} = \sqrt{v_{HFx}^2 + v_{HFy}^2} = 8,38 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Para hallar el ángulo con que sale despedida la molécula de fluoruro de hidrógeno no hay más que calcular:

$$\theta = \text{artg} \frac{v_{HFy}}{v_{HFx}} = 126,3^\circ$$

- 17 Un átomo de radio (de número másico 224), que está en reposo, se desintegra espontáneamente emitiendo una partícula alfa (núcleo de He) con una velocidad de 10^5 m/s. ¿Cuál es la velocidad y el sentido del movimiento que adquiere el núcleo residual?

Es una reacción de desintegración alfa:



Si suponemos que el átomo de radio se encuentra inicialmente en reposo, en la desintegración debe conservarse el momento lineal. Como el momento lineal inicial del radio es cero:

$$m_{\text{He}} v_{\text{He}} = -m_{\text{Rn}} v_{\text{Rn}}$$

Sustituyendo los valores, se obtiene la velocidad del radón:

$$v_{\text{Rn}} = 1818,1 \text{ m/s}$$

y su sentido es contrario al de la partícula α .

- 18 Un vagón que dispone de un contenedor abierto por la parte superior tiene una masa total de 1250 kg y se mueve a 30 km/h sobre una vía recta. En cierto momento comienza a llover, y el contenedor se llena de agua a razón de 5 L/min.

a) ¿Con qué velocidad se moverá al cabo de hora y media de incesante lluvia? (se desprecia el rozamiento).

b) Expresa la velocidad del vagón en función del tiempo.

a) Suponemos que no actúan sobre el vagón fuerzas externas, por lo que, en ese caso, se conservará el momento lineal. Al cabo de 90 min (hora y media), la masa del vagón se habrá incrementado en 450 kg de agua, por lo que:

$$Mv_0 = (M + m)v \Rightarrow v = 22 \text{ km/h}$$

b) La masa de agua que se añade en función del tiempo (expresado en min) viene dada por:

$$m = 5t \text{ kg}$$

Por tanto, la velocidad en función del tiempo vendrá dada por:

$$v = \frac{M}{M + 5t} \cdot v_0$$

Sustituyendo M , resulta:

$$v = \left(\frac{1250}{1250 + 5t} \cdot 30 \right) = \frac{250}{250 + t} \cdot 30 \text{ km/h}$$

Concepto de impulso mecánico

- 19 Un futbolista golpea el balón con una fuerza media de 400 N. El esférico sale lanzado formando un ángulo de 45° con la horizontal y vuelve a tocar tierra a una distancia de 35 m. ¿Cuánto tiempo ha durado el contacto entre el pie y el balón? Dato: $m_{\text{balón}} = 240$ g

Se trata de un problema de impulso mecánico en el que conocemos la fuerza media que actúa, pero desconocemos el tiempo, t . Para establecer el impulso, deberemos calcular la velocidad con que sale el balón.

A partir de la expresión de alcance máximo de un lanzamiento parabólico, podemos deducir la velocidad de lanzamiento del balón:

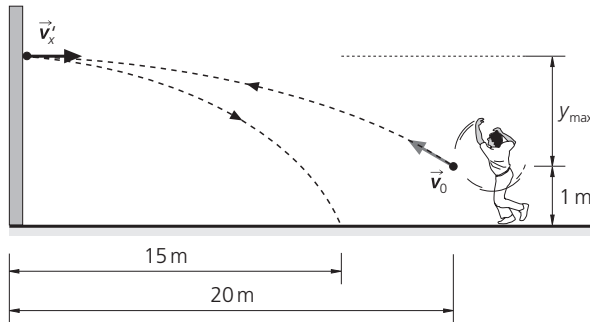
$$v_{\text{lanz}} = 18,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow p = mv_{\text{lanz}} = 4,44 \text{ kg m/s}$$

Por tanto:

$$F_m t = p \Rightarrow t = 0,011 \text{ s}$$

- 20 En un partido de pelota vasca, un pelotari golpea desde 20 m una pelota de 200 g que sale despedida de su mano (a 1 m sobre el suelo) formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. La pelota golpea horizontalmente contra la pared y, tras rebotar, cae a 15 m de ella. ¿Qué impulso ha ejercido la pared sobre la pelota?

En el siguiente dibujo se ilustra la solución a este problema:



El hecho de golpear la pared (que dista 20 m) horizontalmente significa que está justo a mitad de su alcance máximo y en su punto de máxima altura. Por tanto, como $v_{\text{máx}} = 40 \text{ m}$, a partir de la expresión de alcance máximo en un lanzamiento parabólico, podemos calcular la velocidad con que sale la pelota de la mano del pelotari: $v_0 = 21,27 \text{ m/s}$. Como la velocidad con que llega a la pared es la componente horizontal:

$$v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 18,4 \text{ m/s}$$

Si ahora queremos calcular la velocidad con la que sale, podemos hacerlo imaginando que el rebote es un lanzamiento horizontal desde cierta altura (que calcularemos en primer lugar) que cae a una distancia horizontal de 15 m. La altura a la que impacta la pelota con la pared es la altura máxima de la primera parábola (que resulta ser 5,77 m), a la que hay que añadir 1 m de altura inicial:

$$y = y_{\text{máx}} + 1 = 6,77 \text{ m}$$

Combinando las ecuaciones componentes de x e y del lanzamiento horizontal, obtenemos la ecuación parabólica de la trayectoria, que nos permitirá calcular la velocidad con que sale rebotada la pelota:

$$y = \frac{1}{2} g x^2 / v_x'^2 \quad v_x' = 12,76 \text{ m/s}$$

Por tanto, el impulso que la pared comunica a la pelota es:

$$I = mv_x' - (-mv_{0x}) = 6,23 \text{ kg m/s}$$

- 21 Una pelota de béisbol de 140 g de masa llega horizontalmente al bate con una velocidad de 39 m/s. Tras el impacto sale despedida con una velocidad de 45 m/s, formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ¿Cuánto vale el impulso comunicado a la pelota? Expresa dicho impulso como vector determinando su valor y dirección.

Sabemos que la variación del momento lineal es igual al impulso mecánico.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Analizamos los dos casos, el antes y el después del impacto:

$$\vec{p}_i = mv_{ix} = -0,140 \text{ g} \cdot 39 \vec{i} \text{ m/s} = -5,46 \vec{i} \text{ kg m/s}$$

$$\begin{aligned} \vec{p}_f &= mv_f \cdot \cos 30^\circ \vec{i} + mv_f \cdot \sin 30^\circ \vec{j} = \\ &= 0,140 \text{ g} \cdot 45 \text{ m/s} (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j}) = \\ &= 5,46 \vec{i} + 3,15 \vec{j} \text{ kg m/s} \end{aligned}$$

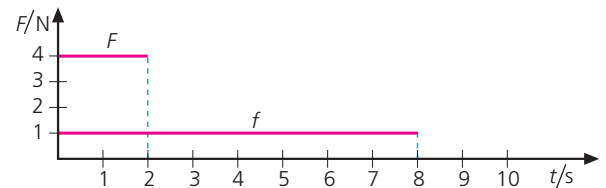
Por tanto,

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = 10,92 \vec{i} + 3,15 \vec{j} \text{ kg m/s}$$

El módulo y la dirección será:

$$I = 11,4 \text{ kg m/s}; \alpha = 16^\circ$$

- 22 Sobre un cuerpo de masa m , inicialmente en reposo, se aplican, en sucesivos experimentos, las fuerzas F y f , representadas en la gráfica de la figura. ¿En qué caso será mayor la velocidad final?



La fuerza de 1 N actúa durante 8 s, mientras que la fuerza de 4 N lo hace durante 2 s. Por tanto, el impulso producido por ambas fuerzas es idéntico y comunicarán la misma velocidad al cuerpo de masa m .

SOLUCIONES DE LA EVALUACIÓN (página 289)

1. Una misma fuerza actúa frenando dos cuerpos de masas m y m' que se movían con la misma velocidad. Si $m' = 3m$, determina: la relación entre las aceleraciones negativas que adquieren ambas masas y la relación entre los espacios que recorre cada uno de los cuerpos hasta que se paran.

Dado que la fuerza es la misma, pero $m' = 3m$, entonces la aceleración que adquiere m' es $1/3$ de la aceleración de m . es decir:

$$a' = 1/3 a$$

A partir de la expresión $v^2 = v_0^2 - 2as$, el espacio que recorrerán hasta pararse vendrá dado por:

$$s = \frac{v_0^2}{2a}$$

Por tanto $s' = 3s$. Es decir, el espacio que recorrerá m' hasta pararse será el triple que el que recorrerá m .

2. Razona la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones. Si una fuerza de 20 N actúa sobre dos cuerpos, uno de 5 kg y otro de 10 kg, inicialmente en reposo, entonces:

- La velocidad del primero será en todo instante el doble que la del segundo.
- Acabarán teniendo la misma velocidad, pues el segundo tiene el doble de inercia.
- El primero habrá recorrido el doble de distancia en cualquier instante.

a) La primera proposición es correcta, dado que $v = at$ y la aceleración del primero es el doble que la del segundo.

b) Por lo expuesto en el apartado a, esta proposición es falsa.

c) Teniendo presente que $s = 1/2 at^2$ y dado que la aceleración del primero es el doble de la del segundo, la proposición es correcta.

3. Una fuerza F actúa sobre dos cuerpos de masas 5 y 15 kg, respectivamente, y comunicándoles la misma velocidad. Razona y explica convenientemente si sería posible la situación enunciada.

Sí sería posible si sobre el cuerpo de triple masa (15 kg) la fuerza actúa durante el triple de tiempo, en virtud del teorema del impulso.

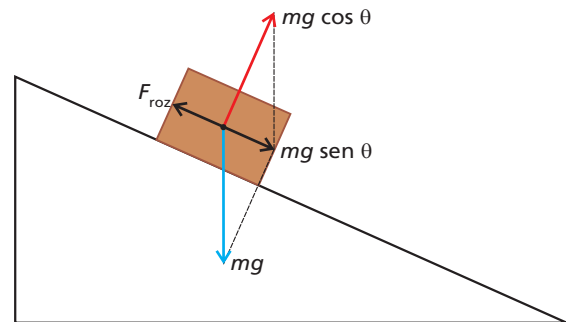
4. Si se comunica el mismo impulso a dos cuerpos en reposo de masas m y m' , siendo $m' = 2m$. ¿Cómo son, en comparación, las velocidades que adquieren?

Teniendo en cuenta la expresión del impulso mecánico, si éste es idéntico para ambos cuerpos, el momento lineal que adquieren es también idéntico, por lo que el cuerpo de masa doble (m') se moverá con la mitad de velocidad.

5. Un cuerpo se encuentra en reposo sobre un plano inclinado. Identifica, dibuja y explica el significado físico de todas las fuerzas que actúan sobre él en dicha situación.

Si el cuerpo está en reposo sobre un plano inclinado, las fuerzas que actúan sobre él son las siguientes:

- La componente del peso perpendicular a la superficie del plano ($mg \cos \theta$) ejerce sobre el suelo una fuerza de opresión. De ese modo, el suelo ejerce sobre el cuerpo una reacción (N) igual y opuesta estas dos fuerzas dan como resultante una fuerza en la dirección del plano igual a $mg \sin \theta$.
- La fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el suelo es igual y opuesta a la anterior. De ese modo el cuerpo permanece en equilibrio.



6. Un vagón de masa m , que se mueve con velocidad v_0 , colisiona contra otro vagón de masa m' que se encontraba en reposo. Si $m = 9m'$ y después de la colisión ambos quedan enganchados, ¿qué porcentaje de velocidad se pierde en la colisión?

Por conservación del momento lineal, se tiene que:

$$m v = (m + m')v' \rightarrow 9m' = 10m'v' \rightarrow v' = 0,9 v$$

Por tanto, en la colisión se ha perdido un 10% de la velocidad inicial.

7. Una persona de masa m empuja en una pista sin rozamiento a otra cuya masa es la mitad de la anterior. Explica qué es lo que sucederá y compara: las fuerzas que se ejercen mutuamente, la aceleración que adquiere cada persona y las distancias que habrán recorrido ambas personas en un mismo instante.

Teniendo en cuenta lo explicado en la actividad 13, podemos afirmar que:

- Las fuerzas que se ejercen mutuamente son iguales
- La aceleración que adquiere bajo esa misma fuerza el de doble masa es la mitad.
- Una vez que se separan no actúa ningún tipo de aceleración, puesto que no hay rozamiento. Dado que el impulso es el mismo para ambos, el de mitad de masa adquiere el doble de velocidad y recorrerá el doble de espacio en el mismo tiempo, con MRU.

8. Sobre un cuerpo de 20 kg de masa que se encuentra en reposo en la posición $(X, Y) = (-2, 4)$, actúa una fuerza $\vec{F} = -10\vec{j}$ N. ¿Qué posición ocupará el cuerpo al cabo de 4 s?

La aceleración que actúa sobre el cuerpo es $\vec{a} = -0,5\vec{j}$ m/s². Así pues, dado que parte del reposo, la posición del cuerpo vendrá dada por la expresión:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2} \vec{a}t^2$$

Sustituyendo los valores ofrecidos, en $t = 4$ s el cuerpo se encontrará en la posición $(-2, 0)$.

9. Un cuerpo de masa m está sometido a una única fuerza constante en módulo. Pese a ello, el valor de la velocidad de m no cambia con el tiempo. ¿Qué tipo de movimiento describe el cuerpo?

Es obvio que bajo las condiciones expuestas en el enunciado, la fuerza es centrípeta (puesto que es única y constante en módulo) y solo de ese modo puede explicarse la constancia del valor de la velocidad. Por tanto, el cuerpo describe un movimiento circular uniforme.

10. Una partícula describe círculos con velocidad angular ω constante, en el plano YZ y en sentido horario, al-

rededor de un sistema de referencia O considerado en reposo. ¿Qué situación describirá un observador O' cuyo sistema de referencia rota en sentido horario alrededor del eje X con la misma velocidad angular ω ? ¿Estarán de acuerdo ambos observadores en la descripción de las posibles fuerzas que actúan?

El cuerpo estará en reposo relativo con respecto al observador O' , por lo que ambos observadores no estarán de acuerdo en cuanto a las fuerzas que actúan. Para O , sobre el cuerpo actúa una fuerza centrípeta, mientras que para O' no actúa fuerza alguna.

RÚBRICA DE ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

Estándar de aprendizaje evaluable	Herramientas de evaluación (actividades del LA)	Excelente 3	Satisfactorio 2	En proceso 1	No logrado 0	Puntos
1.1. Aplica el concepto de momento lineal como característica del estado de movimiento de un cuerpo.	A: 1,2 ER: 5,6 AT: 9	Resuelve correctamente todas las actividades	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas	Responde de manera totalmente errónea o no responde	
2.1. Interpreta y resuelve situaciones cotidianas utilizando las leyes del movimiento.	A: 3-13 ER: 1,2,3,4 AT: 1-5	Resuelve correctamente todas las actividades	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas	Responde de manera totalmente errónea o no responde	
3.1. Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, obteniendo la resultante, y extrayendo consecuencias sobre su estado de movimiento.		Resuelve correctamente todas las actividades.	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas.	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
3.2. Identifica correctamente los pares acción-reacción en situaciones cotidianas.		Explica de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
4.1. Aplica las leyes de Newton para resolver las distintas magnitudes cinemáticas.		Resuelve correctamente todas las actividades.	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas.	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
5.1. Explica el movimiento de dos cuerpos en casos prácticos como colisiones y sistemas de propulsión mediante el principio de conservación del momento lineal.	A: 14-16 ER: 5, 6 AT: 6-18	Explica de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Explica los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
5.2. Resuelve problemas de conservación del momento lineal en una y dos dimensiones		Resuelve correctamente todas las actividades	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas	Responde de manera totalmente errónea o no responde	
6.1. Establece la relación entre impulso mecánico y momento lineal aplicando la segunda ley de Newton.	A: 17-20 AT: 19-22	Resuelve correctamente todas las actividades	Resuelve correctamente la mayoría de las actividades, con fallos en algunas de ellas	Resuelve las actividades pero tiene fallos en bastantes de ellas	Responde de manera totalmente errónea o no responde	

A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas.

PRUEBA DE EVALUACIÓN A

1. Una fuerza, F , aplicada a un cuerpo le comunica una aceleración de 5 m/s^2 , mientras que otra fuerza, F' , que actúa sobre el mismo cuerpo, lo acelera a razón de 8 m/s^2 . Determina:

- Cómo es F' en comparación con F .
 - Qué aceleración adquiriría el cuerpo si las dos fuerzas actuaran en la misma dirección y sentido.
 - Qué aceleración adquiriría el cuerpo si las dos fuerzas actuaran en sentidos opuestos.
 - Qué aceleración adquiriría el cuerpo si las dos fuerzas actuaran perpendicularmente entre sí.
- a) F' es $8/5$ veces mayor que F ; es decir, $F' = 1,6 F$.
- b) Se cumplirá que:

$$a = \frac{F + F'}{m} = \frac{F}{m} + \frac{F'}{m} = 5 \text{ m/s}^2 + 8 \text{ m/s}^2 = 13 \text{ m/s}^2$$

- c) En este caso,

$$a = \frac{F + F'}{m} = \frac{F}{m} + \frac{F'}{m} = 5 \text{ m/s}^2 - 8 \text{ m/s}^2 = -3 \text{ m/s}^2$$

(en el sentido de F).

- d) La aceleración será ahora: $a = \sqrt{5^2 + 8^2} = 9,43 \text{ m/s}^2$

2. Sobre un cuerpo de 4 kg inicialmente en reposo en el punto $(2, 1)$ actúan las fuerzas $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + 7\vec{j} \text{ N}$, $\vec{F}_2 = -\vec{i} + 4\vec{j} \text{ N}$ y $\vec{F}_3 = 2\vec{i} - 3\vec{j} \text{ N}$. Determina:

- La aceleración que adquiere el cuerpo, tanto en forma vectorial como en módulo.
 - La posición en la que se encontrará el cuerpo al cabo de 2 s .
 - La velocidad que tendrá en ese instante.
 - El desplazamiento que habrá efectuado en 5 s .
- a) La fuerza resultante sobre el cuerpo $\vec{F}_r = 4\vec{i} + 8\vec{j} \text{ N}$, por lo que $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} \text{ m/s}^2$. Su módulo es igual a $\sqrt{5} \text{ m/s}^2$.
- b) Dado que parte del reposo, su posición en cualquier instante vendrá dada por $\vec{r} = \vec{r}_0 + 1/2 \vec{a}t^2$.

Por tanto:

$$\vec{r} = (2, 1) + \frac{1}{2} \cdot (1, 2) \cdot 2^2 = (4, 5),$$

punto en el que se encontrará a los 2 s .

- Su velocidad será $\vec{v} = \vec{a}t = 2\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m/s}$. Su valor es de $4,47 \text{ m/s}$.
- El desplazamiento a los 5 s viene dado por:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_5 - \vec{r}_0 = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 = 12,5\vec{i} + 25\vec{j} \text{ m}$$

cuyo valor es de $27,95 \text{ m}$.

3. En una maniobra de enganche, una locomotora de tren de 10 t que se movía con una velocidad de 1 m/s se acopla a un vagón de 4 t que estaba en reposo. ¿Con qué velocidad se moverá el conjunto después de la maniobra?

El momento lineal se conserva en la colisión, por lo que $mv_0 = (m + m')v$; despejando, se obtiene $v = 0,7 \text{ m/s}$.

4. Durante una sesión de Educación Física con balones medicinales de 5 kg de masa, una alumna lanza el balón a su compañero con una velocidad de 5 m/s . Este, despistado, no lo ve venir y recibe el impacto en el pecho, tras el cual el balón sale rebotado a 2 m/s .

- Si la masa del muchacho es de 65 kg , ¿qué velocidad le comunica el balón en el impacto?
- Si el impacto ha durado $0,3 \text{ s}$, ¿qué fuerza media ha tenido que soportar el esternón del muchacho?
- ¿Qué fuerza media ha actuado sobre el balón?

- a) Aplicando la conservación del momento lineal durante el impacto, tenemos:

$$m_{\text{balón}} v_0 = -m_{\text{balón}} v' + m_{\text{chico}} v_{\text{chico}}$$

Despejando, se obtiene $v_{\text{chico}} = 0,54 \text{ m/s}$.

- b) Dado que el impulso equivale a la variación del momento lineal del muchacho, que es de 35 kg m/s , la fuerza media que ha soportado su esternón es:

$$F = \Delta p/t = 116,67 \text{ N}$$

- c) En virtud de la tercera ley, la fuerza media que ha actuado sobre el balón en el impacto es igual y de sentido contrario a la anterior.

5. Responde de forma razonada (con argumentos físicos) a las siguientes cuestiones:

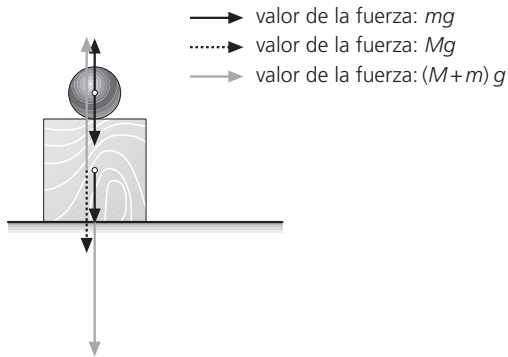
- ¿Todo cuerpo en movimiento está dotado de impulso mecánico?
 - ¿Todo cuerpo de masa grande tiene también gran cantidad de movimiento?
 - ¿En qué caso se ejerce más impulso sobre una plancha de madera: cuando se lanzan 30 bolas de acero sobre ella y rebotan o cuando las mismas 30 bolas, lanzadas con igual velocidad, se quedan incrustadas en la madera?
 - ¿Cuándo es mayor la fuerza que ejercemos sobre el suelo: al saltar sobre él o al permanecer en reposo?
- No, el impulso únicamente aparece cuando se ejerce una fuerza sobre un cuerpo, es decir, es una magnitud inherente a una interacción, pero no es característica del movimiento de un cuerpo.
 - En absoluto; la cantidad de movimiento se define por el producto mv , por lo que, si está en reposo, su cantidad de movimiento sería nula, por muy grande que fuese la masa del cuerpo.
 - En el caso en que rebotan, pues la variación de momento lineal es mayor que en el caso en que se incrustan.
 - La fuerza que ejercemos contra el suelo es igual a nuestro propio peso en ambos casos, por lo que supone exactamente lo mismo.

6. Una esfera de acero de masa m cae sobre un bloque de madera de masa M que estaba en reposo en el suelo.

Dibuja correctamente todas las fuerzas que actúan en el sistema suelo-bloque-esfera en el momento del impacto.

La esfera ejerce una fuerza sobre el bloque igual al peso de la esfera, mg . Este responde devolviendo una fuerza igual y contraria, que actúa sobre la esfera.

Sobre el bloque actúan, pues, mg y Mg (su propio peso), que son las fuerzas que se ejercen, a su vez, sobre el suelo, que responde provocando sobre el bloque una reacción $N = (m + M)g$. Representando esta situación en un diagrama, se obtiene el esquema que aparece debajo.



7. En un partido de frontón, un pelotari recibe la pelota con una velocidad de 10 m/s formando un ángulo de 15° bajo la horizontal y la devuelve a 20 m/s con un ángulo de 30° sobre la horizontal. Si la pelota es de 102 g y el golpe tiene lugar a 1 m del suelo, calcula:

- El impulso que el pelotari comunica a la pelota, tanto vectorialmente como en módulo.
- La fuerza que ejerce el pelotari sobre la pelota si el impacto dura 0,1 s.
- La altura del suelo a la que impactará la pelota contra la pared si el pelotari golpea desde 15 m.

- d) La velocidad que lleva la pelota en el momento del impacto contra la pared.

- a) Transformando los datos de velocidad inicial y final a expresiones vectoriales, se obtiene:

$$\vec{v}_{\text{después}} = 17,3\vec{i} + 10\vec{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{\text{antes}} = -9,7\vec{i} - 2,6\vec{j} \text{ m/s}$$

El impulso equivale a la variación del momento lineal, por lo que:

$$\begin{aligned} \vec{I} = \Delta\vec{p} &= 0,102 \cdot [(17,3\vec{i} + 10\vec{j}) - (-9,7\vec{i} - 2,6\vec{j})] = \\ &= 2,75\vec{i} + 1,28\vec{j} \text{ kg m/s} \end{aligned}$$

El módulo es de 3,03 kg m/s.

- b) Dado que $I = F \Delta t$, despejando el valor de la fuerza se obtiene $F = 30,3 \text{ N}$.

- c) La altura la determinamos a partir de la ecuación:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Resolviendo t a partir de la ecuación de alcance, $x = v_x t$:

$$15 = 17,3 t \Rightarrow t = 0,86 \text{ s}$$

Sustituyendo este tiempo en la expresión de altura, comprobamos que impacta aproximadamente a 6 m del suelo.

- d) La componente horizontal de la velocidad se mantiene invariable e igual a 17,3 m/s, mientras que la componente vertical es igual a:

$$v_y = v_{0y} - gt = 10 - 9,8 \cdot 0,86 = 1,6 \text{ m/s}$$

Por tanto, la velocidad con la que impacta contra la pared es:

$$\vec{v} = 17,3\vec{i} + 1,6\vec{j} \text{ m/s};$$

su valor es, pues, de 17,4 m/s.

PRUEBA DE EVALUACIÓN B

Señala la respuesta correcta en cada uno de los ejercicios:

- Dos cuerpos, uno de 10 kg y otro de 15 kg, tendrán el mismo momento lineal si:
 - La velocidad del primero es $2/3$ de la del segundo.
 - La velocidad del primero es $1/2$ de la del segundo.
 - La velocidad del primero es $3/2$ de la del segundo.
- Un cuerpo se moverá con velocidad constante si:
 - No actúan fuerzas sobre él.
 - Actúa sobre él una fuerza constante que mantenga su velocidad.
 - Las fuerzas que actúan sobre él se anulan.
- Si no actúan fuerzas sobre un cuerpo:
 - El cuerpo no se acelera.
 - El cuerpo estará en reposo.
 - El cuerpo acabará parándose si estaba en movimiento.
- Las fuerzas de acción y reacción:
 - Solo son iguales si el cuerpo no está acelerando.
 - Actúan sobre el mismo cuerpo, son iguales y de sentidos opuestos.
 - Actúan sobre cuerpos distintos.
- Una misma fuerza actúa frenando dos cuerpos de masas m y m' . Si $m' = 3m$ y se movían con la misma velocidad:
 - La aceleración negativa que adquiere m es el triple que la que adquiere m' .
 - El espacio que recorre m hasta detenerse es el triple que el que recorre m' .
 - Ambos recorren el mismo espacio hasta detenerse.
- Si comunicamos el mismo impulso a dos cuerpos en reposo de masas m y m' , y $m = 2m'$:
 - Variamos su momento lineal en la misma cantidad.
 - Comunicaremos a ambos la misma velocidad.
 - El cuerpo de masa m saldrá con la mitad de velocidad que el de masa m' .
- Un sistema de referencia inercial es aquel que:
 - Se halla sometido a rotación uniforme.
 - Está en reposo.
 - Se mueve con velocidad constante.
- Una fuerza de 20 N actúa sobre dos cuerpos, uno de 5 kg y otro de 10 kg, inicialmente en reposo:
 - La velocidad del primero será en todo instante el doble que la del segundo.
 - Acabarán teniendo la misma velocidad, pues el segundo tiene el doble de inercia.
 - El primero habrá recorrido el doble de distancia en cualquier instante.
- Una fuerza, F , actúa sobre dos cuerpos de 5 kg y 15 kg de masa, respectivamente, y les comunica la misma velocidad:
 - Eso no es posible de ninguna manera.
 - Entonces, la fuerza ha actuado el triple de tiempo sobre la masa de 5 kg.
 - Entonces, la fuerza ha actuado el triple de tiempo sobre la masa de 15 kg.
- Una persona de masa m empuja en una pista sin rozamiento a otra de masa $m' = 1/2m$:
 - La persona de masa m' comenzará a moverse, y la de masa m permanecerá en reposo.
 - La persona de masa m nunca podrá ejercer fuerzas si no hay rozamiento.
 - La persona de masa m' recorrerá el doble de distancia que la de masa m y en sentido opuesto.